

PASSO ADAPTATIVO E APLICAÇÕES PARA A RESOLUÇÃO DA CINÉTICA PONTUAL DE NÊUTRONS

Lucas dos Santos Rocha¹; Marcelo Schramm²

¹Universidade Federal de Pelotas – lsrochad@gmail.com

²Universidade Federal de Pelotas – schrammmarcelo@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

As equações da cinética pontual de nêutrons (NPK) modelam o comportamento temporal dos nêutrons em um reator nuclear, no qual esse comportamento depende dos precursores dos nêutrons atrasados. Os precursores de nêutrons atrasados são produtos de fissão nuclear que podem emitir um nêutron depois de certo tempo, mas isso não ocorre de forma instantânea, acontece com o tempo e são necessários afim de controle do reator. A modelagem dos nêutrons no reator e da concentração de precursores de nêutrons atrasados é feito por tais equações (REUSS, 2008).

O trabalho utiliza a relação de métodos numéricos na solução de equações diferenciais ordinárias, fazendo uso de métodos de aproximação da solução do problema original. A utilização do método de passo adaptativo como o método numérico para a solução de equações diferenciais ordinárias busca obter informações mais realísticas sobre erros, prevendo o erro de truncamento local, obtendo um controle de erro mais eficiente, em que um tamanho de passo permite o controle desse erro (BURDEN, 2016). Dessa forma, aplica-se esse método na resolução das equações da cinética pontual de nêutrons, e verifica o método realizando comparações com a literatura.

Consideramos método de passo único, no qual utiliza dados anteriores mais precisos ao encontrar uma aproximação da solução, ao incorporar no procedimento de tamanho do passo uma estimativa do erro de truncamento local que não requer aproximações de derivadas superiores da função. O método adaptativo visa ajustar o número e a posição de nós usados na aproximação para garantir que o erro de truncamento seja mantido abaixo de um limite (BURDEN, 2016). Para a construção do método adaptativo, utilizou-se dois métodos conhecidos, sendo eles o método de Euler e o método do ponto médio, como os métodos de ordens diferentes que o método de passo adaptativo necessita, tornando possível prever o erro de truncamento local (BURDEN, 2016), e com isso selecionar um tamanho de passo que permite o controle desse erro.

2. METODOLOGIA

A modelagem matemática proposta por BURDEN (2016), foi utilizada para a formulação do modelo de passo adaptativo, em que nesse caso, a fim de desenvolver esse modelo, utilizou-se do método de Euler e ponto médio descrito por BURDEN (2016). Códigos em Python utilizando o Método de Euler (ME) e o Método do ponto médio (MPM) foram desenvolvidos, além de um código para o modelo de passo adaptativo (MAEPM) formulado a partir do Método de Euler e ponto médio, buscando resolver as equações da cinética pontual de nêutrons, e também para efeito comparativo entre o método de Euler, ponto médio e passo adaptativo.

Utiliza-se métodos de ordens diferentes para prever o erro de truncamento local, e com isso selecionar um tamanho de passo que permite o controle desse erro, nesse caso o primeiro método de ordem distinta, considera-se o método de Euler.

$$w_{i+1} = w_i + hf(t_i, w_i)$$

O segundo método de ordem distinta, considera-se o método de ponto médio

$$\bar{w}^{k+1} = \bar{w}^k + \Delta hf\left(t^k + \frac{\Delta h}{2}, w^k + \frac{k_1}{2}\right) \text{ em que } k_1 = \Delta hf(t^k, w^k)$$

Considera-se uma igualdade entre os dois modelos, além de selecionar um tamanho de passo fixo para obter as primeiras aproximações para w e \bar{w} , relacionando-os a partir do R , que consiste na subtração de um método pelo outro, dividido pelo tamanho do passo seguinte relação

Vale ressaltar que o R padrão não funcionou devido a ordem de grandeza do problema apresentado neste trabalho, tratando-se de um problema rígido, no qual a diferença entre as soluções de grandeza 10^{-3} é irrelevante em determinados momentos e relevante em outros. Esse problema foi solucionado adotando uma diferença relativa, obtendo assim uma solução atual para um sistema dinâmico, em que nesse sistema dinâmico o zero é a solução trivial. Dessa forma a nova relação consiste na diferença relativa em comparação com a média devido ao tamanho do passo:

Para controlar o tamanho do passo, e o mesmo sempre ficar abaixo do erro utilizou-se a seguinte relação descrito por BURDEN (2016):

$$q \leq \left(\frac{\epsilon h}{(\bar{w}_{i+1} - w_{i+1})} \right)^{1/m} = \left(\frac{\epsilon}{R} \right)^{1/m} \text{ em que } \Delta h = \Delta h \cdot q$$

As equações da cinética pontual de nêutrons são definidas como:

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= \frac{\rho - \beta}{\Lambda} n + \sum_{j=1}^6 \lambda_j C_j \\ \frac{dC}{dt} &= \frac{\beta_j}{\Lambda} n - \lambda_j C_j \\ n(0) &= n_0 \text{ e } C_j = \frac{\beta_j}{\lambda_j \Lambda} n_0 \end{aligned}$$

No qual ρ é a reatividade; β fração total de nêutrons atrasados; β_j fração de j grupos de nêutrons atrasados; λ_j Constante de decaimento dos nêutrons atrasados; Λ tempo de geração de nêutrons; n densidade de nêutrons; C é a concentração de precursores de nêutrons atrasados.

Assume-se que o reator possui um coeficiente de temperatura negativo da reatividade α ($\alpha > 0$) quando a reatividade inicial ρ_0 é menor que a fração total de nêutrons atrasados β , e dessa forma considera-se o seguinte feedback de temperatura (NAHLA, 2009)

$$\rho = \rho_0 - \alpha(T(t) - T_0)$$

$$\frac{dT(t)}{dt} = K_c n$$

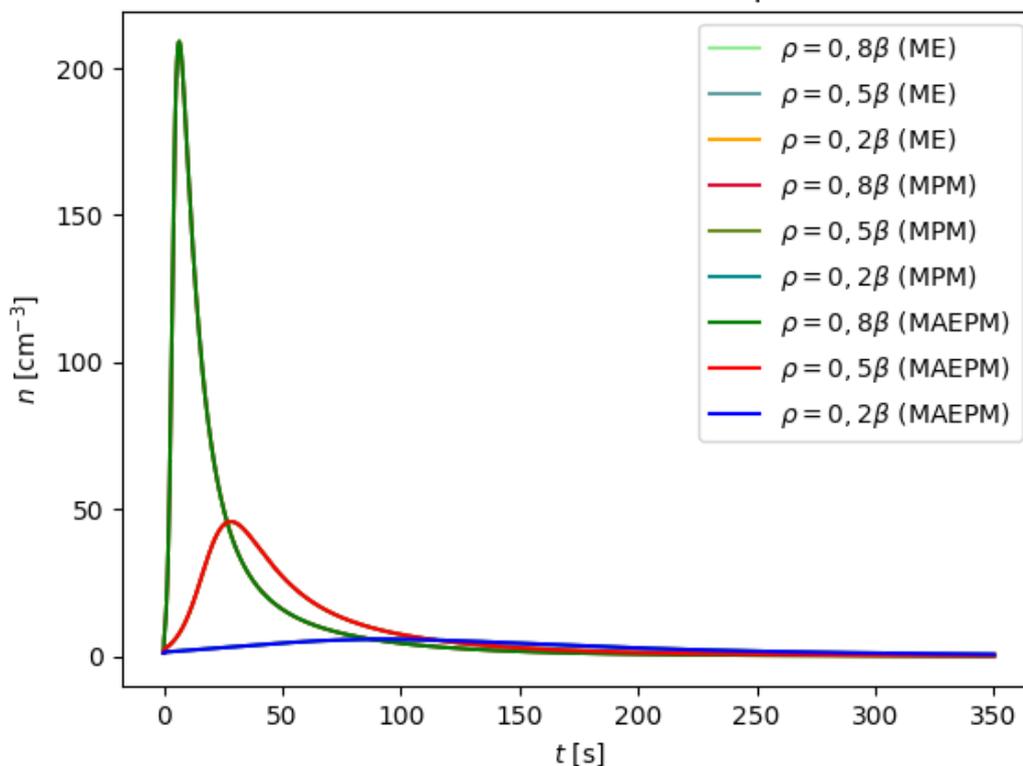
Em que $T(t)$ é a temperatura do reator, T_0 é a temperatura inicial do reator e K_c é a capacidade térmica do reator.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Uma das comparações com a literatura foi considerando o processo supercrítico em um reator de água pressurizada com ^{235}U como material físsil, tal qual como realizado por (NAHLA, 2009), no qual considera apenas um grupo de precursores. Observa-se no caso da reatividade inicial $\rho_0 = \beta/2$ em função do tempo em 300 s, e um $\Delta t = 0,002$ somente o método do passo adaptativo apresenta um grau de convergência, esse no caso utiliza-se apenas do erro atribuído a variável $\epsilon = 0,001$. Vale ressaltar que ao utilizar os dados do NAHLA, (2009), o tempo de processamento para o método de passo adaptativo ficou cada vez mais veloz ao utilizar uma reatividade inicial cada vez menor, se comparado com o método de Euler e do ponto médio.

Para o teste com seis grupos de precursores, considerou-se os dados referentes ao trabalho de NAHLA, (2011), dessa forma aplicou-se o método de passo adaptativo para a resolução da cinética pontual de nêutrons com seis grupos de nêutrons atrasados na presença de feedback de temperatura newtoniana com reatividade, aplicou-se também o método de Euler e Ponto médio para gerar uma comparação. Utilizou-se os seguintes parâmetros do reator U^{235} , no qual $\lambda_1 = 0,0124 \text{ s}^{-1}$, $\lambda_2 = 0,0305 \text{ s}^{-1}$, $\lambda_3 = 0,1110 \text{ s}^{-1}$, $\lambda_4 = 0,3010 \text{ s}^{-1}$, $\lambda_5 = 1,1300 \text{ s}^{-1}$, $\lambda_6 = 3 \text{ s}^{-1}$; $\beta_1 = 0,00021$, $\beta_2 = 0,00141$, $\beta_3 = 0,00127$, $\beta_4 = 0,00255$, $\beta_5 = 0,00074$, $\beta_6 = 0,00027$; $\Lambda = 5,0 \times 10^{-5}$; $\beta = 0,01$; $K_c = 0,05 \text{ K m}^3 \text{ s}^{-1}$; $\alpha = 5,0 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$; $n_0 = 1 \text{ cm}^{-3}$; $T_0 = 0 \text{ K}$; $t_{max} = 350 \text{ s}$. Com o passo de tempo $\Delta t = 0,001$ para os seguintes valores de reatividade inicial: $2,0\beta$; $1,5\beta$; $1,0\beta$; $0,8\beta$; $0,5\beta$; $0,2\beta$ (ABOANBER & NAHLA, 2002b; NAHLA, 2010; NAHLA, 2011). Para a reatividade inicial no valor de $2,0\beta$; $1,5\beta$ e $1,0\beta$, a densidade de nêutrons apresenta um pico nos primeiros 10 segundos, normalizando esse comportamento após esses 10 segundos iniciais, como observado também no trabalho do NAHLA, (2011). A densidade de nêutrons para os casos em que o valor da reatividade inicial correspondia à $0,8\beta$; $0,5\beta$ e $0,2\beta$ apresentou um comportamento muito parecido com aquele obtido por NAHLA, (2011) que utilizou a aproximação do Euler para trás (ET-BE), e Aproximação de Crank Nicholson (ET-CN).

Densidade de nêutrons com feedback de temperatura (Nahla, 2011)



4. CONCLUSÕES

Valores menores referente a reatividade, o método de passo adaptativo mostrou-se promissor se comparado com o ponto médio e Euler. Erro controlado nos casos em que o passo adaptativo não levou nem metade do tempo. Método mais simples obtendo resultados promissores se comparados com a literatura apresentada nos trabalhos de NAHLA, 2009 e NAHLA, 2011. O Passo adaptativo mostrou-se mais eficaz em determinadas circunstâncias, mesmo em alguns casos levando mais tempo, pois convergiu em todos os testes, diferente dos métodos do ponto médio e Euler. Para projeções futuras, estima-se a execução de mais testes utilizando outros casos da bibliografia.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BURDEN, R.L. **Análise Numérica**. Cengage Learning, 2016

REUSS, P. **Neutron Physics**. France: EDP sciences, 2008.

NAHLA, A. **An analytical solution for the point reactor kinetics equations with one group of delayed neutrons and the adiabatic feedback model**. Progress in Nuclear Energy 51.1, 2009.

NAHLA, A. **An efficient technique for the point reactor kinetics equations with Newtonian temperature feedback effects**. Annals Of Nuclear Energy 38, 2011.