

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
Instituto de Física e Matemática
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática



Dissertação

**Pensamento algébrico na perspectiva do ensino desenvolvimental de Elkonin
Davydov: um estudo com professoras dos anos iniciais**

Nataliya Malska

Pelotas, 2022

Nataliya Malska

Pensamento algébrico na perspectiva do ensino desenvolvimental de Elkonin-Davydov: um estudo com professoras dos anos iniciais

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Circe Mary Silva da Silva Dynnikov

Pelotas, 2022

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação na Publicação

M236p Malska, Nataliya

Pensamento algébrico nos anos iniciais na perspectiva do ensino desenvolvimental de Elkonin-davydov : um estudo com professoras dos anos iniciais. / Nataliya Malska ; Circe Mary Silva da Silva Dynnikov, orientadora. — Pelotas, 2023.

141 f. : il.

Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2023.

1. Educação matemática. 2. Ensino desenvolvimental. 3. Anos iniciais. 4. Elementos algébricos. I. Dynnikov, Circe Mary Silva da Silva, orient. II. Título.

CDD : 510.7

Nataliya Malska

Pensamento algébrico na perspectiva do ensino desenvolvimental de Elkonin-Davydov: um estudo com professoras dos anos iniciais

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação Matemática, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da Defesa: 05/12/2022

Banca examinadora:

Profa. Dra. Circe Mary Silva da Silva Dynnikov (Orientadora) – PPGEMAT/UFPel
Doutora em Educação pela Universitat Bielefeld, Alemanha

Profa. Dra. Marta Cristina Cezar Pozzobon – PPGEMAT/UFPel
Doutora em Educação pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos, Brasil

Prof. Dr. Ademir Damazio – PPGE/UNESC
Doutor em Educação pela Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil.

Dedico esta pesquisa à minha família que me apoiou incondicionalmente, compartilhando das minhas alegrias e tristezas, entendendo e respeitando os momentos de ausências e angústias, sem deixar de me estimular, amparar e me amar.

Gratidão! Amo vocês!

Agradecimentos

Agradeço a todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para a concretização do presente estudo que foi muito desafiador para mim.

Um agradecimento muito especial à minha querida professora Circe, minha orientadora, e seu marido Vladimir Dynnikov pelos conselhos e apoio, ao longo destes dois anos, que jamais deixaram de acreditar em mim.

Hoje, mais do que nunca, os professores precisam aprender a flexibilidade do pensamento fora do padrão, a difícil superação de sua rigidez, porque o mundo interdependente incommumente multifacetado da humanidade é muito complexo, formando a geração mais jovem à sua imagem e semelhança, portanto, um senso agudo de uma nova rejeição ao conservadorismo está se tornando tão valioso hoje para os professores, prontidão para revisar a filosofia pedagógica usual, falha que é cara para a sociedade

William Glasser

Resumo

MALSKA, Nataliya. **Pensamento algébrico nos anos iniciais na perspectiva do Ensino Desenvolvimental de Elkonin-Davydov**. 2022. 141f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2022

A presente dissertação trata do ensino de álgebra a partir da perspectiva do ensino desenvolvimental, aplicando algumas tarefas e trazendo a exploração a partir de alguns registros e verificar a aceitação de trabalhar o pensamento algébrico, fundamentado na perspectiva do Ensino Desenvolvimental. A vista disso, a proposta da teoria do Elkonin-Davydov foi escolhida e utilizada por essa investigação. Para mensurar o entendimento do pensamento algébrico, realizou-se uma pesquisa qualitativa com os dados, coletados nas oficinas com as pedagogas de uma escola municipal de Rio Grande, RS. Os dados foram coletados a partir dos registros, como as gravações com as pedagogas das 5 oficinas, em quais eram 10 professoras participando, as cópias das tarefas realizadas na escola semanalmente, num período de cinco semanas. Foram aplicados dois questionários: um antes e outro no final das oficinas, onde foram analisadas as atitudes das professoras em relação ao pensamento algébrico e suas possíveis aplicações nas aulas. A análise foi feita em duas etapas, através das seis ações da atividade de estudo, nas aulas e das avaliações das tarefas em cada oficina. As estratégias ou processos de ensino, utilizadas durante esta investigação, mostraram um caminho aberto para aplicar as tarefas algébricas a fim de construir a compreensão das mesmas nos anos iniciais de escolaridade. Apesar do inicial predomínio do pensamento empírico nas compreensões das grandezas pelos sujeitos da pesquisa, foi possível reconstruir a visão dos conceitos na perspectiva do pensamento teórico através do trabalho realizado e com as evidências, presentes nos registros. O incentivo de aprender algo novo, apoio profissional e a organização do ensino permitiu a realização da atividade de estudo que é fundamental para mostrar a presença de possível adaptação no ensino dos anos iniciais através das pedagogas devidamente preparadas para fazer estas pequenas mudanças nas suas aulas. Esse modo de organização de ensino da Matemática nos primeiros anos da vida escolar, permite fazer uma contemplação do pensamento algébrico logo nos primeiros dias na escola, assim, como é proposto no Ensino desenvolvimental.

Palavras-chave: Educação Matemática; Ensino Desenvolvimental; Anos Iniciais

Abstract

MALSKA, Nataliya. **Algebraic thinking in the early years from the perspective of Elkonin-Davydov's Developmental Teaching**. 2022. 141f. Dissertation (Master degree in Educational Mathematics) - 2022. Dissertation. (Masters in Mathematics Education) - Postgraduate Program in Mathematics Education. Institute of Physics and Mathematics. Federal University of Pelotas, Pelotas,

This dissertation deals with the teaching of algebra from the perspective of developmental teaching, applying some tasks and bringing the exploration from some records and verifying the acceptance to work Algebraic thinking from the perspective of Developmental Teaching. The sight of it. the proposal of the Elkonin-Davydov theory was chosen and used for this investigation. To measure the understanding of algebraic thinking, qualitative research was carried out with the data collected in the workshops with the pedagogues of a municipal school in Rio Grande, RS. Data were collected from records, such as the recordings with the pedagogues of the 5 workshops, in which 10 teachers participated, the copies of the tasks carried out in the school weekly, in a period of five weeks. Two questionnaires were applied: one before and the other at the end of the workshops, where the teachers' attitudes towards algebraic thinking and its possible applications in the classroom were analyzed. The analysis was carried out in two stages, through the six actions of the study activity, in the classes and the evaluation of the tasks in each workshop. The teaching strategies or processes used during this investigation showed an open way to apply algebraic tasks in order to build their understanding in the early years of schooling. Despite the initial predominance of empirical thinking in the understanding of magnitudes by the research subjects, it was possible to reconstruct the vision of the concepts from the perspective of theoretical thinking through the work carried out and with the evidence present in the records. The incentive to learn something new, professional support and the organization of teaching allowed carrying out the study activity, which is essential to show the presence of a possible adaptation in teaching in the early years through pedagogues duly prepared to make these small changes in their classes. This way of organizing Mathematics teaching in the early years of school life allows contemplating algebraic thinking in the first days at school, as proposed in Developmental Teaching.

Keywords: Mathematics Education; Developmental teaching; Early Years of schooling; Algebraic elements.

Lista de Figuras

Figura 1 - Esquema da construção do Pensamento Teórico.....	40
Figura 2 - Os pilares da atividade do estudo para Davydiv (1996)	45
Figura 3 - Tarefa da oficina 1 com vagones e as características	49
Figura 4 - Tarefa com os objetos a serem ordenados.	50
Figura 5 - Tarefa dos objetos com as características iguais e	50
Figura 6 - Tarefa sobre a comparação das grandezas.	51
Figura 7 - Tarefa que solicita a construção da área E, destacar C, considerando a unidade K.....	52
Figura 8 - Tarefa da reta sem números com uma unidade K.	53
Figura 9 - Tarefa com segmentos na reta numérica.	54
Figura 10 - Tarefa armadilha das medidas diferentes para a mesma grandeza.	55
Figura 11 - Tarefa armadilha com os números mágicos	56
Figura 12 - Construção dos números na reta numérica.....	58
Figura 13 - Esquemas com dígitos de números maiores.	59
Figura 14 - Esquema a ser construída com os alunos.....	60
Figura 15 - Esquema a ser construída com os alunos.....	60
Figura 16 - Esquema para solucionar os problemas no sistema.....	61
Figura 17 - As imagens da tarefa – oficina 2 – sobre a ordem dos objetos	86
Figura 18 - Tarefa sobre a área e modelagem da oficina 1.....	100
Figura 19 - Imagem da resolução das tarefas com a parlenda, solucionados.....	101
Figura 20 - A imagem da tarefa 10 com medição da área, usando a unidade dada.	102
Figura 21 - A imagem da tarefa com esquemas, com letras e a reta.....	103
Figura 22 - Imagem da modelagem de uma reta com números mágicos.....	104
Figura 23 - Imagem de modelagem de uma reta com números mágicos.....	104
Figura 24 - A Foto da atividade de comparação das áreas da oficina 4.	105
Figura 25 - Tarefa da oficina 4 das expressões algébricas.	106
Figura 26 - Imagem da tarefa 6, realizada por uma aluna na oficina 5.	107
Figura 27 - Resolução da tarefa 2 da oficina 5.	108
Figura 28 - As imagens utilizadas para avaliar as tarefas nas oficinas.....	112
Figura 29 - Resolução da tarefa 1 da oficina 1.	113

Figura 30 - Resolução da tarefa 4 da oficina 1.	114
Figura 31 - Resolução da tarefa 5 de uma aluna, usando os esquemas.....	115
Figura 32 - Resolução da tarefa 3 da oficina 1.	116
Figura 33 - Resolução da tarefa 3 da oficina 5.	117
Figura 34 - Resolução da tarefa 22 da oficina 5.	118
Figura 35 - Resolução das tarefas 9 e 10 da oficina 3.....	119
Figura 36 - Resolução da tarefa 8, utilizando as diferentes soluções.....	120
Figura 37 - Imagem da Tarefa 11 do encontro 3.....	121
Figura 38 - Imagem da tarefa pegadinha da oficina 1.	121
Figura 39 - Resolução das tarefas 7 e 8 da oficina 5.....	122

Lista de Quadros

Quadro 1 - Anais de eventos: EBRAPEM	26
Quadro 2 - Dissertações e Teses selecionadas.....	28
Quadro 3 - Pensamento teórico contra pensamento empírico.....	41
Quadro 4 - Resultados dos experimentos de 1° ao 3° ano.....	63
Quadro 5 - Conceito da equação na proposta do sistema de Ensino desenvolvimental.....	64
Quadro 6 - Agenda das oficinas:	82
Quadro 7 - Resolução da tarefa de modificar as características dos objetos.....	83

Lista de Abreviaturas e Siglas

FURG	Universidade Federal de Rio Grande
URSS	União das Republicas Soviéticas
UFPEL	Universidade Federal de Pelotas
PPGEMAT	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
SisBi/UFPeI	Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal de Pelotas
BDTD	Base de Dados de Teses e Dissertações
ENEM	Encontro Nacional em Educação Matemática
SIPEM	Sociedade Internacional de Pesquisa em Matemática

Lista de Símbolos

<	Menor
>	Maior
=	Igual

Sumário

1 Introdução.....	16
2 Revisão da literatura	24
3 Estudos sobre a base teórica	34
4 Pensamento Algébrico	68
5 O caminho da pesquisa.....	78
5.1 Conhecendo um pouco os sujeitos da pesquisa.....	78
5.2 Descrição das oficinas realizadas.	81
6 Análise dos dados coletados	99
6.1 A análise do questionário no final das oficinas	108
6.2 As manifestações dos sujeitos.	123
7 Considerações finais.....	125
Referências.....	128
Anexos	139

1 Introdução

Quando questionada sobre as minhas disciplinas preferidas no ensino escolar, respondo, de forma indubitável, que foi matemática. Para alguns, ela vem: na forma de aritmética; para outros, pode ser aproximada das figuras, as quais fazem parte da geometria, ou ainda, numa equação de segundo grau. Partindo da minha perspectiva, fusiono todos esses aspectos, incluindo as questões de física e de química, que também utilizam as ferramentas matemáticas. Esse apreço que desenvolvi, certamente, devo aos pedagogos dos anos iniciais da escolarização que despertaram em mim essa paixão. Nesse sentido, essa condição me permitiu a ampliação desses conhecimentos matemáticos e possibilitou que eu pudesse auxiliar colegas, em que mostrei, em sala de aula, o passo a passo para a resolução de questões, ao longo da minha trajetória entre as disciplinas escolares. Ao longo da minha vida como estudante, enquanto elaborava meus próprios conhecimentos matemáticos, pude auxiliar colegas da minha escola, mostrando a eles, em sala de aula, o passo a passo para resolução de questões matemáticas.

Como pode ser evidenciado no parágrafo anterior, meu interesse pelo ensino da matemática me acompanha desde a infância. Essa preferência pode ser atribuída ao simples fato de querer ajudar o próximo, aliada à vontade de aprofundar meus conhecimentos. Disso, nasce um desejo de dividir o conhecimento, bem como usufruir dele junto com quem precisava de ajuda ou estava disposto a me ouvir. Advindo desse fato pessoal, venho construindo experiências, compartilhando conhecimentos e momentos com pessoas, sempre em busca de novos aprendizados nas áreas diversas da vida.

Também, surgiu a oportunidade de desenvolver um projeto na educação matemática, mais especificamente no ensino fundamental, em que começa o processo de aprendizagem de conceitos escolares. Este projeto ocorreu durante a graduação, no curso de Matemática, Licenciatura, na Universidade Federal do Rio Grande (FURG), situada em Rio Grande, RS. Continuou, vinculado à mesma instituição mesmo enquanto cursava o mestrado, no Programa de Pós-Graduação e envolveu professores de matemática. Ao ingressar no programa de mestrado da Universidade Federal de Pelotas (UFPEL), a proposta de trabalhar com pensamento algébrico veio a partir de um convite da professora Circe Mary Silva da Silva Dynnikov,

a minha futura orientadora. Logo de início, sentia o encanto de vivenciar os aspectos das trocas culturais, visto que nasci, cresci e me graduei na Ucrânia. Atualmente, vivo e estudo no Brasil, a qual considero como minha segunda casa, especialmente o Sul do país, local em que busco a realização do meu sonho de obter o título de mestre. O encanto maior pelo projeto veio com a ideia de ter contato com livros do autor do referencial teórico: escolhido para a fundamentação da dissertação, na minha língua materna: a teoria de Ensino Desenvolvimental de D. B. Elkonin e do V. V. Davydov, os quais vão ser explanados partindo da perspectiva e da experiência próprias. Essa teoria ainda não foi completamente desmistificada. Ela se apresenta como de grande interesse para os pesquisadores aprofundarem os estudos que são realizados no Brasil, além de contribuir com as novas descobertas referentes a esta proposta de ensino. As leituras dos escritos com base na referida teoria, se tornaram, nestes últimos tempos, as minhas melhores amigas.

Dando continuidade à minha história, gostaria de explanar mais sobre minha formação. Eu sou graduada em Linguística Aplicada pela Universidade Nacional de V.N. Karazin de Kharkiv que, atualmente, é a segunda maior da Ucrânia. Na minha formação, obtive título de Bacharel em Letras. Também, na Ucrânia, obtive diploma de especialista na área de linguística aplicada, que corresponde o grau da pós-graduação (*lato sensu*), no Brasil. Após a graduação, trabalhei como tradutora e professora de inglês na Ucrânia e durante a minha vivência no exterior, fora da Ucrânia, até o presente momento. Vivi toda minha infância e adolescência, em Kharkiv, local onde foram realizadas primeiras experiências do sistema de ensino Elkonin- Davydov, no final dos anos 50. No entanto, estudei em escolas que adotavam o sistema tradicional. Sempre tive um bom desempenho escolar e buscava atividades extracurriculares para ampliar meus conhecimentos matemáticos, como, por exemplo, nas olimpíadas de matemática. Na minha experiência e percepção pessoal, tive uma ótima base de conhecimento, uma vez que, mesmo com o passar de anos, consegui retomar os estudos e ingressar em uma universidade federal do Brasil. Graduei-me como professora licenciada de matemática, pela FURG, em que estudei durante quatro anos e meio, sem apresentar dificuldades demasiadas. Nesta instituição, tive a oportunidade de viver a realidade dentro de uma universidade pública, no Brasil, e comparar as minhas experiências com aquelas vividas na Universidade da Ucrânia. Nesse sentido, tendo em vista que trabalho a muitos anos como professora e tradutora

de inglês e de russo, essa oportunidade de retomar os estudos me despertou o desejo de contribuir com os meus conhecimentos na área de educação, em termos de pesquisa. Minha busca pela informação e vontade de continuar aprendendo novos conhecimentos, me proporcionou a cursar pós-graduação, própria para professores da matemática, pela mesma instituição da minha segunda graduação.

O fato curioso que contribuiu na escolha do tema de meu trabalho final foi ficar, na Ucrânia, por quatro meses, no início da pandemia causada pelo vírus Covid 19, com espaço aéreo fechado. Tendo muitas crianças perdidas em relação à tecnologia, no prédio da minha mãe, decidi ajudá-las nas questões referentes à disciplina curricular de matemática. Assim, surgiu a ideia de analisar alguns aplicativos de celular que poderiam ser usados, em casa, para executar tarefas escolares.

Foi uma experiência muito interessante, porque a única ferramenta das crianças em realizar os estudos era o celular e, muitas vezes, elas nem sabiam a existência dos recursos desse instrumento tecnológico, úteis para o estudo.

A possibilidade de continuar estudando me abriu as portas para mais um passo na carreira acadêmica: cursar mestrado na área da educação matemática. Foi intrigante a possibilidade de ampliar e aprofundar os conhecimentos nessa área, bem como de conhecer as tendências e o rumo das pesquisas atuais, nesse campo. Apesar de ter facilidade em aprender a falar uma língua estrangeira e gostar de matemática, não foi nada fácil de escrever os trabalhos das disciplinas e dessa dissertação em português. Vale dizer, que todos os textos, que estão na língua original estrangeira (inglês, espanhol e russo), foram traduzidos nas referências e nas citações para português livremente por mim. Nesse percurso, devido à minha limitação na língua portuguesa, ocorreram várias tentativas, muito trabalho, muitos erros e muitas falhas ao tentar publicar, nas revistas científicas, as descobertas durante a pesquisa na área de educação, referente ao sistema Elkonin-Davydov.

É nesse contexto que se desenvolve a presente dissertação, organizada em 5 capítulos. Na introdução, eu falo um pouco da minha trajetória na vida pessoal e profissional até o momento da escrita do presente texto. No mesmo capítulo, apresento os objetivos da pesquisa – principais e secundários – e justifico a escolha do tema na área da educação matemática, bem como o problema de pesquisa.

Dado que a nossa preocupação, na educação matemática, é entender como o ensino poderia ser diferente, algumas questões se apresentam: E, se mudássemos os seus métodos? Quais são as outras propostas de ensino que deram certo em outros países? Como seria o ensino, se tentássemos entender estas propostas para adotá-las no contexto brasileiro? Claro que são perguntas difíceis de responder, pois tratam-se de objetos da educação matemática em busca de respostas, ao longo dos anos. Nesta dissertação, a intenção é mostrar apenas um caminho e verificar como os professores – que, para mim, são os promotores de interações pedagógicas – se manifestarão sobre a viabilidade da proposta (desenvolvida com eles) pode ser aplicada em suas práticas, integral ou parcialmente. Inicialmente, a pesquisa seria feita com as alunas do curso de pedagogia, durante um semestre. Porém, devido à etapa necessária a vacinação completa, durante a pandemia, desisti de criar as ferramentas para o desenvolvimento da proposta com as pedagogas ou alunas da pedagogia, por meio de um minicurso na modalidade remota. Imaginei que poderíamos buscar adesão dos participantes dentro desta modalidade, mas correria o risco de ter pouca ou nenhuma participação. Para garantir que ia ter dados suficientes para fazer a análise, a opção foi oportunizar a participação das pedagogas, no minicurso, no modo presencial, assim que foi liberado integralmente, no início de 2022.

Tal decisão foi respaldada em TSUKERMAN (1993, p. 23), ao afirmar que “Toda prática pedagógica se baseia na habilidade do pedagogo em aprender, quando surgem novas situações de ensino e educação fora do padrão”. Entendo que, com a minha proposta de minicurso, ajudaria as pedagogas no desenvolvimento da referida habilidade, ao oportunizar a participação em aulas do sistema desenvolvimental, desde os primeiros encontros.

Com esta investigação, pretendo encontrar as evidências de como seria viável a aplicação da teoria de ensino desenvolvimental, nas aulas, desde o início da escolarização das crianças.

De modo mais específico, a pergunta investigativa que pretendo responder é a seguinte: Qual é a compreensão das professoras sobre o pensamento algébrico nos dois anos iniciais de escolarização na perspectiva da teoria desenvolvimental do Sistema Elkonin-Davydov, manifestada durante a realização das práticas pedagógicas.

O objetivo geral é investigar como professores dos anos iniciais do ensino fundamental compreendem o pensamento algébrico e que estratégias ou processos de ensino é possível mobilizar para introduzir atividades algébricas, aos alunos dos anos iniciais da escolarização.

Os objetivos específicos a alcançar são:

- Identificar se os sujeitos da pesquisa, antes do início do minicurso, manifestam alguma dificuldade com o ensino da matemática e o interesse em desenvolver as tarefas que serão propostas.
- Detectar as manifestações de compreensão de pensamento algébrico dos sujeitos investigados, referente ao primeiro ano escolar.
- Analisar as estratégias de resolução de tarefas.
- Refletir sobre os dados do retorno, no final das tarefas propostas, obtidos por meio de um questionário.
- Elaborar considerações com base nos dados obtidos.

Para alcançar os objetivos, inicialmente, tive que aprender sobre a teoria que embasa esta pesquisa. Tal teoria, ao se referir à pedagogia, aponta para a ligação ou indivisibilidade entre a escola e a sociedade. Esta se desenvolve do jeito que aprende, e, finalmente, aprende como quer viver (DAVYDOV, SLOBÓDCHIKOV, 1991). No artigo em espanhol desses autores, eles indicam que este pensamento pedagógico requer uma organização de ensino de tal forma, que coloque as crianças em movimento, como contraposição à pedagogia “parada no tempo”.

Tendo em vista que o mundo tecnológico se desenvolve muito rapidamente, precisamos ser capazes de entender e processar muita informação que recebemos na forma codificada, em números, em gráficos, etc. Com estes avanços, qualquer currículo escolar, não apenas de matemática no Brasil, pode ter dificuldades em atender novas demandas referentes às habilidades tecnológicas, que exigem preparo para usá-las, desde muito cedo. Nesse contexto, surge, para mim, um questionamento: Como podemos mudar, se não temos certeza se, ao propor algo novo, vai ser implementado do jeito que foi idealizado? Parto do pressuposto, com base nos autores mencionados anteriormente, de que precisamos mostrar que o caminho escolhido vale a pena percorrer. E, para tal, exige o enfrentamento dos desafios que surgirão ao longo da nossa caminhada, no mundo. Como qualquer

caminhada, tudo se inicia na infância. Ou seja, é na escola, no ensino – desde os primeiros dias em que se está em sala de aula, que estão: os professores e os alunos. Por isto, considero que a presente pesquisa tem relevância para a sociedade atual e seu interesse vai além desta geração de crianças que, hoje, estão no ensino fundamental.

Nos tempos modernos, buscamos as formas, as teorias, os pensamentos para melhorar o sistema de ensino, a fim de educar os cidadãos, com condições de realizar suas tarefas cotidianas em casa, na escola, no trabalho, etc. É com esta preocupação, que pretendia desenvolver a pesquisa, na base, isto é, no início da aprendizagem referente aos conceitos da área de matemática, com apoio nos referenciais teóricos escolhidos. A motivação emerge da minha necessidade de mostrar as possibilidades de uma leitura e de doção de um currículo, no ensino primário. Aqui se apresenta uma das razões para indicar um caminho de ensinar a matemática, para os mais jovens, dirigido por um ensino desenvolvimental, que prioriza não só o desenvolvimento de pensamento aritmético, mas também o algébrico e o geométrico.

Segundo Lins e Gimenez, (1997, p. 9)

[...] pensamos que nossa perspectiva permite explicar o fato de que hoje a álgebra escolar representa o mais severo corte (momento de seleção) da educação matemática escolar sem que para isso precisemos recorrer a noções como a de que sua introdução na 6^a ou 7^a série é precoce para a maioria dos alunos, que não teriam alcançado o nível de desenvolvimento intelectual requerido.

Na citação, observa-se o problema, nas escolas, de que, nos anos iniciais do ensino fundamental – e até se questiona para os anos finais – a não ocorrência de atenção à álgebra. Consequentemente, não preparam seus alunos para o ensino de álgebra, posteriormente, devido ao baixo nível de desenvolvimento revelado, nas séries mais adiante. Ainda, segundo Lins e Gimenes (1997), os países que fizeram os experimentos de introduzir o ensino da álgebra somente no ensino fundamental, tiveram resultados muito negativos.

De outra parte, os trabalhos dos teóricos que sustentarão a pesquisa, ora proposta, mostram avanços e alguns sucessos em abordagens dos conceitos matemáticos desenvolvidos na escola que, diretamente, colocam a álgebra, desde os primeiros dias na escola. No presente estudo, há a pretensão de ampliar as experiências, desenvolvidas, no Brasil, sobre o Ensino Desenvolvimental, na

perspectiva de Elkonin e Davydov. Também, objetiva trazer evidência da compreensão, desta base teórica, quando da aplicação no ensino dos anos iniciais. Para a execução deste projeto, os professores e futuros professores são os sujeitos de pesquisa, que indicarão ou não a viabilidade de abordar os conceitos algébricas concomitante aos da aritmética e da geometria. Eu me preocupo com os professores do ensino fundamental II que precisam iniciar o desenvolvimento do pensamento algébrico. Além disso, de certa forma, “assustam” os estudantes, por consequência da mudança de notações, uso de letras, apesar de que noutras disciplinas tudo é escrito com letras. O pressuposto é de que a maneira pela qual ensinamos, pode complicar ou facilitar o processo de aprendizagem.

Na pesquisa, num primeiro momento, vislumbrei sua possibilidade, o que requereu uma etapa de apropriação dos conhecimentos do tema sugerido. Ao concluir as leituras selecionadas, mesmo que temporariamente, parti para a parte experimental do projeto, na qual obteria as bases empíricas para a análise propriamente dita do objeto de estudo. Algumas modificações surgiram, ao longo deste ano, e algumas das pretensões foram redefinidas. Portanto, ao seguir o previsto neste projeto, estive atenta ao mundo científico que desenvolve muitas ideias e contribuições válidas, peculiares à área de ensino, à história da cultura e à educação. Junto com a minha orientadora, continuei com o propósito de desenvolver o projeto com as pedagogas, numa escola municipal da cidade, onde resido atualmente.

No capítulo 1, eu mostro os materiais lidos, as pesquisas realizadas até o momento do início do meu projeto e a proximidade delas com a que estou, aqui, desenvolvendo. No capítulo 2, os entendimentos e desdobramentos das leituras da teoria estudadas são revelados para o leitor. As leituras ocorreram sempre na língua original dos autores, para que eu tivesse o entendimento da própria fonte e, concomitantemente, fazia as traduções livres para português. A relação do tema do projeto com o entendimento do pensamento algébrico é abordada no capítulo 3. No capítulo 4, o caminho metodológico é descrito passo a passo para leitor entender o que e como foi feita a pesquisa. No capítulo da análise, explico a compreensão da elaboração do pensamento algébrico, por parte das pedagogas participantes da pesquisa, ao longo deste trabalho, com base no sistema de ensino do Elkonin–Davydov. Também, as manifestações das alunas são levadas em conta. Por fim, no

último capítulo das considerações finais, retomo as ideias a respeito da pesquisa, bem como algumas inquietações para possíveis estudos, nessa área, no futuro.

2 Revisão da literatura

Inicialmente, foi difícil de achar trabalhos relacionados ao tema dos estudos de V. V. Davydov, devido ao uso da palavra Davydoviano, em vez de apenas sistema de Elkonin–Davydov, como é adotado na língua original. Outra dificuldade, no momento da busca por bibliografia, foi por consequência da grafia do nome dos autores mencionados, do Sistema Desenvolvidor, e suas diversas variações. Também, constituiu-se em obstáculo, a tradução das palavras chaves da teoria, como o Ensino Desenvolvidor. Além disso, a presença de outros estudiosos que seguiram os estudos dos trabalhos de Vygotsky, e buscaram a sistematização das descobertas da época com suas contribuições.

Para iniciar a busca por pesquisas sobre o Ensino Desenvolvidor e o pensamento algébrico, foi necessário escolher as palavras-chave que se aproximassem e refletissem esses temas. Nesse sentido, selecionei as seguintes: Ensino Desenvolvidor, Pensamento Algébrico, Anos iniciais.

Inicialmente, lancei-as nos seguintes espaços da internet: base de dados Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), Boletim de Educação em Matemática (BOLEMA), revista ZETETIKÉ.¹ Também, serviram de fontes de consulta, os anais dos eventos: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós- Graduação em Educação Matemática (EBRAPEM), Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), Encontro Nacional em Educação Matemática (ENEM). Portanto, a busca era, respectivamente, por teses, dissertações, artigos e trabalhos, produzidos nos últimos dez anos. No entanto, em função do reduzido número amostral encontrado, ampliei o período considerado: entre os anos de 2007 até 2020 (Tabela 1).

Tabela 1 - Busca na Base de Dados de Teses e Dissertações (BDTD) no período de (2007-2020)

Palavras-chaves	Dissertações encontradas	Dissertações Selecionadas	Teses Encontradas	Teses Escolhidas
-----------------	--------------------------	---------------------------	-------------------	------------------

¹ A escolha das revistas para a pesquisa foi sugerida nas aulas de programa de Mestrado da UFPEL.

Ensino Desenvolvimental	88	3	37	13
Pensamento Algébrico				
Anos Iniciais				

Fonte: Elaborado pela autora

Nota-se que existe muitos estudos sobre a teoria do ensino desenvolvimental, no Brasil. Todavia, ao analisar os resumos e as palavras-chave dessas teses e dissertações, observou-se que a teoria desenvolvimental é pouco abordada na área da matemática, sendo mais frequente em outras disciplinas escolares. Além disso, a teoria, desenvolvida para os anos iniciais na Ex-União Soviética, a maioria das produções encontrada mostra a sua aplicabilidade no Ensino Médio e Superior. Por decorrência, selecionou-se apenas três dissertações e uma tese – dessa busca as palavras-chave “Ensino Desenvolvimental” e Anos iniciais – as quais possuíam relação com tema proposto para a presente investigação. Ou seja, o ensino de matemática, nos anos iniciais, cuja base teórica é o Ensino Desenvolvimental. Posteriormente, é que se adicionou palavra-chave Ensino-aprendizagem na matemática, tendo em vista que a teoria em questão, originalmente redigida em russo e, no Brasil, havia traduções diferentes para a palavra “*obuchenie*”, do russo, sendo a mais adota “aprendizagem”. Diante disso, na nova busca, pretendeu-se mensurar quantos trabalhos nacionais adotavam o referido termo. O Quadro 1 mostra a identificação de três dissertações e uma tese, mas não selecionadas, pois não atendiam ao tema da minha dissertação.

Durante a leitura dos resumos, percebi a importância do estudo prévio da temática principal para ter ampla visão do que está sendo investigado e problematizado, bem como identificar se os seus resultados se referem ao Ensino Desenvolvimental no ensino da Matemática.

Com intenção de ampliar as fontes para revisão bibliográfica, nos anais de evento do EBRAPEM, encontrou-se quatro trabalhos publicados sobre o Ensino Desenvolvimental, em geral, sobre disciplinas escolares e das matérias universitárias (Quadro 1).

Quadro 1 - Anais de eventos: EBRAPEM

Anais de eventos do EBRAPEM: publicações	Autor/es	Resumos
Teoria do ensino desenvolvimental: contribuições para a formação de conceitos matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental	Lucilene Santos de Souza Brito Sandrinho de Souza Brito	O objetivo desta pesquisa consiste em fazer uma revisão da literatura produzida sobre o ensino de matemática nos anos iniciais, a partir de atividades de estudos organizadas com base na teoria davydoviana, por meio da coleta de dados do portal de periódicos da Capes, abrangendo os anos de 2008 a 2016, utilizando o descritor “teoria do ensino desenvolvimental”. Os resultados mostram a necessidade de romper com as teorias que favorecem a formação de conhecimentos superficiais, resultando na formação de conceitos empíricos, e ir além, organizando corretamente as atividades de estudo, a fim de levar os escolares à formação do pensamento teórico.
O lugar do ensino por problemas na teoria do ensino desenvolvimental	Simone Ariomar de Souza	Esse estudo buscar-se-á indicativos de resposta à seguinte questão: de que forma o ensino por problemas aparece na perspectiva da teoria do ensino desenvolvimental? Conclui-se que a organização do ensino de ciências por meio de problemas na perspectiva de Davydov poderá conferir excelência ao processo de ensino e aprendizagem, por proporcionar condições para que o aluno realize a sua atividade de estudo, desenvolvendo o pensamento teórico, adquirindo capacidade para utilizar os conceitos e se apropriando das ações mentais necessárias para lidar com o objeto de conhecimento em qualquer situação particular.
A formação de conceitos matemáticos na perspectiva do ensino desenvolvimental: reflexões sobre uma prática pedagógica em Hidrolândia-Go	Paulo Silva Mello	O presente trabalho apresenta parte dos resultados de uma pesquisa realizada em uma escola pública da cidade de Hidrolândia-Go. A coleta de dados ocorreu por meio da observação de dez aulas de matemática, em uma turma de 9º Ano, na única escola da cidade que oferece a segunda fase do Ensino Fundamental. A falta de conexão entre os conceitos matemáticos, trabalhados em sala, apresentam indícios de formação, apenas, de conceitos empíricos, sendo priorizado, particularmente, o processo mecânico da álgebra. Isso nos desperta para a necessidade de capacitação dos professores de

		matemática da região, cujo foco seja a formação de conceitos matemáticos, e para isso, nos fundamentaremos na teoria do ensino desenvolvimental de V. V. Davydov
Ensino desenvolvimental: a teoria davydoviana para o ensino-aprendizagem dos conceitos científicos	Simone Ariomar de Souza	Inserida na perspectiva histórico-cultural, a presente pesquisa de caráter exploratório e bibliográfico, objetiva apresentar a Teoria do Ensino Desenvolvimental como possibilidade promissora para o ensino-aprendizagem dos conceitos científicos. Buscar-se-á esclarecer as seguintes indagações: do que se trata a Teoria do Ensino Desenvolvimental? Na perspectiva de Davydov, de que forma ensinar para que o aluno se desenvolva integralmente? Conclui-se que o Ensino Desenvolvimental é uma teoria de caráter prático-metodológico, organizada para promover o desenvolvimento do pensamento teórico e formar integralmente o aluno

Fonte: Elaborado pela autora

As leituras dos artigos do Quadro 1 me ajudaram a entender sobre a existência da necessidade de acabar com a formação de conhecimentos superficiais na escola, e com o processo mecânico da álgebra. Isso nos desperta para a necessidade de capacitar nossos professores de matemática e adotar atitudes que podem ajudar a organizar e promover o desenvolvimento do pensamento teórico e formar integralmente o aluno na escola.

Assim, como BRITO e BRITO (2019) chegaram à conclusão da necessidade de

[...] romper com as teorias que favorecem a formação de conhecimentos superficiais, resultando na formação de conceitos empíricos. Propõem para se ir além, com uma organização correta da atividade de estudo, a fim de levar os escolares à formação do pensamento teórico.

A outra pesquisadora, Souza (2017), ao responder à pergunta: “De que forma o ensino por problemas aparece na perspectiva da teoria do ensino desenvolvimental?”, concluiu: “... a organização do ensino de ciências por meio de problemas na perspectiva de Davydov poderá conferir excelência ao processo de ensino e aprendizagem”.

No outro trabalho, Mello (2016) mostra que, após o desenvolvimento de uma prática pedagógica, em Hidrolândia - Goiás, com uma turma de 9º ano do Ensino fundamental, chegou à seguinte conclusão.

A falta de conexão entre os conceitos matemáticos, trabalhados em sala, apresenta indícios de formação, apenas, de conceitos empíricos, sendo priorizado, particularmente, o processo mecânico da álgebra. Isso nos desperta para a necessidade de capacitação dos professores de matemática da região, cujo foco seja a formação de conceitos matemáticos, e para isso, nos fundamentaremos na teoria do ensino desenvolvimental de V. V. Davydov (MELLO et al, 2016)

Por fim, outro trabalho a destacar é o de Souza (2016), que busca desvendar a teoria desenvolvimental para ensino-aprendizagem dos conceitos científicos. A autora, chega às respostas dos questionamentos que faz no início do seu trabalho sobre do que se trata o Ensino Desenvolvimental. Na visão da autora:

[...] o Ensino Desenvolvimental é uma teoria de caráter prático-metodológico, organizada para promover o desenvolvimento do pensamento teórico e formar integralmente o aluno. Além disso, compreende-se que é possível por meio do ensino, intervir na qualidade da aprendizagem, de forma a promover o desenvolvimento integral do aluno (SOUZA, 2016).

O levantamento e a leitura das Dissertações e Teses proporcionaram a maior contribuição para a revisão bibliográfica. O conteúdo e o desenvolvimento delas poderiam ser descritas como a mais empolgantes e interessantes.

No Quadro 2, estão as Dissertações e a Tese selecionadas (BDTD).

Quadro 2 - Dissertações e Teses selecionadas.

Título	Autor/ ano	Resumo
Aprendizagem da álgebra - uma análise baseada na teoria do ensino desenvolvimental de Davydov	KHIDIR, Kaled Sulaiman 2006 Dissertação	A pesquisa buscou investigar e compreender as razões pelas quais alguns alunos aprendem Álgebra enquanto outros apresentam muitas dificuldades. Os resultados apontaram que a dimensão sociocultural dos alunos, embora percebida, não tem

		sido levada em consideração no planejamento e desenvolvimento das aulas de matemática.
Modo de organização do ensino desenvolvimental de fração: o conhecimento revelado por acadêmicas de pedagogia	ISODORO, Luciane Correa de Nascimento 2019 Dissertação	Nesta perspectiva, a pesquisa norteou-se pelo seguinte problema: o que revelam as manifestações das acadêmicas de Pedagogia em relação ao conhecimento sobre o modo de organização do Ensino Desenvolvimental de fração? As manifestações indicam que, inicialmente, as acadêmicas compreendiam o conceito de fração empiricamente.
Ensino e aprendizagem de didática no curso de pedagogia: contribuições da teoria desenvolvimental de V.V. Davydov.	MARZARI, Marilene 2010 Dissertação	A análise da pesquisa revelou que os professores, em sua maioria, responsabilizam os alunos pela pouca aprendizagem e se isentam das responsabilidades de repensar uma melhor forma de organizar o processo, que é predominantemente transmissivo e se fundamenta na concepção da lógica formal. Os alunos, por sua vez, tendem a aceitar bem essa prática de ensino e dificilmente se colocam como sujeitos ativos em seu processo de aprendizagem
A formação de conceitos matemáticos nos anos iniciais: como professores pensam e atuam com conceitos	FERREIRA, Valdivina Alves 2013 Dissertação	O problema central que se buscou esclarecer foi o que o professor que ensina matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental pensa acerca da formação de conceitos matemáticos pelos alunos e, em particular, do conceito de quantidade, que entendimento expressa o

		professor que ensina matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental acerca da formação de conceitos pelo aluno?
Proposições de Davydov para o ensino de matemática no primeiro ano escolar: inter-relações dos sistemas de significações numéricas	ROSA, Josélia Euzébio 2012 Tese	Davydov expressa que suas proposições de ensino superam ou minimizam o divórcio existente entre as significações aritméticas e algébricas. Nesse contexto, definimos a tese de que suas proposições não só minimizam tal divórcio como não permitem o distanciamento, além de incluir as significações geométricas. No decorrer da tese ficou demonstrado que, nas proposições davydovianas, as múltiplas relações entre significações algébricas, aritméticas e geométricas do conceito de número são interconectadas no seguinte movimento: geral ↔ particular ↔ universal ↔ particular ↔ singular.

Fonte: Elaborado pela autora (2022)

Neste quadro, todos os trabalhos despertaram o interesse de querer saber mais sobre os entendimentos dos professores e como eles usaram os conhecimentos da teoria de Elkonin Davydov para realizar os seus projetos. Na sua dissertação, KHIDIR (2006) se engajou para compreender como alguns alunos aprendem álgebra, enquanto outros têm dificuldades em aprendê-la. A falta de bom planejamento das aulas, segundo a autora, me ajudou a enxergar os meus objetivos da pesquisa. Após a leitura queria fazer parte dos planejamentos dos professores, incluindo todos os aspectos socioculturais dos alunos, como Khidir fez. A MARZARI (2010) mostrou a realidade dos professores que em vez de repensar a sua forma de ensinar e planejar as aulas, tentam responsabilizar os alunos pela pouca aprendizagem. Isso me fez pensar que talvez os professores desconhecem como fazer este planejamento de

forma diferente, precisam que alguém mostra o caminho. Na dissertação da FERREIRA (2013), a busca em responder que professores entendiam dos conceitos de matemática nos primeiros anos iniciais e como expressavam o conceito de quantidade, em particular, e como este conceito é formado nos alunos. No momento de ler a tese da ROSA (2012), já sabia que queria investigar, mas tinha muitas dúvidas acerca conteúdo teórico a ser aplicado de forma correta. Nisso me ajudou a tese da Rosa, que usou a união de álgebra, geometria e aritmética, proposta pelo autor da teoria desenvolvimental e demonstrou as relações múltiplas dentro das significações do conceito de número, que são interconectadas no seguinte movimento: geral ↔ particular ↔ universal ↔ particular ↔ singular. Com esta tese da Rosa, tive melhor compreensão do uso da teoria desenvolvimental no ensino de matemática com foco em construir o conceito de número. Entretanto, apenas achei a aproximação maior com meu projeto na forma de buscar a compreensão das professoras, na dissertação da ISODORO (2019). Este trabalho, em particular, é resultado de uma pesquisa sobre a experiência de um contexto de investigação no curso da Pedagogia, na disciplina relacionada à Matemática. Nesse viés, esse estudo teve o intuito de refletir sobre o processo de ensino das acadêmicas, matriculadas na disciplina Fundamentos e Metodologias de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental, do curso de Pedagogia da Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL). O objetivo foi analisar o processo de conhecimento das acadêmicas de um curso de Pedagogia sobre o modo de organização do Ensino Desenvolvimental de fração. A obtenção dos dados ocorreu por meio do desenvolvimento de um Experimento Didático Desenvolvimental, durante um semestre, como um exemplo do processo de ensino e aprendizagem de fração, sistematizado por cinco episódios. Nestes encontros, evidenciara-se as compreensões iniciais das acadêmicas sobre o conceito de fração, seus movimentos de superação e o estágio final de apreensão do referido conceito.

Com a finalidade de investigar o seu problema de pesquisa – com base nos pressupostos teóricos (Teoria Histórico-Cultural, Teoria do Ensino Desenvolvimental e Atividade Orientadora de Ensino) – ISODORO (2019) elaborou e desenvolveu com as acadêmicas um experimento com duração de um semestre, com a resolução de quatro tarefas, pelas acadêmicas. Por exemplo, uma delas consistiu na medição de comprimentos de segmentos de reta. Para tanto, surgiu a necessidade de subdivisão da unidade de medida, no contexto da relação entre medidas A e B, com a unidade

de medida E. Na introdução desta tarefa, as acadêmicas foram instigadas a pensarem como procederiam para medir cada um dos segmentos. O instrumento de medição era um recorte de cartolina, considerado como unidade de medida. Inicialmente, a referência de análise era observação da imagem, que favoreceu a suposição – com base no campo visual – de algumas possibilidades de resolução do problema que se apresentava. Porém, apenas pela observação, não foi possível determinar o número de vezes que a unidade de medida E cabia nas demais medidas. Nesse momento, as acadêmicas manifestam indícios de compreensão, ao expressarem, a necessidade de duas medidas de grandezas para que ocorresse a medição. Para tanto, consideraram uma como unidade de medida da outra, aqui representada pela grandeza comprimento. Neste sentido, a ideia de medição se constitui com base na sobreposição de ambas. As alunas concluíram que a medida E coube 3 vezes inteiras no segmento de reta de medida A. Nas considerações finais, a autora respondeu à pergunta feita no início da sua pesquisa. Afirma que a compreensão das acadêmicas sobre fração se revela, ao adquirirem uma estrutura próxima da teórica, em seu nível mais atual de desenvolvimento, que superou a estrutura empírica que elas apresentaram no primeiro encontro. Esta dissertação me interessou, pois, seu objeto de estudo envolveu pedagogas. Além disso, porque a pergunta da investigação buscava a compreensão do conceito teórico de fração, por parte das futuras pedagogas, assim como na minha investigação com pretensão de investigar a compreensão.

Além das referências encontrados, foi feita a leitura de outras, por sugestão da orientadora e pela banca de defesa do projeto. Uma delas é a tese da Josiane Cruz (2022), que analisa os livros didáticos brasileiros e os livros de Matemática do método de Davydov, em nível do ensino fundamental, na perspectiva de introduzir os conceitos do ensino da equação de primeiro grau. Nesses livros, a referência de análise foram suas definições e como é introduzido o conceito de equação do primeiro grau, em particular para as operações de adição e subtração. Os livros didáticos brasileiros analisados mostram que ‘...o ensino dos conceitos por meio de associações a exemplos, memorizações de regras e macetes, e, comparação com situações particulares que não desenvolvem...’ são ensinados de uma forma empírica. Portanto, sem promover a apropriação de conhecimento teórico, por consequência de

do método de resolução das tarefas de conteúdo empírico. Além disso, não apresentar uma simbologia adequada e os seus são desconexos e aleatórios.

Com a leitura dos trabalhos, apresentados acima, é evidente a necessidade de conectar as informações e conhecimentos compartilhados para construir uma investigação que ajudaria a responder as inquietações acerca de ensino de álgebra nos anos iniciais, que proporcionaria trazer uma contribuição nas aulas de matemática em geral e no planejamento das mesmas desde o primeiro dia dos alunos na escola.

3 Estudos sobre a base teórica

A partir das leituras feitas durante o período da elaboração do projeto, notou-se que existe um interesse, no Brasil e em vários países, em entender como funciona o sistema do Ensino Desenvolvimental, criado na União Soviética por grupo de estudiosos, com base nos estudos de L.S. Vygotsky, junto com outros seus discípulos, tais como: D.B. Elkonin, V. V. Davydov, P. Ya. Galperin, A. N. Leontiev, A. G. Tsukerman, V. V. Rubtsov, L. V. Zankov, N. V. Repkin, entre outros.

No seu livro de 1995, Davydov apresenta D. B. Elkonin como cofundador da teoria do sistema Desenvolvimental, que o ajudou a consolidá-la. Tudo teve início a partir da publicação da coletânea de L. S. Vygotsky, de 1935, sobre “Desenvolvimento intelectual das crianças durante o processo de ensino” (DAVYDOV, 1995, p.9). Desde então, surgiram diversas interpretações das teorias de Vygotsky para explicar a relação entre ensino e desenvolvimento psicológico das crianças, descrita nos artigos de Vygotsky. As teorias de Vygotsky foram estudadas com intuito de formular e organizar um sistema de ensino que provaria a referida conexão, na prática. A ideia de dominar o conhecimento, pelo tipo de generalização do concreto ao abstrato, é um caso típico da abordagem formal-lógica e empírica, em psicologia. Vygotsky negou tal concepção. Porém, suas obras passaram por um período de censura que iniciou a “destruir” ainda nos anos 1930. Mas, “suas obras tiveram uma época de renascença, nos anos 80” (DAVYDOV, 1981, p.79). Isso porque a psicologia “tem a capacidade de assimilar a cultura metodológica de L.S. Vygotsky e desenvolver suas ideias concretas com base na metodologia e na lógica modernas.”

Vale mencionar que, desde os trabalhos experimentais para elaborar o sistema de ensino dentro do sistema educacional soviético - nos anos 50 - a teoria do Ensino Desenvolvimental se estabilizou e foi criada a Associação Internacional do Sistema do Ensino Desenvolvimental de Elkonin-Davydov. Além disso, segundo PUENTES et al, (2018), os estudos ganharam tal força que transformaram o sistema num dos três oficiais do ensino fundamental praticado, na Rússia, e em alguns dos novos países que foram criados, a partir das antigas repúblicas soviéticas. Atualmente, o sistema Elkonin-Davidov é adotado em 2.500 escolas. Conta com uma equipe de trabalho com mais de 1.800 membros, entre pesquisadores, colaboradores, professores e diretores de escolas. Espalhando-se por 72 regiões da Rússia, Ucrânia, Letônia, Cazaquistão, Bielorrússia, etc.

Hoje, a referência que se faz por seus autores é a Teoria de Ensino Desenvolvimental do Elkonin-Davydov, como afirma o próprio Davydov (1995). Para o autor, o ensino e o desenvolvimento se caracterizam por processos entrelaçados. O ensino desenvolvimental surge quando o ensino promove o desenvolvimento, que é mais amplo que o próprio ensino (DAVYDOV,1995). Ao contrário do tradicional, ele garante o desenvolvimento completo, em nível de pensamento teórico, entre a maioria das crianças dos anos iniciais. Por sua vez, no ensino tradicional esta relação se inverte. Ou seja, desenvolve o pensamento empírico, que se baseia nas ações cotidianas das crianças, que apenas aponta para uma caracterização e classificação dos objetos, como forma de resolver problemas comuns, o que é necessário apenas reconhecer alguns objetos.

Entretanto, para entender algo novo, é necessária o desenvolvimento do pensamento teórico, que ajuda a resolver problemas novos e não esperados. Isso porque as crianças investigam, descobrem e formulam as condições da origem do conhecimento. No seu artigo sobre a compreensão do ensino desenvolvimental, Davydov (1995, p. 8) explica que, devido à importância da relação do ensino com o desenvolvimento dos escolares, Vygotsky a colocou, como “pergunta central e essencial”, dos problemas da psicologia da educação infantil. Esta pergunta passou a ganhar ainda mais importância, nos anos 1990, isto é, 60 anos após os estudos de Vygotsky serem publicados. Atualmente, existem centros de estudos, em muitos países, com intuito de aprofundamento dos pressupostos vygotskyanos para preparar a nova geração de educadores e, por extensão, de alunos (PUENTES, 2018; ALEKSANDROVA, 2019). A essência para o desenvolvimento das crianças é o ensino por meio da comunicação e da cooperação dos adultos e colegas mais velhos. Se elas forem corretamente organizadas, criam as condições necessárias para a constituição das zonas de desenvolvimento proximal. Estas, se apresentam como de possibilidades, devir – mas ainda carente de interações sociais, com suas necessárias mediações simbólicas – para que, posteriormente, se transformem em um plano das suas realizações individuais e independentes. Apesar de não constar detalhamentos sobre o ensino desenvolvimental, nos trabalhos do Vygotsky, para Davydov (1994, p.17) e outros cientistas, o conceito de zona de desenvolvimento proximal começou a ser estudado por muitos pesquisadores, na época. Isso porque é considerado um dos elementos mais importante no objeto de estudo do ensino desenvolvimental.

Em uma das últimas palestras de Vygotsky, no Instituto Pedagógico Herzen de Leningrado, em 1933-1934 (chamado São Petersburgo atualmente) – na tradução que consta na sua coletânea, PUENTES (2018, p. 35) explica o significado do desenvolvimento humano, principalmente, nas crianças:

[...] que o homem é um ser social, que, fora da interação social, ele nunca desenvolverá em si aquelas qualidades, aquelas propriedades que têm sido desenvolvidas como resultado da evolução histórica de toda a humanidade.

Conforme o autor, as funções psicológicas superiores surgem como forma de comportamento coletivo, de cooperação com outras pessoas. Depois, elas se tornam como funções de interior de cada criança.

Sobre o entendimento da teoria desenvolvimental e a diferença do processo de aprendizagem da criança, vale repetir as palavras de Vygotsky:

[...] a aprendizagem não é, em si mesma, desenvolvimento, mas uma correta organização da aprendizagem da criança conduz ao desenvolvimento mental, ativa todo um grupo de processos de desenvolvimento, e esta ativação não poderia produzir-se sem a aprendizagem (2010, p. 115).

Para Davydov (1974), a didática tradicional entende o rigor científico no seu sentido empírico estreito e não em seu significado dialético. Ou seja, não no sentido de procedimento especial de reflexo mental da realidade, por meio da ascensão do abstrato ao concreto.

Movido por tal entendimento e por se apresentar como algo, no sistema de ensino Elkonin-Davydov, é dado constante apoio, tanto para os professores como para os pais dos alunos que nele estudam. Tal atenção é válida, na atualidade em contexto de pandemia, pois ensino que, por dois anos, basicamente ocorria a distância deixou defasagens na aprendizagem dos estudantes.

Retomando os estudos referentes ao sistema Elkonin-Davydov, vale reafirmar que esses autores trouxeram definições dos trabalhos de Vygotsky. Como dito anteriormente, principalmente, no referente ao conceito de zona de desenvolvimento proximal, que se formam nas interações entre a criança com os colegas e adultos. É nesse contexto que ela desenvolve as funções intelectuais superiores, por decorrência da apropriação dos conceitos e seus modos de ação. Ainda, de acordo com trabalhos

do Vygotsky, a criança pode fazer algo novo sozinha, só depois de vivenciá-lo com os outros. Isso significa que a organização desses processos requer um trabalho coletivo.

Estas, entre outras hipóteses do Vygotsky, desde a sua publicação dos seus trabalhos (1934) até as últimas décadas, permaneceram apenas na teoria, até que os acadêmicos soviéticos a concretizaram na organização do ensino. (DAVYDOV, 1995, p. 19, tradução nossa).

O grupo de Elkonin, no qual pertencia Davydov, estudou a importância do desenvolvimento do pensamento da criança. nos primeiros anos do ensino fundamental. Ele identificou que, nas escolas tradicionais – em sua maioria – não existia o desenvolvimento completo das crianças. Ou seja, conforme adverte DAVYDOV (1994, p. 28), “as zonas de desenvolvimento proximal não se transformam em zonas de desenvolvimento atual apenas usando o pensamento empírico”. Isso porque, segundo o autor, a classificação dos objetos – do mundo que a criança conhece – tem por base as propriedades sensíveis ao visual. Portanto, mesma que a criança faz ainda na idade pré-escolar.

Ainda, na definição do ensino teórico, em que se fundamenta a teoria desenvolvimental, SCHMITTAU (2004) faz a seguinte comparação: enquanto as crianças nos EUA têm experiências pré-algébricas numéricas, crianças russas, do programa escolar de Davydov, têm experiências pré-numéricas que são algébricas.

O autor ainda menciona que os educadores norte-americanos – influenciados pelos “níveis de desenvolvimento” piagetianos – assumiram que os alunos eram incapazes de pensar de uma forma abstrata até a adolescência. No entanto, psicólogos russos, que trabalham na tradição vygotskyana, afirmam que, a partir de sete anos de idade, as crianças são capazes de desenvolver a capacidade de pensar teoricamente.

De acordo com DAVYDOV (1996), cada etapa de crescimento do ser humano é caracterizado por nível específico de desenvolvimento psíquico. A infância tem diferentes etapas e, cada uma delas, apresenta características que são definidas por sua atividade principal (primeira infância, período pré-escolar, período de latência, etc.), Cada atividade principal muda conforme o lugar que a criança ocupa nas relações sociais e suas novas formações psíquicas. O autor, com base em Elkonin, define as seguintes atividades para cada fase de crescimento:

- Comunicação emocional direta, própria de crianças até um ano de vida, que supre a necessidade de comunicação com outras pessoas;
- Estudo de manipulação dos objetos, de 1 até 3 anos de vida;
- Atividade lúdica (jogo), inerente às crianças de 3 até 6 anos de idade;
- A atividade de estudo (DAVYDOV, 1996) que é típica das crianças de 6 a 10 anos, em que se baseia na formação da consciência e do pensamento teórico.
- Atividade de estudo e vocacional na idade de 15-17, 18 anos quando surge interesse profissional.

A etapa escolhida, na pesquisa presente, é aquela em que a criança entra na escola, isto é, a atividade de estudo. Nesta, a criança começa a dominar o conteúdo de formas desenvolvidas da consciência social com ajuda do professor. O caráter destas formas desenvolvidas (ciências, arte, religião, moral, direitos) é considerado como teórico. A apropriação delas, ao longo dos anos escolares, é conectada com conteúdo das formas desenvolvidas da consciência social. A diferença desta idade de 6 a 10 anos é que a atividade de estudo é a atividade principal, quando noutras etapas a atividade de estudo está diretamente ligada com outros tipos de suas atividades socialmente importantes.

O grupo de Elkonin e, posteriormente de Davydov, desenvolveram uma teoria com base em dois tipos de pensamento: empírico e teórico. Como pensamento teórico, os autores entendem a generalização significativa, promotora da possibilidade de se traçar. Mentalmente, a origem de características individuais ou particulares do sistema. Pensamento teórico significa, precisamente, criar uma generalização significativa de um sistema particular e, em seguida, mentalmente, este sistema pode revelar as possibilidades da sua criação universal e essencial. Ao comparar os objetos dentro de um sistema em processo de análise, pode-se fazer separação deles em classes, independentemente de terem relação ou não. É a análise que permite a revelação das relações similares de um sistema integral. Os conhecimentos teóricos surgem com base de transformação mental dos objetos, que refletem as relações internas, por superar as percepções de base empírica. A generalização teórica e significativa, de acordo com V.V. Davydov, é realizada analisando um certo todo em um conjunto específico para descobrir sua relação geneticamente original, essencial e universal como base da unidade interna desse todo. A ascensão do abstrato ao concreto é o uso de uma generalização significativa como um conceito de alto nível

para a subsequente derivação de outras abstrações "concretas" mais específicas. A ascensão do abstrato ao concreto é o princípio geral da orientação do aluno em toda a variedade de materiais educacionais reais. A forma de desenvolver o pensamento dos escolares é principalmente dedutiva.



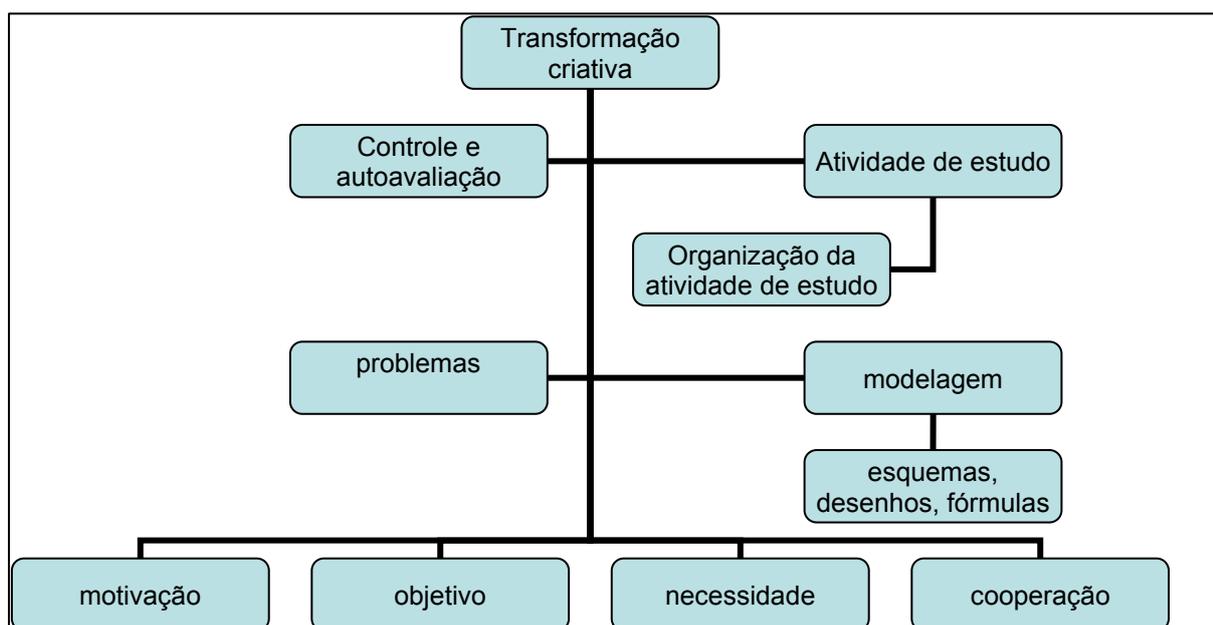
No conhecimento teórico, existe uma conexão entre o universal e o singular, mediado pelo particular. Se comparar com a concretização do conhecimento empírico, este consiste em seleção das imagens e exemplos que fazem parte de um sistema de objetos. No conhecimento teórico, as manifestações e explicações de uma regra particular ou individual surgem de um sistema integral analisado. Para fixar o conhecimento empírico, é preciso lembrar as palavras chaves. Enquanto a fixação do conhecimento teórico, é expressa nas formas de atividade mental, inicialmente, depois nas formas de símbolos e sinais dentro do sistema, por meio de linguagem artificial ou natural. Com toda diferença entre estes dois pensamentos, para as ações mentais e os conhecimentos adquiridos requerem ambos tipos, para complementar-se na resolução dos problemas de vários tipos na vida cotidiana das crianças. O grupo de Davydov entende que a base do desenvolvimento psíquico das crianças dos anos iniciais consiste na modelagem da atividade escolar, chamada, entre seus membros de atividade de ensino. Esta surge ao longo do processo de aquisição de conhecimentos teóricos, o que requer o desenvolvimento de ações significativas como analisar, planejar e refletir.

As ideias principais são explicadas, pelos autores, no contexto da teoria da atividade de ensino e seus modelos foram aplicados para o ensino de diferentes matérias. A palavra atividade, no seu aspecto filosófico e pedagógico, significa a transformação criativa pelas pessoas da realidade na qual vivem e, conseqüentemente, elas também se transformam. Davydov (1995) define a atividade de ensino como diferente da atividade laboral e atividade de jogo. Na atividade de estudo, a criança se apropria do conhecimento teórico, por meio dos processos de transformação da realidade. Quando a criança, desta faixa etária, está em atividade de estudo como a principal, ela é responsável no desenvolvimento. Se ocorrer desde os primeiros anos da escola, se expandirá, posteriormente, nas outras faixas etárias. Importante ressaltar que é a necessidade a impulsionadora para que as crianças a realizarem as ações e operações, dessa atividade, em conjunto com professor e com colegas. São nessas interações que acontecem o desenvolvimento das funções

intelectuais. Isso ocorre, inicialmente, em grupo e, depois, individualmente quando a criança expressa os significados conceituais e reproduz os modos de ação (TSUKERMAN, 1993, ALEKSANDROVA, 2019, DAVYDOV, 1995).

Para melhor sintetizar o desenvolvimento da criança, no contexto da atividade de estudo, apresento a Figura a seguir.

Figura 1 - Esquema da construção do Pensamento Teórico



Fonte: elaborada pela autora, 2023

Interessante esclarecer que, ao se falar em transformação criativa, conforme Figura 1, não se pode confundir com qualquer mudança que pode acontecer, o que interessa é a transformação que envolve todos os elementos estruturais a teoria da atividade do estudo.

Davydov (1995) aponta que, para criar as condições para desenvolvimento das crianças, à sua época, é preciso mudar os conteúdos 'que' e 'como' eram ensinados no sistema educacional vigente, até então. Professores percebem que o objetivo escolar não é apenas dar conhecimento para os alunos, mas ensinar a eles a encontrar seu próprio caminho para informação científica e outros tipos. Para isto, precisamos ensinar eles a pensar, ou seja, introduzir uma educação desenvolvedora.

Ao justificar estes argumentos, Davydov (1995) defende a ideia de que a educação deve ser considerada como fator necessário para o desenvolvimento mental de uma pessoa. O autor adota como base os estudos de Vygotsky, ao argumentar que desenvolvimento psíquico da criança se determina na criação e pela educação. Ainda, cita as experiências que foram realizadas e publicadas em algumas escolas, na antiga União Soviética, que adotaram educação dentro da teoria desenvolvimental.

Pensamento se desenvolve fora da escola, longe do ensino escolar, onde acontece a formulação, utilização e a cultivação deste tipo de pensamento. Portanto, as escolas tradicionais não criam outro tipo do pensamento nos escolares, além do empírico que é conectado à formação psíquica da criança, junto com o desenvolvimento mental geral. Mas, não é para ele que se volta as ações escolares, pois eles se apresentam como obstáculo à formação do pensamento teórico. As crianças precisam investigar, descobrir e formular as condições da origem do conhecimento, o que ocorre na atividade de ensino desenvolvimental.

No livro de 1992, Davydov escreveu sobre as principais diferenças do pensamento teórico e o pensamento empírico, que são agrupados no quadro a seguir:

Quadro 3 - Pensamento teórico contra pensamento empírico.

Pensamento teórico	Pensamento empírico
Conhecimentos teóricos surgem pela análise das relações internas do sistema como um todo e que serve como base genética de suas manifestações.	Conhecimentos empíricos surgem na comparação dos objetos e ideias sobre eles que permite encontrar características em comum.
Pensamento inteligente que está relacionado com a pesquisa de natureza da sua própria base, ou seja, com a pesquisa dos conceitos. Generalização teórica é a parte do processo de ascensão do pensamento ao concreto, que seria a integridade objetiva.	Pensamento que se apoia no pensamento racional e imagens visuais.

A análise realizada estabelece uma forma universal de caracterização, tanto do representante de uma classe, quanto de um objeto particular.	A comparação estabelecida por meio do conhecimento empírico permite situar objetos específicos em uma determinada classe, independentemente da existência de qualquer relação entre eles.
O conhecimento teórico se fundamenta na transformação dos objetos e reflete as relações existentes entre as suas propriedades e ligações internas e vai além das representações sensoriais.	O conhecimento empírico se baseia na observação e reflete as propriedades exteriores dos objetos, e é fundamentado em apenas nas representações concretas.
Se fixa uma relação entre o sistema como um todo e o particular ou individual.	As propriedades específicas dos objetos são análogas à propriedade formal comum.
A concretização dos conhecimentos teóricos consiste em derivar as manifestações concretas de um sistema como todo da sua origem universal.	A concretização do conhecimento empírico consiste na escolha das ilustrações, de exemplos relativos que fazem parte de uma classe formal dos objetos.
Os conhecimentos teóricos são fixados pelos modos da atividade intelectual, inicialmente, e, depois, nos sistemas semióticos diferentes.	Fixação dos conhecimentos empíricos se deve aos termos de palavras.

Fonte – dados da pesquisa (2022)

Como podemos observar no quadro, o pensamento teórico tem como uma das suas características a análise como forma de encontrar a origem genética da fonte de um sistema como todo. Outra característica, a reflexão, que se apresenta como condição para que a pessoa analise seus próprios pensamentos e o porquê eles e

suas sequências descubram as relações internas entre os unem. Há, pois, um contraste em relação ao ensino tradicional, que se baseia: em associações; em conexões de estímulo-resposta; no uso de um método visual acompanhado de uma explicação verbal; e na dedução de coisas mais importantes por métodos constantes.

A teoria se refere a uma criança que adquire conhecimento na forma da atividade de estudo, cujos componentes são: necessidades, motivação, problemas, ações e cooperações que se transformam em aprendizagem. A ideia é achar uma relação geral dos conceitos para resolver muitos problemas similares sem dificuldades, o que ocorre por meio das ações de estudo próprias da atividade de estudo. O primeiro ponto importante aqui é o fato de que os alunos dominam o conhecimento teórico enquanto resolvem os problemas escolares. O segundo ponto importante é a adoção do princípio da atividade objetiva, o que requer ilustração e explicação.

Apesar das diferenças entre os dois tipos de ensino, com seus conhecimentos e modos de pensar, ambos são necessários para cada pessoa na vida. De acordo com Davydov (1995, p. 32), os dois tipos de pensamento são complementares para obter o desenvolvimento individual, a fim de resolver as tarefas de diferentes tipos. Porém, apenas o ensino desenvolvimental resolve problemas na área de conhecimento científico, necessário à formação: dos valores morais e religiosos, de imagens artísticas e das normas jurídicas. Por isso, o ensino desenvolvimental se relaciona com pensamento teórico e os conceitos científicos.

No seu livro de 1996, Davydov explica que não é qualquer atividade escolar que pode ser considerada como uma atividade de estudo. Esta postula duas condições que proporcionam a transformação criativa das crianças. A primeira se refere à forma de aprendizagem dos alunos: indo do abstrato ou geral para os casos particulares ou concretos. A segunda diz respeito à descoberta das condições e das relações substanciais dos conhecimentos que surgem durante o processo.

Para tanto, um componente essencial da estrutura da atividade de estudo é a tarefa de estudo que, segundo Davydov (1986, p.168) exige a análise de material fático, com fim de descobrir, nele, certa relação geral – isto é, a dedução sobre a base de abstração e generalização – e o domínio, neste processo analítico sintético, do procedimento geral de elaboração do objeto estudado.

Para Davydov (1986, p. 62), a atividade de estudo é formada nas crianças de 6-10 anos. É nela que as crianças desenvolvem o pensamento teórico, as habilidades relacionadas a este pensamento – reflexão, análise, planejamento mental – e, junto, surgem as necessidades e motivos de estudar.

A atividade de estudo: determina o surgimento das principais neoformações psicológicas; define o desenvolvimento psicossocial dos escolares de menor idade; e determina as condições para a formação da sua personalidade. O termo atividade escolar, que significa um dos tipos das atividades das crianças, não é igual a palavra ensino. Isso porque as crianças também são ensinadas por meio das outras atividades (jogos, trabalho, esporte, etc.).

A essência – conforme nossa interpretação do texto dos autores – é construída ao longo da história da sociedade, num contexto educação dos jovens, de acordo com as necessidades de formas de conhecimentos teóricos de cada época. Durante a reforma escolar de 1984, que teve seu início nos anos 1960, na antiga União Soviética, a sociedade enfrentou os desafios de melhorar o ensino e educação para garantir o mais alto nível do ensino de cada matéria escolar. Era muito importante a educação das pessoas, como cidadãos de uma sociedade e com posição ativa no exercício deste direito. O desafio maior era a superação do ensino, predominante na antiga União Soviética, fundamentado no pensamento empírico, amplamente adotado nos processos educativos de todos os níveis (DAVYDOV, 1981). A luta era pelo ensino desenvolvimental, cuja base “é o conteúdo que proporciona a organização de ensino. O desenvolvimento intelectual do ensino é realizado através dos conhecimentos que a criança aprende” (ELKONIN, 1992, p 38).

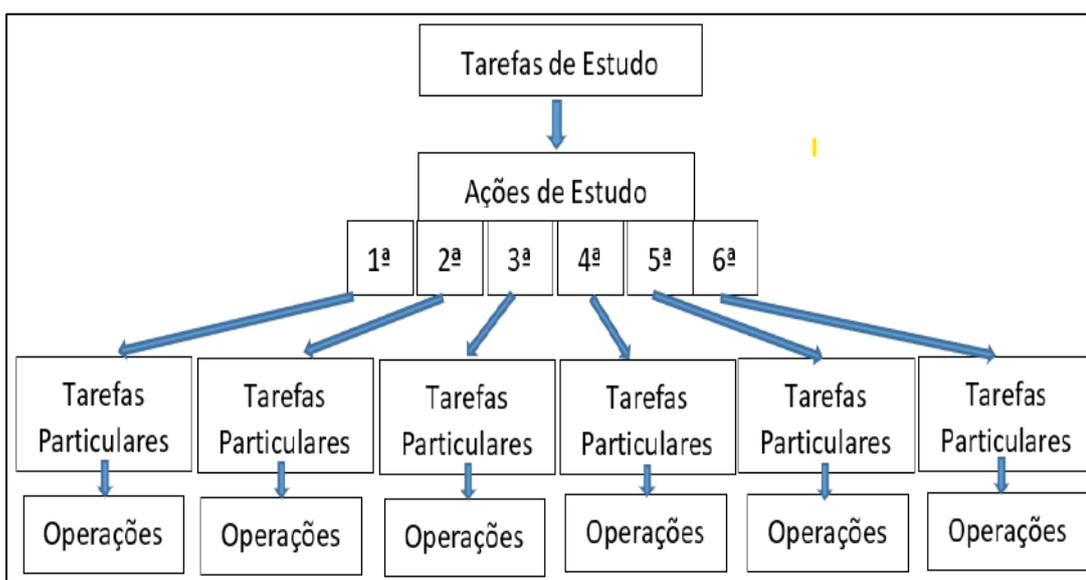
A fim de romper com este ensino tradicional, surge a proposta de ensino desenvolvimental. Ao entrar na escola, as crianças não têm necessidade de adquirir os conhecimentos teóricos. Esta necessidade surge durante o processo de aprender alguns conhecimentos teóricos como resultado das interações o professor no processo de execução de algumas ações, voltadas para solucionar certas tarefas. Assim, os conhecimentos teóricos são os fundamentos e a necessidade da atividade de estudo. São as necessidades que impulsionam os escolares a assimilar e reproduzir os conhecimentos teóricos. Por meio de solução das tarefas acontece a transição do abstrato ao concreto, como forma de adquirir tais conhecimentos. As

tarefas são solucionadas pelas ações de estudo (DAVYDOV, 1986 e 1988; ROSA & DAMAZIO, 2012). As ações de estudo são:

1. Transformação dos dados da tarefa com intuito de identificar a relação universal do objeto estudado;
2. Transformação ou modelagem da relação identificada em forma objetiva, gráfica ou literal;
3. Transformação do modelo da relação para entender suas propriedades na forma pura;
4. Construção do sistema das tarefas particulares, que têm o mesmo procedimento geral para serem solucionados;
5. Controle da realização das ações anteriores;
6. Avaliação da assimilação do procedimento geral, como resultado da solução da tarefa dada.

Cada uma dessas ações é executada por várias tarefas particulares que, por sua vez, requerem peculiares operações. Como podemos ver na próxima Figura 2:

Figura 2 - Os pilares da atividade do estudo para Davydiv (1996)



Fonte: elaborado pela autora (2022)

Os trabalhos de Davydov mostram as características do movimento do pensamento de ascensão do abstrato ao concreto, que é uma das peculiaridades do processo de envolvimento da atividade de estudo. Ao iniciar o estudo de algum tema, os escolares, orientado pelo professor, analisam a tarefa particular (situação). Juntos, destacam algumas características comuns, em geral. Depois, estas características são vistas em outras relações particulares, que pertencem ao mesmo tema. Os alunos identificam os elementos da relação essencial e fixam na forma objetiva, gráfica e literal. Ou seja, na análise das tarefas particulares pertinentes ao tema, os alunos descobrem uma relação regular das relações iniciais com suas diferentes aparições. E, assim, eles obtêm a ideia generalizada do conteúdo daquele tema. Neste processo, o professor sempre ajuda os estudantes a elaborar as abstrações para casos particulares e para a generalização do tema principal. Davydov (1986, p.150) autor cita Elkonin a respeito da atividade de estudo, afirma: “A assimilação do conhecimento teórico por meio da atividade de estudo é plenamente realizada, quando combinada com outras atividades, como jogo, trabalho, esporte, resolução das tarefas, etc.”. A atividade de estudo não deve ser compreendida apenas como uma manifestação da atividade intelectual e cognitiva das crianças, ela é um momento da sua totalidade na vida plena, durante o período escolar. A relação entre as atividades de estudo com outras atividades da criança serve como base psicológica da unidade de inseparabilidade da educação e o ensino.

Andriuschenko et al (2016) mostram o que representa, para Elkonin, a atividade de estudo, “cuja essência está na resolução de problemas educacionais, que diferem de outras tarefas resolvidas por uma pessoa”. E isso é “determinado pelo fato de que seu objetivo e resultado focam em mudar o próprio sujeito, que consiste no domínio, por ele, métodos generalizados de ação”.

Agora, para exemplificar como um curso na prática foi pensado, veremos o livro de Davydov (1982) traduzido para espanhol. Nesta obra, ele evidencia que, para as crianças se apropriarem do conceito teórico de número, no primeiro ano escolar, o ensino é organizado em duas etapas. Primeiramente, elas aprendem a comparar as magnitudes dos objetos. Usam os parâmetros (grandezas): peso, altura, largura, volume. No processo de medição, comparação, as crianças anotam os resultados com o uso dos símbolos ou letras, ou seja, representam as grandezas na forma geral.

Na segunda etapa, elas fazem as suas medições e as respectivas anotações. As crianças aprendem a representar as grandezas por meio da correlação das linhas desenhadas no papel. Depois, ao fazer suas próprias observações, agora medindo os objetos, elas percebem com nitidez que, ao comparar as grandezas, existem relações entre as mesmas. Estas relações podem ser escritas com o uso das letras e colocar como fórmula: $a=b$, $a>b$ ou $a<b$. Dado se trata de crianças de 7 anos, em processo de alfabetização, é possível que elas apresentem dificuldades na relação e uso dos símbolos de igualdade e desigualdade. Porém, no segundo mês de estudo, esta dificuldade é superada. Também, aqui, se destaca duas outras relações, que se caracterizam como etapas: 1) "Si $a = b$, $a + c > b$ ", e 2) uma nova igualdade é possível quando temos uma condição de que " $a + c = b + c$ ". Neste tipo de relação, as crianças, segundo Davydov (1982), assimilam com facilidade a ideia de equilíbrio e como mantê-lo. Esta assimilação – dos aspectos mais gerais, pelas crianças nesta idade – dá subsídios para evitar alguma possível dificuldade, em estudos mais adiante. Estas representações de comparação das grandezas e as suas desigualdades, abrem um espaço para iniciar a tradução em equações e inequações. Parte das condições das desigualdades do tipo $a < b$, até atingir modelos transformados do tipo $a + x = b$ e o decorrente $a = b - x$. Após, determinam o valor do x , como algo natural, como um passo em suas elaborações. Mesmo sem operar com os números, as crianças serão capazes de criar as equações e determinar o "x". O autor afirma que, para criança de 7 anos, este tipo de problemas é de fato algo que ela assimila em curto período de tempo, como premissas de um pensamento teórico. Para introduzir número, usa-se representação geral das relações das grandezas que as crianças já conhecem.

Davydov (1995, p.165-167) explica passo a passo como acontece esta assimilação. Para comparar as grandezas (ex. comprimentos ou pesos), são propostas, às crianças, tarefas particulares de comparações. Ao fazer comparação, a criança se depara com a descoberta da terceira medida dentro da proporção múltipla, que de fato representa o número real. Assim, duas medidas A e B que são difíceis de comparar, a criança descobre uma terceira medida e pode estabelecer quantas vezes quiser esta nova medida cabe em A e B. Isso pode ser escrito da seguinte maneira: $A/C + B/C$.

A linha entre as medidas significa a relação múltipla, que pode ser expressa de forma gráfica, simbólica ou em números. Estes procedimentos podem ser analisados

como parte da atividade das crianças, caracterizada por 5 etapas (DAVYDOV, 1996, p. 102):

1. A criança aceita a tarefa proposta pelo professor;
2. A criança faz a transformação das medidas para obter a relação da relação múltipla;
3. A criança modela o processo de encontrar a relação múltipla e o seu resultado;
4. Ela realiza a transformação de modelo para entender as qualidades gerais;
5. Ela faz a concretização de um processo geral.

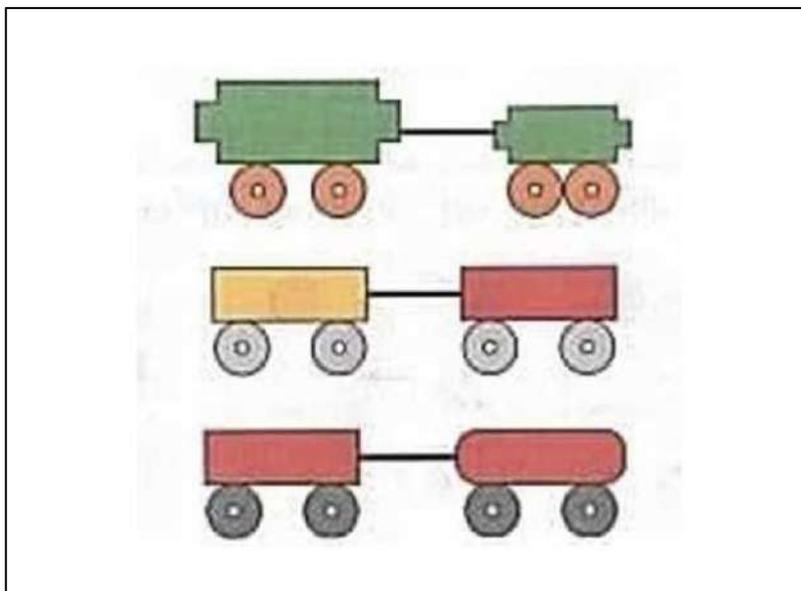
O conceito teórico de número se apresenta numa fórmula (modelo literal) geral, em que cada letra representa uma grandeza e o signo numérico é a relação entre elas. Esta mesma representação facilita futuramente o trabalho com as frações.

Em síntese, poderíamos dizer que ocorre a seguinte ordenação de conceitos: Grandezas → relações → número que se objetiva no modelo. Com base nesse movimento, ocorre a transformação de tudo para situações particulares, isto é, acontece a concretização. Portanto, resulta em formação do pensamento teórico caracterizada por: Grandezas representadas por letras, relações que usam as letras e o número que resulta da relação entre as grandezas.

Observamos esta ordenação, ao analisar o livro didático que materializa o Sistema Elkonin-Davydov (DAVYDOV, 2001). No início do livro, as tarefas começam com o subtítulo de: COR-FORMA-FORMATO. O exemplo da página 3, no primeiro livro do primeiro ano, as crianças aprendem a identificar as características dos objetos.

Por exemplo, em uma das tarefas, é pedido para que os estudantes verifiquem o que os vagões têm em comum, como se chama esta característica; o que eles têm de diferente, como elas se chamam.

Figura 3 - Tarefa da oficina 1 com vagões e as características diferentes.



Fonte: Davydov et al (2012).

As crianças são orientadas para observar, descrever e analisar os objetos pelas suas características, que são referências para estudar as relações de igualdade e desigualdade dos objetos.

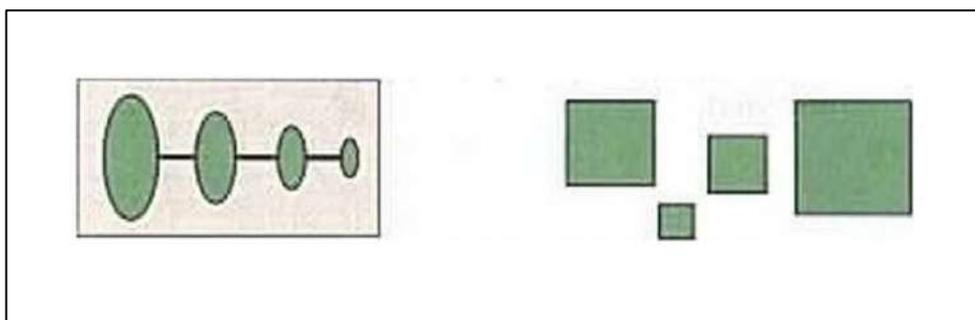
Diferentemente, como observou Rosa (2012, p. 12), nos livros didáticos brasileiros o caráter relativo da propriedade tamanho dos objetos e figuras não é considerado. Os livros apresentam apenas algumas situações que envolvem, de forma estática, os atributos pequeno, médio e grande, maior-menor, ou mais curto-mais comprido. Segundo autora, nesse primeiro livro de autoria de Davydov e seus colaboradores, a preocupação é com o desenvolvimento de algumas propriedades básicas das relações matemáticas relacionadas à posição, tamanho e forma. Por sinal que também aparecem nos livros didáticos brasileiros, porém de forma fragmentada, estática e voltam-se somente para a observação empírica, que vem em desencontro com as ideias do Ensino Desenvolvidamental.

A outra seção é denominada de: LINHAS CURVAS E RETAS. PONTOS. SEGMENTOS.

Destaco, como exemplo, a tarefa da página 6.

Pede-se na questão: Une as figuras de acordo com o modelo usando segmento.

Figura 4 - Tarefa com os objetos a serem ordenados.



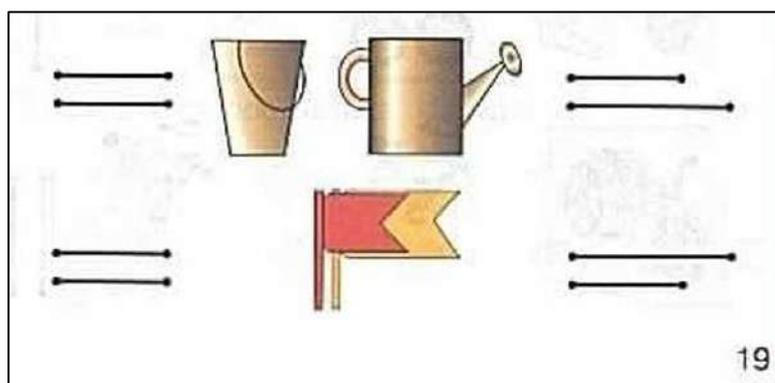
Fonte: Davydov et al. (2012).

De acordo com o livro de professor (GORBOV, 2019), depois vêm as apresentações das grandezas: a reta, linhas curvas e retas, pontos, segmento, comprimento, linhas quebradas, linhas abertas, fechadas, dentro fora e os limites da figura. Todas estas aulas se constituem em preparação e de apropriação desses componentes conceituais, imprescindíveis para o desenvolvimento dos conceitos como área, volume, massa, quantidades e a relação entre eles, que serão estudados na sequência.

Quando a referência é o conceito de área, os alunos iniciam a comparação das figuras, pelo comprimento da largura e da altura. O papel do professor é preparar as as para instigar as crianças a buscar respostas.

Na seguinte tarefa (Figura 5), as perguntas são: Qual é a característica que torna estes objetos iguais? E qual os torna desiguais?

Figura 5 - Tarefa dos objetos com as características iguais e desiguais.

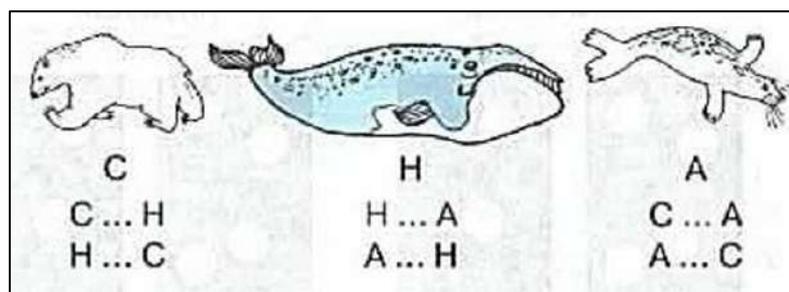


Fonte: Davydov et al (2012).

A relação das figuras e suas grandezas leva as crianças a operarem com conceitos matemáticos, desde os primeiros dias da escola. Ao identificar as desigualdade, as crianças começam a fazer anotações com o uso de letras. Nesta tarefa a comparação acontece com uso dos segmentos que foram estudados previamente. Este tipo de anotação é início de adoção de elementos mediadores para a representação dos modelos da relação essencial do conceito teórico de número e dos demais. Observa-se que as crianças não mais se prendem a apontar verbalmente as características externas dos objetos. Há a presença de segmentos de reta – componente matemático geométrico – para representar a abstração que se apresenta: igualdade e desigualdade.

Noutro exemplo do livro, página 31, pede-se comparar as massas e fazer as anotações das expressões obtidas.

Figura 6 - tarefa sobre a comparação das grandezas.



Fonte: Davydov et al. (2012).

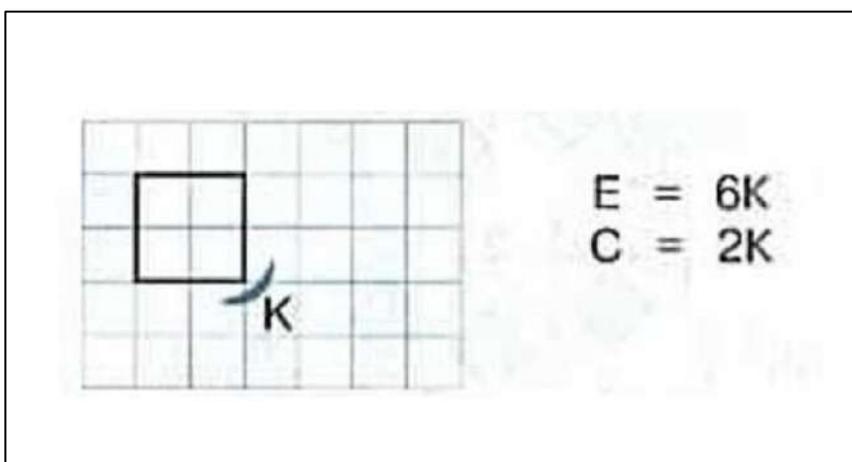
Nestes exemplos, segundo o programa de matemática do 1 ano de Davydov, acontece comparação das grandezas, usando um elemento intermediário que, às vezes, é igual a um deles. Os símbolos de maior e menor – apresentados e elaborados em tarefas anteriores – se constituem em forma de representar a relação de desigualdade da grandeza massa que, por sinal, não está dada objetivamente nos animais ou foto deles (figura), mas delas inferidas pelos estudantes. A tarefa também proporciona a análise da transitividade das relações de menor ou maior (se $A > B$ e $B > C$, então $A > C$ e, devidamente, se $A < C$).

Os esforços para levar as crianças adiante, em termos de nível de abstração, são evidentes em muitos dos problemas que envolvem as propriedades de igualdade e desigualdade. De acordo com Schmittau (2004), este movimento constante com

base em análise de objetos concretos para as idéias abstratas é algo que não pode ser abordado apenas empiricamente, no programa escolar do sistema Elkonin-Davydov. Isso porque as tarefas proporcionam, às crianças, o entendimento de que as generalizações matemáticas válidas, podem ser aplicadas numa classe de objetos sem verificar cada caso de forma independente. As representações algébricas servem para criar e resolver problemas que exigem, dos estudantes, a aplicação de conceitos a casos que não podem ser empiricamente verificados.

Na página 48 do livro didático, consta a tarefa que propõe para o que o estudante desenhe a figura com área E , depois, pintar nela a parte C , com a indicação da unidade K .

Figura 7 - Tarefa que solicita a construção da área E , destacar C , considerando a unidade K .



Fonte: Davydov et al. (2012).

Nesta tarefa, as crianças interpretarão o que ela pede e a executarão, porque têm a noção da área. Além disso, Elkonin e Davydov destacam, nas suas obras, a modelagem como uma ação importante da atividade do estudo. O aluno faz modelos – que traduzem a relação essencial de um conceito –, constrói esquemas para a concretização de uma tarefa. Nesse sentido, no que diz respeito à especificidade do conceito de número,

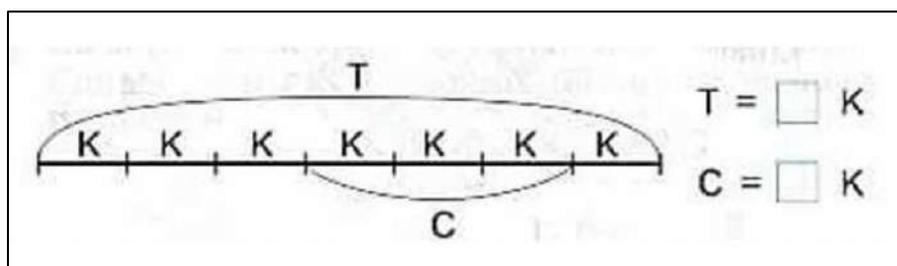
As crianças com a ajuda do professor encontram o *meio de medição*, aprendem as regras de sua utilização e descobrem que o próprio *ato de medição* é uma busca de uma *relação de multiplicidade das grandezas*, que implica neste ou naquele número. Os alunos podem imediatamente escrever na forma verbal a fórmula *geral* dessa relação. (DAVYDOV, 1999, grifos do autor).

Apenas, depois, é apresentada para as crianças uma reta, na qual, os números até 10 (exceto o zero que será introduzido no contexto de estudo do conceito de subtração/adição) aparecem como algumas palavras mágicas, em várias linguas. Quando se refere à árabe, são apresentados os dígitos, em vez das palavras.

Ao analisar os tipos de tarefas, ao longo do livro, vemos que as mesmas ideias se repetem. As tarefas contêm os esquemas, desenhos ou fórmulas que se constituem em elementos do modo de ação, tanto da atividade de estudo quanto dos próprios conceitos. Contemplam, pois, o anunciado por Davydov, em vários de seus escritos, de que conteúdo e método estão extremamente vinculados.

A seguir, apresento o exemplo de uma tarefa, em que os alunos analisam uma reta sem os números, com uma unidade K

Figura 8 - Tarefa da reta sem números com uma unidade K .



Fonte: DAVYDOV et al (2012).

Nesta tarefa, solicita-se para contar quantas medidas K contem valor T , depois quantas medidas K contem valor C . O exemplo é o de número 4 da página 48. Espera-se que a criança escreva as seguintes anotações: $T = 7K$ e $C = 3K$. Até o momento os números foram introduzidos como medidas nas quantidades simples e compostas. É importante notar que a ideia de número, apropriada pelas crianças, é como medida de grandezas, presente nos objetos. Neste capítulo do livro do primeiro ano, vemos que o número 1 admite outra interpretação é o caráter genérico da unidade, isto é, K .

Outro acordo feito com os alunos, sobre as anotações é, por exemplo, a seguinte:

$K \rightarrow T$, onde K representa a unidade, T representa a quantidade que é construída. Nesse caso, a contagem indica quantas vezes a unidade é repetida para alcançar a quantidade T . Duas notações são usadas para expressar esta relação, por

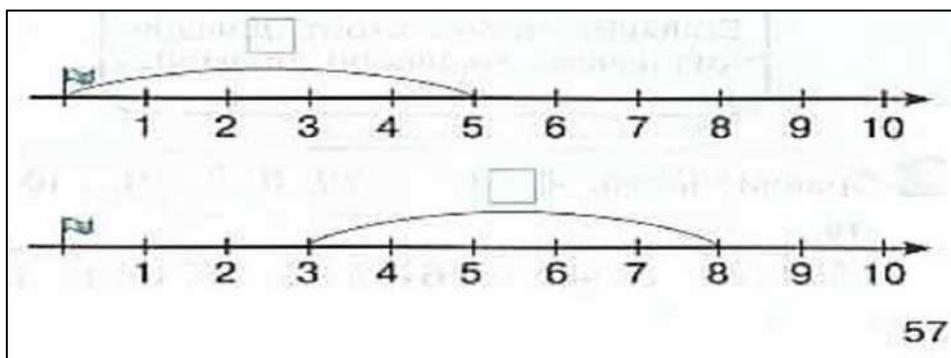
exemplo, $T = 7K$ ou $T/K = 7$. Isso significa que existem 7 unidades K em T . As crianças aprendem a interpretar um número como expressão da relação entre duas quantidades, uma definição que pode ser facilmente estendida para frações mais tarde (SCHMITTAU, 2004).

De acordo com DAMAZIO, ROSA e EUSEBIO (2012, p.28):

[...] a busca de quantas vezes a unidade de medida cabe na grandeza a ser medida permite à criança determinar a relação múltipla universal a ser modelada, na próxima ação de estudo. O processo é realizado por meio da discussão e reflexão, em que se evita tarefas idênticas para não conduzir a uma generalização empírica da relação universal.

O próximo capítulo, do referido livro didático, trata da reta numérica e com significado de aspecto ordenado dos números. Logo em seguida, a reta é representada como segmentos e cada qual tem significado de seu respectivo valor numérico. Podemos ver exemplo no problema 21 da página 57.

Figura 9 - Tarefa com segmentos na reta numérica.

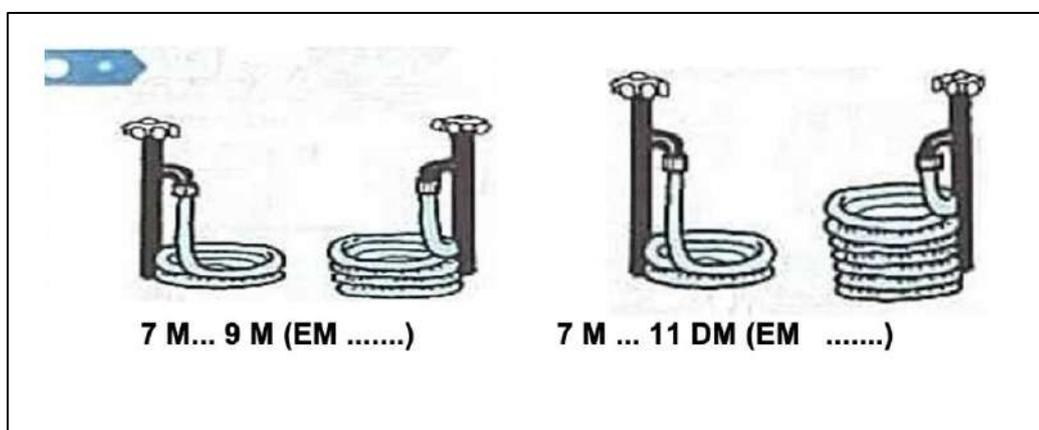


Fonte: Davydov et al. (2012).

Nesta tarefa, podemos perceber que o número zero ainda não é destacado. Como anunciado, anteriormente, ele é introduzido mais tarde, junto com os alunos, interligado a outros conceitos. O objetivo central das tarefas particulares é o desenvolvimento da ação investigadora dos alunos, conduzida por meio de perguntas-guia, por parte do professor. Porém, os estudantes são orientados para que elaborem os seus próprios questionamentos de teor epistemológico e pedagógico (DAMAZIO et al (2012).

Mais um exemplo do livro didático, em que existe a ‘armadilha’ para aluno analisar e chegar à conclusão que é impossível comparar duas grandezas das medidas diferentes: decímetro e metros. Ao achar os erros e pensar na resolução de problema de uma forma geral, permite, aos alunos, ter a capacidade de fazer diferentes tipos de problemas sem dificuldade, de acordo com Davydov (1995,1996,1970). Esse tipo de tarefas ‘armadilha’ é típico nas tarefas particulares da ação de controle.

Figura 10 - Tarefa armadilha das medidas diferentes para a mesma grandeza.



Fonte: Davydov et al. (2012).

Este tipo de problema é muito importante, para os autores, porque mostra que solucionar o problema não é achar a resposta correta, pois, muitas vezes, ela não existe em determinadas circunstâncias, como essa de comparar as mangueiras com métricas distintas.

De acordo com Tsukerman (1993), existem 5 tipos de tarefas pegadinhas nos livros de Davydov, em que:

- intencionalmente, o professor dá resposta errada e aluno pode repeti-la.
- contém a lógica que exige certa experiência de vida.
- não tem soluções.
- com falta de dados.
- com situação em que o aluno não sabe a resposta e, abertamente, fala disso.

A autora fala dos experimentos que ela participou com as aulas que seguiam o sistema de Elkonin–Davydov. Foram promovidas várias discussões na resolução

das tarefas pegadinha. Percebeu que a colaboração, entre os alunos em grupo, tem que ser organizada de maneira a provocar um conflito intelectual, cuja solução significativa traria um efeito positivo entre eles. Seus experimentos mostraram que, cada membro do grupo, melhorou os seus resultados, quando ocorriam discussões e não apenas troca dos resultados, conferindo-os após solução de alguma tarefa. As discussões, decorrentes das tarefas-armadilhas, servem como gatilho para acionar elas próprias, além de proporcionar resultados positivos para aprendizagem de cada indivíduo e em grupo, no geral.

Observamos outra tarefa particular com armadilha. Na página 82, situação 5 pede para colocar os números mágicos que faltam. As crianças vão achar o mesmo número na primeira coluna e na segunda para completar os quadradinhos e a ação. Mas, na terceira, eles não conseguirão encontrar nenhum número que atenda a solicitação.

Figura 11 - Tarefa armadilha com os números mágicos

$\odot + 1 + 1 = \diamond$	$\cap - 1 - 1 = \times$	$\uparrow - 1 - 1 = \perp$
$\odot + 2 = \square$	$\cap \quad \square$	$\uparrow - 3 = \square$

Fonte: Davydov et al. (2012).

Nestas questões, as crianças operam com as expressões algébricas. Elas aplicam as propriedades e constroem as igualdades e desigualdades de forma geral. Depois, passam para concreto e realizam as operações de um todo (geral) para particular. Também, modelam e elaboram os esquemas, operam com letras, símbolos, fórmulas e, normalmente e naturalmente, usam a linguagem adequada, como: mais, menos ou adicionar e subtrair.

Como ressaltam COELHO e AGUIAR (2018, p. 10):

O desenvolvimento das notações é, normalmente, dividido em três fases: **a retórica, a sincopada e, finalmente, a simbólica**. Trabalhar em sala de aula esse percurso a partir de um problema retórico até chegar a uma expressão, digamos, algébrica é bastante salutar e tem

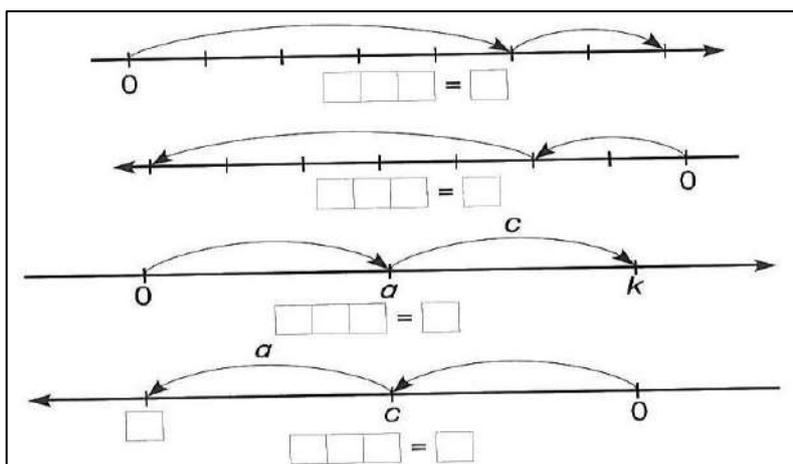
sido feito em muitos casos. ...Acreditamos que é necessária uma integração maior entre esse processo e a busca de **padrões**. (grifos nossos)

É possível observar que as tarefas propostas, pelos autores da teoria desenvolvimental, confirmam que o desenvolvimento das notações simbólicas e a busca de padrões ajudam a chegar em expressão algébrica. A atenção é dada para a apropriação teórica de um número como um dos maiores objetivos da matemática. Porém, mesmo que ainda não seja destacado o conceito de equação, vemos a sua presença no primeiro ano do ensino fundamental. O fato notável deste tipo de resoluções dos problemas é que, cada um deles, se resolve por uma forma geral, que se aplica a caso particular. Além disso, é ela a base para se descobrir que determinado problema não tem solução. Ao encontrar um problema desconhecido, o aluno não vai dizer ao professor 'que não sabe resolver porque não tínhamos feito este tipo de problemas nas aulas', como escutamos, nos relatos dos colegas, que quase sempre ocorre com seus alunos.

Assim, como Tsukerman (1999), Davydov (1996) destaca vários benefícios da execução das tarefas particulares – para o desenvolvimento da atividade de estudo – que, quase sempre, é realizada em conjunto com professor ou em grupos. Ou seja, coloca em evidência a cooperação, depois a comparação e reflexão das decisões tomadas. Este tipo de colaboração é um fator importante no processo de desenvolvimento das crianças, conforme postulado por Vygotsky, como menciona Davydov nas suas obras (1995, 1986, 1996).

De acordo com Damazio, Rosa e Eusebio (2012), ao finalizar o ensino fundamental, o aluno formou uma concepção autêntica e completa do número real, com base no conceito de grandeza (comprimento, área, volume, massa, etc.), na inter-relação entre aritmética, geometria e álgebra. No segundo ano, o ensino da reta numérica continua. Agora os alunos se defrontem com indícios dos números negativos, num contexto de fundamentação das operações de adição e subtração. Essas ideias se apresentam no exemplo da tarefa a seguir.

Figura 12 - Construção dos números na reta numérica.



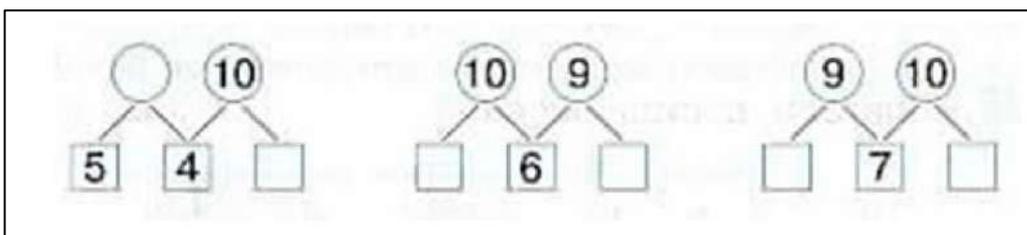
Fonte: Davydov et al. (2012).

O desenvolvimento posterior da reta numérica ocorre de acordo com o mesmo esquema. As formas de representação de números são dadas (chamada números, números com vários dígitos, frações ordinárias, frações posicionais, números negativos), que surgem em conexão com um novo modo de medir uma quantidade. As crianças as descobrem, ao resolver o problema de reproduzir uma quantidade com várias restrições adicionais. Métodos de correção descobertos, pelas crianças, são usados em modelos com a ajuda dos quais as propriedades de "novos números" são estudadas. Além disso, regras para operá-los são construídas. O significado do número e as ações com ele são as mesmas e definidas até suas implementações específicas. As crianças obtêm as regras e algoritmos formais (VORONTSOV, 2019).

Espera-se que os alunos coloquem os valores na reta numérica nos dois primeiros desenhos e resolvam as igualdades, com a escrita das sentenças, corretamente: $5 + 2 = 7$, $2 + 5 = 7$. Nos dois desenhos da reta numérica (Figura 12), as quantidades se apresentam na forma simbólica, em que se espera, por parte dos estudantes, uma interpretação delas e a elaboração das igualdades apenas com letras: $a + c = k$ e, na última, $c + a = k$. Alunos precisam fazer a medição das unidades e fazer as anotações de forma numérica e depois na forma simbólica.

No final do primeiro e no início do segundo ano, desenvolve-se a ideia de parte e todo como podemos ver na próxima tarefa (Figura 13). Nela, pede-se adicionar igualdades que correspondem ao desenho. Outra questão, usada mais nos livros do segundo ano, é que contém esquemas maiores e prepara as crianças para se envolver conceitualmente com dígitos de números maiores.

Figura 13 - Esquemas com dígitos de números maiores.



Fonte: Davydov et al. (2012).

Aqui é pedido para complementar os esquemas. Ao longo do livro do segundo ano, os esquemas ficam mais sofisticadas e os alunos aprendem a somar e subtrair números com mais de 4 dígitos. No livro do professor, a sugestão é iniciar com equações do tipo: $a + x = b$, $x + a = b$, ou $a - x = b$, $a - b = x$. No segundo ano, junto com a temática sobre as partes e o todo, há elaboração de questões, de modelos e tabelas. Mas, no livro didático, são apresentadas tarefas para calcular as somas e subtrações com números de três dígitos. Na tarefa 200 da página 62, a orientação proposta é para reescrever as equações com os números 12 e 8. Temos:

$$K + x = p$$

$$__ - x = __$$

$$X = __$$

$$a - x = c$$

$$__ + x = __$$

$$x = __$$

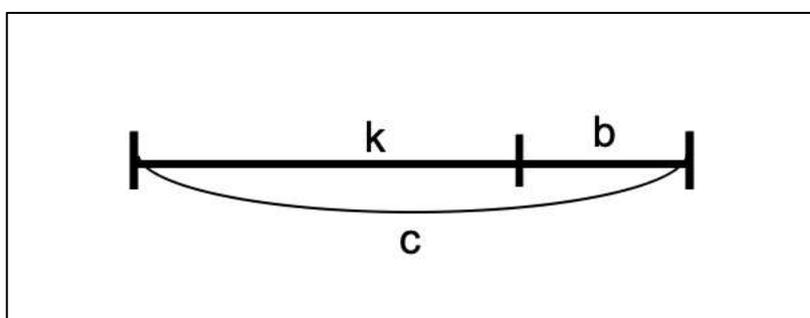
As crianças analisam as igualdade algébricas e decidem como vão proceder. Nesta etapa, a maioria das tarefas particulares são solucionadas em dois passos.

A introdução da palavra equação vem apenas na tarefa 316, que requer o olhar apenas para o esquema, no quadro. Informa-se que as igualdades com a incógnita (marcada com a letra x) são chamados de equações. De acordo com o livro do professor, e com base na nossa tradução, o comentário diz que a equação, em primeiro lugar, como a descrição do problema de encontrar um certo número, e, só depois, como um certo registro. A equação, antes de mais nada, representa um modo de representação do problema junto ao esquema. Portanto, a letra x (a incógnita) faz o papel do sinal de interrogação, em vez de representar um número como as outras letras. Neste sentido, importa entender o significado do x como o número a ser encontrado.

De acordo com o livro do professor de segundo ano (GORBOV, 2019, p. 47) com a nossa interpretação, o trabalho deve ser iniciado sem referência ao livro didático. No quadro, o professor escreve uma expressão algébrica que as crianças estão acostumadas a tê-la como referência de análise: $k + b = c$.

O esquema representativo da referida igualdade é construído em conjunto com as crianças. Vem, por exemplo, uma historinha da forma: "Tem uma caixa com lápis, destes k são vermelhos e b são azuis".

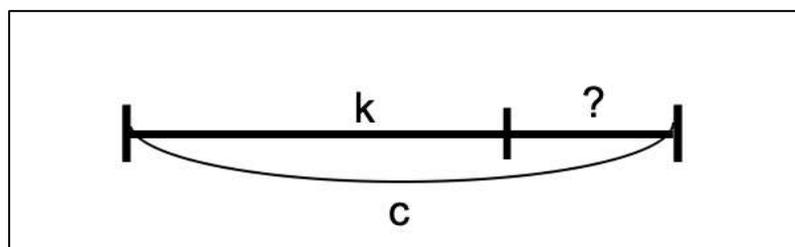
Figura 14 - Esquema a ser construída com os alunos.



Fonte: Gorbov et al. (2019).

Em seguida, propõe-se transformar a história em um problema para ser resolvido. Uma informação do esquema acima é selecionada (por exemplo, b) e é substituído pelo sinal de interrogação.

Figura 15 - Esquema a ser construída com os alunos.



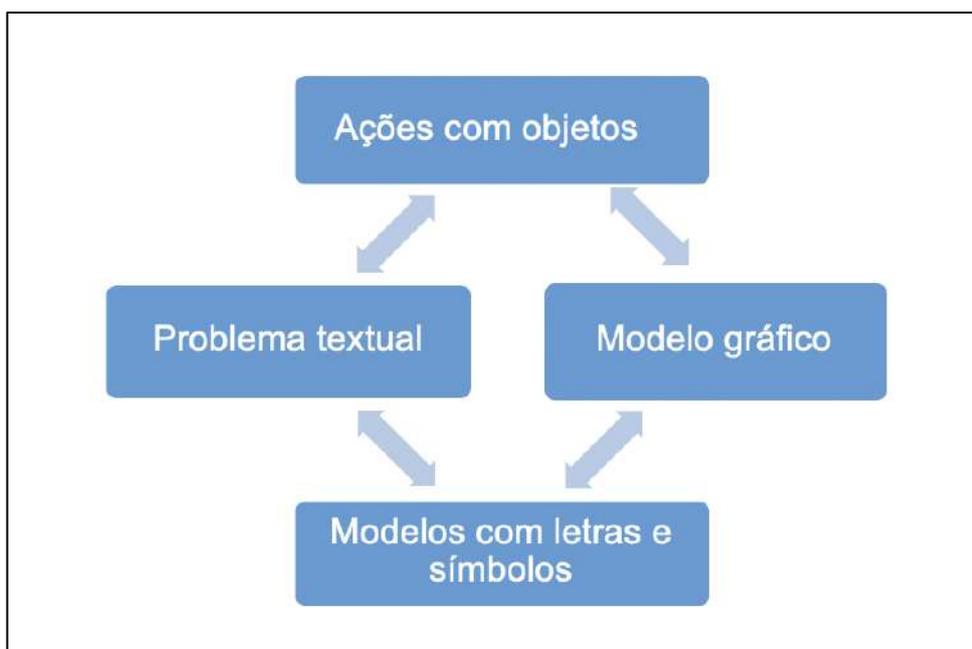
Fonte: Davydov et al. (2012).

Agora, muda-se o esquema. O professor orienta para anotar a expressão e explica que, em vez de colocar símbolo de interrogação, se usa símbolo x . A

expressão fica: $k + x = c$. Depois, o professor explica que as expressões, nas quais precisamos achar uma incógnita x , são chamados de equações. Para prosseguir, os alunos usam diversas ideias, criam suas próprias tarefas com a substituição livre de letras com números e as resolvem. O professor questiona: onde, no esquema, fica o todo e as suas partes, daquela situação. As crianças explicam, em grupos, as suas questões elaboradas e buscam soluções.

Finalmente, a apresentação do esquema, na figura 16, ajuda a entender como funciona a solução de problemas no sistema de Elkonin–Davydov, proposto por Aleksandrova (2019), que foi aluna do Davydov.

Figura 16 - Esquema para solucionar os problemas no sistema Elkonin-Davydov.



Fonte: adaptação com base em Aleksandrova (2019).

Tal esquema é apresentado, aos professores e aos pais, no livro sobre o Ensino Desenvolvidor. Ainda, de acordo com a autora, a solução de problemas usa abordagem algébrica antes da aritmética. Ela apresenta os argumentos de tal abordagem. Primeiramente, se solucionar o problema, antes, de uma forma aritmética, então o aluno não vai ter a motivação necessária para fazer a expressão algébrica. Em segundo lugar, o trabalho de resolução de problema tem que partir da expressão para

uma ação e não ao contrário. Desta forma, seria limitada a forma da criança em aprender o modo de ação para as resoluções, se iniciar por uma abordagem aritmética.

A resolução de problema ou de tarefa ajuda a entender como ocorre o desenvolvimento do pensamento algébrico. Diante das tarefas contextuais, é necessário que todo o conhecimento adquirido pelas crianças, até então, seja colocado em movimento para a resolução do problema em questão, com vistas ao desenvolvimento dos novos conceitos. Para tanto, baseia-se nas observações e nas orientações do professor que promove as interações pedagógicas para a apropriação dos conceitos novos.

Neste momento, vale ressaltar que o sistema Elkonin-Davydov, conforme Davydov (1986), estabelece como tarefa principal, para o ensino fundamental, é a formação do conceito de número real. Para tanto, alunos aprendem as relações entre as medidas das diversas grandezas representativas dos objetos. Depois, familiarizam-se com as operações de adição e subtração, correspondentes às quantidades, fixando-as em esquemas de símbolos e letras. Ao construir segmentos e efetuar operações, eles descobrem “a singularidade” de sua estrutura. De acordo com Davydov (1986), isto leva à conclusão que, “[...] se os elementos de dois valores da operação são conhecidos, então de acordo com eles, sempre e sem ambiguidade, é possível determinar o valor do terceiro elemento.” Assim, a criança pode elaborar algumas equações, com base na igualdade sugerida.

De acordo com Davydov (1982, as tarefas de estudo que foram pensados para uma estruturação experimental numa escola, no que se refere à disciplina de Matemática foram: possibilitar ao aluno uma compreensão, em nível teórico, do conceito de número e suas operações como uma relação entre grandezas. Nesse âmbito, Davydov (1988, p. 209, tradução nossa) definiu um sistema de quatro tarefas de estudo para os anos iniciais do ensino escolar. São elas:

- 1) Introdução dos alunos na esfera das relações entre grandezas: formação do conceito abstrato de grandeza matemática;
- 2) Demonstração às crianças da relação múltipla das grandezas como forma geral do número: formação do conceito abstrato de número e da compreensão da inter-relação fundamental entre seus componentes (o número deriva da relação múltipla das grandezas);

3) Introdução sucessiva dos alunos na área dos diferentes tipos particulares de números (naturais, quebrados, negativos): formação dos conceitos sobre esses números como uma das manifestações da relação múltipla geral das grandezas em determinadas condições concretas;

4) Demonstração aos alunos do caráter unívoco da estrutura da operação matemática (se se conhece o valor dos elementos da operação se pode determinar univocamente o valor do terceiro elemento): formação da compreensão sobre a interrelação dos elementos nas ações aritméticas fundamentais.

As crianças determinam que “ o numero das equações é igual ao número dos elementos de tais equações” que fazem parte da igualdade: $x + a = c$, $c - x = a$, $c - a = x$. Na nota de rodapé do livro de Davydov de 1986, na página 181 (tradução nossa), o autor explica que esta forma de ensinar os elementos das operações aritméticas é diferente do modo tradicional de ensino. Nele, são ensinados os componentes das operações, por exemplo adição, e depois formulam a regra correspondente: para encontrar o primeiro termo, precisa subtrair o segundo termo conhecido da soma. Depois, esta definição vai ser usada na solução de problemas. O mesmo procedimento é adotado com outras operações. estes experimentos se referem à comprovação que o ensino tradicional adota o procedimento que você explicitou, antes, para as operações. Foram feitos vários experimentos em diversas escolas das repúblicas da ex União Soviética.

No seu livro de 1996, Davydov faz menções analíticas dos resultados dos experimentos formativos, desenvolvidos em escolas, com o envolvimento alunos de 1° ao 3° ano. Tratou-se de um estudo comparativo entre dois grupos: séries experimentais e séries regulares. Aos estudantes, foram sugeridos à resolução de equações simples e compostas, a fim de verificar as suas capacidades de generalizar as soluções, dado que as questões foram lhes apresentadas numa forma abstrata. Foi constatado:

Quadro 4 - RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS DE 1° AO 3° ANO.

Séries iniciais	Número de alunos que encontraram as propriedades relacionais dos abjetos na solução dos problemas	
	Equações simples	Equações complexas

Séries experimentais	77%	98%
Séries regulares	26%	46%

Fonte: Davydov (1996, p. 232).

Os resultados desta tabela mostram a qualidade do conhecimento adquirido em dois tipos de ensino. Nas séries experimentais, podemos observar a diferença entre os resultados na resolução dos problemas em relação as classes regulares. A resolução correta das equações complexas ocorreu com 98% de alunos. Por sua vez, 48% dos estudantes das séries tradicionais chegaram ao resultado correto pelo método empírico. A diferença também se explicita, quando se trata de solução das equações simples, pois, no ensino tradicional, o resultado foi de 26%, que significa menos de um terço dos alunos, contrapondo 77% das salas com método de Ensino Desenvolvidor.

Com a intenção de auxiliar no entendimento da abordagem dos métodos de ensino desenvolvimental, apresento o quadro 5 elaborado por Panossian (2015). Nele, podemos observar como se entende que cada um dos conceitos (sequências, equações e funções) revela a essência do conhecimento algébrico. Também, como se pode analisar os modos que são conduzidos, no processo de ensino. No entanto, no quadro, apresento um recorte apenas para o conceito da equação, com a comparação de como é desenvolvido no ensino convencional e na proposta do sistema Elkonin-Davydov.

Quadro 5 - Conceito da equação na proposta do sistema de Ensino desenvolvimental.

Como se revela a essência da álgebra	Ensino Tradicional	Proposta do sistema Elkonin-Davydov
Uma equação estabelece um momento singular da relação entre grandezas. Por isso, permite encontrar valores singulares e definidos	Destaca-se a necessidade de encontrar o valor desconhecido na equação, por meio de técnicas de resolução. Identifica-se a equação	A ideia de equação surge após a elaboração da ideia de relação entre grandezas – partes-todo – que envolveu igualdades e desigualdades, que

<p>para cada um dos seus elementos. Assim, encontrar o “x” (denominada como incógnita), em uma equação, significa encontrar o valor de uma grandeza variável, mas que naquele momento específico está definido ainda que desconhecido.</p>	<p>com uma pergunta, mas não se destacam as grandezas envolvidas, nem a relação entre elas. Desta forma, a equação não é entendida como uma forma singular da relação entre grandezas, mas tratada de forma técnica</p>	<p>culminou com o modelo literal, depois chamada de equação, que mostra a relação entre as partes e o todo. A partir deste momento, as crianças descobrem “a singularidade” de sua estrutura e definem o desconhecido valor de uma grandeza.</p>
--	---	--

Fonte. Elaborada pela autora com os dados do artigo de Panossian (2015, p.12)

No quadro anterior, podemos observar a formulação da essência dos conceitos algébricos, no nosso exemplo, da equação. Há semelhança entre o entendimento da autora (primeira coluna) com o sistema do Elkonin-Davydov (terceira coluna) que, por sua vez, divergem do ensino de tal conceito da álgebra, ensinado no Brasil atualmente. De acordo com Panossian (2015), na comunicação:

Assim, pode-se considerar que definir os conceitos que irão compor o conteúdo de ensino, que faz parte de um programa, não é tarefa de menor importância, pois não se trata de apresentar o conteúdo na forma de produto da ciência a que corresponde, mas sim explicitar as conexões lógicas de desenvolvimento dessa ciência como forma de interpretar a realidade. A partir disso, se organizam as demais condições metodológicas e didáticas.

Aqui podemos entender que a definição dos conceitos, que fazem parte de um programa escolar, constitui-se em premissa para estabelecer o que e como ensinar. Portanto, não se trata apenas passar conteúdo. O estabelecimento dos conceitos e a indicação do modo de ensinar são tarefas importantes. Precisam ser elaboradas de forma que tenham conexões lógicas de desenvolvimento, tanto da ciência em si como da criança.

No próximo capítulo, o foco é a organização de tarefas, que levariam o grupo de estudo à aquisição do conceito de equação, na perspectiva do sistema do ensino desenvolvimental de Elkonin-Davydov.

Na sua dissertação, Colombo (2021) responde sobre possível organização do ensino de equação do primeiro grau, fundamentada na perspectiva desenvolvimental – levantada na pergunta de pesquisa. Para a autora, trata-se de movimento de ordem conceitual e pedagógica. Os conceitos são desenvolvidos não isoladamente, mas em um sistema deles. Isso ocorre desde a primeira tarefa na qual as crianças são envolvidas para apreender os modos de ação de medição das grandezas por meio das relações entre os objetos. Nestas relações se explicitam as abstrações de igualdade e desigualdade, caracterizadoras da essência do conceito de número e das operações de adição e subtração, que se transformam mutuamente, por consequência da mudança das estruturas de relações. É aqui que a equação do primeiro grau encontra a sua relação essencial: todo-partes, que também orientará o processo de solução.

Agora, explico a comparação do livro de orientação ao professor (GORBOV et al. 2009) com o livro do professor produzido por ALEKSANDROVA (2019). Ela, no presente momento, está à frente de centro de formação dos professores que trabalham com o sistema de Elkonin-Davydov. Percebemos que há diferença entre ambos na introdução das equações. Antes, vale destacar que a autora foi aluna do projeto dirigido por V.V. Davydov, que, segundo ela, sempre apoiou as ideias de ensinar matemática numa visão um pouco mais ousada, do que aquelas sugeridas por ele e os outros grupos. No seu livro, a autora (2019) propõe a introdução da equação no terceiro semestre, antes da introdução de número. Durante a pandemia de 2020-2022, ela apoiou os pais e os professores, ao longo de processo de adaptação do ensino desenvolvimental ao ensino a distância. Aleksandrova (2019) afirma que o sucesso da criança e as suas habilidades de solucionar uma equação dependem de como ela faz a passagem da descrição da relação entre as grandezas – com o uso dos esquemas – até a elaboração de fórmula de uma equação e, também, o procedimento contrário. A autora assegura que – justamente esta passagem da equação para um dos esquemas e a definição do caráter da incógnita (se é uma parte ou todo) – são as habilidades necessárias que permitem uma criança solucionar qualquer equação, contendo as operações de adição e subtração. Esquemas neste caso são vistos como meios de solução da equação e está como de para solucionar os problemas.

Perceber que o ensino de matemática, e de outras matérias, pode ser adaptado a abordagens distintas que o sistema Elkonin-Davydov permite nas suas interpretações.

4 Pensamento Algébrico

Quando se pensa em definição do pensamento algébrico, vem à mente palavra álgebra e tudo que a ela se relaciona. As leituras sobre álgebra e o pensamento algébrico nos revela a inexistência de uma visão única, entre a comunidade de estudiosos, a respeito do significado do pensamento algébrico ou pensar algebricamente, ou até mesmo a definição da álgebra (LINS & GIMENEZ, 1997; COELHO & AGUIAR, 2018; BARALHO & BARBOSA, 2011; USISKIN, 2003; entre outros).

De acordo com Linz & Gimenez (1997, p. 89):

[...] não há consenso a respeito do que seja pensar algebricamente. Há, é verdade, um certo consenso a respeito de quais são as coisas da álgebra: equações, cálculo literal, funções, por exemplo, mas mesmo aí há diferenças - gráficos são ou não parte da álgebra?

Porém os significados atribuídos, no ambiente escolar, se resumem em estudo da álgebra que trata de letras e aritmética. O que ensina a álgebra está relacionado diretamente com o que ensinar, pelas propostas pedagógicas. Esta pergunta é respondida por Davydov (1966), ao dizer que se a busca à formação do conceito de número real. Na aritmética, os alunos trabalham com os números naturais e depois os números racionais. As duas classes de números têm funções diferentes. Uns possibilitam à “contagem” e outros emergem necessariamente com a “medição das grandezas”. Os números naturais e racionais são um caso particular dos números reais. De acordo com autor (1966, p. 2), a transição de números naturais para reais, seria a passagem de aritmética para álgebra. Esta introdução do número real são, antes de mais nada, interessantes nos aspectos psicológico e didático. Aqui, não só não se opõem, mas, ao contrário, as abordagens “visual-eficazes” e “lógicas” do mesmo conceito estão geneticamente ligados. Mesmo, na primeira etapa, o conteúdo da abordagem lógica, que completa a formação do conceito, “brilha”(DAVYDOV, 1996, p. 4).

Para ensinar Álgebra, isto é, o desenvolvimento do pensar – em particular o raciocínio algébrico – deve estar associado com a forma de escrever esse pensamento. As suas habilidades devem ser, conjuntamente, formadas sem enfatizar nenhuma delas em detrimento da outra. Deve-se, portanto, vincular os resultados

obtidos com a forma de pensar daquele momento de ensino e não com a forma mais fácil de resolução de problemas.

Outro autor que se refere às concepções algébricas é o Zalman Usiskin (1999). Ele elenca quatro concepções de Educação Algébrica:

- A Álgebra como aritmética generalizada, que trata das variáveis como generalizadores de aritmética. Neste caso, a questão é “traduzir e generalizar”, quando tratamos das variáveis implicitamente e explicitamente, que são habilidade indispensáveis para usar aritmética (p.12).
- A Álgebra como um estudo de procedimentos para solucionar alguns tipos de problemas. Trata-se da passagem das operações aritméticas para algébricas, que causam dificuldades nos alunos. Exemplo pode ser uma equação de primeiro grau. Para solucionar o problema desse tipo é recomendado “simplificar e resolver” e transformar para melhor entendimento (p.13).
- A Álgebra como um estudo das relações entre as grandezas. Neste caso, “A variável é apresentada como argumento ou parâmetro, com a ideia da existência da variável independente e variável dependente”. Ou seja, representa um número do qual podem depender outros números (p.14).
- A Álgebra como estudo das estruturas, em que os objetos matemáticos se explicitam por meio da lógica axiomática implícita no simbolismo. Isso configura a visão da variável como símbolo arbitrário.

BLANTON e KAPUT (2005) mostram que, essas formas de raciocínio algébrico, concentra-se no pensamento funcional, em um processo, em que as tarefas aritméticas são transformadas em oportunidades para: generalizar padrões matemáticos e estabelecer relações com a variação de único parâmetro de tarefa (por exemplo, o número de pessoas em um grupo, ou o número de camisetas compradas).

A necessidade de discutir um maior entendimento, deste pensar algebricamente, vem do fato de se constatar, nas literaturas, a indicação de dificuldades no aprendizado da matemática, na escola (COELHO, AGUIAR, 2018; LINS, GIMENEZ, 1997; BLANTON, KAPUT, 2005; BARBOSA, BORRALHO, 2009; entre outros). Os autores que buscaram a compreender o desenvolvimento do pensamento algébrico

como condição para ensinar Álgebra mostram que o mesmo “deve estar associado com a forma de escrever esse pensamento, e essas habilidades devem ser conjuntamente desenvolvidas sem enfatizar nenhuma delas em detrimento da outra.” (COELHO, AGUIAR, 2018, p. 2).

Ainda nos anos 70, Davydov dizia que, “atualmente, os programas de ensino de algumas disciplinas, principalmente da Matemática, não correspondem aos novos requisitos de vida, o nível de desenvolvimento das modernas ciências modernas”. Ao se referir à Matemática, ela afirmava que o novo deveria estar de “acordo com a faixa etária psicológica e lógica”. Essa circunstância determinou a necessidade de uma verificação teórica e experimental abrangente de possíveis projetos de novos conteúdos para os livros didáticos escolares, na Rússia, quando foram discutidas as questões curriculares.

Conforme FIORENTINI et al (1992), é difícil dizer quando a álgebra foi de fato introduzida no ensino, nas escolas brasileira, como parte da realidade escolar cotidiana. Mas, com a inovação curricular, as quatro grandes áreas (Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria) foram colocadas juntas, como área de Matemática, no ensino secundário.

MIGUEL et al (1992) mostraram que a Álgebra, no Brasil, passou por oscilações, em diversos momentos, ao longo do século XX. A essência do ensino, na época antes do Movimento da Matemática Moderna (MMM), era resumida em mecanização da resolução de problemas. Para estudante, a Matemática era como “monstro de duas cabeças”: por um lado geometria racional, que era difícil de entender; por outro, a ‘pragmática desenvolvida pela aritmética e álgebra, oriundas de fórmulas para serem aplicadas na resolução de problemas, “em sua maior parte artificiais”. Mas, o MMM trouxe à álgebra mais independência, mais voz.

Surgiram outras discussões, em volta do ensino de Álgebra, como a possibilidade de ser introduzida nos anos iniciais, o que abre novas perspectivas para o fazer pedagógico em relação à Matemática. A necessidade de começar cedo o estudo da álgebra, de modo que a aritmética e álgebra e geometria desenvolvam-se juntas, uma relacionada com a outra, é mostrada na tese da Rosa (2012).

No Brasil, também foi reconhecida a sua importância na formação dos alunos. Em 20 de dezembro, de 2017, foi homologada a (BNCC) Base Nacional Comum

Curricular, que apresenta em seus documentos que a Álgebra seja desenvolvida desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. (BRASIL, 2017. p. 270)

De acordo com COELHO & AGUIAR (2018, p. 5), na prática, o ensino da Álgebra tem gerado algumas deficiências que são diagnosticadas em várias pesquisas e nas avaliações governamentais. Os autores supõem que isso ocorre por causa:

[...] da ênfase que se dá a seus aspectos técnicos, deixando de lado, muitas vezes, **o desenvolvimento dos conceitos** e uma busca por um **pensamento mais abstrato**. Acreditamos que ao se enfatizar o pensamento algébrico ao invés de apenas se restringir a questões técnicas e operacionais, o ensino de Álgebra poderia contribuir não só no aprendizado da Matemática como também auxiliar no **desenvolvimento do pensamento lógico-abstrato do estudante**, pensamento esse essencial para o desenvolvimento de um cidadão capaz de viver na sociedade atual. (grifos nossos)

Podemos ver que os autores destacam a importância do ensino da álgebra em prol do desenvolvimento lógico-abstrato dos estudantes. Além disso, alertam para não restringirmos o ensino a questões técnicas e operacionais, nas aulas de matemática. Quando se fala em auxiliar no desenvolvimento do pensamento lógico-abstrato, pensa-se nos problemas relacionados a ele. Isso porque podem ter múltiplas soluções, o que permite, aos alunos, explorar diferentes caminhos de resolução. Os professores têm um papel fundamental para incentivar a explorar diferentes resoluções, ou seja, ajudar os alunos a desenvolver o pensamento algébrico (BARALHO & BARBOSA, 2011).

Só assim, podemos analisar quais são as ideias e pesquisas que explicam o significado do pensamento algébrico que liga a álgebra com a educação algébrica e o pensamento algébrico. BLANTON e KAPUT (2005) mostram a necessidade de

entender como os professores organizam o ensino promova o desenvolvimento do raciocínio algébrico e ajuda os estudantes nessa tarefa:

No entanto, a **maioria dos professores** do ensino fundamental **têm pouca experiência** com os aspectos ricos e conectados do **raciocínio algébrico** que precisam para se tornar a norma nas escolas e, em vez disso, muitas vezes são produtos do tipo de ensino de matemática escolar que **precisamos substituir**. Assim, se quisermos construir salas de aula que promovam o raciocínio algébrico, **devemos fornecer as formas adequadas de apoio profissional que irá efetuar mudanças nas práticas instrucionais e curriculares**. Em parte, isso requer que entendamos o que significa para a prática de um professor apoiar uma cultura de atividade algébrica na sala de aula. (2005, p. 414, grifos nossos)

Ainda, em BARALHO & BARBOSA (2011), os resultados de um de seus estudos mostraram que a exploração de padrões, num contexto de tarefas de investigação, pode contribuir para o entendimento da Álgebra, assim como permitir o desenvolvimento do pensamento algébrico e da comunicação matemática.

Com base na análise de livros didáticos e programas oficiais anteriores à década de 1960, Miguel, Fiorentini e Miorim (1992, p. 40) concluíram que, no ensino da Álgebra, a maior ênfase era atribuída às transformações das expressões algébricas e à resolução de problemas, geralmente artificiais. Além disso, “o ensino dos tópicos aritméticos e algébricos fazia-se de modo quase sempre mecanizado e automatizado” Os autores ressaltam o fato de que a Álgebra, pós Matemática Moderna, parece retomar o seu papel anterior, ou seja, de um estudo com a finalidade de resolver equações e problemas, pois “a maioria dos professores ainda trabalha a Álgebra de forma mecânica e automatizada, dissociada de qualquer significação social e lógica, enfatizando simplesmente a memorização e a manipulação de regras, macetes, símbolos e expressões” (1992, p. 40).

O trabalho do inglês Eon Harper, publicado no ano 1987, influenciou outros autores, na época. Ele classificou a álgebra em: retórica (apenas palavras), sincopada (palavras abreviadas) e simbólica (apenas símbolos). Para o autor, houve evolução intelectual de retórico para sincopado e para simbólico. Ele conduziu uma pesquisa, em que cada criança, de idades diferentes, recebeu o mesmo problema a ser solucionado. Três tipos diferentes de solução se apareceram: explicação da questão sem escrever nada; o sistema montado e resolvido pelas crianças; e esquemas

apenas com uso de símbolos. Cada tipo de solução correspondia ao desenvolvimento intelectual da criança.

A questão proposta é: *Mostre que, se você souber a soma e a diferença de dois números, é sempre possível descobrir os números. Dê sua resposta da forma mais geral possível.*

Na visão de Harper, cada criança que apresentava certo tipo de resposta, estava em um certo estágio de desenvolvimento intelectual. Um dos resultados deste estudo foi a proposta de introduzir conhecimento da álgebra mais tarde nas escolas. Justificativa desta proposição se fundamentava nas etapas de desenvolvimento intelectual das crianças, que corresponde aos níveis indicados por Piaget.

Mas a pesquisadora australiana Lesley Booth, seguindo a mesma linha de pesquisa, pergunta se os erros que alunos cometem, dependiam dos estágios intelectuais ou porque as crianças apenas não acertavam e não aceitavam o que foi ensinado. As crianças receberam algumas sequências do tipo:

Se $E + F = 8$, então termina a sequência: $E + F + G = \dots$? Foram feitos testes e, na avaliação dos pós-teste, as crianças continuavam com os mesmos erros. Alguns deles foram identificados como erros de desenvolvimento intelectual e o mais persistente foi colocar a resposta 12 na equação. Este tipo de resposta mostrava que as crianças não aceitavam que a equação não teria resposta em forma de número. A pesquisadora evidenciou que a resposta, $G + 8$, não era aceita por estudantes. Além disso, eles ainda colocavam número após ser ensinados coisas semelhantes.

Mais um ponto de vista referente ao pensamento algébrico, como sendo próprio do estágio formal, trazido por Piaget. Para ele, o pensamento matemático é algébrico, com a compreensão de que o seu desenvolvimento depende de o indivíduo atingir a estágio de fazer as atividades algébricas correspondentes ao seu nível de desenvolvimento intelectual.

Paulo Boero (1997) investiga, por sua vez, a questão central do pensamento algébrico, como se forma, que transformações tem que ser desenvolvidas e onde queremos chegar com elas, em determinado ponto de atividade algébrica. Esta ideia o leva a trabalhar nos projetos investigativos, na sala de aula, para que o professor pudesse ler os processos de aprendizagem em andamento.

Outra visão é do psicólogo francês G. Vergnaud, que elaborou um Modelo dos Campos Conceituais, com base nos estudos piagetianos. Neste modelo, os conceitos não são tratados meramente como conteúdos, ou como notações apesar de fazer referência a eles. Os conceitos são compreendidos em conformidade com as atividades propostas e quais desempenhos são considerados nelas. Se o aluno cometer um 'erro', é explicado por inadequação no seu desenvolvimento. O certo e o errado são indicadores do nível de desenvolvimento do aluno. O erro explica o que falta, a ele, para atingir o ponto ideal. A pergunta que pode surgir, depois desta leitura dos estudos do G. Vergnaud, é: como atingir o ponto ideal, uma vez que sabemos que aluno não o atingiu?

Ainda, sobre o pensamento algébrico, não podemos deixar mencionar aqueles que são "facilitadores", no processo de aprendizagem, isto é, que primeiramente usam explicação no material "concreto" e, depois, transferem para pensamento "formal". Com base nesta passagem, do concreto para formal, foi feito o estudo pela pesquisadora inglesa, K. Hart e sua colega A. Sinkinson. O conteúdo selecionado foi as equações do primeiro grau. Claro, alguns podem pensar na balança como forma de apresentar as equações e, depois, "passar" para apresentação "formal". É, justamente esta ideia de usar concreto que trabalham: Paulo Boero, na Itália; Alan Bell, na Inglaterra; e Jan de Lange, na Holanda. Porém, a proposta do concreto usa as realidades dos alunos ou as situações reais. Para Bell e Lange, (LINZ & GIMENEZ, 1997), a atividade algébrica baseia-se em conteúdo da álgebra, sem focar no engajamento dos alunos nestes conteúdos, e sim, como eles usam matemática e o que eles aprenderam na prática.

Importa retornar aos estudos que defendem a ideia de começar cedo os estudos algébricos e não após ensino fundamental. Isso porque a criança, ao resolver os problemas aritméticos, também precisa lidar com o pensamento lógico e não apenas efetuar as operações de soma e subtração. Nesse sentido, apresenta-se o educador russo, V.V. Davydov. Suas ideias, de acordo com Lins e Gimenez (1997, p. 117), são completamente inseridas na perspectiva de Vygotsky. Parte de pressupostos bastante distintos: a constituição das formas típicas do pensamento humano dá-se primeiro no plano social, e, apenas depois, no individual. Ao mesmo tempo, o domínio de formas simbólicas passa por uma etapa na qual o sujeito as utiliza de maneira bastante "superficial".

O “falar” das coisas, em qualquer problema com as crianças, é justamente falar das “relações quantitativas”. Por exemplo, falamos nos carros e caminhões no estacionamento, porque o pensamento da criança procura quantificar o número destes objetos. Isso permite que ela produz significado para aquelas expressões, isto é, exatamente o fato de que carros e caminhões podem ser juntados e separados. É essa a lógica das operações. Nos trabalhos do Davydov, há uma raiz em comum entre a aritmética e a álgebra que é o trabalho com as relações quantitativas, entre grandezas. Para ele, não foi fácil convencer aos professores russos, cuja resistência tinha por base a justificativa de ser “muito difícil para as crianças”. E, mesmo assim, foi implementada a teoria dele, nos livros didáticos, adotados nas escolas da Rússia, ainda hoje.

Ainda, de acordo com Lins e Gimenez (1997, p. 122),

O que emerge com força da abordagem de Davydov é que há uma diferença entre resolver problemas (particulares) e falar sobre características (genéricas) de uma dada situação, por mais particular que ela seja. A palavra-chave é “falar”.

Lins e Gimenez (1997, p. 151) propõem uma definição de pensamento algébrico: é pensar dessa forma; é produzir significado para situações em termos de números e operações aritméticas (e de igualdades ou desigualdades) e, com base nisso, transformar as expressões obtidas com operações de acordo com características fundamentais (1), (2) e (3):

1) produzir significados apenas em relação a números e operações aritméticas (chamamos a isso aritmetismo);

2) considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não “modelando” números em outros objetos, por exemplo, objetos “físicos” ou geométricos (chamamos a isso internalismo); e,

3) operar sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos (chamamos a isso analiticidade).

O tratamento tradicional da aritmética permite apresentar, para crianças, as operações técnicas de somar e subtrair, sem ter a chance de desenvolver o pensamento lógico. Isso leva a uma perda da aprendizagem sólida que permite analisar qualquer problema, sem poder discutir sobre as relações dos objetos, num

problema, a lógica das operações. Onde o maior problema para os estudantes é se considerar incapazes de utilizar as ferramentas ou recursos nos problemas que levariam para solução do problema, às vezes, sem fazer nenhuma operação de somar ou subtrair.

Como ressaltam Coelho & Aguiar (2019), a álgebra pode colaborar para melhorar o ensino, se o foco for o de desenvolver, no estudante, um pensamento que o auxilie na busca de padrões e analogias, quando enfrentar problemas cotidianos. Os autores também destacam a importância de solucionar as equações de primeiro e segundo grau, que não podem apenas ser descritas de forma retórica, que tenham motivação, com elementos geométricos nos problemas e as resoluções.

Ainda, no BNCC, podemos identificar a necessidade de focar as grandezas para promover o pensamento algébrico:

As medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a compreensão da realidade. Assim, a unidade temática Grandezas e medidas, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja, das relações métricas –, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, como Ciências (densidade, grandezas e escalas do Sistema Solar, energia elétrica etc.) ou Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias etc.). Essa unidade temática contribui ainda para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico. (BRASIL, p.273, 2017).

Portanto, é necessário organizar uma prática que desenvolva o pensamento algébrico das crianças. De acordo com Blunt e Kaput (2005, p.440), isto “requer um processo significativo de mudança para os professores do ensino fundamental, que muitas vezes são escolarizados em diferentes maneiras aritméticas de fazer matemática”. As pedagogas, conforme os autores, precisam desenvolver a Álgebra como uma nova maneira de formar o pensamento dos alunos. Ainda, é preciso ter mais pesquisas – de acordo com Blanton e Kaput (2005), Lins e Gimenez(1997) e Usiskin (1999) – para entender a trajetória dos professores na construção de pensar e raciocinar algebricamente. Apresento algumas perguntas que eles sugerem. Por exemplo, como o conhecimento dos professores sobre as formas diversas de raciocínio algébrico evoluem e como os professores usam esse conhecimento na instrução? Ou, Por que os professores podem escolher uma forma de raciocínio algébrico em detrimento de outra? Ainda com relação aos alunos, como a integração do

pensamento algébrico nas séries do ensino fundamental pode mudar a maneira que eles concebem os conceitos aritméticos, por exemplo, de número?

Entretanto, Lins e Gimenes (1997, p.165) se preocupam com o equilíbrio no ensino de aritmética e da álgebra, nos anos iniciais, com foco em três pontos:

- i) o desenvolvimento da capacidade de pôr em jogo nossas habilidades de resolver problemas e de investigar e explorar situações;
- ii) o desenvolvimento de diferentes modos de produzir significado (pensar), o que poderíamos chamar de atividades de inserção e tematização;
- iii) o aprimoramento das habilidades técnicas, isto é, da capacidade de usar as ferramentas desenvolvidas com maior facilidade.

Mas, não se trata de criar algo novo e substituir antigos modos de pensar, “ e, sim, de desenvolver novos modos, compará-los com os outros e avaliar os pontos fortes e fracos de cada um” (LINS, GIMENEZ, 1997, p. 166).

5 O caminho da pesquisa

Para realizar a dissertação, é necessário seguir passos estabelecidos, a serem seguidos tanto na investigação quanto na exposição. Ao ler os trabalhos dos autores da teoria e entender sobre as suas propostas, usamos o método qualitativo para esta investigação. Como a pesquisa qualitativa não se baseia nos critérios numéricos para garantir a sua representatividade, também delimitamos o número dos sujeitos e de lugar. A ideia inicial era envolver os professores dos anos iniciais, da cidade de Rio Grande, Rio Grande do Sul. Além disso, o segundo grupo, seria constituído pelos alunos dos cursos da Pedagogia da FURG (Universidade Federal de Rio Grande) e da UFPEL (Universidade Federal de Pelotas), que são duas Universidades vizinhas. A razão de ter escolhido estas localidades deve-se ao fato que resido, atualmente, na cidade de Rio Grande e curso o Mestrado na UFPEL. Além disso, há proximidade física e cultural entre as duas cidades, que estão localizadas no extremo sul do estado Rio Grande do Sul. Ainda, a resposta para minha pergunta do projeto sobre o entendimento do pensamento algébrico na teoria de Desenvolvimento de Elkonin-Davydov é de fato imensurável. O método qualitativo, nesta investigação, é capaz de explicar como os professores entendem o pensamento algébrico e como podemos mobilizar os processos de ensino para introduzir a álgebra, nos anos iniciais. Com esta investigação, pretendo ampliar as experiências sobre o Ensino Desenvolvimental e a sua futura possibilidade de adotá-lo no ensino dos anos iniciais.

5.1 Conhecendo um pouco os sujeitos da pesquisa.

Os sujeitos de pesquisa, inicialmente, seriam dois grupos de pedagogos. Dessa forma, não se correria o risco de ter adesão baixa dos professores dos anos iniciais, como se desejava. Por isso, pensou-se de fazer estudos num e depois noutro grupo de alunos da graduação do curso da pedagogia.

Os sujeitos iam ser escolhidos em duas escolas na cidade e, posteriormente, em duas universidades, respectivamente, professores e estudantes de Pedagogia. Para coletar os dados, iam ser aplicados os formulários em formato de Google Forms (documentos gerados pelas ferramentas do Google Documentos) sobre o conhecimento básico, como forma de interação inicial com os sujeitos da pesquisa.

As respostas iriam ser analisadas e interpretadas. O objetivo era entendimento do que os sujeitos manifestam, com especial atenção sobre pensamento algébrico, e como se sentem ao ensinar (se é praticada em sala de aula) os conceitos algébricos. Mas, foi feita uma reunião com a direção de uma escola municipal de Rio Grande e foi combinado o planejamento de realizar oficinas presenciais com as pedagogas interessadas no tema. Foram distribuídos os questionários, cujas respostas foram registradas, organizadas e analisadas. Neste primeiro momento, procurei saber se os sujeitos gostam ou não de matemática, se eles ensinam conhecimento algébrico aos alunos. No caso do grupo dos estudantes, as perguntas variaram um pouco.

Depois do conhecer as futuras alunas, às pedagogas da escola municipal, foi aplicado um questionário no intuito de entender as necessidades e expectativas das mesmas, entender a sua relação com a matemática, em geral. Neste grupo de professoras, encontravam-se duas pedagogas no final das suas carreiras, no último ano antes da aposentadoria, e algumas com menos de 5 anos de experiência. Desde os primeiros momentos de nosso encontro inicial, percebi uma alegria no rosto das professoras e mesmo na fase final da sua experiência, elas demonstraram que são pessoas com muito estímulo, dedicação e com prazer em aprender. Existe harmonia no grupo todo e, em geral, uma certa tranquilidade em relação ao ambiente escolar. O questionário contém as perguntas metafóricas e as perguntas diretas. As perguntas do questionário foram as seguintes:

1. Qual animal seria a matemática e porquê?
2. Descreva uma aula de matemática, na sua infância, que você aprendeu algo e o porquê de você ainda lembrar desse episódio.
3. Se tivesse que explicar o mesmo conteúdo que foi lembrado na pergunta anterior para o seu irmão ou irmã, como explicaria?
4. Se tivesse que dar uma nota sobre a dificuldade para explicar o que significa uma equação em geral, qual nota daria. Fácil – zero, extremamente difícil - 10. Qual nota daria e porquê?
5. Quando precisa ensinar algum conceito, prefere explicar de uma forma mais formal ou usar palavras mais simples e de preferência com exemplos intuitivos sem usar os nomes matemáticos formais?

6. Nas aulas do primeiro ano, acha possível ensinar conceitos algébricos às crianças? Gostaria de aprender?
7. Gostaria de participar das oficinas com sequências de tarefas para ajudar a criar mecanismos para ao ensino de matemática, nos primeiros anos da escola fundamental?

Depois de verificar e estudar as respostas das professoras, para entender se elas sinalizaram alguma dificuldade, procurei compreendê-las no que se refere ao como ensinar o conceito algébrico e as equações, em particular.

A partir do questionário inicial foi possível descrever o perfil das 10 (dez) professoras que participaram do projeto. Neste grupo de pedagogas, foi incluída uma professora de matemática, que manifestou interesse de participar no projeto. Ela alegou de ter interesse de aprender coisas novas sobre como ensinar a matemática.

Para primeira pergunta, sobre o animal com qual associa a matemática, a maioria respondeu que a matemática representa um animal feroz, como leão, tubarão, uma onça, um polvo, bicho de sete cabeças. Estes animais representam medo, insegurança e falta de domínio do objeto em questão. E, quando perguntadas sobre as lembranças do passado, apenas uma relatou lembrança negativa sobre ser chamada sua atenção por causa de um erro. E, hoje em dia, esta mesma professora faz outras abordagens nas suas aulas para não “traumatizar” as crianças, como mesma relatou nos encontros. As outras professoras não guardam lembranças negativas sobre as aulas de matemática; elas têm memórias boas ou não se lembram de nenhum episódio das aulas das suas infâncias. A pergunta sobre a explicação do mesmo conteúdo – que foi lembrado na questão anterior – para o seu irmão ou irmã, apenas uma não soube o que responder. As demais mostraram a sua criatividade, empatia, paciência. Poucas professoras não responderam devido que, na resposta da questão anterior, não lembravam de tal conteúdo ser explicado para alguém e as devidas memórias. O unânime, entre as professoras, foi a resposta para pergunta 4, em que pedia-se para avaliar a facilidade, na escala de 1 a 10, em explicar a equação. Responderam que é difícil. Apenas a professora de matemática respondeu que considerava fácil, desde que “que apresentadas situações cotidianas”. A pergunta 5 do questionário fala sobre a linguagem usada para explicar conceitos matemáticos. Nesta pergunta, 8 das 10 professoras escolheram a alternativa ‘linguagem adequada’

que utiliza as palavras simples, que traz exemplos intuitivos. E apenas 2 afirmaram que usam os termos matemáticos corretos, na linguagem formal.

Foi visível a receptividade delas com o intuito de aprender. Por isso, na pergunta se gostaria de aprender uma nova possibilidade de ensinar os conceitos algébricos, nos anos iniciais, elas responderam que estavam dispostas para tal finalidade. Porém, duas delas consideravam que não era possível aprender conceitos algébricos nos anos iniciais. Havia expectativa muito grande em iniciar as oficinas. Assim, com a colaboração da direção da escola, foi estabelecido o calendário das 5 oficinas, com duração de 90 minutos cada.

5.2 Descrição das oficinas realizadas.

Dentro do planejamento das oficinas, junto com a direção do colégio, foi combinado de realizar encontros, durante dois meses, com duração de 3 horas. Isso ocorreria todos os sábados, mas, depois do combinado, foi reduzido a apenas cinco semanas de encontros de no máximo uma hora e meia, devido às mudanças internas nos planejamentos do ano letivo. Para entender estas mudanças, a vice-diretora explicou, pessoalmente, a situação das aulas que tinham iniciado um mês antes com as aulas presenciais, após dois anos de pandemia, com as aulas a distância e parcialmente híbridas.

Nas oficinas, realizadas na escola, foi constatado notável desejo das pedagogas em aprender algo novo, a esperança de alguém de fora vir para ajudar a resolver problemas, que elas enfrentam, nas aulas, após a pandemia. Combinamos que focaríamos na ideia de trabalho das oficinas e após cada oficina elas poderiam expor o que achavam e se sentiam em relação as oficinas, as aulas na escola e as dificuldades. No total foram 5 oficinas, com duração de uma hora e 30 minutos cada. Antes do primeiro encontro, ocorreu uma reunião breve, foi assinado o termo de consentimento a fim de convidar as professoras a participarem e, além disso, foi apresentado o questionário.

A ideia inicial era desenvolver as tarefas, de acordo com a metodologia do sistema desenvolvimental, sobre as propostas do livro do Davydov para o primeiro e segundo ano. Planejamos chegar ao conceito de equação voltado ao pensamento algébrico, desde o início das oficinas. Infelizmente, não foi possível fazer a sequência

das tarefas, do material do livro didático de Davydov, até as equações. Previa-se realizar um estudos da tarefas, correspondentes a um ano e meio dos dois primeiros anos, na escola, no sistema desenvolvimental, nas aulas de matemática. Foram realizadas as cinco oficinas com o mesmo número de participantes, aproximadamente, 10 professoras. Ao longo das oficinas, uma professora foi transferida para outra escola e, no lugar dela, entrou outra professora nova, que participou de apenas das duas últimas oficinas. Uma estagiaria se juntou a turma, mas considerou as tarefas muito difíceis para acompanhar. Outras professoras ficaram afastadas, dos dois últimas encontros por causa de Covid-19 e, no lugar delas, entraram duas pedagogas 'curiosas'.

Os objetivos das oficinas foram definidos na reunião com a orientadora e as tarefas foram desenvolvidas em conjunto. As discussões sobre a melhor forma de aplicação das tarefas e suas variações tomaram lugar durante mais de dois meses, nos encontros da orientação.

Quadro 6 - Agenda das oficinas:

	Data	Os temas desenvolvidos	Número de participantes
1	1.04.2022	Grandezas, comparação de cores, formas, tamanhos, áreas	10
2	8.04.2022	As noções de igualdade, desigualdade, uso dos esquemas	11
3	15.04.2022	Introdução das letras, reta numérica sem anotação dos números, esquemas, criação das retas não numéricas	10
4	22.04.2022	Introdução dos números, estudo de expressões algébricas, esquemas	10
5	29.04.2022	Estudo das sentenças algébricas, utilização de esquemas	10

Fonte. Quadro elaborado pela autora (2022).

Na primeira oficina, o objetivo era resolver tarefas referentes às grandezas: introdução e a relação entre elas. Assim como as crianças, foi necessário iniciar as oficinas com formulação dos conceitos das grandezas. As cores, formas, tamanhos e as suas comparações foram desenvolvidas de modo comparativo. As participantes consideraram tudo bem fácil: as tarefas, as ideias, as perguntas desafiadoras, de provocar dúvidas nas respostas e promover discussões em grupo. Foi oferecida uma tarefa pegadinha que não tinha solução que gerou bastante dúvida, entre elas. A tarefa de comparar o tamanho da área de um quadrado, cortado em partes e depois as juntando de formas diferentes, gerou perguntas, dirigidas a mim, do tipo se está certa a resposta de cada uma, pois tinham dificuldade com os conceitos da área.

Quadro 7 - Resolução da tarefa de modificar as características dos objetos.



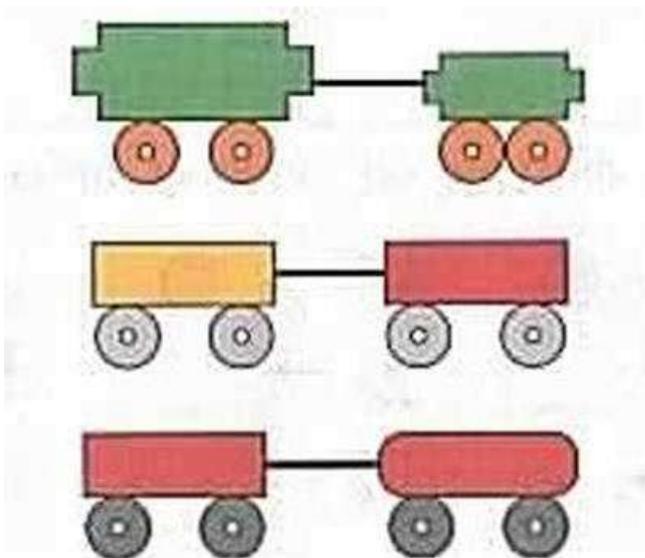
Fonte. Registro de uma aluna da oficina 1

A figura apresenta a imagem da resolução da tarefa que traz comparação dos objetos, na oficina 1.

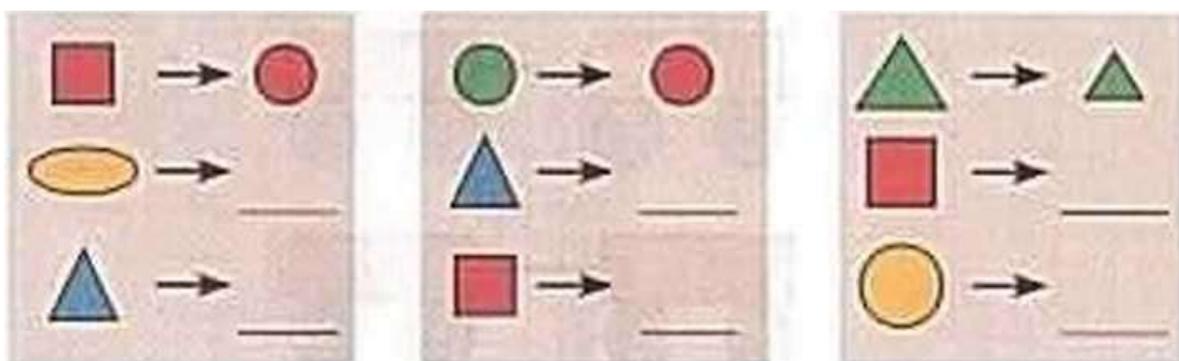
A seguir são apresentadas as folhas com as tarefas das oficinas que foram entregues ao final de cada oficina. As tarefas que precisavam o manuseio de material não constam nas folhas distribuídas. As oficinas foram preparadas, com base nos livros didáticos do primeiro e segundo ano, de autoria de Gorbov et al (2012).

OFICINA 1.

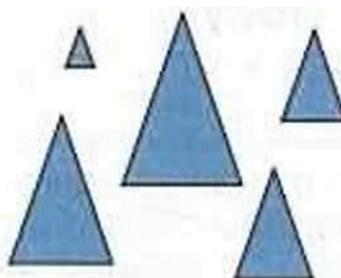
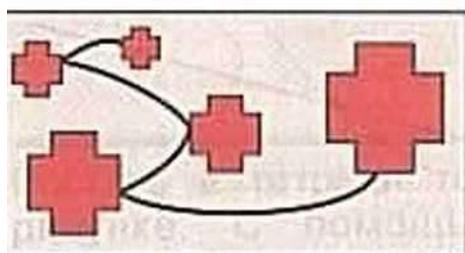
1. O que é que os vagões têm em comum, como se chama esta característica, o que eles têm de diferente, como se chamam estas características?



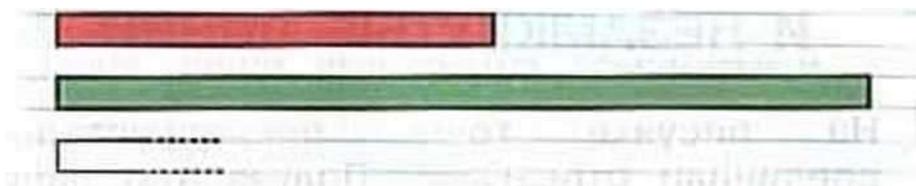
2. Modifique as figuras mudando uma característica só.



3. Como foram interligadas estas figuras? Faça ligação igual entre os triângulos usando a caneta.



4. Faça uma tirinha que seja mais comprida que a vermelha e mais curta que a verde.

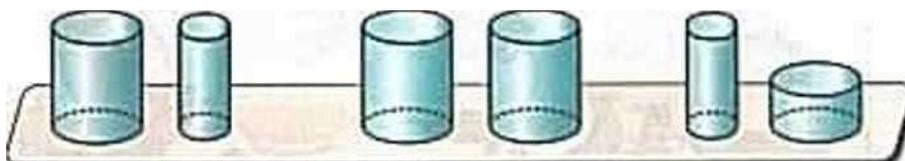


5. As crianças estavam colocando a água e medindo os volumes dos recipientes.

Nícolás

Pedro

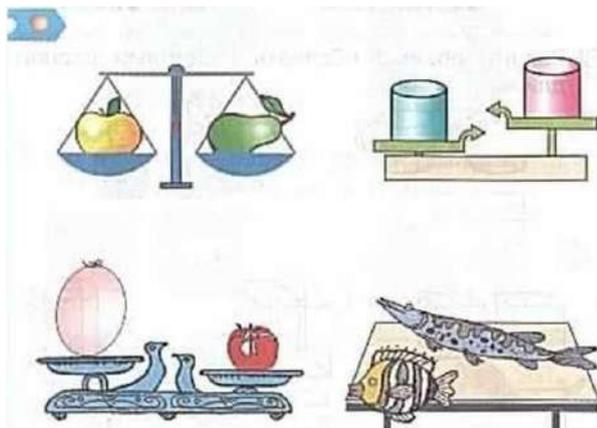
Tânia



Adivinhe, quem contou os volumes por meio de tiras vermelhas? E por meio de tiras azuis? Onde está a pegadinha?



6. Marque com as tiras os objetos que são iguais pela massa, cuidado com a pegadinha.



Na segunda oficina, foram desenvolvidas as noções de igualdade e desigualdade dos tamanhos. Depois, as mesmas noções foram estudadas, com o uso das palavras: igual, não está igual, maior ou menor, por meio dos esquemas, dos objetos, bem como a modelação das relações conceituais das tarefas. Também, focou-se na ordem dos objetos de menor para maior e ao contrário. Ao se propor a ordenação das figuras e o tamanho das fotos, gerou a discussão em 2 grupos. O seu resultado foi apresentado pelos grupos, em que se questionou a imagem da garrafa da cerveja como o menor objeto na sequência, em vez de ser o cartão de crédito.

Figura 17 - As imagens da tarefa – oficina 2 – sobre a ordem dos objetos sugeridos de menor para o maior



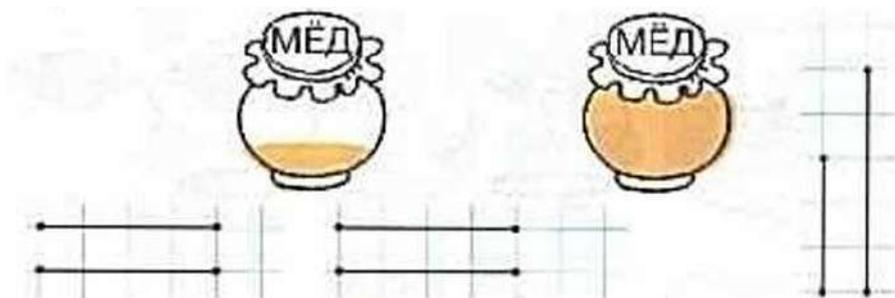
Fonte. Registro da tarefa, feita por professoras, na oficina 2.

No término da resolução das tarefas da segunda oficina, as discussões terminaram sobre como pode ser feita a mesma tarefa nas aulas.

OFICINA 2.

IGUAL. MAIS. MENOS. MODIFICANDO VALOR. VALORES COM LETRAS

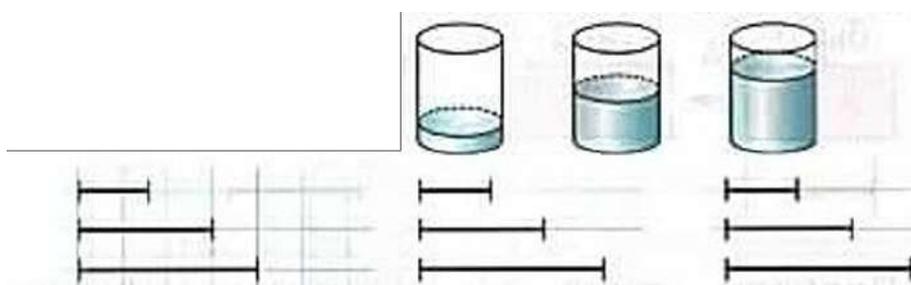
1. O resultado de comparação de vidros com mel é representado por segmentos.



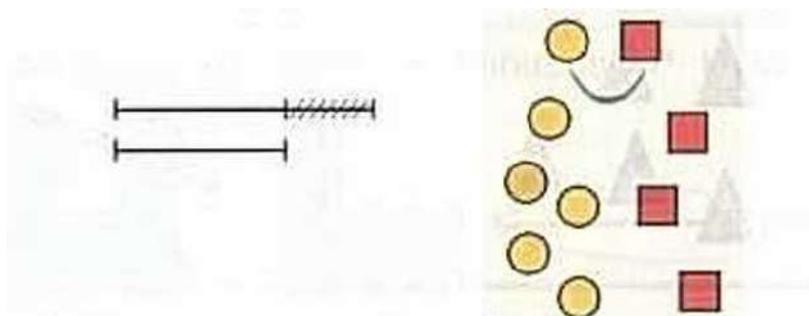
2. Qual é a característica que torna estes objetos iguais?



3. Mostre nos segmentos como podem ser iguados os volumes de água.



4. Deixe as quantidades iguais de acordo com os segmentos

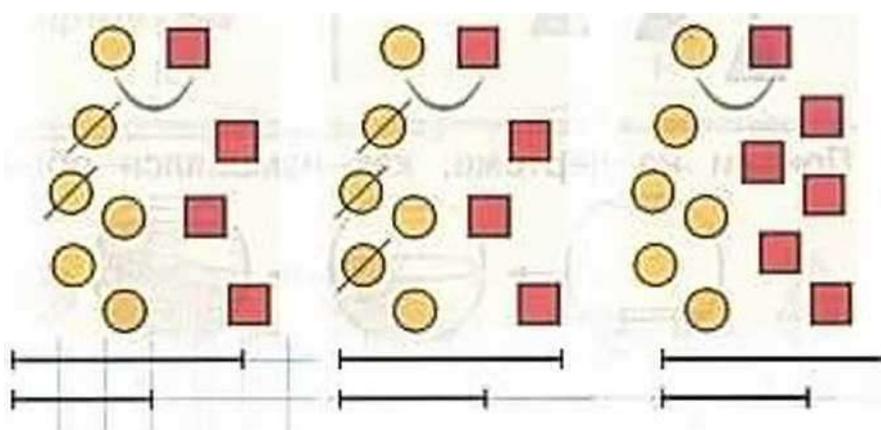


Mostre nos segmentos como isso foi feito pelas crianças:

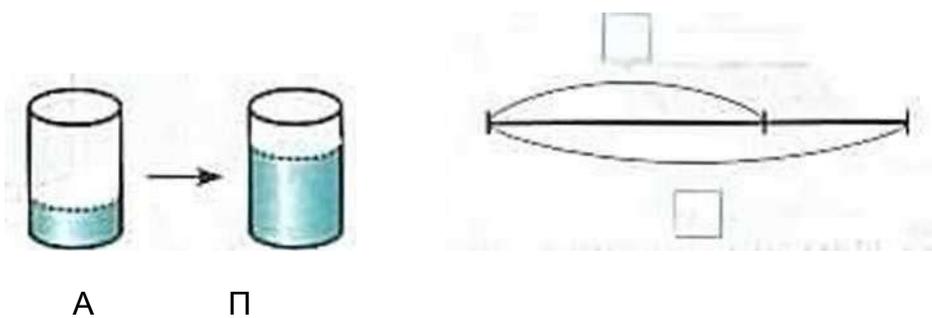
Nícolás

Pedro

Tânia



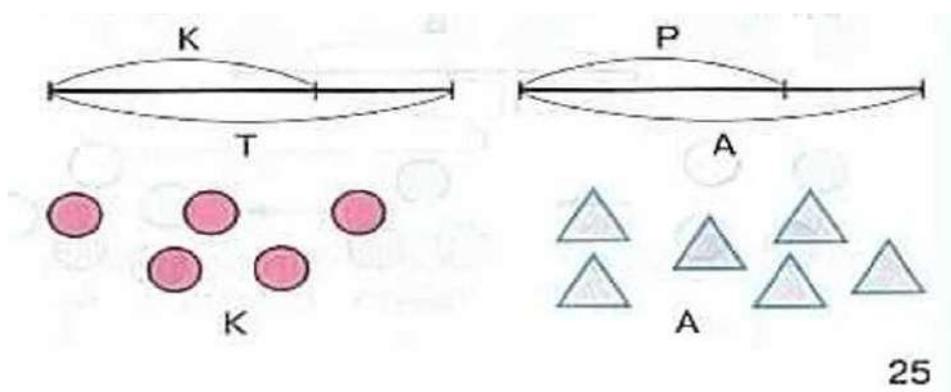
5. Marque no desenho os valores A e Π , era – ficou



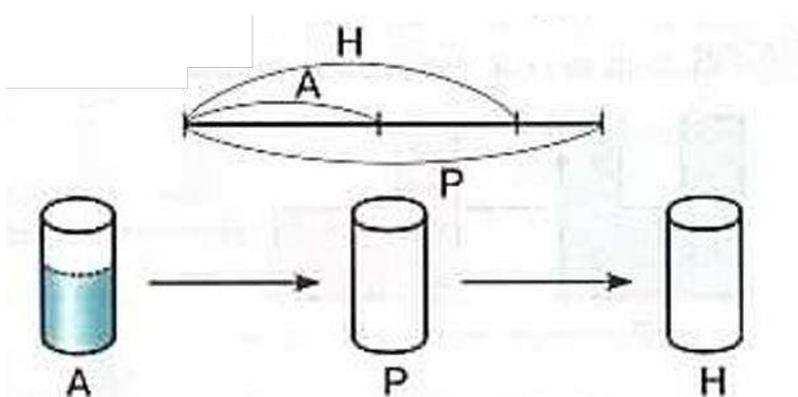
A

B

6. Como podemos modificar o valor de acordo com o desenho de segmentos?



7. Modifique nível de água de acordo com o desenho

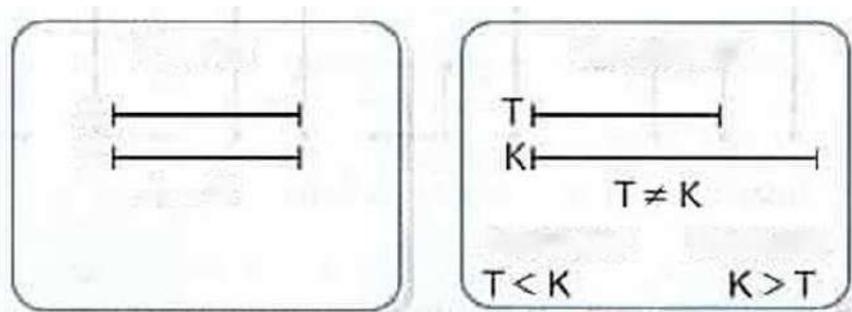


Esta última tarefa levou mais tempo do que foi planejado, porque ela tinha vários passos a seguir, de acordo com a perspectiva do ensino desenvolvimental, além das discussões e sugestões de como poderia ser feita nas aulas das pedagogas. Na terceira oficina, centrou-se nas anotações das comparações com letras, letras gregas, letras russas, a respeito das sequências dos objetos ordenando de maior para menor e ao contrário.

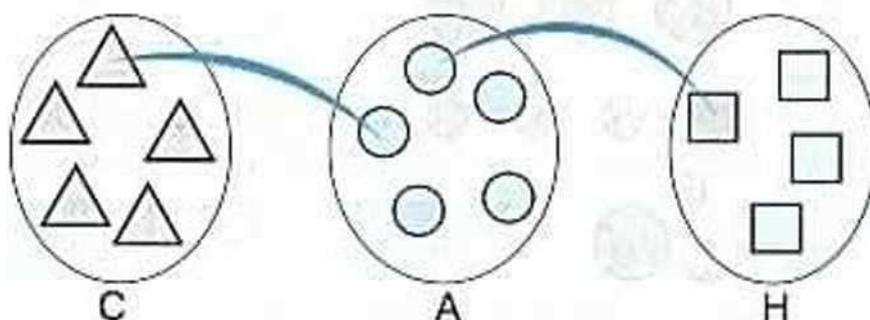
OFICINA 3.

ANOTANDO RESULTADOS DA COMPARAÇÃO.

Vamos completar as anotações:

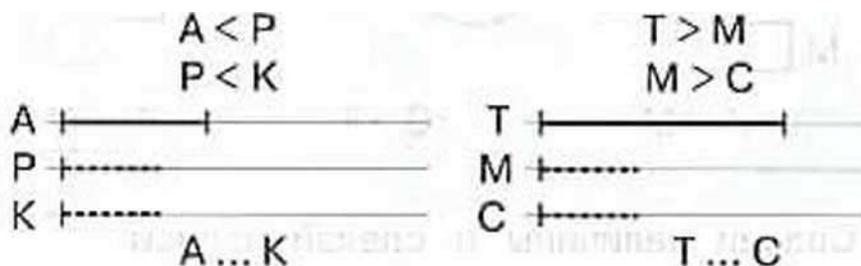


1. Compare as quantidades. Coloque primeiro os sinais “=” e “ \neq ” Coloque um sinal mais preciso se houver

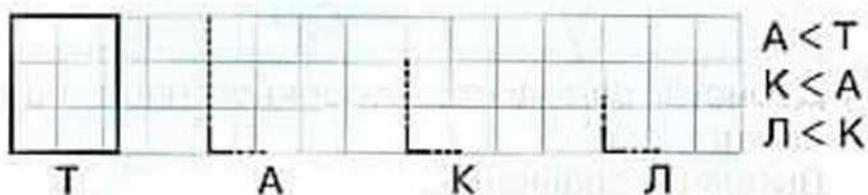


C A A H C.....H
 A.....C H.....A H.....C

2. Faça o desenho de acordo com as anotações e efetua uma nova comparação dos segmentos.

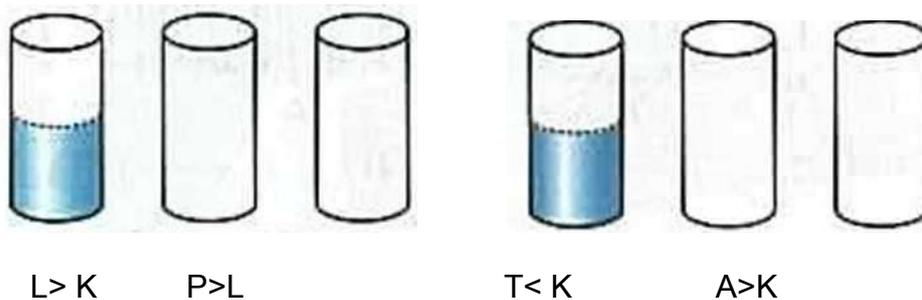


3. Faça as figuras segundo as anotações. Por que é que este tipo de série de valores chama-se ordenado?

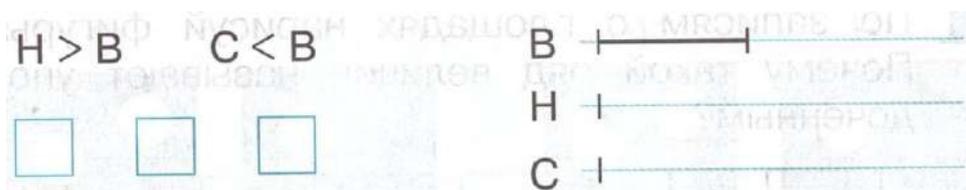


4. Usando o desenho (pinta com lápis), verifique se os volumes são ordenados.

K L P K T A

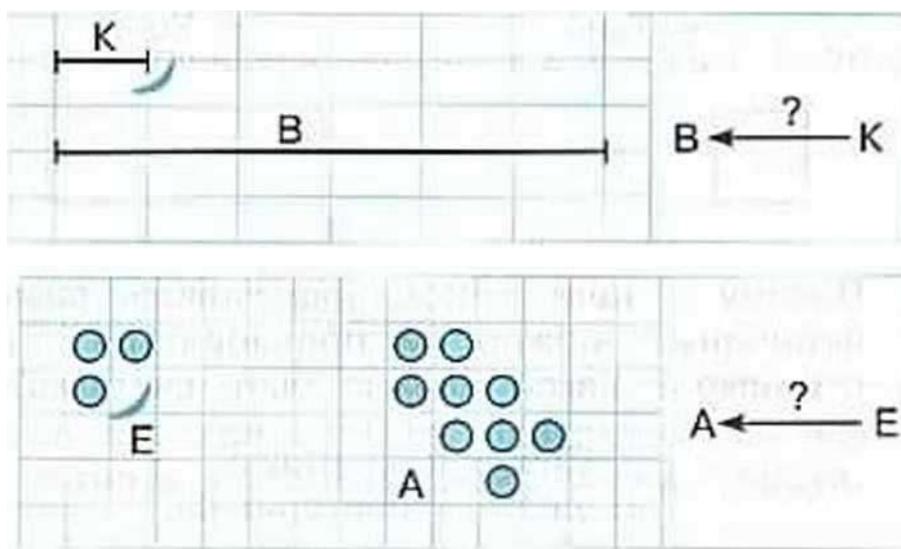


5. Faça um desenho. Anote os valores na ordem crescente.

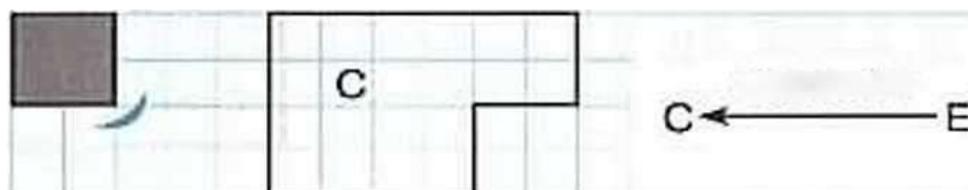


Uni, duni, te, salamé mingué, sorvete coloré, escolhido foi você

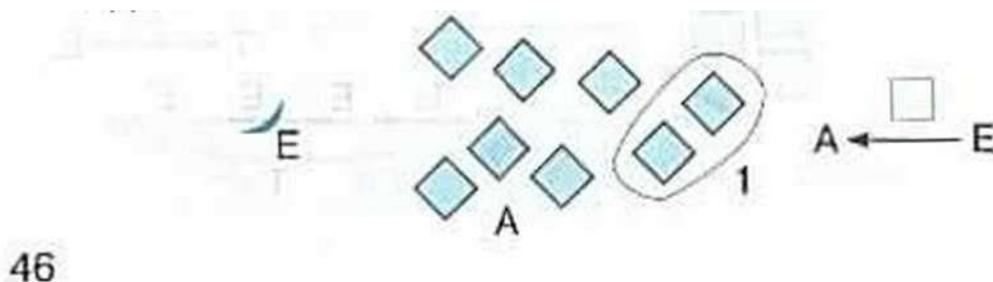
6. Meça os valores usando parlenda. Qual palavra está faltando na anotação?



7. Nicolas construiu a área pela a palavra “sorvete” da parlenda. Verifique se o resultado está certo.

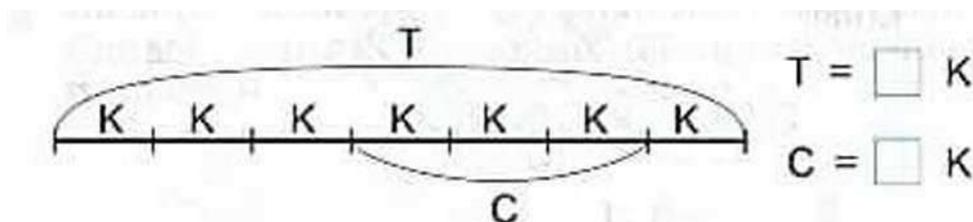


8. Identifique a medida. Termine a medição. Faça anotação.

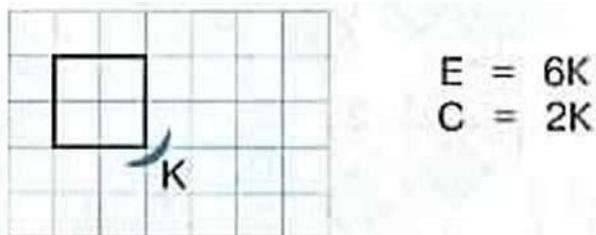


46

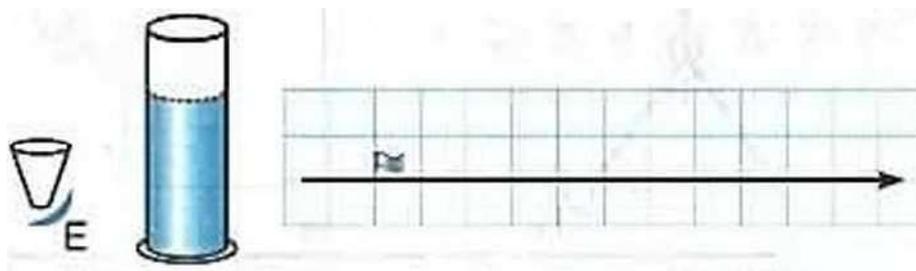
9. Quantas medidas K contém valor T? Quantas medidas K contém valor C? Complete as anotações.



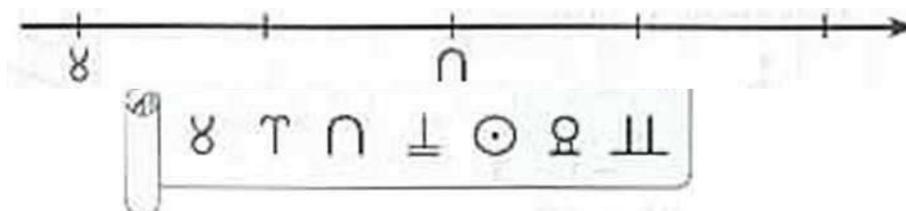
10. Faça figura com área E. Pinte dentro dela parte C.



11. Escolha a medida-passo e construa a reta numérica. Marque nela valor A.



12. Num país mágico os números são representados pelos sinais especiais. Aqui estão alguns deles. Eles estão na ordem, porém não estão todos na reta.



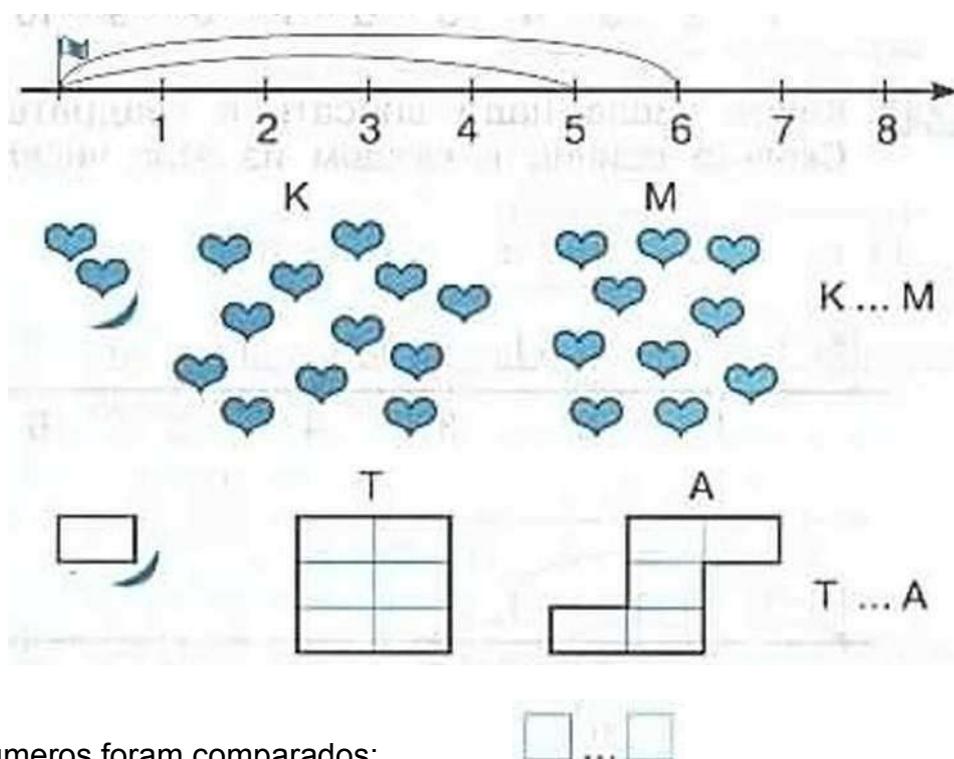
No final da oficina foi introduzida a medida por meio de palavras de algumas parlendas referentes ao tamanhos, que gerou muitas dúvidas e discussões em grupo.

A oficina quatro voltou-se ao estudo das retas numéricas sem e com zero, como início da reta.

OFICINA 4

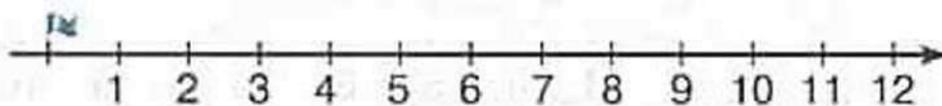
COMPARAÇÃO DE NÚMEROS

1. Quais dos números dados foram comparados na reta numérica?



Quais números foram comparados:

2. Compare as anotações: $8 \dots 6$ $7 \dots 9$ $9 \dots 10$

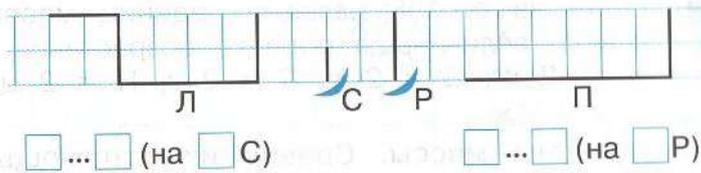


3.
 Usando a reta numérica complete as anotações.

$6 \dots 4$	$8 > \square$	$\square < 4$
$9 \dots 11$	$8 < \square$	$\square > 4$

Descubra a diferença dos comprimentos, use medidas C e P.

4



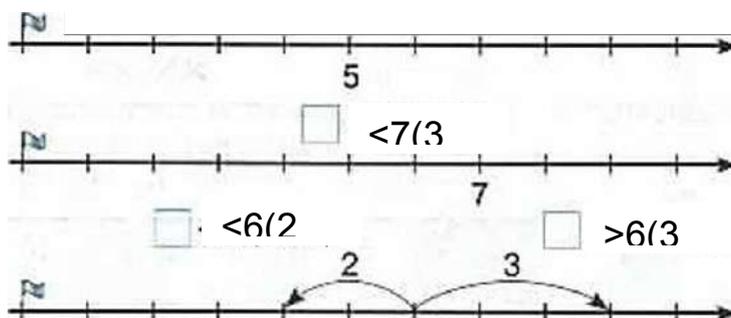
94

4. Encontre o valor usando reta numérica.

<input type="text"/> < 7 (EM 1)	<input type="text"/> < 9 (EM 3)
<input type="text"/> > 5 (EM 2)	<input type="text"/> > 4 (EM 3)

5. Encontre o número usando reta numérica.

<5 (em 2 unidades)



As ações feitas na reta numérica podem ser anotadas por meio das sentenças:

5+2 e 6+3 para encontro de número maior, 7-3 e 6-2 para encontro de número menor.

6.

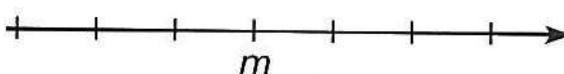
Complete as igualdades.

7. Coloque o número 'a' na reta numérica.

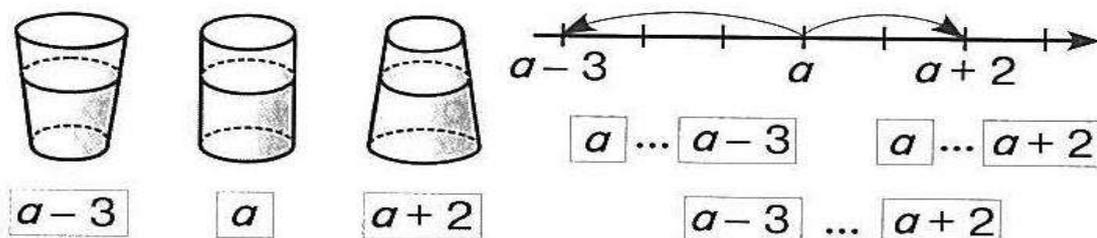
Encontre os possíveis significados das letras.

<input type="text"/>	+	1	=	<input type="text"/>
----------------------	---	---	---	----------------------

$m + 1 = a$



8. Num recipiente tem a medidas de água. Descubra, usando registros, como foram encontrados outros volumes de água. Faça comparação.

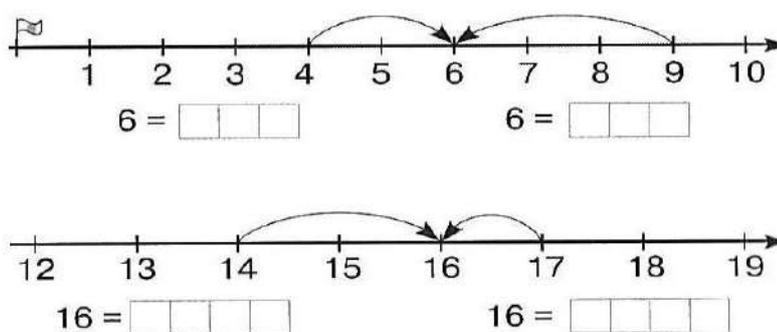


Explica como fez a tarefa

9. Encontre o resultado das sentenças e descreva como fez uma delas

A	5	4	3	2	1
a-1					
a+2					

As anotações confluíam-se com as letras. As sentenças, como $2A + 3B = C$, foram vistas como algo normal sem causar resistência, como nas primeiras aulas, em que professoras diziam que eram extremamente difíceis e impossíveis de aplicar com os alunos delas. As tarefas com as áreas, na relação parte e um todo e todo e uma parte – como variação da tarefa da primeira oficina – foi realizada sem dificuldades e com sorriso facial.



No último encontro, tratou-se dos problemas de usar esquemas de entender o enunciado e criar os próprios problemas para um colega resolver.

OFICINA 5

1. Encontre o resultado das sentenças na tabela e descubra as palavras escondidas. Explica como fez.

2.

A	8	5	10	7	9	6
a-2						

L	S	R	F	E	O
3	4	5	6	7	8

A primeira palavra é...

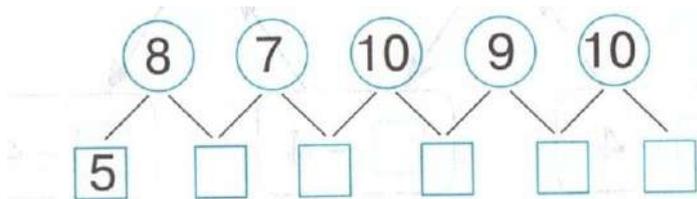
C	5	8	4	7	6	3
C+2						

O	O	V	Â	L	I
5	6	7	8	9	10

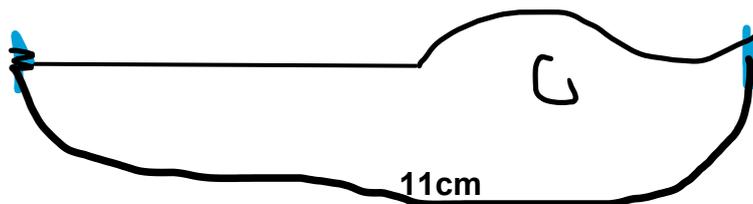
A segunda palavra é...

3. Interpreta o esquema, anote a sentença a ser trabalhada e complete a tabela de acordo com esta sentença. Confere os resultados com colega.

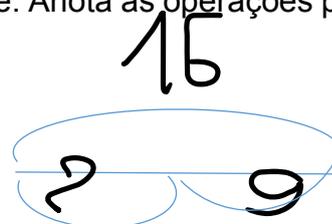
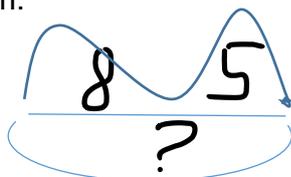
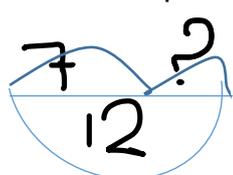
4. Explica a um colega como vai fazer a atividade. Anote todas as sentenças das operações feitas e compara as figuras preenchidas



5. Explica aos colegas como achar o comprimento da curva C, se o comprimento total do arame é de 11 cm. Construa segmento C



6. Anota qual número é dado: o inteiro ou a parte. Anota as operações para achar números que faltam:



7. Faça o esquema usando o inteiro ou a parte da historinha seguinte.
A mãe comprou **A** maçãs, destas **C** maçãs eram vermelhas e o resto das maçãs



E eram amarelas.

8. Crianças brincavam no escorregador de gelo com trenó. Depois que chegaram crianças com esquis, o número de crianças passou a ser 15. Quantas crianças com esquis chegaram no escorregador? Faça o esquema do inteiro e as partes.
9. Olga tinha que resolver 12 continhas. Passado 5 minutos ficaram 2 continhas para resolver. Quantas continhas Olga fez em 5 minutos? Faça o esquema do inteiro e as partes.

10. Encontre a diferença dos números e explique como fez.

$a > b$ (на k)

a	10	9	10	8	10	9	7	10
b	7	6	6	5	2	3	4	3
k								

Exemplo de uma tarefa trabalhada no último encontro:

6 Análise dos dados coletados

Ao longo das oficinas, ocorreram as gravações, que foram autorizadas pelas próprias professoras e as fotos das folhas e das tarefas desenvolvidas, manualmente, pelas professoras. Após o término, foi discutido o efeito das oficinas na vida escolar das professoras. Foi extremamente gratificante ouvir as ideias: das oficinas sendo aplicadas nas aulas; a vontade de usar as tarefas com os alunos; o desejo de aprender expressões e conceitos na teoria proposta, a fim de fazer o devido uso nas aulas das mesmas.

Os dados coletados mostram que as tarefas – mais discutidas ou as mais difíceis e geradoras de dúvidas – são aquelas com várias ações precisavam respeitar os passos de resolução. Ou seja, que incluíam a leitura textual, modelos com objetos, com letras ou símbolos e a modelagem. Às vezes, a pressa de resolver a tarefa a levavam pelo caminho errado. Também, surgiam dúvidas, entre as outras professoras que respeitavam o tempo para pensar e analisar como poderiam solucionar a mesma tarefa. Esse momento era marcado, por exemplo, pelo esforço de passar do concreto físico ao abstrato e na análise da relação entre as grandezas. Outra dificuldade observada foi que a anotação por letras, das expressões algébricas, causava estranheza, bem como a ausência de número nas tarefas como medição das grandezas. Nessas situações, elas queriam colocar números em tudo, desde as primeiras oficinas. O desejo de anotar tudo com os signos numéricos revela os traços marcantes oriundos da vida cotidiana e das suas práticas em sala de aula. A dificuldade com as noções de geometria também se manifestou em todos os sujeitos. A exceção foi a professora de matemática, que participou das oficinas, e trabalha com os alunos dos últimos anos do Ensino Fundamental. As noções da área e as suas aplicações, na primeira tarefa, então entre aquelas que eu precisei dar mais atenção, nas tarefas posteriores.

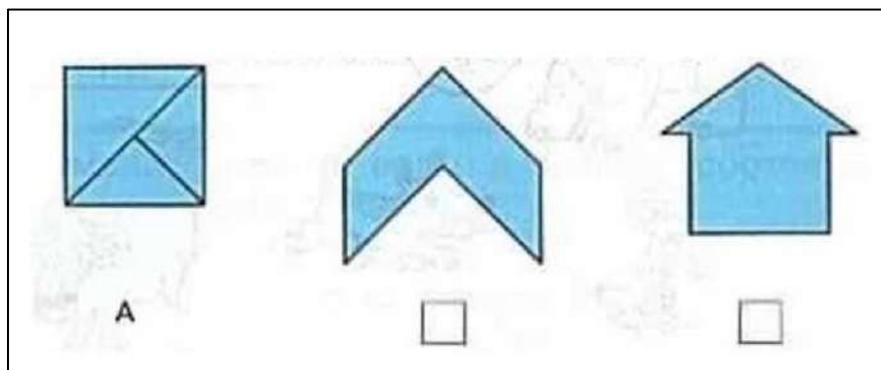
A tarefa sobre a área é apresentada a seguir.

Tarefa do primeiro encontro com as figuras recortadas: Corte o quadrado em triângulos conforme mostra o desenho, componha as figuras com os triângulos:

- a) com área A, mas de outra forma;
- b) com outra área;

c) iguais aos desenhos.

Figura 18 - Tarefa sobre a área e modelagem da oficina 1.



Fonte: Davydov et al. (2012).

Nesta tarefa, as alunas recortaram as partes delineadas nos quadrados que cada uma recebeu. O passo seguinte foi a montagem das figuras com a área A de outra forma que elas imaginavam. A dificuldade foi responder se a área das figuras montadas era igual ou diferente. Surgiram os questionamentos como: qual fórmula precisava usar para calcular as áreas de cada figura. Na parte b da execução da tarefa, a dificuldade estava em identificar se a área era igual ou não. Por isso, decidiu-se, com a orientadora, de aplicar as tarefas com as áreas, em todos os encontros, mas com finalidades diferentes. Houve o seguinte diálogo:

- Professora: Agora sabem, qual foi a figura que obtivemos após o recorte das partes do quadrado?

- Aluno: Não.

- Professora: Mas eu estou falando que cortamos o quadrado sem jogar nenhuma parte fora. É um quadrado recortado ainda?

- Aluno: Mas aqui estão figuras distintas, e não sabemos qual deles você usou.

- Professora: É verdade, estas figuras são iguais pela cor e pela forma são distintos, por isso é preciso fazer mais uma pergunta. Que pergunta é essa? Qual a diferença entre elas?

- Aluno: Se ela é grande ou pequena? Professor: Não exatamente. Essas figuras tem uma grandeza que trabalhamos antes, que é igual. O que seria? Agora vocês sabem que as figuras tem em comum?

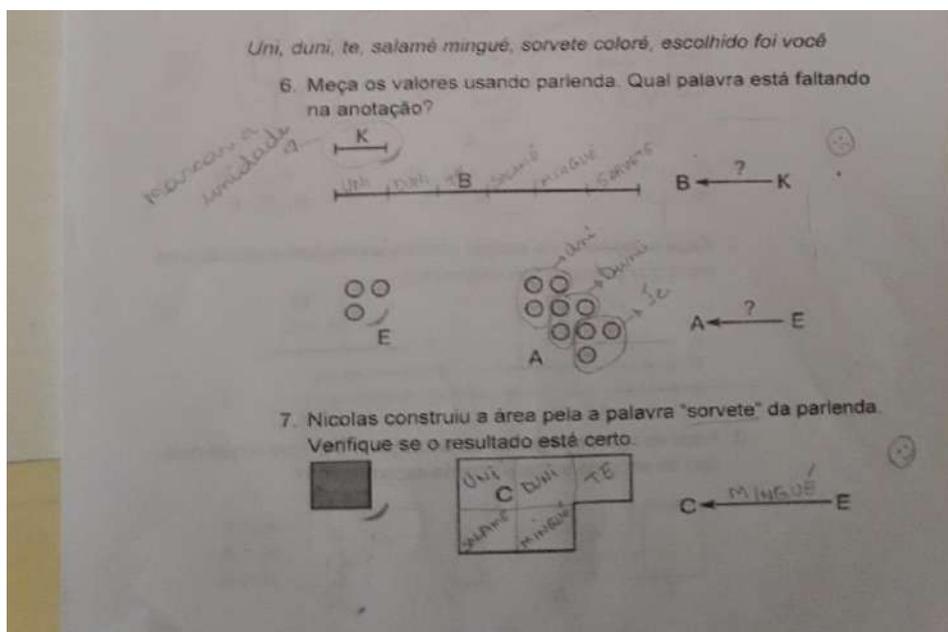
- Aluno: Sim, mas não tenho certeza, seria a área?

- Professora: Vamos analisar as figuras de novo.

Foi extremamente desafiador, para as pedagogas, não usar números para medições, e sim, as palavras de uma parlenda, na sequência para medir segmentos, estudadas desde a primeira oficina. Essas tarefas são muito importantes, pois elas que criam a necessidade do uso dos signos numéricos. Como produção histórica e necessária da humanidade.

Como podemos observar, na imagem a seguir, nas duas tarefas com a parlenda, a aluna teve dificuldade em entender os esquemas e preencher a reta com as palavras em vez de números. Além da leitura da medição com as palavras da parlenda italiana, precisava fazer algumas ações antes da resolução das tarefas, que a aluna queria pular para resolver a questão rápido.

Figura 19 - Imagem da resolução das tarefas com a parlenda, solucionados por uma aluna da oficina 2.



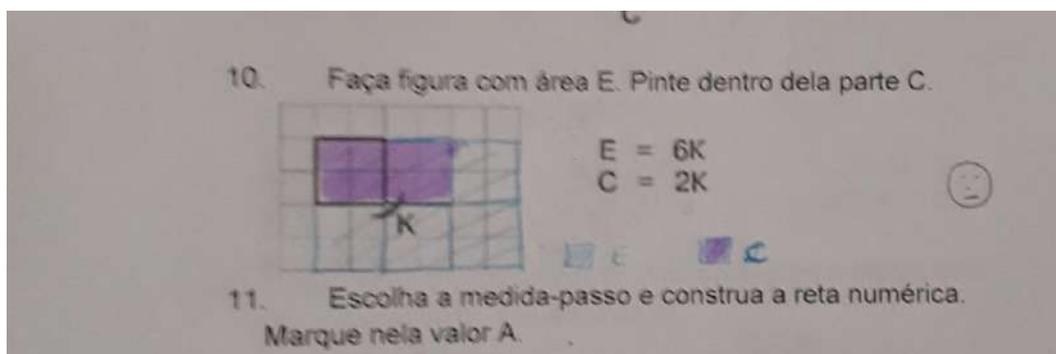
Fonte: Registro da tarefa, feita por professoras na oficina 2.

Esta questão 6 requeria a passagem do abstrato para o concreto, pois envolve a compreensão da reta e a unidade da mesma, bem como a leitura de expressão da reta, com uso de palavras para indicar o resultado da medição, em vez de números. Esta professora não aprovou a atividade por considerar difícil a sua execução. Porém,

na próxima tarefa, que seria a medição da medida da área C com as mesmas palavras da parlenda que seriam as anotações da unidade, a aluna executou com sucesso e avaliou como fácil e “legal”. De acordo com os pressupostos teóricos estudados, a repetição e prática são essências para alcançar objetivos de cada passo.

A tarefa de medir uma figura, cuja área é E com uma unidade de medida K , acabou gerando muitas dúvidas, perguntas e discussões. Algumas professoras relataram que os alunos deles não iam entendê-la e nem conseguiriam executá-la. Além disso, a anotação do tipo $E = 6K$ seria visto apenas no sexto ano e não no primeiro, como era proposto nas oficinas.

Figura 20 - A imagem da tarefa 10 com medição da área, usando a unidade dada.



Fonte: dados da pesquisadora, 2023

Diálogos durante a execução da tarefa e o tempo que levou eram mais ou menos 20 minutos:

A professora apresenta a tarefa e pede identificar as 6 unidades de K e interage com eles por meio do diálogo:

- Será que isso é uma figura que conhecemos?
- É! Um quadrado! Um retângulo! Temos 6 quadrados!
- Qual é a área dela da figura maior? E da menor?

...Silencio. Ninguém fala nada. Começa a discussão em grupos pequenos, não tem como distinguir a fala na gravação neste momento. Após alguns minutos: “Temos 6 quadrados e um retângulo grande com área E dada.” (Foi a fala da professora de matemática, que interpretou os dados da tarefa certo)

- Mas não tem como saber...

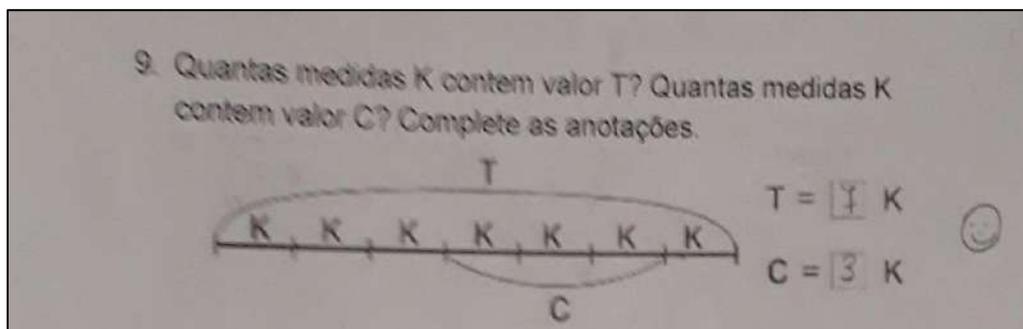
-A gente não sabe, imagina nossos alunos

Professora:

-Calma, pessoal. Vamos escutar a nossa colega porque ela acha isso.

As professoras tiveram dificuldade de interpretar a questão de unidade de área medida em K unidades. Elas relataram que era confuso que seria esse K. E, de acordo com Davydov (1988), é fazer com que os alunos assimilem a forma geral de número por meio da definição da relação múltipla das grandezas, na qual uma é a grandeza a ser medida, e a outra, a unidade de medida utilizada. Não houve essa assimilação neste momento, precisávamos fazer mais tarefas com as propostas similares. Assim, outra tarefa interior mostrou a compreensão da relação múltipla das grandezas. As inseguranças dos elementos geométricos serviram como obstáculo na compreensão da tarefa da figura 21.

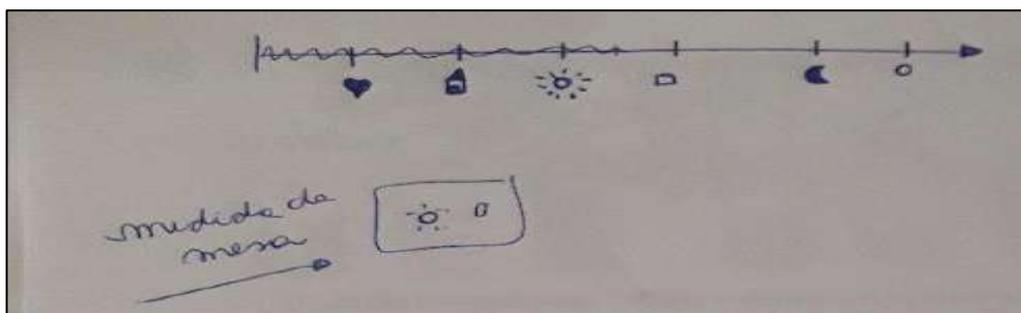
Figura 21 - A imagem da tarefa com esquemas, com letras e a reta.



Fonte. Registro da tarefa, feita por uma aluna, na oficina 3.

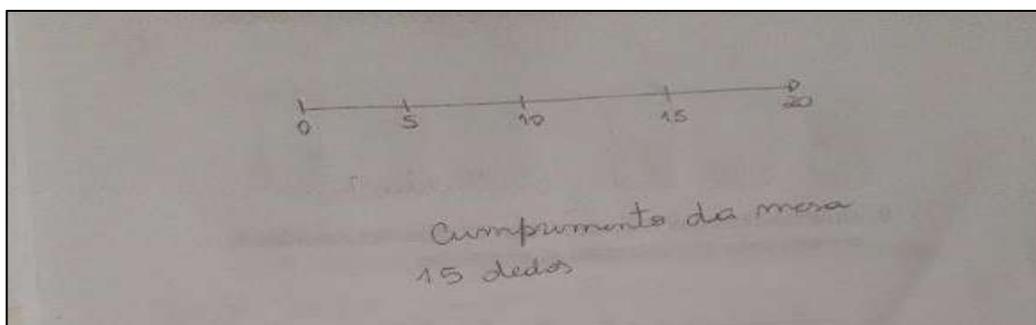
Após quase metade das tarefas resolvidas nesta oficina, a proposta se concentrou na reta de medições com as unidades que elas escolheram como padrão. As alunas aderiram com satisfação a ideia de criar suas próprias retas e a escolheram como a tarefa preferida das oficinas.

Figura 22 - Imagem da modelagem de uma reta com números mágicos.



Fonte. Registro da tarefa, feita por uma aluna na oficina 3

Figura 23 - Imagem de modelagem de uma reta com números mágicos.

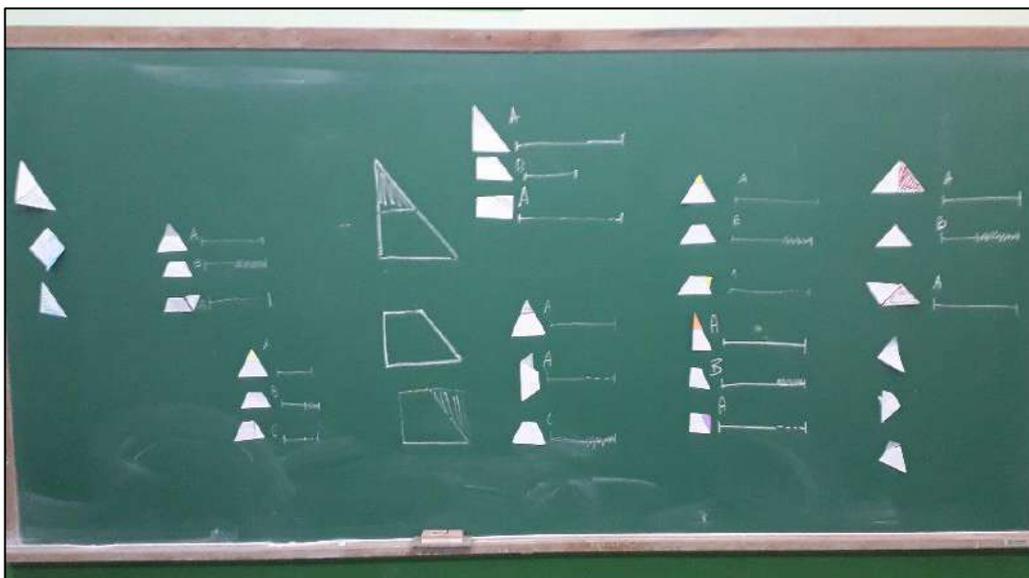


Fonte. Registro da tarefa, feita por uma aluna na oficina

Na oficina quatro, as tarefas se referiam às retas numéricas sem e com zero, como início da reta.

Também, concentrava-se nas comparações das áreas. Como as alunas não sabiam resolver as tarefas da área, nas oficinas 1 e 2, preparamos tarefas semelhantes da primeira oficina da modelagem e da comparação das áreas. Como podemos observar, na imagem a seguir, elas conseguiram solucionar a tarefa de cortar um triângulo em 3 partes e, depois, comparar uma parte com todo. Depois, modelaram outra figura e compararam com original. Importa destacar que elas mostraram como as fizeram com ajuda dos esquemas, discutidos no mesmo encontro. Seguiu-se, pois, como é ensinado, nos livros de professor de ALEKSANDROVA (2019), de GORBOV et al (2019) e TSUKERMAN (1993), que também recomendam a repetição de várias tarefas similares para melhor aprendizado.

Figura 24 - A Foto da atividade de comparação das áreas da oficina 4.



Fonte. Registro de uma tarefa de comparação das áreas, realizada por pedagogas, a oficina 4 (2022).

Nesta tarefa, era proposto para medir a área de um triângulo, pintar uma parte de triângulo de toda área e comparar com as partes. Além disso, orientava para o uso de esquemas, construção de modelos e, inicialmente, a construção das figuras a serem cortadas. A ideia foi repetir a experiência da primeira tarefa sem perder de vista a abordagem do sistema do ensino desenvolvimental. Como podemos ver no desenho, as tarefas foram executadas com excelência. Em nenhum momento, as professoras questionaram se era correto, pois se auto avaliaram, conversaram entre si e chegaram à conclusão que estava tudo certo.

Houve o seguinte diálogo:

- Professora, como faço para recortar um triângulo retângulo?

Professora: -Eu não sei. Precisa pensar como fazer. Quais são as diferenças do triângulo retângulo?

-Acho que tenho alguma ideia.

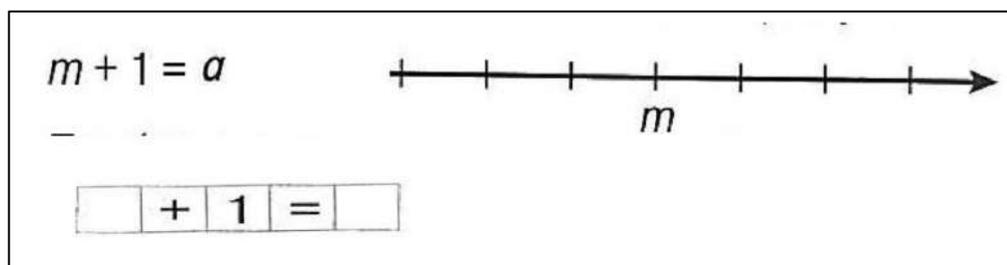
Professora:

-Precisamos de um triângulo retângulo?

Neste momento houve troca de conhecimento de todas e fizemos os triângulos, cada uma do seu jeito. Após a construção dos triângulos, fizemos a comparação das áreas: inteiro, segundo com uma parte cortada e um triângulo modificado de uma área pintada, porem o triângulo inteiro. Na hora de apresentar, cada uma vinha para o quadro para colar os seus triângulos e explicar, usando os esquemas que parte de tudo ou apenas parte representava cada um dos triângulos. As alunas sempre perguntava se estava certo e eu devolvia a pergunta, se elas achavam se estava certo e pedia para defender o seu ponto de vista. Usamos as anotações com letras, esquemas, modelos geométricos com representação em forma de segmentos. As professoras que não sabiam se estava certo, tinham dificuldade de mostrar no segmento na forma tudo - uma parte e parte – tudo, chamando as áreas com letras iguais e diferentes, como podemos ver na figura 27. Onde as mesmas áreas A, foram chamadas de A e C. Elas falaram que tinham dificuldade de associar com as letras tudo, precisavam de tempo de se acostumar.

Outra tarefa, na oficina quatro, que não causou mais estranheza se refere àquela de encontrar as partes faltantes nas expressões algébricas como:

Figura 25 - Tarefa da oficina 4 das expressões algébricas.



Fonte. Livro didático de Gorbov et al. (2012).

Nesta tarefa, pedia-se para localizar “a” na reta e completar as sentenças algébricas. Além de encontrar os possíveis significados das letras. Foram várias respostas. Se no primeiro encontro, as dúvidas eram de todas as alunas, agora elas: pensavam antes de responder, davam as ideias do que poderia ser feito na resolução e discutiam, em grupo, o que pedia a questão. As respostas variavam de acordo e como cada uma preencheu a sua reta.

Exemplo de uma tarefa trabalhada, no último encontro:

6. Faça o esquema usando o inteiro ou a parte da historinha seguinte.
A mãe comprou A maçãs, destas C maçãs eram vermelhas e o resto das maçãs E eram amarelas.



A figura, seguir, mostra a resolução desta tarefa, proposta no último encontro. Vale ressaltar que a sua resolução ocorreu de duas maneiras diferentes, nas oficinas, com uso de esquemas: a relação de todo e a parte de um todo.

Figura 26 - Imagem da tarefa 6, realizada por uma aluna na oficina 5.

6. Faça o esquema usando o inteiro ou a parte da historinha seguinte.
A mãe comprou A maçãs, destas C maçãs eram vermelhas e o resto das maçãs E eram amarelas.

$A = C + E$

12 maçãs

Fonte. A foto da atividade da resolução da tarefa 6 da última oficina (2022).

No desenvolvimento das tarefas, as alunas perceberam que, com base do texto de uma historinha, é possível formular tantos problemas, quantos elementos da relação parte-todo encontra-se nelas. Cada um desses elementos pode ser determinado, a partir de outros dois. Apesar de não ter dificuldade na tarefa de preencher a tabela, a maioria não conseguiu anotar a sentença algébrica, que se resume em $p = m + n$. Mas, esta professora também cometeu erros ao preencher a tabela.

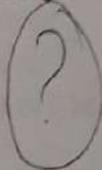
Figura 27 - Resolução da tarefa 2 da oficina 5.

A segunda palavra é...

2. Interpreta o esquema, anote a sentença a ser trabalhada e complete a tabela de acordo com esta sentença. Confere os resultados com colega.

$$\begin{array}{c} p \\ / \quad \backslash \\ m \quad n \end{array}$$

n	3	3	3	4	5	4	3	3
m	3	4	4	3	3	5	3	3
p	6	7	7	6	7	6	7	6



Fonte. Registro de uma aluna com dúvidas na tarefa 2, na última oficina (2022).

Neste exemplo, podemos ver a falta de análise prévia dos dados da tarefa, a não interpretação do esquema dado e nem a verificação dos resultados com colegas. Enfim, não seguiram as etapas das ações de estudo ao preencher a tabela.

Dedicamos os últimos 30 minutos do encontro para debater as oficinas, preencher o questionário final e trocar ideias sobre o trabalho realizado em conjunto.

6.1 A análise do questionário no final das oficinas

1. *Nestes encontros de matemática como poderia avaliar o grau da dificuldade das tarefas propostas para trabalhar no primeiro e segundo ano? De 1 mais fácil e 10 mais difícil. Explique sua escolha*

As respostas dadas têm em comum a percepção de dificuldade de médio para alto grau, devido a 'método fragmentado que é ensinada a disciplina de Matemática nas escolas'. Outro fator mencionado foi as consequências da pandemia, para as crianças. As palavras usadas para explicar esta dificuldade são: 'contexto atual bem complicado, na atual realidade que estamos'. Entretanto, quase todas responderam que as tarefas eram bem interessantes e que são possíveis de serem aplicadas.

2. *Quais destas tarefas propostas, pretende usar? Explique a sua resposta*

As respostas eram bem variadas: tarefas de todos os encontros foram mencionadas. Dentre as favoritas, destaco: de reta numérica, de área, de modelagem, com as expressões algébricas de letras e conjuntos. Uma professora respondeu o seguinte: "De certa forma todas, pois as adaptações que foram explicadas e

compartilhadas podem ser um atrativo para propor os conteúdos que temos que trabalhar”.

3. *Desde o primeiro encontro foi trabalhado pensamento algébrico por meio de tarefas da comparação, medição, adição, subtração, construção. Se é possível adaptar algumas à sua prática pedagógica, como pretende fazer isto.*

As respostas, basicamente, se resumiam em usar material concreto nas aulas. Uma professora usaria o lúdico com o visual em algumas tarefas que foram propostas. Algumas das tarefas mencionadas são mesmas desenvolvidas nas oficinas, com esforço para que as explicações sejam claras e resolvidas em grupo, dando voz aos alunos, como foi feito nas oficinas.

4. *O que achou da teoria desenvolvimental? Já conhecia? Gostaria de saber mais?*

A maioria das pedagogas conhecia a teoria desenvolvimental, de quando cursaram a faculdade. Entretanto, todas admitem que precisam se reciclar, ou aprofundar, ou aprender mais sobre. Conclamam para que a teoria se volta para o desenvolvimento infantil e não na formação dos conceitos, como abordado nas oficinas. Apenas uma pedagoga não conhecia, mas manifestou interesse em aprender mais.

5. *O que gostaria de alterar nas oficinas que você participou para ter mais proveito do conteúdo apresentado?*

A maioria respondeu que faltou tempo para abranger do primeiro ao quinto ano. Uma professora solicitou o estudo da Tabuada e da divisão. Também, duas gostariam de uso do material concreto, na maior parte das oficinas.

6. *Como acha que é possível trabalhar o pensamento algébrico em suas turmas? Com qual tarefa você iniciaria?*

As respostas variaram, de acordo com a necessidade das turmas de cada uma e usar: a reta numérica sem números, o papel quadriculado para comparar as figuras, a ideia de letras do segundo encontro (com medição e comparação dos objetos concretos).

7. *Explique quais são as dificuldades (impeditivos) que encontra nas suas aulas de matemática para trabalhar o pensamento algébrico? E se não está trabalhando o pensamento algébrico, quais as dificuldades acham que poderia encontrar?*

Dentre dos impeditivos mencionados, destacam-se: falta de entendimento de alguns conceitos, a situação de pós pandemia com desafios mais urgentes, falta de raciocínio lógico e medo de erro dos estudantes. Duas professoras não têm dificuldade em trabalhar pensamento algébrico, apenas precisam de tempo e paciência.

8. *Formule uma tarefa que você considera acessível para desenvolver o pensamento algébrico.*

Foram mencionadas diversas tarefas, entre elas: comparação das alturas das crianças da sala, bingo com desafios algébricos, medições de volume com copos de água, em que todas envolvessem expressões algébricas e as retas numéricas.

Posso dizer que percebi, nas manifestações das pedagogas, a ampla aceitação da proposta de desenvolver o pensamento algébrico dos estudantes, nas aulas de matemática. Para tanto, requer a criatividade para adaptar as tarefas desenvolvidas nas oficinas. Há necessidade de continuar o estudo para conseguir as condições para o desenvolvimento dos conceitos algébricos até o segundo ano, no mínimo.

Aprendendo com Demo, a análise da prática na escola foi um trabalho importante para a pesquisa, porque

A grandeza da prática está em completar a teoria, submetendo-a à prova concreta, para se poder verificar se o discurso tem reais condições de manipulação da realidade, mas está, sobretudo, na dimensão política de realização ideológica, no sentido de coerência lógica e social. Somente ela pode dizer se uma teoria é pura invenção gratuita, mesmo que esse teste não possa ser definitivo, porque já seria exigir demais da ciência (DEMO, 1985, p 79).

A análise referente à aplicação das tarefas teve como base a teoria das 6 ações do sistema de ensino Elkonin-Davydov.

Na etapa da análise, optei em descrever as ações com exemplos, com evidência da importância de cada uma delas. As ações fazem parte da estruturação da organização da atividade de estudo. Portanto, desdobraram-se as tarefas particulares propostas pelo referido sistema para proporcionar que as professoras entrassem em atividade de estudo, mesmo que não fosse sua atividade principal, uma vez que, na prática, estão em atividade profissional. O importante é que elas se envolvessem, experimentalmente, na resolução de tarefas cujo conteúdo, em nível teórico fosse a linguagem algébrica, desde o primeiro encontro.

De acordo com Elkonin e Vygotsky (DAVYDOV, 1986, p.145), o ensino tem seu papel principal no desenvolvimento intelectual por meio do conteúdo teórico do

conhecimento adquirido. Na vida escolar, as crianças não têm necessidade de adquirir os conhecimentos teóricos, mas ela surge durante o processo escolar. Isso ocorre por consequência de uma organização intencional do ensino para que ocorra a apropriação de conhecimentos, em colaboração com o professor, ao executar algumas ações, que requerem a solução das respectivas tarefas particulares. Portanto, as ações de estudo se objetivam pelas soluções de um conjunto de tarefas particulares.

A descrição de todas as tarefas dos 5 encontros, durante as oficinas, mostrou o caminho para análise do material coletado. Desta maneira, foi decidido fazer a descrição das ações com seus exemplos de tarefas, que foram executadas pelos sujeitos da pesquisa.

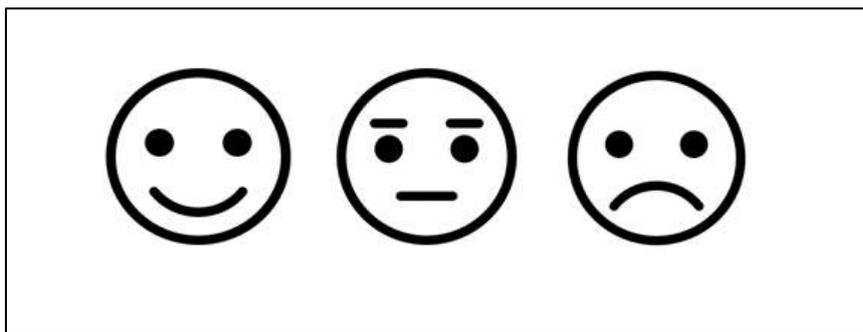
De acordo com DAVYDOV (1992) e DAVYDOV (1988), o programa dos conceitos das disciplinas escolares deve ser construído, em acordo com o conteúdo e a estrutura da atividade de estudo. E, conseqüentemente, o ensino dessas disciplinas escolares criará condições favoráveis no desdobramento da atividade escolar dos alunos e aprendizagem dos conceitos que irão promover o desenvolvimento do pensamento teórico nos alunos.

Como o conhecimento, produzido nesta pesquisa, entendemos que houve a 'produção de um coletivo pensante', em que é natural que os sujeitos de pesquisa 'estejam em grupos'. Nestas situações, possam criar ambientes, que 'estimulem a investigação'. Além disso, levem os alunos a debater e produzir problemas novos a serem solucionados (BORBA & ARAÚJO, 2019).

LIBÂNEO (2016, p 355) defende a relação importante do "conhecimento do conteúdo e o conhecimento didático do conteúdo", sendo este último "vinculado diretamente aos conteúdos e procedimentos lógicos e investigativos da ciência que está sendo ensinada". Esta didática modifica o modo convencional de fazer o planejamento de ensino das disciplinas escolares. Portanto, o planejamento das oficinas teve por base esta ideia do autor referenciado.

Para responder a nossa pergunta investigativa sobre a compreensão do pensamento algébrico, pelas pedagogas, digo que "[...] é importante que se busquem procedimentos [...] para compreender um dado fenômeno." (BORBA & ARAÚJO, 2019, p.42). Assim, a segunda etapa de análise é avaliação das tarefas propostas nas oficinas, em que ocorre com ajuda das carinhas (gostei, indiferente, não gostei), como forma de compreender a aceitação das tarefas, bem como o seu grau de dificuldade.

Figura 28 - As imagens utilizadas para avaliar as tarefas nas oficinas.



Fonte: Dados da Pesquisa (2022).

Portanto, a figura 29 refere-se às ilustrações das carinhas usadas nas oficinas para avaliar as tarefas sugeridas, para indicar o grau de dificuldade.

A fim de entender uma coisa que seja julgada como óbvia, precisa ser percebida no contexto, como forma de compreensão direta e de elaborar as nossas próprias verdades, como na citação de Dewey (1910, p.120)

Nenhum objeto é tão familiar, tão óbvio, tão comum que não possa apresentar inesperadamente, em uma situação nova, algum problema e, assim, suscitar a reflexão para compreendê-lo. Nenhum objeto ou princípio é tão estranho, peculiar ou remoto que não possa ser examinado até que seu significado se torne familiar - percebido à primeira vista sem reflexão. Podemos vir a ver, perceber, reconhecer, apreender, apoderar-nos de princípios, leis, verdades abstratas - ou seja, para entender seu significado de maneira muito imediata. Nosso progresso intelectual consiste, como já foi dito, em um ritmo de compreensão direta - tecnicamente chamada de apreensão - com compreensão indireta, mediada - tecnicamente chamada de compreensão. (tradução nossa)

Como forma entender as ideias propostas no projeto, optei em fazer a avaliação com as carinhas, apresentadas, nas oficinas, durante cada tarefa, com o cuidado para interpretá-las da melhor maneira.

As ações e suas tarefas particulares.

Ao falarmos em análise das ações de estudo, na concepção do sistema Elkonin-Davydov, foi possível encontrar a presença das mesmas em todas as tarefas trabalhadas nas oficinas.

Como podemos observar, as tarefas são elaboradas de forma que permite organizar o pensamento abstratamente e, depois, ascender para o concreto pensado

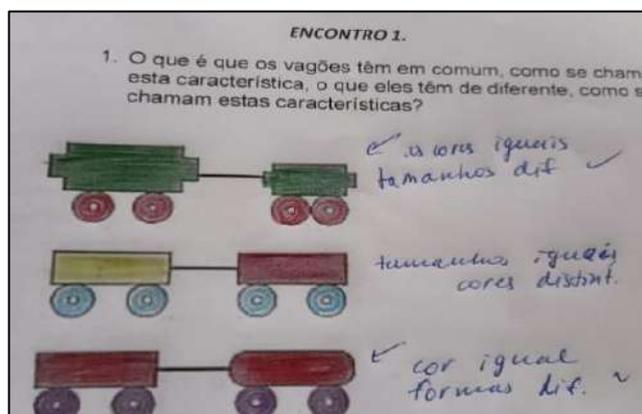
que se traduz na forma particular. Davydov descreve isso, como a “construção de conceitos abstratos” e a passagem ou “transição em sua forma peculiar é inerente à generalização teórica” que indica a presença de “uma determinada ligação entre a imagem e o conceito científico” (DAVÍDOV, 1988, p. 220).

São as 6 ações que estão apresentados a seguir. Trata-se de alguns exemplos em que estão descritas todas as tarefas, desenvolvidas nas oficinas.

Ação 1.

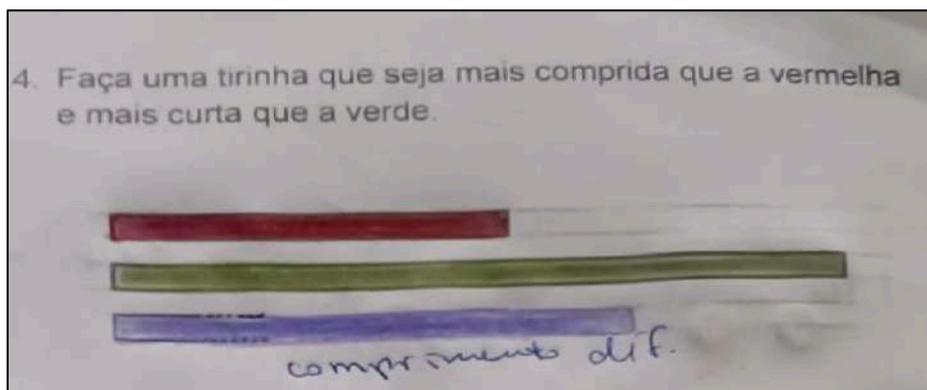
A primeira ação de estudo, que descrevemos como a transformação dos dados da tarefa com o fim de revelar a relação universal do objeto de estudo, é denominada a ‘principal’ por Davydov (1988, p.182). O princípio de conduzir a atividade do estudo é do “geral-particular”, ou do abstrato-concreto. Na primeira ação, acontece a transformação dos conhecimentos abstratos do que as professoras já conheciam que resultam em conhecimentos ou a informação concreta dos dados da tarefa. Esta ação acontece na base mental do aluno, quando começa a transformação dos dados objetivos da atividade do estudo.

Figura 29 - Resolução da tarefa 1 da oficina 1.



Fonte. Registro da tarefa 1 de uma aluna da oficina 1

Figura 30 - Resolução da tarefa 4 da oficina 1.



Fonte. Registro da tarefa 4 de uma aluna, na oficina 4 (2022).

Ao olhar para as ilustrações, as professoras buscaram os conhecimentos prévios dos objetos, suas características distintas e iguais por meio das comparações das suas grandezas. Para isto, as elas fizeram perguntas e, com minha ajuda, anotaram as comparações. De acordo com Davydov (1966), essas tarefas são resolvidas no processo de estudo com material didático (régua, lápis, pesos, lapis de cores, medições de volume.) por:

- seleção do "mesmo" conceito,
- reprodução (construção) do "mesmo" objeto de acordo com o parâmetro selecionado (especificado).

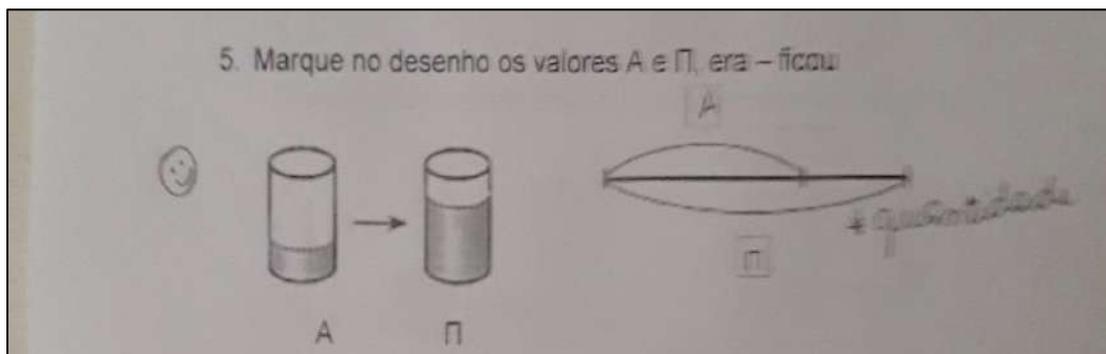
A transformação acontece nos diálogos em grupo, em a troca de informações contribui para apropriação do conhecimento. Nas aulas, apenas uma aluna falou sobre selecionar as rodas dos vagões, porque eram as mesmas, como mostra a figura anterior, apesar da tarefa propor para identificar as características diferentes. Mas, o incentivo da professora para explorar os dados que elas julgassem importantes, encorajou a mesma a falar as ideias, posteriormente.

Ação 2.

Com a segunda ação, entendemos a transformação ou a modelagem da relação identificada em forma objetiva, gráfica ou literal. É importante notar que modelos de estudo compõem a cadeia interna importante do processo da

aprendizagem dos conhecimentos teóricos. Porém, de acordo com Davydov (1992, p. 48), nem toda imagem podemos chamar como modelo de estudo, mas aquele “que fixa a relação do geral de algum objeto como um todo e que garante a sua análise posterior”. O modelo de estudo, como produto de análise, pode logo ser um meio da atividade mental do homem.

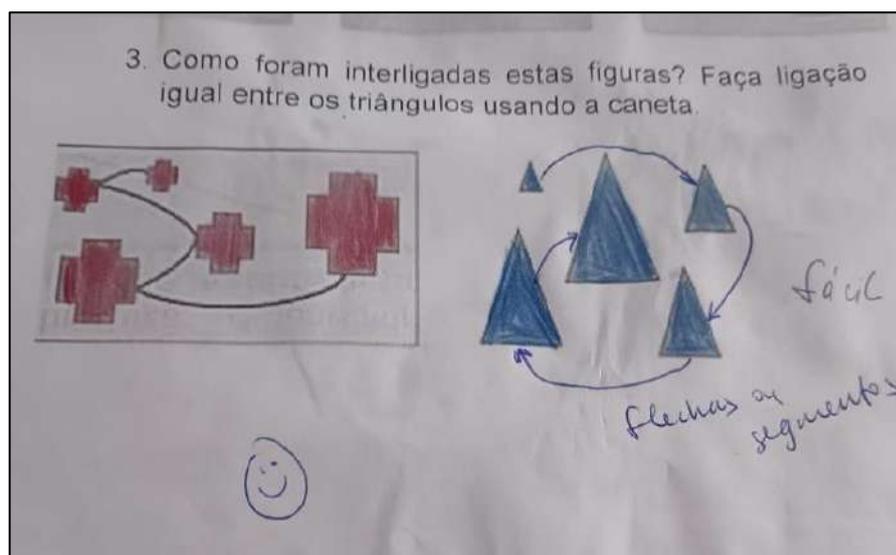
Figura 31 - Resolução da tarefa 5 de uma aluna, usando os esquemas.



Fonte. Registro de uma tarefa, solucionada por uma das pedagogas.

Nesta imagem, podemos ver a relação encontrada entre dois recipientes e a sua relação na forma literal e gráfica. A aluna que fez esta tarefa a achou fácil. Ocorreu a discussão sobre a relação das letras no idioma russo, partiu das alunas a ideia de quantidade maior e menor e foi dada sugestão de procurar a mesma relação no gráfico na forma de segmentos. Essa tarefa, se apresenta com novos elementos: as letras e a utilização de segmentos que, de acordo com Rosa (2012), são anunciadores da segunda ação de estudo. As letras representam os valores das grandezas e se tornam um dos componentes teóricos dos conceitos matemáticos. Portanto, nas primeiras ações, identificamos a presença dos elementos que consideramos caracterizadores do pensamento algébrico. São eles, na visão de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 87): “percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam [...] e a presença do processo de generalização”.

Figura 32 - Resolução da tarefa 3 da oficina 1.



Fonte. Registro da tarefa 3, feita por uma pedagoga, no encontro 1.

Nesta imagem, em que o enunciado da tarefa propõe que o estudante ligue as figuras, é feita transformação objetal a relação de ordem crescente, de menor para maior. Segundo Rosa (2012, p.84), “a sequência objetal organizada em ordem crescente e decrescente” serve como “a introdução, mais tarde, da sequência numérica”, além da representação dos elementos algébricos e a comparação com os mesmos, sem necessidade de usar números. Surgiram várias ideias de como fazer a ligação das figuras, as professoras propuseram a organização na ordem crescente, porém foi também sugerida a organização inversa, na ordem decrescente. Houve discussão em grupos e a resposta correta para a pergunta emergente surgiu de uma forma natural. A aluna que realizou a tarefa anterior preferiu usar a sequência na ordem crescente. Foram sugeridas tarefas diversas de como desenvolver a ordenação em sala de aula, como medir a altura dos alunos e colocar eles na ordem crescente e decrescente. Também, no livro didático, existem as tarefas de recortes das figuras para ser resolvidas neste capítulo. Além de focar a ordenação, sem usar números, também foram introduzidos elementos geométricos na representação de quadrado, triângulo, losango, círculo, entre outros, nas primeiras oficinas.

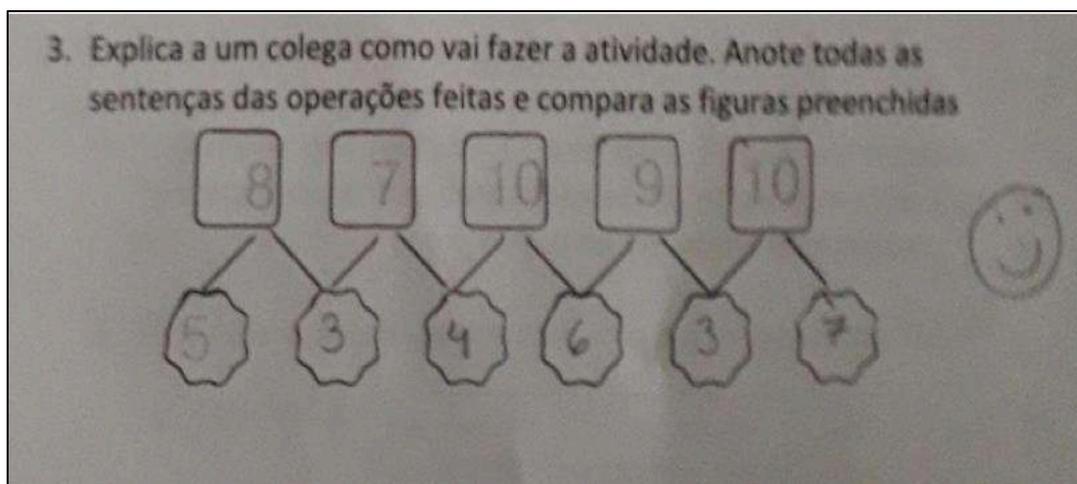
Ainda, de acordo com a Rosa (2012, p.84), “a mesma sequência de objetos também é contemplada nos livros didáticos brasileiros, mas com a finalidade de

apenas observar, pois seus elementos são fixos”. E ainda: sem movimento dos objetos e sem “as condições de origem da sequência”.

Ação 3.

A terceira ação de estudo consiste na transformação do modelo da relação universal para entender suas propriedades em forma pura, ou na sua essência. Nesta ação é feito o estudo da propriedade universal do objeto. Esta relação está oculta nos dados da tarefa, porém depois de transformá-la para um modelo de forma “pura” (grifos do Davydov (1992, p.49, 1988, p.183), alunos tem a possibilidade de estudar a propriedade da relação universal, e a sua abstração substancial. Este tipo de orientação ajuda, aos alunos, a solucionar as tarefas, assim formam os conceitos iniciais sobre as “células” – grifos do Davydov (1992, p. 49) e DVYDOV (1988, p.183) – quando se extrai delas as diversas manifestações particulares do objeto.

Figura 33 - Resolução da tarefa 3 da oficina 5.



Fonte. Registro da tarefa 3 do encontro 5 de uma das pedagogas.

Este exemplo não representa a transformação de modelo. As alunas trabalharam, nos encontros anteriores, com os esquemas, por isso, foi fácil, para elas, explicar os seus procedimentos e fazer as anotações das sentenças do tipo $8 = 5 + 3$, ou $10 = 4 + 6$. Elas consideraram desnecessário escrever as sentenças algébricas, por isso, apenas conferiram os resultados com as colegas.

Figura 34 - Resolução da tarefa 22 da oficina 5.

2. Interpreta o esquema, anote a sentença a ser trabalhada e complete a tabela de acordo com esta sentença. Confere os resultados com colega.

$$\begin{array}{c} p \\ / \quad \backslash \\ m \quad n \end{array}$$

n	3	3	2	4	5	1	3	3
m	3	4	4	2	2	5	4	3
p	6	7	6	6	7	6	7	6



Fonte. Registros da resolução de uma pedagoga do encontro 5

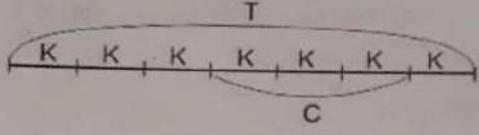
Como podemos ver, nesta tarefa não houve transformação do modelo dado na sua forma pura para aplicá-lo nas sentenças e para entender a relação da sentença algébrica do tipo $p = m + n$. Não foi feito o estudo desta relação, portanto as professoras tiveram certa dificuldade de completar a tabela. Elas olharam apenas para a tabela, onde a relação de $p = m + n$ estava oculta e tiveram dificuldade de completar a tarefa. Não houve, na resolução desta tarefa, o movimento do pensamento do universal para o particular, que seria a ideia principal que proporciona formação do pensamento teórico.

Ação 4.

A quarta ação de estudo se refere à dedução e construção de um determinado sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral. Graças a esta ação, os alunos “concretizam a atividade de estudo inicial” e “a convertem em uma diversidade de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento único (geral), que foi assimilado nas ações anteriores”. (DAVYDOV, 1992, p. 49; DAVÍDOV, 1988, p.175).

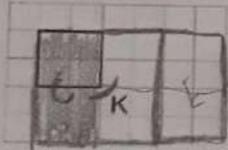
Figura 35 - Resolução das tarefas 9 e 10 da oficina 3.

9. Quantas medidas K contem valor T ? Quantas medidas K contem valor C ? Complete as anotações.



$T = 7 K$
 $C = 3 K$

10. Faça figura com área E . Pinte dentro dela parte C .



$E = 6K$
 $C = 2K$

11. Escolha a medida-passo e construa a reta numérica. Marque nela valor A .

Fonte. Registro da resolução de uma aluna da oficina 3.

Nestas tarefas, observamos que professoras identificaram as unidades das duas situações, unidade chamada de K . Neste momento, elas entenderam quantos valores de K precisava, na tarefa 9, e depois na tarefa 10. De modo geral, elas contaram a quantidade da unidade K , nos valores T e C . As professoras usaram o mesmo procedimento de entender a relação de K para o valor total de área E a área C , na tarefa 10. Foi mais fácil para elas usarem os elementos com esquema na tarefa 9 do que na figura e demarcar a área. Elas consideraram esta tarefa com sendo mais difícil para resolver, porque precisava determinar outras soluções pequenas das relações das áreas e as suas unidades e, ainda, demarcar estas áreas. Outra provável explicação, a respeito de se confundir em demarcar as áreas certas, é que não ocorreu a assimilação do geral para particular. A aluna entendeu a relação geral, porque na tarefa 9 foi feita essa anotação: $T = 7K$ e $C = 3K$. Mas, na tarefa 10, se confundiu na modelagem com a unidade K dada.

Ação 5.

O papel importante na aquisição dos conhecimentos ocorre na ação 5 que é responsável pelo controle da realização das ações anteriores. Os alunos precisam verificar se as decisões tomadas correspondem às condições iniciais das tarefas. O controle permite, ao aluno, após de trocar a ordem operacional das ações, achar a conexão com as propriedades das condições das tarefas dadas e as propriedades

dos resultados obtidos. O controle assegura a requerida plenitude na composição operacional das ações e a forma correta de sua execução.

Figura 36 - Resolução da tarefa 8, utilizando as diferentes soluções.

8. Olga tinha que resolver 12 continhas. Passado 5 minutos ficaram 2 continhas para resolver. Quantas continhas Olga fez em 5 minutos? Faça o esquema do inteiro e as partes.

9. Encontre a diferença dos números e explique como fez.

$a > b$ (RANK)

a	10	9	10	8	10	9	7	10
b	7	6	6	5	2	3	4	3
K	3	3	4	3	8	6	3	7

12 - 2 = 10

10 - 2 = 8

Fonte. Registro da tarefa 8 de uma pedagoga da oficina 5.

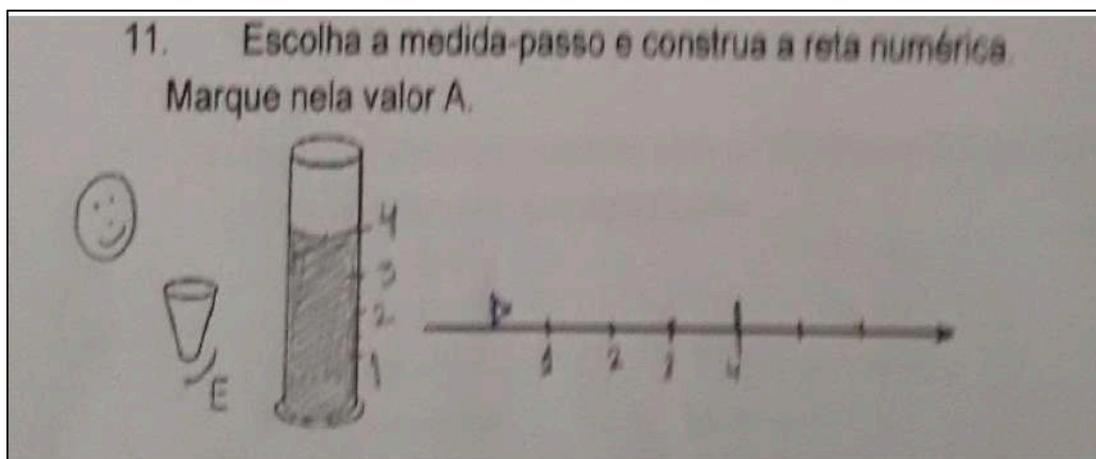
Ação 6.

A última ação está ligada à ação 5 sobre o controle. Nesta ação acontece avaliação da assimilação do procedimento geral, como resultado da solução da tarefa dada. Podemos dizer, que a ação de controle proporciona, aos alunos, a escolha certa das ações a serem utilizadas, bem como da forma correta de sua execução. De acordo com Davydov (1992, p. 50), na execução das ações de controle e avaliação, a atenção dos alunos “é dirigida para o conteúdo das próprias ações, para a análise de seus fundamentos, desde o ponto de vista da correspondência de resultado exigido pela tarefa”. A estes fundamentos das próprias ações o autor chama de reflexão. Justamente as ações de controle e avaliação são realizadas graças à qualidade da consciência humana como a reflexão.

A resolução da tarefa (figura 37) precisou de objetos palpáveis, que caracteriza a modelação na forma objetal que, depois, se apresenta na forma gráfica, em que as professoras incluíram os dados na reta. Por fim, adotaram o modelo literal, no qual anotaram tudo em unidades E . A resolução da professora – aparece na figura 39 não

consta anotação em unidades sugeridas, apenas em números. Na ação 5 e 6 o processo envolveu reflexões.

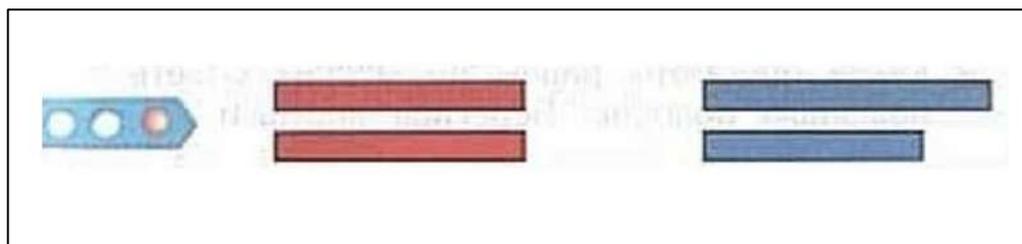
Figura 37 - Imagem da Tarefa 11 do encontro 3.



Fonte. Registro da Imagem da tarefa 11, resolvida na oficina 3.

Após a realização da tarefa, procedeu-se a análise com foco em como as professoras poderiam desenvolvê-la com seus estudantes, em sala de aula.

Figura 38 - Imagem da tarefa pegadinha da oficina 1.

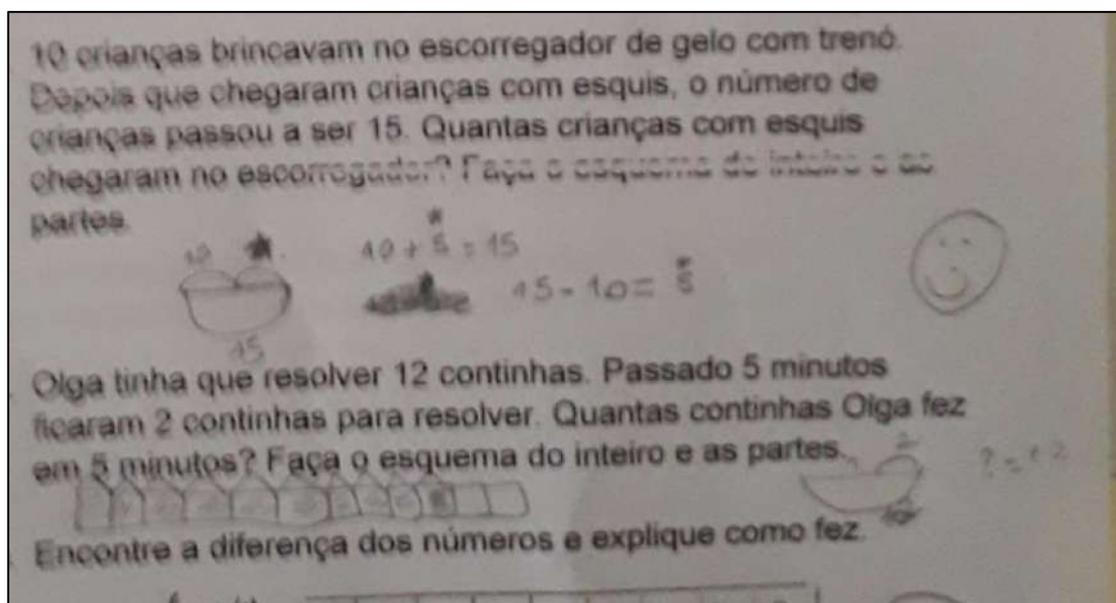


Fonte. Registro da resolução das tarefas de uma das pedagogas.

Nesta tarefa pegadinha, podemos observar que é típica da ação 1, pois a análise, de forma mental, teve como foco a sua condição de resolução, qual seja: as relações que são estabelecidas entre os volumes dos recipientes. Na ação 3, as propriedades são estudadas com base em cada par de recipientes e são discutidas para entender a sua essência e os recipientes, em particular. Na ação 4, que envolve tarefas próprias para a dedução em um sistema da resolução, as crianças fazem as

suas conclusões sobre as alturas dos recipientes e, depois, das suas larguras. As relações são estabelecidas com tiras vermelhas ou azuis. Nesse momento, aparece tarefa da ação 5, Controle, em que coloca o estudante diante da necessidade de revelar se domina a essência conceitual peculiares às ações anteriores. Isso ocorre quando comparam os seus resultados com aqueles obtidos pelos colegas. Conseqüentemente, a ação 6 – avaliação – na qual, é manifestada se houve a apropriação do procedimento geral. Porque a pegadinha tem que ser desvendada e explicada a um colega, ou colegas, discutida em grupo.

Figura 39 - Resolução das tarefas 7 e 8 da oficina 5



Fonte. Registro de uma das pedagogas da resolução das tarefas 7 e 8

Nestas tarefas 7 e 8 foi solicitado que as professoras fizessem um esquema da relação todo/partes e resolver as operações. Todas as professoras resolveram a tarefa e, depois, fizeram a verificação dos procedimentos. Para tanto, compararam os seus esquemas com as das outras, em que verificaram os resultados parecidos. Quando me perguntara que tipo de esquema era para desenhar, respondi que podia ser aquele que elas sabiam fazer. No exemplo desta professora (figura anterior), ela fez todos esquemas, que apresentados nos encontros das oficinas.

“Essas ações de estudo formam o cerne do desenvolvimento metodológico no plano de ensino de uma disciplina” (LIBÂNEO, 2016, p.365). Nelas, os conceitos são

desenvolvidos, “conforme características individuais e socioculturais dos alunos”. Também, os conhecimentos teóricos são apropriados como resultado da “articulação entre os conteúdos e as ações mentais que lhe correspondem”. Isso significa que a aquisição de conhecimentos está sempre associada a uma “atividade cognitiva dos alunos que é equivalente à atividade cognitiva empregada na investigação científica que resultou na constituição do objeto de conhecimento.” Esta compreensão do conteúdo da didática modifica o modo tradicional de pensar o planejamento de ensino. Isso justifica a contribuição da teoria do ensino desenvolvimental de Elkonin-Davydov (1996, 1992) para o planejamento do ensino das disciplinas escolares, principalmente, para formação de professores. Davydov afirma que a atividade de estudo se desenvolve em um movimento do pensamento do abstrato ao concreto. Além disso, ele observa que na educação tradicional, o conteúdo da educação está voltado para a formação de fundamentos da consciência e do pensamento empíricos.

Segundo V. V. Davydov e D.B. Elkonin (1986), apenas no processo de educação para o desenvolvimento – com base no pensamento teórico e formado pela adoção de signos, símbolos, modelos – é possível entrar plenamente na essência dos fenômenos circundantes. Exatamente nesse caso, o processo de desenvolvimento do pensamento pode ser chamado de teórico e o aprendizado gera desenvolvimento.

6.2 As manifestações dos sujeitos.

Durante as oficinas, realizadas na escola, solicitei que as professoras avaliassem as tarefas propostas. Para tanto, desenhavam as carinhas com caneta ou lápis nas folhas, em que resolveriam as tarefas particulares, das oficinas. Este tipo de avaliação serviu para cruzamento dos dados entre as questões de alguma dificuldade e desgosto pelas mesmas, por meio das respostas do questionário respondido na última oficina. A maioria das tarefas foi marcada como gostei, pois a carinha desenhada expressava ser sorridente. Ela predominaram nas folhas de todos os encontros. As tarefas que requereram o uso de material manipulativo – previstas para cada encontro – no final das oficinas não previam avaliações, mas o engajamento de todas as professoras e o desejo de guardar a tarefa mostraram a positividade e aceitação das mesmas. Também, observei que a maioria das tarefas, com avaliação das carinhas tristes, significava a dificuldade na realização da tarefa, na compreensão de como fazer para obter a resposta. Isso aconteceu apenas na primeira tentativa de

desenvolver uma tarefa com algum elemento novo: esquemas, gráficos e a reta sem números. Nas tarefas que trazem os elementos vistos antes – esquemas, gráficos e a reta sem números – as carinhas sempre eram sorridentes. A avaliação de carinha triste era das professoras que não fizeram as oficinas desde o primeiro encontro, eram que substituíram as duas professoras que ficaram doentes, e uma que foi transferida. As mesmas entraram no meio do processo e acharam as tarefas difíceis. Como pude verificar, nas folhas entregues após cada oficina, o grau de satisfação com as tarefas propostas é alto, comparado com grau de insatisfação com as mesmas, assim como o grau de dificuldade.

A leituras das carinhas foi feita de todas as folhas. Vale ressaltar que, algumas das pedagogas esqueceram de avaliar algumas tarefas, como na primeira oficina, por exemplo. As professoras, que entraram para substituir aquelas que se afastaram por doença ou transferência, não avaliaram as tarefas anteriores. Outras simplesmente esqueceram da avaliação. As tarefas produzidas por elas e aquelas com material extra não tiveram a avaliação. Portanto, não foi possível apresentar o número certo das avaliações, pois somente ocorreu a nossa interpretação e o domínio da carinha feliz em todas as folhas que foram respondidas.



Carinha feliz se referia como algo que elas gostaram e não acharam difícil. Como foi possível observar, mesmo que a tarefa se constituiu como de obter a solução e de entender, para as alunas, elas indicaram avaliação positiva com a carinha feliz. Isto também mostra a aceitação da proposta como possibilidade de desenvolver as tarefas, futuramente.

7 Considerações finais

Diante desse trabalho, reflexões importantes surgiram da aplicação das oficinas e a interpretação dos dados obtidos nas observações dos encontros com as pedagogas. Nesse viés, a fim de responder à pergunta norteadora sobre a possibilidade do pensamento algébrico e das estratégias de ensino, segundo a teoria de Elkonin-Davydov, serem utilizados para introduzir tarefas, aos alunos dos anos iniciais. Para tanto, foram oportunizadas, às pedagogas, oficinas, durante um mês.

Nesse período, a avaliação da compreensão do pensamento algébrico, desenvolvida em todas as oficinas, se constituiu em tarefa desafiadora. No entanto, houve uma participação efetiva e colaboração na realização das tarefas, o que pode ser constatado pelas análises das tarefas. Nesse contexto, não apenas ocorreu a resolução das tarefas – por meio dos esquemas e a representação (gráfica, literal e objetal) – como também a resolução das tarefas de várias maneiras. A abordagem, nas oficinas, considerou as ações da atividade de estudo do Ensino Desenvolvidor.

As oficinas tiveram como guia o pressuposto da possibilidade de desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças, desde o primeiro ano escolar. Antes, é necessário que os professores entendam, não só essa possibilidade, mas o próprio conceito de pensamento algébrico e, também, o modo de organização do ensino para atingir tal a finalidade. Esses pressupostos e necessidades, conduziu a presença das pedagogas, na oficina, que puderam compartilhar ideias a respeito das suas apropriações de conhecimentos e da possibilidade de leva-las aos seus alunos do ensino fundamental. Portanto, as intenções, aqui manifestadas, se aproximam do que apontam, no capítulo do livro sobre o pensamento algébrico, Blanton, Caput (2005). Ou seja, conforme os autores, é incontestável a necessidade de apoio profissional às pedagogas, pois são elas poderão propor ações de mudanças nas práticas pedagógicas e curriculares.

Diante dessas expectativas e compromissos, constitui-se como importante, para mim, o retorno em forma de agradecimento, por parte das professoras. Isso significa que indiquei um caminho de como organizar o ensino de Matemática, que proporciona a apropriação dos elementos de álgebra, desde o primeiro dia da escola, dos anos iniciais. Nesse sentido, observei uma diferença no posicionamento das professoras em relação ao início das oficinas. Naquele momento, as professoras

relataram que davam ênfase para os conceitos com representações empíricas das grandezas discretas. Contudo, sem que elas soubessem, ali também se apresentava as primeiras manifestações do pensamento algébrico, porém de conteúdo empírico. Esse posicionamento das professoras se confluía com a enorme vontade de aprender outro modo de organizar o ensino que coloca os estudantes em outro patamar intelectual que, para elas, seria praticamente impossível. Afinal, suas práticas pedagógicas são marcadas, geralmente, por princípios defensores de que as situações de ensino e aprendizagem, se orientem pela visualização associada aos valores aritméticos e algébricos eminentemente empíricos. Tais percepções, muitas vezes, obstaculizavam (DAVÍDOV, 1988) as apreensões propostas, como por exemplo, não contemplavam a simbologia matemática adequada aos conceitos teóricos ou científicos de matemática. Ou seja, seus fundamentos eram os princípios da escola tradicional (DAVÍDOV, 1988).

Mas, o que propomos e elas se envolveram tinha um caráter desenvolvimental. Por isso, nas oficinas, percebi um avanço em relação ao entendimento das ideias essenciais de como focar nos conceitos científicos teóricos. Estes requerem outras relações, por exemplo, que se baseiam nas comparações das grandezas, nas abstrações com base em imagens, elaboração de esquemas e modelos. Tudo isso carrega algo imprescindível: a relação geneticamente essencial, substancial, dos conceitos. Há, pois, um vislumbrar de abstrações que levam à formação de generalizações teóricas, num movimento de pensamento ascensão do abstrato ao concreto. Essa complexidade é apropriada, mesmo que em níveis iniciais, pelas professoras. A manifestação de que as professoras estão em movimento de formação pensamento, a respeito do objeto de estudo da presente pesquisa, está em seus depoimentos, nos dois questionários na resolução das tarefas particulares. Um exemplo, é a manifestação de compreensão de que, para isso tudo acontecer, uma necessidade essencial é: levar em consideração as etapas da organização do ensino de matemática, nos primeiros anos de escola; promover as discussões entre os alunos, porque essas colaborações são imprescindíveis para o entendimento, de cada um, de que existe outro modo de pensar e de ação. É nessa vivência de possibilidade que se apresenta o de pensamento teórico.

As tarefas que foram selecionadas pelas pedagogas como favoritas, mostram a aceitação e, também, a declaração delas de interesse em adotá-las em suas aulas. E, aí, que nasce uma outra expectativa, pois é nesse envolvimento, na sala de aula,

que pode se apresentar a necessidade geradora de motivo para, cada vez mais, buscar aprofundamentos teóricos para subsidiar a implementação definitiva da proposta.

Autores diversos, como foi mostrado neste trabalho aqui apresentados, que apoiam e promovem a introdução de pensamento algébrico desde os anos iniciais, mostram sua preocupação com algumas questões não apenas no ensino de álgebra, mas, também, no ensino em geral. A recomendação é para formar cidadãos capazes de: generalizar, abstrair, criar, interpretar dados, bem como o desenvolvimento do raciocínio lógico e a autonomia na aquisição de conhecimentos.

Vale reafirmar que os dados coletados mostram que, no início, a revelação era de que havia a falta de conhecimento e nem se cogitava uma possibilidade de desenvolvimento do pensamento com elementos algébricos. Entretanto, o processo de resolução das tarefas, no âmbito das ações de estudos, cria as condições para o surgimento de várias ideias conceituais – da álgebra e pedagógicas – que encorajam a vislumbrar possibilidade anunciadora de que no primeiro ano escolar os estudantes comecem a entender a matemática com letras, símbolos, modelos e esquemas. O argumento para tal afirmação, além dos fundamentos teóricos, é que tarefas mais avaliadas foram aquelas que tratavam das características teóricas da matemática. Além do mais, aquelas que oportunizavam subsídios para criar as suas próprias descobertas, referentes às ideias do sistema Elkonin-Davydov. Por decorrência, fundamentam a possibilidade de organização dos estudos, nas aulas, nessa perspectiva. Ressalta-se que, nesse processo, o professor cumpre o importante papel na elaboração das tarefas particulares de cada ação de estudo, para que os estudantes desempenhem, o não menos importante, papel de estar em atividade de estudo. Afinal, é essa importância dos papéis que postula o sistema Elkonin-Davydov.

Referências

ALEKSANDROVA, E.I. **Методика обучения математике в начальной школе. 1 класс.** [Metodika obuchenia matematike v nachalnoi shkole] Пособие для учителя. электрон. текст.2019. Disponível em: <https://lbz.ru/metodist/authors/elkonin-davydov/5/>

ANDRIUSCHENKO T. Y., KRITSKI A.G., MAKSIMOV L.K. Coleção. **The Theory and Practice Development of Learning Activity: Scientific School of V. V. Davydov.** The Monograph after the International Network Scientific Conference (Republic of Belarus, Italy, Russia) Volgograd, April 6 – 8, 2016 Volgograd Publishing house of VSSPU «Peremena» 2016

BARALHO A., BARBOSA E., **Padrões e o desenvolvimento do pensamento algébrico.** XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011. Disponível em: https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1111/604

BLANTON. M., L., KAPUT J., J. **Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning.** Journal for Research in Mathematics Education 2005, Vol. 36, No. 5, 412–446

BORBA M., ARAUJO J. **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática.** Coordenadores da Coleção Marcelo de Carvalho Borba • Mês/Ano de publicação: 06/2019

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Secretaria de Educação Fundamental –. Brasília: MEC/SEF 2001.

BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018

BRITO L., BRITO S. **Teoria do ensino desenvolvimental: contribuições para a formação de conceitos matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental.** VI congresso nacional Conedu. outubro 2019. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/index.php/artigo/visualizar/62713>
Acesso em: 20 junho 2021

COELHO F.U., AGUIAR M., **A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino.** Ensino de Ciências • Estud. av. 32 (94) • Sep-Dec 2018
Disponível em: <https://doi.org/10.1590/s0103-40142018.3294.0013>

COLOMBO F.M. **O conceito teórico de equação do primeiro grau: perspectiva de organização do ensino desenvolvimental.** Dissertação de Mestrado em educação. 2021 UNESC. Disponível em: <http://periodicos.unesc.net/seminariomat/article/view/6441>

DAMAZIO A., ROSA J.E., EUSEBIO J.S. **O ensino do conceito de número em diferentes perspectivas.** EMP, 2012, v.14 n.1. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/8628/6836>

DAVYDOV, V.V. Психологические особенности "дочислового" периода обучения математике // Возрастные возможности усвоения знаний (младшие классы школы). - М., 1966

DAVYDOV, V.V. **Experiência de introdução do ensino de álgebra na escola inicial** [Opyt vvedeniya elementov algebry v natchalnoy shkole]. Sovetskaya Pedagogika. Moscou. n. 8, 1962.

DAVYDOV, V.V., RADZIHOVSKIY L.A. Теория Л.С. Выготского и деятельностный подход в психологии. // Вопросы психологии. [Teoria L.S. Vygotsky e deiatelnostniy podhod v psichologii.// Voprosi psichologii.] – 1980. – №6.– С. 48-59; Questões de psicologia. – 1981. – №1.– P. 67-80. Disponível em: <http://www.voppsy.ru/issues/1981/811/811067.htm>

DAVÍDOV, V. V.; SLOBÓDCHIKOV, V. I. **La enseñanza que desarrolla en la escuela del desarrollo; en La educación y la enseñanza: una mirada al futuro.** Progreso, Moscú, p. 118-144, 1991

DAVÝDOV, V. V. **Tipos de generalización em la enseñanza.** EDITORIAL PUEBLO Y EDUCACION Calle 15N.o 604, entre B y C, Plaza de la Revolución, Ciudadde La Habana, 1982

DAVYDOV, V.V. **Teoria de ensino desenvolvimental.** [Teoria rasvivayuschego obuchenia]. Moscou, 1996. INTOP. ISBN: 5-89404-001-9
DAVYDOV, V.V. **Problemas do ensino desenvolvimental.** [Problema razvivayuschego obuchenia: opit teoriticheskogo i experimentalnogo issledovania] Moscou. Pedagogica, 1986

DAVÍDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico.** Moscou: Progreso, 1988.

DAVYDOV, V. V. **O que é atividade de estudo.** Revista Escola Inicial, n. 7, 1999, p. 1- 8.

DAVYDOV, V.V. **Sobre o entendimento de ensino desenvolvimental** [O poniatii razvivayuschego obuchenia]. Sbornik statei. Tomsk: Peleng, 1995

DAVYDOV V.V., GORBOV S.F., MIKULINA G. G., SAVELIEVA O.V. **Особенности курса математики в системе развивающего обучения Д.Б. Эльконина — В.В. Давыдова.** [Osobennosti kursa matematiki v sisteme razvivayuschego obuchenia Elkonina D.B.- Davidova V.V.] // Психологическая наука и образование. 1996. Том 1. № 4. Disponível em: <https://psyjournals.ru/psyedu/1996/n4/Davydov.shtml>

DAVYDOV, V. V.; GORBOV, S.F.; MIKULINA, G.G.; SAVELIEVA, O. V. **Matemática.** 1. Ano. Livro texto. Moscou: Vita Press, 2012.

DAVYDOV, V. V.; GORBOV, S.F.; MIKULINA, G.G.; SAVELIEVA, O. V. **Matemática.** 2. Ano. Livro texto. Moscou: Vita Press, 2012

DEMO, Pedro. **A introdução à metodologia da ciência**. São Paulo, editora Atlas S.A.-1985.

DEWEY, John. **How We think**. DC Heath and Co, Publishers, Chicago, Boston, New York. 1910:

FERREIRA, Valdivina Alves. **A formação de conceitos matemáticos nos anos iniciais: como professores pensam e atuam com conceitos**. 2013. 156 f. Tese (Doutorado em Ciências Humanas) - Pontifícia Universidade Católica de Goiás, GOIÂNIA, 2013.

FIORENTINI, D.; MARIA ÂNGELA MIORIM, M. Ângela; MIGUEL, A. **A contribuição para repensar... a educação algébrica elementar**. Pro-Posições, Campinas, SP, v. 4, n.1, p.78–91, 2016. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644384>.

GORBOV, S.F., Mikulina G.G. **Ensino de matemática 1º ano. Livro de professor da escola primária**. [Obuchenie matematike 1 klass. Pososbie dlia uchitelia nachalnoi shkoli] Livro de professor da escola primária. 1º ano BINOM. Moscou, 2019. Laboratoria znaniy. Disponível em: <https://files.lbz.ru/authors/nsh/1/040-met.pdf>

GORBOV, S.F, Mikulina G.G. **Ensino de matemática. Ensino de matemática 2º ano. Livro de professor da escola primária**. [Obuchenie matematike 2 klass. Pososbie dlia uchitelia nachalnoi shkoli] BINOM. Moscou, 2019. Laboratoria znaniy. Disponível em: <https://files.lbz.ru/authors/nsh/1/041-met.pdf>

ISODORO L. **Modo de organização do ensino desenvolvimental de fração: o conhecimento revelado por acadêmicas de pedagogia**. Dissertação de mestrado, UNISUL, Tubarão, 2019 Disponível em: <http://www.riuni.unisul.br/handle/12345/6987>

KHIDIR, Kaled Sulaiman. **Aprendizagem da álgebra- uma análise baseada na Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov**. 2006. 104 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Humanas) -Pontifícia Universidade Católica de Goiás, GOIANIA, 2006 Disponível em: <http://localhost:8080/tede/handle/tede/1160>

LINS, Rômulo C.; GIMENES, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

LIBÂNEO, J. C. **A teoria do ensino para o desenvolvimento humano e o planejamento de ensino**. Educativa, Goiânia, v. 19, n. 2, p. 353-387, maio/ago. 2016.

MELO, Paulo Silva et al. **A formação de conceitos matemáticos na perspectiva do ensino desenvolvimental: reflexões sobre uma prática pedagógica em Hidrolândia-Go**. Anais III CONEDU... Campina Grande: Realize Editora, 2016. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/19826>

PANOSSIAN M.L., MOURA M.O. **O movimento histórico e lógico dos conceitos e a constituição do objeto de ensino da Álgebra.** XIV CIAEM-IACME, Chiapas, México, 2015:(comunicação)

PUENTES R., V., COELHO CARDOSO C., G., PRUDENTE AMORIM P., A., MUSYICHUK M., v. **Elkonin-davidov system: historical aspects (1958-2015)** Гуманитарно-педагогические исследования. 2018. Vol. 2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/elkonin-davidov-system-historical-aspects-1958-2015>.

ROSA J.E. **Proposições de Davydov para o ensino de matemática no primeiro ano escolar: inter-relações dos sistemas de significações numéricas.** Universidade federal do Paraná doutorado em educação. Linha de pesquisa: Educação Matemática. 2012. Disponível em: <https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/27054>

ROSA, J. E, DAMAZIO, A., A primeira tarefa de estudo Davydoviana na especificidade de matemática. XVI ENDIPE - **Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino** - UNICAMP - Campinas - 2012

VIGOTSKII L. S., LURIA A. R., LEONTIEV A. N. **Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem.** VIGOTSKII L. S., LURIA A. R., LEONTIEV A. N.; tradução de: Maria da Pena Villa lobos. - 11a edição - São Paulo: ícone, 2010.

VIGOTSKI, L. S., LEONTIEV, A. N., LURIA, A. R S. L. RUBINSTEIN, S. L., A. V. ZAPOROZHETS A. V.; ELKONIN, D. B., ZANKOV, L. V., PETROVSKY, A. V., GALPERIN P. YA., V. V. DAVYDOV, N. F. TALÍZINA, Coleção Biblioteca Psicopedagógica e Didática Série Ensino Desenvolvimento – Volume 4. 2017

VIGOTSKI, L. S. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In: LEONTIEV, A. N.; LURIA, A. R.; VIGOTSKI, L. S. **Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem.** Tradução de Maria da Pena Vilalobos. 16. ed. São Paulo: Ícone, 2018, p. 103-117.

VORONTSOV B.A. **Сборник примерных программ для начальной школы.** [Sbornik primernih program dlia nachalnoi shkoli] A coletânea de possíveis programas escolares dentro do sistema Elkonin-davydov para ensino fundamental. 2019. Disponível em: <https://files.lbz.ru/authors/elkonin-davydov/2/sb-pr.pdf>

SCHMITTAU, J.; MORRIS, A. **The development of algebra in Davydov's elementary curriculum, the mathematics educator.** 2004. Disponível em: http://math.nie.edu.sg/ame/matheduc/tme/tmeV8_1/Schmittau.pdf

SOUZA S., DUELI L., **O lugar do ensino por problemas na teoria do ensino desenvolvimental.** II Congresso Nacional de Pesquisa e ensino em Ciências. 2017 Disponível em: www.conapesc.com.br

SOUZA S., LEITE de BESSA M., FREITAS R. **Ensino desenvolvimental: a teoria davydoviana para o ensino-aprendizagem dos conceitos científicos.** 2016 Disponível em: www.conedu.com.br

TSUKERMAN G.A., **Tipos de comunicação no ensino.** [Vidi obscheniya v obuchenii] Tomsk, “Peleng”, 1993

USISKIN, ZALMAN. **Conceptions of School Algebra and Uses of Variables.** In Algebraic Thinking, Grades K–12: Readings from NCTM’s School-Based Journals and Other Publications, edited by Barbara Moses, pp. 7–13. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics, 1999.

Anexos

Anexo I - Documento da Comissão de Ética sobre a participação das professoras da escola.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

Projeto de Pesquisa: PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS NA PERSPECTIVA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL DE ELKONIN-DAVYDOV

Instituição realizadora da Pesquisa: Instituto de Física e Matemática - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

Pesquisador responsável: NATALIYA MALSKA

Objetivos: investigar como professores dos anos iniciais do ensino fundamental compreendem o pensamento algébrico e que estratégias ou processos de ensino é possível mobilizar para introduzir atividades algébricas aos alunos dos anos iniciais da escolarização.

Procedimentos a serem utilizados:

A pesquisa será produzida a partir de dados coletados junto às pedagogas da instituição. Os sujeitos participarão de oficinas pedagógicas onde as mesmas serão gravadas em vídeos e as pedagogas realizarão atividades relacionando ao pensamento algébrico dentro da proposta de Elkonin-Davydov.

Os dados coletados serão utilizados para tabulação e posterior análise. Há o comprometimento do pesquisador em não divulgar os nomes dos sujeitos dessa pesquisa e nem mesmo informações que possam vir a expô-los, garantindo o sigilo e privacidade absoluto de seu anonimato.

Além disso, o sujeito da pesquisa terá os esclarecimentos desejados e a assistência adequada, se necessária, antes e durante a realização da pesquisa.

Desde já agradeço sua colaboração e atenção frente a pesquisa aqui apresentada.

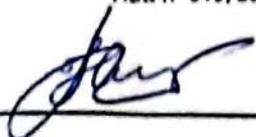
Pelotas, __29__ de __novembro__ de 2022



Assinatura do Responsável dos sujeitos da pesquisa

Vice - Diretora
Mat. 7731

Aut. nº 019/2018 - CME - RG



Assinatura do Pesquisador

Esc. Mun. de Ens. Fund. Frederico Ernesto Buchholz

Decr. de Criação nº 1691 Data 04/06/57

Decr. de Denominação nº 7359 Data 30/09/99

Port. de Aut.: 0455 Data 11/01/78