



CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM UMA VIGA USANDO BURACOS NEGROS ACÚSTICOS E O CONTROLE LQR

RACQUEL KNUST DOMINGUES¹; ALEXANDRE MOLTER² LESLIE DARIEN
PEREZ FERNANDEZ³

¹Universidade Federal de Pelotas – racquel.knust@ufpel.edu.br

²Universidade Federal de Pelotas – alexandre.molter@ufpel.edu.br

³Universidade Federal de Pelotas - leslie.fernandez@ufpel.edu.br

1. INTRODUÇÃO

Na engenharia é necessário o uso de estruturas leves e flexíveis, pois o peso da estrutura influencia no custo de energia do sistema. Exemplo disso são os projetos de sistemas de mecânica no campo aeroespacial e aeronáutico (HE e FE, 2001, apud ORTIZ, 2015). Entretanto, quando o peso da estrutura é reduzido, as vibrações indesejadas aumentam, causando danos ao material e também em seu funcionamento (DENIS, 2014). Com isso, há a necessidade de utilizar algum controle de vibrações nessas estruturas, sendo classificado em controle passivo e ativo.

O controle passivo é aquele no qual o processo não gasta energia para se realizar, já o controle ativo é aquele que necessita de energia para controlar, tendo assim a diminuição da vibração (NICOLETTI, 2013). Uma técnica alternativa para o controle passivo de vibrações, denominada Buraco Negro Acústico (BNA), consiste na inserção estratégica de buracos em estruturas. A ideia é que, quando a vibração entra nesse espaço, sua velocidade diminui e sua amplitude aumenta, fazendo com que a vibração fique presa no centro do buraco. Um BNA utiliza da técnica de retirar material da estrutura, ou seja, é um método de rejeito (ZHAO e PRASAD, 2019). Neste trabalho foram feitos diversos testes de configurações e tamanhos de BNA para o melhor desempenho de controle passivo.

Muitas vezes, apenas o uso do controle passivo não é suficiente, fazendo-se necessário usar o controle ativo em conjunto, que neste caso, o controle ativo de vibrações é feito projetando-se um controlador para um atuador. O atuador comumente utilizado para o controle de vibrações é o atuador piezoelétrico, pois sua capacidade de converter energia elétrica em energia mecânica é extremamente apropriado para este tipo de controle (MOLTER et al., 2018). O projeto de um controle ativo de vibrações também demanda a escolha do tipo de controlador a ser usado, mais precisamente a lógica a ser usada no controle. Um controlador muito empregado é o LQR, que busca maximizar a quantidade de energia atenuada (SCHULZ et al, 2013), sendo ele utilizado neste trabalho.

Além do projeto de controle de vibrações, este trabalho propõe a utilização do Método dos Elementos Finitos (MEF) para modelagem e discretização do domínio da estrutura. Também foram usados a superposição modal e a representação em espaço de estados. Simulações numéricas foram realizadas para mostrar a eficiência do controle proposto.

2. METODOLOGIA

O domínio da estrutura utilizada neste trabalho foi discretizado usando o MEF e a estrutura usada é uma viga engastada em um dos lados, sendo considerado o estado de deformações planas. A ideia é analisar a equação de



equilíbrio para cada elemento, encontrando a equação local, em seguida, associar a contribuição de cada elemento numa equação global.

Como neste trabalho também foi levado em conta um controle ativo, pode-se considerar o sinal de controle como uma força externa atuando no sistema, que neste caso, irá operar um atuador piezoelétrico. Sendo assim, a equação global que rege a estrutura deste trabalho pode ser descrita como na equação abaixo:

$$\mathbf{Mu}'' + \mathbf{Cu}' + \mathbf{Ku} = \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{v}_a.$$

Na equação acima $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ e $\mathbf{K}$ são, respectivamente, as matrizes globais de massa, amortecimento e rigidez, $\mathbf{u}$ é vetor que representa todos os deslocamentos nodais da estrutura, $\mathbf{K}_{u\phi}$ é a matriz estrutural eletro-mecânica e $\mathbf{v}_a$ é tensão aplicada no atuador.

Utilizou-se também a representação por coordenadas modais, η , que pode ser obtida pela transformação do modelo nodal. Essa transformação é feita utilizando a matriz modal que é determinada a partir da solução modal. Considerando como variáveis de estado, ξ , o deslocamento e a velocidade modal, pode-se escrever a equação de equilíbrio na representação em espaço de estados, na seguinte maneira:

$$\xi' = \mathbf{A}\xi + \mathbf{B}\mathbf{v}_a.$$

Na equação acima as matrizes $\mathbf{A}$ é matriz do sistema e a matriz $\mathbf{B}$ é a matriz de controle, que são obtidas através das transformações citadas anteriormente.

Neste trabalho se propõe a utilização do efeito do BNA como controle passivo, sendo que seu princípio básico foi descrito pela primeira vez por MIRONOV (1988), no qual descreve que não há reflexão de uma onda que se propaga em uma estrutura onde a espessura diminui suavemente. Isso se dá pelo fato de que, no momento em que a onda entra neste tipo de estrutura, tem sua velocidade reduzida e sua amplitude aumentada, consequentemente, a energia dessa onda é concentrada dentro deste buraco.

De acordo com ZHAO e PRASAD (2019), existem diversos fatores que influenciam na maneira como o BNA vai atuar na estrutura, entre eles a quantidade de buracos, o seu comprimento e a sua configuração na estrutura. No presente trabalho foram realizados diversos testes para se encontrar a melhor forma de aplicação do efeito na estrutura.

Para o controle ativo foi proposto neste trabalho a implementação de um controlador LQR que tem como base a minimização de um funcional de custo de energia do sistema, que é dividido em dois termos: o custo de energia dos estados do sistema, relacionado à uma matriz $\mathbf{Q}$, e o custo de energia do controle, relacionado à uma matriz $\mathbf{R}$ (SCHULZ et al, 2013). Definido os valores dessas matrizes, é determinado uma matriz $\mathbf{P}$ através da equação de Ricatti. Feito isto, podemos considerar o sinal de controle $\mathbf{v}_a$ como uma realimentação de estado multiplicada por uma matriz $\mathbf{G}$, que é definida conforme a equação abaixo:

$$\mathbf{G} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}.$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

As simulações foram feitas através de códigos implementados no MATLAB. Foi usado uma malha com 160 elementos em x e 8 elementos em y. O material usado para extrair as constantes constitutivas para a viga foi o Alumínio com módulo de Young (E) igual a $65 \cdot 10^9$ GPa, densidade (ρ) igual a 2890 kg/m^3 e coeficiente de Poisson (ν) igual a 0,334 (MOLTER et al., 2010).

Para se poder comparar o comportamento das vigas com e sem controle, iremos analisar o movimento transversal do último elemento em x e em y. Foi

usado como condições iniciais 0.1m e 0.1m/s. Foram feitos diversos testes com os BNAs variando a quantidade (1,2,3 ou 5) e os tamanhos (altura e largura). Observou-se qual destas configurações gerava a maior diminuição da amplitude do movimento final da viga. A melhor opção foi utilizar um buraco no centro da viga.

Decidida a melhor configuração do buraco, acoplou-se um atuador piezoelétrico na viga, de material PZT5A, considerando não haver perdas de propriedades mecânicas no acoplamento, com módulo de Young (E) igual a $50 \cdot 10^9$ GPa, densidade (ρ) igual a 7600 kg/m^3 e com constantes constitutivas c_{11} igual a $12,1 \cdot 10^{10}$, c_{12} igual a $7,54 \cdot 10^{10}$ e c_{66} igual a $2,26 \cdot 10^{10}$ (MOLTER et al., 2010). Para isso colocou-se três elementos a mais acima da viga com as características de massa e rigidez do material piezoelétrico. Após isso, foi aplicado o controle à viga. Foi feito o controle para os dois modos separadamente para facilitar o projeto. A matriz $\mathbf{R}$ utilizada em ambos os modos foi uma matriz identidade $\mathbf{I}$ com dimensão 16×16 . A matriz $\mathbf{Q}$ utilizada também foi uma matriz identidade $\mathbf{I}$ porém com dimensão 2×2 multiplicada por 10^{12} , para o primeiro modo, e por 10^{14} , para o segundo modo. O movimento final dos dois primeiros modos são mostrados nas figuras 1 e 2, respectivamente.

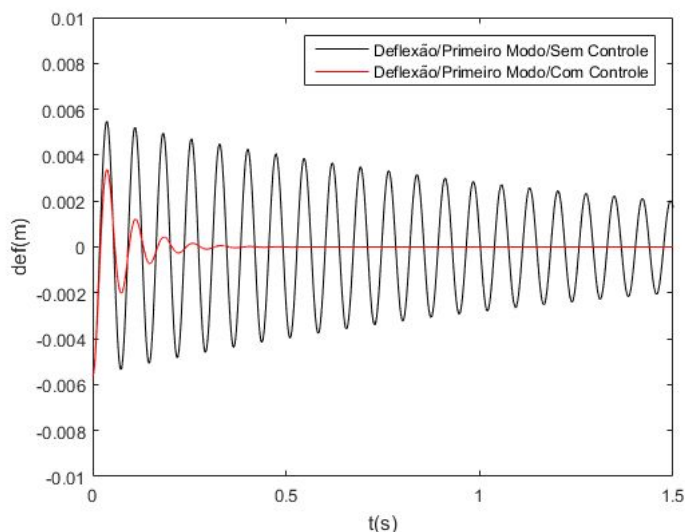


Figura 1. Movimento final da viga: primeiro modo com e sem controle.

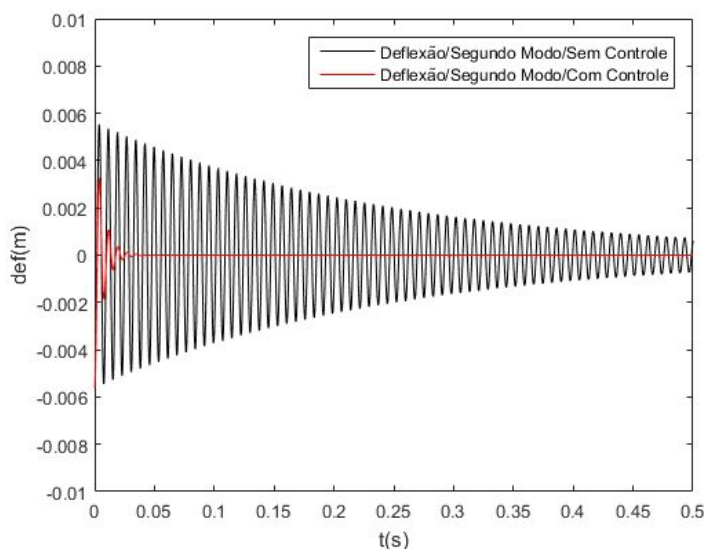


Figura 2. Movimento final da viga: segundo modo com e sem controle.



4. CONCLUSÕES

Pelo presente trabalho conclui-se que a utilização dos BNAs auxiliou o controle de vibrações da viga. Em relação ao controle ativo, o controlador LQR se mostrou eficiente. Como atuador, foi utilizado o material piezoelétrico, o qual é bastante utilizado no controle de vibrações e confirmou-se sua efetividade.

Como continuação desta pesquisa, pretende-se desenvolver uma metodologia para otimização da quantidade e geometria dos BNAs. Além disto, pretende-se implementar outras técnicas de controle, como o controle por Lógica Fuzzy.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ORTIZ, R. R. H. **Controle Modal de vibrações em estruturas flexíveis**. 2015. Tese (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas.

DENIS, V. **Vibration damping in beams using the acoustic black hole effect**. 2014. Tese (Doutorado) - Programa de Doutorado em Engenharia, Geociências, Arquitetura, Université Du Maine.

NICOLETTI, R. **Estudo do controle ativo e passivo de vibrações em sistemas rotativos e estruturais**. 2013. Tese (Livre Docência) - Departamento de Engenharia Mecânica na Área de Dinâmica de Máquinas: Modelos e Análises de Resposta, Universidade de São Paulo.

ZHAO, C., PRASAD, M. G. Acoustic Black Holes in structural design for vibration and noise control. **Acoustics**, Suíça, v. 2019, n. 1, p. 220 - 251, 2019.

MOLTER, A., FERNANDEZ, L. S., LAUZ, J. B. An optimality criteria-based method for the simultaneous optimization of the structural design and placement of piezoelectric actuators. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Alemanha, v. 59 , n. 1, p. 1125 - 1141, 2018.

SCHULZ, S. L., GOMES, H. M., AWRUCH, A. M. Optimal discrete piezoelectric patch allocation on composite structures for vibration control based on GA and modal LQR. **Computers and Structures**, v. 128, n. 1, p. 101 - 115, 2013.

MIRONOV, M. A. Propagation of a flexural wave in a plate whose thickness decreases smoothly to zero in a finite interval. **Akust. Zh**, USSR, v. 34, n. 1, p. 546 - 547, 1988.

MOLTER, A., da SILVEIRA, O. A. A., FONSECA, J. S. O., BOTTEGA, V. Simultaneous Piezoelectric Actuator and Sensor Placement Optimization and Control Design of Manipulators with Flexible Links Using SDRE Method. **Mathematical Problems in Engineering**, Inglaterra, v. 2010, n. 1, p. 1 - 24, 2010.