

TEMPERATURA NO SOLO BASEADAS EM SÉRIES DE FOURIER

MICHELE SOARES NETTO¹; DANIELA BUSKE²; GUILHERME JAHNECKE WEYMAR³; JOSEANE DA SILVA PORTO⁴; RUTH DA SILVA BRUM⁵

¹Universidade Federal de Pelotas – michelenetto@live.com

²Universidade Federal de Pelotas – danielabuske@gmail.com

³Universidade Federal de Pelotas – guilhermejahnecke@gmail.com

⁴Universidade Federal de Pelotas – joseaneclmd@gmail.com

⁵Universidade Federal de Pelotas – ruthdasilvabrum@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

A temperatura do solo é um elemento meteorológico de bastante importância para análises de desempenho térmico, ela depende, em grande parte, da densidade de fluxo, da duração da radiação solar e das condições do solo, especialmente cobertura superficial e umidade (UFSM, 2014).

Diversas características da temperatura do solo foram representadas por modelos baseados em séries de Fourier. Foi desenvolvido um modelo que prevê a variação média diária e anual de temperatura da superfície do solo, em MIHALAKAKOU et al. (1997). Este modelo é baseado na equação diferencial da condução de calor transiente utilizando como condição de contorno a equação do balanço de energia na superfície do solo.

Baseado nessa premissa, o presente trabalho tem como objetivo solucionar a equação da temperatura no solo, fundamentada em séries de Fourier, demonstrada em BRUM (2013), resolvendo numericamente a equação de difusão de calor no solo, comparando os valores encontrados, com o modelo resolvido computacionalmente para análise do comportamento térmico e fluidodinâmico de trocadores de calor solo-ar.

2. METODOLOGIA

A superfície do solo é o principal trocador e armazenador de energia nos ecossistemas terrestres. O fluxo de transporte de calor que vem do aquecimento do solo durante o dia, faz com que a energia térmica seja armazenada no seu interior, provocando o aumento da temperatura, Figura 1(a). Quando anoitece a temperatura na superfície é menor do que a das camadas mais profundas no solo, isto faz inverter o fluxo e emitir energia térmica na forma de radiação, Figura 1(b).

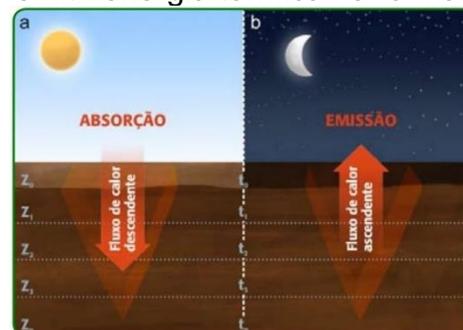


Figura 1 - Processo diário de condução de calor no aquecimento(a) e resfriamento (b) do solo, z é a profundidade e t a temperatura da camada (UFSM, 2014).

Devido à alternância de períodos de aquecimento e esfriamento na superfície do solo, varia o período e a profundidade. Durante o dia, a absorção de radiação

solar é maior do que a emissão de radiação pela superfície do solo, provocando um aumento na temperatura, pois aquece a superfície e produz um fluxo de calor para o interior do solo. Durante a noite, ocorre emissão de energia pela superfície do solo, causando resfriamento da superfície, diminuindo sua temperatura, invertendo o sentido do fluxo.

Conforme a Figura 1 o solo é dividido em camadas, e cada uma tem suas propriedades térmicas. A variação de temperatura diária do solo é dependente de fatores vindos das trocas de calor, onde as camadas superficiais são as que mais recebem e cedem calor, tendo maior amplitude térmica. O solo é péssimo condutor de calor, então as camadas mais profundas apresentam menor amplitude térmica.

3. EQUAÇÃO GERAL DO CALOR

Conforme a Lei de Fourier, para o cálculo da transferência de calor por condução são utilizadas equações para o fluxo, sendo o caso unidimensional, com uma distribuição de temperatura $T(x)$, devido a variação de temperatura, então a equação do fluxo é dada por:

$$q''_x = -k \cdot \left(\frac{dT}{dx} \right), \quad (1)$$

onde: q''_x é a taxa de transferência de calor na direção x , k é a condutividade térmica. O sinal negativo é adotado para representar quando o calor é transmitido na direção da temperatura decrescente, diminuição da temperatura.

$$q'' = k \cdot \nabla T = k \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z} \right)^T, \quad (2)$$

sendo: ∇T o gradiente de temperaturas definido no campo escalar tridimensional, o vetor fluxo de calor está em uma direção perpendicular às superfícies isotérmicas, então a Eq. (2) representa a forma unidimensional da Eq. (1).

4. DIFUSÃO DO CALOR NO SOLO

Admitindo que o comportamento do solo é como um meio semi-infinito e sem geração interna de calor, sujeito a períodos frequentes de variação de temperatura na sua superfície, a equação de condução de energia térmica é:

$$\frac{\partial T(z, t)}{\partial t} = \alpha \cdot \frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial z^2}. \quad (3)$$

As condições de contorno que determinam as hipóteses para solução do problema são duas: em relação à temperatura na superfície do solo e à temperatura do solo profundo. A temperatura do solo varia na superfície, no período de forma senoidal, podendo ser modelado por funções periódicas, como na Eq. (4), com valores em torno de um valor médio T_0 amplitude θ_0 e período de $2\pi/\omega$. O modelo tem dois tipos de períodos, o diário que são 24 horas e, o anual que são 365 dias.

$$T(0, t) = T_0 + \theta_0 \cdot \sin(\omega \cdot t). \quad (4)$$

A amplitude da variação da temperatura é nula quando a profundidade tende ao infinito, e a temperatura fica constante, conforme a Eq. (5):

$$T(\infty, t) = T_0. \quad (5)$$

Simplificando nas condições de contorno definimos $\theta(z, t) = T(z, t) - T_0$, como T_0 é uma constante, na Eq. (3), obtemos:

$$\frac{\partial \theta(z, t)}{\partial t} = \alpha \cdot \frac{\partial^2 \theta(z, t)}{\partial z^2}. \quad (6)$$

As condições de contorno, dadas pelas Eq. (4) e Eq. (5), se transformam em:

$$\theta(0, t) = \theta_0 \cdot \sin(\omega \cdot t), \quad (7)$$

$$\theta(\infty, t) = 0. \quad (8)$$

Resolvendo a Eq. (6) pelo método de separação de variáveis, ou seja, considerando que a solução $\theta(z, t)$ é dada pelo produto de duas funções: onde ϕ depende somente de z , e onde τ depende somente de t . Substituindo e, após o resultado do cálculo das derivadas parciais, obtemos a equação desmembrada para a difusão do calor, em um solo homogêneo:

$$\frac{1}{\alpha \cdot \tau(t)} \cdot \frac{\partial \tau(t)}{\partial t} = \frac{1}{\phi(z)} \cdot \frac{\partial^2 \phi(z)}{\partial z^2}. \quad (9)$$

Em um meio isotrópico, a difusividade α é uma constante e o lado esquerdo da Eq. (9) é independente de z e o segundo termo é independente de t . Então, para ter sentido esta igualdade, ambos os termos são iguais a uma constante. Para determinar os termos constantes foram feitas hipóteses, obtendo-se a Eq. (9) que regula a difusão do calor no solo, retornando a troca de variáveis definida no início como $T(z, t) = T_0 + \theta(z, t)$:

$$T(z, t) = e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha}} z} \cdot \left\{ \sin \left[(\omega \cdot t) - \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha}} \cdot z \right] \right\}, \quad (10)$$

Conforme a Eq. (10), a variação da temperatura na superfície se propaga através do solo como uma onda senoidal com a mesma frequência ω . Com a profundidade, as ondas senoidais mantêm a frequência da variação na superfície, mas diminuem de amplitude e se defasam no tempo.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os casos analisados numericamente neste trabalho foram baseados em estudos apresentados por VAZ (2011) e BRUM (2013). Considerou-se um solo argiloso como o da cidade de Viamão/RS. Conforme o modelo de BRUM (2013), as condições de contorno foram: na superfície do solo uma função periódica da temperatura variando com o tempo. Para condição inicial foi admitido a temperatura média do solo. As propriedades dos materiais: massa específica de 1.800 kg/m^3 , condutividade térmica de $2,1 \text{ W/(mK)}$ e calor específico de 1.780 J/(kgK) do solo.

No modelo em estudo o solo foi analisado na profundidade de 15 m , sendo definidas a temperatura em kelvin e o tempo em segundos, encontrando a Eq. (11) onde a temperatura está em grau Celsius e o tempo em dias:

$$T = 18,7 + 6,28 \cdot \sin(0,0172t + 26,24). \quad (11)$$

A temperatura média anual do solo, igual a $291,7 \text{ K}$ (em torno de $18,7^\circ \text{C}$). Considerando o primeiro dia de janeiro de 2007, a hora zero. Temos a temperatura média mínima de $13,5^\circ \text{C}$, no dia 28 de julho, e a temperatura média máxima de $26,1^\circ \text{C}$ no dia 26 de janeiro, obtendo assim, os dados mostrados na Figura 2:

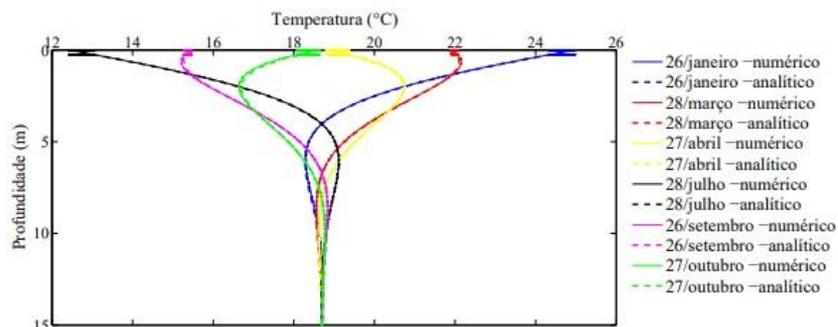


Figura 2 - Distribuição da temperatura do solo com a profundidade ao longo do ano, dado pela solução analítica e solução numérica (BRUM, 2013).

Verificando o modelo, utilizou-se a solução analítica da equação da difusão do calor no solo, Eq. (12):

$$T(z, t) = T_0 + 6,3e^{-z \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha}}} \cdot \sin \left[\omega \cdot (t + D) - z \cdot \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha}} \right], \quad (12)$$

onde: T_0 é a temperatura média do solo, α a difusividade térmica de $0,057 \text{m}^2/\text{dia}$, ω é o tempo anual igual a $2\pi/\omega$, e D a quantidade de dias para que a temperatura na superfície do solo se iguale a temperatura média (65 dias). Então:

$$T(z, t) = 291,7 + 6,3e^{-z \cdot \sqrt{\frac{0,0172}{2 \cdot 0,057}}} \cdot \sin \left[0,0172 \cdot (t + 65) - z \cdot \sqrt{\frac{0,0172}{2 \cdot 0,057}} \right]. \quad (13)$$

Verificando o modelo na profundidade $z = 5\text{m}$ e $t = 26$ dias, temos:

$$T(z, t) = 291,87\text{K} = 18,72^\circ\text{C} \quad (14)$$

Verificando o modelo na profundidade $z = 5\text{m}$ e $t = 209$ dias:

$$T(z, t) = 292,21\text{K} = 19,06^\circ\text{C} \quad (15)$$

Podemos observar na Figura 2, que na profundidade de 5m temos a temperatura do dia 26 de janeiro menor que no dia 28 de julho. Estes resultados numéricos demonstram que esta é uma alternativa de previsão para o regime térmico do solo, representando de forma satisfatória a solução analítica.

6. CONCLUSÕES

Este trabalho contribui para a análise da temperatura média no solo através das séries de Fourier. Os resultados encontrados foram satisfatórios, pois estão muito próximos aos valores do modelo utilizado para comparação, modelado computacionalmente. Então o método numérico é uma alternativa viável para a análise do regime térmico do solo, a fim de calcular a temperatura do solo.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANGELOCCI, L.R.; PEREIRA, A.R.; SENTELHAS, P.C. **Agrometeorologia: fundamentos e aplicações práticas**. USP/ESALQ, 2002.
- BRUM, R. **Modelagem computacional de trocadores de calor solo-ar**. 2013. 137f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional) – Curso de Pós-graduação em Modelagem Matemática, Universidade Federal do Rio Grande.
- MIHALAKAKOU, G. On the application of the energy balance equation to predict ground temperature profile. **Solar Energy**, v.60, p.181-190, 1997.
- TUBELIS, A. **Meteorologia descritiva: Fundamentos e aplicações brasileiras**. Nobel: 1986.
- UFSM. **Agricultura Familiar e Sustentabilidade: Agroclimatologia**. Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014. Acessado em 23 mar. 2000. Online. Disponível em: https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/16158/Curso_Agric-Famil-Sustent_Agroclimatologia.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- VAZ, J. (2011). **Estudo experimental e numérico sobre o uso do solo como reservatório de energia para o aquecimento e resfriamento de ambientes edificadas**. 2011. 237f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.