

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
Instituto de Física e Matemática
Programa de Pós-Graduação em Física



Tese

**Estabilidade de estrelas híbridas sob diferentes velocidades de conversão de
fase e configurações de carga**

Lucas da Silva Lazzari

Pelotas, 2025

Lucas da Silva Lazzari

Estabilidade de estrelas híbridas sob diferentes velocidades de conversão de fase e configurações de carga

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Física.

Orientador: Prof. Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves
Coorientador: Dr. José Carlos Jiménez Apaza

Pelotas, 2025

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação da Publicação

L432e Lazzari, Lucas da Silva

Estabilidade de estrelas híbridas sob diferentes velocidades de conversão de fase e configurações de carga [recurso eletrônico] / Lucas da Silva Lazzari ; Victor Paulo Barros Gonçalves, orientador ; José Carlos Jiménez Apaza, coorientador. — Pelotas, 2025.

109 f. : il.

Tese (Doutorado) — Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2025.

1. Estrelas de nêutrons. 2. Estrelas híbridas. 3. QCD. I. Gonçalves, Victor Paulo Barros, orient. II. Apaza, José Carlos Jiménez, coorient. III. Título.

CDD 523.8

Lucas da Silva Lazzari

Estabilidade de estrelas híbridas sob diferentes velocidades de conversão de fase e configurações de carga

Tese aprovada, como requisito parcial, para obtenção do grau de Doutor em Física, Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da Defesa: 15 de maio de 2025

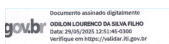
Banca Examinadora:



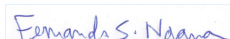
Prof. Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves (orientador)
Doutor em Ciências pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul.



Profa. Dra. Mariana Dutra da Rosa Lourenço
Doutora em Física pela Universidade Federal Fluminense.



Prof. Dr. Odilon Lourenço da Silva Filho
Doutor em Física pela Universidade Federal Fluminense.



Prof. Dr. Fernando Silveira Navarra
Doutor em Física pela Universidade de Marburg.



Prof. Dr. Rafael Cavagnoli
Doutor em Física pela Universidade de Santa Catarina.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar à minha noiva Nickeli que, melhor do que ninguém, sabe os desafios enfrentados na elaboração deste trabalho e que não mediu esforços para me apoiar durante toda a minha trajetória acadêmica. Também agradeço aos meus pais pelo encorajamento e apoio incondicional durante toda a minha vida, assim como toda a minha família.

Agradeço ao meu grande amigo Vinícius pela parceria e incentivo constante. Agradeço também aos meus amigos Yan e Yuri pelas conversas e pela relação construída durante este doutorado.

Agradeço imensamente ao professor Victor, por todos os ensinamentos, pela paciência e pelo respeito não só durante o doutorado, mas durante os quase nove anos que estamos trabalhando juntos, desde os tempos longínquos da graduação. Gostaria de agradecer também alguns professores que foram fundamentais na minha formação: Alexandre Diehl, Maurício Piotrowski, Carlos Alberto Vaz e Werner Sauter; que além dos ensinamentos em sala de aula, proporcionaram momentos ímpares nas conversas de corredor. Também agradeço ao meu coorientador José.

Ficam aqui registrados meus agradecimentos a CAPES por servir como agência de fomento a esta pesquisa, a Universidade Federal de Pelotas que serviu como minha segunda casa por tanto tempo e a todo instituto de Física e Matemática.

RESUMO

LAZZARI, Lucas da Silva. **Estabilidade de estrelas híbridas sob diferentes velocidades de conversão de fase e configurações de carga**. Orientador: Victor Paulo Barros Gonçalves. 2025. 109 f. Tese (Doutorado em Física) – Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2025.

O debate sobre a composição interna das estrelas de nêutrons continua em constante evolução. A Cromodinâmica Quântica, a teoria das interações fortes, ainda não consegue oferecer uma descrição precisa das altas densidades encontradas nestes astros, especialmente em seus núcleos. Consequentemente, a equação de estado que modela a composição dessas estrelas permanece imprecisa. Recentemente, esforços tanto teóricos quanto observacionais têm sido feitos para reduzir essa incerteza, através de observações precisas da massa e do raio das estrelas de nêutrons. Uma hipótese comum na literatura é a existência de uma transição de fase em seu interior, dando origem às chamadas estrelas híbridas, compostas por um núcleo de matéria estranha de quarks envolto por uma camada hadrônica. No entanto, a ordem e a velocidade dessa transição ainda são desconhecidas. Neste estudo, assumimos a hipótese de que as estrelas de nêutrons são estrelas híbridas, com uma transição de fase de primeira ordem, conforme a construção de Maxwell. Para analisar a estabilidade desses objetos, utilizaremos o formalismo das oscilações radiais da teoria da Relatividade Geral. Além disso, examinaremos a velocidade de conversão entre as fases hadrônica e de quarks, comparando-a com as oscilações radiais da estrela, o que influencia diretamente sua estabilidade. Também trataremos, em uma parte desta tese, os efeitos da presença de carga elétrica na estrutura e estabilidade das estrelas gêmeas. Este estudo visa contribuir para o avanço do entendimento da transição de fase nas estrelas de nêutrons e como as modificações mencionadas afetam sua estabilidade e estrutura.

Palavras-chave: estrelas híbridas; transição de fase; matéria estranha de quarks; estabilidade estelar.

ABSTRACT

LAZZARI, Lucas da Silva. **Stability of hybrid stars under different phase conversion speeds and charge configurations**. Advisor: Victor Paulo Barros Gonçalves. 2025. 109 f. Thesis (Doctorate in Physics) – Institute of Physics and Mathematics, Federal University of Pelotas, Pelotas, 2025.

The debate on the internal composition of neutron stars remains in constant evolution. Quantum Chromodynamics, the theory of strong interactions, still fails to provide an accurate description of the high densities found in these stars, especially in their cores. Consequently, the equation of state modeling the composition of these stars remains inaccurate. Recently, both theoretical and observational efforts have been made to reduce this uncertainty, through precise observations of the mass and radius of neutron stars. A common hypothesis in the literature is the existence of a phase transition in their interior, giving rise to so-called hybrid stars, composed of a core of strange quark matter surrounded by a hadronic mantle. However, the order and speed of this transition are still unknown. In this study, we assume the hypothesis that neutron stars are hybrid stars, with a first-order phase transition, following Maxwell's construction. To analyze the stability of these objects, we will use the formalism of radial oscillations from the theory of General Relativity. Additionally, we will examine the speed of conversion between the hadronic and quark phases, comparing it with the radial oscillations of the star, which directly influences its stability. Furthermore, we will treat, in a part of this dissertation, the effects of the presence of electric charge in the structure and stability of twin stars. This study aims to contribute to advancing the understanding of the phase transition in neutron stars and how the mentioned modifications affect their stability and structure.

Keywords: hybrid stars; phase transitions; strange quark matter; stellar stability.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Representação esquemática das velocidades de conversão: rápida (painel esquerdo) e lenta (painel direito). Cada painel contém duas regiões, uma representando a fase de quarks (esquerda) e outra representando a fase de hadrônica (direita). As três linhas verticais tracejadas representam a interface e a sua oscilação radial para cada tempo. Extraído da referência (Lugones; Grunfeld, 2021). . . .	33
Figura 2	Diferentes faces de uma estrela de nêutrons. Extraído da referência (Blaszkiewicz et al., 2016).	39
Figura 3	Diagrama teórico que representa as fases da matéria como função do potencial químico e da temperatura, sinalizando a possível transição de fase da matéria hadrônica para a matéria de quarks. Extraído da referência (Alford; Han; Schwenzer, 2019).	44
Figura 4	Painel esquerdo: Representação esquemática da construção de Gibbs. Painel direito: energia livre de Gibbs como função da pressão, representando as diferentes possibilidades a partir da tensão superficial. Extraído da referência (Lugones; Grunfeld, 2021). . . .	45
Figura 5	Representação ilustrativa de uma transição de fase de acordo com a construção de Maxwell. Extraído da referência (Lugones; Grunfeld, 2021).	46
Figura 6	Comportamento da anomalia de traço normalizada no meio versus densidade de energia (Δ vs ϵ) para a matéria QCD em diferentes condições extremas. Em particular, apresentamos resultados conhecidos para: i) a conjectura de positividade de Δ da referência (Fujimoto; Fukushima; McLerran; Praszalowicz, 2022), baseada no limite de massa máxima das estrelas de nêutrons (conjectura $\Delta \geq 0$); ii) a matéria de quarks AdS/CFT (Hoyos; Rodríguez fernández; Jokela; Vuorinen, 2016); iii) LQCD para densidade nula de bárions e temperaturas finitas (LQCD, $T \neq 0$) (Bazavov et al., 2009; Borsanyi; Fodor; Hoelbling; Katz; Krieg; Szabo, 2014); e iv) LQCD para matéria fria com isospin (LQCD, $\mu_I \neq 0$) (Abbott; Detmold; Romero-lópez; Davoudi; Illa; Parreño; Perry; Shanahan; Wagman, 2023). Observamos que sobrepusemos essas diferentes Δ físicas no mesmo gráfico para evidenciar as diferenças de sinal entre elas. Além disso, as bandas CET/pQCD são apresentadas apenas para o caso com $\mu_B \neq 0$, nas regiões de μ_B onde ambas são válidas e confiáveis (Fujimoto; Fukushima; McLerran; Praszalowicz, 2022). . .	50

Figura 7	Ilustração da EOS híbrida obtida através da construção de Maxwell utilizando-se a parametrização CSS para representar a fase de quarks. Extraído da referência (Christian; Zacchi; Schaffner-bielich, 2018).	54
Figura 8	Representação esquemática das diferentes categorias de estrelas gêmeas. Extraída da referência (Christian; Zacchi; Schaffner-bielich, 2018).	58
Figura 9	<i>Painel Esquerdo:</i> Equações de estado para estrelas gêmeas representando cada uma das quatro categorias. <i>Painel direito:</i> Perfil massa-raio das estrelas gêmeas eletricamente neutras com os principais vínculos observacionais: GW190814 (Abbott et al., 2020), GW170817 (Abbott et al., 2017a, 2018), PSR J0740+6620 (Fonseca et al., 2021; Miller et al., 2021) e PSRJ0030+0451 (Miller et al., 2019; Riley et al., 2019); e teóricos (Lattimer, 2015) descritos na figura.	60
Figura 10	Perfis massa-raio para estrelas gêmeas carregadas e neutras ($\alpha = 0$) das categorias I, III e IV, já que a categoria II não apresentou configurações híbridas estáveis do ponto de vista do critério usual de estabilidade.	61
Figura 11	Frequência linear fundamental em função da pressão central das estrelas gêmeas neutras, considerando conversões rápidas (painel esquerdo) e lentas (painel direito), para as quatro categorias discutidas anteriormente.	63
Figura 12	Frequência linear fundamental em função da pressão central para estrelas gêmeas carregadas das categorias I (painel esquerdo) e II (painel direito). Note que as frequências não estão na mesma escala da figura 11.	64
Figura 13	Frequência linear fundamental em função da pressão central para valores crescentes de α , para as categorias III (painéis superiores) e IV (painéis inferiores) considerando conversões rápidas (painéis à esquerda) e lentas (painéis à direita). Note que as frequências das categorias III e IV não estão na mesma escala.	65
Figura 14	A família de EOSs gêmeas (painel esquerdo) e o espaço de parâmetros de Seidov relacionado (painel direito) para estrelas gêmeas das Categorias I-IV considerando conversões rápidas. Para comparação, também exibimos no painel esquerdo os resultados de CET (Hebeler; Lattimer; Pethick; Schwenk, 2013) e pQCD (Kurkela; Romatschke; Vuorinen, 2010), bem como a faixa de EOSs ajustada às restrições astrofísicas (em cinza) de Annala et al. (Annala; Gorda; Katerini; Kurkela; Nättilä; Paschalidis; Vuorinen, 2022) em densidades intermediárias. Adicionamos também a restrição da pQCD (faixa laranja) de Komoltsev-Kurkela (Komoltsev; Kurkela, 2022) em $n_B = 10n_0$. Além disso, os símbolos '×' no painel direito representam os resultados da referência (Gorda; Hebeler; Kurkela; Schwenk; Vuorinen, 2023).	68

Figura 15	<i>Painéis à esquerda:</i> Relações $M-R$ para estrelas gêmeas pertencentes às Categorias I (painel superior) e II (painel inferior), incluindo várias restrições astrofísicas atuais, com uma escala de cores ao lado direito indicando os valores correspondentes de suas anomalias de traço. Note que círculos coloridos e preenchidos espessos (finos) indicam gêmeas estáveis (instáveis) no sentido de pulsações radiais. <i>Painéis à direita:</i> Anomalia de traço densa em função da densidade de energia, $\Delta = \Delta(\epsilon)$, onde incluímos restrições provenientes da CET (curva contínua preta), Komoltsev-Kurkela (Komoltsev; Kurkela, 2022) (faixa laranja), Annala et al. (Annala; Gorda; Katerini; Kurkela; Nättilä; Paschalidis; Vuorinen, 2022) (faixa cinza) e pQCD (Kurkela; Romatschke; Vuorinen, 2010). Além disso, as marcações pretas representam o ponto onde ocorre a transição de fase, cada marcação correspondendo a uma diferente pressão de transição, e devem ser lidos da esquerda para a direita; por exemplo, um triângulo à esquerda (densidades de energia baixas) sofre uma descontinuidade até que o mesmo triângulo apareça à direita (densidades de energia mais altas), onde a fase de QM se inicia. Note que as curvas coloridas de QM contínuas (descontínuas) indicam estrelas gêmeas estáveis (instáveis).	71
Figura 16	Legendas e vínculos iguais aos da figura 15, mas agora para as Categorias III e IV.	72
Figura 17	<i>Painel esquerdo:</i> Comportamento das pressões <i>rápidas</i> das estrelas gêmeas (normalizadas por um gás de Stefan-Boltzmann) para cada categoria em função do potencial químico bariônico. Observe a presença das bandas hadrônica de CET e de pQCD, esta última aparecendo em $\mu_B = 2,6 \text{ GeV}$, correspondente a $n_B = 40 n_0$, como em outros trabalhos (veja, por exemplo, referência (Annala; Gorda; Katerini; Kurkela; Nättilä; Paschalidis; Vuorinen, 2022)). <i>Painel direito:</i> Anomalias do traço denso em função do potencial químico bariônico para as quatro categorias de estrelas gêmeas.	74
Figura 18	Perfis radiais da anomalia do traço para estrelas gêmeas de massa máxima para cada uma das configurações e categorias listadas na Tabela 2. Note os picos pronunciados em raios fixos para cada categoria, caracterizando o ponto de transição de fase. Todas as estrelas gêmeas apresentadas aqui possuem $\Delta < 0$ no seus núcleos.	76
Figura 19	Medida quantitativa da conformalidade através de $d_c = \sqrt{\Delta^2 + (\Delta')^2}$ (Annala; Gorda; Hirvonen; Komoltsev; Kurkela; Nättilä; Vuorinen, 2023) como função da densidade bariônica normalizada pela densidade de saturação n_B/n_0. Note que mantivemos o esquema de cores das figuras anteriores. Além disso, inserimos uma linha horizontal em $d_c = 0.2$ onde a matéria se torna conforme. Novamente, as bandas cinzas da CET e da pQCD foram apresentadas.	77

Figura 20	Legendas e vínculos iguais aos da figura 15 mas agora utilizando a GPP de rigidez intermediária para todas as categorias. Note que poucas configurações atingem o limite de duas massas solares para as categorias III e IV, enquanto apenas uma o faz para a categoria II. Também é importante ressaltarmos que, neste caso, todas EOSs da QM possuem $c_Q^2 = 1$. O comportamento decrescente de Δ se mantém, em geral, de acordo com a banda apresentada em Annala et al. (2022) (Annala; Gorda; Katerini; Kurkela; Nättilä; Paschalidis; Vuorinen, 2022), com exceção da curva correspondente à categoria II, onde as configurações estáveis estão fora desta banda.	78
Figura 21	Mesma legenda da figura 14, mas agora considerando conversões lentas. Vale notar que todas as configurações apresentadas aqui são estáveis.	79
Figura 22	Mesma legenda e vínculos da figura 15, mas agora para as categorias I e II de estrelas gêmeas considerando conversões lentas. Vale notar que todas as configurações apresentadas aqui são estáveis. .	80
Figura 23	Mesma legenda e vínculos da figura 15, mas agora para as categorias III e IV de estrelas gêmeas considerando conversões lentas. . .	81
Figura 24	<i>Painel esquerdo:</i> Oito EOSs híbridas com transições sequenciais representativas, cujas propriedades estão listadas na Tab. 4. <i>Painel direito:</i> Massa em função da pressão central para cada uma das EOSs.	84
Figura 25	Frequências lineares fundamentais em função da pressão central para todas as EOSs representativas e diferentes combinações de velocidades de conversão.	86
Figura 26	Perfil massa-raio das estrelas híbridas com transições sequenciais e respectivas janelas de estabilidade, considerando diferentes velocidades de conversão. As linhas pontilhadas representam as configurações $\omega_0^2 < 0$ na análise da respectiva velocidade de conversão.	87

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	ESTRUTURA ESTELAR RELATIVÍSTICA	21
2.1	HISTÓRIA E PRINCIPAIS PROPRIEDADES OBSERVACIONAIS	21
2.2	ESTABILIDADE DE ESTRELAS CARREGADAS	24
2.2.1	CONDIÇÕES DE CONTORNO E RESOLUÇÃO NUMÉRICA	32
2.2.2	DISTRIBUIÇÕES DE CARGA ELÉTRICA	37
2.3	ESTRUTURA INTERNA	37
2.3.1	EQUAÇÃO DE ESTADO	39
2.4	CONCLUSÃO	41
3	ESTRUTURA INTERNA DE UMA ESTRELA HÍBRIDA	42
3.1	CROMODINÂMICA QUÂNTICA	42
3.2	TRANSIÇÃO DE FASE FORTE	44
3.2.1	CONSTRUÇÃO DE MAXWELL	46
3.3	ANOMALIA DO TRAÇO EM ESTRELAS DE NÊUTRONS	47
3.4	EQUAÇÃO DE ESTADO HADRÔNICA	52
3.5	EQUAÇÃO DE ESTADO PARTÔNICA	53
3.5.1	DETERMINAÇÃO DO POTENCIAL QUÍMICO E DA DENSIDADE BARIÔNICA NA PARAMETRIZAÇÃO CSS	54
3.6	CONCLUSÃO	56
4	ESTRELAS GÊMEAS CARREGADAS SUPERMASSIVAS	57
4.1	ESTRELAS GÊMEAS E O CRITÉRIO DE SEIDOV	57
4.2	ESTRUTURA DAS ESTRELAS GÊMEAS EM VISTA DO EVENTO GW190814	59
4.3	IMPACTOS DA CARGA ELÉTRICA NA ESTABILIDADE DAS ESTRELAS GÊMEAS	62
4.4	CONCLUSÃO	65
5	ANOMALIA DO TRAÇO DA QCD EM ESTRELAS GÊMEAS	67
5.1	MODELAGEM DAS EOSs DAS ESTRELAS GÊMEAS	67
5.2	CONVERSÕES RÁPIDAS	69
5.2.1	COMPORTAMENTO DA ANOMALIA DO TRAÇO EM FUNÇÃO DO POTENCIAL QUÍMICO BARIÔNICO	73
5.2.2	GRAUS DE LIBERDADE E O CALOR LATENTE EM ESTRELAS GÊMEAS	75
5.2.3	PERFIL RADIAL DA ANOMALIA DO TRAÇO	76

5.2.4	COMPREENSÕES FÍSICAS PARA A QCD NÃO PERTURBATIVA . . .	77
5.2.5	EQUAÇÃO DE ESTADO HADRÔNICA INTERMEDIÁRIA	78
5.3	CONVERSÕES LENTAS	79
5.4	CONCLUSÃO	81
6	ESTRELAS HÍBRIDAS COM TRANSIÇÕES SEQUENCIAIS	83
6.1	RESULTADOS	83
6.2	CONCLUSÃO	88
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	90
	REFERÊNCIAS	93

1 INTRODUÇÃO

Estrelas de nêutrons representam alguns dos objetos mais densos e compactos já detectados no vasto Universo, fornecendo um cenário único para investigações sobre matéria nuclear e interações fortes em condições extremas (Glendenning, 1997, 2007; Camenzind, 2007; Haensel; Potekhin; Yakovlev, 2007; Schaffner-bielich, 2020). A denominação “estrelas de nêutrons” foi introduzida em 1933 por Baade e Zwicky (Baade; Zwicky, 1934a,b), sugerindo que esses corpos celestes seriam os núcleos densos remanescentes de estrelas supermassivas, cuja massa excede oito vezes a do Sol (Glendenning, 1997). Eles também associaram a liberação de energia durante a formação de uma estrela de nêutrons à ocorrência de uma explosão de supernova.

No âmbito da teoria da Relatividade Geral, em 1939, Tolman derivou a equação do equilíbrio hidrostático para uma estrela relativística (Tolman, 1939). De forma independente e no mesmo ano, Oppenheimer e Volkoff obtiveram a mesma equação, que ficou conhecida como a equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV), descrevendo o gradiente de pressão no interior de uma estrela relativística (Oppenheimer; Volkoff, 1939). Além disso, eles estimaram que estrelas de nêutrons compostas por um gás de nêutrons livres teriam aproximadamente 0,7 vezes a massa do Sol contida em um raio de apenas 10 km (Oppenheimer; Volkoff, 1939). O início da Segunda Guerra Mundial e a ideia prevalente de que um objeto tão pequeno jamais pudesse ser observado levou ao esquecimento das estrelas de nêutrons nas décadas seguintes.

Os avanços nos instrumentos astronômicos durante os anos 1960 levaram à observação de um objeto peculiar em 1967, por Anthony Hewitt e Jocelyn Bell Burnell (Bell; Cole; Hewish; Pilkington, 1968). Esse objeto, que emitia pulsações regulares na faixa de rádio, foi denominado pulsar. Antes mesmo da descoberta desses objetos, os estudos fundamentais de Pacini (Pacini, 1967) e Gold (Gold, 1968) permitiram reconhecer os pulsares como estrelas de nêutrons em rotação. A emissão regular dos pulsares é atribuída aos intensos campos magnéticos que aceleram partículas dos polos magnéticos das estrelas. Atualmente, observações contínuas dos pulsares têm possibilitado estimar diversos parâmetros astrofísicos, incluindo suas massas e raios (Cromartie et al., 2019; Fonseca et al., 2021; Miller et al., 2019, 2021; Riley et al., 2019). Especi-

ficamente, estimativas da massa do pulsar mais massivo já observado, chamado PSR J0740+6620, revelaram que sua massa excede duas vezes a massa solar (Cromartie et al., 2019; Fonseca et al., 2021).

Outro marco significativo ocorreu em 2017, com a detecção da colisão de dois pulsares. Esta descoberta permitiu associar, pela primeira vez, a emissão de ondas gravitacionais (GW170817) com emissões no espectro eletromagnético (GRB 170817A), dando início a era da astronomia multi-mensageira (Abbott et al., 2017a, 2018; Margalit; Metzger, 2017; Shibata et al., 2017; Rezzolla; Most; Weih, 2018). Desta forma, ficou estabelecida a conexão entre a colisão das estrelas de nêutrons e Explosões de Raios Gama (GRBs, do inglês *Gamma-Ray Bursts*). Outras possíveis conexões envolvem o colapso gravitacional de uma estrela massiva para formar uma estrela de nêutrons, seguido pela liberação explosiva de energia na forma de um GRB (Meszaros, 2006). Neste cenário, o colapso do núcleo de uma estrela massiva produz uma supernova, e a formação subsequente de uma estrela de nêutrons pode levar à emissão de jatos relativísticos de matéria que produzem os GRBs observados. Estudos observacionais e teóricos têm investigado essa conexão, procurando entender os mecanismos físicos por trás da formação dos GRBs e seu vínculo com as estrelas de nêutrons (Woosley; Bloom, 2006).

É importante destacar que o termo “estrela de nêutrons”, originalmente introduzido por Baade e Zwicky (Baade; Zwicky, 1934a,b), pode levar a uma interpretação incorreta de que esses objetos são compostos exclusivamente por nêutrons. Na realidade, essa é apenas uma das várias possíveis composições, como será discutido no Capítulo 2. Portanto, optamos por usar a terminologia “pulsar” para nos referirmos às estrelas mais densas já observadas, reservando o termo “estrelas de nêutrons” para uma ampla categoria de objetos teóricos que buscam descrever os pulsares. A incerteza na descrição da constituição de uma estrela de nêutrons decorre das densidades extremas presentes nesses objetos, onde massas superiores a duas vezes a massa do Sol podem ser contidas em um raio de apenas 10 km. Nessas condições de densidade, as interações entre nêutrons e a possível produção de partículas exóticas não são completamente compreendidas pelas teorias atuais (Glendenning, 1997, 2007; Camenzind, 2007; Haensel; Potekhin; Yakovlev, 2007; Schaffner-bielich, 2020).

A interação forte, descrita pela Cromodinâmica Quântica (QCD), um dos componentes fundamentais do Modelo Padrão da Física de Partículas (Halzen; Martin, 1984; Thomson, 2013), é amplamente considerada crucial para compreender o estado da matéria no núcleo das estrelas de nêutrons. De acordo com essa teoria, os nêutrons não são partículas elementares, pois são compostos por quarks, considerados as verdadeiras partículas elementares. Os quarks e antiquarks são caracterizados por sua carga elétrica, massa, spin e também pela carga de cor, que é responsável pela interação forte e mediada pelos glúons. Apenas partículas compostas por quarks e

glúons, chamadas de pártons, possuem carga de cor, enquanto prótons e nêutrons, conhecidos como nucleons, são considerados estados incolores. Existem seis tipos de quarks: up, down, strange, charm, bottom e top, ordenados por massa crescente, sendo que apenas os quarks up e down estão presentes nos nucleons. Assim como elétrons e nêutrons, os quarks são férmions com spin $1/2$, sujeitos ao princípio de exclusão de Pauli (Thomson, 2013).

Os quarks nunca foram observados livres, levando à postulação na Cromodinâmica Quântica (QCD) de que apenas estados sem cor, chamados hádrons, podem se propagar livremente, um fenômeno conhecido como confinamento da carga de cor. Acredita-se que o confinamento ocorra devido à interação entre os glúons, que possuem carga de cor, restringindo assim o alcance da interação forte (Haensel; Potekhin; Yakovlev, 2007). No entanto, resultados obtidos em colisores de partículas sugerem que, em altas temperaturas e/ou densidades, ocorra a transição de fase da matéria hadrônica para a matéria de quarks (Cheuk-yin, 1994; Schaffner-bielich, 2020). Nessas condições, as densidades presentes nas estrelas de nêutrons podem “liberar” os quarks, dando origem ao que é conhecido como matéria de quarks, que pode estar concentrada principalmente no núcleo dessas (Ivanenko; Kurdgelaidze, 1965, 1969). Em 1971, Bodmer sugeriu que o estado fundamental da matéria que interage fortemente seria composto pela matéria de quarks livres (Bodmer, 1971). Seguindo essa ideia, Witten propôs que seria energeticamente favorável que a matéria de quarks livres também incluísse o quark strange, além dos quarks up e down, originando assim a matéria estranha de quarks (SQM, do inglês *strange quark matter*) (Witten, 1984). Essa proposta foi feita de forma independente por Terazawa (Terazawa, 1989). A ideia de que o estado fundamental da matéria é a SQM é conhecida como hipótese de Bodmer-Witten-Terazawa.

A equação de estado (EOS, do inglês *equation of state*), um elemento crucial na descrição da matéria dentro das estrelas, relaciona o comportamento da pressão com a densidade de energia e vice-versa (Lattimer, 2015). Além disso, a EOS geralmente depende da temperatura e do potencial químico, refletindo as propriedades termodinâmicas do sistema. No contexto das estrelas de nêutrons, existem cenários em que a temperatura não pode ser negligenciada, como na fusão de duas estrelas de nêutrons (Schaffner-bielich, 2020). Porém, quando consideramos uma estrela de nêutrons isolada e num estágio mais avançado do seu desenvolvimento, a temperatura pode ser desconsiderada (Haensel; Potekhin; Yakovlev, 2007). Este será o cenário base dos nossos estudos.

Mesmo desconsiderando a temperatura, a descrição da EOS das estrelas de nêutrons permanece um tópico em aberto. A caracterização dos hádrons nessas estrelas é desafiadora devido à natureza não perturbativa das soluções (Cheuk-yin, 1994). Um dos cenários mais estudados é a possibilidade de uma transição de fase entre a

matéria hadrônica e a SQM ocorrer no interior das estrelas de nêutrons, o que caracterizaria as estrelas híbridas (Ivanenko; Kurdgelaidze, 1965, 1969). Essa possibilidade advém de uma das principais propriedades da QCD: a liberdade assintótica. Esta propriedade demonstra que a interação entre partículas com carga de cor em distâncias muito curtas é fraca o suficiente para que estas partículas movam-se como se estivessem livres (Gross; Wilczek, 1973; Politzer, 1973). Nessas estrelas, um núcleo de SQM, possivelmente em um estado supercondutor de cor, é envolto por uma crosta de matéria hadrônica que se estende até a superfície da estrela (Alford; Braby; Paris; Reddy, 2005). Contudo, a ordem e a velocidade dessa transição de fase ainda não são compreendidas completamente. Pode ocorrer uma transição de primeira ordem ou, ainda, um crossover (Baym et al., 2018, 2019).

No tocante as transições de fase de primeira ordem, discute-se, na literatura, duas possibilidades principais, as chamadas construções de Maxwell e de Gibbs (Glendenning, 1992; Glendenning; Pei, 1995). Na construção maxwelliana, toma-se a pressão de transição como uma constante, de tal forma que uma superfície abrupta separa as duas fases no interior da estrela, ou seja, não havendo a possibilidade da existência de uma fase mista, o que resulta em descontinuidades nas densidades de energia e de número bariônico (Alford; Braby; Paris; Reddy, 2005), já que a carga elétrica é conservada separadamente em cada uma das fases. Por outro lado, na construção de Gibbs, a partir de uma determinada pressão, pequenas concentrações da SQM começam a aparecer na matéria hadrônica, o que caracteriza a fase mista, que se estende até um valor maior de pressão, a partir do qual a SQM se torna a fase pura no núcleo da estrela (Glendenning, 1992; Glendenning; Pei, 1995). Nesta construção, não ocorrem descontinuidades e a carga elétrica é conservada globalmente. Do ponto de vista energético, a distinção entre as duas construções se dá pela tensão superficial da matéria de quarks livres, como veremos no Capítulo 3, que pode aumentar ou diminuir a energia livre de Gibbs por bárion. Desta forma, se a tensão superficial superar um valor crítico temos que a construção de Maxwell é energeticamente favorecida (Lugones; Grunfeld, 2021).

Alguns anos após a descoberta da liberdade assintótica na QCD, foi apontado – no regime não perturbativo – nas referências (Collins; Duncan; Joglekar, 1977; Nielsen, 1977) que, mesmo assumindo sabores de quarks sem massa, o traço do tensor energia-momento da QCD, possui uma chamada anomalia quântica associada à quebra dinâmica da invariância de escala-conformal, induzida puramente pela natureza altamente não trivial do vácuo real da QCD. Quando as massas dos quarks são consideradas, o traço mencionado passa a incluir uma quebra explícita diretamente conectada aos condensados de quarks. A essa característica damos o nome de anomalia do traço da QCD.

Recentemente, a anomalia do traço tem sido investigada como uma ferramenta

importante para estudar a física de altas densidades no interior de estrelas de nêutrons e híbridas. Esta anomalia, que se refere à quebra da invariância conforme na EOS da matéria fortemente interativa, é proporcional a diferença entre a densidade de energia e três vezes a pressão (Fujimoto; Fukushima; McLerran; Praszalowicz, 2022). Estudos recentes sugerem que a anomalia do traço pode estar diretamente relacionada à rigidez da EOS em altas densidades, permitindo que a velocidade do som ao quadrado ultrapasse o limite conforme de $1/3$ da velocidade da luz ao quadrado, e atingindo valores próximos ao limite da causalidade (Annala; Gorda; Kurkela; Nättilä; Vuorinen, 2020) (igual a velocidade da luz). No entanto, os impactos dessa anomalia no comportamento da matéria densa ainda é pouco explorado, oferecendo uma nova perspectiva teórica para a descrição da fase de matéria de quarks em núcleos de estrelas compactas (Brandt; Cuteri; Endrodi, 2023).

Resolver a equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) juntamente com a equação que descreve o gradiente da massa para uma determinada EOS proporciona a obtenção dos perfis internos das variáveis pressão e massa em função da coordenada radial no interior da estrela (Glendenning, 1997). Esse procedimento nos permite integrar essas equações do centro até a superfície da estrela, o que resulta na determinação do raio e da massa do objeto, ou seja, na estrutura da configuração estelar (Schaffner-bielich, 2020). Além de analisar a estrutura, é fundamental investigar a estabilidade de uma família de estrelas formadas por uma determinada EOS. Geralmente, isso é realizado examinando o sinal da derivada da massa total da estrela em relação à pressão ou densidade de energia central. Qualquer aumento na massa deve ser acompanhado por um aumento na pressão interna, assegurando que a estrela seja capaz de suportar a crescente pressão gravitacional (Glendenning, 1997). Contudo, é crucial destacar que esse método representa uma condição necessária, porém não suficiente, para a determinação da estabilidade da estrela. Outros critérios e considerações também devem ser levados em conta para uma análise abrangente da estabilidade estelar.

Em 1964, Chandrasekhar introduziu outra abordagem a fim de analisar a estabilidade de uma configuração estelar: o formalismo das oscilações radiais (Chandrasekhar, 1964). Este formalismo leva a uma equação diferencial de segunda ordem para o deslocamento radial dos elementos de fluido no interior da estrela. Como demonstrado por Gondek, Haensel e Zdunik, essa equação de segunda ordem pode ser separada em duas equações diferenciais de primeira ordem acopladas, descrevendo os gradientes do deslocamento radial e da variação lagrangiana da pressão (Gondek; Haensel; Zdunik, 1997). As soluções físicas dessas equações fornecem as autofrequências do sistema. Quando a autofrequência do modo fundamental de vibração é positiva, concluímos que a configuração estelar é estável (Kokkotas; Ruoff, 2001). Embora essa abordagem seja mais exigente computacionalmente, a condição associada

à autofrequência fundamental é suficiente para determinar a estabilidade da estrela.

Os métodos de análise da estabilidade estelar descritos anteriormente concordam quando tratamos de sistemas cuja EOS é contínua (Glendenning, 1997). No entanto, no cenário das estrelas híbridas, onde ocorre uma transição de fase à pressão constante, isso resulta em uma descontinuidade na densidade de energia. Consequentemente, o critério usual de estabilidade torna-se insuficiente e é necessário empregar o formalismo das oscilações radiais (Haensel; Zdunik; Schaeffer, 1989; Pereira; Flores; Lugones, 2018). Além disso, é importante considerar condições de contorno extras neste formalismo para compreender os efeitos que ocorrem na interface entre as fases. Essas condições de contorno extras estão diretamente relacionadas ao tempo de conversão entre as fases, que pode variar de rápido a lento em comparação com o tempo das oscilações radiais, geralmente da ordem de milissegundos. Portanto, a velocidade da conversão entre as fases pode ser rápida, lenta ou intermediária, impactando diretamente na determinação da estabilidade de uma estrela híbrida (Haensel; Zdunik; Schaeffer, 1989; Pereira; Flores; Lugones, 2018; Rau; Sedrakian, 2023).

Na construção maxwelliana, se a descontinuidade na densidade de energia for suficientemente elevada, poderemos ter a formação das chamadas estrelas gêmeas, estrelas com massas iguais, porém com raios distintos, uma no ramo puramente hadrônico e outra no ramo híbrido (Christian; Zacchi; Schaffner-bielich, 2018; Christian; Schaffner-bielich, 2022). Contudo, em (Christian; Schaffner-bielich, 2021), foi proposto que a existência das estrelas gêmeas seria descartada perante a observação de uma estrela de nêutrons com massa acima de 2,5 massas solares, porém, os autores não consideraram a possibilidade de que estes objetos contenham uma distribuição de carga elétrica, o que eleva as suas massas.

Nesta tese, apresentaremos os resultados dos nossos estudos, assumindo como hipótese de trabalho que as estrelas de nêutrons são estrelas híbridas, cuja interface entre as fases é abrupta, seguindo a construção de Maxwell. Para descrever a estrutura dessas estrelas, é necessário definir dois segmentos distintos para formar a EOS híbrida. As partes mais externas da estrela (menos densas) serão representadas por uma EOS que descreve a matéria hadrônica até uma determinada pressão de transição, a partir da qual a EOS passará a descrever a SQM (Alford; Han; Prakash, 2013). Para representar a matéria hadrônica com um tratamento preciso da crosta, utilizaremos as chamadas *generalized piecewise polytropes* (GPP) (O'boyle; Markakis; Stergioulas; Read, 2020). Essa abordagem nos permite manter a EOS analítica, o que melhora a performance e a precisão dos cálculos numéricos, além de manter variáveis como o índice adiabático contínuas em seus diferentes segmentos (O'boyle; Markakis; Stergioulas; Read, 2020). Quanto à parte partônica, presente no núcleo das estrelas híbridas, utilizaremos a parametrização da velocidade do som constante (CSS) (Alford; Han; Prakash, 2013), o que nos permite abordar diferentes modelos

que buscam descrever a SQM. A maioria desses modelos prevê um comportamento linear da EOS da SQM, estando em acordo com o limite assintótico previsto pela QCD perturbativa (Kurkela; Romatschke; Vuorinen, 2010; Fraga; Kurkela; Vuorinen, 2014).

Utilizando a modelagem da EOS descrita acima, apresentaremos os resultados contidos nas referências (Gonçalves; Jiménez; Lazzari, 2022a,b; Jiménez; Lazzari; Gonçalves, 2024; Gonçalves; Lazzari, 2022). Nas referências (Gonçalves; Jiménez; Lazzari, 2022a,b), analisamos a estrutura e estabilidade das estrelas gêmeas supermassivas eletricamente carregadas. Ainda no tocante a estrelas gêmeas, na referência (Jiménez; Lazzari; Gonçalves, 2024), investigamos o comportamento da anomalia do traço nestes objetos com uma transição de fase de primeira ordem. Enquanto que, na referência (Gonçalves; Lazzari, 2022), tratamos os impactos das conversões lentas na estabilidade das estrelas híbridas considerando uma segunda transição de fase no interior da estrela. Além dos resultados discutidos acima, recentemente, revisitamos a estabilidade de anãs estranhas na referência (Gonçalves; Jimenez; Lazzari, 2023); no entanto, este estudo não será apresentado nesta tese. Nessas análises, no que se refere a estabilidade, utilizamos o formalismo descrito na referência (Pereira; Flores; Lugones, 2018), para os casos em que a velocidade de conversão entre as fases é rápida ou lenta.

Este trabalho está organizado da seguinte maneira. No Capítulo 2, descreveremos a metodologia e os formalismos teóricos necessários para a determinação da estabilidade de estrelas híbridas, sejam elas neutras ou carregadas. Os principais aspectos da QCD e da transição de fase forte serão mostrados no Capítulo 3, onde também apresentaremos em maiores detalhes a construção de Maxwell, a modelagem das EOSs hadrônica e partônica e a descrição da anomalia do traço. No Capítulo 4, estão contidos os nossos resultados para estrelas gêmeas supermassivas eletricamente carregadas, onde analisaremos sua estrutura e estabilidade, cujos resultados estão presentes nas referências (Gonçalves; Jiménez; Lazzari, 2022a,b). No Capítulo 5, focamos nos resultados da anomalia do traço no interior das estrelas gêmeas e o impacto que a transição de fase forte tem nesta grandeza, os quais foram apresentados na referência (Jiménez; Lazzari; Gonçalves, 2024). Nossa análise da estabilidade de estrelas híbridas com transições de fase forte sequenciais será apresentada no Capítulo 6 que corresponde aos resultados da referência (Gonçalves; Lazzari, 2022). Por fim, no Capítulo 7, discutiremos os principais pontos apresentados nesta tese.

2 ESTRUTURA ESTELAR RELATIVÍSTICA

Neste capítulo, faremos uma revisão dos principais conceitos relacionados à estrutura e ao equilíbrio de estrelas relativísticas, além de discutir as propriedades observadas dos pulsares. Iniciaremos com uma breve discussão histórica sobre pulsares e abordaremos a importância da Teoria da Relatividade Geral no estudo desses objetos. Posteriormente, apresentaremos as equações do campo gravitacional de Einstein ($G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$) e o conjunto de equações diferenciais que descrevem uma estrela relativística. Mostraremos também como a presença de carga elétrica influencia as equações de estrutura e estabilidade dessas estrelas. Por fim, exploraremos a estrutura interna de uma estrela de nêutrons, incluindo seus diferentes constituintes possíveis. Durante todo o capítulo, utilizaremos unidades geométricas onde $c = G = 1$.

2.1 HISTÓRIA E PRINCIPAIS PROPRIEDADES OBSERVACIONAIS

No final da evolução estelar, um objeto compacto pode permanecer¹ como remanescente da estrela original (Carroll; Ostlie, 2007; Karttunen; Kröger; Oja; Poutanen; Donner, 2007; Shapiro; Teukolsky, 2004; Camenzind, 2007). Esses objetos compactos são classificados em três tipos principais: anãs brancas, estrelas de nêutrons e buracos negros. As estrelas compactas (anãs brancas e estrelas de nêutrons) sustentam sua massa contra o colapso gravitacional por meio da pressão de degenerescência exercida pela matéria densa que as compõe e, nas estrelas de nêutrons, de interações repulsivas entre seus constituintes. No caso das anãs brancas, a pressão de degenerescência é devida aos elétrons que formam um gás relativístico entre os núcleos atômicos (Chandrasekhar, 1931). Em 1931, Chandrasekhar propôs que existe uma massa limite que pode ser suportada por um gás de elétrons degenerados, hoje conhecida como massa de Chandrasekhar, aproximadamente $1,4 M_{\odot}$, onde $M_{\odot}$ é a massa do Sol. As anãs brancas têm sido extensivamente estudadas na literatura (Shapiro; Teukolsky, 2004; Jackson et al., 2005; Sagert; Hempel; Greiner; Schaffner-bielich, 2006; Camenzind, 2007; Schaffner-bielich, 2020) e podem ser des-

¹Enfatizamos que um objeto compacto pode permanecer pois existe a possibilidade de que não reste nada após a explosão de supernova.

critas como o núcleo denso remanescente de estrelas como o Sol ou estrelas com massas inferiores a $8 M_{\odot}$.

Poucos meses após a descoberta de Chandrasekhar e de forma independente, Landau chegou à conclusão de que as anãs brancas possuíam uma massa limite de $1,5 M_{\odot}$ (Landau; Lifshitz, 1932; Yakovlev; Haensel; Baym; Pethick, 2013), um limite próximo do limite correto obtido por Chandrasekhar. Na segunda parte do seu artigo escrito em 1931, porém publicado em 1932, Landau propôs que estrelas que superavam o limite de massa seriam mais compactas que as anãs brancas e possuiriam densidades da ordem da densidade nuclear. Vale notar que esta proposta foi anterior à descoberta do nêutron por Chadwick (Chadwick, 1932), que ocorreu em 1932. Nesta época, havia dificuldades em modelar os átomos, já que, pelo princípio da incerteza de Heisenberg, os elétrons não poderiam estar no núcleo atômico (Haensel; Potekhin; Yakovlev, 2007). Por isto, Landau propôs que as estrelas com massa superior a $1,5 M_{\odot}$ possuiriam densidades tão elevadas que os núcleos atômicos se combinariam, formando um núcleo atômico gigante. Ele nomeou estas estrelas como “patológicas”, já que este núcleo atômico gigante violaria as leis da Mecânica Quântica por incluir a presença de elétrons (Landau; Lifshitz, 1932; Yakovlev; Haensel; Baym; Pethick, 2013). A proposta de Landau consiste na primeira descrição (ainda que superficial) do interior da matéria densa presente no que hoje chamamos por estrelas de nêutrons.

O termo “estrelas de nêutrons” surgiu pouco tempo depois, em 1933, na apresentação de Baade e Zwicky numa conferência realizada na Califórnia, cujos resultados foram publicados em 1934 (Baade; Zwicky, 1934a,b), quase dois anos após a descoberta do nêutron por Chadwick. Eles propuseram que estrelas de nêutrons seriam o objeto remanescente de uma supernova e que deveriam ser sustentadas pela pressão de degenerescência dos nêutrons. Além disso, eles entenderam corretamente que uma supernova era a liberação de energia na transição de uma estrela normal² para uma estrela de nêutrons (Baade; Zwicky, 1934a). Desta forma, estrelas de nêutrons possuíam raios muito pequenos e densidades extremamente elevadas, já que nêutrons podem estar compactados em um espaço menor do que núcleos atômicos e elétrons (Baade; Zwicky, 1934b).

Para os cientistas da década de 1930, tornou-se evidente que a densidade dentro de uma estrela de nêutrons era tão alta que, ao contrário de uma anã branca, as perturbações no espaço-tempo previstas pela Teoria da Relatividade Geral (Einstein, 1916), proposta por Einstein em 1916, seriam de extrema importância. Isso levou, em 1939, à dedução da equação que descreve uma estrela em equilíbrio hidrostático considerando as modificações da teoria da Relatividade Geral, como será abordado

²Por estrelas “normais” eles se referenciavam às estrelas luminosas visto que, na época, o processo de radiação termonuclear não era compreendido como o mecanismo pelo qual uma estrela durante a sequência principal se mantém contra o colapso gravitacional. Este mecanismo só foi proposto em 1938 por Bethe e Critchfield (Bethe; Critchfield, 1938).

na próxima seção. Essa dedução foi realizada por Tolman (Tolman, 1939) e, de forma independente, por Oppenheimer e Volkoff (Oppenheimer; Volkoff, 1939), sendo conhecida como equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV).

A solução da equação TOV é notavelmente dependente da descrição dos constituintes da estrela, por meio do que chamamos de equação de estado (EOS, do inglês *equation of state*), como será discutido na próxima seção. É importante destacar que as estrelas de nêutrons têm baixas temperaturas logo após o seu nascimento, permitindo o tratamento da EOS com temperatura nula. Em uma primeira abordagem feita por Oppenheimer e Volkoff, determinou-se que a massa máxima de uma estrela de nêutrons era de aproximadamente $0,7 M_{\odot}$, usando um modelo de gás de nêutrons livres (Haensel; Potekhin; Yakovlev, 2007). Esse resultado ficou surpreendentemente abaixo do limite de Chandrasekhar, levando posteriormente à interpretação de que interações nucleônicas repulsivas em densidades tão elevadas, ou até mesmo a presença de estados exóticos da matéria, poderiam estar presentes nesses objetos.

Em 1964, Woltjer propôs que a contração gravitacional de uma gigante vermelha em uma estrela de nêutrons poderia produzir campos magnéticos da ordem de $1 \times 10^{12} \text{ G}$ (Woltjer, 1964). Posteriormente, de forma independente, Pacini e Gold sugeriram que estrelas de nêutrons com campos magnéticos elevados emitiriam um grande fluxo de partículas relativísticas, resultante da liberação da sua energia rotacional (Pacini, 1967; Gold, 1968).

Embora não estivessem cientes do trabalho de Pacini, Anthony Hewitt e Jocelyn Bell Burnell detectaram sinais periódicos de ondas de rádio, os quais atribuíram a um fenômeno físico (Bell; Cole; Hewish; Pilkington, 1968). De forma humorística, denominaram a fonte dessas ondas de rádio como LGM-1, em referência a “little green men” (pequenos homens verdes, em tradução livre), insinuando que os sinais poderiam ter sido emitidos por extraterrestres. Esse fenômeno ficou conhecido como pulsar. Apesar do nome, os pulsares não pulsam no sentido tradicional; os pulsos de rádio detectados são causados pela perda de energia rotacional do objeto compacto (Glendenning, 1997). Desde então, mais de 2000 pulsares foram observados, tanto em sistemas isolados quanto em sistemas binários (Schaffner-bielich, 2020).

Atualmente, uma série de experimentos está em andamento para determinar as propriedades observacionais e impor possíveis restrições à composição desses objetos. Em 17 de agosto de 2017, ocorreu um dos eventos mais notáveis quando ondas gravitacionais foram detectadas pela colaboração LIGO-Virgo (Abbott et al., 2017b). Pela primeira vez, a detecção da radiação gravitacional foi acompanhada por detecções em todas as frequências do espectro eletromagnético, corroborando a hipótese de que uma colisão de estrelas de nêutrons havia sido observada, marcando o início da era da astronomia multimensageira com uso de ondas gravitacionais (Abbott et al., 2017a).

A partir da observação desse evento, foram impostas algumas restrições às propriedades das estrelas de nêutrons. Em particular, foram estabelecidos vínculos no raio e na equação de estado (EOS) desses objetos (Abbott et al., 2018). Além disso, os autores das referências (Margalit; Metzger, 2017; Shibata et al., 2017; Rezzolla; Most; Weih, 2018) procuraram restringir o limite máximo de massa que essas estrelas podem ter. Na referência (Margalit; Metzger, 2017), os autores apontam que a massa máxima é inferior a $2,17 M_{\odot}$; enquanto em (Shibata et al., 2017) este valor se encontra entre $2,15 M_{\odot}$ e $2,25 M_{\odot}$; já em (Rezzolla; Most; Weih, 2018) utiliza-se relações quase-universais obtendo uma massa máxima de $1,20^{+0,02}_{-0,05} M_{\text{TOV}}$, sendo $2,01^{+0,04}_{-0,04} \leq M_{\text{TOV}}/M_{\odot} \leq 2,16^{+0,17}_{-0,15}$.

Em 2017, a NASA lançou e acoplou à Estação Espacial Internacional o *Neutron Star Interior Composition Explorer* (NICER), uma missão destinada a fornecer informações valiosas sobre as propriedades das estrelas de nêutrons. Em particular, os resultados do NICER relatados em 2019 possibilitaram a determinação com precisão sem precedentes do raio do pulsar PSR J0030+0451 por meio de medições das variações no brilho dos raios-X emitidos (Riley et al., 2019; Miller et al., 2019). Além disso, utilizando os resultados apresentados em (Riley et al., 2019), foram impostas mais restrições à equação de estado (EOS) que descreve esse pulsar (Raaijmakers et al., 2019).

A observação de um sistema binário contendo uma anã branca e um pulsar permitiu determinar, usando o atraso relativístico de Shapiro (Shapiro, 1964), que a massa do pulsar MSP J0740+6620 era de aproximadamente $2,14^{+0,10}_{-0,09} M_{\odot}$ (Cromartie et al., 2019). Observações mais recentes reduziram a incerteza na massa para $2,08^{+0,07}_{-0,07} M_{\odot}$ (Fonseca et al., 2021). Ambas as medidas estão dentro do intervalo de confiança de 63,8%. Este é o pulsar mais massivo já observado, impondo restrições nas possíveis composições desses objetos e representando um dos principais limites observacionais. Resultados recentes obtidos a partir de dados do NICER estimaram o raio equatorial deste objeto em $13,7^{+2,6}_{-1,5}$ km (Miller et al., 2021) e em $12,39^{+1,30}_{-0,98}$ km (Riley et al., 2021), ambos dentro do intervalo de confiança de 68%. Vale notar que as estimativas do raio equatorial do MSP J0740+6620 possuem um grande intervalo de concordância, mesmo se tratando de inferências completamente independentes, além disso, essas inferências estão sendo atualizadas o que permitirá uma determinação mais precisa do raio das estrelas de nêutrons.

Apesar dos esforços crescentes para relacionar propriedades observacionais com a EOS das estrelas de nêutrons, ainda há incertezas sobre a composição desses objetos, como discutiremos na Seção 2.3. Também há discussões sobre o papel do campo magnético nas propriedades desses objetos (Shapiro; Teukolsky, 2004; Haensel; Potekhin; Yakovlev, 2007), bem como a possibilidade de existir uma distribuição de carga elétrica (Olson; Bailyn, 1975, 1976; Bally; Harrison, 1978). A presença de

carga elétrica não afeta a EOS (Ray et al., 2003; Ghezzi, 2005), mas se for suficientemente alta, o campo elétrico pode gerar uma pressão adicional que compete com a gravidade (Bonnor, 1965; Bekenstein, 1971). Alguns autores sugerem que uma carga elétrica significativa pode levar à ruptura da estrela (Bekenstein, 1971; Glendenning, 1997; Ray et al., 2003), enquanto outros propõem que durante o colapso gravitacional ou processo de acreção, a estrela possa acumular uma grande quantidade de carga elétrica (Olson; Bailyn, 1975, 1976). Essa questão continua em aberto.

Na próxima seção, abordaremos as equações que descrevem a estrutura e determinam a estabilidade de uma estrela de nêutrons eletricamente carregada, utilizando a teoria da Relatividade Geral.

2.2 ESTABILIDADE DE ESTRELAS CARREGADAS

A concepção geral da física para qualquer referencial, não apenas os inerciais, foi introduzida por Albert Einstein (Einstein, 1916). Em sua nova teoria, Einstein mostrou que a gravitação não é uma força, mas sim a curvatura do espaço-tempo induzida pela presença de uma grande concentração de massa-energia. Portanto, a teoria da relatividade geral se torna uma teoria geométrica (Weinberg, 2008; Cheng, 2005; Fayyazuddin; Riazuddin; Aslam, 2015; Das, 2011; Glendenning, 2007). Em unidades geométricas, onde $G = c = 1$ – sendo G a constante gravitacional e c a velocidade da luz –, as equações do campo gravitacional de Einstein, na assinatura $(-, +, +, +)$, são expressas por

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}, \quad (1)$$

onde $G_{\mu\nu}$ é o tensor de Einstein e $T_{\mu\nu}$ é o tensor energia-momento. Em suma, o tensor de Einstein está diretamente ligado à curvatura do espaço-tempo em uma determinada região, enquanto o tensor energia-momento depende da distribuição de matéria e energia nessa região (Das, 2011).

A partir da Eq. (1), podemos derivar o sistema de equações diferenciais que descreve uma estrela esfericamente simétrica, composta por um fluido ideal, isotrópico e eletricamente carregado. Com essas considerações, o elemento de linha quadrado, relacionado à métrica do sistema, é dado por (Glendenning, 2007; Brillante; Mishustin, 2014)

$$ds^2 = g^{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu = -e^{2\nu} dt^2 + e^{2\lambda} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (2)$$

onde $\nu = \nu(t, r)$ e $\lambda = \lambda(t, r)$ são as chamadas funções métricas. O tensor de Einstein é definido como (Glendenning, 1997)

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R, \quad (3)$$

onde $R_{\mu\nu}$ e R são o tensor e o escalar de Ricci, que podem ser escritos como (Glen-

denning, 1997)

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} , \quad (4)$$

$$R_{\mu\nu} = \partial_\nu \Gamma_{\mu\alpha}^\alpha - \partial_\alpha \Gamma_{\mu\nu}^\alpha - \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \Gamma_{\alpha\beta} + \Gamma_{\mu\beta}^\alpha \Gamma_{\nu\alpha}^\beta , \quad (5)$$

onde ∂_μ representa a derivada parcial com relação à coordenada μ e

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\kappa} (\partial_\mu g_{\kappa\nu} + \partial_\nu g_{\kappa\mu} - \partial_\kappa g_{\mu\nu}) , \quad (6)$$

são os símbolos de Christoffel. Logo, após cálculos extensivos e não elucidantes, obtemos as componentes não nulas do tensor de Einstein, dadas por (Glendenning, 1997)

$$G_t^t = -e^{-2\lambda} [2r^{-1}\lambda' - (1 - e^{2\lambda})r^{-2}] = -\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} [r(1 - e^{-2\lambda})] , \quad (7)$$

$$G_r^r = e^{-2\lambda} [2r^{-1}\nu' + r^{-2}] - r^{-2} , \quad (8)$$

$$G_\theta^\theta = e^{-2\lambda} [\nu'' - \nu'\lambda' + \nu'^2 + r^{-1}(\nu' - \lambda')] + e^{-2\nu} [\dot{\nu}\dot{\lambda} - \ddot{\lambda} - \dot{\lambda}^2] , \quad (9)$$

$$G_t^r = 2r^{-1}e^{-2\lambda}\dot{\lambda} , \quad (10)$$

onde a' e $\dot{a}$ representam as derivadas parciais com relação à r e t , respectivamente.

O lado direito da Eq. (1) corresponde ao tensor energia-momento que descreve a presença de matéria e energia em uma determinada região do espaço-tempo. No caso de um fluido ideal, isotrópico e eletricamente carregado, este tensor é dado por (Bekenstein, 1971; Felice; Siming; Yunqiang, 1999; Siffert; Mello neto; Calvão, 2007; Negreiros; Weber; Malheiro; Usov, 2009; Negreiros; Mishustin; Schramm; Weber, 2010)

$$T_\mu^\nu = (\epsilon + p)u_\mu u^\nu + pg_\mu^\nu + \frac{1}{4\pi^2} \left(F_{\mu\alpha} F^{\alpha\nu} - \frac{1}{4} g_\mu^\nu F^{\beta\gamma} F_{\beta\gamma} \right) , \quad (11)$$

onde ϵ , p e $F^{\mu\nu}$ são a densidade de energia, a pressão e o tensor campo eletromagnético – também chamado de tensor das tensões de Maxwell –, respectivamente. Neste último, está contida toda a informação do campo elétrico e do seu efeito na região do espaço-tempo ocupada pela estrela carregada (Bekenstein, 1971).

A conservação do tensor energia-momento implica que a sua divergência covariante deva ser nula, isto é,

$$\nabla_\nu T_\mu^\nu = \partial_\nu T_\mu^\nu + \Gamma_{\nu\alpha}^\nu T_\mu^\alpha - \Gamma_{\mu\nu}^\alpha T_\alpha^\nu = 0 , \quad (12)$$

cujas duas componentes não triviais são (Brillante; Mishustin, 2014)

$$\nabla_\nu T_t^\nu = \partial_t T_t^t + \partial_r T_t^r + \dot{\lambda}(T_t^t - T_r^r) + \left(\nu' + \lambda' + \frac{2}{r} \right) T_t^r = 0, \quad (13)$$

$$\nabla_\nu T_r^\nu = \partial_t T_r^t + \partial_r T_r^r - (\dot{\nu} + \dot{\lambda})e^{2(\lambda-\nu)}T_t^r + \nu'(T_r^r - T_t^t) + \frac{2}{r} \left(T_r^r - p - \frac{q^2}{8\pi r^4} \right). \quad (14)$$

O tensor campo eletromagnético é antissimétrico, i.e. $F_{\mu\nu} = -F_{\nu\mu}$, além de que os termos na diagonal principal são nulos. Por conta da simetria esférica,

$$F_{rt} = -F_{tr} = E_r(t, r) \equiv E$$

é a única componente não nula do tensor campo eletromagnético covariante para uma estrela eletricamente carregada (Brillante; Mishustin, 2014). Por outro lado, as componentes contravariantes deste tensor são tais que

$$F^{rt} = g^{tt}g^{rr}F_{rt} = -e^{2(\nu+\lambda)}E = -F^{tr}.$$

As equações de Maxwell num espaço-tempo curvo são (Cheng, 2005)

$$\partial_\mu [\sqrt{-g}F^{\nu\mu}] = 4\pi\sqrt{-g}j^\nu, \quad (15)$$

onde j^ν é o quadrivetor densidade de corrente. Considerando a métrica presente na Eq. (2), temos que

$$\sqrt{-g} = \sqrt{-(-e^{2\nu})(e^{2\lambda})(r^2)(r^2 \sin^2 \theta)} = e^{\nu+\lambda}r^2 \sin \theta. \quad (16)$$

Substituindo a Eq. (16) e a componente radial do campo elétrico na Eq. (15), obtemos a componente temporal de j^μ , dada por

$$\begin{aligned} \partial_r [e^{\nu+\lambda}r^2 \sin \theta e^{-2(\nu+\lambda)}E] &= 4\pi e^{\nu+\lambda}r^2 \sin \theta j^t \\ \partial_r [r^2 e^{-(\nu+\lambda)}E] &= 4\pi e^{\nu+\lambda}r^2 j^t, \end{aligned} \quad (17)$$

que corresponde à lei de Gauss no espaço-tempo curvo. Ao integrarmos, podemos relacionar a carga elétrica e o campo elétrico de acordo com

$$r^2 e^{-(\nu+\lambda)}E = 4\pi \int_0^r e^{\nu+\lambda}r^{*2} j^t dr^* \equiv q, \quad (18)$$

onde q é a carga elétrica encapsulada por uma superfície esférica, sendo também função de t e r .

A densidade de corrente está relacionada com a quadrivelocidade u^μ e com a densidade de carga elétrica ρ_{ch} por $j^\mu = \rho_{\text{ch}}u^\mu$. Substituindo este resultado e a Eq. (18)

na Eq. (17), obtemos

$$q' = 4\pi e^{\nu+\lambda} r^2 \rho_{\text{ch}} u^t. \quad (19)$$

A componente j^r , pela Eq. (15), nos fornece

$$\begin{aligned} \partial_t [e^{\nu+\lambda} r^2 \sin \theta (-e^{-2(\nu+\lambda)} E)] &= 4\pi e^{\nu+\lambda} r^2 \sin \theta j^r \\ -\partial_t [r^2 e^{-(\nu+\lambda)} E] &= 4\pi e^{\nu+\lambda} r^2 \rho_{\text{ch}} u^r, \end{aligned} \quad (20)$$

o que implica, pela definição de carga elétrica, em

$$\dot{q} = -4\pi e^{\nu+\lambda} r^2 \rho_{\text{ch}} u^r. \quad (21)$$

De modo a descrever a estrutura de uma estrela relativística eletricamente carregada, devemos resolver as equações de Einstein no equilíbrio, ou seja, devemos impor que as variáveis são independentes do tempo. Denotaremos as variáveis no equilíbrio pelo subscrito 0.

Com a definição da carga elétrica em função do campo elétrico, podemos determinar as componentes não triviais do tensor energia-momento no equilíbrio, que são dadas por

$$T_t^t = -\epsilon_0 - \frac{1}{8\pi} \left(\frac{q_0}{r^2} \right)^2, \quad (22)$$

$$T_r^r = P_0 - \frac{1}{8\pi} \left(\frac{q_0}{r^2} \right)^2, \quad (23)$$

$$T_\theta^\theta = P_0 + \frac{1}{8\pi} \left(\frac{q_0}{r^2} \right)^2 = T_\phi^\phi. \quad (24)$$

Desta forma, a primeira das equações de Einstein $G_t^t = 8\pi T_t^t$ nos diz que

$$-\frac{1}{r^2} [r(1 - e^{-2\lambda_0})]' = -8\pi\epsilon_0 - \left(\frac{q_0}{r^2} \right)^2,$$

integrando, obtemos

$$\begin{aligned} r(1 - e^{-2\lambda_0}) &= \int_0^r \left[8\pi r^{*2} \epsilon_0 + \left(\frac{q_0}{r^*} \right)^2 \right] dr^* \\ &= 2 \int_0^r \left[4\pi r^{*2} \epsilon_0 + \frac{q_0 q_0'}{r^*} \right] dr^* - \frac{q_0^2}{r} \end{aligned}$$

onde, no último termo, utilizamos integração por partes. A integral na equação acima pode ser relacionada com a massa encapsulada, tal que

$$m_0' = 4\pi r^2 \epsilon_0 + \frac{q_0}{r} q_0'. \quad (25)$$

Além disso, temos que a função métrica λ no equilíbrio pode ser escrita como

$$e^{-2\lambda_0} = 1 - \frac{2m_0}{r} + \left(\frac{q_0}{r}\right)^2, \text{ para } r \leq R. \quad (26)$$

Vale notar que este resultado é válido no interior da estrela. Enquanto no exterior devemos trocar r , m_0 e q_0 pelo raio, massa e carga totais da estrela, ou seja,

$$e^{-2\lambda_0} = 1 - \frac{2M}{R} + \left(\frac{Q}{R}\right)^2, \text{ para } r \geq R. \quad (27)$$

a fim de que esta métrica seja compatível com a métrica de Schwarzschild, que é válida fora da estrela.

Outra possibilidade que advém da primeira das equações de Einstein é a de obtermos uma equação diferencial para a função métrica λ_0 no equilíbrio. Para tanto, basta utilizarmos a primeira igualdade apresentada na Eq. (7) em $G_t^t = 8\pi T_t^t$ e isolarmos λ'_0 , o que fornecerá

$$\lambda'_0 = 4\pi r \epsilon_0 e^{2\lambda_0} + \frac{1 - e^{2\lambda_0}}{2r} + \frac{q_0^2}{2r^3} e^{2\lambda_0}. \quad (28)$$

A componente rr das equações de campo de Einstein $G_r^r = 8\pi T_r^r$, ao isolarmos ν'_0 resulta em

$$\begin{aligned} \nu'_0 &= 4\pi r P_0 e^{2\lambda_0} + \frac{1}{2r}(e^{2\lambda_0} - 1) - \frac{q_0^2}{2r^3} e^{2\lambda_0} \\ &= \frac{1}{r} \left[4\pi r^2 P_0 + \frac{m_0}{r} - \left(\frac{q_0}{r}\right)^2 \right] e^{2\lambda_0}, \end{aligned} \quad (29)$$

onde utilizamos a Eq. (26).

No equilíbrio, $T_r^t = 0$, e a Eq. (14) – ao isolarmos P'_0 – resulta em

$$P'_0 = -\nu'_0(\epsilon_0 + P_0) + \frac{q_0 q'_0}{4\pi r^4}, \quad (30)$$

onde utilizamos as Eqs. (22) e (23). Esta equação corresponde à generalização da equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff para uma estrela carregada, ou seja, ela representa a condição de equilíbrio hidro-eletoestático, tendo sido obtida pela primeira vez por Bekenstein (Bekenstein, 1971).

Também no equilíbrio, onde $u^t = 1$ no referencial do fluido, a Eq. (19) fornece

$$q'_0 = 4\pi r^2 \rho_{\text{ch}} e^\lambda \quad (31)$$

As Eqs. (25), (29), (30) e (31) descrevem a estrutura de uma estrela relativística eletricamente carregada em equilíbrio.

A quadrivelocidade u^μ e a velocidade das coordenadas v^i são, respectivamente,

dadas por

$$u^\mu = \frac{du^\mu}{d\tau}, \quad (32)$$

$$v^i = \frac{dx^i}{dt}. \quad (33)$$

No caso de perturbações radiais, as únicas componente de u^μ não nulas são as componentes t e r . A componente t pode ser estimada pela invariância da velocidade da luz (que em unidades geométricas é igual a um) tal que $g_{\mu\nu}u^\mu u^\nu = -1$, logo,

$$-e^{2\nu}(u^t)^2 + e^{2\lambda}(u^r)^2 = -1,$$

ou seja,

$$u^t = \left[e^{2\nu} - e^{2\lambda} \left(\frac{u^r}{u^t} \right)^2 \right]^{-1/2} \simeq e^{-\nu}, \quad (34)$$

considerando apenas termos lineares. Por outro lado, podemos escrever

$$\frac{u^r}{u^t} = \frac{dr}{d\tau} \left(\frac{dt}{d\tau} \right)^{-1} = \frac{dr}{dt} \frac{dt}{d\tau} \left(\frac{dt}{d\tau} \right)^{-1} = \frac{dr}{dt} \equiv v, \quad (35)$$

ou seja, substituindo a Eq. (34), obtemos

$$u^r = v e^{-\nu} \simeq v e^{-\nu_0}. \quad (36)$$

As componentes contravariantes são simplesmente

$$u_t = -e^\nu, \quad u_r = v e^{2\lambda_0 - \nu_0}. \quad (37)$$

Ao subtrairmos da Eq. (14) ela mesma avaliada no equilíbrio – essencialmente, a Eq. (30) –, mantendo apenas termos lineares na perturbação, obtemos (Brillante; Mishustin, 2014)

$$e^{2(\lambda_0 - \nu_0)}(\epsilon + P_0)\dot{v} + \delta p' + \frac{q_0 q_0' \zeta'}{4\pi r^4} + \frac{q_0 q_0'' \zeta}{4\pi r^4} + \frac{q_0'^2 \zeta}{4\pi r^4} + \nu_0'(\delta\epsilon + \delta p) + (\epsilon_0 + P_0)\delta\nu' = 0, \quad (38)$$

onde $\zeta = r - r_0$ é o deslocamento absoluto de um elemento de fluido com relação a sua posição de equilíbrio. Logo,

$$v = \frac{d\zeta}{dt}. \quad (39)$$

Ao assumirmos que as perturbações possuem uma dependência harmônica com o tempo, do tipo $e^{i\omega t}$, a Eq. (38) reduz-se à

$$e^{2(\lambda_0 - \nu_0)}(\epsilon + P_0)\omega^2 \zeta = \delta p' + \frac{q_0 q_0' \zeta'}{4\pi r^4} + \frac{q_0 q_0'' \zeta}{4\pi r^4} + \frac{q_0'^2 \zeta}{4\pi r^4} + \nu_0'(\delta\epsilon + \delta p) + (\epsilon_0 + P_0)\delta\nu'. \quad (40)$$

Agora as perturbações representam suas amplitudes independentes do tempo. A Eq. (40) é um protótipo da equação de pulsação. Sua versão final é obtida quando substituimos $\delta\epsilon$, δp , $\delta p'$ e $\delta\nu'$. Para tanto, começamos pela única componente não diagonal das equações de Einstein, i.e. $G_t^r = 8\pi T_t^r$, onde, considerando apenas termos lineares, temos que

$$T_t^r = (\epsilon + p)u_t u^r \simeq -(\epsilon_0 + P_0)\dot{\zeta},$$

pelas Eqs. (34) e (35). Utilizando a Eq. (10), obtemos

$$\begin{aligned} \frac{2}{r}e^{-2\lambda}\dot{\lambda} &= \frac{2}{r}e^{-2\lambda_0}\delta\dot{\lambda} \\ &= -8\pi(\epsilon_0 + P_0)\dot{\zeta}, \end{aligned} \quad (41)$$

tal que, quando integrada, resulta em

$$\delta\lambda = -(\nu'_0 + \lambda'_0)\zeta, \quad (42)$$

onde utilizamos a soma das Eqs. (28) e (29), o que implica em $4\pi r(\epsilon_0 + P_0)e^{2\lambda} = \nu'_0 + \lambda'_0$.

As componentes da diagonal principal das equações de Einstein quando subtraídas dos seus valores no equilíbrio e linearizadas, resultam em (Brillante; Mishustin, 2014)

$$\delta\epsilon = -\zeta\epsilon'_0 - (\epsilon_0 + P_0)\frac{e^{\nu_0}}{r^2}(r^2e^{-\nu_0}\zeta)', \quad (43)$$

$$\delta\nu' = 4\pi r e^{2\lambda_0}\delta p + 2\nu'_0\delta\lambda + \frac{1}{r}\delta\lambda - \frac{q_0\delta q e^{2\lambda_0}}{r^3}, \quad (44)$$

onde a dependência da carga em $\delta\epsilon$ é implícita. Ao assumirmos uma equação de estado barotrópica, i.e. $P = p(\epsilon)$, temos que δp está vinculado

$$\delta p = \frac{dP_0}{d\epsilon_0}\delta\epsilon.$$

A derivada acima pode ser associada com o coeficiente adiabático, tal que

$$\gamma = \frac{\epsilon_0 + P_0}{P_0} \frac{dP_0}{d\epsilon_0}, \quad (45)$$

consequentemente,

$$\delta p = -\zeta P'_0 - \frac{\gamma P_0 e^{\nu_0}}{r^2}(r^2 e^{-\nu_0}\zeta)'. \quad (46)$$

Substituindo as Eqs. (42), (43), (44) e (46) na Eq. (40), obtemos (Brillante; Mishus-

tin, 2014)

$$e^{2(\lambda_0 - \nu_0)}(\epsilon + P_0)\omega^2\zeta = -e^{-\lambda_0 - 2\nu_0} \left[e^{\lambda_0 + 3\nu_0} \frac{\gamma P_0}{r^2} (r^2 e^{-\nu_0} \zeta)' \right]' - \frac{4}{r} \zeta P_0' + (\epsilon_0 + P_0) \left(8\pi e^{2\lambda_0} P_0 + e^{2\lambda_0} \frac{q_0^2}{r^4} - \nu_0'^2 \right) \zeta. \quad (47)$$

Esta equação pode ser reescrita como um problema de Sturm-Liouville explícito (Brillante; Mishustin, 2014; Gonçalves; Lazzari, 2020a) ou como um sistema de duas equações diferenciais de primeira ordem acopladas para Δp e $\xi = (\zeta/r)$ (Gondek; Haensel; Zdunik, 1997), dadas por

$$\xi' = -\frac{1}{r} \left[3\xi + \frac{\Delta p}{\gamma P_0} \right] + \xi \nu_0', \quad (48)$$

$$\Delta p' = \xi \left\{ r(\epsilon_0 + P_0) \left[\omega^2 e^{2(\lambda_0 - \nu_0)} + \nu_0'^2 - \left(8\pi P_0 + \frac{q_0^2}{r^4} \right) e^{2\lambda_0} \right] - 4P_0' \right\} - \Delta p \left[\nu_0' + 4\pi r(\epsilon_0 + P_0) e^{2\lambda_0} \right], \quad (49)$$

onde a variação lagrangiana está associada à perturbação euleriana pela relação $\Delta = \delta + \xi \cdot \nabla$ (Shapiro; Teukolsky, 2004). Esta escolha tem vantagens numéricas pois evita derivadas de segunda ordem, além de simplificar as condições de contorno na superfície.

Por se tratar de um problema de Sturm-Liouville (mesmo que implicitamente), as autofrequências ω_n^2 possuem a seguinte propriedade

$$\omega_0^2 < \omega_1^2 < \dots < \omega_n^2 < \dots. \quad (50)$$

Assim, as soluções do tipo $e^{i\omega_n t}$ podem ser oscilatórias ou exponenciais, dependendo se ω_n é real ou imaginário, respectivamente. As estrelas são sistemas vibrantes onde perturbações no fluido que as constitui ocorrem naturalmente. Se uma perturbação radial causar um deslocamento exponencial, sabemos que o sistema não é estável. Por outro lado, se o deslocamento for oscilatório, temos um sistema estável. A estabilidade do objeto estelar está diretamente ligada ao sinal da autofrequência fundamental ao quadrado ω_0^2 , pois se esta for negativa, o sistema é instável (equação 50).

2.2.1 CONDIÇÕES DE CONTORNO E RESOLUÇÃO NUMÉRICA

Em termos práticos, o conjunto formado pelas equações de estrutura (25), (29), (30) e (31) e pelas equações de pulsação (48)–(49) formam o sistema completo para a análise da estrutura e estabilidade de uma estrela carregada, estática e esfericamente simétrica. Nos resta agora apresentar as condições de contorno necessárias para a solução deste conjunto de equações.

Iniciamos a integração das equações no centro da estrela $r = 0$, inserindo um valor de pressão central $P(0) = p_c$, além de $m(0) = q(0) = 0$ e $\nu(0) = \nu_c$ (Bekenstein, 1971). Para que não haja divergência no centro, a Eq. (48) requer que $\Delta p(0) = -3\xi(0)\gamma p_c$, onde $\xi(0)$ é arbitrário e usualmente tomado como sendo igual a unidade (Gondek; Haensel; Zdunik, 1997).

Na superfície $r = R$, temos que a pressão deve se anular devido ao equilíbrio hidrostático, ou seja, $p(R) = 0$, onde $m(R) = M$ e $q(R) = Q$ (Bekenstein, 1971). Para garantir a continuidade das funções métricas e recair na métrica de Schwarzschild fora da estrela, na superfície temos que $\nu(R) = -\lambda(R)$ (Glendenning, 1997). Além disso, assim como a pressão, a sua variação lagrangiana também deve ser nula na superfície.

As condições de contorno mencionadas acima são aplicáveis a qualquer estrela relativística. No entanto, ao considerarmos transições de fase de primeira ordem usando a construção de Maxwell, ocorrem descontinuidades em algumas grandezas físicas, como a densidade de energia, o que será detalhado no próximo capítulo. A dependência das variações das grandezas relacionadas à estrutura estelar – Eqs (25), (29), (30), e (31) – com a densidade de energia resulta em descontinuidades nelas, embora não afete diretamente a pressão, a massa e a função métrica ν no interior da estrela. No entanto, isso impacta as variáveis lagrangianas ξ e Δp na interface abrupta que separa as fases da matéria.

Na referência (Haensel; Zdunik; Schaeffer, 1989), foi demonstrado que a estabilidade de estrelas com duas fases separadas por uma interface abrupta é afetada pelo tempo de conversão entre as fases, comparado ao tempo de oscilação da estrela perante perturbações radiais, aproximadamente 1×10^{-3} s. Se a conversão entre as fases for mais rápida que o tempo de oscilação, é considerada uma velocidade de conversão rápida; se for mais lenta, é uma velocidade de conversão lenta (Haensel; Zdunik; Schaeffer, 1989). Matematicamente, esse impacto causado pela velocidade de conversão reflete-se nas condições de contorno adicionais na interface entre as fases. Em particular, para estrelas híbridas com apenas uma transição de fase, as velocidades de conversão podem ser visualizadas na Figura 1.

No caso de conversões lentas, os autores da referência (Haensel; Zdunik; Schaeffer, 1989) provaram que a frequência de oscilação de um modo de vibração n de uma estrela de duas fases tende à frequência do mesmo modo em uma estrela de uma única fase conforme o raio do núcleo tende a zero. Especificamente, para estrelas híbridas, quando o raio da matéria de quarks se aproxima de zero, temos que $\omega_{n,\text{slow}}^2 \rightarrow \omega_{(n,\text{one-phase})}^2$, onde $\omega_{n,\text{slow}}^2$ e $\omega_{(n,\text{one-phase})}^2$ são as frequências ao quadrado do n -ésimo modo de vibração das estrelas híbridas (para conversões lentas) e das estrelas puramente hadrônicas, respectivamente.

A tendência descrita acima é geralmente válida para o caso de conversões rápidas,

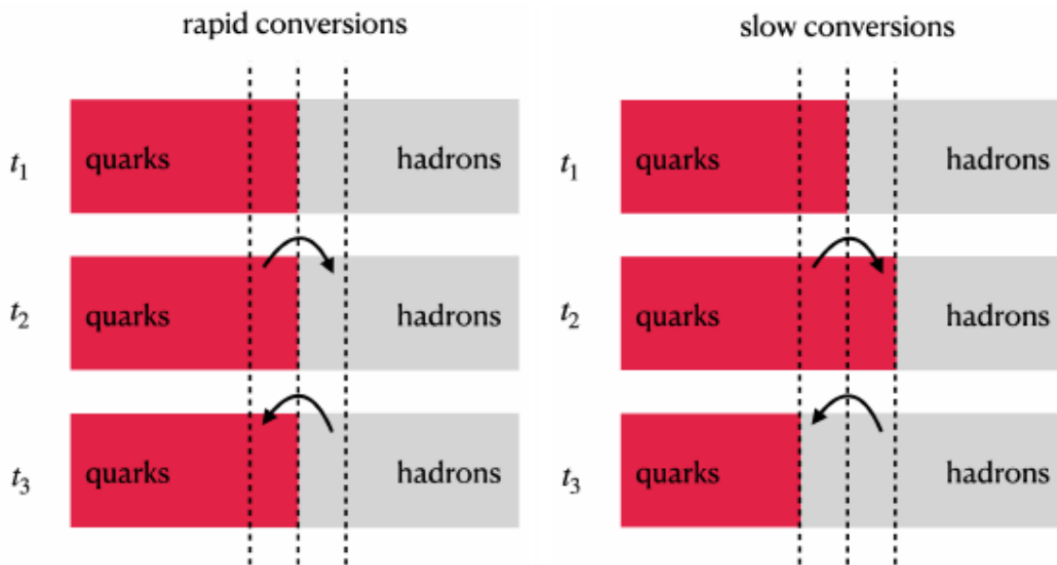


Figura 1 – Representação esquemática das velocidades de conversão: rápida (painel esquerdo) e lenta (painel direito). Cada painel contém duas regiões, uma representando a fase de quarks (esquerda) e outra representando a fase de hadrônica (direita). As três linhas verticais tracejadas representam a interface e a sua oscilação radial para cada tempo. Extraído da referência (Lugones; Grunfeld, 2021).

exceto para um modo de vibração específico n , no qual a frequência de oscilação da estrela híbrida não tende à frequência do mesmo modo na estrela de uma única fase. Em vez disso, a frequência do modo $n + 1$ para conversões rápidas na estrela híbrida tenderá à frequência do modo n da estrela puramente hadrônica, enquanto $\omega_{n,\text{rapid}}^2$ não tenderá para nenhuma frequência de modo da estrela hadrônica. Esse modo específico foi chamado de “modo de reação” na referência (Haensel; Zdunik; Schaeffer, 1989), devido ao efeito da transição de fase abrupta e à reação causada pela conversão rápida entre as fases.

As análises inicialmente propostas na referência (Haensel; Zdunik; Schaeffer, 1989) foram posteriormente generalizadas para o contexto relativístico na referência (Pereira; Flores; Lugones, 2018). Nessa generalização, foi demonstrado que tanto para os casos de conversão rápida quanto lenta, há um impacto significativo da velocidade de conversão nas condições de contorno e, conseqüentemente, na estabilidade das estrelas híbridas. Os resultados encontrados pelos autores da referência (Pereira; Flores; Lugones, 2018) também confirmaram a existência do modo de reação mesmo no contexto relativístico, embora esse modo geralmente represente uma das frequências excitadas e não afete diretamente a estabilidade desse tipo de estrela. Esses estudos revelam a importância de considerar as velocidades de conversão em transições de fase para compreender melhor as propriedades das estrelas híbridas no contexto da teoria da relatividade geral.

Agora, vamos discutir as condições de contorno adicionais para as variáveis la-

grangianas ξ e Δp , conforme apresentadas na referência (Pereira; Flores; Lugones, 2018), começando com o caso de conversões lentas. Nesse cenário, os elementos de fluido não alteram sua natureza durante a oscilação radial; em outras palavras, um elemento específico de fluido na interface mantém sua identidade, seja parte da matéria de quarks ou hadrônica, e simplesmente se desloca junto com a interface. Como resultado, não há transferência de massa entre as fases, e podemos identificar e acompanhar esse elemento de fluido continuamente, observando que seu deslocamento radial é contínuo. Em termos matemáticos, isso implica que a descontinuidade em ξ na interface, representada por $[\xi]_{\pm}^{\pm} = \xi^{+} - \xi^{-}$, deve ser sempre nula:

$$[\xi]_{\pm}^{\pm} = 0.$$

Essa condição de contorno reflete a preservação da identidade dos elementos de fluido durante a oscilação radial em cenários de conversão lenta entre fases, contribuindo para a estabilidade das estrelas híbridas sob tais condições. Apesar da perturbação, a pressão se mantém constante em ambos os lados da interface e, ao considerarmos que não haverá efeitos superficiais gerados pela perturbação, isto implica em

$$[\Delta p]_{\pm}^{\pm} = 0. \quad (51)$$

No contexto de transições de fase rápidas, ocorre uma mudança instantânea na natureza dos elementos de volume (de um estado da matéria para outro) próxima a uma fronteira de separação de fases H devido a perturbações, implicando transferências de massa entre as duas fases. Devido às altas taxas de conversão, a superfície H que separa as duas fases pode ser considerada em equilíbrio termodinâmico o tempo todo, o que significa que deve ser caracterizada por uma pressão constante, igual àquela na ausência de perturbações. Isso implica que a descontinuidade na pressão seja nula, i.e. $[p]_{\pm}^{\pm} = 0$, o que por sua vez leva a um salto nulo em Δp através da superfície H :

$$[p]_{\pm}^{\pm} = 0 \quad \Rightarrow \quad [\Delta p]_{\pm}^{\pm} = \Delta p^{+} - \Delta p^{-} = 0. \quad (52)$$

Essas condições de contorno são fundamentais para descrever as transições de fase rápidas em estrelas híbridas, refletindo a transferência instantânea de propriedades entre os estados da matéria na superfície de separação de fases. Desta forma, como os elementos de fluido sofrem alterações praticamente instantâneas de natureza, não é possível identificá-los e localizá-los. Portanto, espera-se que os deslocamentos lagrangeanos dos elementos de volume imediatamente acima e abaixo de H sejam distintos, o que seria a diferença fundamental entre transições de fase rápidas e lentas em relação às condições de contorno (Pereira; Flores; Lugones, 2018).

Logo, nos resta obter a condição de contorno extra para ξ no caso das transições

rápidas através de considerações físicas, como feito na referência (Pereira; Flores; Lugones, 2018). Consideremos que H seja bem-localizada, ou seja, $[r_H]^\pm = 0$, onde r_H é a posição radial da superfície de separação de fases em relação às coordenadas radiais acima e abaixo dela, respectivamente. Além disso, tomamos que, no equilíbrio, H esteja na posição $r_H^\pm = R_0$. Quando ocorrem perturbações, geralmente temos $r_H^\pm = R_0 + A^\pm$, onde $A^\pm$ até o momento são desconhecidos e, evidentemente, estão na ordem de $\Delta r = \zeta$. A partir da definição do deslocamento lagrangiano da pressão, segue-se que

$$p(r, t) = P_0(r) + \Delta p(r, t) - P'_0 \zeta(r, t). \quad (53)$$

Devido à constância da pressão, temos que $P(r_H^\pm, t) = P_0(R_0)$. Por outro lado, até primeira ordem somos levados a $P(r_H^\pm) = P_0(R_0) + (P'_0)^\pm A^\pm$. Substituindo estes resultados na Eq. (53) avaliada em $r_H^\pm$, obtemos

$$A^\pm = \zeta^\pm - \frac{\Delta p^\pm}{(P'_0)^\pm}. \quad (54)$$

Da condição $[r_H]^\pm = A^+ - A^- = 0$ resulta

$$\left[\zeta - \frac{\Delta p}{P'_0} \right]^\pm = 0, \quad (55)$$

que pode ser dividida por r – que é contínuo na interface – o que nos dá a condição de contorno para ξ

$$\left[\xi - \frac{\Delta p}{r P'_0} \right]^\pm = 0. \quad (56)$$

Como visto, estas condições de contorno extras não dependem explicitamente da carga elétrica, sua dependência com esta grandeza se dá através das variáveis lagrangianas e das equações de estrutura. Isto é demonstrado de forma mais rigorosa na referência (Pereira; Rueda, 2015).

Alguns comentários acerca da estabilidade devem ser feitos. Em estrelas híbridas, a estabilidade dinâmica é um aspecto crucial para compreender a influência das transições de fase na estrutura e no comportamento desses objetos astrofísicos (Haensel; Zdunik; Schaeffer, 1989; Pereira; Flores; Lugones, 2018). O critério de estabilidade de Bardeen-Thorne-Meltzer (Bardeen; Thorne; Meltzer, 1966) – também conhecido como critério usual de estabilidade –, frequentemente utilizado na análise de estrelas de nêutrons, oferece condições de estabilidade baseadas na relação entre a pressão central e a massa total da estrela, que está associada a pressão gravitacional. Essa abordagem tradicional estabelece a estabilidade dinâmica considerando o aumento

da massa total com o aumento da pressão central, i.e.

$$\frac{\partial M}{\partial p_c} > 0. \quad (57)$$

Contudo, essa condição de estabilidade se aplica apenas a estrelas neutras compostas por uma única fase e para um restrito intervalo de densidades centrais, mostrando-se insuficiente na determinação da estabilidade das estrelas híbridas, que envolvem transições de fase abruptas (Haensel; Zdzunik; Schaeffer, 1989; Glendenning, 1997).

Por outro lado, a análise das oscilações radiais, em particular o sinal da frequência fundamental, oferece uma perspectiva mais abrangente para avaliar a estabilidade das estrelas híbridas. Este método, discutido em (Pereira; Flores; Lugones, 2018), permite uma análise mais detalhada das respostas dinâmicas desses sistemas frente às transições de fase, especialmente quando se consideram diferentes velocidades de conversão de fase. A distinção entre velocidades de conversão rápida e lenta influencia significativamente as características das oscilações radiais, evidenciando que, em conversões lentas, muitas estrelas que seriam consideradas instáveis pelo critério usual de estabilidade se tornam estáveis, ampliando a região de estabilidade desses sistemas (Pereira; Flores; Lugones, 2018).

No cenário de conversões rápidas, onde a matéria está em equilíbrio químico devido à rápida conversão dos elementos de fluido na interface, tanto o critério usual de estabilidade quanto a análise das oscilações radiais fornecem resultados equivalentes, resultando na mesma região de estabilidade para as estrelas híbridas neutras. No entanto, ao considerar conversões mais lentas, a região de estabilidade é ampliada, alterando a estabilidade de várias estrelas que seriam inicialmente consideradas instáveis, segundo o critério usual de estabilidade (Pereira; Flores; Lugones, 2018).

No que diz respeito à resolução numérica, primeiramente, resolvemos o sistema de equações de estrutura para $\nu_c = 0$, e fazemos $\nu(r) = \bar{\nu}(r) - (\bar{\nu}(R) + \lambda(R))$, onde $\bar{\nu}$ é uma solução que não cumpre a condição de contorno na superfície. Esta correção implicará que a condição de contorno $\nu(R) = -\lambda(R)$ será satisfeita (Glendenning, 1997). Assim, interpolamos as soluções das equações de estrutura em função da coordenada radial e as utilizamos para resolver as equações de pulsação. Neste caso, resolvemos o sistema de equações para um valor teste de ω^2 , e integramos até a interface entre as fases, onde são impostas as condições de contorno para conversões rápidas ou lentas. A partir daí, continuamos a integração até chegarmos na superfície da estrela híbrida. Neste ponto, analisamos o valor de $\Delta p(R)$ e utilizamos o método da secante para encontrar a autofrequência ω^2 do sistema que corresponda a $\Delta p(R) = 0$. O sistema de equações diferenciais é resolvido através do método ‘DOP853’ da biblioteca `scipy.integrate.solve_ivp` na linguagem Python. Este método é baseado em um algoritmo de passo adaptativo de alta ordem, sendo capaz de lidar

com uma ampla variedade de problemas que exigem alta precisão e estabilidade.

Todas as equações e condições de contorno apresentadas neste capítulo também são válidas no caso neutro, já que o caso carregado é uma extensão desse. Desta forma, a fim de obtermos explicitamente as equações na ausência de carga elétrica, basta tomarmos $q(r) = 0$, o que garantirá $\rho_{\text{ch}} = 0$.

2.2.2 DISTRIBUIÇÕES DE CARGA ELÉTRICA

Anteriormente mencionamos que a solução das equações de estrutura não dependia apenas das condições de contorno apresentadas mas também da EOS, que será tratada no próximo capítulo. Acontece que no caso carregado, além da EOS, precisamos estipular uma distribuição de carga elétrica, já que não conhecemos *a priori* $q(r)$ ou ρ_{ch} . Seguindo as referências (Arbãñil; Malheiro, 2015; Gonçalves; Lazzari, 2020a,b), no nosso trabalho utilizamos uma distribuição de carga elétrica onde a densidade de carga é proporcional à densidade de energia tal que

$$\rho_{\text{ch}} = \alpha \epsilon, \quad (58)$$

onde, em unidades geométricas, α é uma constante de proporcionalidade. Chamaremos esta distribuição de distribuição- α . Pela Eq. (31), temos

$$q'_0 = 4\pi r^2 \alpha \epsilon e^\lambda. \quad (59)$$

A carga elétrica cresce a medida que $r \rightarrow R$ e há maior concentração de carga na superfície da estrela. Nesta distribuição de carga elétrica, a taxa de crescimento da carga está associada também com a densidade de energia, que é maior no centro da estrela do que na superfície. Isto implica que a carga cresce de maneira mais uniforme.

2.3 ESTRUTURA INTERNA

As teorias atuais indicam que uma estrela de nêutrons pode ser dividida em cinco regiões distintas, cada uma com características específicas: atmosfera, crosta externa e interna, núcleo externo e interno (Glendenning, 1997; Weber, 1999; Haensel; Potekhin; Yakovlev, 2007; Schaffner-bielich, 2020). Para informações detalhadas sobre essas regiões, recomenda-se consultar as referências (Camenzind, 2007; Haensel; Potekhin; Yakovlev, 2007) e a literatura citada nelas.

A atmosfera é composta por uma fina camada de plasma, variando em espessura de alguns milímetros a cerca de dez centímetros, dependendo da temperatura superficial da estrela. Associamos à parte mais externa da atmosfera uma mistura de prótons e elétrons altamente degenerados. Conforme nos aproximamos da superfície

da estrela, a densidade aumenta, e os elétrons e prótons podem se combinar para formar íons. Esses íons podem incluir átomos simples como hidrogênio e hélio, mas em condições extremas de temperatura e pressão, a composição exata dos íons pode ser complexa.

Abaixo da atmosfera encontra-se a crosta externa ou envelope externo, estendendo-se até uma profundidade onde a densidade atinge cerca de $4 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3}$. Nessa camada, os íons e elétrons ocupam uma região com cerca de cem metros de espessura. À medida que a densidade aumenta nas regiões mais internas da crosta, o gás de elétrons se torna completamente degenerado e ultrarrelativístico (Haensel; Potekhin; Yakovlev, 2007), essencialmente a mesma matéria que compõe uma anã branca.

A crosta interna ou envelope interno da estrela se estende por aproximadamente 1 km e é composta por elétrons, nêutrons livres e núcleos atômicos ricos em nêutrons. A fração de nêutrons livres aumenta com o aumento da densidade, e em regiões mais densas, os núcleos podem desaparecer, permitindo um estado superfluido dos nêutrons.

O núcleo externo, com extensão de vários quilômetros, consiste em nêutrons, prótons, elétrons e múons, formando um plasma degenerado. Os elétrons e múons comportam-se como um gás de Fermi ideal, enquanto prótons e nêutrons interagem por forças nucleares, formando um líquido de Fermi que também pode estar em estado superfluido (Camenzind, 2007).

Acredita-se que a última camada, conhecida como o núcleo interno, esteja presente apenas em estrelas de nêutrons mais massivas, enquanto nas menos massivas o núcleo externo se estende até o centro desses objetos. O núcleo interno possui vários quilômetros de raio e sua composição é fortemente dependente da EOS (Haensel; Potekhin; Yakovlev, 2007). Devido às densidades extremas presentes nessa região das estrelas de nêutrons, a natureza da matéria que a constitui permanece um tema de intenso debate. Portanto, o nome “estrelas de nêutrons” pode ser considerado enganoso, uma vez que estados exóticos da matéria podem estar presentes, indo além da presença exclusiva de nêutrons.

Historicamente, em 1959 foi proposto por Cameron (Cameron, 1959) e em 1960 por Salpeter (Salpeter, 1960) que híperons (hádrons que contém o quark *strange*) poderiam estar presentes no interior das estrelas de nêutrons. Posteriormente, em 1965 e 1969, Ivanenko e Kurdgelaidze (Ivanenko; Kurdgelaidze, 1965, 1969) consideraram a dissolução dos hádrons no núcleo das estrelas de nêutrons, resultando em um núcleo composto por quarks livres, formando o que hoje conhecemos como estrelas híbridas. Além disso, especula-se que outros estados, como condensados de kaons, possam ser os verdadeiros constituintes do núcleo interno (Glendenning, 1997; Weber, 1999; Haensel; Potekhin; Yakovlev, 2007).

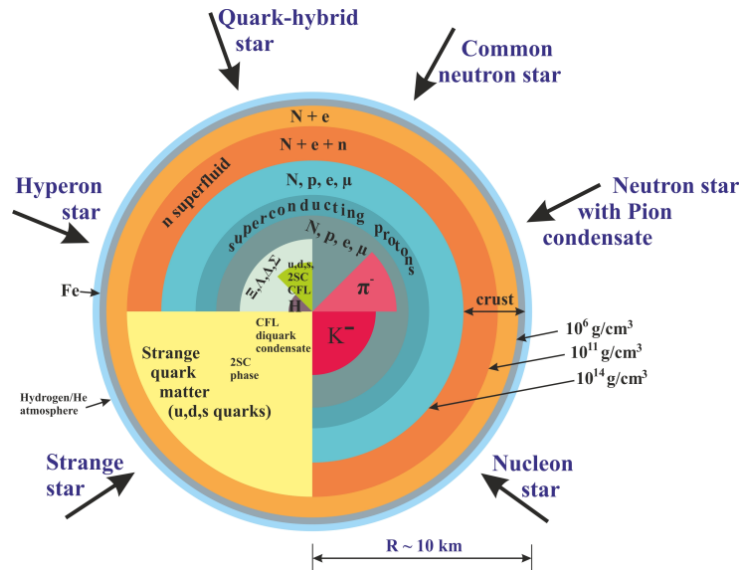


Figura 2 – Diferentes faces de uma estrela de nêutrons. Extraído da referência (Blaszkiewicz et al., 2016).

Em 1970, Bodmer concebeu que o verdadeiro estado da matéria que interage fortemente era composto pela dissolução dos hádrons em seus constituintes elementares, os quarks (Bodmer, 1971). Corroborando essa ideia, Witten, em 1984, utilizando um modelo simples, mostrou que para densidades elevadas, a matéria de quarks contendo o quark *strange* era energeticamente favorável em comparação com o isótopo ^{56}Fe e a matéria de quarks *up* e *down* (Witten, 1984). Terazawa também contribuiu para essa teoria (Terazawa, 1989). Esses estudos deram origem à hipótese (ou conjectura) de Bodmer-Witten-Terazawa, que afirma que o verdadeiro estado da matéria que interage fortemente é a matéria estranha de quarks (SQM, do inglês *strange quark matter*). Na Figura 2, apresentamos todas as possibilidades contidas nos objetos teóricos comumente chamados de estrelas de nêutrons.

No capítulo 3, exploraremos a conjectura de Bodmer-Witten-Terazawa, considerando que as estrelas de nêutrons são estrelas híbridas com núcleos compostos por SQM. Apresentaremos uma EOS híbrida que descreve tanto a matéria hadrônica quanto a SQM. Para isso, vamos explorar os conceitos básicos do Modelo Padrão da Física de Partículas e revisar brevemente a QCD e a transição de fase forte.

2.3.1 EQUAÇÃO DE ESTADO

A descrição da estrutura interna de uma estrela de nêutrons está intimamente ligada à EOS, que descreve a matéria presente em seu interior. Devido às incertezas na descrição da matéria em regimes de densidades elevadas, formular uma EOS precisa é desafiador, pois as interações entre hádrons não são completamente determinadas e as diversas possibilidades de transição de fase levam a um cenário dependente de modelos. No entanto, existem restrições físicas válidas para todas as EOSs, derivadas

de considerações experimentais e teóricas.

Uma EOS é uma representação matemática da pressão em função da densidade de energia. Em estrelas de nêutrons, a pressão não depende diretamente da densidade de energia, mas sim do potencial químico e da temperatura. No entanto, estrelas de nêutrons esfriam rapidamente após sua formação, já que os neutrinos escapam do núcleo interno por serem fracamente interagentes, levando consigo a maior parte da energia térmica, tornando a temperatura negligenciável.

Recentemente, muitos esforços têm sido direcionados para vincular a EOS com dados observacionais de pulsares. Por exemplo, na referência (Raaijmakers et al., 2019), dados de ondas gravitacionais do evento GW170817 foram usados para restringir possíveis formas da EOS. Em outras referências, como (Dietrich; Coughlin; Pang; Bulla; Heinzel; Issa; Tews; Antier, 2020) e (Pang et al., 2022), foram utilizados resultados observacionais recentes de ondas gravitacionais e fontes eletromagnéticas, juntamente com vínculos teóricos da teoria efetiva quiral.

Uma EOS fisicamente razoável deve obedecer a duas restrições teóricas independentes de modelos (Glendenning, 1997). A primeira dessas restrições é que a EOS não pode ser ultrabárica, o que significa que a pressão não pode ser maior que a densidade de energia. A segunda restrição é que a velocidade adiabática do som, definida por

$$c_s^2 = \frac{\partial p}{\partial \epsilon}, \quad (60)$$

não pode ultrapassar a velocidade da luz no vácuo, isto é, $c_s^2 < 1$ (em unidades naturais) (Glendenning, 1997). Em outras palavras, isto implica que a EOS seja casual.

As EOSs podem ser classificadas em uma de três categorias distintas: mole (*soft*), intermediária e dura (*stiff*), dependendo da taxa de variação da pressão com a densidade de energia (Haensel; Potekhin; Yakovlev, 2007). Esta classificação está diretamente associada à compressibilidade da matéria descrita pela EOS. Uma EOS mole representa uma matéria que pode ser facilmente comprimida. Por outro lado, uma EOS dura implica que a matéria tende a ser incompressível assintoticamente (Glendenning, 1997). Uma EOS é considerada mais dura do que a outra quando a pressão é maior para cada valor da densidade de energia. Além disso, EOSs mais duras sustentam pressões maiores, o que significa que podem suportar maiores massas contra o colapso gravitacional.

Como observado por Oppenheimer e Volkoff (Oppenheimer; Volkoff, 1939), a solução da equação TOV para uma EOS implica numa respectiva configuração estelar mais massiva, chamada de configuração de massa máxima $M_{\max}$. De tal forma que, para uma determinada EOS devemos ter $M_{\max} \geq M_{\text{obs}}$, onde M_{obs} é a maior massa já observada. Como discutimos anteriormente, o pulsar mais massivo possui $M_{\text{obs}} = 2,08^{+0,07}_{-0,07} M_{\odot}$ (Cromartie et al., 2019; Fonseca et al., 2021), logo, para que uma

EOS seja válida a sua configuração mais massiva deve superar esse limite.

2.4 CONCLUSÃO

Neste capítulo, revisitamos parte da história das estrelas de nêutrons juntamente com os principais aspectos observacionais dos pulsares. Apresentamos as equações que descrevem a estrutura de uma estrela relativística, incluindo os efeitos gerados por um campo eletrostático nessa descrição. Discutimos a estrutura interna e os possíveis constituintes de uma estrela de nêutrons, além de abordarmos as principais características de uma equação de estado e suas restrições.

No entanto, concluímos que as estrelas de nêutrons não são completamente compreendidas, uma vez que sua composição está intimamente ligada às interações fortes entre hádrons, um aspecto que não está bem estabelecido em regimes de densidades elevadas. Essas questões serão exploradas mais detalhadamente no próximo capítulo.

3 ESTRUTURA INTERNA DE UMA ESTRELA HÍBRIDA

Neste capítulo, abordaremos a estrutura interna de uma estrela híbrida, considerando válida a hipótese de Bodmer-Witten-Terazawa de que a matéria estranha de quarks (SQM) é mais estável do que o elemento mais estável encontrado na natureza, o isótopo ^{56}Fe . Iniciaremos com o estudo da Cromodinâmica Quântica (QCD) e seus conceitos fundamentais, incluindo a discussão da transição de fase da matéria hadrônica para a matéria de quarks. Em seguida, definiremos a anomalia do traço e apresentaremos os principais resultados pertinentes a esta grandeza. Nesse contexto, exploraremos modelos de equações de estado para as fases hadrônicas e partônicas, visando descrever uma estrela híbrida.

3.1 CROMODINÂMICA QUÂNTICA

O Modelo Padrão da física de partículas fornece uma estrutura teórica que descreve a natureza em termos de seus constituintes fundamentais, os férmions, e suas interações mediadas por bósons. Este modelo inclui três das quatro interações fundamentais: nuclear forte, nuclear fraca e eletromagnética. Embora as teorias quânticas de campos (QFT) sejam eficazes na descrição dessas interações, a inclusão da gravitação na estrutura do Modelo Padrão permanece um problema em aberto. A interação forte é descrita pela Cromodinâmica Quântica (QCD), onde o glúon desempenha o papel de bóson mediador, sendo que esta interação se deve a carga de cor presente em quarks e glúons.

A estabilidade dos núcleos atômicos é garantida pela presença da interação forte residual, que atua entre os prótons e nêutrons, compostos por quarks. Os quarks são os únicos férmions elementares que interagem por meio de todas as forças fundamentais da natureza, devido às suas quatro “cargas” distintas: cor (para interação forte), carga elétrica (para interação eletromagnética), sabor (para interação fraca) e massa (para interação gravitacional). Os quarks são caracterizados por sua carga elétrica fracionária, sendo que os quarks u , c e t têm carga $+2/3$, enquanto os quarks d , s e b possuem carga $-1/3$. Além disso, os quarks leves (d , u e s) têm massas de aproxima-

damente 2,16 MeV, 4,67 MeV e 93 MeV, respectivamente, enquanto os quarks pesados (c , b e t) têm massas de aproximadamente 1270 MeV, 4180 MeV e 172 900 MeV, respectivamente, em unidades naturais ($\hbar = c = 1$) conforme o Particle Data Group (PDG, 2020).

Embora os quarks nunca tenham sido observados de maneira isolada, várias evidências experimentais corroboram a existência dessas partículas fundamentais. A explicação para a não detecção de quarks livres reside na teoria do confinamento da carga de cor. Essa teoria sugere que qualquer partícula ou objeto que possua carga de cor está perpetuamente confinado em estados que são visualmente “incolores”. Portanto, somente estados nos quais a carga de cor total é neutralizada, ou seja, nula, podem se manifestar e se propagar livremente no contexto da natureza observável (Thomson, 2013). De forma distinta do fóton, que atua como o mediador das interações eletromagnéticas, os glúons possuem a propriedade de carga que é responsável pela interação forte entre partículas. Acredita-se que o confinamento dos quarks seja resultado das interações entre os glúons, o que, por sua vez, restringe a força forte a distâncias muito curtas (Thomson, 2013). Uma implicação fundamental do conceito de confinamento é que, nas escalas de energia e distâncias típicas do nosso cotidiano, apenas combinações de partículas que resultam em uma carga de cor total nula são permitidas. Isso significa que partículas ou estados quânticos que possuem essa neutralização de carga de cor são os únicos que podem existir e se manifestar de maneira estável nas interações observáveis em nossas experiências diárias (Griffiths, 2008).

Outra propriedade fundamental da QCD, que ajuda a explicar o comportamento dos quarks em altas energias, é a chamada liberdade assintótica. Descoberta por David Gross, Frank Wilczek e David Politzer, essa característica implica que, quando duas partículas com carga de cor se aproximam extremamente uma da outra, a intensidade da interação forte entre elas diminui, permitindo que se movam quase livremente a distâncias muito curtas (Gross; Wilczek, 1973; Politzer, 1973). Assim, em escalas de energia muito altas – densidade e/ou temperaturas elevadas –, os quarks comportam-se como partículas quase livres. Em outras palavras, nestes cenários, o sistema pode ser melhor descrito pelos graus de liberdade dos quarks do que dos hádrons.

Em condições de densidades extremamente altas, como aquelas encontradas no interior de estrelas de nêutrons, há a possibilidade de uma transição de fase ocorrer, passando da matéria hadrônica para a matéria de quarks. A observação desses objetos celestes em tal estado pode oferecer informações cruciais para o entendimento da interação forte em contextos de densidade extrema (Weber, 1999). Além disso, as observações dessas estrelas podem possibilitar a identificação do tipo específico de transição de fase que ocorre e esclarecer qual é o estado da matéria presente nessas condições extremas. Em essência, isso implica em determinar qual é o estado fun-

damental da matéria que interage em densidades altíssimas, fornecendo assim uma visão mais clara sobre a natureza dessa interação em ambientes tão extremos como o interior das estrelas de nêutrons (Schaffner-bielich, 2020).

3.2 TRANSIÇÃO DE FASE FORTE

Nos colisores de partículas, como o *Large Hadron Collider* (LHC) e o *Relativistic Heavy Ion Collider* (RHIC), atinge-se, em colisões de íons pesados, um estado da matéria que é melhor descrito pelos graus de liberdade dos quarks e glúons livres do que por estados hadrônicos, o chamado plasma de quarks e glúons (QGP, do inglês *quark-gluon plasma*) (Cheuk-yin, 1994). Nestes colisores, o QGP é resultado das elevadas temperaturas presentes nas colisões, sendo uma das formas de se atingir a transição de fase da matéria hadrônica para a matéria de quarks. Na figura 3, apresentamos o que se supõe ser o diagrama de fase da QCD. Neste diagrama, as fases da matéria que interagem fortemente estão relacionadas com a temperatura e o potencial químico, sendo que este último determina a densidade bariônica. Desta forma, além das altas temperaturas atingidas nos colisores, espera-se que as altas densidades, como aquelas que podem estar presentes nas estrelas de nêutrons, levem a matéria de quarks. O diagrama também mostra que a fase hadrônica pode aparecer nas formas de gás, líquido (matéria nuclear) e de superfluido, outro estado que deve estar presente nas estrelas de nêutrons. Para baixas temperaturas e elevadas densidades, espera-se que a SQM forme pares de Cooper em uma fase supercondutora de cor (CFL, do inglês *color-flavor locking*) (Alford; Han; Schwenzer, 2019). Para altas temperaturas e/ou densidades chegamos ao QGP.

A possibilidade de uma transição de fase em baixas temperaturas e altas densidades, leva às diferentes possíveis constituições para uma estrela de nêutrons, como vimos na seção 2.3. Porém, devido à complexidade do diagrama apresentado na figura 3 e a impossibilidade da realização de experimentos nestes níveis de densidade, não se sabe se esta transição é de primeira ordem (com ou sem fase mista) (Glendenning, 1997; Weber, 1999; Schaffner-bielich, 2020) ou na forma de um *crossover* (Baym et al., 2018, 2019)¹.

Considerando transições de fase de primeira ordem, temos dois cenários possíveis, as chamadas construções de Gibbs e de Maxwell. Na construção de Gibbs, pensa-se a pressão e a densidade de energia como funções dos potenciais químicos bariônico e eletrônico, de tal forma que eles formam superfícies neste espaço de fase (Schaffner-bielich, 2020). Isto tem implicações na interpretação da conservação de carga elétrica, que passa a ser uma propriedade global, enquanto na construção de

¹ Resultados da QCD na rede no regime de altas temperaturas apontam que a transição ocorra na forma de um *crossover* (Bazavov et al., 2009; Borsanyi; Fodor; Hoelbling; Katz; Krieg; Szabo, 2014).

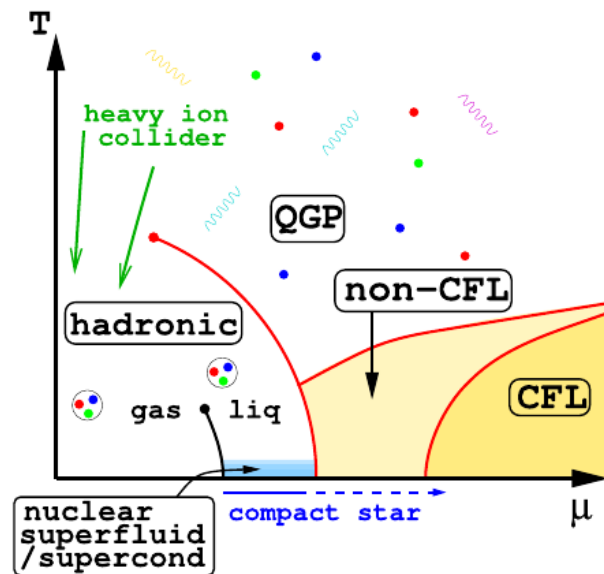


Figura 3 – Diagrama teórico que representa as fases da matéria como função do potencial químico e da temperatura, sinalizando a possível transição de fase da matéria hadrônica para a matéria de quarks. Extraído da referência (Alford; Han; Schwenzer, 2019).

Maxwell essa conservação é uma propriedade local. Essa conservação global permite que estruturas geométricas eletricamente carregadas, com uma superfície, curvatura e um custo de energia coulombiana, se formem. Cálculos mostram que as contribuições superficiais dominam sobre as outras (Lugones; Grunfeld, 2021), o que implica (como mostra a figura 4) que há um decréscimo na energia livre de Gibbs por bárion se a tensão superficial for baixa o suficiente (linha laranja) ou um acréscimo no caso oposto (linha azul). O valor da tensão superficial para o qual a energia livre de Gibbs é igual nas duas fases (em ambas as construções) é conhecida como tensão superficial crítica, que é da ordem de dezenas de MeV fm^{-2} . Se a tensão superficial excede este valor crítico, o custo energético da neutralidade global de carga é demasiado alto e uma interface abrupta é esperada (Lugones; Grunfeld, 2021).

A partir daqui, assumiremos que as estrelas de nêutrons são, na verdade, estrelas híbridas de acordo com a construção de Maxwell, que será apresentada em maiores detalhes a seguir. Desta forma, estamos assumindo que a tensão superficial seja maior que o valor crítico mencionado anteriormente. Tomamos as estrelas híbridas como hipótese de trabalho devido a diversos resultados recentes que apontam a possibilidade de uma transição de fase de primeira ordem ocorrer dentro destes corpos celestes (Annala; Gorda; Kurkela; Nättilä; Vuorinen, 2020; Bauswein; Bastian; Blaschke; Chatziioannou; Clark; Fischer; Oertel, 2019; Kojo, 2019) inclusive após a fusão de duas estrelas de nêutrons (Hanauske; Weih; Stöcker; Rezzolla, 2021; Tootle; Ecker; Topolski; Demircik; Järvinen; Rezzolla, 2022).

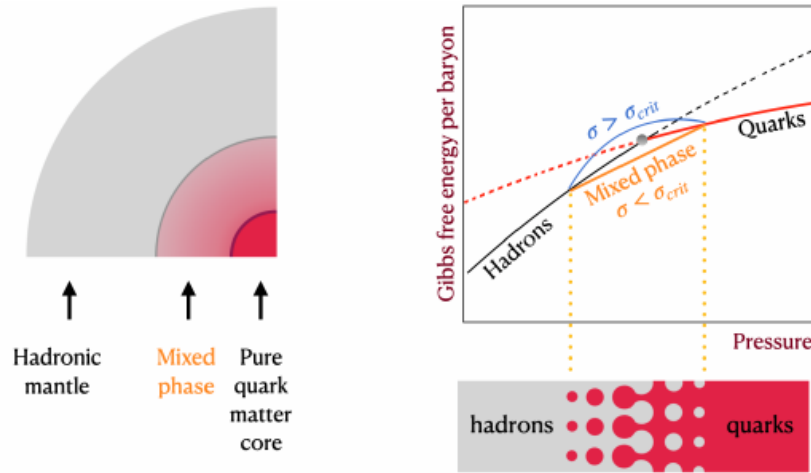


Figura 4 – Painel esquerdo: Representação esquemática da construção de Gibbs. Painel direito: energia livre de Gibbs como função da pressão, representando as diferentes possibilidades a partir da tensão superficial. Extraído da referência (Lugones; Grunfeld, 2021).

3.2.1 CONSTRUÇÃO DE MAXWELL

A construção de Maxwell é um conceito importante ao se considerar a transição de fase forte em estrelas de nêutrons. No contexto astrofísico, esse fenômeno está relacionado à mudança de fase abrupta entre a matéria hadrônica (constituída por hádrons, como prótons e nêutrons) e a matéria de quarks livres (Alford; Braby; Paris; Reddy, 2005). Este processo pode ser descrito através de uma construção gráfica proposta por James Clerk Maxwell, que considera a coexistência de duas fases distintas em equilíbrio termodinâmico durante a transição, que ocorre a pressão constante (Schaffner-bielich, 2020).

A construção de Maxwell é representada graficamente por meio da igualdade das pressões e das densidades de coexistência das fases envolvidas na transição. Matematicamente, isso pode ser expresso pela igualdade das pressões nas fases hadrônica P_H e de quarks P_Q em uma curva de coexistência no diagrama de fases, juntamente com a igualdade dos potenciais químicos μ_H e μ_Q nas respectivas fases (Glendenning, 1997). O ponto onde essas curvas se cruzam no diagrama de fases é chamado de ponto crítico, representando as condições em que ambas as fases coexistem de maneira estável, i.e. (Glendenning, 1997)

$$\mu_H = \mu_Q = \mu_t, \quad p_H(\mu_t) = p_Q(\mu_t) = p_t, \quad (61)$$

onde μ e P denotam o potencial químico bariônico e a pressão, respectivamente, das fases hadrônica (H) e de quarks (Q) no ponto de transição (t). Este tipo de transição está representada esquematicamente na figura 5.

Este tipo de descrição da EOS implica em descontinuidades nas densidades de energia e de número bariônico, já que a transição se dá a pressão e potencial químico

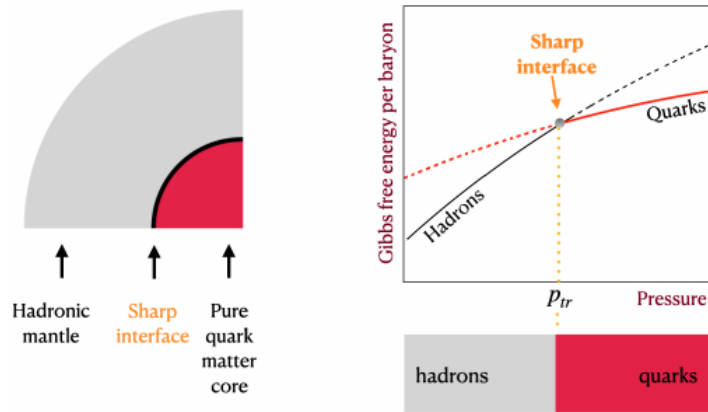


Figura 5 – Representação ilustrativa de uma transição de fase de acordo com a construção de Maxwell. Extraído da referência (Lugones; Grunfeld, 2021).

bariônico constantes. As descontinuidades surgem da descontinuidade do potencial químico eletrônico, já que a conservação da carga elétrica se dá em ambas as fases separadamente, e não globalmente, de tal forma que $\epsilon_H(P_t) \neq \epsilon_Q(P_t)$, onde ϵ é a densidade de energia (Schaffner-bielich, 2020). Desta forma, para construir a EOS híbrida, precisamos de uma descrição hadrônica e outra partônica, que serão apresentadas ainda neste capítulo. Agora, passamos a discutir a anomalia do traço em estrelas de nêutrons.

3.3 ANOMALIA DO TRAÇO EM ESTRELAS DE NÊUTRONS

De acordo com o Modelo Padrão da Física de Partículas, toda observação relacionada às interações nucleares fortes deveria ser derivada da Cromodinâmica Quântica (QCD), que apresenta dois aspectos principais ainda pouco compreendidos: o confinamento de cor e a quebra de simetria quiral (χ SB) (Ioffe; Fadin; Lipatov, 2010). Para investigá-los, seria necessário um conhecimento confiável (em alguma escala de referência) do acoplamento forte α_s e das massas dos quarks para os sabores ativos. Atualmente, temos controle teórico sobre a QCD apenas em altas energias devido à liberdade assintótica, ou seja, $\alpha_s \ll 1$, o que permite caracterizá-la como uma fase de QCD quiralmente simétrica e desconfinada, conhecida como QCD perturbativa (pQCD). No entanto, nas energias hadrônicas, o acoplamento da QCD aumenta para valores tais que $\alpha_s \sim 1$, o que torna extremamente difícil o estudo da χ SB e do (des)confinamento em um regime não perturbativo (Ioffe; Fadin; Lipatov, 2010).

Embora haja avanços notáveis na investigação dessas características não perturbativas do vácuo da QCD na física de colisores, como no LHC do CERN (ver, por exemplo, referência (Gehrmann; Malaescu, 2022)), seus observáveis termodinâmicos emergentes em equilíbrio para explorar regimes relevantes, como a sua EOS, ainda não são bem compreendidos (Kapusta; Gale, 2011). Por exemplo, a QCD na rede

(LQCD, do inglês *Lattice Quantum Chromodynamics*) fornece resultados confiáveis apenas para matéria da QCD quente (Bazavov et al., 2009; Borsanyi; Fodor; Hoellbling; Katz; Krieg; Szabo, 2014) com campos magnéticos (Bali; Bruckmann; Endrodi; Fodor; Katz; Krieg; Schafer; Szabo, 2012; Brandt; Cuteri; Endrodi; Marko; Sandbote; Valois, 2023) e elétricos (Endrodi; Marko, 2024) de fundo ou densidades finitas de isospin (Brandt; Cuteri; Endrodi, 2023; Abbott; Detmold; Romero-lópez; Davoudi; Illa; Parreño; Perry; Shanahan; Wagman, 2023), todos relevantes para a física de íons pesados. Infelizmente, o método da LQCD ainda não é aplicável para estrelas de nêutrons, cujos núcleos encontram-se em densidades extremas, devido ao problema do sinal fermiônico (Nagata, 2022).

Para aliviar essa dificuldade em potenciais químicos bariônicos finitos, μ_B , os dados disponíveis de estrelas de nêutrons (relacionados ao diagrama de massa-raio ($M-R$) (Miller et al., 2021; Riley et al., 2019; Cromartie et al., 2019; Fonseca et al., 2021) e às deformabilidades de maré de fusões de estrelas de nêutrons binárias (Abbott et al., 2017b)) são atualmente empregados para restringir o comportamento da EOS de estrelas de nêutrons em densidades intermediárias (não perturbativas) (veja, por exemplo, (Annala; Gorda; Katerini; Kurkela; Nättilä; Paschalidis; Vuorinen, 2022)). De modo geral, essa abordagem consiste em interpolar resultados teóricos entre os casos extremos de baixos e altos μ_B , ou seja, da teoria de campos efetiva chiral (CET, do inglês Chiral Effective Field Theory) (Hebeler; Lattimer; Pethick; Schwenk, 2013) e pQCD (Kurkela; Romatschke; Vuorinen, 2010), respectivamente. Em seguida, os resultados são ajustados para respeitar os dados astrofísicos e experimentais de física nuclear, a consistência termodinâmica e os limites de causalidade (Sorensen et al., 2024).

Embora seja tentador presumir que a física do (des)confinamento e da quebra de simetria quiral (χ SB) possa estar contida nessas interpolações contínuas, a maioria desses estudos tende a favorecer EOSs contínuas em todas as densidades (veja também a referência (Somasundaram; Tews; Margueron, 2023a)). Esses trabalhos também costumam indicar que a velocidade do som adiabática, $c_s^2 \equiv dP/d\epsilon$ (onde ϵ representa a densidade de energia e P a pressão), na matéria densa e fria da QCD ultrapassa o limite conforme, $c_s^2 = 1/3$ no setor não perturbativo de densidades bariônicas, chegando a valores próximos ao limite causal ($c_s^2 = 1$) (Tews; Carlson; Gandolfi; Reddy, 2018). Isso cria uma tensão em relação aos estudos baseados na teoria de campos (Cherman; Cohen; Nellore, 2009; Bedaque; Steiner, 2015). Além disso, a referência (Annala; Gorda; Kurkela; Nättilä; Vuorinen, 2020) sugere que a presença de matéria de quarks é possível em algumas estrelas de nêutrons massivas ($\sim 2 M_\odot$) se $c_s^2 > 0,5$. É relevante mencionar que essas descobertas receberam apoio de estudos Bayesianos agnósticos (Somasundaram; Tews; Margueron, 2023b; Komoltsev; Somasundaram; Gorda; Kurkela; Margueron; Tews, 2024).

Nos últimos anos, houve grande atenção dedicada a entender os elevados valores de c_s^2 e a verificar se isso é uma característica real da matéria densa ou apenas um efeito artificial necessário para dar sentido às interpolações utilizadas (sejam elas agnósticas ou não) (Brandes; Weise; Kaiser, 2023). Entre essas investigações, o estudo da referência (Fujimoto; Fukushima; McLerran; Praszalowicz, 2022) seguiu uma abordagem distinta, associando c_s^2 à chamada anomalia do traço normalizada da QCD densa que, de modo geral, mede a quebra quântica da invariância de escala-conforme. Essa grandeza também é conhecida como ‘medida de interação da QCD’ a temperaturas finitas. Como veremos adiante, essa terminologia não é inteiramente adequada, pois pressupõe que a anomalia do traço seja sempre positiva, o que, em geral, não ocorre. Para entendermos os resultados da referência (Fujimoto; Fukushima; McLerran; Praszalowicz, 2022) e melhor contextualizá-los devemos introduzir a definição matemática da anomalia do traço, a qual é dada por (Collins; Duncan; Joglekar, 1977; Nielsen, 1977)

$$\eta_{\mu\nu} T_{\text{QCD}}^{\mu\nu} \equiv T_{\mu}^{\mu} = \frac{\beta_{\text{QCD}}}{2g} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} + (1 + \gamma_m) \sum_f m_f \bar{q}_f q_f, \quad (62)$$

onde $\{G_{\mu\nu}^a, q_f\}$ são os campos renormalizados de glúons e quarks, $\{m_f, g\}$ são as massas de quarks renormalizadas e o acoplamento de gauge, β_{QCD} é a função beta da QCD, e γ_m são as dimensões anômalas das massas dos quarks. Note que a Eq. (62) é válida tanto para escalas de energia perturbativas quanto não perturbativas. Além disso, o comportamento dessa anomalia depende do número de sabores ativos. É válido ressaltar que, até o momento, apenas os resultados da pQCD para β e γ_m são conhecidos de forma confiável.

Na termodinâmica de equilíbrio da Eq. (62), é apropriado separar as contribuições de vácuo e em meio (denso e térmico) para construir a média térmica do setor material como:

$$\langle T_{\mu}^{\mu} \rangle_{\mu_B, T} = \epsilon - 3P. \quad (63)$$

De acordo com a referência (Fujimoto; Fukushima; McLerran; Praszalowicz, 2022), pode-se trabalhar de forma mais adequada com sua versão normalizada dada por²:

$$\Delta \equiv \frac{\langle T_{\mu}^{\mu} \rangle_{\mu_B, T}}{3\epsilon} = \frac{1}{3} - \frac{P}{\epsilon}. \quad (64)$$

Foi provado na referência (Fujimoto; Fukushima; McLerran; Praszalowicz, 2022)

²Com esta definição, pode-se ver explicitamente sua natureza invariável em escala, i.e., definindo as quantidades adimensionais $P' = P/\epsilon^*$ e $\epsilon' = \epsilon/\epsilon^*$, obtém-se uma quantidade adimensional $\Delta = 1/3 - (P'\epsilon^*)/(\epsilon'\epsilon^*) = \Delta' = 1/3 - P'/\epsilon'$, sendo ϵ^* uma escala apropriada de densidade de energia.

que essa quantidade possui valores extremos entre ($T = 0$ e $\mu_B \neq 0$):

$$-\frac{2}{3}(\approx -0,667) \leq \Delta < \frac{1}{3}(\approx 0,333), \quad (65)$$

sendo o limite inferior oriundo do limite não relativístico ($P \ll \epsilon$) e o limite superior da causalidade ($P \leq \epsilon$), enquanto o limite conforme (ultrarelativístico) encontra-se em $\Delta = 0$.

Pela Eq. (64), temos que

$$P = \left(\frac{1}{3} - \Delta \right) \epsilon, \quad (66)$$

logo,

$$c_s^2 = \frac{dP}{d\epsilon} = -\epsilon \frac{d\Delta}{d\epsilon} + \left(\frac{1}{3} - \Delta \right), \quad (67)$$

isso nos permite escrever c_s^2 como composta por dois termos: um derivativo e um não derivativo, sendo

$$c_s^2 = c_{s, \text{deriv}}^2 + c_{s, \text{nonderiv}}^2, \quad (68)$$

tal que

$$c_{s, \text{deriv}}^2 \equiv -\epsilon \frac{d\Delta}{d\epsilon}, \quad c_{s, \text{nonderiv}}^2 \equiv \frac{1}{3} - \Delta. \quad (69)$$

A conformidade do sistema é alcançada quando $\Delta \rightarrow 0$ e $d\Delta/d\epsilon \rightarrow 0$, ou seja, $c_s^2 \simeq c_{s, \text{nonderiv}}^2 \rightarrow 1/3$.

Com essas definições em mãos, podemos analisar as diferentes contribuições para o entendimento de Δ . Em particular, os autores da referência (Fujimoto; Fukushima; McLerran; Praszalowicz, 2022), com base em dados modernos de estrelas de nêutrons, juntamente com outros estudos anteriores (por exemplo, LQCD para densidade nula de bárions (Bazavov et al., 2009; Borsanyi; Fodor; Hoelbling; Katz; Krieg; Szabo, 2014) em todas as temperaturas, pQCD com CET (Fujimoto; Fukushima; McLerran; Praszalowicz, 2022) em suas faixas de validade e resultados holográficos AdS/CFT (Hoyos; Rodríguez fernández; Jokela; Vuorinen, 2016)) avançaram na conjectura da positividade numérica de Δ em todas as densidades. Por outro lado, estudos da LQCD com isospin encontraram $\Delta < 0$ para uma ampla faixa de densidades intermediárias, isto é, dentro de sua região não perturbativa (Brandt; Cuteri; Endrodi, 2023; Abbott; Detmold; Romero-lópez; Davoudi; Illa; Parreño; Perry; Shanahan; Wagman, 2023). De fato, referência (Abbott; Detmold; Romero-lópez; Davoudi; Illa; Parreño; Perry; Shanahan; Wagman, 2023) indica que o grande valor negativo de Δ é, em grande parte, causado por um termo de pareamento (semelhante à fase CFL da matéria de quarks). Apresentamos, na figura 6, o comportamento desses resultados citados.

No caso do plasma de quarks e glúons, isto é, a matéria QCD quente (formada nos estágios iniciais após colisões ultrarrelativísticas de íons pesados), temos que $\Delta \rightarrow 0$ à medida que a matéria quente atinge seu limite conforme em temperaturas

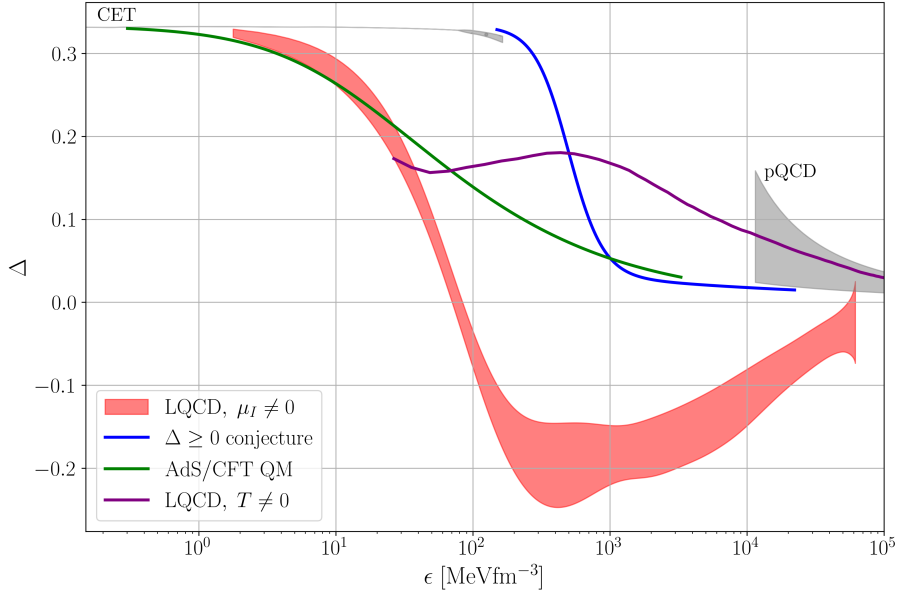


Figura 6 – Comportamento da anomalia de traço normalizada no meio versus densidade de energia (Δ vs ϵ) para a matéria QCD em diferentes condições extremas. Em particular, apresentamos resultados conhecidos para: i) a conjectura de positividade de Δ da referência (Fujimoto; Fukushima; McLerran; Praszalowicz, 2022), baseada no limite de massa máxima das estrelas de nêutrons (conjectura $\Delta \geq 0$); ii) a matéria de quarks AdS/CFT (Hoyos; Rodriguez fernández; Jokela; Vuorinen, 2016); iii) LQCD para densidade nula de bárions e temperaturas finitas (LQCD, $T \neq 0$) (Bazavov et al., 2009; Borsanyi; Fodor; Hoelbling; Katz; Krieg; Szabo, 2014); e iv) LQCD para matéria fria com isospin (LQCD, $\mu_I \neq 0$) (Abbott; Detmold; Romero-lópez; Davoudi; Illa; Parreño; Perry; Shanahan; Wagman, 2023). Observamos que sobrepusemos essas diferentes Δ físicas no mesmo gráfico para evidenciar as diferenças de sinal entre elas. Além disso, as bandas CET/pQCD são apresentadas apenas para o caso com $\mu_B \neq 0$, nas regiões de μ_B onde ambas são válidas e confiáveis (Fujimoto; Fukushima; McLerran; Praszalowicz, 2022).

muito altas, em acordo com a pQCD. No entanto, para temperaturas intermediárias T , a LQCD indica que Δ é positiva definida. Infelizmente, não há uma explicação clara para esse fenômeno dentro da QCD ou de suas versões efetivas. De fato, até o momento, poucos estudos apoiam essa tendência, como, por exemplo, a referência (Albright; Kapusta, 2016). Essa questão também foi investigada na referência (Kharzeev; Tuchin, 2008) sob uma perspectiva hidrodinâmica que relaciona a viscosidade de volume da QCD, ζ_{QCD} , com a anomalia de traço da QCD obtida pela LQCD, i.e., $\zeta_{\text{QCD}} \sim (\epsilon - 3P)_{\text{LQCD}}$, propondo que ela deve ser sempre positiva para representar de fato um termo dissipativo nas equações hidrodinâmicas relativísticas (Landau; Lifshitz, 2013). Explicitamente, conforme (Kharzeev; Tuchin, 2008):

$$\zeta_{\text{QCD}} = \frac{1}{\omega_0} \left\{ T^5 \frac{\partial}{\partial T} \frac{(\epsilon - 3P)_{\text{LQCD}}}{T^4} + 16|\epsilon_v| \right\}, \quad (70)$$

onde $\omega_0 = \omega_0(T) \sim T$ são as frequências de modo-zero de Matsubara para pQCD quente, e $\epsilon_v < 0$ é a densidade de energia do vácuo, que pode ser, por exemplo, a constante de sacola do MIT Bag Model.

Para matéria presente em NSs, ou seja, matéria fria e densa da QCD, alguns modelos simples investigaram a anomalia de traço. Por exemplo, a referência (Haensel; Potekhin; Yakovlev, 2007) concluiu que a condição esperada de $\Delta \geq 0$ é violada, mesmo mantendo a invariância de Lorentz, pois a repulsão de curto alcance das interações nucleares efetivas tende a tornar a EOS muito rígida em altas densidades. Naturalmente, essa conclusão possui um escopo limitado, pois é válida apenas para estrelas de um único tipo de matéria, ou seja, eles não consideram a presença de transições de fase. No entanto, em princípio, transições de fase fortemente descontínuas podem surgir na matéria densa da QCD devido a: i) argumentos genéricos contra a conjectura de Schaefer-Wilczek, que prevê uma continuidade suave entre hádrons e quarks, indicando a necessidade de uma transição descontínua (Cherman; Sen; Yaffe, 2019; Cherman; Jacobson; Sen; Yaffe, 2020); ii) possíveis efeitos de modelos não-perturbativos tipo Gribov-Swanziger para matéria densa, que já favorecem $\Delta < 0$ no modelo SU(2) em temperaturas intermediárias (Canfora; Dudal; Justo; Pais; Rosa; Vercauteren, 2015); iii) a ativação-desacoplamento (Jakobus; Motornenko; Gomes; Steinheimer; Stoecker, 2021; Grozin, 2013) dos graus de liberdade hadrônicos e/ou de quarks (afetando α_s) em torno do ponto de transição; iv) a presença de uma ‘simetria pseudo-conforme oculta’ da QCD, que ainda necessita ser melhor compreendida durante a transição de fase (Rho, 2022); entre outros estudos (Alvarez-castillo; Blaschke; Grunfeld; Pagura, 2019; Zacchi; Hanauske; Schaffner-bielich, 2016; Zacchi; Tolos; Schaffner-bielich, 2017).

Por outro lado, os efeitos de uma transição de fase de primeira ordem sobre observáveis de NS (ajustados para concordar com as restrições astrofísicas mais atuais) foram rigorosamente investigados nas referências (Takatsy; Kovacs; Wolf; Schaffner-bielich, 2023; Albino; Malik; Ferreira; Providência, 2024) por meio de uma abordagem Bayesiana, enquanto a referência (Zhou; Shen; Hu; Zhang, 2024) empregou uma perspectiva baseada em redes neurais profundas. Em particular, todos esses estudos indicam novamente que Δ é quase sempre positivo, exceto em uma pequena região de densidade de energia que favorece um comportamento ligeiramente negativo e suave de Δ (Takatsy; Kovacs; Wolf; Schaffner-bielich, 2023), aproximando-se da conformidade da pQCD em densidades altas (veja, por exemplo, referências (Albino; Malik; Ferreira; Providência, 2024; Zhou; Shen; Hu; Zhang, 2024) para comportamentos opostos). Com base nisso, não há uma explicação robusta e clara para esse comportamento de Δ em estrelas híbridas e, mais especificamente, em estrelas gêmeas. Infelizmente, alguns estudos (como a referência (Albino; Malik; Ferreira; Providência, 2024)) atualmente empregam a conjectura $\Delta > 0$ (Fujimoto; Fukushima; McLerran;

Praszalowicz, 2022) como princípio de trabalho para restringir o espaço de parâmetros. Acreditamos que isso seja precipitado, sendo que ainda nos falta uma prova confiável vinda da QCD que sustente essa conjectura. Além disso, embora o trabalho recente da referência (Fujimoto; Fukushima; Hotokezaka; Kyutoku, 2024) também busque explorar os efeitos de uma transição de primeira ordem em Δ , a força da transição (saltos em $\Delta\epsilon$) depende da espessura máxima inferida por Bayes em ϵ na faixa de EOS deles, que, na prática, não é suficiente para produzir estrelas gêmeas com suas novas implicações para Δ , como faremos no Cap. 5.

Assim, é necessário um estudo abrangente do comportamento de Δ quando fortes discontinuidades estão presentes. Até onde sabemos, o único trabalho que investigou um pouco sobre Δ em estrelas gêmeas (no contexto de teorias de gravidade modificadas) foi a referência (Lope-oter; Wojnar, 2024). No entanto, seus achados indicaram valores levemente negativos (atingindo um mínimo em $\Delta \approx -0,1$, valor que também foi considerado no trabalho da referência (Fujimoto; Fukushima; McLerran; Praszalowicz, 2022)), sem provar a estabilidade radial de suas estrelas nem uma inferência de Δ independente da teoria gravitacional. Além desse estudo, apenas as referências (Ecker; Rezzolla, 2022; Cai; Li; Zhang, 2023; Cai; Li, 2024) investigaram Δ em certo detalhe para um conjunto genérico de EOSs de NS híbridas com transições contínuas, encontrando $\Delta > 0$ associado ao valor máximo de c_s^2 (em torno de 0,8). Vale ressaltar que, nesse caso, a suposição de um Δ ligeiramente negativo foi alcançada de forma monótona (sem restrições devido a uma possível mudança de fase), tendendo lentamente a zero para concordar com a pQCD em altas densidades.

3.4 EQUAÇÃO DE ESTADO HADRÔNICA

A descrição da EOS hadrônica, apesar de ter que satisfazer os vínculos teóricos advindos da CET (Hebeler; Lattimer; Pethick; Schwenk, 2013) em baixas densidades, permanece incerta na região de densidades intermediárias. Além destes vínculos, é numericamente vantajoso utilizar uma versão analítica da EOS, a fim de minimizar possíveis erros numéricos e melhorar a performance computacional. Muitos autores optam por descrever uma determinada EOS hadrônica através de *piecewise polytropes* (PP), na forma (O'boyle; Markakis; Stergioulas; Read, 2020)

$$p_i = K_i \rho^{\Gamma_i}, \quad (71)$$

onde K , ρ e Γ são a constante politrópica, a densidade de massa de repouso e o índice adiabático, respectivamente. Neste formalismo, podemos escrever a EOS de forma analítica, juntando os diferentes segmentos descritos por diferentes parâmetros obtidos através da redução quadrática de erro.

O problema das EOSs politrópicas é que a junção é feita considerando apenas a continuidade da pressão e da densidade de energia, que está associada à densidade de massa de repouso, sem considerar a continuidade das derivadas destas grandezas físicas (O'boyle; Markakis; Stergioulas; Read, 2020). Em especial, isto afeta diretamente a velocidade do som e o coeficiente adiabático, tornando-os artificialmente descontínuos, o que pode levar a uma resolução imprecisa das equações de oscilações radiais. Desta forma, a fim de manter a praticidade e analiticidade das EOSs, podemos fazer uso de uma generalização das PPs proposta na referência (O'boyle; Markakis; Stergioulas; Read, 2020), onde as derivadas são mantidas contínuas no interior da estrela pela adição de um parâmetro que havia sido negligenciado na descrição das PPs. Este método é chamado de *generalized piecewise polytropes* (GPP).

A fim de descrever uma EOS através de uma GPP, deve-se inserir alguns parâmetros, como a densidade de massa onde a crosta externa encontra a crosta interna ρ_0 , a constante adiabática do primeiro segmento K_1 , e os índices adiabáticos Γ_i , para $i = 1, 2, 3$ (O'boyle; Markakis; Stergioulas; Read, 2020). Os índices adiabáticos essencialmente definem a dureza da EOS, ou seja, o quão rápido a pressão cresce com a densidade de energia em cada segmento. Além da descrição técnica das GPPs e de comparações com os resultados das PPs, na referência (O'boyle; Markakis; Stergioulas; Read, 2020) são apresentados os parâmetros necessários para a descrição de diversas EOSs comumente utilizadas na literatura. Em especial, a descrição da crosta através da EOS SLy4 nos permite definir esta região de baixas densidades da estrela, de acordo com os vínculos da CET, de forma precisa, sem os ruídos artificiais das tabelas numéricas ou das PPs.

3.5 EQUAÇÃO DE ESTADO PARTÔNICA

A parametrização *constant speed of sound* (CSS) é uma abordagem frequentemente utilizada para descrever a transição de fase entre a matéria hadrônica e a matéria de quarks em estrelas híbridas. Essa parametrização assume que a velocidade do som ao quadrado, representada por c_Q^2 permanece constante na SQM. Ela é descrita por meio de equações de estado que relacionam a pressão P e a densidade de energia ϵ da matéria.

Nesta parametrização, a EOS híbrida pode ser escrita como

$$\epsilon(P) = \begin{cases} \epsilon_H(P) & P < P_t, \\ \epsilon_H(P_t) + \Delta\epsilon + c_Q^{-2}(P - P_t) & P > P_t, \end{cases} \quad (72)$$

onde $\Delta\epsilon$ representa a descontinuidade na densidade de energia. Desta forma, em vez da construção da EOS da SQM ser dependente de modelo e de suas considerações, a

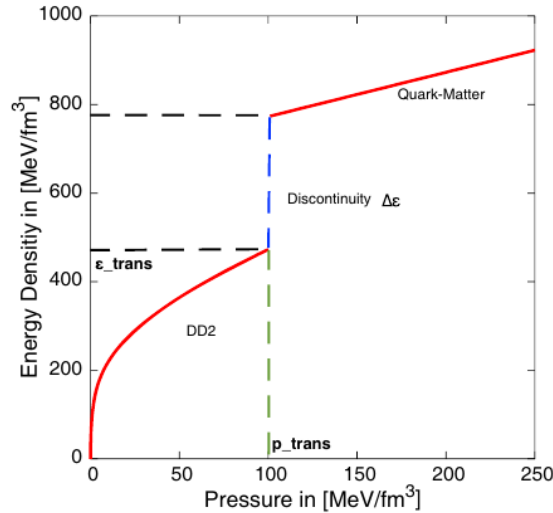


Figura 7 – Ilustração da EOS híbrida obtida através da construção de Maxwell utilizando-se a parametrização CSS para representar a fase de quarks. Extraído da referência (Christian; Zacchi; Schaffner-bielich, 2018).

parametrização CSS nos permite obter uma EOS com parâmetros livres, que nos dão estruturas genéricas para as estrelas híbridas baseadas em grandezas físicas, como a descontinuidade na densidade de energia e a pressão de transição, que aparecem em qualquer EOS híbrida utilizando-se da construção de Maxwell. Por isso, dizemos que esta abordagem é independente de modelo. Uma representação esquemática deste tipo de construção da EOS pode ser vista na figura 7.

Além disso, uma segunda transição de fase pode ser inserida nesta construção. Isto ocorre porque no regime de alta densidade presente no interior de uma estrela de nêutrons, espera-se que a matéria de quarks esteja em um estado supercondutor de cor (consulte a referência (Alford; Schmitt; Rajagopal; Schäfer, 2008) para uma revisão). De fato, acredita-se que sejam dois estados distintos: o de supercondutor de cor de dois sabores (2SC), no qual há o emparelhamento de quarks up e down; e o de *color-flavor-locked* (CFL), onde o emparelhamento pode ocorrer entre quarks de todas as cores e sabores leves. Nesse sentido, a primeira transição seria de matéria hadrônica para a fase 2SC, e a segunda da fase 2SC para a CFL, como ilustrado na figura 3. Isso implica que a equação de estado usada para descrever a matéria de quarks possui duas velocidades do som distintas, sendo a EOS da fase CFL mais *stiff* do que a da 2SC, resultando na seguinte forma

$$\epsilon(P) = \begin{cases} \epsilon_H(P) & P < P_{t1}, \\ \epsilon_H(P_{t1}) + \Delta\epsilon_1 + c_{2SC}^{-2}(P - P_{t1}) & P_{t1} < P < P_{t2}, \\ \epsilon_{2SC}(P_{t2}) + \Delta\epsilon_2 + c_{CFL}^{-2}(P - P_{t2}) & P > P_{t2}. \end{cases} \quad (73)$$

Desta forma, esta caracterização é feita em termos de seis parâmetros livres, as velocidades do som ao quadrado c_{2SC} e c_{CFL} – que estão vinculadas por $c_{2SC}^2 < c_{CFL}^2 \leq 1$

–, as pressões de transição P_{t1} e P_{t2} , e as descontinuidades na densidade de energia $\Delta\epsilon_1$ e $\Delta\epsilon_2$.

3.5.1 DETERMINAÇÃO DO POTENCIAL QUÍMICO E DA DENSIDADE BARIÔNICA NA PARAMETRIZAÇÃO CSS

Para termos a descrição termodinâmica completa, isto é, com informações sobre o comportamento do potencial químico bariônico μ_B e da densidade bariônica n_B , a partir da parametrização CSS, devemos primeiro compreender como comporta-se $P(\mu_B)$. Deve-se ter em mente que P aqui se refere ao ajuste entre a EOS hadrônica da CET em baixas densidades e a EOS CSS para matéria de quarks em densidades intermediárias e altas. De fato, dentro da parametrização CSS, foi demonstrado na referência (Alford; Han; Prakash, 2013) que a pressão dos quarks P_Q , pode ser escrita como

$$P_Q(\mu_B) = N\mu_B^{1+\gamma} - B, \quad (74)$$

onde a constante N possui dimensão de energia elevada na $3 - \gamma$ e a constante B possui dimensão de pressão. Consequentemente,

$$\mu_B(P_Q) = \left(\frac{P_Q + B}{N} \right)^{1/(1+\gamma)}. \quad (75)$$

Como na parametrização CSS, a relação entre pressão e densidade de energia é da forma

$$\epsilon_Q(P_Q) = \epsilon_0 + \frac{1}{c_Q^2} P_Q, \quad (76)$$

onde ϵ_0 é uma constante, temos que o valor da constante N não influencia nesta relação. Entretanto, ao construirmos uma transição de fase de primeira ordem com uma EOS hadrônica para baixas densidades que se conecta a uma EOS na forma da Eq. (76), devemos escolher N de tal forma que a pressão seja uma função monotonamente crescente de μ_B , a fim de garantirmos que o pulo na densidade bariônica Δn_B não seja negativo (Alford; Han; Prakash, 2013). Pela relação termodinâmica $n_B = \partial P / \partial \mu_B$, temos que

$$n_B(\mu_B) = (1 + \gamma) N \mu_B^\gamma \quad (77)$$

e, utilizando que $P = \mu_B n_B - \epsilon$, chegamos a

$$\epsilon_Q(\mu_B) = B + \gamma N \mu_B^{1+\gamma}. \quad (78)$$

Logo, ao substituirmos a Eq. (75) na Eq. (78), obtemos a densidade de energia em função da pressão

$$\epsilon_Q(P_Q) = (1 + \gamma) B + \gamma P_Q, \quad (79)$$

o que, pela Eq. (76) implica nas seguintes igualdades $1/c_s^2 = \gamma$ e $\epsilon_0 = (1 + \gamma)B$.

Com isto, só nos falta determinar N . Para tanto, basta termos em mente que por ser N uma constante, ela terá o mesmo valor para todas as pressões e potenciais químicos, incluindo o ponto de transição, ou seja, pela Eq. (74) podemos determinar N no ponto de transição, onde $P = P_t$ e $\mu_B = \mu_{B,t} = \mu_{B,H}^{\max}$, o que resulta em

$$N = \frac{P_t + B}{\mu_{B,t}^{1+\gamma}}, \quad (80)$$

lembrando que temos $\mu_{B,H}$ da parte hadrônica, já que a GPP nos fornece P , ϵ e n_B , logo $\mu_B = (\epsilon + P)/n_B$.

Com o valor de N determinado, obtemos a parte partônica do potencial químico bariônico em função da pressão pela Eq. (75), além de obtermos a densidade bariônica em função do potencial químico bariônico pela Eq. (77). Desta forma, conseguimos obter todas as grandezas termodinâmicas de interesse da parte partônica da EOS híbrida dada pela parametrização CSS.

3.6 CONCLUSÃO

Neste capítulo, apresentamos os principais conceitos pertinentes a QCD e a transição de fase forte. Também discutimos a construção de Maxwell, que prediz uma transição de fase de primeira ordem à pressão e potencial químico constantes. Neste cenário, mostramos a modelagem da EOS híbrida que será utilizada nos resultados dos próximos capítulos, com as GPPs descrevendo a fase hadrônica – que cumprem os vínculos vindos da CET – e com a parametrização CSS para a fase partônica. Desta forma, os principais aspectos referentes a EOS (incluindo a anomalia do traço da QCD) de uma estrela híbrida foram discutidos.

Neste trabalho, no tocante a parte hadrônica, utilizaremos a GPP da SLy4 para a crosta, da forma descrita na Tabela III da referência (O'boyle; Markakis; Stergioulas; Read, 2020) – implicando que ρ_0 está vinculado – e uma GPP inspirada pela versão mais *stiff* da CET (Hebeler; Lattimer; Pethick; Schwenk, 2013) cujos parâmetros são $\log \rho_1 = 14,45$, $\log \rho_2 = 14,58$, $\log K_1 = -27,22$, $\Gamma_1 = 2,764$, $\Gamma_2 = 10$ e $\Gamma_3 = 2$. Com relação a SQM, os valores que devem ser inseridos na parametrização CSS serão apresentados nos respectivos capítulos de resultados.

4 ESTRELAS GÊMEAS CARREGADAS SUPERMASSIVAS

Neste capítulo, apresentaremos a parte dos resultados acerca de estrelas gêmeas carregadas supermassivas, que estão contidos nas referências (Gonçalves; Jiménez; Lazzari, 2022a,b). Para tanto, começaremos por definir e apresentar as estrelas gêmeas e as categorias que as envolvem. Depois, passaremos a delinear a EOS, a fim de apresentarmos a análise da estrutura e, finalmente, a estabilidade destes objetos.

4.1 ESTRELAS GÊMEAS E O CRITÉRIO DE SEIDOV

No contexto das estrelas de nêutrons, as “estrelas gêmeas” são configurações hipotéticas que surgem quando se consideram diferentes fases ou estados da matéria em seu interior (Alford; Han; Prakash, 2013). Essas configurações implicam em dois ramos distintos, separados por configurações instáveis do ponto de vista do critério usual de estabilidade, para a relação entre massa e raio das estrelas de nêutrons. Esses dois ramos representam diferentes composições internas, frequentemente associadas a transições de fase entre matéria hadrônica e matéria de quarks no núcleo desses objetos astrofísicos, ou seja, um ramo contém estrelas hadrônicas e o outro estrelas híbridas (Christian; Zacchi; Schaffner-bielich, 2018).

Do ponto de vista microfísico, a existência de estrelas gêmeas está associada a uma grande descontinuidade na densidade de energia, ou seja, a densidade de energia da matéria de quarks é muito maior que a da matéria nuclear para o mesmo valor de pressão, mais especificamente, pressão de transição (Alford; Han; Prakash, 2013). Isto nos faz esperar uma ramificação híbrida desconectada (no sentido do critério usual de estabilidade) da ramificação hadrônica, já que a estrela híbrida torna-se instável assim que o núcleo de matéria de quarks aparece, pois a pressão da matéria de quarks é incapaz de contrabalançar a força adicional para baixo proveniente da atração gravitacional que a energia adicional no núcleo exerce sobre o resto da estrela (Alford; Han; Prakash, 2013). Ao realizar uma expansão em potências do tamanho do núcleo de matéria de quarks, pode-se mostrar que a ramificação híbrida é desconectada da ramificação de estrelas hadrônicas se $\Delta\epsilon$ for maior que um valor de

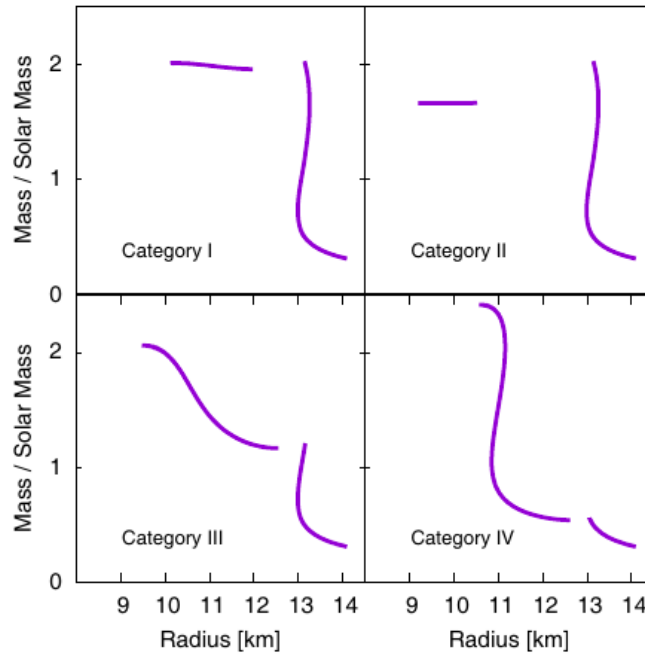


Figura 8 – Representação esquemática das diferentes categorias de estrelas gêmeas. Extraída da referência (Christian; Zacchi; Schaffner-bielich, 2018).

limiar $\Delta\epsilon_{\text{crit}}$, dado por (Seidov, 1971)

$$\frac{\Delta\epsilon_{\text{crit}}}{\epsilon_t} = \frac{1}{2} + \frac{3p_t}{2\epsilon_t}, \quad (81)$$

chamado por critério de Seidov. O critério de Seidov está fundamentalmente relacionado ao equilíbrio hidrostático das estrelas, tal que se $\Delta\epsilon$ for maior que o valor crítico as primeiras configurações híbridas se tornam instáveis (no sentido usual), separando, assim, os dois ramos.

As previsões resultantes dependem dos valores assumidos para $\Delta\epsilon$ e P_t , com as soluções de estrelas gêmeas sendo geradas para algumas combinações desses parâmetros. Estudos realizados nas referências (Christian; Zacchi; Schaffner-bielich, 2018; Christian; Schaffner-bielich, 2021) demonstraram que a massa máxima do ramo híbrido é determinada por $\Delta\epsilon$, enquanto a massa máxima do ramo hadrônico é influenciada por P_t . Além disso, esses autores classificaram as soluções de estrelas gêmeas em quatro categorias, dependendo das massas das estrelas gêmeas, definidas como: (a) Categoria I: as massas máximas de ambos os ramos são maiores que $2 M_\odot$; (b) Categoria II: apenas a massa máxima do primeiro ramo é maior que $2 M_\odot$; (c) Categoria III: a massa máxima do primeiro ramo está na faixa de $1 \leq M_H/M_\odot \leq 2$, enquanto a do segundo ramo é maior que $2 M_\odot$; e (d) Categoria IV: a massa máxima do primeiro ramo é menor que $1 M_\odot$, enquanto a do segundo ramo é maior que $2 M_\odot$. Na figura 8, esta classificação de estrelas gêmeas está representada esquematicamente.

Neste trabalho, consideraremos que estrelas gêmeas são um par de estrelas de

ramos diferentes cujas massas são iguais, porém, com raios distintos. Definimos isto explicitamente porque, ao lidarmos com conversões lentas, os ramos de estrelas hadrônicas e híbridas podem se conectar, e as configurações previamente descartadas pelo critério usual de estabilidade podem ser, de fato, estáveis.

4.2 ESTRUTURA DAS ESTRELAS GÊMEAS EM VISTA DO EVENTO GW190814

A partir da detecção de ondas gravitacionais do evento GW190814 (Abbott et al., 2020) que envolve um buraco negro supermassivo e um objeto cuja massa é de aproximadamente $2,6 M_{\odot}$, especulou-se que tal sistema seja ou o buraco negro mais leve ou a estrela de nêutrons mais pesada já detectada. A partir de tal resultado, na referência (Christian; Schaffner-bielich, 2021), os autores apontaram que estrelas gêmeas seriam descartadas caso este objeto fosse, de fato, uma estrela de nêutrons. Segundo os autores, estrelas gêmeas não podem atingir tais valores de massa e teriam, portanto, sua existência descartada. Entretanto, estes autores não consideraram diversos efeitos que surgem durante uma colisão que envolve uma estrela de nêutrons, entre eles, a possibilidade de que estes objetos adquiram uma carga elétrica líquida. Nesta seção, apresentaremos os nossos resultados contidos nas referências (Gonçalves; Jiménez; Lazzari, 2022a,b) acerca da estrutura e estabilidade das estrelas gêmeas eletricamente carregadas, a fim de sugerir uma nova possibilidade de adequar o objeto detectado no evento GW190814 como uma estrela de nêutrons eletricamente carregada sem descartar a possibilidade acerca da existência das estrelas gêmeas.

Na nossa análise, assumiremos que a EOS híbrida é descrita da forma comentada no capítulo anterior, ou seja, que a parte hadrônica é descrita pela SLy4 na forma de uma GPP (O’boyle; Markakis; Stergioulas; Read, 2020), combinada com outra GPP inspirada pelos resultados da EOS mais rígida da referência (Hebeler; Lattimer; Pethick; Schwenk, 2013). Além disso, a EOS da SQM será descrita pela parametrização CSS, tal que tomaremos a velocidade do som igual a velocidade da luz, i.e. $c_Q^2 = 1$ para alcançar a EOS mais rígida possível. Especificamente nesta seção, trataremos a estabilidade apenas do ponto de vista do critério usual, a fim de manter o caráter dos resultados originais e de ressaltar o impacto das conversões lentas na próxima seção.

Na figura 9 (painel esquerdo), apresentamos as EOSs típicas para essas quatro categorias, com os valores de $(\Delta\epsilon, p_t)$ sendo dados entre parênteses em MeV fm^{-3} . Por completude, também apresentamos, no painel direito, as previsões resultantes para as relações massa-raio derivadas pela resolução da equação TOV para o caso neutro. O ramo puramente hadrônico (curva fina preta) é apresentado para fins de comparação. No caso em que ocorre uma transição de fase, as massas máximas hadrônicas e híbridas são marcadas por círculos cheios. Além disso, as linhas pontilhadas indicam

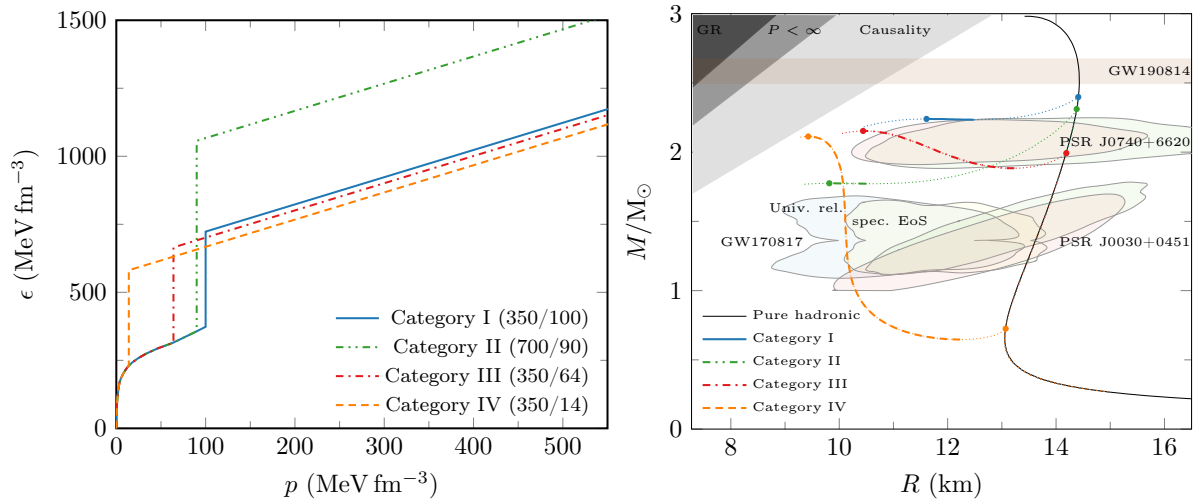


Figura 9 – *Painel Esquerdo*: Equações de estado para estrelas gêmeas representando cada uma das quatro categorias. *Painel direito*: Perfil massa-raio das estrelas gêmeas eletricamente neutras com os principais vínculos observacionais: GW190814 (Abbott et al., 2020), GW170817 (Abbott et al., 2017a, 2018), PSR J0740+6620 (Fonseca et al., 2021; Miller et al., 2021) e PSRJ0030+0451 (Miller et al., 2019; Riley et al., 2019); e teóricos (Lattimer, 2015) descritos na figura.

as configurações instáveis, de acordo com o critério usual de estabilidade. Como é evidente na figura, dois ramos separados, característicos de estrelas gêmeas, estão presentes o que significa que o critério de Seidov foi satisfeito.

No painel direito da figura 9, podemos ver que os nossos resultados para estrelas gêmeas eletricamente neutras concordam com as previsões da referência (Christian; Schaffner-bielich, 2021), tal que as configurações híbridas jamais atingem o limite de massa esperado pelo evento GW190814. Na nossa análise, somente uma estrela puramente hadrônica poderia atingir tal valor de massa.

Agora passamos a apresentar os nossos resultados acerca da estrutura das estrelas gêmeas eletricamente carregadas para diferentes valores de α , na figura 10. A solução neutra também é apresentada por completude. Iremos focar nos valores de $\alpha \geq 0,25$, onde esperamos um impacto maior da carga elétrica na configuração estelar (Gonçalves; Lazzari, 2020a,b). Como consequência, não apresentaremos os resultados para configurações de estrelas gêmeas classificadas como Categoria II, uma vez que verificamos que elas não apresentam uma ramificação híbrida estável para $\alpha \geq 0,2$. Os resultados apresentados na figura 10 demonstram que a presença de carga aumenta as massas das estrelas gêmeas em ambos os ramos de todas as categorias consideradas. No entanto, constatamos que as Categorias I, II e III não apresentam configurações gêmeas estáveis para valores grandes de α . Especificamente para a Categoria I, o ramo híbrido é instável para $\alpha > 0,25$, mesmo quando a massa hadrônica atinge a hipotética restrição de GW190814 no caso carregado. Além disso, para $\alpha = 0,25$, o ramo híbrido torna-se menor em comparação com seu

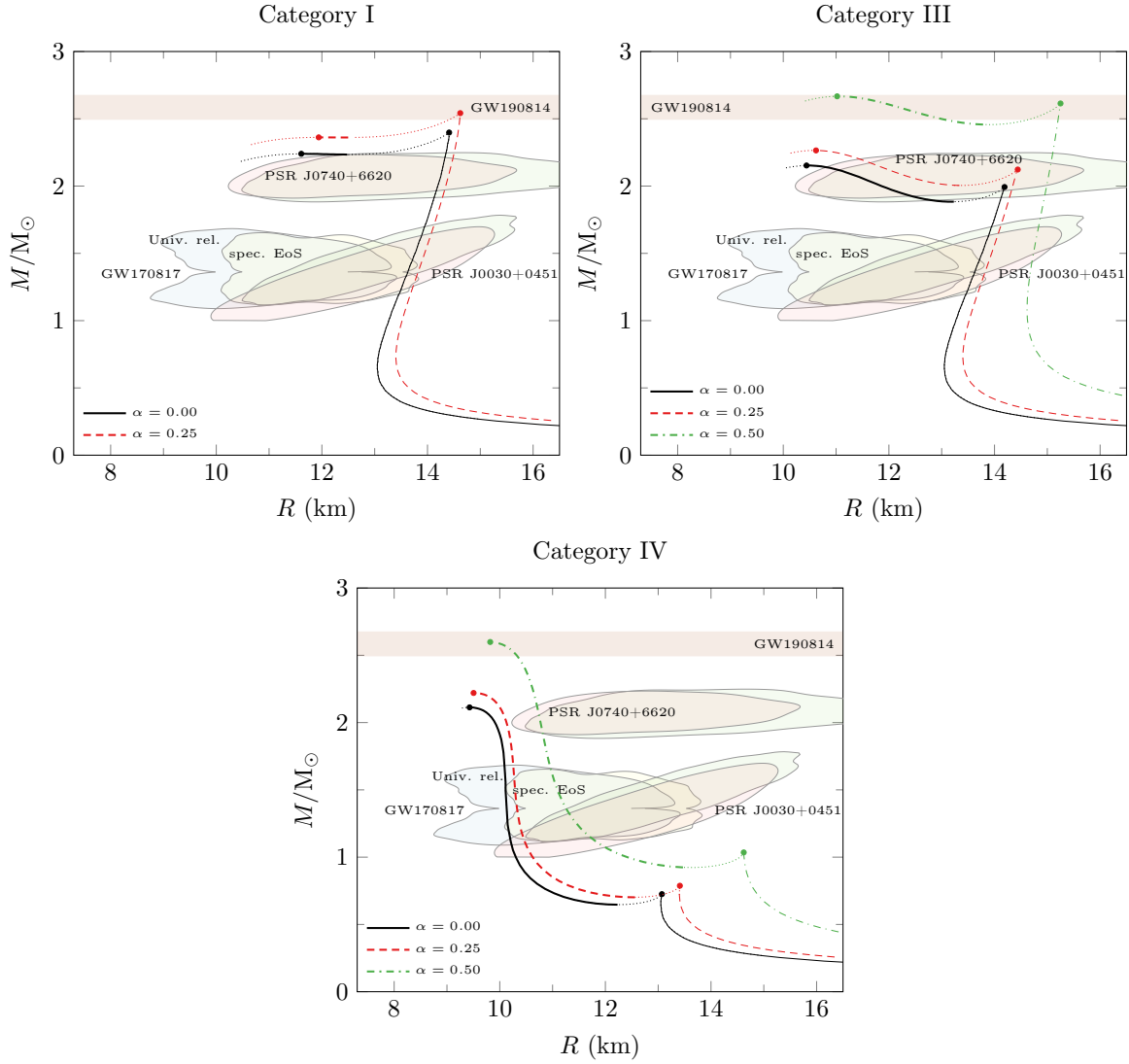


Figura 10 – Perfis massa-raio para estrelas gêmeas carregadas e neutras ($\alpha = 0$) das categorias I, III e IV, já que a categoria II não apresentou configurações híbridas estáveis do ponto de vista do critério usual de estabilidade.

equivalente neutro. Por outro lado, nossos resultados indicam que o ramo híbrido se torna instável para $\alpha > 0,8$ na Categoria III, enquanto a Categoria IV possui soluções estáveis de estrelas gêmeas para o maior valor de α permitido (próximo à unidade), mas que não satisfazem nenhuma das restrições anteriores de massa e raio.

Em geral, temos que a presença de uma distribuição de carga elétrica implica em massas e raios maiores comparados ao caso neutro. Entretanto, do ponto de vista do critério usual de estabilidade, dependendo da quantidade de carga elétrica as configurações tornam-se instáveis e o ramo híbrido deixa de estar presente. Para o caso onde as estrelas gêmeas carregadas são estáveis o *gap* entre os dois ramos é dependente do valor de α , que relaciona a distribuição de carga elétrica com a densidade de energia, i.e. $\rho_{ch} = \alpha\epsilon$.

Na Tabela 1, apresentamos nossas previsões para as massas gravitacionais máxi-

Categoria	α	$M_{\text{Had}}^{\text{Max}} [M_{\odot}]$	$R_{\text{Had}} [\text{km}]$	$R_{1.4} [\text{km}]$	$M_{\text{Hyb}}^{\text{Max}} [M_{\odot}]$	$R_{\text{Hyb}} [\text{km}]$
I	0,00	2,40	14,41	13,67	2,24	11,67
	0,25	2,54	14,62	13,80	2,36	11,94
	0,00	1,99	14,19	13,67	2,15	10,44
III	0,25	2,12	14,44	13,80	2,27	10,62
	0,50	2,61	15,25	14,70	2,67	11,02
	0,00	0,73	13,07	10,12	2,11	9,43
IV	0,25	0,79	13,41	10,31	2,22	9,50
	0,50	1,04	14,62	11,19	2,60	9,82

Tabela 1 – Massa máxima das configurações hadrônicas (Had) e híbridas (Hyb) com os respectivos raios para cada categoria.

mas das configurações hadrônicas (Had) e híbridas (Hyb), bem como os respectivos raios para as diferentes categorias. Também incluímos o raio de estrelas de $1,4 M_{\odot}$ para comparação com os resultados do NICER discutidos anteriormente. Em concordância com as discussões anteriores, as massas máximas e os raios aumentam para valores maiores de α . Em particular, para as Categorias III e IV, os ramos híbridos para $\alpha = 0,5$ atendem claramente à hipotética restrição de massa GW190814 e são facilmente ultrapassados para valores maiores de α (não mostrados). No entanto, a massa máxima hadrônica da categoria IV ultrapassa apenas ligeiramente $1 M_{\odot}$, mesmo no caso carregado. Um aspecto interessante é que a diferença de raio das soluções de estrelas gêmeas para a categoria IV se torna maior que 4,5 km para $\alpha \geq 0,5$.

4.3 IMPACTOS DA CARGA ELÉTRICA NA ESTABILIDADE DAS ESTRELAS GÊMEAS

Nesta seção, analisaremos a estabilidade das estrelas gêmeas carregadas através do formalismo das oscilações radiais para estrelas híbridas, considerando conversões lentas e rápidas, como proposto em (Pereira; Flores; Lugones, 2018) e discutido em detalhes no Capítulo 2. Desta forma, abordaremos o problema da estabilidade das estrelas gêmeas carregadas.

Começamos por apresentar os resultados do caso neutro ($\alpha = 0$) para as quatro categorias propostas na referência (Christian; Zacchi; Schaffner-bielich, 2018) e discutidas na seção 4.1, na figura 11 para conversões rápidas (lentas) no painel esquerdo (direito). Por conveniência, estamos plotando a parte real positiva da frequência linear, que é simplesmente $f_0 = \omega_0/(2\pi)$, quando $\omega_0^2 \geq 0$. Nossos cálculos mostram que estrelas gêmeas nas Categorias I a IV exibem diferenças quantitativas e qualitativas em relação ao comportamento das frequências lineares do modo fundamental ao assumir um processo de conversão rápido ou lento. Pode-se observar que, dependendo da velocidade da transição, encontram-se ramos desconectados (rápidos) ou conectados (lentos) de configurações estelares ultradensas eletricamente neutras. Como também

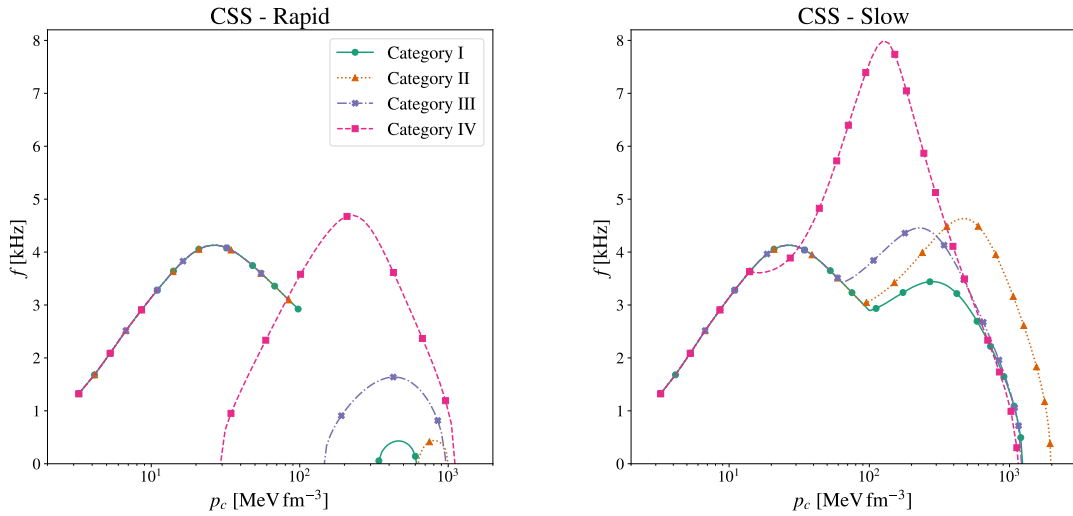


Figura 11 – Frequência linear fundamental em função da pressão central das estrelas gêmeas neutras, considerando conversões rápidas (painel esquerdo) e lentas (painel direito), para as quatro categorias discutidas anteriormente.

se observa nesta figura, todas as categorias compartilham o mesmo ramo hadrônico, em acordo com os resultados apresentados no painel direito da figura 9.

Vale notar que a frequência fundamental, no caso das conversões rápidas, é a frequência do chamado modo de reação, o que pode ser visto no fato de que as primeiras configurações do ramo híbrido são instáveis no ponto de vista do critério usual de estabilidade. Além disso, as magnitudes das frequências para estrelas híbridas são maiores para conversões lentas quando comparadas às rápidas, conforme esperado a partir dos resultados obtidos na referência (Pereira; Flores; Lugones, 2018). Isto se deve ao fato de que a frequência está associada a energia do sistema, tal que no caso das conversões rápidas a matéria está sempre catalizada e no estado de menor energia, sendo assim, menor que a da conversão lenta.

Também se observa que, no caso de conversões rápidas, as configurações de estrelas gêmeas associadas à Categoria IV se comportam de maneira bastante diferente em comparação com as outras categorias, com a frequência máxima para o ramo híbrido sendo maior do que o ramo hadrônico, ou seja, $\max(f_{\text{Had}}) < \max(f_{\text{Hyb}})$. Em contraste, as demais categorias apresentam $\max(f_{\text{Had}}) > \max(f_{\text{Hyb}})$. Observa-se que, nas Categorias I e II, os $\max(f_{\text{Hyb}})$ são menores do que qualquer um dos outros resultados, o que pode ser comparado a teorias modificadas da gravidade (Mendes; Ortiz, 2018). Por outro lado, para conversões lentas, a única categoria que não satisfaz $\max(f_{\text{Had}}) < \max(f_{\text{Hyb}})$ são as configurações da Categoria I. Em particular, quando ocorrem conversões lentas, até mesmo estrelas em tripletos, ou seja, três configurações estelares que têm a mesma massa mas diferentes raios, podem ocorrer para uma única transição de fase acentuada com ramos conectados.

O impacto da carga elétrica na estabilidade de estrelas gêmeas das categorias I e II é apresentado na figura 12, onde se encontram nossas previsões para $\alpha = 0,25$ e $0,5$. Para fins de comparação, os resultados para o caso neutro ($\alpha = 0$) também são apresentados. Quando assumimos conversões rápidas, observa-se que as Categorias I e II não exibem nenhuma configuração estável sob perturbações radiais e, por isto, estes resultados não foram mostrados. Isso pode ser compreendido ao observar o diagrama massa-raio correspondente, onde apenas um pequeno conjunto de configurações sobrevive sob o critério $\partial M/\partial p_c \geq 0$, mas que, quando submetidas à análise de estabilidade dinâmica, provam ser instáveis. Como pode ser visto na referência (Gonçalves; Lazzari, 2020a), mesmo para estrelas de uma única fase a presença de carga elétrica exige a análise de perturbações radiais, já que torna o critério usual insuficiente na determinação da estabilidade destes objetos. Consequentemente, para essas categorias, as configurações estáveis surgem apenas para conversões lentas. Observa-se que o principal impacto da carga elétrica está em reduzir a magnitude da frequência, já que o comportamento da curva se mantém semelhante ao do caso neutro, mesmo no caso de $\alpha = 0,5$, o que representa uma quantidade significativa de carga elétrica (da ordem de 1×10^{20} C). Assim como no caso neutro, os ramos hadrônico e híbrido ainda estão conectados.

A presença da carga elétrica e seu caráter repulsivo acaba por gerar uma pressão efetiva que se soma à pressão de degenerescência, fazendo com que o sistema suporte uma massa maior quanto maior for a carga elétrica presente. Mas, ao mesmo tempo, se torna mais difícil de manter a estabilidade, já que ao tornar as configurações mais massivas observa-se uma diminuição da frequência fundamental, resultando numa janela de estabilidade menor.

Para estrelas gêmeas carregadas associadas às Categorias III e IV, verificou-se que configurações estáveis estão presentes para conversões rápidas e lentas. Os resultados são apresentados na figura 13. De maneira geral, pode-se observar que o aumento da quantidade de carga elétrica (maior α) diminui a magnitude das frequências e a janela de estabilidade. Isso está em concordância com os resultados apresentados na seção 4.2, na qual demonstramos que o aumento de α reduziu a região onde $\partial M/\partial p_c \geq 0$. Nesse sentido, para conversões rápidas, algumas configurações carregadas que satisfazem o critério usual de estabilidade são dinamicamente instáveis, reduzindo ainda mais a janela de estabilidade para estrelas gêmeas carregadas.

4.4 CONCLUSÃO

Neste capítulo, investigamos sistematicamente os efeitos das conversões de fase rápidas e lentas na estabilidade dinâmica de estrelas gêmeas neutras e eletricamente

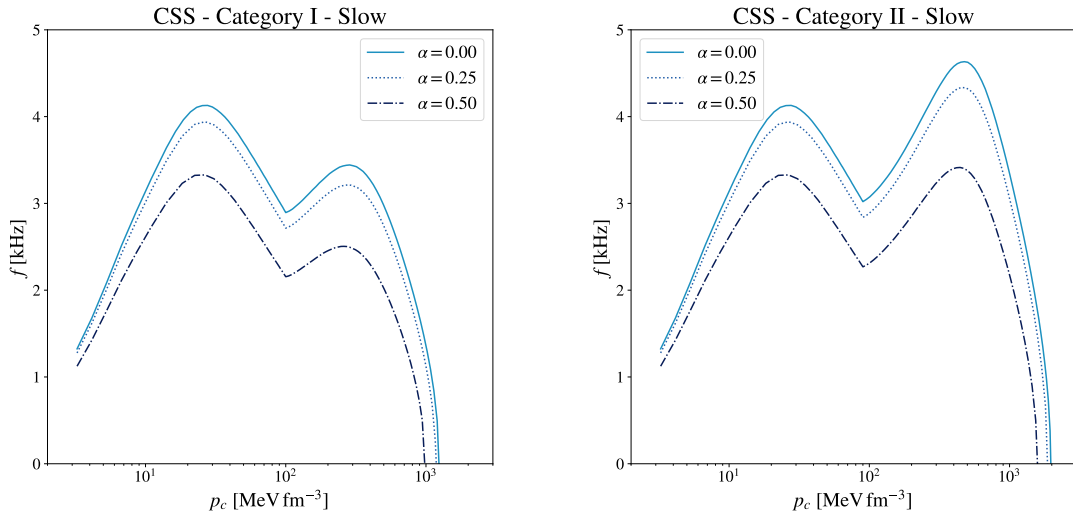


Figura 12 – Frequência linear fundamental em função da pressão central para estrelas gêmeas carregadas das categorias I (painel esquerdo) e II (painel direito). Note que as frequências não estão na mesma escala da figura 11.

carregadas quando transições fortes de primeira ordem ocorrem entre matéria hadrônica e de quarks em seus núcleos. No caso neutro, nossos cálculos indicam que conversões lentas conectam ramos inicialmente desconectados, impossibilitando a existência de uma terceira família de estrelas de nêutrons, no sentido usual, mas ao mesmo tempo favorecendo a possibilidade de estrelas gêmeas, chegando até a permitir estrelas trigêmeas, ou seja, três configurações estelares com a mesma massa e raios distintos. Além disso, as configurações de estrelas gêmeas em todas as categorias para conversões rápidas mostram que suas frequências lineares de oscilação radial são consideravelmente menores, sendo imediatamente distinguíveis em futuras medições de oscilações não radiais, que são acopladas de forma não linear às oscilações radiais nos dados de ondas gravitacionais. Por outro lado, no caso (ainda hipotético) de carga elétrica, encontramos conclusões semelhantes, onde encontramos apenas incrementos quantitativos sem diferenças qualitativas significativas. Além disso, observamos que a presença de carga elétrica diminui a janela de estabilidade das estrelas gêmeas, mas aumenta suas massas e raios. Assim como no caso de estrelas carregadas de uma única fase (Gonçalves; Lazzari, 2020a), estrelas gêmeas também apresentam um cenário em que o critério usual de estabilidade não é mais suficiente, mesmo quando conversões rápidas ocorrem.

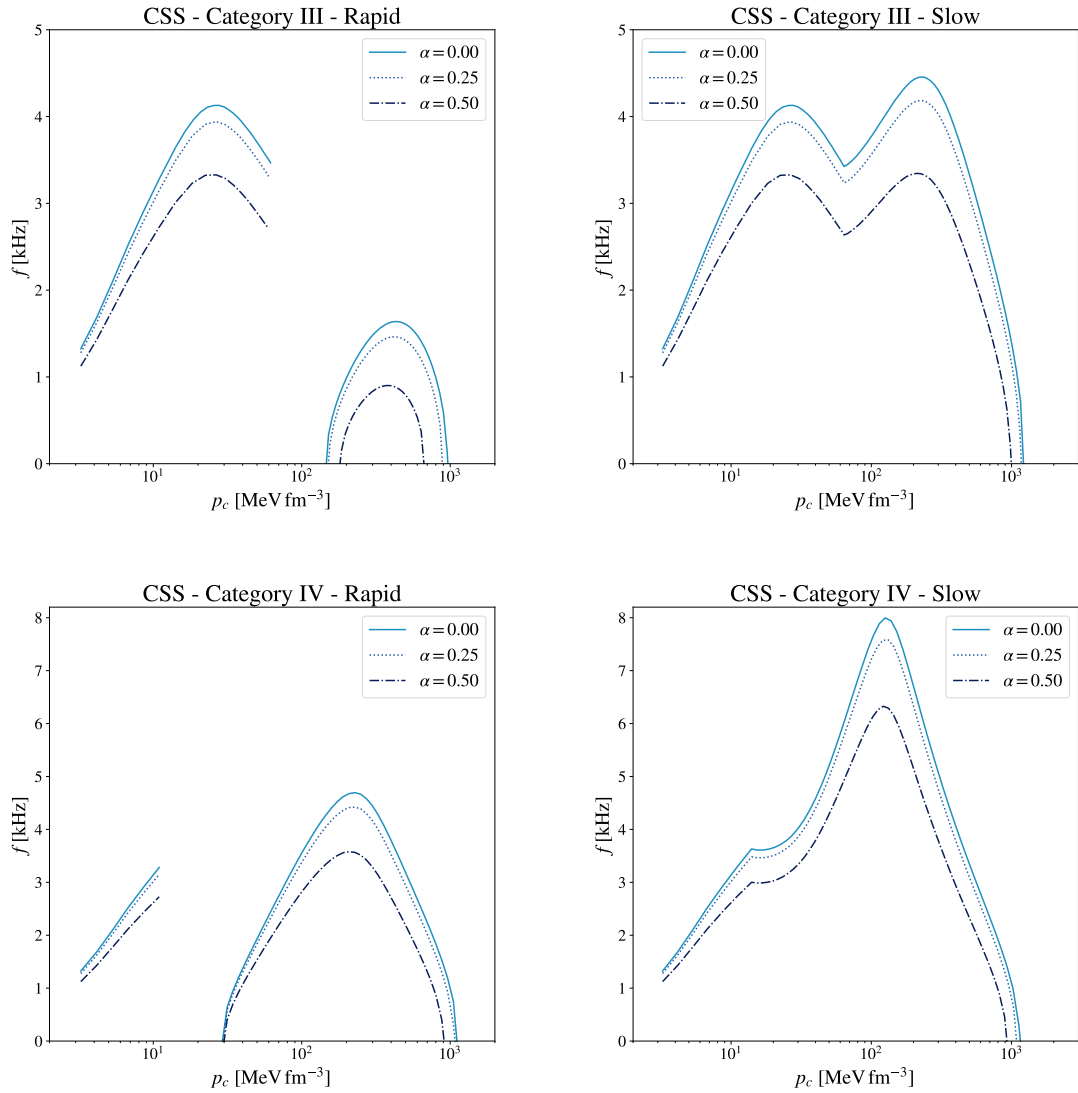


Figura 13 – Frequência linear fundamental em função da pressão central para valores crescentes de α , para as categorias III (painéis superiores) e IV (painéis inferiores) considerando conversões rápidas (painéis à esquerda) e lentas (painéis à direita). Note que as frequências das categorias III e IV não estão na mesma escala.

5 ANOMALIA DO TRAÇO DA QCD EM ESTRELAS GÊMEAS

Os resultados contidos na referência (Jiménez; Lazzari; Gonçalves, 2024) serão apresentados neste capítulo, onde discutiremos o comportamento da anomalia do traço da QCD em estrelas gêmeas. Começaremos por elaborar uma descrição da anomalia do traço. Aproveitaremos as definições no tocante a estrelas gêmeas que foram discutidas no Cap. 4. Por fim, iremos apresentar nossas previsões para o comportamento da anomalia do traço nestas estrelas e quais impactos a transição de fase forte tem neste cenário.

5.1 MODELAGEM DAS EOSs DAS ESTRELAS GÊMEAS

A fim de modelarmos as EOSs das estrelas gêmeas e analisarmos os impactos de uma transição de fase forte na anomalia do traço, faremos uso das GPPs e da parametrização CSS como EOSs da fase hadrônica e partônica, respectivamente, definidas no Cap. 3. De maneira similar aos demais capítulos desta tese, a parte hadrônica das nossas EOSs gêmeas terá a crosta descrita pela EOS SLy4 na forma de uma GPP (como apresentado na Tabela III da referência (O'boyle; Markakis; Stergioulas; Read, 2020)). Para densidades maiores que $1,1n_0$ (sendo $n_0 = 0,16 \text{ fm}^{-3}$ a densidade de saturação), assumimos uma GPP agnóstica, que se conecta com a EOS CET mais rígida (Lugones; Mariani; Ranea-sandoval, 2023). Para alcançar isso, nossa GPP

Categoria	$\epsilon_H^{\max} = \epsilon_t$	$\epsilon_Q^{\min}$	P_t	$\Delta\epsilon$	c_Q^2
I	333,08	607,34	70	274	1
II	333,08	878,88	70	545	1
III	263,73	441,62	30	178	1
IV	212,91	370,85	10	157	1

Tabela 2 – Exemplo dos parâmetros utilizados neste trabalho para a parametrização CSS. Todos estão em unidades de MeV fm^{-3} , enquanto a velocidade do som está expressa em unidades da velocidade da luz.

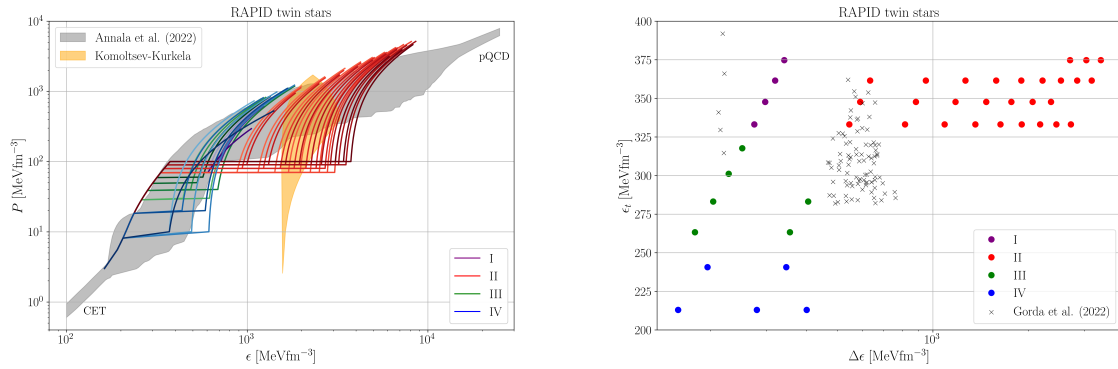


Figura 14 – A família de EOSs gêmeas (painel esquerdo) e o espaço de parâmetros de Seidov relacionado (painel direito) para estrelas gêmeas das Categorias I-IV considerando conversões rápidas. Para comparação, também exibimos no painel esquerdo os resultados de CET (Hebeler; Lattimer; Pethick; Schwenk, 2013) e pQCD (Kurkela; Romatschke; Vuorinen, 2010), bem como a faixa de EOSs ajustada às restrições astrofísicas (em cinza) de Annala et al. (Annala; Gorda; Katerini; Kurkela; Nättilä; Paschalidis; Vuorinen, 2022) em densidades intermediárias. Adicionamos também a restrição da pQCD (faixa laranja) de Komoltsev-Kurkela (Komoltsev; Kurkela, 2022) em $n_B = 10n_0$. Além disso, os símbolos ‘x’ no painel direito representam os resultados da referência (Gorda; Hebeler; Kurkela; Schwenk; Vuorinen, 2023).

agnóstica possui os seguintes parâmetros¹:

$$\log_{10}[\rho_0/(\text{g cm}^{-3})] = 13,865, \quad \log_{10} K_1 = -27,22, \quad \Gamma_1 = 2,77, \quad \Gamma_2 = 7,0 \quad \text{e} \quad \Gamma_3 = 3,0,$$

onde ρ_0 representa a densidade inicial de massa, K_1 é a primeira constante politrópica e Γ_i são os expoentes da densidade de massa ρ . Para as outras duas densidades de divisão, usamos $\log_{10}[\rho_1/(\text{g cm}^{-3})] = 14,45$ e $\log_{10}[\rho_2/(\text{g cm}^{-3})] = 14,58$. Enquanto isso, a modelagem da parte partônica terá P_t na faixa de $[10, 100] \text{ MeV fm}^{-3}$, para a qual calculamos $\Delta\epsilon_{\text{crit}}$ – de acordo com a Eq. (81) – variando-o entre 1,1 e 10 vezes seu valor inicial. Como estrelas gêmeas requerem uma EOS rígida para a matéria de quarks, investigamos dois valores elevados para o respectivo c_Q^2 : o primeiro com $c_Q^2 = 1$ e o segundo com $c_Q^2 = 0,5$. Observe que ambos são não-conformes, i.e., $c_Q^2 > 1/3$, sendo que o primeiro atinge o limite de causalidade.

Para fins ilustrativos, apresentamos na Tabela 2 alguns valores específicos para os parâmetros necessários para construir uma EOS CSS para estrelas gêmeas e estimar suas magnitudes. Para isso, seguimos a classificação da referência (Christian; Zaccchi; Schaffner-bielich, 2018) que define quatro tipos de estrelas gêmeas, dependendo basicamente da combinação das massas máximas obtidas para os ramos hadrônico e gêmeo em cada categoria, a saber:

- Categoria I: os máximos das massas hadrônica e híbrida excedem o limite de $2 M_\odot$;

¹Para mais detalhes sobre esses parâmetros e os próximos segmentos da GPP agnóstica, referimos o leitor à Sec. IV da referência (O’boyle; Markakis; Stergioulas; Read, 2020).

- Categoria II: apenas o máximo hadrônico atinge o limite de $2 M_{\odot}$;
- Categoria III: o máximo do ramo hadrônico está na faixa $[1, 2] M_{\odot}$, enquanto o máximo do ramo híbrido excede $2 M_{\odot}$;
- Categoria IV: o máximo do ramo híbrido excede o limite de $2 M_{\odot}$, mas o máximo do ramo hadrônico aparece abaixo de $1 M_{\odot}$.

5.2 CONVERSÕES RÁPIDAS

Nesta seção, apresentamos os nossos resultados para a anomalia do traço em estrelas gêmeas cuja estabilidade foi verificada considerando que a oscilação radial ocorre em um tempo menor do que o tempo de conversão entre as fases, ou seja, estamos tratando de conversões rápidas. Vale lembrar que este caso coincide com o critério usual de estabilidade. Neste cenário, o equilíbrio químico é mantido em todos os instantes e os elementos de fluido na interface trocam de identidade ao oscilar para regiões de maior/menor pressão (Pereira; Flores; Lugones, 2018). Desta forma, temos o surgimento do chamado modo de reação, que é um novo modo de vibração que surge na análise da estabilidade dinâmica quando considera-se conversões rápidas, sendo crucial quando este corresponde ao modo fundamental de vibração (Haensel; Zdunik; Schaeffer, 1989). Como apresentado no Cap. 4, o modo de reação é o modo fundamental no caso das estrelas gêmeas.

No painel esquerdo da figura 14, apresentamos as EOSs que utilizamos, sendo que o último ponto da EOS representa a última configuração estável, por esta razão, teremos um resultado diferente quando considerarmos conversões lentas na seção seguinte. Observe que cada categoria é representada por uma cor distinta, que será mantida de forma consistente ao longo deste trabalho. Comparamos nossas EOSs com a ampla faixa cinza de EOSs de Annala et al. (Annala; Gorda; Katerini; Kurkela; Nättilä; Paschalidis; Vuorinen, 2022) (ajustadas apenas para produzir NSs com massas superiores a $2 M_{\odot}$ e o limite de deformabilidade de maré do evento GW170817). Esta faixa também inclui os limites extremos de CET e pQCD e, para nós, representa uma EOS de referência para NSs, uma vez que eles explicitamente não consideraram a possibilidade de uma transição de primeira ordem em suas interpolações de densidade intermediária. Além disso, no painel esquerdo da figura 14, incluímos a faixa laranja de Komoltsev-Kurkela (Komoltsev; Kurkela, 2022). Esta região de pressões e densidades de energia, em torno de $10n_0$, pode ser consistentemente (do ponto de vista termodinâmico) e de forma bastante geral (por meio de qualquer curva suave razoável) ajustada para aproximar a pQCD a $40n_0$. Na prática, se nossas EOSs de estrelas gêmeas passam pela faixa laranja, temos uma certa confiança de que nossas EOSs alcançarão a pQCD em $40n_0$. Por outro lado, embora o estudo de Komoltsev-

Kurkela também tenha considerado possíveis transições de primeira ordem, seu foco principal foi o comportamento da EOS de NS em $10n_0$. No entanto, é possível ver claramente no painel esquerdo da figura 14 que as Categorias I e II se situam em densidades ainda mais altas, ou seja, cerca de $10 \leq n_B/n_0 < 30$, o que nos leva a acreditar que o trabalho de Komoltsev-Kurkela deve ser estendido para as densidades extremas de estrelas gêmeas nessa região. Curiosamente, as Categorias III e IV se ajustam muito bem à faixa de Annala et al. (Annala; Gorda; Katerini; Kurkela; Nättilä; Paschalidis; Vuorinen, 2022). Já no painel direito da figura 14, apresentamos uma comparação entre nosso espaço de parâmetros (satisfazendo a Eq. 81) e o da referência (Gorda; Hebeler; Kurkela; Schwenk; Vuorinen, 2023), onde mostramos a densidade de energia no ponto de transição ϵ_t como função de $\Delta\epsilon$. Note que nossos valores para os saltos de densidade de energia $\Delta\epsilon$ na Categoria II são significativamente maiores do que os da referência (Gorda; Hebeler; Kurkela; Schwenk; Vuorinen, 2023).

Introduzimos todas as nossas EOSs de estrelas gêmeas nas equações TOV [Eqs. (25), (29) e (30)] e as resolvemos juntamente com as equações de oscilações radiais de Gondek [Eqs. (48) e (49)], aplicando condições de junção rápidas [Eqs. (52) e (56)] para obter o comportamento completo da anomalia do traço normalizada Δ .

Para comparação com todas as figuras deste capítulo, apresentamos nos painéis à esquerda as restrições observacionais atuais dos PSR J0740+6620 (Miller et al., 2021), PSR J0030+0451 (Miller et al., 2019) – ambas vindas de dados do NICER –, GW170817 (EOS espectral) (Abbott et al., 2017b) e HESS J1731-347 (Doroshenko; Suleimanov; Pühlhofer; Santangelo, 2022). Além disso, para evitar sobrecarregar nossas figuras, optamos por mostrar apenas os dados do NICER das referências citadas acima em vez de também incluir os dados das referências (Riley et al., 2019, 2021). Ademais, os dados do LIGO para GW170817 (Abbott et al., 2017b) são apresentados com base na análise de EOS espectral, em vez de usar as relações universais. Vale notar que estas escolhas não comprometem a análise, já que os diferentes estudos apresentam resultados semelhantes, ou seja, áreas que em grande parte se sobrepõem. Nos painéis à direita, colocamos as faixas cinza e laranja de Annala et al. (Annala; Gorda; Katerini; Kurkela; Nättilä; Paschalidis; Vuorinen, 2022) e Komoltsev-Kurkela (Komoltsev; Kurkela, 2022), respectivamente. Observamos que as comparações com esses dois últimos trabalhos servem meramente como um guia, já que eles não exploraram NS híbridas com transições de fase fortes em detalhe. Além disso, nosso espaço de parâmetros não foi ajustado para concordar com os deles.

Nos painéis à esquerda da figura 15, estão contidas as relações $M-R$ para estrelas gêmeas das Categorias I e II. Em ambos os painéis, é possível observar que as estrelas gêmeas dessas categorias satisfazem quase todas as restrições atuais de $M-R$ mencionadas anteriormente, exceto a Categoria I, que respeita marginalmente

a GW170817, mas diverge de HESS J1731-347.

Nos painéis à direita da figura 15, apresentamos o comportamento correspondente das anomalias do traço das estrelas gêmeas em função de suas densidades de energia para as mesmas duas categorias. Observa-se facilmente que a maioria das configurações não apenas apresentam $\Delta < 0$ para uma ampla faixa de densidades na fase QM, mas também decrescem abruptamente, atingindo rapidamente valores negativos para as gêmeas ultradensas dinamicamente estáveis (curvas contínuas), enquanto as estrelas gêmeas instáveis (curvas tracejadas) apresentam $\Delta > 0$. Agora, embora uma situação similar ocorra para Δ nas gêmeas da Categoria II em relação ao seu comportamento de decréscimo acentuado, Δ é positivo quando essas estrelas gêmeas são dinamicamente instáveis, mas negativo para as estáveis. Nesse sentido, famílias estáveis de estrelas gêmeas da Categoria II requerem necessariamente Δ negativo.

Além disso, verificamos que todas as nossas configurações gêmeas da Categoria I com $c_Q^2 = 1$ na fase QM possuem Δ negativo no regime de alta densidade. Ao reduzir o valor deste parâmetro livre para $c_Q^2 = 0,5$, conseguimos encontrar gêmeas dinamicamente estáveis, embora Δ permanecesse positivo para todas as densidades. Essas configurações podem ser observadas no diagrama $M-R$ e no plano $\Delta = \Delta(\epsilon)$ nos painéis superiores da figura 15 e são representadas no ramo híbrido com menores massas e inclinação menos acentuada (o que também é válido para o painel direito). Além disso, ao contrário da Categoria I, as estrelas gêmeas da Categoria II foram estáveis apenas para $c_Q^2 = 1$, levando rigorosamente a anomalias do traço negativas em altas densidades. Nesse sentido, considerando uma densidade central suficientemente alta, as estrelas gêmeas estáveis da Categoria II sempre apresentaram valores negativos de Δ em seus núcleos.

Nossas previsões para as categorias III e IV são mostradas na figura 16. Encontramos resultados semelhantes aos exibidos nos painéis à esquerda da figura 15 para as relações $M-R$. Em particular, as configurações da categoria III satisfazem quase todas as restrições atuais de $M-R$ mencionadas anteriormente, com exceção de HESS J1731-347. Por outro lado, quase todas as configurações da categoria IV satisfazem todos os vínculos astrofísicos atuais. Nesse sentido, ao considerarmos o caso rápido, a comprovação da existência das estrelas gêmeas apontaria para transições de fase ocorrendo à pressões mais baixas compatíveis com a categoria IV. Já nos painéis à direita da figura 16, pode-se identificar que Δ é sempre negativo – mesmo que marginalmente – nos regimes ultradensos.

Vale a pena mencionar que em ambas essas categorias existe um conjunto muito pequeno de estrelas gêmeas instáveis. Em outras palavras, quase todas essas estrelas gêmeas em uma dada relação $M-R$ são dinamicamente estáveis contra pulsações radiais. Isso ocorre basicamente porque fixamos a velocidade do som na fase de quarks no limite da causalidade, ou seja, $c_Q^2 = 1$. No entanto, se em vez disso utilizar-

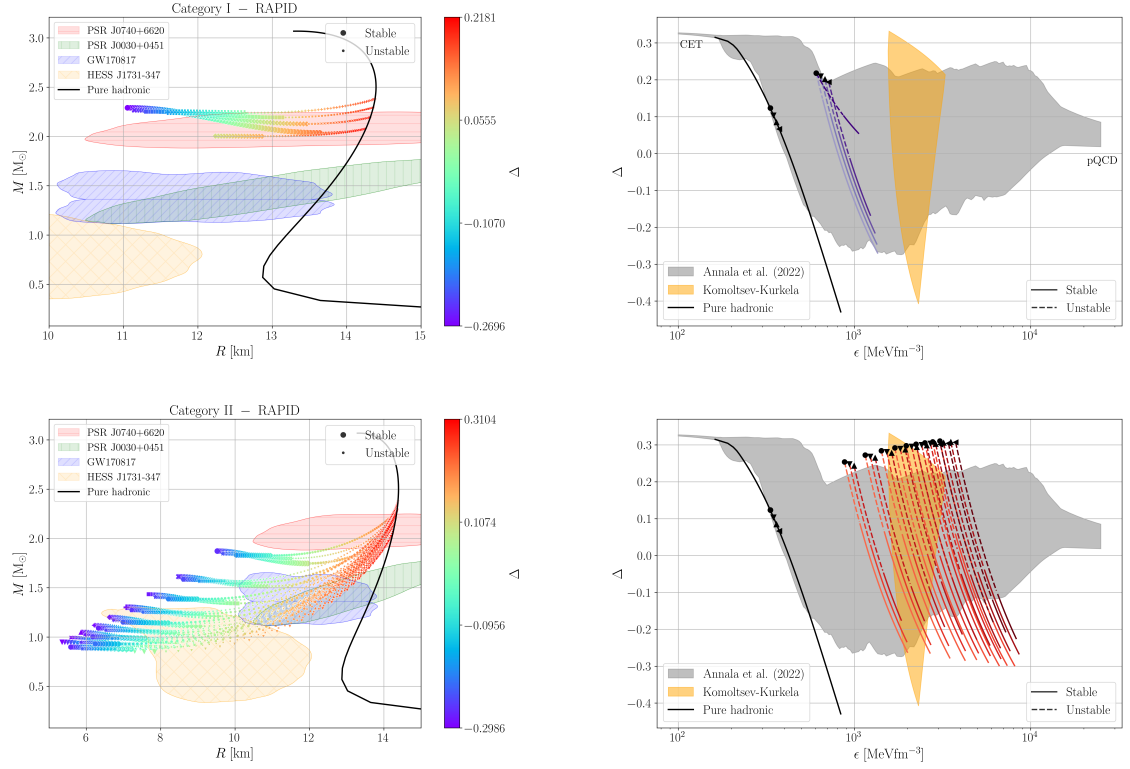


Figura 15 – *Painéis à esquerda:* Relações $M-R$ para estrelas gêmeas pertencentes às Categorias I (painel superior) e II (painel inferior), incluindo várias restrições astrofísicas atuais, com uma escala de cores ao lado direito indicando os valores correspondentes de suas anomalias de traço. Note que círculos coloridos e preenchidos espessos (finos) indicam gêmeas estáveis (instáveis) no sentido de pulsações radiais. *Painéis à direita:* Anomalia de traço densa em função da densidade de energia, $\Delta = \Delta(\epsilon)$, onde incluímos restrições provenientes da CET (curva contínua preta), Komoltsev-Kurkela (Komoltsev; Kurkela, 2022) (faixa laranja), Annala et al. (Annala; Gorda; Katerini; Kurkela; Nättilä; Paschalidis; Vuorinen, 2022) (faixa cinza) e pQCD (Kurkela; Romatschke; Vuorinen, 2010). Além disso, as marcações pretas representam o ponto onde ocorre a transição de fase, cada marcação correspondendo a uma diferente pressão de transição, e devem ser lidos da esquerda para a direita; por exemplo, um triângulo à esquerda (densidades de energia baixas) sofre uma descontinuidade até que o mesmo triângulo apareça à direita (densidades de energia mais altas), onde a fase de QM se inicia. Note que as curvas coloridas de QM contínuas (descontínuas) indicam estrelas gêmeas estáveis (instáveis).

mos $c_Q^2 = 0,5$ em, por exemplo, estrelas gêmeas da Categoria IV, encontramos uma única configuração estável com $\Delta > 0$ (ver a curva híbrida azul com menor inclinação no painel inferior direito da figura 16). Nesse sentido, a robustez dos valores negativos de Δ em estrelas gêmeas estáveis depende fortemente dos altos valores que empregamos para a velocidade do som (ao quadrado) na fase de QM, que para este trabalho testamos no intervalo $0,5 \leq c_Q^2 \leq 1$.

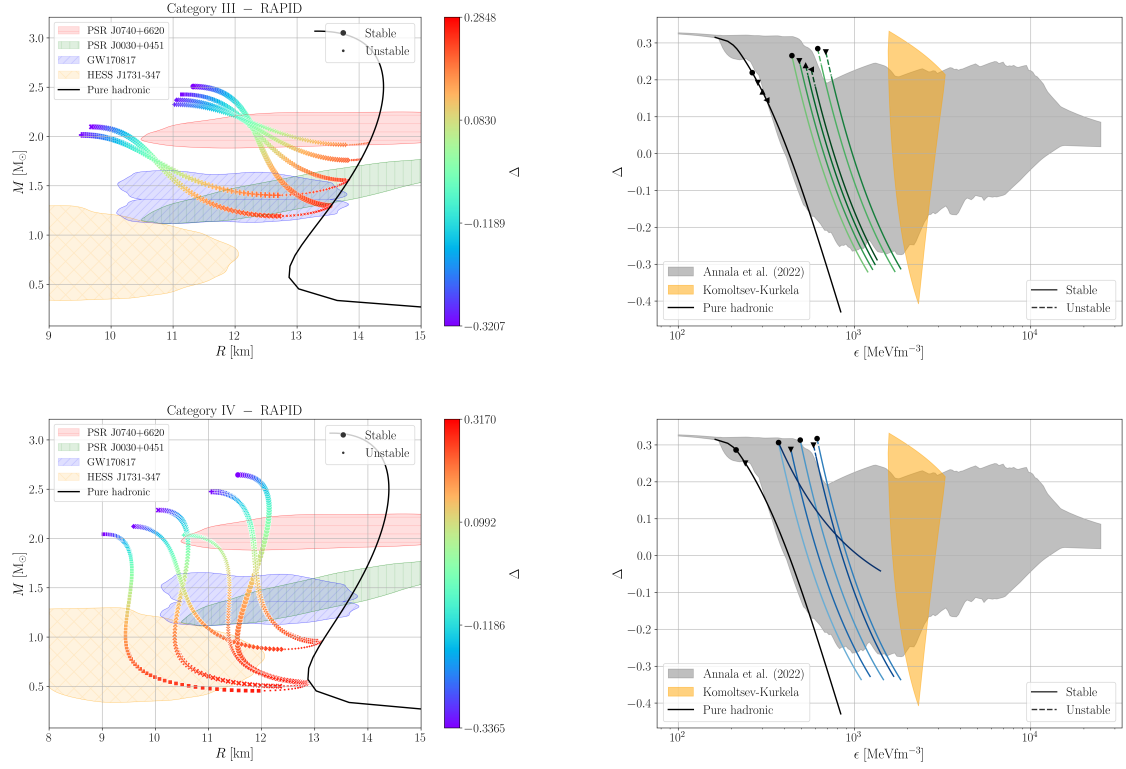


Figura 16 – Legendas e vínculos iguais aos da figura 15, mas agora para as Categorias III e IV.

5.2.1 COMPORTAMENTO DA ANOMALIA DO TRAÇO EM FUNÇÃO DO POTENCIAL QUÍMICO BARIÔNICO

A partir dos nossos resultados acima para as anomalias do traço descontínuas e acentuadamente decrescentes em estrelas gêmeas, alcançando valores negativos consideráveis, uma questão imediata seria entender o comportamento de $\Delta(\mu_B)$ a partir do conhecimento completo de $\epsilon(\mu_B)$ e $P(\mu_B)$. Isso é relevante, pois poderia ser obtido diretamente do potencial termodinâmico de Landau da QCD, $\Omega(\mu_B) = -P(\mu_B)$, de forma análoga aos resultados da LQCD em $T \neq 0$ (Bazavov et al., 2009; Borsanyi; Fodor; Hoelbling; Katz; Krieg; Szabo, 2014). De fato, resultados futuros para matéria bariônica da LQCD (ou outras técnicas inovadoras não perturbativas de QCD) poderiam caracterizar de forma confiável Δ em $\mu_B \neq 0$ e determinar se ela é verdadeiramente negativa e abruptamente descontínua em torno de um possível ponto de transição de 1ª ordem. Hoje, isso permanece uma questão em aberto que poderia descartar a existência de estrelas gêmeas.

Pelas razões descritas acima, é importante analisarmos as grandezas de interesse, P , ϵ , n_B e Δ em função do potencial químico bariônico μ_B . Para isso, determinamos μ_B e n_B de acordo com a Sec. 3.5.1. No painel esquerdo da figura 17, apresentamos $P(\mu_B)$, mais precisamente, sua forma normalizada, P/P_{SB} , onde $P_{SB} = (3/4\pi^2)(\mu_B/3)^4$ é a pressão de Stefan-Boltzmann. Em particular, pode-se observar que o setor de

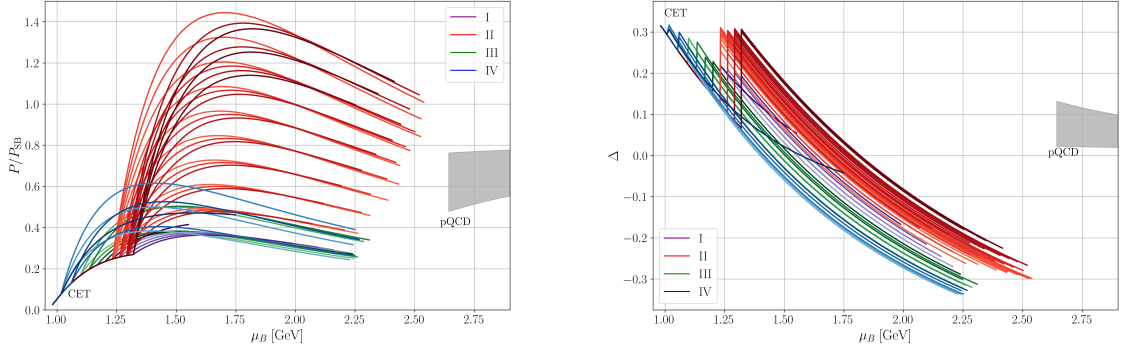


Figura 17 – *Painel esquerdo*: Comportamento das pressões rápidas das estrelas gêmeas (normalizadas por um gás de Stefan-Boltzmann) para cada categoria em função do potencial químico bariônico. Observe a presença das bandas hadrônica de CET e de pQCD, esta última aparecendo em $\mu_B = 2,6$ GeV, correspondente a $n_B = 40 n_0$, como em outros trabalhos (veja, por exemplo, referência (Annala; Gorda; Katerini; Kurkela; Nättilä; Paschalidis; Vuorinen, 2022)). *Painel direito*: Anomalias do traço denso em função do potencial químico bariônico para as quatro categorias de estrelas gêmeas.

quarks, ou seja, P_Q/P_{SB} , apresenta um comportamento crescente a partir do ponto de transição (potencial químico bariônico crítico), atinge um máximo e, em seguida, começa a diminuir. No entanto, nossas escolhas de $c_Q^2 = 0,5$ e 1 ultrapassam o limite conforme de $c_Q^2 = 1/3$, ou, de forma equivalente, $P/P_{SB} = 1$. Desta forma, os máximos mencionados anteriormente em P/P_{SB} superam o limite conforme para a fase de quarks em estrelas gêmeas. Em particular, as estrelas gêmeas das Categorias III e IV não alteram de forma muito abrupta sua pressão normalizada no ponto de transição. Além disso, elas alcançam valores máximos de $P/P_{SB} \sim 0,4 \pm 0,2$, o que torna difícil para essas pressões atingirem a banda pQCD (cinza) em $\mu_B = 2,6$ GeV. Por outro lado, as estrelas gêmeas das Categorias I e II apresentam descontinuidades fortes, com valores máximos alcançando até mesmo $P/P_{SB} \sim 1 \pm 0,4$, mostrando, assim, uma tendência favorável em direção à pQCD se extrapoladas para densidades mais altas.

No painel direito da figura 17, apresentamos o comportamento da anomalia do traço normalizada Δ em função do potencial químico bariônico μ_B . Podemos ver que o comportamento é decrescente até o ponto de transição quando ocorre uma descontinuidade que tende a aumentar Δ . A partir daí, o comportamento monotonamente decrescente de Δ continua.

Podemos reescrever a anomalia do traço a partir das Eqs. (74) e (78) como

$$\Delta_Q = \frac{4B - 3N\gamma\mu_B^{1+\gamma} (c_Q^2 - 1/3)}{3(B + N\gamma\mu_B^{1+\gamma})}. \quad (82)$$

Lembrando que, pelos resultados apresentados na Sec. 3.5.1, N e B são quantidades positivas por definição, e, portanto, Δ_Q só tem o sinal positivo garantido se $c_Q^2 \leq 1/3$.

Logo, podemos ver, novamente, que para valores altos de c_Q^2 a anomalia do traço tende a ser negativa.

Alguns comentários sobre a relação dessas últimas descobertas com os estudos atuais da EoS de estrelas de nêutrons (NS) se fazem necessários. Em particular, abordagens bayesianas (veja, por exemplo, (Annala; Gorda; Hirvonen; Komoltsev; Kurkela; Nättilä; Vuorinen, 2023; Gorda; Komoltsev; Kurkela; Mazeliauskas, 2023; Providência; Malik; Albino; Ferreira, 2023)) e outros trabalhos com controle microfísico (veja, por exemplo, a referência (Jakobus; Motornenko; Gomes; Steinheimer; Stoecker, 2021)) às vezes constroem suas previsões para a EoS em densidades intermediárias não apenas por meio de relações como $P = P(\epsilon)$, mas também no plano P/P_{SB} vs μ_B . Notavelmente, a maioria desses trabalhos sempre assume bandas de incerteza que satisfazem $P/P_{\text{SB}} \leq 1$ (mesmo considerando transições de fase) para alcançar a pQCD em densidades altas, aumentando os valores de P/P_{SB} , mas, mais importante, a partir de valores abaixo da banda pQCD. No entanto, nossos resultados do painel esquerdo da figura 17 para estrelas gêmeas das Categorias I e II indicam que ainda seria possível alcançar a pQCD com um P/P_{SB} decrescente, ou seja, a partir de valores acima com valores máximos de $[P/P_{\text{SB}}]_{\text{max}}$ tão altos quanto 1.4. Assim, essa possibilidade nova e intrigante poderia impor restrições adicionais à EoS de NS em, por exemplo, estudos bayesianos.

5.2.2 GRAUS DE LIBERDADE E O CALOR LATENTE EM ESTRELAS GÊMEAS

Alguns anos atrás, na referência (Fujimoto; Fukushima; McLerran; Praszalowicz, 2022) apontou-se que $\Delta \geq 0$ no interior de estrelas de nêutrons devido ao aumento do número de graus de liberdade efetivos, N_{eff} , ou seja, $\Delta \sim d(P/P_{\text{SB}})/d\mu_B \sim dN_{\text{eff}}/d\mu_B$, sendo, portanto, sempre definida positiva. Nossa perspectiva sobre $\Delta(\mu_B)$ com transições fortes é a seguinte: essas transições descontínuas estão intimamente ligadas ao calor latente, Q^* , por meio de

$$Q^* = \mu_c \Delta n_B = \langle T_\mu^\mu(\mu_B^+ \rightarrow \mu_c) \rangle_Q - \langle T_\mu^\mu(\mu_B^- \rightarrow \mu_c) \rangle_H, \quad (83)$$

onde os símbolos $\mu_B^{+(-)} \rightarrow \mu_c$ significam “aproximação pela direita (esquerda) ao potencial químico bariônico crítico μ_c ” e $\langle \dots \rangle_{Q(H)}$ se refere à média de *ensemble* do setor de quarks (hadrônico). Pode-se inferir da Tabela 3 que esses valores de Q são não negligenciáveis nas quatro categorias de estrelas gêmeas, em particular, nas Categorias I e II, onde $P/P_{\text{SB}} > 1$.

Podemos normalizar Q^* ao dividirmos a Eq. (83) por μ_c^4 , resultando em

$$\frac{Q^*}{\mu_c^4} = \mu_c \left[\left(\frac{dN_{\text{eff}}^Q}{d\mu_B^+} \right) - \left(\frac{dN_{\text{eff}}^H}{d\mu_B^-} \right) \right]_{\mu_B^\pm \rightarrow \mu_c}, \quad (84)$$

Category	Q^*	$\gamma = 1/c_Q^2$	ϵ_0	N	B
I	274.26	1.0	537.34	2.22×10^{-4}	268.67
II	545.80	1.0	808.88	3.12×10^{-4}	404.44
III	178.38	1.0	411.62	1.95×10^{-4}	205.81
IV	157.94	1.0	360.65	1.84×10^{-4}	180.43

Tabela 3 – Lista de parâmetros CSS, incluindo o calor latente da Eq. (83) para um representante de cada categoria de estrelas gêmeas. Eles são necessários para obter μ_B e n_B na parametrização CSS (Alford; Han; Prakash, 2013). Note que $\{Q^*, \epsilon_0 = (1 + \gamma)B, B\}$ estão em MeV fm^{-3} , enquanto N está em $\text{MeV}^{-\gamma} \text{fm}^{-3}$, e γ está em unidades do inverso do quadrado da velocidade da luz, ou seja, adimensional neste trabalho.

onde $N_{\text{eff}}^Q \equiv P_Q/\mu_B^4$ e $N_{\text{eff}}^H \equiv P_H/\mu_B^4$ são os graus de liberdade efetivos em cada fase, seja esta de quarks (Q) ou hadrônica (H). Observe que, como deve satisfazer $Q^* > 0$, então $dN_{\text{eff}}^Q/d\mu_c > dN_{\text{eff}}^H/d\mu_c$, favorecendo não apenas o aumento dos graus de liberdade na fase de quarks, mas também sua velocidade na transição. Como para nós Q^* é apenas um parâmetro livre, estamos assumindo implicitamente um grande $dN_{\text{eff}}^Q/d\mu_c$ para valores elevados de Q^* escolhidos. Isso pode ser visto no painel esquerdo da figura 17 para as Categorias I e II, onde as curvas quase verticais em torno do ponto de transição representam o grande $Q^* \sim dN_{\text{eff}}^Q/d\mu_c \sim d(P/P_{\text{SB}})/d\mu_c$, como mostrado na Tabela 3.

Assim, as transições de primeira ordem modificam abruptamente os graus de liberdade no sistema por meio de um comportamento descontínuo da anomalia do traço, Eq. (83), exigindo um Q^* finito. Isso leva a valores negativos para Δ . De fato, pode-se considerar essa observação delicada e não trivial como uma extensão natural do estudo inicial feito na referência (Fujimoto; Fukushima; McLerran; Praszalowicz, 2022).

Vale mencionar que, recentemente, na referência (Fujimoto; Fukushima; Hotokezaka; Kyutoku, 2024) explorou-se transições de primeira ordem (ligeiramente) fracas em estrelas de nêutrons com $Q \sim 0$, uma vez que, em $\epsilon \sim 700 \text{ MeV fm}^{-3}$, tem-se $N_{\text{eff}}^H \sim N_{\text{eff}}^Q = \text{constante}$. Do ponto de vista deles, isso implica uma saturação dos graus de liberdade, o que proporciona um efeito negligenciável em Δ que não pode ser notado. Esse resultado contrasta com nossas descobertas apresentadas neste capítulo para estrelas gêmeas.

5.2.3 PERFIL RADIAL DA ANOMALIA DO TRAÇO

Além dos nossos resultados apresentados anteriormente, pode-se também ter interesse nos valores alcançados por Δ no núcleo das estrelas gêmeas. Para responder a essa questão, apresentamos na figura 18 os perfis radiais das anomalias do traço das estrelas gêmeas para as mesmas quatro EOSs (uma para cada categoria) da Tabela 2, considerando apenas conversões rápidas. Em particular, optamos por exibir apenas nossos resultados da anomalia do traço normalizada Δ no interior das estrelas gêmeas de massa máxima. Essa configuração é também a última com frequência

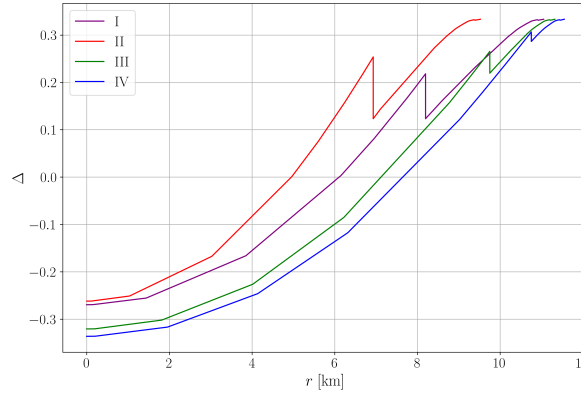


Figura 18 – Perfis radiais da anomalia do traço para estrelas gêmeas de massa máxima para cada uma das configurações e categorias listadas na Tabela 2. Note os picos pronunciados em raios fixos para cada categoria, caracterizando o ponto de transição de fase. Todas as estrelas gêmeas apresentadas aqui possuem $\Delta < 0$ no seus núcleos.

fundamental positiva, ou seja, a última estável. Por fim, verificamos que as anomalias do traço de todas as estrelas gêmeas, tanto para conversões rápidas quanto lentas, apresentam o mesmo comportamento da figura 18 que representa a estrela gêmea maximamente estável de cada categoria.

5.2.4 COMPREENSÕES FÍSICAS PARA A QCD NÃO PERTURBATIVA

Na referência (Annala; Gorda; Hirvonen; Komoltsev; Kurkela; Nättilä; Vuorinen, 2023), foi postulado um novo parâmetro que serve como medida quantitativa de não-perturbativa da conformalidade na matéria que interage fortemente, sendo definido como

$$d_c \equiv \sqrt{\Delta^2 + (\Delta')^2}, \quad (85)$$

onde $\Delta' = d\Delta/d \ln \epsilon$. Eles encontraram que a matéria quase conforme (na ausência de confinamento) aparece quando $d_c < 0,2$.

Na figura 19, apresentamos nossa estimativa para d_c para as quatro categorias de estrelas gêmeas, ao considerarmos conversões rápidas. Ao compararmos com a figura 1 da referência (Annala; Gorda; Hirvonen; Komoltsev; Kurkela; Nättilä; Vuorinen, 2023), podemos extrair diversas novas características. Em primeiro lugar, a transição de fase de primeira ordem, nas estrelas gêmeas tende a aumentar a magnitude de d_c consideravelmente, atingindo valores próximos a unidade devido aos *jumps* nas densidades de energia $\Delta\epsilon$ e bariônica Δn_B . Estes valores altos não aparecem na referência (Annala; Gorda; Hirvonen; Komoltsev; Kurkela; Nättilä; Vuorinen, 2023), onde o valor máximo é aproximadamente 0,6 porque eles assumiram que as transições de fase só poderiam ser suaves, na forma de *crossovers* rápidos. Em segundo lugar, nossos valores computados para d_c decrescem rapidamente após a transição de fase forte, mas, em sua maioria, não atingem $d_c = 0,2$ podendo ser classificados como não

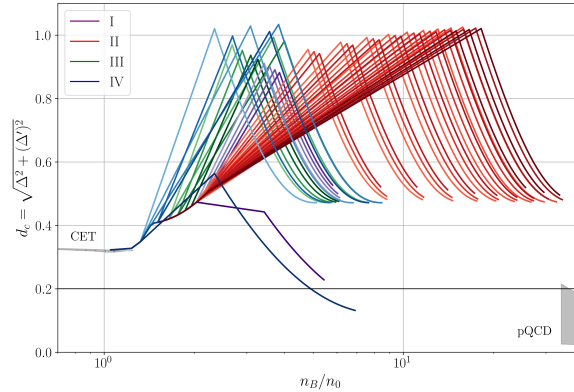


Figura 19 – Medida quantitativa da conformalidade através de $d_c = \sqrt{\Delta^2 + (\Delta')^2}$ (Annala; Gorda; Hirvonen; Komoltsev; Kurkela; Nättilä; Vuorinen, 2023) como função da densidade bariônica normalizada pela densidade de saturação n_B/n_0 . Note que mantivemos o esquema de cores das figuras anteriores. Além disso, inserimos uma linha horizontal em $d_c = 0.2$ onde a matéria se torna conforme. Novamente, as bandas cinzas da CET e da pQCD foram apresentadas.

conformes, com exceção de um caso da categoria IV, onde $c_Q^2 = 0.5$. Por fim, nossos resultados sugerem que a medida da conformalidade só atinge 0,2 por cima, excluindo a possibilidade da existência da matéria conforme à densidades intermediárias, ou seja, que a matéria de quarks ultradensa no interior das estrelas gêmeas não seja conforme.

Ressaltamos que os resultados da figura 19 não são os únicos que discordam daqueles da referência (Annala; Gorda; Hirvonen; Komoltsev; Kurkela; Nättilä; Vuorinen, 2023). Outros trabalhos recentes investigaram de maneira geral, na sua maioria utilizando métodos bayesianos, a medida da conformalidade d_c discordando significativamente com a referência (Annala; Gorda; Hirvonen; Komoltsev; Kurkela; Nättilä; Vuorinen, 2023). Em particular, alguns desses trabalhos [referências (Takatsy; Kovacs; Wolf; Schaffner-bielich, 2023; Albino; Malik; Ferreira; Providência, 2024; Malik; Dexheimer; Providência, 2024; Marquez; Malik; Pais; Menezes; Providência, 2024)] apontam que d_c deve ser interpretado com cuidado. Por exemplo, na referência (Marquez; Malik; Pais; Menezes; Providência, 2024), utilizando o modelo extendido de Nambu-Jona-Lasinio, os autores encontraram que $d_c > 0.2$ com/sem a imposição de que haja a conversão para pQCD em altas densidades. Infelizmente, nenhum destes trabalhos considerou a presença de transições de fase fortes como as exploradas em nosso estudo.

5.2.5 EQUAÇÃO DE ESTADO HADRÔNICA INTERMEDIÁRIA

Até então, nossa modelagem da EOS híbrida consistiu em considerarmos uma EOS hadrônica na forma de uma GPP que concorda com os vínculos de baixas densidades da CET buscando conectar-se a esse vínculo na região superior de pressão

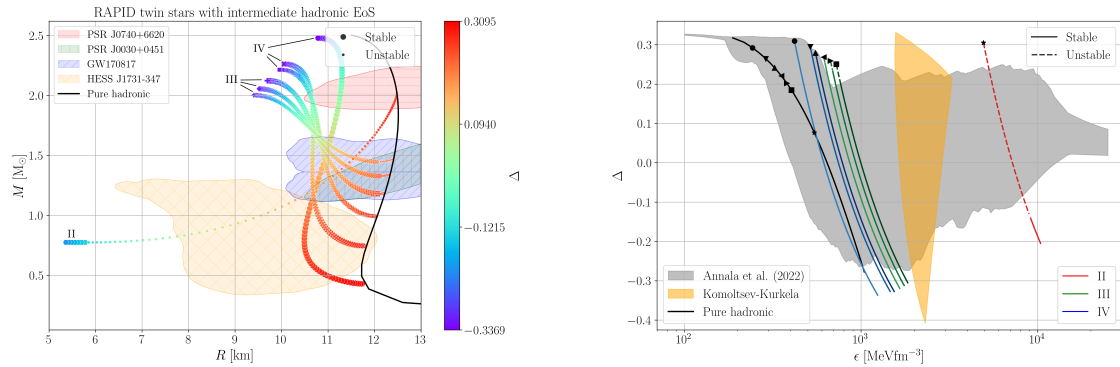


Figura 20 – Legendas e vínculos iguais aos da figura 15 mas agora utilizando a GPP de rigidez intermediária para todas as categorias. Note que poucas configurações atingem o limite de duas massas solares para as categorias III e IV, enquanto apenas uma o faz para a categoria II. Também é importante ressaltarmos que, neste caso, todas EOSs da QM possuem $c_Q^2 = 1$. O comportamento decrescente de Δ se mantém, em geral, de acordo com a banda apresentada em Annala et al. (2022) (Annala; Gorda; Katerini; Kurkela; Nättilä; Paschalidis; Vuorinen, 2022), com exceção da curva correspondente à categoria II, onde as configurações estáveis estão fora desta banda.

a $1,1 n_0$, ou seja, buscamos a GPP mais *stiff* possível. Sabemos que as estrelas gêmeas necessitam de EOSs duras, tanto na parte hadrônica quanto na partônica, para serem fisicamente viáveis e atingirem o limite de duas massas solares. Portanto, nesta seção iremos utilizar uma GPP agnóstica que busca se assemelhar a EOS intermediária de (Hebeler; Lattimer; Pethick; Schwenk, 2013), a fim de observarmos o impacto que isto gera na quantidade de soluções gêmeas fisicamente viáveis e nas suas propriedades astrofísicas. Nossa GPP intermediária é caracterizada pelos seguintes parâmetros:

$$\log_{10}[\rho_0/(\text{g cm}^{-3})] = 13,865, \log_{10} K_1 = -27,22, \Gamma_1 = 2,748, \Gamma_2 = 6,5 \text{ e } \Gamma_3 = 3,25.$$

Descobrimos que estrelas gêmeas na Categoria I não atingem o limite de duas massas solares devido à falta de rigidez na EOS hadrônica agora empregada. Por outro lado, apresentamos na figura 20 nossas previsões para todas as categorias restantes com condições de junção de conversão rápida (onde o critério usual de estabilidade, $\partial M/\partial \epsilon_c \geq 0$, é válido) para a relação $M-R$ (painel esquerdo) e a anomalia do traço normalizada em função da densidade de energia (painel direito), seguindo o mesmo esquema de cores das figuras anteriores. Podemos notar que o comportamento da anomalia do traço é semelhante ao da figura 15, sendo monotonamente decrescente antes e depois da transição, atingindo valores negativos. Em especial, as configurações da única curva da categoria II, apresentam estabilidade somente quando $\Delta < 0$ e fora da região proposta na referência (Annala; Gorda; Katerini; Kurkela; Nättilä; Paschalidis; Vuorinen, 2022)

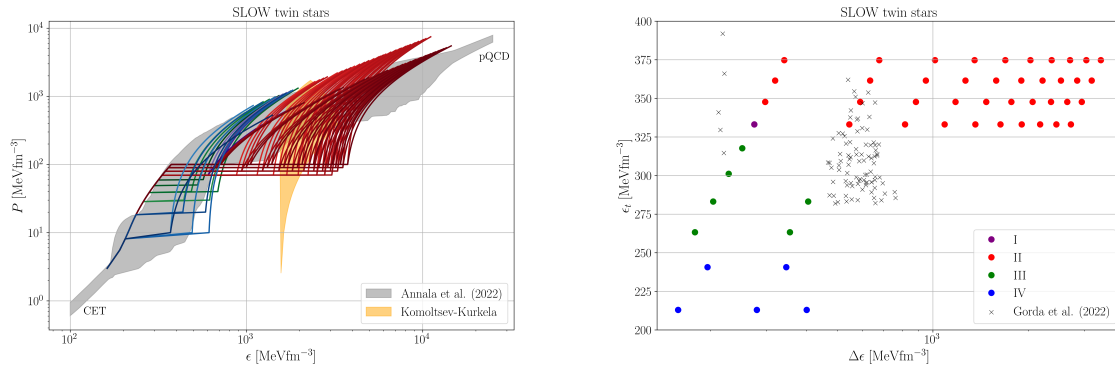


Figura 21 – Mesma legenda da figura 14, mas agora considerando conversões lentas. Vale notar que todas as configurações apresentadas aqui são estáveis.

5.3 CONVERSÕES LENTAS

Apresentaremos, nesta seção, as nossas previsões para o comportamento da anomalia do traço no interior de estrelas gêmeas considerando que a velocidade da conversão de fase é lenta, ou seja, que os elementos de fluido na interface não alteram sua identidade com as oscilações radiais. Desta forma, a matéria no interior da estrela híbrida não é catalisada e não está no menor estado de energia (Pereira; Flores; Lugones, 2018). Por conta disto, as frequências no caso lento são maiores quando comparadas as do caso rápido, o que pôde ser visto no Cap. 4.

Começamos por apresentar, na figura 21, as EOSs para o caso lento (painel esquerdo) e o espaço de parâmetros (painel direito). Vale notar que a modelagem é a mesma do caso rápido tanto para GPP (na sua versão mais *stiff*) quanto para a parametrização CSS. O que este resultado difere da figura 14 é a janela de estabilidade das configurações estelares, ou seja, a última configuração estável ocorre, no caso lento, em densidades de energia maiores em comparação com o caso rápido. Na prática, a diferença mais relevante se dá na categoria II, onde a descontinuidade na densidade de energia é maior e o caso lento acaba proporcionando diversas configurações estáveis mesmo quando $\partial M / \partial \epsilon_c < 0$, abrindo assim um número significativo de possíveis configurações estelares dinamicamente estáveis, de forma similar ao que ocorre na referência (Lugones; Mariani; Ranea-sandoval, 2023). Por estas razões, no caso lento, o comportamento da pressão e demais grandezas termodinâmicas em função do potencial químico bariônico, além das análises sobre conformalidade, são muito parecidas com as do caso rápido e preferimos não apresentá-las aqui a fim de evitar a repetição.

Na figura 22, apresentamos nossas previsões para o perfil massa-raio, nos painéis à esquerda, das categorias I e II além de suas anomalias de traço, nos painéis à direita. Primeiramente, ressaltamos que todas as configurações apresentadas aqui para conversões lentas são estáveis. Notamos que a principal diferença para o caso

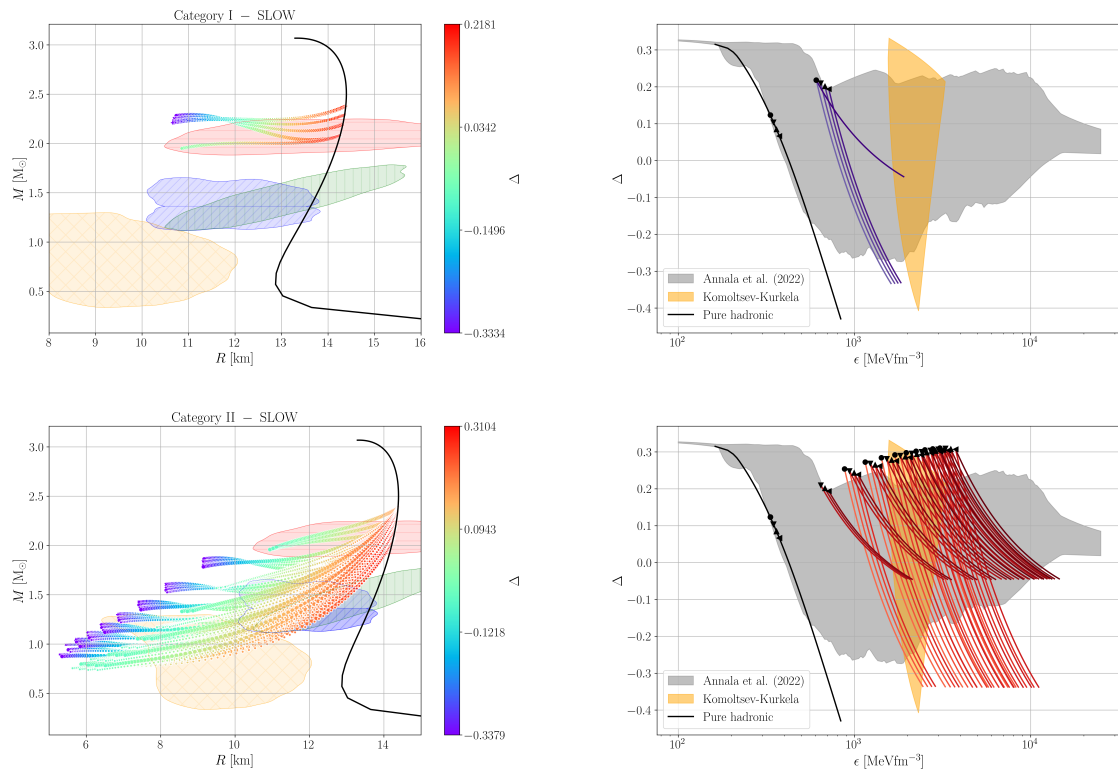


Figura 22 – Mesma legenda e vínculos da figura 15, mas agora para as categorias I e II de estrelas gêmeas considerando conversões lentas. Vale notar que todas as configurações apresentadas aqui são estáveis.

rápido, na categoria I, é que as configurações estelares atingem um raio mínimo menor, justamente por conta de que a densidade central da última configuração estável é maior neste tipo de conversão. Além disso, a única configuração cuja a velocidade do som ao quadrado era 0,5 da categoria I (curva com menor inclinação no painel direito da figura 22) que apresentou $\Delta > 0$ para todas as densidades, agora apresenta $\Delta < 0$. Por outro lado, assim como no caso rápido, as configurações da categoria I não satisfazem o vínculo do HESS J1731-347 e satisfazem apenas marginalmente o GW170817. As configurações da categoria II considerando conversões lentas apresentam janelas de estabilidade muito maiores quando comparadas ao caso rápido e chegam a possuir raios mínimos menores do que 6 km. Algumas dessas configurações satisfazem todos os vínculos astrofísicos atuais de $M-R$, porém, muitas não satisfazem o HESS J1731-347. Além da grande quantidade de configurações que no caso lento são dinamicamente estáveis e não eram no caso rápido, temos que muitas dessas configurações admitem uma velocidade do som ao quadrado de 0,5 e apresentam $\Delta < 0$.

Na figura 23, apresentamos, novamente, o perfil massa-raio (painéis esquerdos) e a anomalia do traço em função da densidade de energia (painéis direitos) para as categorias III e IV, considerando conversões lentas. Para estas duas categorias, as mudanças são pouco significativas, de fato, a principal diferença para o caso rápido é

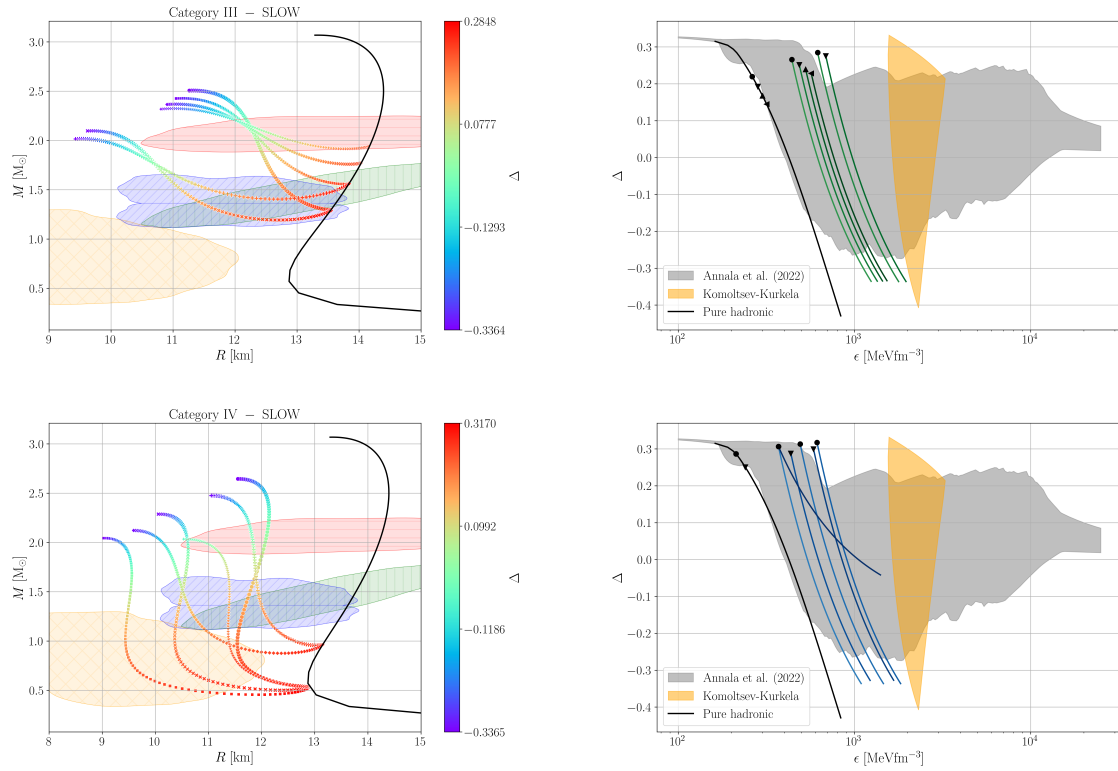


Figura 23 – Mesma legenda e vínculos da figura 15, mas agora para as categorias III e IV de estrelas gêmeas considerando conversões lentas.

que os ramos hadrônico e híbrido se tornam conectados e a janela de estabilidade um pouco maior.

5.4 CONCLUSÃO

Neste capítulo, analisamos o comportamento da anomalia do traço da QCD nas estrelas gêmeas e os impactos causados pela descontinuidade presente na transição de fase de primeira ordem. Constatamos que a anomalia do traço tem um comportamento monotonamente decrescente em ambas as fases isoladas, mas que aumenta o seu valor imediatamente após a transição e que, além disso, a inclinação da curva tende a ser maior para uma velocidade do som ao quadrado maior, mostrando uma correlação muito forte entre as duas grandezas, de acordo com o que foi apresentado na Sec. 3.3. Concluimos, também, que a anomalia do traço é, em geral, negativa no regime de altas densidades no tocante a estrelas gêmeas, com uma única exceção para uma configuração com uma velocidade do som ao quadrado de 0,5 pertencente a categoria I considerando-se conversões rápidas, onde $\Delta > 0$ para todas as densidades. No caso rápido, apresentamos o comportamento da anomalia do traço e da conformalidade em função do potencial químico bariônico e da densidade bariônica, respectivamente. Mostramos o perfil radial da anomalia do traço para a configuração mais massiva de cada uma das quatro categorias de estrelas gêmeas, onde notamos

um padrão no qual esta anomalia é negativa no centro da estrela, mas se torna positiva ainda na fase partônica, sofrendo um decréscimo durante a transição de fase e voltando a aumentar na fase hadrônica até atingir o valor máximo de $1/3$. Observamos que a velocidade de conversão entre as fases trouxe impactos significativos somente para a categoria II, onde as conversões lentas permitiram um número maior de configurações estáveis em comparação com o caso rápido. Porém, estas mudanças não trouxeram impactos significativos nas conclusões gerais sobre a anomalia do traço e o seu comportamento nestes objetos.

Espera-se que, nos próximos anos, seja solucionado o problema do sinal que impede os cálculos da QCD na rede no regime de altas densidades e baixas temperaturas. Desta forma, será possível determinar com maior precisão qual é o comportamento da anomalia do traço neste regime. Por consequência, será possível estabelecer se ocorre uma transição de fase forte no interior das estrelas de nêutrons e, se ocorrer, determinar-se-á o tipo da transição e os estados da matéria presentes. Por outro lado, observações astrofísicas fornecerão dados cada vez mais precisos sobre as características das estrelas de nêutrons, permitindo uma melhor compreensão da EOS e da anomalia do traço nesses objetos.

6 ESTRELAS HÍBRIDAS COM TRANSIÇÕES SEQUENCIAIS

Neste capítulo, abordaremos a estabilidade das estrelas híbridas com transições de fase sequenciais da QCD, considerando que cada uma das transições é de primeira ordem como descrito no Capítulo 3. Desta forma, a estrela será dividida em três partes: uma crosta hadrônica, um núcleo externo de matéria de quarks na fase 2SC e um interno na fase CFL, consequentemente, haverá duas interfaces separando os diferentes estados da matéria (Alford; Sedrakian, 2017). Aqui não será considerada a presença de carga elétrica, ou seja, estaremos tratando apenas de estrelas híbridas eletricamente neutras. Estes resultados estão contidos na referência (Gonçalves; Lazzari, 2022).

6.1 RESULTADOS

Do ponto de vista do critério usual de estabilidade, as transições de fase sequenciais podem gerar dois ramos de estrelas híbridas, desconectados do ramo hadrônico e entre si (Alford; Sedrakian, 2017), configurando as chamadas estrelas trigêmeas. Entretanto, a análise de diferentes velocidades de conversão e, em especial, de diferentes combinações de velocidades de conversão – uma para cada interface – implica em janelas de estabilidade completamente diferentes do critério usual, bastando que apenas uma das conversões seja lenta. Em outras palavras, somente o caso em que a conversão seja mais rápida que as oscilações em ambas as interfaces nos leva a um resultado equivalente àquele obtido através do critério usual de estabilidade.

A modelagem da EOS segue as referências (Alford; Sedrakian, 2017; Han; Steiner, 2019; Rodriguez; Ranea-sandoval; Mariani; Orsaria; Malfatti; Guilera, 2021), com a principal diferença sendo a escolha dos parâmetros livres. Neste trabalho, optamos como parâmetros livres as pressões de transição P_{ti} (sendo $i = 1, 2$), as descontinuidades na densidade de energia $\Delta\epsilon_i$ e as velocidades do som ao quadrado das fases de quarks c_{2SC}^2 e c_{CFL}^2 . Os resultados obtidos na referência (Alford; Han; Prakash, 2013; Alford; Sedrakian, 2017) indicam que P_{t1} determina a massa máxima do ramo hadrônico, enquanto P_{t2} determina a massa máxima do primeiro ramo híbrido.

EOS	P_{t1}	$\Delta\epsilon_1$	c_{2SC}^2	P_{t2}	$\Delta\epsilon_2$	c_{CFL}^2
I	10	100	0,33	80	20	0,5
II	20	110		90	25	
III	25	80		500	600	
IV	40	130		180	700	
V	50	110		150	800	
VI	60	130	0,2	100	500	0,33
VII		300		280	250	
VIII		800		600	400	

Tabela 4 – Informações acerca das EOSs híbridas. As pressões de transição e descontinuidades na densidade de energia estão em MeV fm^{-3} .

A descontinuidade na densidade de energia define a massa máxima das respectivas configurações híbridas. Daqui em diante, assumiremos que a primeira (segunda) transição de fase corresponde à transição nuclear-2SC (2SC-CFL). Como se espera que a fase CFL seja caracterizada por uma EOS mais rígida do que a fase 2SC (Alford; Sedrakian, 2017), também supomos que $c_{CFL}^2 > c_{2SC}^2$. Então, a causalidade requer $c_{CFL}^2 < 1$. Para estimar o impacto da velocidade do som em nossa análise, escolhemos dois conjuntos conservadores de valores. O primeiro baseia-se em modelos fenomenológicos, onde o quadrado da velocidade do som na EOS da matéria de quarks tende ao limite conforme $(1/3)$. Para isso, fixamos $c_{2SC}^2 = 0,2$ e $c_{CFL}^2 = 0,33$. Para o segundo conjunto, exploramos a possibilidade de que a matéria de quarks seja mais rígida do que sugerido pelos modelos atuais, e assumimos que $c_{2SC}^2 = 0,33$ e $c_{CFL}^2 = 0,5$. Os demais parâmetros foram avaliados nos seguintes intervalos (todos em MeV fm^{-3}):

$$10 \leq P_{t1} \leq 60, \quad 80 \leq P_{t2} \leq 600, \quad 80 \leq \Delta\epsilon_1 \leq 800, \quad 20 \leq \Delta\epsilon_2 \leq 800.$$

Dessa forma, calculamos mais de 4000 EOSs, mantendo apenas aquelas que produzem configurações estelares que ultrapassam o limite de duas massas solares. De todas as EOSs válidas, selecionamos oito representativas que estão dispostas no painel esquerdo da figura 24, com os parâmetros associados fornecidos na Tab. 4. Os diferentes modelos são caracterizados por valores distintos das pressões de transição. No painel direito da figura 24, apresentamos a massa gravitacional como função da pressão central, onde é possível analisar as regiões que satisfazem o critério usual de estabilidade $\partial M / \partial p_c > 0$. Em particular, os modelos I, II e III correspondem a uma primeira pressão de transição pequena ($\leq 25 \text{ MeV fm}^{-3}$). Ao contrário dos dois primeiros, o modelo III apresenta um valor alto de P_{t2} e $\Delta\epsilon_2$. Em contraste, do modelo IV ao VIII, a primeira pressão de transição é alta. Conforme mostrado no painel direito da figura 24, para os modelos VI, VII e VIII, o ramo hadrônico já atinge o limite de duas massas solares, o que permite que a matéria de quarks seja caracterizada por valores menores da velocidade do som.

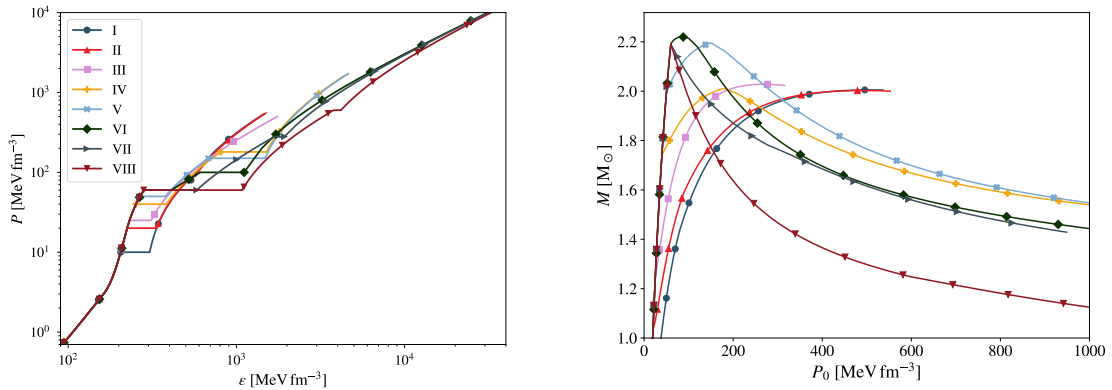


Figura 24 – *Painel esquerdo*: Oito EOSs híbridas com transições sequenciais representativas, cujas propriedades estão listadas na Tab. 4. *Painel direito*: Massa em função da pressão central para cada uma das EOSs.

Passamos a apresentar as nossas previsões acerca da estabilidade das estrelas híbridas. Neste contexto, também apresentaremos as configurações que podem ser analisadas por meio do critério usual de estabilidade, o qual considera que ambas as conversões são rápidas e serão denotadas por rápida-rápida (rr) daqui em diante. Conversões lentas podem ocorrer em uma ou ambas as transições de fase. Quando uma conversão lenta está presente em apenas uma das transições de fase dentro da estrela, consideraremos as combinações lenta-rápida (sr) e rápida-lenta (rs), que denotam a velocidade de conversão da transição da matéria nuclear para a matéria de quarks e da transição de 2SC para CFL, respectivamente. Nesse sentido, consideraremos uma sequência de transições da superfície para o núcleo da estrela. Finalmente, investigaremos também o caso em que ambas as transições de fase são lentas, e as previsões serão denotadas por lenta-lenta (ss). Como apontado nos capítulos anteriores, no cenário lento, a estabilidade dinâmica não coincide com a condição clássica $\partial M / \partial p_c > 0$, ao contrário das rápidas. Considerando transições lentas, as configurações que são estáveis mas apresentam uma derivada negativa da massa serão chamadas de lentamente estáveis. Se forem tanto rapidamente quanto lentamente estáveis, serão denominadas totalmente estáveis.

Começamos por investigar a autofrequência fundamental de estrelas híbridas para alguns modelos considerando diferentes combinações de velocidades de transição. Na figura 25, apresentamos a autofrequência fundamental em função da pressão central para as EOS selecionadas. Os *labels* ‘r’ e ‘s’ representam transições rápidas e lentas, respectivamente. Os resultados para as EOS I e II apresentam uma clara similaridade, já que em ambos os casos a primeira transição é baixa, e a diferença entre P_{t2} e P_{t1} não é muito grande. Observa-se que ambos os modelos apresentam muitas configurações que são totalmente estáveis. No entanto, quando uma das velocidades de conversão é lenta, temos configurações além da massa máxima que são

lentamente estáveis. Isso ocorre porque as perturbações lagrangianas são alteradas e levam a frequências mais altas no cenário lento, o que acaba empurrando a última configuração estável para pressões centrais maiores, mesmo se uma das conversões for rápida. Para o modelo III, constatamos que as configurações estáveis não atingem pressões centrais suficientemente altas para a ocorrência da segunda transição de fase, mesmo no caso 'ss'. Para os modelos IV e V, a diferença entre as pressões de transição não é muito grande, no entanto, $\Delta\epsilon_2$ é consideravelmente grande. Consequentemente, o segundo ramo híbrido tem uma derivada de massa negativa, como pode ser observado no painel direito da figura 24. Isso implica que apenas o primeiro ramo híbrido é totalmente estável. No entanto, se a segunda transição de fase tiver uma conversão lenta, muitas configurações lentamente estáveis ocorrem além da massa máxima. Esses modelos sugerem que, se a segunda transição de fase for lenta, muitas configurações com pressões centrais (densidades) muito altas são lentamente estáveis.

As previsões para o perfil massa-raio de uma estrela híbrida com duas transições de fase sequenciais são apresentadas na figura 26 considerando diferentes combinações para a velocidade de conversão das transições. As linhas sólidas indicam configurações estáveis, ou seja, configurações que possuem uma frequência fundamental real, conforme apresentado na figura 25. Inicialmente, vamos considerar o caso rápido-rápido apresentado no painel superior esquerdo da figura 26. Como esperado, nesse caso, as configurações que são estáveis rapidamente satisfazem $\partial M/\partial p_c > 0$ e são chamadas de totalmente estáveis. Todos os modelos até o modelo VI apresentam tais configurações. Como pode ser claramente observado, o aumento de P_{t1} leva a regiões de estabilidade menores no cenário rápido-rápido.

No painel superior direito, apresentamos nossas previsões considerando que a transição da matéria nuclear para a matéria de quarks é rápida, mas a transição da fase 2SC para CFL é lenta. Este resultado é muito semelhante ao caso anterior, onde ambas as transições de fase foram rápidas. A principal diferença é que um segundo ramo híbrido aparece nos modelos IV e V. Como a segunda transição de fase é lenta, este novo ramo híbrido apresenta $\partial M/\partial p_c > 0$ e é lentamente-estável.

Considerando que a transição de fase da matéria hadrônica para 2SC é lenta, mas a transição da fase 2SC para a CFL é rápida, obtemos os resultados apresentados no painel inferior esquerdo. Neste caso, todos os modelos apresentam configurações estáveis, mesmo aqueles que não apareceram antes (modelos VII e VIII). Ao mesmo tempo, o segundo ramo híbrido dos modelos IV e V já não é estável, uma vez que a segunda transição agora é rápida.

Finalmente, no painel inferior direito, assumimos que ambas as transições são lentas. Neste caso, muitas regiões onde $\partial M/\partial p_c > 0$ são lentamente estáveis. De fato, todas as configurações híbridas para as EOSs VII e VIII têm uma derivada de massa

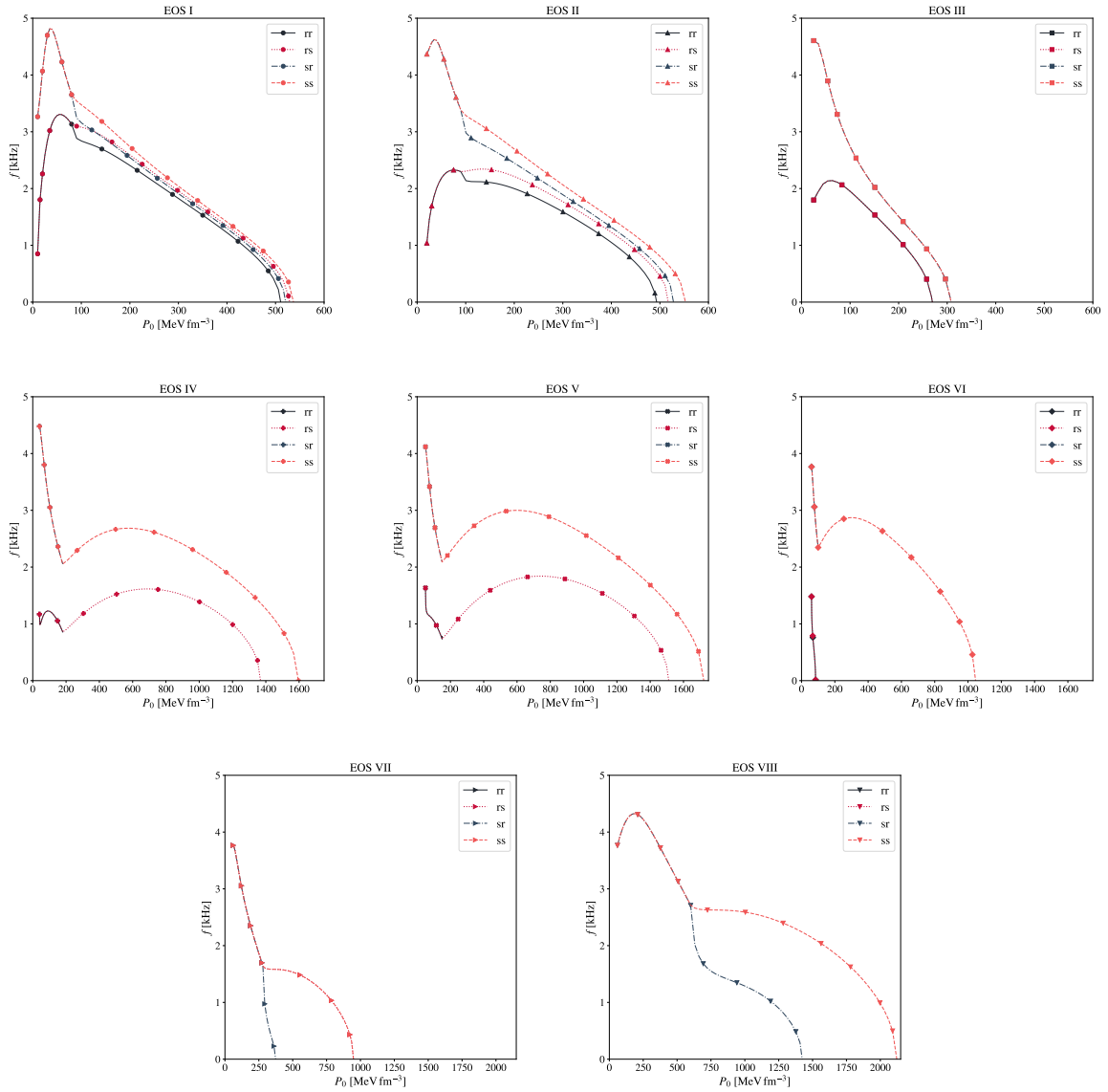


Figura 25 – Frequências lineares fundamentais em função da pressão central para todas as EOSs representativas e diferentes combinações de velocidades de conversão.

negativa, mas são lentamente estáveis em ambas as transições de fase. Em particular, as configurações que satisfazem todas as restrições atuais de massa e raio estão presentes. Além disso, as configurações obtidas das EOSs V, VI e VII são totalmente estáveis até a segunda transição de fase e se tornam apenas lentamente estáveis após a massa máxima. Como foi apresentado na referência (Lugones; Mariani; Ranea-sandoval, 2023), o cenário lento abre o espaço de parâmetros para a matéria de quarks, e muitas configurações anteriormente consideradas instáveis são agora possíveis. Como mostramos, isso também ocorre quando duas transições de fase estão presentes dentro da estrela.

Nota-se que estrelas onde os dois ramos híbridos são desconectados entre si e do ramo hadrônico (pelo critério usual de estabilidade), que são chamadas de estrelas

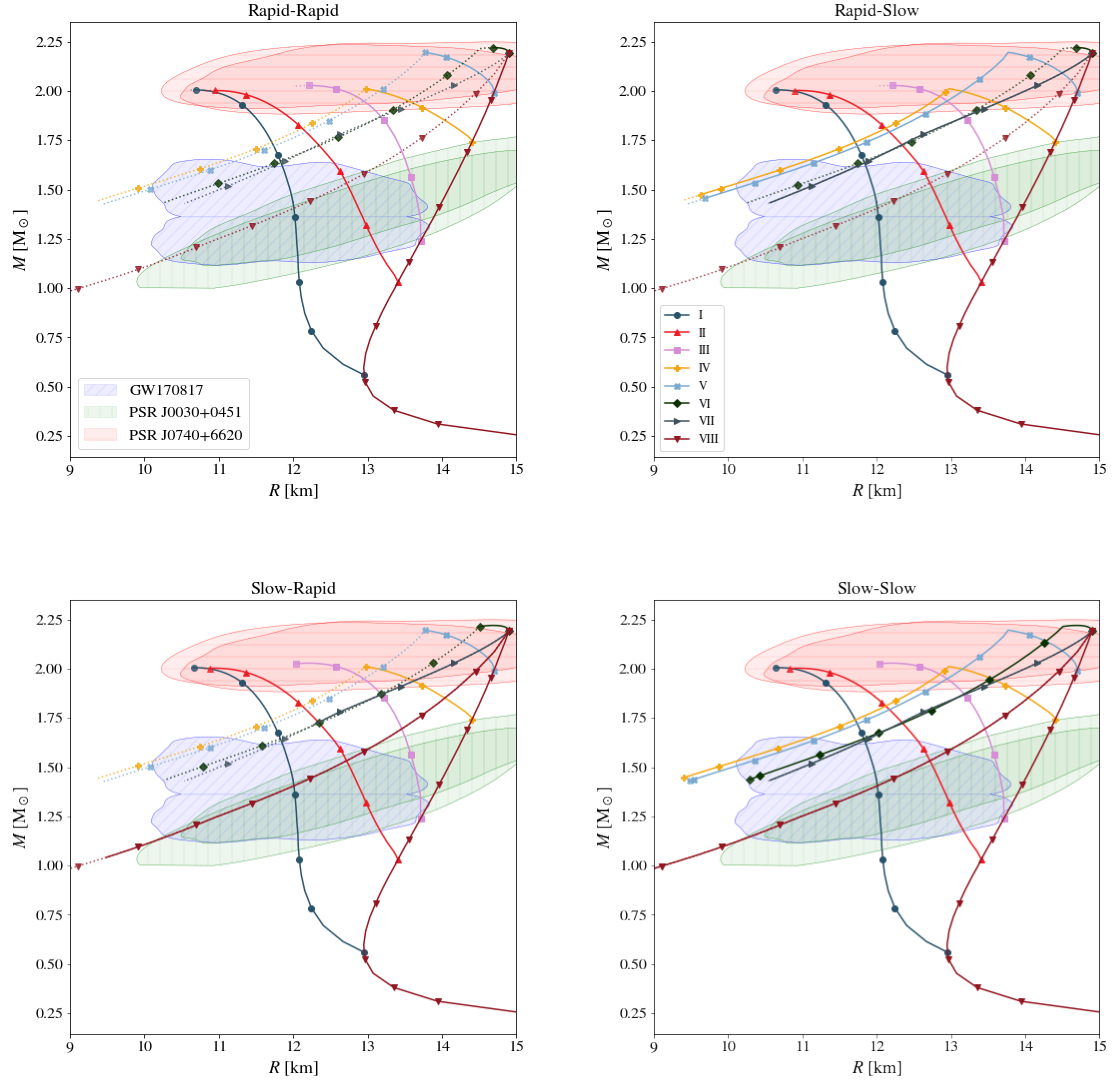


Figura 26 – Perfil massa-raio das estrelas híbridas com transições sequenciais e respectivas janelas de estabilidade, considerando diferentes velocidades de conversão. As linhas pontilhadas representam as configurações $\omega_0^2 < 0$ na análise da respectiva velocidade de conversão.

trigêmeas (Alford; Sedrakian, 2017), não surgem aqui. Isto se deve ao fato de que a ocorrência destes objetos está associada a velocidades do som extremamente altas (próximas da unidade) que não foram levadas em consideração neste trabalho.

6.2 CONCLUSÃO

Neste capítulo, apresentamos as principais implicações das transições de fase de primeira ordem sequenciais da QCD na estabilidade dinâmica das estrelas híbridas. Mostramos que, para valores baixos da pressão da primeira transição de fase (de matéria nuclear para matéria de quarks 2SC), existem muitos modelos absolutamente estáveis que satisfazem as atuais restrições de massa e raio. Nesse caso, a transição de fase de 2SC para CFL só provoca grandes mudanças nas propriedades da estrela

se o salto na densidade de energia for suficientemente alto. Para valores pequenos de $\Delta\epsilon_2$, as configurações híbridas com uma ou duas transições de fase são muito semelhantes e praticamente indistinguíveis na relação massa-raio. No entanto, uma análise dos modos- f das estrelas híbridas pode fornecer evidências substanciais para transições de fase sequenciais, algo que pode ser comprovado em experimentos futuros. Nesse sentido, dados astrofísicos futuros podem fornecer informações úteis sobre as taxas de conversão características de matéria hadrônica para matéria de quarks e entre suas diferentes fases. Por outro lado, se a pressão de transição da matéria nuclear para a de quarks for alta, os únicos sistemas que podem existir na natureza são os lentamente estáveis.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo, abordamos os conceitos fundamentais necessários para a análise da estrutura e estabilidade dinâmica de estrelas compactas com e sem carga elétrica, dentro do âmbito da teoria da Relatividade Geral. Focamos na compreensão da descrição de uma estrela de nêutrons, considerando também as propriedades observacionais cruciais dos pulsares, como massa e raio, que vem acumulando novos resultados nos últimos anos em missões como o NICER, por exemplo. Essas propriedades impõem limites importantes na equação de estado que modela a matéria dentro desses objetos celestes. Em especial, consideramos como válidas apenas as equações de estado que permitem famílias de estrelas cuja massa máxima ultrapassa o valor de duas massas solares. Destacamos que as estrelas de nêutrons representam um conjunto diverso de objetos teóricos usados para descrever os pulsares, e assim, exploramos suas diversas faces. Além disso, examinamos as equações relativísticas que definem as características de uma estrela de nêutrons que possui carga elétrica líquida e que pode ser facilmente simplificada para o caso neutro.

Dentro das várias descrições possíveis das estrelas de nêutrons, focamos no estudo das estrelas híbridas, i.e. estrelas que possuem um núcleo formado pela matéria estranha de quarks envolto por uma camada hadrônica que se estende até a superfície da estrela. Em especial, assumimos que a transição de fase presente nestes objetos é de primeira ordem e caracterizada pela construção de Maxwell. Desta forma, a análise da estabilidade destes corpos celestes deve ser feita através do formalismo das oscilações radiais, sobretudo, levando-se em conta as condições de contorno extras que surgem na interface que separa os estados da matéria. Tais condições são consequência direta da falta de informações acerca da velocidade de conversão entre as fases.

Sendo assim, assume-se que esta conversão é instantânea, ou seja, muito mais rápida que o tempo de oscilação, ou ainda, que a conversão é muito mais lenta do que a oscilação, o que não altera a natureza dos elementos de fluido na interface. No primeiro caso, chamado de caso rápido, temos que a matéria está em equilíbrio químico em todos os instantes, implicando que, para estrelas híbridas neutras, o critério usual

de estabilidade permanece válido. Isto não ocorre quando as conversões são lentas, o que amplia significativamente a janela de estabilidade destes objetos.

Uma classe especial de estrelas híbridas, cuja equação de estado é formulada pela construção de Maxwell, são as chamadas estrelas gêmeas, definidas como estrelas de mesma massa, porém, com raios distintos. Esta classe surge quando o critério de Seidov é satisfeito, para valores altos da descontinuidade na densidade de energia. No tocante a este tipo de estrela, avaliamos a estrutura e estabilidade destes objetos nos casos neutro e carregado. Mostramos que a carga elétrica gera grande impacto na sua estrutura, e que elas não podem ser diretamente excluídas por observações de pulsares com massas superiores a 2,5 massas solares (Gonçalves; Jiménez; Lazzari, 2022a). Além disso, provamos que o critério usual de estabilidade é insuficiente na determinação da estabilidade destes objetos, até mesmo para conversões rápidas, visto que a carga elétrica tende a diminuir a magnitude das suas frequências fundamentais e as suas janelas de estabilidade (Gonçalves; Jiménez; Lazzari, 2022b). Para o caso das conversões lentas, os ramos hadrônico e híbrido se conectam, permitindo a existência de estrelas trigêmeas para uma única transição de fase. Neste cenário, as frequências são consideravelmente maiores quando comparadas ao caso de conversões rápidas, o que aumenta significativamente a janela de estabilidade.

Ainda no tocante a estrelas gêmeas, mas agora na ausência de carga elétrica, analisamos o comportamento da anomalia do traço nestes objetos neutros com elevada descontinuidade na densidade de energia (Jiménez; Lazzari; Gonçalves, 2024). Esta descontinuidade impacta diretamente na anomalia do traço, tendendo a aumentá-la no centro da estrela para as configurações híbridas cuja pressão central está próxima à pressão de transição. Porém, observamos que a anomalia do traço mantém um comportamento monotonamente decrescente nas fases isoladas e que – com exceção de uma única configuração da categoria I no caso de conversões de fase rápidas – se torna negativa no regime de densidades elevadas. De fato, ao considerarmos conversões lentas, todas as configurações ultradensas apresentaram uma anomalia negativa. Mostramos ainda que a anomalia do traço é negativa no centro das configurações estelares mais massivas de cada categoria e que decresce ao chegarmos na fase hadrônica, voltando a crescer até atingir o valor máximo de $1/3$. Também apresentamos, no caso rápido, o comportamento da anomalia do traço e da conformalidade em função do potencial químico bariônico e da densidade bariônica, respectivamente, além de modelarmos as estrelas gêmeas com uma equação de estado hadrônica mais *soft* a fim de avaliarmos este impacto na anomalia do traço.

No cenário de estrelas híbridas neutras com transições de fase sequenciais, exploramos os resultados contidos na referência (Gonçalves; Lazzari, 2022), onde avalia-se a possibilidade de duas fases de matéria de quarks distintas estarem presentes nestas estrelas. Neste caso, a estrela possui duas interfaces onde as conversões entres

as fases podem ocorrer a diferentes velocidades na presença de oscilações, impactando diretamente na estabilidade destes objetos. Mostramos, como era esperado, que o caso onde as conversões são mais rápidas que as oscilações nas duas interfaces, coincide com a janela de estabilidade fornecida pelo critério usual. Entretanto, os demais casos, onde conversões lentas estão presentes, trouxeram resultados não triviais. Em especial, quando ambas as conversões eram lentas, a janela de estabilidade foi ampliada drasticamente, permitindo a existência de diversas configurações que satisfazem os principais vínculos astrofísicos (no que diz respeito ao perfil massa-raio) para parâmetros conservadores na descrição da matéria de quarks, i.e. como a velocidade do som no limite conforme.

Gostaríamos de ressaltar que a existência de estrelas híbridas é um tema em aberto, visto que outras possibilidades são capazes de descrever os dados astrofísicos atuais. Assumindo a sua existência, sua própria modelagem é incerta, já que a transição de fase da QCD no regime de altas densidades ainda precisa de desenvolvimentos consideráveis. Desta forma, as possibilidades de que esta transição seja de primeira ordem ou na forma de um crossover, permanecem abertas. Dentro das transições de primeira ordem, discute-se ainda se a conservação da carga elétrica se dá local ou globalmente, dependendo da tensão superficial da interface que separa os estados da matéria. Neste cenário desafiador, esperamos ter contribuído para o desenvolvimento do estudo acerca da estabilidade das estrelas híbridas e, particularmente, das estrelas gêmeas, onde analisamos outro tema hipotético: a presença de carga elétrica.

Por fim, esperamos que, num futuro próximo, as observações astrofísicas sejam capazes de delimitar ainda mais as propriedades das estrelas de nêutrons, como sua massa, raio e deformabilidade de maré que, por suas vezes, gerarão vínculos mais restritos à EOS e ao verdadeiro estado fundamental da matéria que interage fortemente. Também, muitos experimentos, tanto em ambientes terrestres quanto no espaço, estão previstos para a próxima década. Além disso, se o problema de sinal da QCD na rede em altas densidades for solucionado, teremos um grande avanço no conhecimento do estado da matéria que compõe esses objetos, podendo limitar ainda mais a EOS e a anomalia do traço. Isso torna o período atual um momento excelente para o estudo da astrofísica de objetos compactos.

REFERÊNCIAS

ABBOTT, B. P. et al. Gravitational waves and gamma-rays from a binary neutron star merger: GW170817 and GRB 170817A. **The Astrophysical Journal Letters**, Bristol, v. 848, n. 2, p. L13, 2017.

ABBOTT, B. P. et al. GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral. **Physical Review Letters**, New York, v. 119, p. 161101, out. 2017.

ABBOTT, B. P. et al. GW170817: Measurements of neutron star radii and equation of state. **Physical Review Letters**, New York, v. 121, n. 16, p. 161101, 2018.

ABBOTT, R.; DETMOLD, W.; ROMERO-LÓPEZ, F.; DAVOUDI, Z.; ILLA, M.; PARRERO, A.; PERRY, R. J.; SHANAHAN, P. E.; WAGMAN, M. L. Lattice quantum chromodynamics at large isospin density. **Physical Review D**, New York, v. 108, n. 11, p. 114506, 2023.

ABBOTT, R. et al. GW190814: Gravitational Waves from the Coalescence of a 23 Solar Mass Black Hole with a 2.6 Solar Mass Compact Object. **The Astrophysical Journal Letters**, Bristol, v. 896, n. 2, p. L44, 2020.

ALBINO, M.; MALIK, T.; FERREIRA, M.; PROVIDÊNCIA, C. Hybrid star properties with the NJL and mean field approximation of QCD models: A Bayesian approach. **Physical Review D**, New York, v. 110, n. 8, p. 083037, 2024.

ALBRIGHT, M.; KAPUSTA, J. I. Quasiparticle Theory of Transport Coefficients for Hadronic Matter at Finite Temperature and Baryon Density. **Physical Review C**, New York, v. 93, n. 1, p. 014903, 2016.

ALFORD, M.; BRABY, M.; PARIS, M. W.; REDDY, S. Hybrid stars that masquerade as neutron stars. **The Astrophysical Journal**, Bristol, v. 629, p. 969–978, 2005.

ALFORD, M. G.; HAN, S.; PRAKASH, M. Generic conditions for stable hybrid stars. **Physical Review D**, New York, v. 88, n. 8, p. 083013, 2013.

ALFORD, M. G.; HAN, S.; SCHWENZER, K. Signatures for quark matter from multi-messenger observations. **Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics**, Bristol, v. 46, n. 11, p. 114001, oct 2019.

ALFORD, M. G.; SCHMITT, A.; RAJAGOPAL, K.; SCHÄFER, T. Color superconductivity in dense quark matter. **Reviews of Modern Physics**, New York, v. 80, p. 1455–1515, 2008.

ALFORD, M. G.; SEDRAKIAN, A. Compact stars with sequential QCD phase transitions. **Physical Review Letters**, New York, v. 119, n. 16, p. 161104, 2017.

ALVAREZ-CASTILLO, D. E.; BLASCHKE, D. B.; GRUNFELD, A. G.; PAGURA, V. P. Third family of compact stars within a nonlocal chiral quark model equation of state. **Physical Review D**, New York, v. 99, n. 6, p. 063010, 2019.

ANNALA, E.; GORDA, T.; HIRVONEN, J.; KOMOLTSEV, O.; KURKELA, A.; NÄTTILÄ, J.; VUORINEN, A. Strongly interacting matter exhibits deconfined behavior in massive neutron stars. **Nature Communications**, London, v. 14, n. 1, p. 8451, 2023.

ANNALA, E.; GORDA, T.; KATERINI, E.; KURKELA, A.; NÄTTILÄ, J.; PASCHALIDIS, V.; VUORINEN, A. Multimessenger Constraints for Ultradense Matter. **Physical Review X**, New York, v. 12, n. 1, p. 011058, 2022.

ANNALA, E.; GORDA, T.; KURKELA, A.; NÄTTILÄ, J.; VUORINEN, A. Evidence for quark-matter cores in massive neutron stars. **Nature Physics**, [S.I.], v. 16, n. 9, p. 907–910, 2020.

ARBAÑIL, J. D.; MALHEIRO, M. Equilibrium and stability of charged strange quark stars. **Physical Review D**, New York, v. 92, n. 8, p. 084009, 2015.

BAADE, W.; ZWICKY, F. Remarks on super-novae and cosmic rays. **Physical Review**, New York, v. 46, n. 1, p. 76, 1934.

BAADE, W.; ZWICKY, F. On super-novae. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, Washington, DC, v. 20, n. 5, p. 254–259, 1934.

BALI, G. S.; BRUCKMANN, F.; ENDRODI, G.; FODOR, Z.; KATZ, S. D.; KRIEG, S.; SCHAFER, A.; SZABO, K. K. The QCD phase diagram for external magnetic fields. **Journal of High Energy Physics**, Trieste, v. 02, p. 044, 2012.

BALLY, J.; HARRISON, E. The electrically polarized universe. **The Astrophysical Journal**, Bristol, v. 220, p. 743, 1978.

BARDEEN, J. M.; THORNE, K. S.; MELTZER, D. W. A catalogue of methods for studying the normal modes of radial pulsation of general-relativistic stellar models. **Astrophysical Journal**, vol. 145, p. 505, Bristol, v. 145, p. 505, 1966.

BAUSWEIN, A.; BASTIAN, N.-U. F.; BLASCHKE, D. B.; CHATZIOANNOU, K.; CLARK, J. A.; FISCHER, T.; OERTEL, M. Identifying a first-order phase transition in neutron-star mergers through gravitational waves. **Physical review letters**, New York, v. 122, n. 6, p. 061102, 2019.

BAYM, G. et al. From hadrons to quarks in neutron stars: a review. **Reports on Progress in Physics**, Bristol, v. 81, n. 5, p. 056902, 2018.

BAYM, G. et al. New neutron star equation of state with quark–hadron crossover. **The Astrophysical Journal**, Bristol, v. 885, n. 1, p. 42, 2019.

BAZAVOV, A. et al. Equation of state and QCD transition at finite temperature. **Physical Review D**, New York, v. 80, p. 014504, 2009.

BEDAQUE, P.; STEINER, A. W. Sound velocity bound and neutron stars. **Physical Review Letters**, New York, v. 114, n. 3, p. 031103, 2015.

BEKENSTEIN, J. D. Hydrostatic equilibrium and gravitational collapse of relativistic charged fluid balls. **Physical Review D**, New York, v. 4, n. 8, p. 2185, 1971.

BELL, S.; COLE, T.; HEWISH, A.; PILKINGTON, J. Observations of some further pulsed radio sources (Pulsars discovery, discussing white dwarf or neutron star vibrational mode energy source relationship to conversion efficiency). **Nature**, [S.I.], v. 218, p. 126–129, 1968.

BETHE, H. A.; CRITCHFIELD, C. L. The formation of deuterons by proton combination. **Physical Review**, New York, v. 54, n. 4, p. 248, 1938.

BLASZKIEWICZ, L. et al. Prospects for Scrutiny of Pulsars with Polish Part of LOFAR. **Acta Geophysica**, Warsaw, v. 64, 2016.

BODMER, A. Collapsed nuclei. **Physical Review D**, New York, v. 4, n. 6, p. 1601–1606, mar. 1971.

BONNOR, W. The equilibrium of a charged sphere. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, London, v. 129, n. 6, p. 443–446, 1965.

BORSANYI, S.; FODOR, Z.; HOELBLING, C.; KATZ, S. D.; KRIEG, S.; SZABO, K. K. Full result for the QCD equation of state with 2+1 flavors. **Physics Letters B**, Amsterdam, v. 730, p. 99–104, 2014.

BRANDES, L.; WEISE, W.; KAISER, N. Inference of the sound speed and related properties of neutron stars. **Physical Review D**, New York, v. 107, n. 1, p. 014011, 2023.

BRANDT, B. B.; CUTERI, F.; ENDRODI, G. Equation of state and speed of sound of isospin-asymmetric QCD on the lattice. **Journal of High Energy Physics**, Trieste, v. 07, p. 055, 2023.

BRANDT, B. B.; CUTERI, F.; ENDRODI, G.; MARKO, G.; SANDBOTE, L.; VALOIS, A. D. M. Thermal QCD in a non-uniform magnetic background. **Journal of High Energy Physics**, Trieste, v. 11, p. 229, 2023.

BRILLANTE, A.; MISHUSTIN, I. N. Radial oscillations of neutral and charged hybrid stars. **Europhysics Letters**, Mulhouse, v. 105, n. 3, p. 39001, 2014.

CAI, B.-J.; LI, B.-A. Unraveling Trace Anomaly of Supradense Matter via Neutron Star Compactness Scaling. , [S.I.], 6 2024.

CAI, B.-J.; LI, B.-A.; ZHANG, Z. Central speed of sound, the trace anomaly, and observables of neutron stars from a perturbative analysis of scaled Tolman-Oppenheimer-Volkoff equations. **Physical Review D**, New York, v. 108, n. 10, p. 103041, 2023.

CAMENZIND, M. **Compact objects in astrophysics**. Berlin: Springer, 2007.

CAMERON, A. Pycnonuclear Reactions and Nova Explosions. **The Astrophysical Journal**, Bristol, v. 130, p. 916, 1959.

CANFORA, F. E.; DUDAL, D.; JUSTO, I. F.; PAIS, P.; ROSA, L.; VERCAUTEREN, D. Effect of the Gribov horizon on the Polyakov loop and vice versa. **The European Physical Journal C**, [S.I.], v. 75, n. 7, p. 326, 2015.

CARROLL, B. W.; OSTLIE, D. A. **An introduction to modern astrophysics**. 2.ed. San Francisco: Pearson Addison Wesley, 2007.

CHADWICK, J. Possible existence of a neutron. **Nature**, [S.I.], v. 129, n. 3252, p. 312–312, 1932.

CHANDRASEKHAR, S. The maximum mass of ideal white dwarfs. **The Astrophysical Journal**, Bristol, v. 74, n. 2, p. 115–116, jun. 1931.

CHANDRASEKHAR, S. Dynamical Instability of Gaseous Masses Approaching the Schwarzschild Limit in General Relativity. **Physical Review Letters**, New York, v. 12, p. 114–116, Jan 1964.

CHENG, T.-P. **Relativity, gravitation and cosmology**. New York: Oxford University Press, 2005.

CHERMAN, A.; COHEN, T. D.; NELLORE, A. A Bound on the speed of sound from holography. **Physical Review D**, New York, v. 80, p. 066003, 2009.

CHERMAN, A.; JACOBSON, T.; SEN, S.; YAFFE, L. G. Higgs-confinement phase transitions with fundamental representation matter. **Physical Review D**, New York, v. 102, n. 10, p. 105021, 2020.

CHERMAN, A.; SEN, S.; YAFFE, L. G. Anyonic particle-vortex statistics and the nature of dense quark matter. **Physical Review D**, New York, v. 100, n. 3, p. 034015, 2019.

CHEUK-YIN, W. **Introduction to high-energy heavy-ion collisions**. New Jersey: World Scientific, 1994.

CHRISTIAN, J.-E.; SCHAFFNER-BIELICH, J. Supermassive Neutron Stars Rule Out Twin Stars. **Physical Review D**, New York, v. 103, n. 6, p. 063042, 2021.

CHRISTIAN, J.-E.; SCHAFFNER-BIELICH, J. Confirming the Existence of Twin Stars in a NICER Way. **The Astrophysical Journal**, Bristol, v. 935, n. 2, p. 122, 2022.

CHRISTIAN, J.-E.; ZACCHI, A.; SCHAFFNER-BIELICH, J. Classifications of Twin Star Solutions for a Constant Speed of Sound Parameterized Equation of State. **The European Physical Journal A**, Les Ulis, v. 54, n. 2, p. 28, 2018.

COLLINS, J. C.; DUNCAN, A.; JOGLEKAR, S. D. Trace and Dilatation Anomalies in Gauge Theories. **Physical Review D**, New York, v. 16, p. 438–449, 1977.

CROMARTIE, H. et al. Relativistic Shapiro delay measurements of an extremely massive millisecond pulsar. **Nature Astronomy**, [S.l.], p. 1–5, 2019.

DAS, A. **Lectures on gravitation**. Singapore: World scientific, 2011.

DIETRICH, T.; COUGHLIN, M. W.; PANG, P. T. H.; BULLA, M.; HEINZEL, J.; ISSA, L.; TEWS, I.; ANTIER, S. Multimessenger constraints on the neutron-star equation of state and the Hubble constant. **Science**, Washington, D.C., v. 370, n. 6523, p. 1450–1453, 2020.

DOROSHENKO, V.; SULEIMANOV, V.; PÜHLHOFER, G.; SANTANGELO, A. A strangely light neutron star within a supernova remnant. **Nature Astronomy**, London, v. 6, n. 12, p. 1444–1451, 2022.

ECKER, C.; REZZOLLA, L. Impact of large-mass constraints on the properties of neutron stars. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, London, v. 519, n. 2, p. 2615–2622, 2022.

EINSTEIN, A. The foundation of the general theory of relativity. **Annalen der Physik**, Berlin, v. 49, n. 7, p. 769–822, 1916.

ENDRODI, G.; MARKO, G. QCD phase diagram and equation of state in background electric fields. **Physical Review D**, New York, v. 109, n. 3, p. 034506, 2024.

FAYYAZUDDIN; RIAZUDDIN; ASLAM, M. **Theory of Relativity**. Singapore: World Scientific, 2015.

FELICE, F. de; SIMING, L.; YUNQIANG, Y. Relativistic charged spheres: II. Regularity and stability. **Classical and Quantum Gravity**, London, v. 16, n. 8, p. 2669, 1999.

FONSECA, E. et al. Refined Mass and Geometric Measurements of the High-mass PSR J0740+6620. **The Astrophysical Journal Letters**, Bristol, v. 915, n. 1, p. L12, 2021.

FRAGA, E. S.; KURKELA, A.; VUORINEN, A. Interacting quark matter equation of state for compact stars. **The Astrophysical Journal Letters**, Bristol, v. 781, n. 2, p. L25, 2014.

FUJIMOTO, Y.; FUKUSHIMA, K.; HOTOKEZAKA, K.; KYUTOKU, K. Signature of hadron-quark crossover in binary-neutron-star mergers. , [S.I.], 8 2024.

FUJIMOTO, Y.; FUKUSHIMA, K.; MCLERRAN, L. D.; PRASZALOWICZ, M. Trace Anomaly as Signature of Conformality in Neutron Stars. **Physical Review Letters**, New York, v. 129, n. 25, p. 252702, 2022.

GEHRMANN, T.; MALAESCU, B. Precision QCD Physics at the LHC. **Annual Review of Nuclear and Particle Sciences**, Palo Alto, v. 72, p. 233–258, 2022.

GHEZZI, C. R. Relativistic structure, stability, and gravitational collapse of charged neutron stars. **Physical Review D**, New York, v. 72, n. 10, p. 104017, 2005.

GLENDENNING, N. K. First order phase transitions with more than one conserved charge: Consequences for neutron stars. **Physical Review D**, New York, v. 46, p. 1274–1287, 1992.

GLENDENNING, N. K. **Compact stars**. New York: Springer Science & Business Media, 1997.

GLENDENNING, N. K. **Special and general relativity**. New York: Springer Science & Business Media, 2007.

GLENDENNING, N. K.; PEI, S. Crystalline structure of the mixed confined - deconfined phase in neutron stars. **Physical Review C**, New York, v. 52, p. 2250–2253, 1995.

GOLD, T. **Pulsating stars**. New York: Springer, 1968.

GONÇALVES, V. P.; JIMÉNEZ, J. C.; LAZZARI, L. Electrically charged supermassive twin stars. **The European Physical Journal C**, [S.I.], v. 82, n. 2, p. 110, 2022.

GONÇALVES, V. P.; JIMÉNEZ, J. C.; LAZZARI, L. Fundamental-mode eigenfrequencies of neutral and charged twin neutron stars. **The European Physical Journal C**, [S.I.], v. 82, n. 12, p. 1117, 2022.

GONÇALVES, V. P.; JIMENEZ, J. C.; LAZZARI, L. Revisiting the stability of strange-dwarf stars and strange planets. **The European Physical Journal A**, Les Ulis, v. 59, n. 11, p. 251, 2023.

GONÇALVES, V. P.; LAZZARI, L. Electrically charged strange stars with an interacting quark matter equation of state. **Physical Review D**, New York, v. 102, n. 3, p. 034031, 2020.

GONÇALVES, V. P.; LAZZARI, L. Charged charm stars. **Nuclear Physics A**, [S.I.], v. 1004, p. 122043, 2020.

GONÇALVES, V. P.; LAZZARI, L. Impact of slow conversions on hybrid stars with sequential QCD phase transitions. **The European Physical Journal C**, [S.I.], v. 82, n. 4, p. 288, 2022.

GONDEK, D.; HAENSEL, P.; ZDUNIK, J. L. Radial pulsations and stability of protoneutron stars. **Astronomy & Astrophysics**, Cambridge, v. 325, p. 217–227, 1997.

GORDA, T.; HEBELER, K.; KURKELA, A.; SCHWENK, A.; VUORINEN, A. Constraints on Strong Phase Transitions in Neutron Stars. **The Astrophysical Journal**, Bristol, v. 955, n. 2, p. 100, 2023.

GORDA, T.; KOMOLTSEV, O.; KURKELA, A.; MAZELIAUSKAS, A. Bayesian uncertainty quantification of perturbative QCD input to the neutron-star equation of state. **Journal of High Energy Physics**, Trieste, v. 06, p. 002, 2023.

GRIFFITHS, D. **Introduction to elementary particles**. New York: John Wiley & Sons, 2008.

GROSS, D. J.; WILCZEK, F. Ultraviolet Behavior of Nonabelian Gauge Theories. **Physical Review Letters**, New York, v. 30, p. 1343–1346, 1973.

GROZIN, A. Decoupling in QED and QCD. **International Journal of Modern Physics A**, Singapore, v. 28, p. 1350015, 2013.

HAENSEL, P.; POTEKHIN, A. Y.; YAKOVLEV, D. G. **Neutron stars 1**: Equation of state and structure. New York: Springer Science & Business Media, 2007. v. 326.

HAENSEL, P.; ZDUNIK, J.; SCHAEFFER, R. Phase transitions in dense matter and radial pulsations of neutron stars. **Astronomy & Astrophysics**, Cambridge, v. 217, n. 1-2, p. 137–144, 1989.

HALZEN, F.; MARTIN, A. D. **Quark & Leptons**. New York: John Wiley & Sons, 1984.

HAN, S.; STEINER, A. W. Tidal deformability with sharp phase transitions in (binary) neutron stars. **Physical Review D**, New York, v. 99, n. 8, p. 083014, 2019.

HANAUSKE, M.; WEIH, L. R.; STÖCKER, H.; REZZOLLA, L. Metastable hypermassive hybrid stars as neutron-star merger remnants: A case study. **The European Physical Journal ST**, [S.l.], v. 230, n. 2, p. 543–550, 2021.

HEBELER, K.; LATTIMER, J. M.; PETHICK, C. J.; SCHWENK, A. Equation of state and neutron star properties constrained by nuclear physics and observation. **The Astrophysical Journal**, Bristol, v. 773, p. 11, 2013.

HOYOS, C.; RODRIGUEZ FERNÁNDEZ, D.; JOKELA, N.; VUORINEN, A. Holographic quark matter and neutron stars. **Physical Review Letters**, New York, v. 117, n. 3, p. 032501, 2016.

IOFFE, B. L.; FADIN, V. S.; LIPATOV, L. N. **Quantum chromodynamics: Perturbative and nonperturbative aspects**. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.

IVANENKO, D.; KURDGELAIDZE, D. Hypothesis concerning quark stars. **Astrofizika**, Moscow, v. 1, p. 479–482, 1965.

IVANENKO, D.; KURDGELAIDZE, D. Remarks on quark stars. **Lettere al Nuovo Cimento**, Rome, v. 2, n. 1, p. 13–16, 1969.

JACKSON, C. B. et al. Compact objects for everyone: I. White dwarf stars. **European Journal of Physics**, Bristol, v. 26, n. 5, p. 695–709, jun. 2005.

JAKOBUS, P.; MOTORNENKO, A.; GOMES, R. O.; STEINHEIMER, J.; STOECKER, H. The possibility of twin star solutions in a model based on lattice QCD thermodynamics. **The European Physical Journal C**, [S.l.], v. 81, n. 1, p. 41, 2021.

JIMÉNEZ, J. C.; LAZZARI, L.; GONÇALVES, V. P. How the QCD trace anomaly behaves at the core of twin stars? **Physical Review D**, New York, v. 110, n. 11, p. 114014, 2024.

KAPUSTA, J. I.; GALE, C. **Finite-temperature field theory: Principles and applications**. Cambridge: Cambridge University Press, 2011. (Cambridge Monographs on Mathematical Physics).

KARTTUNEN, H.; KRÖGER, P.; OJA, H.; POUTANEN, M.; DONNER, K. J. **Fundamental astronomy**. 5.ed. New York: Springer, 2007.

KHARZEEV, D.; TUCHIN, K. Bulk viscosity of QCD matter near the critical temperature. **Journal of High Energy Physics**, Trieste, v. 09, p. 093, 2008.

KOJO, T. Delineating the properties of neutron star matter in cold, dense QCD. **PoS**, [S.I.], v. LATTICE2019, p. 244, 2019.

KOKKOTAS, K.; RUOFF, J. Radial oscillations of relativistic stars. **Astronomy & Astrophysics**, Cambridge, v. 366, n. 2, p. 565–572, 2001.

KOMOLTSEV, O.; KURKELA, A. How Perturbative QCD Constrains the Equation of State at Neutron-Star Densities. **Physical Review Letters**, New York, v. 128, n. 20, p. 202701, 2022.

KOMOLTSEV, O.; SOMASUNDARAM, R.; GORDA, T.; KURKELA, A.; MARGUERON, J.; TEWS, I. Equation of state at neutron-star densities and beyond from perturbative QCD. **Physical Review D**, New York, v. 109, n. 9, p. 094030, 2024.

KURKELA, A.; ROMATSCHKE, P.; VUORINEN, A. Cold quark matter. **Physical Review D**, New York, v. 81, n. 10, p. 105021, 2010.

LANDAU, L.; LIFSHITZ, E. On the theory of stars. **Physikalische Zeitschrift Sowjetunion**, Moscow, v. 1, p. 285–288, 1932.

LANDAU, L.; LIFSHITZ, E. **Fluid Mechanics**: Volume 6. Oxford: Pergamon, 2013. n. v. 6.

LATTIMER, J. M. Introduction to neutron stars. **AIP Conference Proceedings**, Melville, v. 1645, n. 1, p. 61–78, 2015.

LOPE-OTER, E.; WOJNAR, A. Twin Stars in General Relativity and Extended Theories of Gravity. , [S.I.], 2 2024.

LUGONES, G.; GRUNFELD, A. G. Phase conversions in neutron stars: Implications for stellar stability and gravitational wave astrophysics. **Universe**, Basel, v. 7, n. 12, p. 493, 2021.

LUGONES, G.; MARIANI, M.; RANEA-SANDOVAL, I. F. A model-agnostic analysis of hybrid stars with reactive interfaces. **Journal of Cosmology and Astroparticle Physics**, Bristol, v. 03, p. 028, 2023.

MALIK, T.; DEXHEIMER, V.; PROVIDÊNCIA, C. Astrophysics and nuclear physics informed interactions in dense matter: Inclusion of PSR J0437-4715. **Physical Review D**, New York, v. 110, n. 4, p. 043042, 2024.

MARGALIT, B.; METZGER, B. D. Constraining the maximum mass of neutron stars from multi-messenger observations of GW170817. **The Astrophysical Journal Letters**, Bristol, v. 850, n. 2, p. L19, 2017.

MARQUEZ, K. D.; MALIK, T.; PAIS, H.; MENEZES, D. P.; PROVIDÊNCIA, C. Nambu–Jona-Lasinio description of hadronic matter from a Bayesian approach. **Physical Review D**, New York, v. 110, n. 6, p. 063040, 2024.

MENDES, R. F. P.; ORTIZ, N. New class of quasinormal modes of neutron stars in scalar-tensor gravity. **Physical Review Letters**, New York, v. 120, n. 20, p. 201104, 2018.

MESZAROS, P. Gamma-Ray Bursts. **Reports on Progress in Physics**, Bristol, v. 69, p. 2259–2322, 2006.

MILLER, M. C. et al. The Radius of PSR J0740+6620 from NICER and XMM-Newton Data. **The Astrophysical Journal Letters**, Bristol, v. 918, n. 2, p. L28, 2021.

MILLER, M. et al. PSR J0030+0451 mass and radius from NICER data and implications for the properties of neutron star matter. **The Astrophysical Journal Letters**, Bristol, v. 887, n. 1, p. L24, 2019.

NAGATA, K. Finite-density lattice QCD and sign problem: Current status and open problems. **Progress in Particle and Nuclear Physics**, Darmstadt, v. 127, p. 103991, 2022.

NEGREIROS, R. P.; MISHUSTIN, I. N.; SCHRAMM, S.; WEBER, F. Properties of bare strange stars associated with surface electric fields. **Physical Review D**, New York, v. 82, n. 10, p. 103010, 2010.

NEGREIROS, R. P.; WEBER, F.; MALHEIRO, M.; USOV, V. Electrically charged strange quark stars. **Physical Review D**, New York, v. 80, n. 8, p. 083006, 2009.

NIELSEN, N. K. The Energy Momentum Tensor in a Nonabelian Quark Gluon Theory. **Nuclear Physics B**, Amsterdam, v. 120, p. 212–220, 1977.

O'BOYLE, M. F.; MARKAKIS, C.; STERGIOULAS, N.; READ, J. S. Parametrized equation of state for neutron star matter with continuous sound speed. **Physical Review D**, New York, v. 102, n. 8, p. 083027, 2020.

OLSON, E.; BAILYN, M. Internal structure of multicomponent static spherical gravitating fluids. **Physical Review D**, New York, v. 12, n. 10, p. 3030, 1975.

OLSON, E.; BAILYN, M. Charge effects in a static, spherically symmetric, gravitating fluid. **Physical Review D**, New York, v. 13, n. 8, p. 2204, 1976.

OPPENHEIMER, J. R.; VOLKOFF, G. M. On Massive Neutron Cores. **Physical Review**, New York, v. 55, p. 374–381, Feb 1939.

PACINI, F. Energy emission from a neutron star. **Nature**, [S.l.], v. 216, n. 5115, p. 567–568, 1967.

PANG, P. T. H. et al. NMMA: A nuclear-physics and multi-messenger astrophysics framework to analyze binary neutron star mergers. , [S.l.], 5 2022.

PEREIRA, J. P.; FLORES, C. V.; LUGONES, G. Phase transition effects on the dynamical stability of hybrid neutron stars. **The Astrophysical Journal**, Bristol, v. 860, n. 1, p. 12, 2018.

PEREIRA, J. P.; RUEDA, J. A. Radial stability in stratified stars. **The Astrophysical Journal**, Bristol, v. 801, n. 1, p. 19, 2015.

POLITZER, H. D. Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? **Physical Review Letters**, New York, v. 30, p. 1346–1349, 1973.

PROVIDÊNCIA, C.; MALIK, T.; ALBINO, M. B.; FERREIRA, M. Neutron star equation of state: identifying hadronic matter characteristics. , [S.l.], 7 2023.

RAAIJMAKERS, G. et al. A NICER view of PSR J0030+ 0451: Implications for the dense matter equation of state. **The Astrophysical Journal Letters**, Bristol, v. 887, n. 1, p. L22, 2019.

RAU, P. B.; SEDRAKIAN, A. Two first-order phase transitions in hybrid compact stars: Higher-order multiplet stars, reaction modes, and intermediate conversion speeds. **Physical Review D**, New York, v. 107, n. 10, p. 103042, 2023.

RAY, S. et al. Electrically charged compact stars and formation of charged black holes. **Physical Review D**, New York, v. 68, n. 8, p. 084004, 2003.

REZZOLLA, L.; MOST, E. R.; WEIH, L. R. Using gravitational-wave observations and quasi-universal relations to constrain the maximum mass of neutron stars. **The Astrophysical Journal Letters**, Bristol, v. 852, n. 2, p. L25, 2018.

RHO, M. Pseudo-Conformal Sound Speed in the Core of Compact Stars. **Symmetry**, Basel, v. 14, n. 10, p. 2154, 2022.

RILEY, T. E. et al. A NICER view of PSR J0030+0451: Millisecond pulsar parameter estimation. **The Astrophysical Journal Letters**, Bristol, v. 887, n. 1, p. L21, 2019.

RILEY, T. E. et al. A NICER View of the Massive Pulsar PSR J0740+6620 Informed by Radio Timing and XMM-Newton Spectroscopy. **The Astrophysical Journal Letters**, Bristol, v. 918, n. 2, p. L27, 2021.

RODRIGUEZ, M. C.; RANEA-SANDOVAL, I. F.; MARIANI, M.; ORSARIA, M. G.; MALFATTI, G.; GUILERA, O. M. Hybrid stars with sequential phase transitions: the emergence of the g_2 mode. **Journal of Cosmology and Astroparticle Physics**, Bristol, v. 02, p. 009, 2021.

SAGERT, I.; HEMPEL, M.; GREINER, C.; SCHAFFNER-BIELICH, J. Compact stars for undergraduates. **European Journal of Physics**, Bristol, v. 27, n. 3, p. 577–610, abr. 2006.

SALPETER, E. Matter at high densities. **Annals of Physics**, San Diego, v. 11, n. 4, p. 393–413, 1960.

SCHAFFNER-BIELICH, J. **Compact Star Physics**. Cambridge: Cambridge University Press, 2020.

SEIDOV, Z. The stability of a star with a phase change in general relativity theory. **Soviet Astronomy**, Moscow, v. 15, p. 347, 1971.

SHAPIRO, I. I. Fourth test of general relativity. **Physical Review Letters**, New York, v. 13, n. 26, p. 789, 1964.

SHAPIRO, S. L.; TEUKOLSKY, S. A. **Black holes, white dwarfs, and neutron stars**. Weinheim: Wiley-VCH, 2004.

SHIBATA, M. et al. Modeling GW170817 based on numerical relativity and its implications. **Physical Review D**, New York, v. 96, n. 12, p. 123012, 2017.

SIFFERT, B. B.; MELLO NETO, J. de; CALVÃO, M. O. Compact charged stars. **Brazilian Journal of Physics**, São Paulo, v. 37, p. 609–612, 2007.

SOMASUNDARAM, R.; TEWS, I.; MARGUERON, J. Investigating signatures of phase transitions in neutron-star cores. **Physical Review C**, New York, v. 107, n. 2, p. 025801, 2023.

SOMASUNDARAM, R.; TEWS, I.; MARGUERON, J. Perturbative QCD and the neutron star equation of state. **Physical Review C**, New York, v. 107, n. 5, p. L052801, 2023.

SORENSEN, A. et al. Dense nuclear matter equation of state from heavy-ion collisions. **Progress in Particle and Nuclear Physics**, [S.I.], v. 134, p. 104080, 2024.

TAKATSY, J.; KOVACS, P.; WOLF, G.; SCHAFFNER-BIELICH, J. What neutron stars tell about the hadron-quark phase transition: A Bayesian study. **Physical Review D**, New York, v. 108, n. 4, p. 043002, 2023.

TERAZAWA, H. Super-Hypernuclei in the Quark-Shell Model. **Journal of the Physical Society of Japan**, Tokyo, v. 58, n. 10, p. 3555–3563, 1989.

TEWS, I.; CARLSON, J.; GANDOLFI, S.; REDDY, S. Constraining the speed of sound inside neutron stars with chiral effective field theory interactions and observations. **The Astrophysical Journal**, Bristol, v. 860, n. 2, p. 149, 2018.

THOMSON, M. **Modern particle physics**. Cambridge: Cambridge University Press, 2013.

TOLMAN, R. C. Static Solutions of Einstein's Field Equations for Spheres of Fluid. **Physical Review**, New York, v. 55, p. 364–373, Feb 1939.

TOOTLE, S.; ECKER, C.; TOPOLSKI, K.; DEMIRCIK, T.; JÄRVINEN, M.; REZZOLLA, L. Quark formation and phenomenology in binary neutron-star mergers using V-QCD. **SciPost Physics**, Amsterdam, v. 13, p. 109, 2022.

WEBER, F. **Pulsars as astrophysical laboratories for nuclear and particle physics**. London: Institute of Physics, 1999.

WEINBERG, S. **Gravitation and Cosmology**. New Dheli: Wiley India Pvt. Limited, 2008.

WITTEN, E. Cosmic separation of phases. **Physical Review D**, New York, v. 30, n. 2, p. 272–285, jul. 1984.

WOLTJER, L. X-Rays and Type I Supernova Remnants. **The Astrophysical Journal**, Bristol, v. 140, p. 1309–1313, 1964.

WOOSLEY, S. E.; BLOOM, J. S. The Supernova Gamma-Ray Burst Connection. **Annual Review Astronomy & Astrophysics**, Palo Alto, v. 44, p. 507–556, 2006.

YAKOVLEV, D. G.; HAENSEL, P.; BAYM, G.; PETHICK, C. Lev Landau and the concept of neutron stars. **Physics-Uspekhi**, Moscow, v. 56, n. 3, p. 289, 2013.

ZACCHI, A.; HANAUSKE, M.; SCHAFFNER-BIELICH, J. Stable hybrid stars within a SU(3) Quark-Meson-Model. **Physical Review D**, New York, v. 93, n. 6, p. 065011, 2016.

ZACCHI, A.; TOLOS, L.; SCHAFFNER-BIELICH, J. Twin Stars within the SU(3) Chiral Quark-Meson Model. **Physical Review D**, New York, v. 95, n. 10, p. 103008, 2017.

ZHOU, W.; SHEN, H.; HU, J.; ZHANG, Y. First-order phase transition in a neutron star from a deep neural network. **Physical Review D**, New York, v. 110, n. 4, p. 043017, 2024.