

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS**  
**Instituto de Física e Matemática**  
**Programa de Pós-Graduação em Física**



Dissertação

**Produção de mésons por interações  $\gamma\gamma$  em colisões de alvo fixo no LHC**

**Sandra Tacianny Karol de Araújo**

Pelotas, 2025

**Sandra Tacianny Karol de Araújo**

**Produção de mésons por interações  $\gamma\gamma$  em colisões de alvo fixo no LHC**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves  
Coorientador: Prof. Dr. Bruno Duarte da Silva Moreira

Pelotas, 2025

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas  
Catalogação da Publicação

A656p Araújo, Sandra Tacianny Karol de

Produção de mésons por interações em colisões de alvo fixo no LHC [recurso eletrônico] / Sandra Tacianny Karol de Araújo ; Victor Paulo Barros Gonçalves, orientador ; Bruno Duarte da Silva Moreira, coorientador. — Pelotas, 2025.

92 f.

Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2025.

1. Aproximação de fótons equivalentes. 2. Colisões ultraperiféricas. 3. Hádrons exóticos. I. Gonçalves, Victor Paulo Barros, orient. II. Moreira, Bruno Duarte da Silva, coorient. III. Título.

CDD 539.72162

**Sandra Tacianny Karol de Araújo**

**Produção de mésons por interações  $\gamma\gamma$  em colisões de alvo fixo no LHC**

Dissertação aprovada, como requisito final, para obtenção do grau de mestre em Física, Programa de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

**Data da Defesa:** 22 de Agosto de 2025

**Banca Examinadora:**

Prof. Dr. Victor Paulo Barros Golçalves (orientador)  
Doutor em Ciências pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Prof. Dr. Mario Luiz Lopes da Silva  
Doutor em Ciências pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Prof. Dr. Rafael Otto Coelho  
Doutor em Ciências pela Universidade Federal de Pelotas.

*Aos meus pais, Sandra da Costa Lima e Silvio Cezar  
Dourado de Araújo, por sempre me apoiarem em  
todos os momentos, mesmo à distância.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à Deus e aos meus pais, Sandra da Costa Lima e Silvio Cezar Dourado de Araújo, por me darem a vida e fazerem tudo possível para me ver bem, e ao Curt Vitus Grander, a Elisiane Guibor que em tempos diferentes entraram na minha vida e ainda permanecem nela. Às minhas irmãs Ana Keren Guibor de Araújo, Sarah Hiahelli Katherine Gomel Dourado de Araújo e Andressa Guibor por serem pessoas de alma incríveis e que sempre são amorosas comigo. In Memorium ao meu irmão Kristopher Eduardo Dourado de Araújo, por ser meu protetor enquanto em vida. Agradeço ao meu orientador, Victor Paulo Barros Gonçalves e ao meu coorientador Bruno Duarte da Silva Moreira por todos os ensinamentos de física, pela paciência em ensinar e ajuda nesse período. Ao professor Werner Sauter por sempre arrumar e instalar programas no meu computador do GAME e ao professor Mário Silva por fornecer ótimas aulas de seminários onde pude sanar diversas perguntas. Agradeço aos meus amigos do Programa de Pós-Graduação em Física, especialmente aos integrantes do GAME. Estou grata a todos os amigos que fiz ao longo dessa jornada, tanto dentro quanto fora da academia, e a todos aqueles com quem ainda terei a honra de ter amizade. Um agradecimento especial ao meu melhor amigo Victor Manuel Orlando Curbelo, cuja amizade foi fundamental para minha trajetória. Aos professores do meu ensino básico, médio, superior e da pós-graduação. Obrigada por se empenharem tanto em me fazer aprender física. À CAPES pelo apoio financeiro para que este trabalho de pesquisa pudesse ter sido realizado.

*“A educação é a arma mais poderosa que você pode usar  
para mudar o mundo.”  
(Nelson Mandela)*

## RESUMO

DE ARAÚJO, Sandra Tacianny Karol. **Produção de mésons por interações  $\gamma\gamma$  em colisões de alvo fixo no LHC**. Orientador: Victor Paulo Barros Gonçalves. 2025. 82 f. Dissertação (Mestrado em Física) – Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2025.

As seções de choque de produção de mésons e o número de eventos por ano são calculadas considerando interações fóton-fóton ( $\gamma\gamma$ ) em colisões do tipo alvo-fixo nas energias do Large Hadron Collider (LHC) do CERN. Utilizamos o método da aproximação de fótons equivalentes usando um fluxo de fótons com dependência no parâmetro de impacto, garantindo a descrição realística adequada das colisões ultraperiféricas. Foram analisados diferentes estados hadrônicos exóticos, incluindo candidatos a tetraquarks, moléculas hadrônicas e glueballs, cujas larguras de decaimento parcial em dois fótons são bem estabelecidas experimentalmente. Os resultados indicam que a produção desses estados é viável experimentalmente para partículas de baixa massa ( $m < 2$  GeV), com seções de choque de  $10^2 - 10^4$  nb e taxas de até  $10^5$  eventos por ano no LHC. Em contraste, estados massivos ( $m > 2$  GeV) apresentam seções de choque reduzidas para  $10^0$  e  $10^{-5}$  nb, limitando sua taxa de eventos por ano nas configurações atuais do experimento para  $10^{-3}$  eventos por ano. A análise da distribuição de rapidez  $Y$  revelou que a região  $2 < Y < 4,5$  (onde o LHCb opera), concentra a maior contribuição para seção de choque. Este estudo demonstra que as colisões de alvo-fixo são eficazes para sondar estados exóticos leves.

Palavras-chave: aproximação de fótons equivalentes; colisões ultraperiféricas; há-drons exóticos.

## ABSTRACT

DE ARAÚJO, Sandra Tacianny Karol. **Meson production by  $\gamma\gamma$  interactions in fixed target collisions at the LHC**. Advisor: Victor Paulo Barros Gonçalves. 2025. 82 f. Dissertation (Master degree in physics ) – , Federal University of Pelotas, Pelotas, 2025.

The production cross sections of mesons and the number of events per year are calculated considering photon-photon ( $\gamma\gamma$ ) interactions in fixed-target collisions at the energies of the Large Hadron Collider (LHC) at CERN. We use the equivalent photon approximation method with a photon flux that depends on the impact parameter, ensuring an appropriate realistic description of ultraperipheral collisions. Different exotic hadronic states were analyzed, including tetraquark candidates, hadronic molecules, and glueballs, whose partial decay widths into two photons are well established experimentally. The results indicate that the production of these states is experimentally feasible for low-mass particles ( $m < 2$  GeV), with cross sections of  $10^2$ – $10^4$  nb and rates of up to  $10^5$  events per year at the LHC. In contrast, massive states ( $m > 2$  GeV) exhibit reduced cross sections of  $10^0$  to  $10^{-5}$  nb, limiting their event rates in current experimental configurations to  $10^{-3}$  events per year. The analysis of the rapidity distribution  $Y$  revealed that the region  $2 < Y < 4.5$  (where LHCb operates) concentrates the largest contribution to the cross section. This study demonstrates that fixed-target collisions are effective for probing light exotic states.

Keywords: equivalent photon approximation; ultraperipheral collisions; exotic hadrons.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Representação do Modelo Padrão da Física de Partículas. . . . .	16
Figura 2	Representação da estrutura interna dos hádrons exóticos tetraquark, pentaquark; do glueball e das moléculas hadrônicas. . . . .	17
Figura 3	Regras de Feynman para a QCD - Orientação quark e antiquark. . .	20
Figura 4	Regras de Feynman para a QCD - Propagadores. . . . .	20
Figura 5	Regras de Feynman para a QCD - Vértices. . . . .	21
Figura 6	Comportamento da constante de acoplamento $\alpha_s$ em função da escala de energia $Q$ . . . . .	22
Figura 7	Ilustração das massas das partículas. . . . .	24
Figura 8	Novos hádrons encontrados BELLE. . . . .	28
Figura 9	Novos hádrons encontrados no BESIII. . . . .	29
Figura 10	Novos hádrons encontrados no LHC. . . . .	29
Figura 11	O grande colisor de hádrons. . . . .	30
Figura 12	Desenho esquemático do LHCb em escala. . . . .	31
Figura 13	Colisão em modo colisor. . . . .	32
Figura 14	Colisão em modo alvo-fixado. . . . .	32
Figura 15	Localizador de Vértices. . . . .	33
Figura 16	À esquerda um projeto da célula de armazenamento SMOG2, à direita, vista lateral da célula de armazenamento conectada ao VELO. . . . .	34
Figura 17	Colisões hadrônicas. . . . .	36
Figura 18	Partícula carregada em repouso (esquerda), conforme sua velocidade aproxima-se de $c$ o campo eletromagnético é contraído, tornando-se perpendicular à direção de movimento da carga (centro), onde pode ser visto como uma nuvem de fótons virtuais $f(\omega)$ (direita). . . . .	38
Figura 19	A aproximação de fótons equivalentes é ilustrada como diagrama esquemático da colisão relativística de íons pesados, usada para descrever processos eletromagnéticos onde o parâmetro de impacto $b$ é maior que a soma dos raios nucleares. . . . .	39
Figura 20	Interação $\gamma\gamma$ em colisões hadrônicas ultraperiféricas. . . . .	39
Figura 21	Partícula com carga $q$ movendo-se com velocidade $v \approx c$ paralela ao eixo-z. . . . .	43
Figura 22	Partícula passando por um sistema S (esquerda). Pulsos de frequências de radiação equivalentes (direita). . . . .	44

Figura 23	(esquerda) Representa o comportamento do campo $E_z$ e (direita) o comportamento do campo $E_x$ , no ponto $O$ do referencial do observador, para $\beta \simeq 0$ e $\beta \lesssim 1$ . . . . .	46
Figura 24	Diagrama de Feynman de uma colisão ultraperiférica entre o feixe de chumbo e o alvo de argônio. . . . .	70
Figura 25	Distribuição de rapidez $Y$ para as partículas listadas acima com dependência no parâmetro de impacto $b$ . . . . .	73

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	13
<b>2</b>	<b>CONCEITOS BÁSICOS</b>	15
2.1	Modelo padrão da física de partículas	15
2.2	Cromodinâmica Quântica	18
2.2.1	Características da QCD	18
2.3	Estados Ligados	22
2.3.1	Mésons	24
2.3.2	Bárions	25
2.3.3	Sistemas Exóticos	26
2.4	O Grande Colisor de Hádrons - (LHC)	29
<b>3</b>	<b>PRODUÇÃO DE PARTÍCULAS EM COLISÕES HADRÔNICAS ULTRAPE- RIFÉRICAS</b>	36
3.1	Colisões hadrônicas	36
3.1.1	Colisões ultraperiféricas	36
3.2	Aproximação de Fótons Equivalentes	37
3.2.1	Transformação de Lorentz para Campos Eletromagnéticos	41
3.2.2	Derivação do fluxo de fótons equivalentes para uma carga pontual	46
3.2.3	Fluxo de fótons equivalentes	48
3.2.4	Derivação do fluxo de fótons equivalentes para uma distribuição realís- tica de cargas	52
3.2.5	Fluxo de fótons equivalentes para modelos distintos de fator de forma nuclear	57
3.2.6	Fluxo de fótons equivalentes para modelos distintos de fator de forma do próton	58
3.3	Rapidez e pseudorapidez	59
3.3.1	Rapidez	60
3.3.2	Transformação da variável Rapidez	62
3.3.3	Pseudorapidez	63
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA</b>	68
4.1	Cálculo da seção de choque total $\sigma$ e distribuição de rapidez $\frac{d\sigma}{dY}$	68
<b>5</b>	<b>RESULTADOS</b>	70
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS</b>	76
	<b>REFERÊNCIAS</b>	78

# 1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, vários estados com configurações de três, quatro e cinco quarks foram descobertos, cuja descrição interna ainda é uma questão em aberto. Em geral essas partículas são observadas em processos de decaimento nos experimentos. No entanto, neste trabalho analisamos sua produção direta, sendo este um processo mais limpo. Temos como objetivo nesse estudo, avaliar se é possível usar as colisões em alvo-fixo no Grande Colisor de Hádrons (Large Hadron Collider - LHC) para compreender melhor esses estados. Para isso, utilizamos a aproximação de fótons equivalentes e calculamos os valores da seção de choque  $\sigma$  e número de eventos por ano de alguns estados considerando a cinemática associada as colisões de modo em alvo-fixo no LHC. Como será demonstrado nesta dissertação, nossos resultados indicam que é possível detectar dentro do experimento LHCb alguns dos hádrons escolhidos para estudo.

Este trabalho é separado em seis capítulos. No próximo capítulo apresentamos os conceitos básicos, onde compreendemos acerca das partículas fundamentais e como elas interagem entre si seguindo o Modelo Padrão da Física de Partículas. Logo vamos para a seção das principais características da Cromodinâmica Quântica (QCD), apresentando a densidade lagrangiana  $\mathcal{L}$  que rege nessas condições e que com ela é possível obter e utilizar as regras de Feynman que facilitam os cálculos dentro da Física de Partículas. Além disso, discutiremos o limite assintótico da constante de acoplamento  $\alpha_s$ , que em altas energias tem seu valor baixo permitindo o uso da QCD perturbativa e em baixas energias tem seu valor alto, obrigando o uso de QCD não perturbativa por exemplo QCD na rede. Na seção dos estados ligados, explicamos que são sistemas compostos por partículas menores, com as características de carga, massa e números quânticos  $J^{PC}$  e apresentamos a composição de alguns mésons. Discutimos ainda brevemente acerca dos bárions e o que são os sistemas exóticos. Após, inserimos uma seção relacionada aos tipos de colisões entre os hádrons que ocorrem dentro do LHC, sendo estas: colisões centrais, periféricas e ultraperiféricas. Na seção do LHC apresentamos o mesmo, seus subdetectores e como funcionam. No capítulo sobre a produção de partículas em colisões hadrônicas ultraperiféricas, tra-

tamos das colisões ultraperiféricas e das noções do formalismo que servirá de base para nossos estudos: o método de aproximação de fótons equivalentes. Nesse método, a seção de choque total é fatorizada entre os fluxos de fótons equivalentes e a seção de choque associada à produção de mésons. Também abordamos a dependência do fluxo de fótons equivalentes com o parâmetro de impacto, a utilização do fator de forma para tratar exclusivamente colisões ultraperiféricas e a derivação do fluxo de fótons. No capítulo da rapidez e pseudorapidez abrimos espaço para uma curta discussão acerca da definição de ambas variáveis e como se relacionam. O capítulo seguinte apresenta uma breve explicação da metodologia utilizada para obter os resultados. Foram implementados, em linguagem de programação Fortran 77, os cálculos da seção de choque total e diferencial, considerando colisões entre íons de chumbo e íons de argônio, onde adotou-se um corte no parâmetro de impacto, maior do que a soma dos raios nucleares. Apresentamos no último capítulo os resultados teóricos para a seção de choque, número de eventos por ano e distribuição de rapidez de alguns estados interessantes na literatura, os quais demonstram que as partículas mais massivas possuem uma probabilidade baixa de serem produzidas, diferentemente das partículas pouco massivas. Por fim, apresentamos um sumário da conclusão e perspectivas.

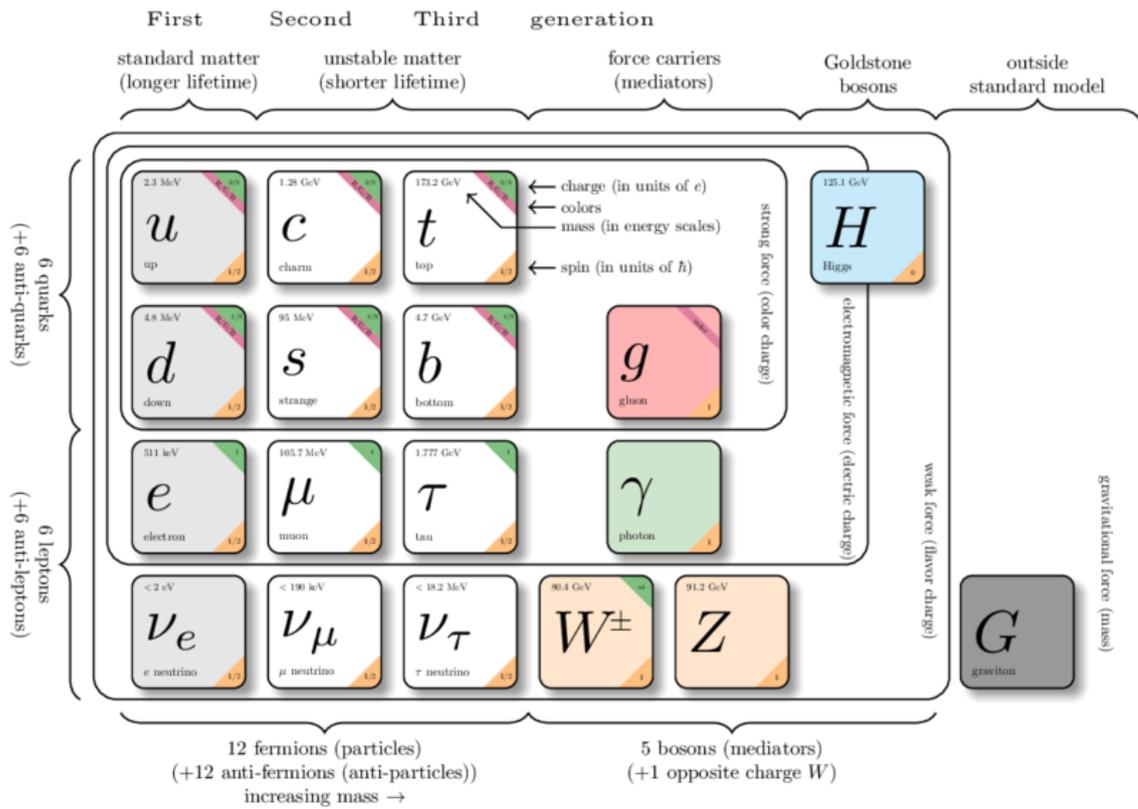
## 2 CONCEITOS BÁSICOS

### 2.1 Modelo padrão da física de partículas

Tudo que se conhece como matéria visível no universo observável é constituído, em sua essência, por partículas elementares - ou seja, partículas que não possuem estrutura interna. Essas partículas e suas interações são descritas pelo Modelo Padrão da Física de Partículas. No entanto, o Modelo Padrão explica apenas cerca de (5%) do conteúdo do universo, já que a maior parte dele é composto por (25%) de matéria escura e por (70%) de energia escura, cuja natureza ainda não é compreendida pela física atual.

A representação mostrada na Figura 1 nos apresenta as partículas que fazem parte do modelo padrão. As partículas fundamentais são classificadas entre férmions e bósons. As partículas fermiônicas são as que possuem spin semi-inteiro e obedecem ao Princípio de exclusão de Pauli. Os férmions são classificados entre quarks e léptons. Os quarks são as primeiras seis partículas representadas na Figura 1, com os seguintes sabores:  $u$  (Up),  $d$  (Down) - primeira geração;  $c$  (Charm),  $s$  (Strange) - segunda geração;  $t$  (Top),  $b$  (Bottom) - terceira geração. As partículas de primeira geração são as mais leves e estáveis, as partículas de segunda e terceira geração são mais pesadas e instáveis. Eles sofrem a ação de todas as forças fundamentais: eletromagnética, forte, fraca e gravitacional. Essas partículas possuem carga elétrica, cor, massa e sabor. Os léptons são representados pelas seis partículas abaixo dos quarks nos sabores:  $e$  (Elétron),  $\nu_e$  (Neutrino do Elétron) - primeira geração;  $\mu$  (Múon),  $\nu_\mu$  (Neutrino do Múon) - segunda geração;  $\tau$  (Tau),  $\nu_\tau$  (Neutrino do Tau) - terceira geração. A principal diferença entre os léptons e os quarks é que eles não sofrem a ação da força forte pois não possuem o número quântico cor, no entanto em se tratando de carga elétrica, alguns deles podem possuir, diferentemente do caso dos neutrinos. A massa dos neutrinos é ainda um tema de discussão. Cada Férmion tem um Antiférmion associado. Os Bósons são as partículas consideradas mediadoras ou de troca. Eles possuem spin inteiro, não obedecem ao Princípio da exclusão de Pauli e estão representados na Figura 1.

Figura 1 – Representação do Modelo Padrão da Física de Partículas.



Fonte: (Mitra, S., 2023).

Tabela 1 – Magnitude das forças fundamentais da natureza.

Força	Magnitude	Bóson
Forte	1	Glúon $g$
Eletromagnética	$10^{-3}$	Fóton $\gamma$
Fraca	$10^{-8}$	Boson $W^\pm$ Boson $Z^0$
Gravitacional	$10^{-37}$	Graviton? $G$

Fonte: Autoria própria.

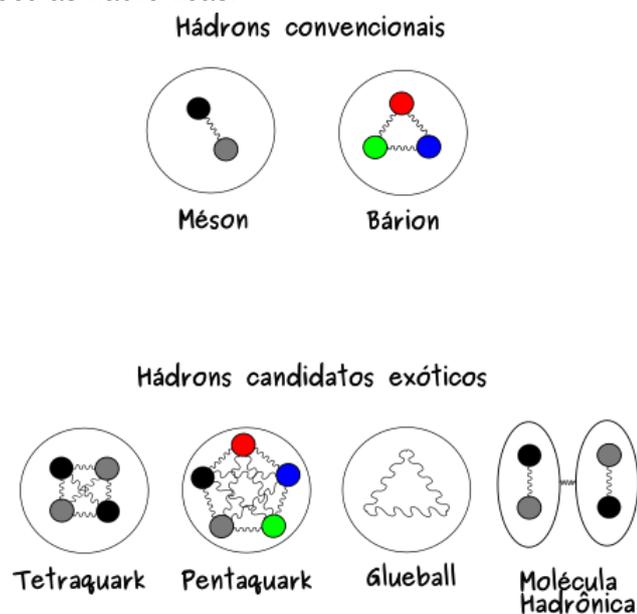
Como podemos observar pela Tabela 1, o  $\gamma$  (Fóton) é a partícula mediadora associada a interação eletromagnética que não possui massa, carga elétrica ou cor. Ele interage apenas com partículas que possuem carga elétrica. Os bósons  $W^\pm$  e  $Z^0$  são as partículas mediadoras associadas à interação fraca. Interagem com todas as partículas, pois todas têm sabores. Os bósons  $W^\pm$  possuem massa, carga, mas não possuem cor, e os bósons  $Z^0$  possuem massa, mas não possuem carga nem cor. O bóson de Higgs ( $H$ ) é a partícula associada ao campo de Higgs. A interação das partículas elementares com esse campo é o que lhes confere massa. Já o gráviton ( $G$ ), hipotética partícula mediadora da interação gravitacional, ainda não foi medida exper-

rimentalmente. O bóson Glúon ( $g$ ) não possui massa nem carga elétrica, mas possui cor, este é a partícula mediadora associada a interação forte, ou seja, ele interage apenas com partículas que possuem cor (Ostermann, F., 1999).

Devido ao caráter da interação forte, os quarks e glúons não são encontrados livremente na natureza, mas sim em estados ligados chamados hádrons e esses estados ligados não possuem carga de cor líquida. Inicialmente foram observadas apenas duas classes de hádrons: bárions que são os agrupamentos de três quarks ( $qqq$ ), como exemplos: prótons e nêutrons, ou antiquarks ( $\bar{q}\bar{q}\bar{q}$ ), como exemplos: antiprótons e antinêutrons; e os mésons que são os agrupamentos de pares quark e antiquark ( $q\bar{q}$ ), como exemplos: píons e káons. Como podem ser vistos em hádrons convencionais na Figura 2.

Entretanto, nos últimos anos diversas colaborações experimentais observaram sistemas ditos exóticos (Mizuk, R. and Chilikin K., 2023; Liu, Z., Mitchell, R. M., 2021; Koppenburg, P., 2023). Esses sistemas exóticos são candidatos a estados identificados como tetraquarks, (constituídos por dois quarks e dois antiquarks), pentaquarks (constituídos por três quarks/antiquarks e um par quark e antiquark) e candidatos a Glueballs (composto apenas de glúons), estes existem devido à carga de cor complexa de seus glúons constituintes (uma unidade de cor e uma unidade de anticor), além de moléculas hadrônicas (constituídas por dois ou mais hádrons) onde podemos ver em hádrons candidatos exóticos na Figura 2.

Figura 2 – Representação da estrutura interna dos hádrons exóticos tetraquark, pentaquark; do glueball e das moléculas hadrônicas.



Como dito anteriormente, os quarks interagem via interação forte (por troca de glúons) e esses glúons também interagem entre si, pois possuem além do número quântico cor, a anticor. Essa interação forte, mediada pelos glúons, é responsável

por manter os quarks unidos no interior dos hádrons (como prótons e nêutrons) e é descrita pela **Cromodinâmica Quântica - QCD**.

## 2.2 Cromodinâmica Quântica

A cromodinâmica quântica (Quantum Chromodynamics - QCD) é a teoria que descreve a dinâmica interna dos hádrons, ou seja, descreve a interação forte entre os quarks e glúons coloridos (Tanabashi, M. et al., 2018). A QCD é uma teoria de calibre que respeita a simetria de grupo não-abeliana  $SU(3)$ , possuindo três graus de liberdade, i.e. três cargas de cor.

### 2.2.1 Características da QCD

A densidade lagrangiana clássica da Cromodinâmica Quântica  $\mathcal{L}$  (Ellis, R. K. and Stirling, W. J. and Webber, B. R., 1996) parte da ideia de que todos os hádrons são compostos por quarks (Kovchegov, Y. V. and Levin, E., 2013), e é dada por

$$\mathcal{L}_{classica} = \underbrace{\sum_{f=1}^{N_f} \bar{\psi}^f (i\gamma^\mu D_\mu - m_f) \psi^f}_{\mathcal{L}_1} - \underbrace{\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^\alpha F^{\alpha\mu\nu}}_{\mathcal{L}_2}, \quad (1)$$

onde o termo  $\mathcal{L}_1$  é quem contém o termo cinético e de massa dos quarks e devido a  $D_\mu$  temos também um termo de interação quark-quark-glúon, descrevendo a interação com os oito glúons. Ele contém a soma sobre os  $N_f$  sabores ativos de quarks, onde satisfazem  $m_f < Q$ , sendo  $Q$  a escala de energia. Cada sabor  $f$  manifesta-se em três cores  $i$  distintas, assim, o estado do quark no espaço das cores é dado por

$$\psi^f = \begin{pmatrix} \psi_r^f \\ \psi_g^f \\ \psi_b^f \end{pmatrix}, \quad \bar{\psi}^f = \left( \psi_r^f \quad \psi_g^f \quad \psi_b^f \right).$$

cada  $\psi_i^f$  representa um espinor de Dirac de quatro componentes. Este termo é análogo à Lagrangeana livre de Dirac, que por si só não é invariante sob transformações de calibre locais do grupo  $SU(3)$ . É justamente a exigência dessa simetria local que leva à introdução da derivada covariante apropriada

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu \equiv \partial_\mu - ig_s \frac{\lambda^a}{2} A_\mu^a,$$

com  $\lambda^a$  representando as matrizes de Gell-Mann e  $g_s$  caracteriza a intensidade da interação. O termo  $A_\mu^a$  ( $a=1, \dots, 8$ ) é o campo de calibre representando os oito campos de calibre, com massa nula e spin 1.  $\mathcal{L}_2$  representa o termo cinético do campo de

glúons além das interações de três e quatro glúon e  $F_{\mu\nu}^a$  é o tensor intensidade do campo forte, sendo dada por

$$F_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_s f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (2)$$

na qual carrega o índice de cor  $a$  e este faz a correspondência com cada um dos oito geradores de simetria do grupo SU(3). O último termo da expressão acima assegura que esta seja invariante sob transformação local de calibre não abeliana devido possuir um termo a mais que o caso eletromagnético. O termo  $f^{abc}$  é a constante de estrutura do grupo SU(3) que se origina pelo fato dos geradores de simetria desse mesmo grupo SU(3) não comutarem. Esses geradores são as matrizes de Gell-Mann  $\lambda^a$  e são dadas por

$$[\lambda^a, \lambda^b] = i f^{abc} \lambda^c. \quad (3)$$

Pelo fato dos geradores de grupo não comutarem entre si, pode-se ver o caráter não abeliano que a QCD mantém. O termo  $\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}$  na densidade lagrangiana clássica é similar ao termo de energia cinética eletromagnética. No caso da QCD, o  $F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}$  é o termo cinético correspondente ao campo de glúons e descreve a energia do campo de glúons. O termo  $g_s f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$  diferencia os tensores intensidade de campo forte dos tensores de intensidade do campo eletromagnético, referente às autointerações dos campos de glúons  $A_\mu^a$ . Esse termo de acoplamento nos leva à liberdade assintótica. O termo que contém a somatória na densidade lagrangiana clássica da QCD é semelhante à lagrangiana do campo de férmion livre (ou mais conhecida como Lagrangiana Livre de Dirac), que é invariante sob transformações de fase desde que se aplique a derivada covariante  $D_\mu$ . Esse termo contém o termo cinético e de massa dos quarks e descreve a interação dos quarks com oito glúons, isto é, a interação do campo fermiônico  $\psi^f$  com o campo de calibre  $A_\mu^a$ . Para termos maior clareza da natureza física contida em cada termo da lagrangiana total da QCD, podemos decompô-la em

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \underbrace{-\frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a)(\partial^\mu A^{a\nu} - \partial^\nu A^{a\mu})}_{\text{termo cinético dos glúons}} + \underbrace{\sum_f \bar{\psi}^f (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_f)\psi^f}_{\text{termo cinético e de massa dos quarks}} \\ & - \underbrace{g_s A_\mu^a \sum_f \bar{\psi}^f \gamma^\mu \left(\frac{\lambda^a}{2}\right)_{ij} \psi_j^f}_{\text{termo de interação quark-glúon}} - \underbrace{\frac{g_s}{2} f^{abc} (\partial A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a) A^{b\mu} A^{c\nu}}_{\text{termo de interação entre os glúons}} \\ & - \underbrace{\frac{g_s^2}{4} f^{abc} f^{ade} A_\mu^b A_\nu^c A^{d\mu} A^{e\nu}}_{\text{termo de interação entre quatro glúons}}. \quad (4) \end{aligned}$$

Os únicos parâmetros livres na lagrangiana da QCD são as massas dos quarks e a constante de acoplamento forte ( $\alpha_s = \frac{g_s}{4\pi}$ ). A lagrangiana completa da QCD é dada por

$$\mathcal{L}_{QCD} = \mathcal{L}_{clssica} + \mathcal{L}_{\text{fixação de calibre}} + \mathcal{L}_{\text{fantasma}}.$$

O termo  $\mathcal{L}_{\text{fixação de calibre}}$  existe na expressão acima para restringir as contribuições infinitas no cálculo dos propagadores. A fixação de calibre atua sobre as componentes longitudinais não físicas do campo do glúons, onde essas componentes contribuem para os laços de glúons e precisam ser subtraídas; Esta subtração deve ser feita ao introduzirmos um campo hipotético que cancelará a contribuição não física fornecida na escolha do calibre. Esse campo hipotético é chamado de campo fantasma de Faddeev Popov (Faddeev, L. D. and Popov, V. N., 1967). Para cada laço de glúon insere-se um laço do campo fantasma, que cancela precisamente a parte longitudinal dos glúons, ressaltando que as partículas artificiais introduzidas pelos campos fantasmas de Faddeev Popov não possuem significado físico e apresentam seus próprios propagadores e fatores de acoplamento (Greiner, W. and Schramm, S. and Stein, E., 2007). As regras de Feynman, veja nas Figuras 3, 4 e 5, obtidas a partir da lagrangiana da QCD no espaço de momento serão dadas a seguir (Muta, T., 1987) usando o calibre de Lorentz,  $\partial \cdot A^a = 0$  e serão adotadas letras gregas para definir os índices de espaço-tempo, letras latinas para os índices das cores com  $(i, j, k = 1, 2, 3)$  para quarks e  $(a, b, \dots = 1, \dots, 8)$  para glúons e fantasmas,  $p$  para o momento e  $u$  e  $v$  para espinores do quark e do antiquark, respectivamente. Analisando que no calibre de Lorentz ( $D_{\mu\nu}(p) = g_{\mu\nu} - (1 - \xi)(\frac{p_\mu p_\nu}{p^2})$ ), com o calibre de Landau sendo  $\xi = 0$  e o calibre de Feynman sendo ( $\xi = 1$ ).

Figura 3 – Regras de Feynman para a QCD - Orientação quark e antiquark.

Quark entrando		$= u^i(p)$
Quark saindo		$= \bar{u}^i(p)$
Antiquark entrando		$= \bar{v}^i(p)$
Antiquark saindo		$= v^i(p)$

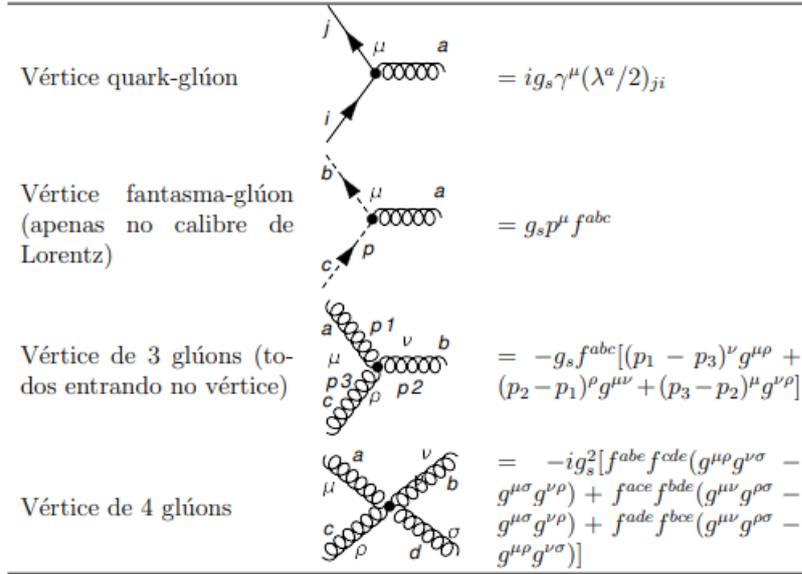
Fonte: (Lima, Y. N., 2020).

Figura 4 – Regras de Feynman para a QCD - Propagadores.

Propagador do quark		$= \frac{i(p + m_f)}{p^2 - m_f^2 + i\epsilon} \delta^{ij}$
Propagador fantasma		$= \frac{i}{p^2 + i\epsilon} \delta^{ab}$
Propagador do glúon		$= -\frac{iD_{\mu\nu}(p)}{p^2 + i\epsilon} \delta^{ab}$

Fonte: (Lima, Y. N., 2020).

Figura 5 – Regras de Feynman para a QCD - Vértices.



Fonte: (Lima, Y. N., 2020).

Devido a existência dos vértices de três e quatro glúons a constante de acoplamento da QCD ( $\alpha_s$ ) comporta-se diferentemente do acoplamento da QED (Halzen, F. and Martin, Alan D, 2008; Greiner, W. and Schramm, S. and Stein, E., 2007). Essa constante de acoplamento  $\alpha_s$  não é de fato uma constante e o seu valor depende da escala de energia da interação. Assim ela depende da distância e, em ordem mais baixa é representada por (Thomson, M., 2013),

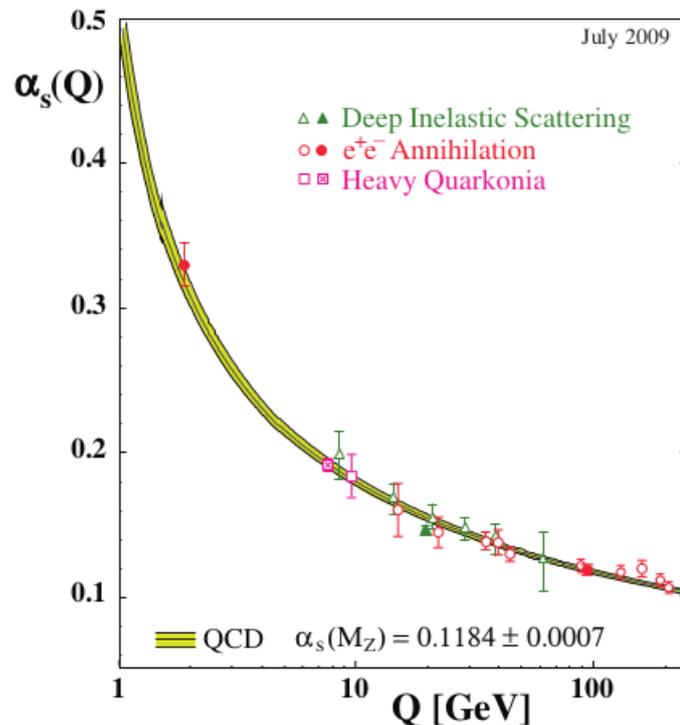
$$\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{\beta_0 \ln \left( \frac{Q^2}{\Lambda_{QCD}^2} \right)} \quad (5)$$

com  $\beta_0 = 11N_c - \frac{2N_f}{12\pi}$ . O parâmetro  $\Lambda_{QCD}^2$  é fornecido via dados experimentais. Como temos  $N_c = 3$ ,  $N_f \leq 6$ , onde o número efetivo de sabores depende da escala de momento  $Q$ , assim  $\beta$  será sempre maior que zero, faz com que o efeito de antibrindagem domine e a constante de acoplamento diminua com o aumento de  $Q^2$  (Thomson, M., 2013; Griffiths, D., 2020).

O comportamento da constante de acoplamento  $\alpha_s$  da QCD pode ser visto na Figura 6. No regime para altos valores de  $Q$ , em altas energias (cujas distâncias entre os quarks e glúons são curtas e essas partículas não são atraídas intensamente pela interação forte e se comportam livremente no interior do hádron), a constante de acoplamento é baixa, sendo um valor precisamente pequeno onde a teoria da perturbação possa ser utilizada. Essa particularidade da QCD é conhecida como “liberdade assintótica”.

No regime para baixos valores de  $Q$ , em baixas energias (cujas distâncias entre os quarks e glúons são grandes, essas partículas passam a ser atraídas com maior

Figura 6 – Comportamento da constante de acoplamento  $\alpha_s$  em função da escala de energia  $Q$ .



Fonte: (Pires, D. S., 2014).

intensidade pela interação forte), a constante de acoplamento é alta, e utiliza-se da teoria não perturbativa como QCD na rede. Essa particularidade da QCD é conhecida como “Confinamento de cor”. Esse confinamento de cores da QCD impõe que quarks e glúons não sejam observados livremente na natureza, mas sim como estados ligados no interior dos hádrons, tais como: próton, nêutron, pión, káon. Iremos abordar na próxima seção como podem ser encontradas na natureza essas combinações de quarks.

## 2.3 Estados Ligados

Os estados ligados hadrônicos mais simples observados são sistemas compostos por partícula e antipartícula. Os estados ligados correspondem a singletos de cor, sendo os mésons ( $q\bar{q}$ ) e os bárions ( $qqq$ ) ou antibárions ( $\bar{q}\bar{q}\bar{q}$ ), e são objetos incolores. Teoricamente, as combinações desses mésons ( $q\bar{q}$ ) e bárions ( $qqq$ ), podem resultar em candidatos à hádrons exóticos, tais como: estados de multiquarks compactos, moléculas hadrônicas, estados híbridos e ainda glueballs, como iremos expor na subseção de Sistemas Exóticos.

Os sistemas compostos podem existir em dois estados diferentes, sendo estes os para-estados e os orto-estados. A espectroscopia do sistema ligado é definida pelos

números quânticos  $J^{PC}$  e esses descrevem as propriedades desses estados ligados, com  $J$  representando o momento angular total do sistema (soma do momento orbital com o momento do spin) e a notação  $PC$  representa a combinação de paridade ( $P$ ) e conjugação de carga ( $C$ ).

A nomenclatura dos estados exóticos tetraquarks são dadas por T e dos pentaquarks são dadas por P com o subscrito listando a composição dos Quark Bottom ( $b$ ), Quark Charm ( $c$ ) e Quark Strange ( $s$ ). Os estados exóticos do tipo quarkônio seguem o esquema de nomenclatura dos mésons convencionais, onde o nome está relacionado à composição dos quarks e combinação dos números quânticos  $J^{PC}$ , a exemplo disso, temos que o estado  $\phi$  denota um estado com no mínimo um par  $s\bar{s}$ , temos que o estado  $\psi$  denota um estado com no mínimo um par  $c\bar{c}$  e combinação de números quânticos  $1^{--}$  e o estado  $\chi_{c1}$  denota um estado com no mínimo um par  $c\bar{c}$  e a combinação de números quânticos  $1^{++}$ . A nomenclatura  $X$  é genérica, sendo usada em novas partículas, até que ganhem um nome oficial. Os números que estão entre parênteses referem-se a massas medidas aproximadas em MeV. A exemplo, as partículas  $X(3872)$  e  $X(6900)$  possuem tal nomenclatura devido a suas estruturas internas ainda não estarem bem definida pela literatura. Estas possuem massas 3.872 GeV e 6.900 GeV, respectivamente.

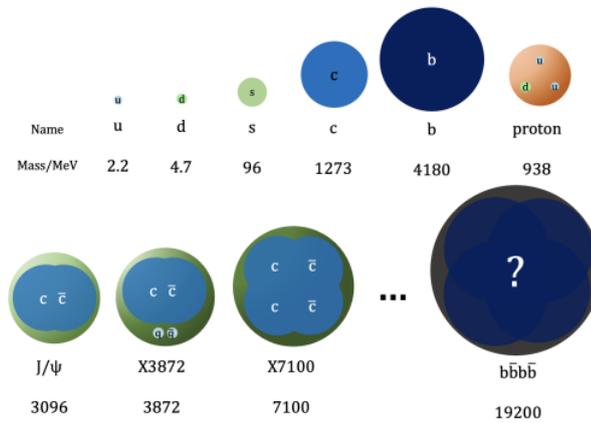
Os precursores essenciais foram a descoberta do Quark Charm ( $c$ ) no SLAC em 1974 e a descoberta do quark bottom ( $b$ ) no Fermilab em 1977. Os experimentos nos quais descobriram esses novos hádrons fornecem grandes evidências de que estes contêm pelo menos um quark charm ou quark bottom pesado, onde a maioria inclui dois deles. Uma característica intrigante é que **hádrons compostos de quarks leves são mais difíceis de modelar devido sua dinâmica altamente relativística e sua ligação não perturbativa.**

Na Figura 7, podemos ver tal característica analisando o fato do próton pesar 938 MeV mas seus quarks pesarem coletivamente,  $\lesssim 10$  MeV, ou seja, os quarks constituintes contam apenas para 10% de sua massa, isso em razão da forte ligação entre os quarks e suas velocidades relativísticas. Em contrapartida,  $\approx 70\%$  da massa  $X(7100)$  é contabilizada pelos quatro quarks dentro ( $4 * 1.28 = 5.1$ ) GeV. Dessa maneira, uma **estrutura composta de quarks totalmente pesados** é muito mais simples do que a **estrutura do próton** (Zhu, F. and Bauer, G. and Yi, K., 2024).

Ainda se tratando da Figura 7, **os tamanhos das esferas representam qualitativamente as massas dos quarks e das partículas compostas:** quarks leves, como  $u$  e  $d$ , são representados com esferas menores, enquanto quarks mais pesados, como o  $c$  e  $b$ , aparecem com tamanhos maiores. A comparação se estende também a hádrons como o próton, o  $X(3872)$ , o  $X(7100)$  e um estado hipotético tetraquark  $b\bar{b}b\bar{b}$ , ilustrando o aumento de massa com a presença de quarks mais pesados.

É importante frisar que, apesar  $t\bar{t}$  decaírem antes de formar hádrons estáveis - de-

Figura 7 – Ilustração das massas das partículas.



Fonte: (Zhu, F. and Bauer, G. and Yi, K., 2024).

vido à sua curta vida média, resultados recentes sugerem a formação de um estado quase-ligado do tipo toponium, próximo ao limiar de produção de pares  $t\bar{t}$  (CMS Collaboration, 2025).

### 2.3.1 Mésons

A QCD é a teoria que prevê a existência de estados ligados. Pelo modelo de quarks, os mésons são feitos de estados ligados de um quark e de um antiquark ( $q\bar{q}$ ) que possuem cor neutra. Os sabores de  $q$  e  $\bar{q}$  podem ser diferentes. Se o momento angular orbital do estado  $q\bar{q}$  é  $l$ , a Paridade  $P = (-1)^{l+1}$ .

Para esclarecer isso, sabemos que o  $l$  é o momento angular orbital. Se  $l = 0$ , o sistema é esférico e não possui contribuição orbital. Também sabemos que o  $S$  é o Spin total do sistema. Para quarks, o spin pode ser 0 (paralelos) ou 1 (antiparalelos). Então quando  $l = 0$  a relação  $|l - S| \leq J \leq |l + S|$  se simplifica para  $J = S$ , significando que o momento angular total  $J$  do méson é igual ao do seu Spin  $S$ . A condição  $l = 0$  é especificamente importante para os estados fundamentais dos mésons, pois define a relação direta entre o spin e o momento angular total, facilitando a classificação e a análise das propriedades espectroscópicas desses estados.

A conjugação de carga  $C = (-1)^{l+S}$  é definida apenas nos casos de estados feitos de quarks e seus antiquarks correspondentes. Os mésons são classificados em multipletos  $J^{PC}$ , os estados de  $l = 0$  são os pseudoescalares ( $0^{-+}$ ) e vetores ( $1^{--}$ ). As excitações orbitais de  $l = 1$  são os escalares ( $0^{++}$ ), os vetores axiais são ( $1^{++}$ ), os pseudovetores são ( $1^{+-}$ ) e os tensores são ( $2^{++}$ ). As excitações radiais são manifestadas a partir do número quântico principal  $n$ . Estados na série natural de spin-paridade  $P = (-J)^J$  devem ter  $S = 1$  e então  $CP = +1$ . Assim, os mésons com spin-paridade natural e  $CP = (0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, 3^{-+}, \dots)$  são proibidos no modelo  $q\bar{q}$  além do estado  $J^{PC} = 0^{--}$  (Amsler C. and Crede V. and DeGrand T., 2023). Os mésons têm também como propriedade o número bariônico  $B = 0$ , carga elétrica

( $e^-$ ), massa ( $m$ ) e espectroscopia ( $J^{PC}$ ), como mencionado anteriormente. Vejamos alguns mésons na Tabela 2.

Tabela 2 – Tabela de composição dos Mésons em termos dos quarks

Méson	$J^{PC}$	Composição dos mésons em termos dos quarks
$f_0(500)$	$0^{++}$	$\frac{1}{2}(u\bar{u} - d\bar{d})$
$a_0(1950)$	$0^{++}$	$\frac{1}{2}(u\bar{u} + d\bar{d})$
$\rho(1700)$	$1^{--}$	$\frac{1}{2}(d\bar{d} - u\bar{u})$
$K(1460)$	$0^-$	$(s\bar{d})$
$D_2^*(2460)^0$	$2^+$	$(c\bar{u})$
$D_{s2}^*(2573)$	$2^+$	$(c\bar{s})$
$\psi(4160)$	$1^{--}$	$(c\bar{c})$
$B_1(5721)^+$	$1^+$	$(b\bar{u})$
$B_{s1}(5830)^0$	$1^+$	$(b\bar{s})$
$J/\psi(1S)$	$1^{--}$	$(c\bar{c})$
$\chi_{c1}(4274)$	$1^{++}$	$(c\bar{c})$
$\Upsilon(1S)$	$1^{--}$	$(b\bar{b})$

Fonte: Autoria própria.

Os estados ligados dessa tabela podem ser encontrados em (Workman, R. L. et al., 2023). Os mésons que participam da interação forte são formados por quarks leves: up, down ( $u, d$ ) e também pelo quark strange ( $s$ ); como dito anteriormente, possuem uma dinâmica altamente relativística tornando assim inviável análises baseadas na equação de Schrödinger. No entanto, devido os estados ligados de quarks pesados, como charm e bottom ( $c, b$ ) não serem intrinsecamente relativísticos é viável tratar as interações da mesma maneira que o átomo de hidrogênio. Em virtude da grande massa dos quarks pesados, eles estão mais próximos um dos outros dentro dos hádrons em relação aos quarks leves. Para os quarks pesados charmonium ( $c\bar{c}$ ) ou bottomonium ( $b\bar{b}$ ) a QCD é Não Relativística (NRQCD) e nesse regime a interação entre os quarks pode ser apresentada via potencial estático  $V(r)$  em razão das autointerações dos glúons, esse potencial estático a grandes distâncias é proporcional à separação dos quarks,  $V(r) \sim kr$ .

### 2.3.2 Bárions

Os bárions são férmions que possuem o número bariônico  $B \neq 0$ , e são formalmente identificados como configurações constituídas por três quarks ( $qqq$ ) ou por três antiquarks ( $\bar{q}\bar{q}\bar{q}$ ). Os bárions possuem propriedades como spin semi-inteiro ( $S = \frac{1}{2}$ ) ou inteiro ( $S = \frac{3}{2}$ ), carga elétrica ( $Q$ ), massa ( $m$ ) e podem ser caracterizados por espectroscopias que envolvem os números quânticos  $J^{PC}$ .

Como os quarks são férmions, a função de onda bariônica deve ser antissimétrica

sob troca de quaisquer dois quarks de massa igual. Assim, pode ser escrito como

$$|qqq\rangle_A = |\text{cor}\rangle_A \times |\text{espaço, spin, sabor}\rangle_S. \quad (6)$$

onde  $A$  e  $S$  indicam antissimetria e simetria sobre troca de dois quarks de massas iguais. A estrutura dos quarks dos bárions pode ser observada na tabela 3.

Tabela 3 – Tabela de composição dos Bárions em termos dos quarks

Bárion	$J^{PC}$	Composição dos Bárions em termos dos quarks
Próton (p)	$\frac{1}{2}^+$	uud
Nêutron (n)	$\frac{1}{2}^+$	ddu
Lambda ( $\Lambda$ )	$\frac{1}{2}^+$	uds
Sigma positivo ( $\Sigma^+$ )	$\frac{1}{2}^+$	uus
Omega negativo ( $\Omega^-$ )	$\frac{3}{2}^+$	sss

Fonte: Autoria própria.

### 2.3.3 Sistemas Exóticos

Existem duas classes de mésons exóticos incolores permitidos na Cromodinâmica Quântica: Os **Mésons com glúons ativos** que podem ser *Glueballs* ou *Híbridos*; atualmente apenas temos candidatos para estes estados, no entanto, a teoria permite a sua existência, uma revisão sobre este tema é feita em (Meyer, C. A. and Swanson, E. S., 2015). E os **Estados de multiquark compactos** nos quais os sistemas mais simples são os *Tetraquarks*, *Pentaquarks* ou ainda, os “tetraquarks compactos” mais conhecidos como *Diquonium*. A combinação entre os quarks e os glúons podem resultar em

- candidatos a estados de multiquarks compactos: como os **tetraquarks** — representados por configurações do tipo  $(q\bar{q}q\bar{q})$  — e os **pentaquarks**, com estruturas do tipo  $(qqqq\bar{q})$  ou  $(\bar{q}\bar{q}q\bar{q}q)$ , consistem em sistemas nos quais todos os quarks estão fortemente ligados em uma única configuração coesa e compacta. Nesses estados, a interação forte atua de forma plena entre os constituintes, resultando em dimensões comparáveis às dos hádrons convencionais.
- candidatos a moléculas hadrônicas: Os **hádrons individuais** — como nas configurações  $(q\bar{q})-(qqq)$ ,  $(q\bar{q})-(\bar{q}\bar{q}\bar{q})$  ou  $(q\bar{q})-(q\bar{q})$  — mantêm sua estrutura interna preservada, mas se acoplam por meio da chamada *interação forte residual*, proveniente das forças internas que atuam entre os quarks constituintes de cada hádron. Essa interação residual pode ser entendida como uma manifestação remanescente da interação forte fundamental, é mais fraca do que aquela responsável pelos estados de multiquarks compactos. No entanto, ela é suficientemente intensa para ligar os hádrons em estruturas compostas, essas chamadas de moléculas hadrônicas. Por não estarem confinados em um único volume compacto,

essas moléculas tendem a apresentar dimensões maiores e configurações espaciais mais difusas em comparação aos estados compactos de multiquarks. À primeira vista, os tetraquarks e pentaquarks podem parecer semelhantes às moléculas hadrônicas; contudo, existem distinções importantes entre esses dois tipos de estados. Uma das principais diferenças reside na configuração interna adotada pelos quarks dentro do hádron. Além disso, ao se considerar estados hipotéticos — nos quais se parte de um modelo teórico específico, assumindo-se uma determinada massa e uma largura de decaimento para o canal de dois fótons — é possível calcular a seção de choque associada a essa partícula. A comparação entre essa previsão teórica e os dados experimentais permite avaliar a validade do modelo: se os valores não forem compatíveis, isso indica que o modelo hipotético adotado para descrever o estado não é adequado; por outro lado, se houver concordância, o modelo teórico proposto é considerado consistente com as observações experimentais.

- candidatos a estados híbridos (sejam mésons ou bárions): tratam-se de hádrons exóticos compostos por quarks de valência, como nos mésons e bárions convencionais, mas que apresentam, adicionalmente, uma excitação explícita do campo de glúons. Ou seja, a gluonização participa ativamente da estrutura interna do estado, distinguindo-os dos hádrons comuns. O termo *gluonização* refere-se ao processo pelo qual os glúons (que normalmente mediam a força forte entre os quarks) começam a fazer parte integrante da estrutura do hádron. Esses glúons são chamados “glúons de valência” onde contribuem para a definição das propriedades da partícula, incluindo sua energia e suas interações com outras partículas. Esses estados híbridos podem ser interpretados, em determinados modelos, como uma combinação de configurações entre os estados de multiquarks compactos e as moléculas hadrônicas. Atualmente, temos apenas candidatos para estes estados, mas a teoria permite a sua existência. Uma revisão abrangente sobre este tema é apresentada em (Zhu, F. and Bauer, G. and Yi, K., 2024).
- candidatos a glueballs: aqui o estado ligado é composto apenas por “glúons de valência”, nesse caso não tem quark no interior do hádron exótico (Zhu, F. and Bauer, G. and Yi, K., 2024).

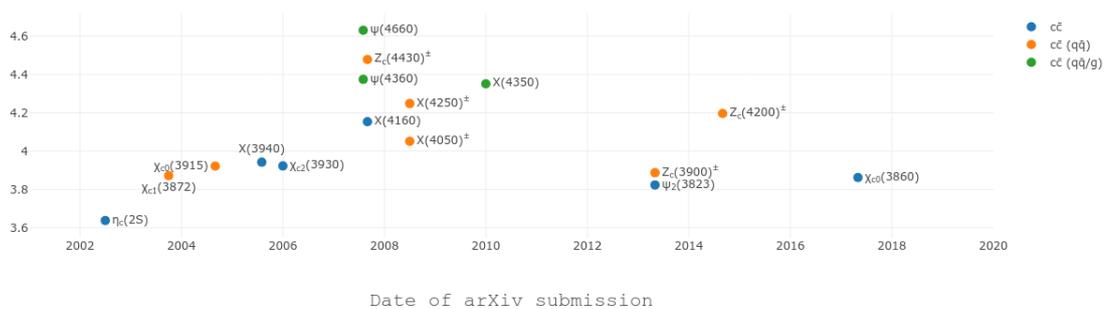
Um *Hadroquarkonia* consiste em um par de quarks e antiquarks pesados em um núcleo compacto cercado por uma nuvem de quarks leves. Os hádrons que não entram na categoria de hádrons convencionais são considerados hádrons exóticos, conjuntamente com aqueles estados ligados que compreendem mais do que o número mínimo de quarks onde esses hádrons exóticos podem vir em forma de mésons exóticos como os tetraquarks ou bárions exóticos como pentaquarks.

A existência de um noneto leve composto por tetraquarks (dois quarks e dois antiquarks) com massas abaixo de 1 GeV foi proposta há muito tempo por (Jaffe, R. J., 1977; Jaffe, R. L., 1977). Os pentaquarks são partículas subatômicas exóticas nas quais são compostas por ( três quarks/antiquarks e um par quark e antiquark), onde difere dos mésons (que possuem um quark e um antiquark) e os bárions (que possuem três quarks ou antiquarks) convencionais.

Os modelos fenomenológicos são empregados para prever o espectro completo de hádrons, embora se baseiem em suposições frequentemente contraditórias e incorram em incertezas sistemáticas de difícil controle. Essas limitações levam à questões fundamentais ainda não resolvidas, tais como: se os glúons atuam como constituintes de hádrons, ou ainda se eles se misturam entre si e com hádrons convencionais. Devido a essas e outras perguntas que precisam ser respondidas experimentalmente, a espectroscopia de hádrons permanece uma das fronteiras experimentais mais desafiadoras do Modelo Padrão da física de partículas.

Recentemente, avanços significativos foram obtidos com a descoberta de mais de 90 estados exóticos em colaborações como BELLE, BESIII e LHC. Nas Figuras 8, 9 e 10, ilustram-se exemplos desses novos estados, cujas propriedades desafiam interpretações convencionais e exigem abordagens teóricas mais sofisticadas para serem adequadamente descritos.

Figura 8 – Novos hádrons encontrados BELLE.

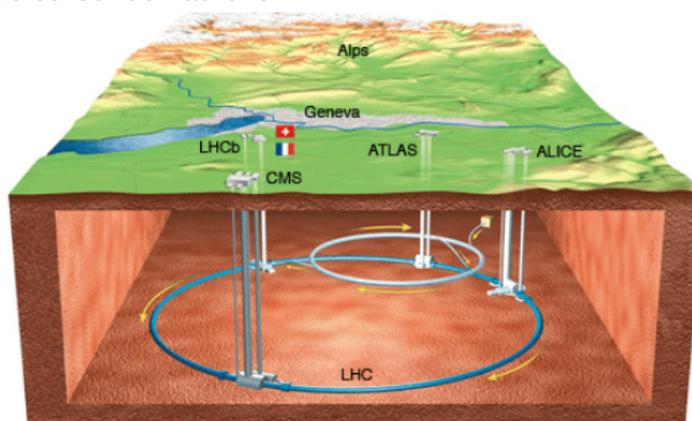


Fonte: (Mizuk, R. and Chilikin K., 2023).

Alguns dos estados exóticos dos quais analisaremos aparecem nos dados do BELLE, tais como  $\chi_{c0}(3915)$ ,  $X(3940)$ .



Figura 11 – O grande colisor de hádrons.



Fonte: (Mollén, A. and Erlandsson, R., 2010).

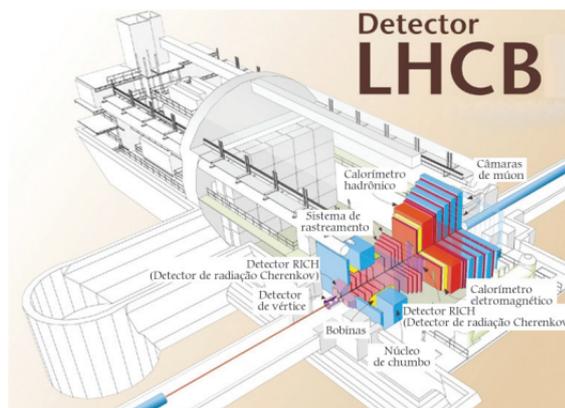
restre, onde as partículas circulam durante 20 minutos até alcançarem energia e velocidades máximas para colidirem entre si. Essas colisões são preparadas para ocorrer em quatro experimentos de detecção de partículas no interior do LHC, sendo estes o ATLAS (A Toroidal LHC ApparatuS), o CMS (Compact Muon Detector), o ALICE (A Large Ion Collider Experiment) e o LHCb (LHC-Beauty), este é representado na Figura 12. Os dois primeiros são considerados experimentos mais genéricos, aptos a detectar inúmeros tipos de partículas. Já os dois últimos experimentos são focados em partículas mais específicas. Em particular, o LHCb é especializado em investigar as pequenas diferenças entre matéria e antimatéria estudando mésons formados pelo quark  $b$ , além de fornecer dados para estudos da violação CP e física exótica. Sua cobertura de pseudo-rapidez  $\eta$  no referencial de laboratório é  $2 < \eta < 5$  (Hadjidakis, C. and Kikoła, D. and et al., 2021).

O experimento LHCb também é composto de seis principais subdetectores: 1º - Vertex Locator (VELO) de tira de silício, o atual detector VELO será completamente substituído por um novo detector baseado em sensores de pixels de silício híbridos; 2º - Ring Imaging Cherenkov Detectors (RICH Detectors), para identificação de diferentes tipos de hádrons carregados; 3º - Tracking System, onde a primeira estação do atual sistema de rastreamento é baseada em microfita de silício. As outras três estações, que estão localizados após o grande ímã do LHCb, são compostas de rastreadores internos de microfaixa de silício e rastreadores externos de "straw drift tube" que reconstroem trajetórias das partículas com eficiência (Hadjidakis, C. and Kikoła, D. and et al., 2021); 4º - Sistema de Calorímetros, é composto por dois detectores: um calorímetro eletromagnético e um calorímetro hadrônico. O primeiro utiliza uma estrutura de chumbo mais um cintilador para medir a energia de partículas eletromagnéticas, como fótons e elétrons. Já o segundo utiliza uma estrutura de ferro mais um cintilador para detectar hádrons (prótons, píons, etc.). Juntos, usam a técnica de amostragem em camadas: um metal denso gera chuviscos de partículas, enquanto o cintilador converte

sua energia em luz para uma medição precisa. Esses calorímetros permitem identificar e medir com precisão diferentes tipos de partículas produzidas nas colisões; 5º - Sistema de múons, que consiste em cinco estações de múons de formato retangular com camadas alternadas de ferro e câmaras proporcionais multifios, a primeira estação é composta por detectores triplos multiplicadores de elétrons de gás, enquanto as outras quatro são compostas por câmaras proporcionais multifios. Este sistema serve para a identificação de múons; 6º - Detector High Rapidity Shower Counters for LHCb (HeRSChEL), é um subdetector instalado pelo LHCb, é um sistema de contadores de chuveiros dianteiros composto por cinco planos cintiladores com tubos fotomultiplicadores (PMTs), quando combinado com os outros subdetectores do LHCb, o HeRSChEL amplia bastante a sensibilidade para detectar partículas carregadas em altas pseudorapidezes  $\eta$ :  $-10 < \eta < -5$ ,  $-3.5 < \eta < -1.5$ ,  $2 < \eta < 5$  e  $5 < \eta < 10$  (Hadjidakis, C. and Kikoła, D. and et al., 2021). Abordaremos em capítulos posteriores acerca das grandezas rapidez  $Y$  e pseudorapidez  $\eta$ .

Cada um desses subdetectores do LHCb está focado na medição de uma característica diferente das partículas produzidas a partir das colisões de íons. Os componentes dos subdetectores são simultaneamente capazes de coletar informações sobre a identidade, a trajetória, o momento e a energia de cada partícula gerada, além de identificar partículas individualmente dentre as bilhões que surgem a partir do ponto de colisão, (Pereira, M. M., 2011).

Figura 12 – Desenho esquemático do LHCb em escala.



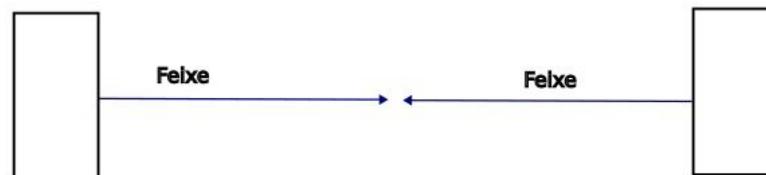
Fonte: (Pereira, M. M., 2011).

As colisões entre as partículas podem acontecer de duas formas dentro do LHC. Podem ocorrer no modo colisor, visto na Figura 13, com feixes de (próton-próton pp / próton-chumbo pPb / chumbo-chumbo PbPb) sendo disparados um contra o outro dentro do túnel. A energia relevante para a produção de novas partículas é a energia no centro de massa  $\sqrt{S}$  que é maximizada nesta configuração. Para colisões **pp**, essa energia é de  $\sqrt{S} = 13,6$  TeV (13.600 GeV), correspondendo a cada feixe de prótons

acelerados individualmente até  $\sqrt{S} = 6,8 \text{ TeV}$  (6.800 GeV). No caso das colisões **pPb**, obtém-se  $\sqrt{S} = 8,16 \text{ TeV}$  (8.160 GeV) (Tork, T, 2023). E para colisões **PbPb**, a energia  $\sqrt{S} = 5,02 \text{ TeV}$  (5.020 GeV) (Acharya, S. and Adamová, D. and Adler, A. and Aglieri Rinella, G. et al., 2024). No modo alvo fixo que pode ser visto na Figura 14, com feixe de (próton e/ou chumbo) colidindo com um alvo que é composto de gases nobres. Para colisões **pgás**, e **Pbgás**, como nos casos p-Ne e Pb-Ne, a energia máxima já alcançada foi de  $\sqrt{S} = 68,5 \text{ TeV}$  (68.500 GeV). Já para colisões envolvendo p-Ar a energia do centro de massa alcançou  $\sqrt{S} = 113 \text{ GeV}$  (Niedziela, J., 2024).

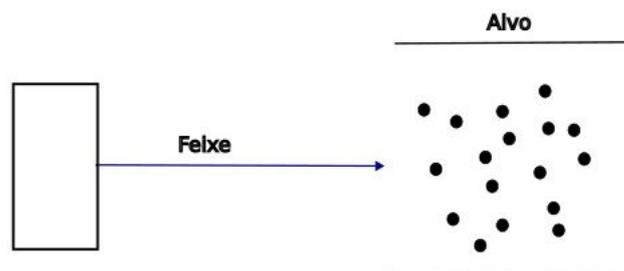
No presente trabalho, presente trabalho focamos em colisões entre íons de chumbo e como alvo íons de Argônio a uma energia do centro de massa de  $\sqrt{69} \text{ GeV}$ . Esta escolha se deve ao fato de que essa faixa de energia permite investigar de forma eficiente a produção de mésons leves e estados exóticos em um regime ultraperiférico, onde efeitos de interação eletromagnética predominam, ao mesmo tempo em que a energia é suficiente para garantir uma taxa significativa de eventos detectáveis.

Figura 13 – Colisão em modo colisor.



Fonte: Autoria própria.

Figura 14 – Colisão em modo alvo-fixo.

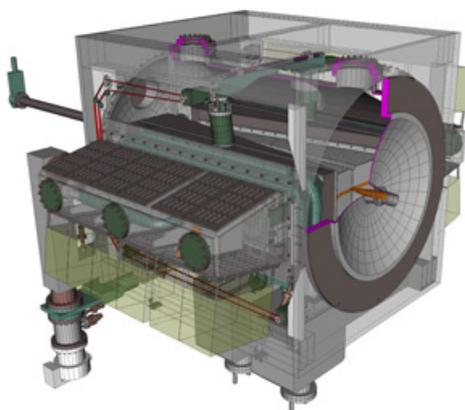


Fonte: Autoria própria.

Em particular, as colisões de modo de alvo fixo estão sendo estudadas no experimento LHCb. Este experimento foi inicialmente designado para estudar a física de sabores pesados, porém suas pesquisas englobam uma vasta gama de fenômenos físicos de altas energias. O LHCb atua eficazmente como um experimento de uso geral, com excelente desempenho de rastreamento e identificação de partículas. Desde a instalação do sistema de medição de sobreposição com gás (SMOG), o LHCb oferece uma possibilidade de estudar colisões de modo alvo fixo além das operações padrão

do tipo colisor (Franzoso, E., 2022). Esse sistema SMOG foi desenvolvido para injetar gases nobres no interior do LHCb (a uma pressão local de  $2 \times 10^7$  mbar) em consonância com o localizador de vértices (VELO) onde buscam determinar valores precisos de luminosidade (que indica quantas colisões ocorrem por área e por segundo) através da técnica de imagem de feixe de gás. O VELO é um localizador de vértices, veja na Figura 15, possui uma excepcional resolução espacial além de um sistema de monitoramento no qual permite a reconstrução precisa de interações entre o feixe do LHC e resíduos ou íons de gases injetados. Essas interações feixe-gás reconstruídas fornecem ao detector LHCb a habilidade de mensurar a forma e a distribuição longitudinal dos feixes.

Figura 15 – Localizador de Vértices.



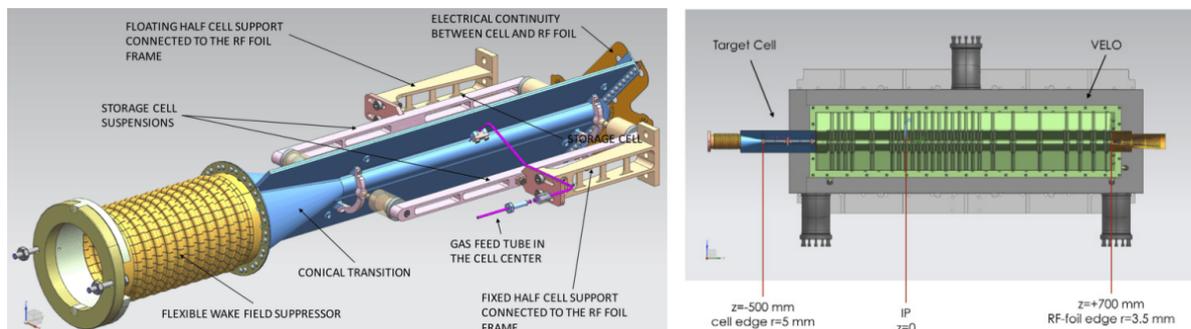
Fonte: (Pietrzak, M., 2024).

A técnica de imagem de feixe de gás permite uma medição independente dos perfis de feixes de partículas carregadas de feixes em colisão além de fornecer medidas para calibrações precisas da luminosidade, fornecem também uma variedade de medições adicionais de diagnósticos do feixe. Essa técnica foi desenvolvida quando obtiveram previsões recordes para a medição da luminosidade num colisor de hádrons de feixes agrupados.

Existiram 3 fases de funcionamento de LHC denominadas **Run 1, Run 2 e Run 3**. O Run 1 ocorreu entre 2009 e 2013, e foi nesse período em que o Bóson de Higgs foi descoberto. O Run 2 ocorreu entre 2015 e 2018. Nesse período o Bóson de Higgs, recém descoberto pôde ser estudado com mais detalhes. O Run 3, se iniciou em 2022 e vai até 2025. Nesse período de funcionamento o sistema SMOG está passando por um processo específico de atualização através da instalação de uma célula de armazenamento de gás posicionada na região anterior ao ponto de interação *pp*, denominado SMOG2, é mostrado na Figura (16).

Para o caso no qual estudamos, a produção de mésons e fotoprodução induzida, o SMOG2 permite estudar processos em regimes cinemáticos únicos que são inacessíveis nas colisões feixe-feixe convencionais (modo colisor). Ele oferece dados com-

Figura 16 – À esquerda um projeto da célula de armazenamento SMOG2, à direita, vista lateral da célula de armazenamento conectada ao VELO.



Fonte: (Franzoso, E., 2022).

plementares que ajudam a entender a produção de mésons em diferentes condições, além de fornecer percepções sobre a produção de novas partículas e o espalhamento elástico. Existe ainda a **Run 4**, que representa uma próxima fase de operações focada em atingir luminosidade e precisão ainda maiores em colisões de partículas. Ela segue a atualização do High-Luminosity LHC (HL-LHC), que foi projetada para melhorar significativamente as capacidades do colisor.

As colisões em modo de alvo-fixo apresentam vantagens experimentais em comparação com as colisões do modo colisor, uma delas é que os experimentos em alvo - fixo tendem a ser menos custosos e complexos, pois eliminam a necessidade de acelerar e controlar dois feixes de partículas em direções opostas, simplificando o experimento, onde resulta em menos paradas para manutenção.

Em se tratando do ponto de vista físico, como vimos anteriormente, energia do centro de massa associada às colisões no modo colisor é significativamente maior, pois resulta da soma das energias de ambos os feixes que se colidem frontalmente, ampliando o espaço de fase acessível, permitindo a produção de partículas mais massivas. Em contrapartida, a energia do centro de massa associada às colisões no modo de alvo-fixo é menor devido contabilizar apenas a energia do feixe incidente. Para o alvo, a energia associada é a energia de repouso.

No que se refere à luminosidade, nas colisões de modo colisor ela é menor, uma vez que depende do alinhamento preciso de dois feixes opostos, reduzindo o número efetivo de colisões. Entretanto nas colisões de modo alvo-fixo, há uma alta luminosidade, devido aos feixes de fótons colidirem constantemente com um alvo em repouso. Portanto, a alta luminosidade nas colisões do modo alvo-fixo compensa a menor energia do centro de massa, gerando uma enorme quantidade de eventos e tornando esse regime ideal para a investigação de diversos estados fenomenológicos.

A partir do experimento LHCb foram obtidos alguns resultados importantes provenientes de colisões em modo alvo-fixo, como, por exemplo, a produção de antipróton (Aaij, R. et al., 2018) e de charm. Citando algumas partículas que já foram medi-

das por colisões em modo alvo-fixo temos: o méson vetorial  $\phi(1020)$  (Aaij, R. et al., 2025) com composição dos quarks ( $s\bar{s}$ ) e o méson charmonium  $D^0$  (Aaij, R. et al., 2019) com composição ( $c\bar{u}$ ); Os três estados a seguir, ainda não foram detectados mas na revisão apontam que poderão ser medidos no futuro, estes são: o méson vetorial  $J/\psi$  (Brodsky, S. J. and Fleuret, F. and Hadjidakis, C. and Lansberg, J. P., 2013) com composição dos quarks ( $c\bar{c}$ ); o méson bottomonium  $\Upsilon$  (Brodsky, S. J. and Fleuret, F. and Hadjidakis, C. and Lansberg, J. P., 2013) com composição ( $b\bar{b}$ ); o bárion  $\Omega^-$  (Brodsky, S. J. and Fleuret, F. and Hadjidakis, C. and Lansberg, J. P., 2013) feito de quarks ( $sss$ ). Essas partículas são consideradas pesadas por serem influenciadas pelos quarks constituintes pesados, como o Quark Charm  $c$  ou o Quark Bottom  $b$ .

Cada uma dessas partículas possuem papéis cruciais tanto na exploração da QCD quanto em estudos acerca de colisão de íons pesados. A partícula  $\phi(1020)$  por exemplo é extremamente sensível ao meio gerado em colisões de íons pesados, particularmente o plasma de quark-glúon - QGP (Mitrnkov, I. M. and Berdnikov, Ya A. and Berdnikov, A. Ya and Kotov, D. O. and Mitrnkova, M. M. and Novitzky, N. and PHENIX Collaboration, 2022). As taxas de produção e decaimento das partículas  $J/\psi$  e  $\Upsilon$  são usadas para explorar alguns fenômenos da QCD (Busza, Wit and Rajagopal, Krishna and van der Schee, Wilke, 2018). O bárion  $\Omega^-$  ajudou em confirmações acerca do modelo de três quarks (Silva, C. O. and Natti, P. L., 2007). As oscilações e decaimentos da partícula  $D^0$  oferecem restrições valiosas na QCD e fornecem referências para o estudo de interações de sabores pesados em colisões de alta energia (Cheng, Hai-Yang and Chiang, Cheng-Wei, 2019). Neste trabalho iremos investigar a possibilidade de estudar processos induzidos por fótons no modo de alvo fixo do LHCb, proposto originalmente em (Goncalves, V. P. and Jaime, J. M. M., 2018).

Porteriormente iremos analisar os dados provenientes dos experimentos, realizando os cálculos necessários para determinar se o número de eventos por ano de uma determinada partícula é significativo. Com base nessa análise, é possível identificar quais partículas são viáveis para a investigação experimental da estrutura interna dos hádrons.

### 3 PRODUÇÃO DE PARTÍCULAS EM COLISÕES HADRÔNICAS ULTRAPERIFÉRICAS

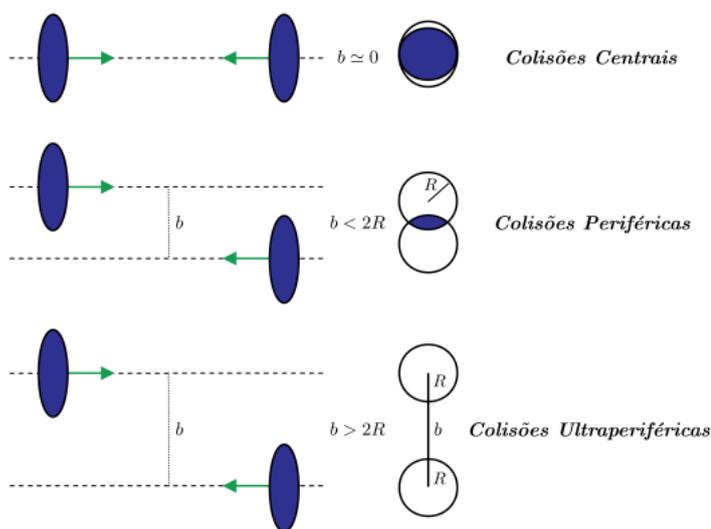
#### 3.1 Colisões hadrônicas

Nesta seção, abordaremos conceitos fundamentais para a compreensão das colisões hadrônicas centrais, periféricas e ultraperiféricas, bem como suas definições. Além disso, discutiremos o fluxo de fótons equivalentes induzidos e a descrição da produção de partículas em colisões ultraperiféricas.

##### 3.1.1 Colisões ultraperiféricas

Os tipos de colisões podem ser centrais, periféricas e ultraperiféricas, a depender do parâmetro de impacto ( $b$ ). Este parâmetro é definido como sendo a distância entre o centro das duas partículas em movimento em uma trajetória paralela. Podemos ver essas colisões a partir da Figura 17.

Figura 17 – Colisões hadrônicas.



Fonte: (Neta, C. S. A., 2023).

Nas colisões centrais e periféricas ocorrem a sobreposição dos hádrons, resul-

tando, em geral, na quebra de ambos. O que caracteriza as colisões centrais é o parâmetro de impacto ser aproximadamente nulo. Geralmente nesse tipo de processo a interação forte é dominante, devido aos núcleos estarem muito próximos. O que caracteriza as colisões periféricas é o parâmetro de impacto ser menor que a soma dos raios dos núcleos das partículas. Aqui nesse processo, a interação forte também é dominante devido aos núcleos estarem muito próximos. Ambos processos de colisões centrais e periféricas são estudadas pela QCD, devido ao fato de serem dominados pela interação forte.

Nas colisões ultraperiféricas não ocorre a sobreposição dos hádrons, de maneira que, em sua maioria, não quebram. O que caracteriza as colisões ultraperiféricas é o parâmetro de impacto ser maior que a soma dos raios dos núcleos das partículas. Aqui, nesse processo, a interação eletromagnética domina sobre a interação forte, devido esta ser de curto alcance, ou seja, é da ordem do raio do núcleo das partículas. Embora a interação forte seja a mais intensa das interações fundamentais da natureza, diminui rapidamente com o aumento da distância, diferentemente da interação eletromagnética que é mediada pela troca de fótons, possuindo alcance infinito. Além disso, é possível tratar essas partículas da interação como fonte de fótons.

As colisões ultraperiféricas podem ser descritas em termos da aproximação de fótons equivalentes e devido estarmos tratando de colisões entre partículas carregadas em altas energias, especialmente em regimes ultrarelativísticos, um método amplamente utilizado pela literatura é o chamado método de aproximação de fótons equivalentes. Na próxima seção exploraremos mais acerca desse método.

## 3.2 Aproximação de Fótons Equivalentes

Em 1924, o método de aproximação de fótons equivalentes foi elaborado pelo físico Enrico Fermi (Fermi, E., 2003), onde o campo eletromagnético gerado por uma partícula carregada em movimento é visto como uma nuvem de fótons quase reais. Em 1935 esse método foi corrigido e estendido por Weizsäcker (Weizsacker, C. F. V, 1934) e Williams (Williams, E. J., 1934), no qual utilizam do formalismo da mecânica quântica para calcular interações entre partículas carregadas ultrarelativística. A importância desse método para o cálculo de seções de choque em diversos processos eletromagnéticos é imprescindível (Budnev, V.M. and Ginzburg, I.F. and Meledin, G.V. and Serbo V.G., 1975; Greiner, M. et al., 1991) além de ser muito utilizado pela literatura (Baur, G. et al., 2002; Baltz, A.J. et al., 2008; Bertulani, C. A. and Klein, S. R. and Nystrand, J., 2005).

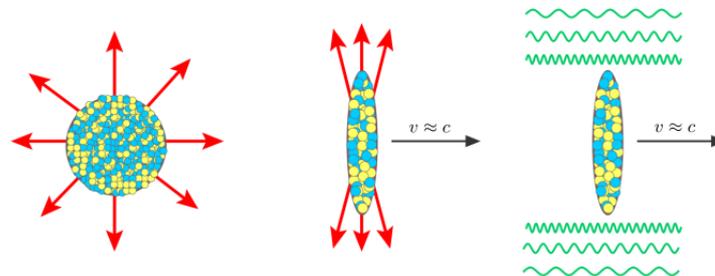
Podemos analisar na Figura 18 que o campo eletromagnético gerado por uma partícula carregada ao se movimentar com velocidade próxima à velocidade da luz ( $v \approx c$ ) em relação a um observador em repouso torna-se perpendicular à direção

de movimento, lembrando o campo eletromagnético associado a luz. Na aproximação de fótons equivalentes é possível substituir o efeito desse campo perpendicular pelo conceito de fluxo de fótons virtuais  $N(\omega)$  associados à carga.

Na Figura 19 é possível ver dois núcleos contraídos movendo-se um em direção ao outro com velocidades ultrarelativísticas. Nesses regimes, os campos eletromagnéticos intensos, gerados pelos núcleos, podem ser vistos como uma nuvem de fótons virtuais. No momento da colisão, esses fótons podem interagir entre si, onde a interação eletromagnética pode ser descrita em termos do fluxo de fótons equivalentes associado a cada um dos núcleos.

Em determinados contextos, torna-se essencial considerar a dependência do fluxo de fótons equivalentes com parâmetro de impacto  $N(\omega, b)$ , de modo a excluir colisões centrais e periféricas nas quais ocorre a sobreposição dos núcleos e, conseqüentemente, a predominância da interação forte. O presente estudo concentra-se especificamente nos processos induzidos por fótons em colisores hadrônicos.

Figura 18 – Partícula carregada em repouso (esquerda), conforme sua velocidade aproxima-se de  $c$  o campo eletromagnético é contraído, tornando-se perpendicular à direção de movimento da carga (centro), onde pode ser visto como uma nuvem de fótons virtuais  $f(\omega)$  (direita).



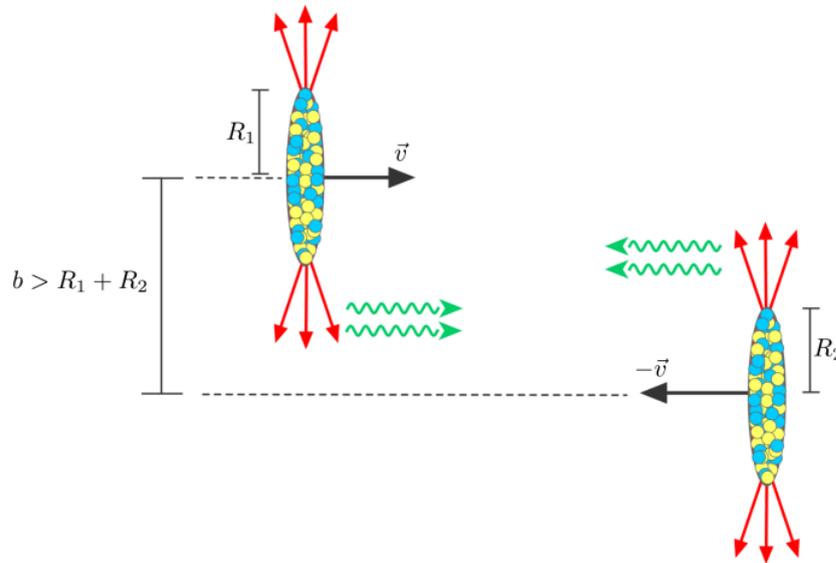
Fonte: (Neta, C. S. A., 2023).

A Figura 20, ilustra esse cenário, representando o plano perpendicular à direção de movimento dos núcleos incidentes. Ao considerar o fluxo de fótons no espaço do parâmetro de impacto, a seção de choque total do processo passa a depender das distâncias  $r_1$  e  $r_2$ , que representam, respectivamente, a separação entre o ponto de interação dos fótons e os centros dos núcleos  $A_1$  e  $A_2$ , permitindo assim expressar essa dependência em termos do próprio parâmetro de impacto  $b$ .

Na produção de estados exóticos  $X$  são consideradas interações do tipo  $\gamma\gamma$  entre dois núcleos: íons de Chumbo (Pb) e íons de Argônio (Ar), como o foco está em colisões ultraperiféricas, impõe-se que o parâmetro de impacto da colisão seja maior que a soma dos raios dos núcleos ( $b > R_1 + R_2$ ).

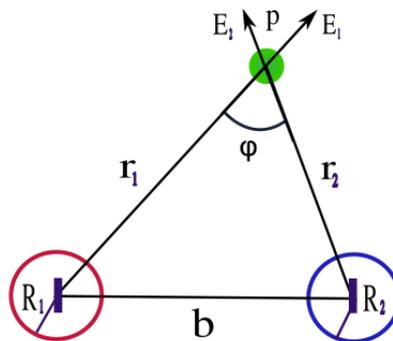
A seção de choque total para o processo de produção de um estado neutro  $X$  pode ser fatorizada em termos do fluxo de fótons equivalentes dos hádrons  $N(\omega, r)$  e

Figura 19 – A aproximação de fótons equivalentes é ilustrada como diagrama esquemático da colisão relativística de íons pesados, usada para descrever processos eletromagnéticos onde o parâmetro de impacto  $b$  é maior que a soma dos raios nucleares.



Fonte: (Neta, C. S. A., 2023).

Figura 20 – Interação  $\gamma\gamma$  em colisões hadrônicas ultraperiféricas.



Fonte: Autoria própria.

a seção de choque associada ao estado produzido  $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}$ , sendo dada por

$$\sigma_{A_1 A_2 \rightarrow A_1 \otimes X \otimes A_2}(\sqrt{S}) = \int d\omega_1 d\omega_2 d^2 r_1 d^2 r_2 N(\omega_1, r_1) N(\omega_2, r_2) \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}(\omega_1 \omega_2) \quad (7)$$

onde  $\otimes$  representa o gap de rapidez no estado final,  $\sqrt{S}$  a energia do centro de massa da colisão  $A_1 A_2$ . Com  $\omega_i$  sendo a energia do fóton e  $E_i$  a energia do hádron, ambos se relacionam a partir de  $\omega_i = x_i E_i$  com  $x_i$  sendo a fração de momento portada pelo fóton.

A seção de choque 7 depende explicitamente das variáveis  $r_i$ , no entanto, essas grandezas, por si só, são insuficientes para assegurar que as colisões ocorram em regime ultraperiférico, uma vez que não impedem a sobreposição dos núcleos. No entanto, para garantir a exclusão das regiões de sobreposição nuclear, é preciso que

a integral dependa explicitamente do parametro de impacto  $b$ , ainda que este não seja uma variável de integração direta. Para isso, introduz-se uma função degrau de Heaviside  $\Theta[(r_1 - r_2) - (R_1 + R_2)]$ , que impõe a condição necessária para restringir a análise às colisões ultraperiféricas (evitando a sobreposição entre os núcleos). Neste caso, a função degrau será definida por

$$\Theta[(r_1 - r_2) - (R_1 + R_2)] = \begin{cases} 1, & \text{se } (r_1 - r_2) > R_1 + R_2 \\ 0, & \text{se } (r_1 - r_2) < R_1 + R_2 \end{cases},$$

ou ainda,

$$\Theta[b - (R_1 + R_2)] = \begin{cases} 1, & \text{se } b > R_1 + R_2 \\ 0, & \text{se } b < R_1 + R_2 \end{cases}.$$

A função degrau  $\Theta[b - (R_1 + R_2)]$  pode ser representada por um fator, denominado Fator de absorção  $S_{abs}^2(b)$ , dado por

$$S_{abs}^2(b) = \Theta[(r_1 - r_2) - (R_1 + R_2)]$$

ou ainda,

$$S_{abs}^2(b) = \Theta[b - (2R)], \text{ para núcleos idênticos.} \quad (9)$$

Este representa a probabilidade de que uma colisão entre dois núcleos ocorra sem interação forte, ou ainda, sem sobreposição entre eles. Sendo  $R$  o raio nuclear, temos que  $S_{abs}^2(b) = 0$  quando o parâmetro de impacto é menor que  $2R$ , nesse caso, o processo é dominado pelas interações fortes. No entanto, assume que  $S_{abs}^2(b) = 1$  quando o parâmetro de impacto é maior que  $2R$ , resultando em uma probabilidade nula de ocorrer interação entre os hádrons, aqui o processo é dominado pelas interações eletromagnéticas. Portanto, a seção de choque total para esse processo inserindo o fator de absorção  $S_{abs}^2(b)$  será

$$\sigma_{A_1 A_2 \rightarrow A_1 A_2 X}(\sqrt{S}) = \int d\omega_1 d\omega_2 d^2 r_1 d^2 r_2 N(\omega_1, r_1) N(\omega_2, r_2) \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}(\omega_1 \omega_2) S_{abs}^2. \quad (10)$$

Quanto aos limites inferiores de integração, são considerados nulos sempre que o modelo adotado para o fluxo dependente assim o permitir; caso contrário, assume-se  $r_{i,min} = R_A$ , garantindo um parâmetro de impacto superior ao raio do íon e, portanto, uma colisão ultraperiférica.

O termo  $N(\omega_i, r_i)$  denota a função de distribuição responsável por quantificar o fluxo de fótons generalizados emitidos por um hádron  $A_i$  ( $i = 1, 2$ ) (com número atômico  $Z$ ) que será derivado nos próximos capítulos.

A seção de choque associada ao novo estado produzido  $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}$  é dada pela fórmula de Low (Low, F. E., 1960)

$$\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}(\omega_1\omega_2) = 8\pi^2(2J + 1) \frac{\Gamma_{X \rightarrow \gamma\gamma}}{m_X} \delta(4\omega_1\omega_2 - m_X^2) \quad (11)$$

O interessante dessa expressão é que ela apresenta uma dependência inversa com a massa da partícula  $m_X$  e direta com a largura de decaimento  $\Gamma_{X \rightarrow \gamma\gamma}$ . Isso significa que, quanto maior for a massa da partícula, menor será a seção de choque, ou seja, menor a probabilidade de que essa partícula seja produzida.

Com essas considerações estabelecidas, passamos agora à derivação do fluxo de fótons equivalentes. Inicialmente vamos apresentar a discussão da transformação dos campos elétrico e magnético gerados por uma partícula relativística e carregada sob diferentes referenciais inerciais.

### 3.2.1 Transformação de Lorentz para Campos Eletromagnéticos

Consideraremos dois sistemas de referenciais inerciais, sendo  $K$  e  $K'$  representados pela Figura 21. Os eixos,  $z$  e  $z'$  são paralelos, e o sistema  $K'$  se move com velocidade  $\mathbf{v} = v\hat{z}$ , em relação a  $K$ . Usando as transformações explícitas fornecidas em (Jackson, J.D., 1998; Klusek-Gawenda, M., 2015), podemos escrever os campos eletromagnéticos do sistema  $K$  percebidos por  $K'$ , da seguinte maneira

$$\begin{cases} E'_x = \gamma(E_x - \beta B_y) & B'_x = \gamma(B_x + \beta E_y) \\ E'_y = \gamma(E_y + \beta B_x) & B'_y = \gamma(B_y - \beta E_x), \\ E'_z = E_z & B'_z = B_z. \end{cases}$$

As transformações inversas são dadas por ( $\beta \rightarrow -\beta$ )

$$\begin{cases} E_x = \gamma(E'_x + \beta B'_y) & B_x = \gamma(B'_x - \beta E'_y) \\ E_y = \gamma(E'_y - \beta B'_x) & B_y = \gamma(B'_y + \beta E'_x), \\ E_z = E'_z & B_z = B'_z. \end{cases}$$

Para ter clareza da Transformação de Lorentz Geral dos campos eletromagnéticos do sistema  $K$  para o sistema  $K'$ , no qual este se move com velocidade constante  $\mathbf{v}$  em relação ao referencial  $K$ , precisamos começar a transformação do campo elétrico, que pode ser expressa por

$$\mathbf{E}' = \gamma(E_x - \beta B_y) + \gamma(E_y + \beta B_x)\hat{j} + E_z\hat{k}, \quad (12)$$

somando e subtraindo por  $\gamma E_z \hat{k}$ ,

$$\begin{aligned}\mathbf{E}' &= \gamma(E_x - \beta B_y)\hat{i} + \gamma(E_y + \beta B_x)\hat{j} + E_z \hat{k} + \gamma E_z \hat{k} - \gamma E_z \hat{k} \\ &= \gamma[(E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}) - \beta B_y \hat{i} + \beta B_x \hat{j}] + (1 - \gamma)E_z \hat{k}.\end{aligned}$$

Lembrando que  $E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}$  são as componentes do campo elétrico  $\mathbf{E}$  e do seguinte produto vetorial com versores  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ ,

$$\beta \times \mathbf{B} \equiv \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & \beta_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \beta_z B_x \hat{j} - \beta_z B_y \hat{i},$$

no qual só há movimento ao longo do eixo  $z$ , portanto  $\beta_x = \beta_y = 0$  ficamos com a seguinte expressão

$$\mathbf{E}' = \gamma(\mathbf{E} + \beta \times \mathbf{B}) + (1 - \gamma)E_z \hat{k}. \quad (13)$$

Para a transformação do campo magnético do sistema  $K$  para  $K'$ , temos

$$\mathbf{B}' = \gamma(B_x + \beta E_y)\hat{i} + \gamma(B_y - \beta E_x)\hat{j} + B_z \hat{k}. \quad (14)$$

Pelos passos dados anteriormente,

$$\begin{aligned}\mathbf{B}' &= \gamma(B_x + \beta E_y)\hat{i} + \gamma(B_y - \beta E_x)\hat{j} + B_z \hat{k} + \gamma B_z \hat{k} - \gamma B_z \hat{k} \\ &= \gamma[(B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) + \beta E_y \hat{i} - \beta E_x \hat{j}] + (1 - \gamma)B_z \hat{k} \\ &= \gamma(\mathbf{B} - \beta \times \mathbf{E}) + (1 - \gamma)B_z \hat{k}.\end{aligned} \quad (15)$$

Utilizando de manipulações algébricas e sabendo que  $\gamma^2 = \frac{1}{1-\beta^2}$  e  $\beta^2 = \gamma^2 - \frac{1}{\gamma^2}$ , então

$$(1 - \gamma)E_z \hat{k} \rightarrow \begin{cases} = \left(\frac{-\gamma^2}{\gamma^2}\right) (1 - \gamma) \left(\frac{\gamma+1}{\gamma+1}\right) E_z \hat{k} \\ = \left(\frac{-\gamma^2}{\gamma+1}\right) \left(\frac{\gamma^2-1}{\gamma^2}\right) E_z \hat{k} \\ = \left(\frac{-\gamma^2}{\gamma+1}\right) \beta^2 E_z \hat{k} \\ = \left(\frac{-\gamma^2}{\gamma+1}\right) \beta^2 \hat{\beta}(\hat{\beta} \cdot \mathbf{E}) \\ = \left(\frac{-\gamma^2}{\gamma+1}\right) \beta(\beta \cdot \mathbf{E}), \end{cases}$$

no final das contas, obtemos a expressão geral da transformação do campo elétrico, e, similarmente, a expressão geral da transformação do campo magnético

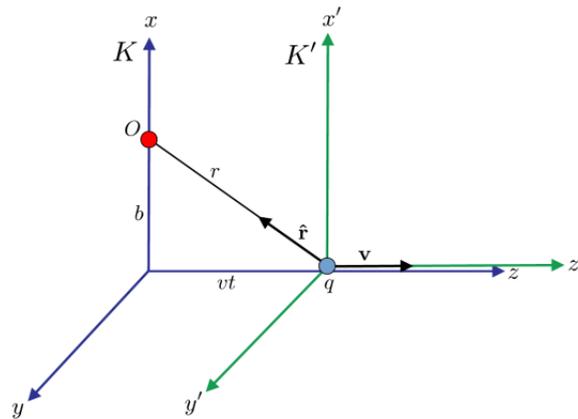
$$\begin{cases} \mathbf{E}' = \gamma(\mathbf{E} + \beta \times \mathbf{B}) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1} \beta(\beta \cdot \mathbf{E}) \\ \mathbf{B}' = \gamma(\mathbf{B} - \beta \times \mathbf{E}) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1} \beta(\beta \cdot \mathbf{B}) \end{cases},$$

E ainda, para as transformações inversas, temos  $\mathbf{E}' \rightarrow \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}' \rightarrow \mathbf{B}$  e  $\beta \rightarrow -\beta$  levando a

$$\begin{cases} \mathbf{E} = \gamma(\mathbf{E}' - \beta \times \mathbf{B}') - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\beta(\beta \cdot \mathbf{E}') \\ \mathbf{B} = \gamma(\mathbf{B}' + \beta \times \mathbf{E}') - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\beta(\beta \cdot \mathbf{B}') \end{cases},$$

As expressões finais acima nos mostram que os campos elétricos  $\mathbf{E}$  e campos magnéticos  $\mathbf{B}$  são correlacionados. Finalizado esse cálculo, vamos então calcular o espectro de radiação equivalente associado aos campos elétricos e magnéticos, analisaremos uma partícula de carga  $q$  em repouso na origem do referencial  $K'$ , esta partícula é vista pelo referencial  $K$  movimentando-se com velocidade próxima à da luz ao longo do eixo  $z$  e passa por um ponto de observação  $O$  no qual representa outra partícula no referencial  $K$ .

Figura 21 – Partícula com carga  $q$  movendo-se com velocidade  $v \approx c$  paralela ao eixo- $z$ .



Fonte: (Neta, C. S. A., 2023).

No instante  $t = t' = 0$ , as origens dos dois sistemas de coordenadas coincidem, a partícula carregada  $q$  está a uma distância mínima do observador. As coordenadas temporais  $t' = \gamma(t - vz) = \gamma t - \gamma 0z = \gamma t$  estão relacionadas pelas transformações de Lorentz. O eixo  $z$  está definido como sendo zero devido o ponto  $O$  em relação à origem do referencial  $K$  ter coordenadas  $(b, 0, 0)$  e as coordenadas espaciais da carga  $q$  em função do tempo são  $(0, 0, vt)$ .

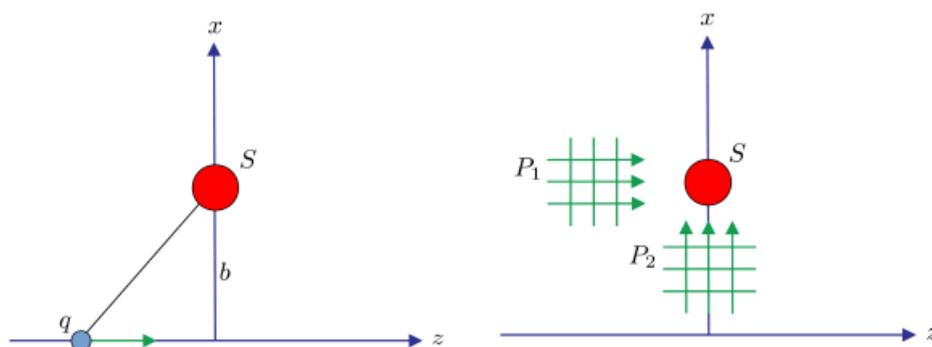
Os campos transformados não nulos percebidos pela origem  $O$  devido aos sistemas  $K$  e  $K'$  diferirem apenas de um *boost* de Lorentz ao longo do eixo  $z$  e o parâmetro

de impacto  $b$  ser o mesmo em ambos os referenciais, são os seguintes

$$\left\{ \begin{array}{l} E_x(\mathbf{r}, t) = \frac{q\gamma b}{r^3} \\ E_y = 0 \\ E_z(\mathbf{r}, t) = -\frac{q\gamma vt}{r^3} \\ B_x = 0 \\ B_y(\mathbf{r}, t) = \beta E_x \\ B_z = 0 \end{array} \right.,$$

onde a distância  $r = r(t) = \sqrt{b^2 + (\gamma vt)^2}$  entre o observador e a partícula é expressa em termos das coordenadas do sistema  $K$ . Podemos observar que o campo eletromagnético transformado contém duas componentes elétricas e uma componente magnética. Vamos agora aproximar esses campos de uma partícula relativística em pulsos equivalentes de uma onda plana de radiação eletromagnética, como visto na expressão anterior. Quando  $\beta \rightarrow 1$ , onde a componente  $x$  do campo elétrico e a magnitude do campo magnético assumem a mesma ordem de grandeza ( $B_y \approx E_x$ ), uma vez que o campo magnético é suprimido pelo fator  $\beta$ . Em movimento relativístico, os campos  $\mathbf{E} = E_x \hat{x}$  e  $\mathbf{B} = B_y \hat{y}$  são ortogonais e isso significa que  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$  e  $\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2 \rightarrow 0$ , ou seja, eles são perpendiculares entre si e são representados pelo pulso  $P_1$  onde se deslocam na direção longitudinal, como pode ser visto na Figura 22.

Figura 22 – Partícula passando por um sistema S (esquerda). Pulsos de frequências de radiação equivalentes (direita).



Fonte: (Neta, C. S. A., 2023).

No entanto, o campo elétrico da direção  $z$  não é acompanhado pelo campo magnético correspondente, mas é possível acrescentar uma componente magnética nas equações dos campos e tratar  $P_2$  como um pulso de onda (Silva, B. M., 2012).

Em se tratando de transporte de energia por radiação, uma grandeza dinâmica de grande importância é o vetor de Poynting  $\mathbf{S}(\mathbf{r}, t)$ , que representa a densidade de fluxo de energia, ou seja, é a energia que flui através de uma superfície perpendicular à  $S$

por unidade de área e uma unidade de tempo, transportada pela onda eletromagnética.

Inserindo os campos elétrico e magnético no referencial de repouso  $K$  do observador, o vetor de Poynting pode ser representado por

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{B} = E_x B_y \hat{\mathbf{z}} - E_z B_y \hat{\mathbf{x}}. \quad (17)$$

A componente associada ao vetor de Poynting ao longo do eixo  $z$  corresponde à um pulso agudo de radiação eletromagnética no ponto  $O$ ,

$$\mathbf{S}_1 = E_x B_y \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{E} \times \mathbf{B}. \quad (18)$$

Em altas energias, o valor máximo do campo elétrico no caso perpendicular, obtido para  $t = 0$ , é  $E_x = \gamma \frac{q}{b^2}$ . Assim, o intervalo de tempo  $\Delta t$ , no qual os campos (16) adotarão valores relevantes na origem  $O$  é quando os denominadores das equações possuírem a mesma ordem de grandeza, implicando em  $b^2 \simeq \gamma^2 v^2 (\Delta t)^2$ . Dessa forma, para  $\gamma \gg 1$ , esses campos atuarão durante o intervalo de tempo muito curto, da ordem de

$$\Delta t \simeq \frac{b}{\gamma v}. \quad (19)$$

Para incluir efeitos quadráticos em  $E_z$  que não apareceriam após a média no intervalo  $\Delta t$ , introduzimos uma componente no campo magnético artificial (Jackson, J.D., 1998),

$$\mathbf{B}_{art} = -\hat{\mathbf{x}} \times \mathbf{E} = -E_z \hat{\mathbf{y}}. \quad (20)$$

esse termo origina o segundo pulso

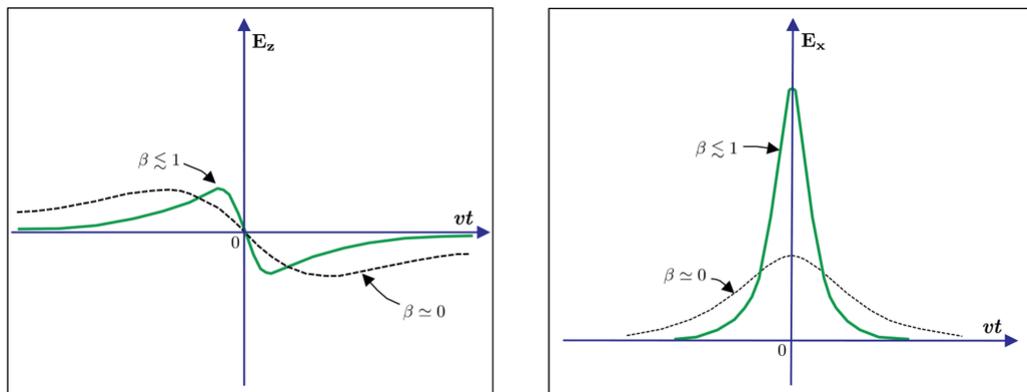
$$\mathbf{S}_2 = E_z \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{B}_{art} = (E_z)^2 \hat{\mathbf{x}}. \quad (21)$$

Podemos analisar, na representação da esquerda da Figura 23, que em  $vt = 0$ , se a partícula estiver em repouso, ou seja, se  $\beta = 0$  (curva tracejada), o campo  $E_z$  é simétrico, variando suavemente nesse ponto com um valor máximo, correspondendo ao campo de Coulomb clássico, que decai com o quadrado da distância nessa região. Já se a partícula estiver em movimento próximo à velocidade da luz  $c$ , isto é, em  $\beta \simeq 1$  (curva verde), o campo  $E_z$  torna-se muito mais intenso nessa região  $vt = 0$  e em se tratando fora dessa região, o campo  $E_z$  desaparece, o efeito de “achatamento” do campo  $E_z$  se concentra em um plano perpendicular ao movimento da carga, como se fosse um pulso estreito e intenso de radiação. Fisicamente, devido o campo  $E_z$  variar rapidamente de positivo para negativo, a resposta do observador na origem  $O$  ao campo longitudinal  $E_z$  é nula e apenas os campos perpendiculares  $E_x$  e  $B_y$  serão percebidos por este.

Analisando a representação da direita da Figura 23, em  $vt = 0$ , se a partícula estiver em repouso, ou seja, se  $\beta = 0$  (curva tracejada), o campo  $E_x$  decai suavemente com a distância. Como a carga não se move, o campo  $E_x$  medido por um observador fixo também não varia com o tempo. Nessa situação, o campo próximo à região de interesse apresenta uma intensidade baixa e distribuição ampla. Por outro lado, se a partícula estiver em movimento próximo à velocidade da luz, ou seja, se  $\beta \simeq 1$  (curva verde), o campo  $E_x$  torna-se mais intenso. Nesse caso, o campo é sentido apenas durante um intervalo de tempo muito curto, já que a carga passa rapidamente pelo observador. Isso gera um pico muito estreito e alto centrado em  $vt = 0$ , que significa ser ao momento exato em que a partícula passa por essa região.

Então sabemos que  $E_x \simeq B_y$  e serão percebidos pelo observador em  $O$  como sendo perpendiculares entre si e também perpendiculares à direção de movimento da partícula. Logo, para este observador, o campo eletromagnético de uma partícula se movimentando aproximadamente na velocidade da luz  $c$ , como dito antes, é visto como um pulso de radiação de uma onda plana polarizada  $P_1$  que se propaga na mesma direção do movimento da partícula.

Figura 23 – (esquerda) Representa o comportamento do campo  $E_z$  e (direita) o comportamento do campo  $E_x$ , no ponto  $O$  do referencial do observador, para  $\beta \simeq 0$  e  $\beta \lesssim 1$ .



Fonte: (Neta, C. S. A., 2023).

Além disso, introduzir o campo magnético artificial  $B_{art}$  para descrever o segundo pulso  $P_2$  é uma aproximação razoável. Consideramos que o ponto de observação  $O$ , em seu referencial de repouso, possui partículas relativísticas, onde reagem às forças elétricas, cuja resposta ao campo magnético possa ser desprezada. Ainda que as partículas na origem  $O$  possam ser influenciadas por forças magnéticas, a importância do pulso  $P_2$  em qualquer circunstância será reduzida. Em se tratando do limite ultrarelativístico, o efeito desse segundo pulso é suprimido.

### 3.2.2 Derivação do fluxo de fótons equivalentes para uma carga pontual

Até aqui interpretamos os campos eletromagnéticos como pulsos de radiação equivalentes  $P_1$  e  $P_2$ . Como estamos adotando a aproximação de fótons equivalentes, po-

demos descrever o campo eletromagnético de uma partícula ultrarrelativística como uma nuvem de fótons virtuais, representada por um fluxo de fótons equivalentes com energias (e frequências) específicas. Nesse domínio, é possível definir um espectro de frequências para o campo eletromagnético que fornece a quantidade de energia incidente sobre o alvo por unidade de área e por um intervalo unitário de frequência dos pulsos.

Iremos determinar esse espectro de frequência  $I(\omega, b)$ , isso é feito por interesse em obter o espectro de radiação equivalente, sendo esta, uma ferramenta que estima as taxas de produção de partículas (mésons ou estados exóticos) em processos induzidos por fótons. A representação espectral é relevante em colisões ultraperiféricas, pois permite interpretar o pulso como um feixe de fótons virtuais com uma distribuição contínua de energias. Assim, o espectro de frequências está diretamente relacionado ao espectro de radiação equivalente.

Dado isto, recorrendo a cada espectro de frequência do pulso e à equações que relacionam os vetores de Poynting,

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt \int d^2b S(t, b) = \int_0^{\infty} d\omega \int d^2b I(\omega, b), \quad (22)$$

obtemos os espectros de frequência  $I_1(\omega, b)$  e  $I_2(\omega, b)$ ,

$$I_1(\omega, b) = 2|E_x(\omega, b)|^2 \quad (23)$$

$$I_2(\omega, b) = 2|E_z(\omega, b)|^2, \quad (24)$$

onde  $E(\omega)$  é transformada de Fourier do campo elétrico do pulso de radiação. A forma explícita de  $E(\omega)$  em unidades de Heaviside-Lorentz, com a condição ultrarrelativística de ( $v = c\beta$ ), é

$$E_{\perp}(\omega) \equiv E_x(\omega) = \frac{1}{4\pi} \frac{Ze}{b\beta} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{b\omega}{\gamma\beta} K_1 \frac{b\omega}{\gamma\beta} \quad (25)$$

$$E_{\parallel}(\omega) \equiv E_z(\omega) = -\frac{i}{4\pi} \frac{Ze}{b\gamma\beta} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{b\omega}{\gamma\beta} K_0 \frac{b\omega}{\gamma\beta}, \quad (26)$$

onde  $E_{\perp}$  representa a componente perpendicular ao movimento da carga e  $E_{\parallel}$  a componente longitudinal (paralela). É interessante ressaltar que o fator  $\frac{1}{\gamma}$  na equação (26) faz uma diferença significativa quando consideramos o limite ultrarrelativístico, no qual devido ao aumento de  $\gamma$ , esse termo se torna subdominante.

### 3.2.3 Fluxo de fótons equivalentes

Para se obter as expressões para os campos,  $E_{x,z}(\omega)$  em função da energia dos fótons que tem relação com (25) e (26), utilizaremos a Transformada de Fourier. Partindo das equações que definem os campos elétricos, associados a um campo vetorial massivo (Klusek-Gawenda, M., 2015),

$$E_x(\mathbf{r}, t) = Ze \frac{b\gamma}{r^3} (1 + mr) e^{-mr} \quad (27)$$

$$E_z(\mathbf{r}, t) = -Ze \frac{\gamma vt}{r^3} (1 + mr) e^{-mr} \quad (28)$$

Pela Transformada de Fourier pode-se expressar um campo genérico  $\Psi(t)$  que depende do tempo  $t$ . A Transformada Geral de Fourier  $\Psi(\omega)$  correspondente é dada por

$$\Psi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(t) e^{i\omega t} dt. \quad (29)$$

Para uma função par de  $t$ ,  $\Psi(-t) = \Psi(t)$ , a Transformada de Fourier do cosseno é simplificada à

$$\Psi(\omega) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \Psi(t) \cos(\omega t) dt, \quad (30)$$

ao passo que para uma Transformada de Fourier do seno, ou seja, para uma função ímpar  $\Psi(-t) = -\Psi(t)$ , podemos calculá-la a partir de

$$\Psi(\omega) = i \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \Psi(t) \text{sen}(\omega t) dt. \quad (31)$$

Para o campo elétrico na direção  $x$  expresso pela equação (27), onde usamos a Transformada de Fourier de cosseno, pois se trata de uma função par, escrevemos então

$$\begin{aligned} E_x(\omega) &= Ze \frac{2}{\sqrt{2\pi}} b\gamma \int \frac{1}{r^3} (1 + mr) e^{-mr} \cos(\omega t) dt \\ &= Ze \frac{2}{\sqrt{2\pi}} b\gamma \left[ \int_0^{\infty} \frac{1}{r^3} e^{-mr} \cos(\omega t) dt + \int_0^{\infty} \frac{me^{-mr}}{r^2} \cos(\omega t) dt \right] \\ &= Ze \frac{2}{\sqrt{\pi}} b\gamma \left[ \int_0^{\infty} \frac{1}{r^3} e^{-mr} \cos(\omega t) dt + \int_0^{\infty} \frac{me^{-mr}}{r^2} \cos(\omega t) dt \right] \end{aligned} \quad (32)$$

definindo  $X_1$  e  $X_2$ , a primeira e a segunda integral respectivamente da equação (32),

$$X_1 = \int_0^{\infty} \frac{1}{r^3} e^{-mr} \cos(\omega t) dt \quad (33)$$

$$X_2 = \int_0^{\infty} \frac{m}{r^2} e^{-mr} \cos(\omega t) dt \quad (34)$$

de modo que possamos manipular as integrais  $X_1$  e  $X_2$ , tomando a derivada do integrando com relação à  $m$  para obtermos uma relação de recorrência, a qual conhecendo uma integral seja possível resolver a outra. Temos que

$$\frac{\partial X_1}{\partial m} = - \int_0^{\infty} \frac{1}{r^2} e^{-mr} \cos(\omega t) dt, \quad (35)$$

para  $X_1$ . Aplicando a regra do produto para  $X_2$ , escrevemos

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_2}{\partial m} &= \int_0^{\infty} \frac{1}{r^2} e^{-mr} \cos(\omega t) dt + \int_0^{\infty} \frac{m}{r^2} (-r) e^{-mr} \cos(\omega t) dt, \\ &= \int_0^{\infty} \frac{1}{r^2} e^{-mr} \cos(\omega t) dt - \int_0^{\infty} \frac{m}{r} e^{-mr} \cos(\omega t) dt. \end{aligned} \quad (36)$$

Tomando a derivada do campo  $E_x$  em relação a  $m$ , podemos descrever

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x(\omega)}{\partial m} &= \frac{\partial}{\partial m} \left[ Ze \sqrt{\frac{2}{\pi}} b \gamma (X_1 + X_2) \right] \\ &= Ze \sqrt{\frac{2}{\pi}} b \gamma \left( \frac{\partial X_1}{\partial m} + \frac{\partial X_2}{\partial m} \right), \end{aligned} \quad (37)$$

inserindo os resultados (35) e (36) em (37), teremos

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x(\omega)}{\partial m} &= Ze \sqrt{\frac{2}{\pi}} b \gamma \left( - \int_0^{\infty} \frac{e^{-mr} \cos(\omega t)}{r^2} dt + \int_0^{\infty} \frac{e^{-mr} \cos(\omega t)}{r^2} dt \right. \\ &\quad \left. - \int_0^{\infty} \frac{m e^{-mr} \cos(\omega t)}{r} dt \right) \end{aligned} \quad (38)$$

$$\frac{\partial E_x(\omega)}{\partial m} = -Ze \sqrt{\frac{2}{\pi}} b \gamma \int_0^{\infty} \frac{m}{r} e^{-mr} \cos(\omega t) dt. \quad (39)$$

Da Figura 21, temos que  $r = \sqrt{b^2 + (vt')^2}$ , no qual, a partir das transformações de lorentz, temos que o tempo  $t'$  será igual à  $\gamma t$ . Dessa forma, pode-se escrever  $r = \sqrt{b^2 + (v^2 \gamma^2 t^2)}$ . Inserindo em (39), teremos a seguinte expressão

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x(\omega)}{\partial m} &= -Ze \sqrt{\frac{2}{\pi}} b \gamma \int_0^{\infty} \frac{m}{\sqrt{b^2 + (v^2 \gamma^2 t^2)}} e^{-m \sqrt{b^2 + (v^2 \gamma^2 t^2)}} \cos(\omega t) dt \\ &= -Zem \sqrt{\frac{2}{\pi}} b \gamma \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{b^2 + (v^2 \gamma^2 t^2)}} e^{-m \sqrt{b^2 + (v^2 \gamma^2 t^2)}} \cos(\omega t) dt. \end{aligned} \quad (40)$$

Finalmente, derivamos uma expressão similar às expressões fornecidas pela tabela

de integrais, como visto abaixo

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\zeta^2 + (u^2)}} e^{-\beta\sqrt{\zeta^2 + (u^2)}} \cos(au) du = K_0(\zeta\sqrt{a^2 + \beta^2}), \quad (41)$$

onde  $K_0$  é a função de Bessel modificada de segunda espécie, com ordem zero, dessa forma, podemos reescrever a integral obtida na expressão (40),

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{b^2 + (v^2\gamma^2 t^2)} e^{-m\sqrt{b^2 + (v^2\gamma^2 t^2)}} \cos(\omega t) dt &= \int_0^{\infty} \frac{1}{\gamma v \left( \sqrt{\frac{b^2}{\gamma^2 v^2} + t^2} \right)} \\ &\times e^{-\gamma m v \sqrt{\frac{b^2}{\gamma^2 v^2} + t^2}} \cos(\omega t) dt \\ &= \frac{1}{\gamma v} K_0 \left[ \frac{b}{\gamma v} \sqrt{(\gamma m v)^2 + \omega^2} \right] \\ &= \frac{1}{\gamma v} K_0 \left[ b \sqrt{m^2 + \left( \frac{m}{\gamma v} \right)^2} \right], \end{aligned} \quad (43)$$

inserindo a derivada com relação a  $m$ , temos que a equação (40) se torna

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x(\omega)}{\partial m} &= -Zem \sqrt{\frac{2}{\pi}} b \gamma \left[ \frac{1}{\gamma v} K_0 \left( b \sqrt{m^2 (\omega/\gamma v)^2} \right) \right] \\ &= -Zem \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{b}{v} K_0 \left[ b \sqrt{m^2 (\omega/\gamma v)^2} \right] \\ &= -Zem \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{b}{v} K_0(\xi). \end{aligned} \quad (44)$$

A nova grandeza  $\xi$  é definida como

$$\xi = b \sqrt{m^2 + \left( \frac{\omega}{\gamma v} \right)^2}, \quad (45)$$

onde,

$$\frac{\partial \xi}{\partial m} = \frac{b^2 m}{\xi}, \quad (46)$$

no qual queremos calcular a derivada do campo  $E_x(\omega)$  com relação a  $\xi$ . Para isto, podemos usar a seguinte propriedade da função de Bessel

$$\frac{d}{dt} [x^n K_n(x)] = -x^n K_{n-1}(x), \quad (47)$$

assim, temos que  $\xi K_0(\xi)$  pode ser reescrito como sendo derivada com relação a  $\xi$  de

$\xi K_1(\xi)$ , como se segue

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_x(\omega)}{\partial \xi} &= \frac{\partial E_x(\omega)}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial \xi} \\ &= -Ze\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\xi}{bv} K_0(\xi) \\ &= Ze\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{bv} \frac{\partial[\xi K_1(\xi)]}{\partial \xi}.\end{aligned}\quad (48)$$

A solução para  $E_x(\omega)$  é da forma

$$E_x(\omega) = C + Ze\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{bv} \xi K_1(\xi), \quad (49)$$

onde  $C$  é uma constante. Calcularemos agora o campo elétrico na direção  $Z$ , utilizando a Transformada de Fourier para o seno dada por (31), escrevemos

$$\begin{aligned}E_z(\omega) &= i\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \left[ -Ze\frac{\gamma vt}{r^3} (1 + mr)e^{-mr} \right] \text{sen}(\omega t) dt \\ &= -iZe\sqrt{\frac{2}{\pi}} \gamma v \int_0^\infty \left( \frac{1}{r^3} + \frac{m}{r^2} \right) e^{-mr} t \text{sen}(\omega t) dt.\end{aligned}\quad (50)$$

Usando a relação

$$t \text{sen}(\omega t) = \frac{d}{d\omega} [-\cos(\omega t)], \quad (51)$$

podemos escrever

$$E_z(\omega) = iZe\sqrt{\frac{2}{\pi}} \gamma v \frac{\partial}{\partial \omega} \left[ \int_0^\infty \left( \frac{1}{r^3} + \frac{m}{r^2} \right) e^{-mr} \cos(\omega t) dt \right]. \quad (52)$$

Assim como fizemos para o campo  $E_x(\omega)$ , repetimos o mesmo processo para o campo  $E_z(\omega)$ , então

$$E_z(\omega) = iZe\sqrt{\frac{2}{\pi}} \gamma v \frac{\partial}{\partial \omega} \left[ \frac{1}{b^2 \gamma v} \xi K_1(\xi) \right] \quad (53)$$

$$= iZe\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{b^2} \frac{\partial[\xi K_1(\xi)]}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial \omega}. \quad (54)$$

Usando a propriedade da função de Bessel (47) e a seguinte relação

$$\frac{\partial \xi}{\partial \omega} = \frac{b^2 \omega}{(\gamma v)^2 \xi}, \quad (55)$$

a solução da equação (55) tem a forma

$$E_z(\omega) = -iZe\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\omega}{(\gamma v)^2} [K_0(\xi)]. \quad (56)$$

Após ter calculado as expressões dos campos  $E_{x,z}(\omega)$ , vamos em busca do fluxo de fótons equivalente.

Os pulsos equivalentes  $P_1$  e  $P_2$  que têm espectro de frequências dados por

$$I_1(\omega, b) = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{Ze}{\pi\beta}\right)^2 \frac{1}{b^2} \left(\frac{b\omega}{\gamma\beta}\right)^2 K_1^2\left(\frac{b\omega}{\gamma\beta}\right), \quad (57)$$

$$I_2(\omega, b) = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{\gamma^2} \left(\frac{Ze}{\pi\beta}\right)^2 \frac{1}{b^2} \left(\frac{b\omega}{\gamma\beta}\right)^2 K_0^2\left(\frac{b\omega}{\gamma\beta}\right). \quad (58)$$

Essas equações incorporam a intensidade desses pulsos por meio de funções de Bessel modificadas ( $K_0$  e  $K_1$ ) (Klusek-Gawenda, M., 2015). A dependência entre os espectros de frequência calculados e o fluxo de fótons equivalentes que depende do parâmetro de impacto  $N(\omega, b)$  é expressa por

$$N(\omega, b) = \frac{1}{\omega} [I_1(\omega, b) + I_2(\omega, b)]. \quad (59)$$

no qual geralmente, utiliza-se uma constante de estrutura fina  $\alpha_{em} \simeq \frac{1}{137}$  em vez da carga de um elétron, sendo que  $e = \sqrt{4\pi\alpha_{em}}$ . Além disso, ao definir  $u = \omega b/\gamma\beta$ , obtemos a forma final do fluxo de fótons virtuais para uma carga pontual

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2\alpha_{em}}{\pi^2\beta^2} \frac{1}{\omega} \frac{1}{b^2} u^2 \left[ K_1^2(u) + \frac{1}{\gamma^2} K_0^2(u) \right]. \quad (60)$$

A unidade do fluxo de fótons equivalentes é  $\text{GeV}^{-1} \text{fm}^{-2}$ , ou simplesmente  $\text{GeV}$ . Notamos que essa expressão é válida no limite em que  $v \approx c$ , onde os componentes longitudinais do campo eletromagnético podem ser desconsideradas. É importante destacar ainda que esse fluxo de fótons equivalentes depende quadraticamente do número de carga nuclear (número atômico)  $Z$ . Isso significa que quanto maior o número de prótons no núcleo, mais fótons equivalentes serão gerados.

### 3.2.4 Derivação do fluxo de fótons equivalentes para uma distribuição realística de cargas

Até agora obtivemos a expressão para o fluxo de fótons equivalentes que depende da energia do fóton e do parâmetro de impacto para um núcleo pontual, essa expressão é válida apenas para distâncias maiores que o raio nuclear  $r_h$ . No entanto, em se tratando de distâncias da ordem do raio nuclear, não podemos deixar de consi-

derar que o núcleo não é pontual. Neste momento, seguiremos os cálculos realizados em (Klusek-Gawenda, M., 2015). Como estamos considerando o núcleo como sendo um objeto estendido, é mais realista considerar a distribuição de carga, iremos então derivar uma expressão para o fluxo de fótons considerando essa distribuição realística de cargas. Para encontrar a distribuição clássica de fótons, começamos calculando o campo eletromagnético gerado por uma distribuição de cargas que se move com  $v \approx c$ , em uma trajetória retilínea. O quadrivetor potencial do campo  $A^\mu$ , composto pelos potenciais escalar  $\Phi$  e potencial vetor  $\mathbf{A}$ , pode ser escrito como

$$A^\mu = (\Phi, \mathbf{A}). \quad (61)$$

Da mesma maneira, o quadrivetor corrente  $J^\mu$ , composto pela densidade de carga  $\rho$  e a densidade de corrente  $\mathbf{J}$ , é definida por,

$$J^\mu = (\rho, \mathbf{J}). \quad (62)$$

Considerando o caso onde o fóton não possui massa, então é possível escrever uma das equações de Maxwell no calibre  $\partial_\mu A^\mu = 0$

$$\partial_\nu \partial^\nu A^\mu(x) = J^\mu(x). \quad (63)$$

Esta é a equação de onda inhomogênea para o potencial vetor eletromagnético no calibre de Lorentz no referencial  $K$ .

Para o referencial  $K'$ , em que a carga está em movimento relativístico, a densidade de corrente  $j'^\mu(x')$ , no espaço de posição, é expressa como o produto da densidade de carga  $\rho(|\mathbf{x}'|)$  pela velocidade da carga  $u'^\mu$

$$j'^\mu(x') = \rho(|\mathbf{x}'|)u'^\mu. \quad (64)$$

Nesta expressão o quadrivetor velocidade da distribuição de carga tem componentes  $u'^\mu = (1, 0, 0, 0)$  no referencial  $K'$ , onde a carga está em repouso, e componentes  $u^\mu = \gamma(1, 0, 0, \beta)$  no referencial  $K$ , sendo o referencial do ponto de observação  $O$ . De maneira semelhante, definiremos o quadrivetor momento do fóton como sendo  $k'^\nu = (\omega', \mathbf{k}')$  no referencial  $K'$  e  $k^\nu = (\omega, \mathbf{k})$  no referencial  $K$ .

Usando a transformada de Fourier da densidade de corrente da variável  $x$  para  $k$ ,

pode-se obter

$$\begin{aligned}
 J'^{\mu}(k') &= \int_{-\infty}^{\infty} d^4x' e^{ik'x'} J'^{\mu}(x') \\
 &= 2\pi\delta(\omega')\rho(|\mathbf{k}'|)u'^{\mu} \\
 &= 2\pi\delta(k' \cdot u')\rho(\sqrt{-k'^2})u'^{\mu}.
 \end{aligned} \tag{65}$$

Essa transformada nos fornece o campo da equação (63) no espaço de momento, como a que segue

$$(-k^2)A^{\mu}(k) = J^{\mu}(k). \tag{66}$$

Inserindo solução da equação de densidade de corrente dada em (65) na equação (66), obtemos o quadrivetor potencial

$$\begin{aligned}
 A^{\mu}(k) &= -\frac{1}{k^2}J^{\mu}(k) \\
 A^{\mu}(k) &= -2\pi\delta(k \cdot u)\frac{\rho(\sqrt{-k^2})}{k^2}u^{\mu} \\
 &= -2\pi\delta(k \cdot u)Ze\frac{F(-k^2)}{k^2}u^{\mu}.
 \end{aligned}$$

É possível identificar o fator de forma nuclear  $F(-k^2)$  eletromagnético como sendo a Transformada de Fourier da densidade de carga  $\rho(\sqrt{-k^2})$  dividido pela carga  $Ze$ . A função delta  $\delta(k \cdot u)$  fortifica a perpendicularidade dos fótons,

$$\gamma(\omega - \beta k_z) = 0, \tag{67}$$

no qual podemos escrever o argumento do fator de forma como sendo

$$-k^2 = -\omega^2 + k_x^2 + k_y^2 + k_z^2.$$

Pela equação acima, obtemos  $k_z = \frac{\omega}{\beta}$  e escrevendo as componentes como  $k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2$ , logo

$$-k^2 = -\omega^2 + \frac{\omega^2}{\beta^2} + k_{\perp}^2. \tag{68}$$

Tomando o limite ultrarelativístico ( $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ), portanto, ( $-1/\gamma^2 = \beta^2 - 1$ ), podemos

reescrever a equação anterior como

$$\begin{aligned} -k^2 &= \frac{-\omega^2\beta^2 + \omega^2}{\beta^2} + k_{\perp}^2 \\ &= \frac{-\omega^2(\beta^2 - 1)}{\beta^2} + k_{\perp}^2 \\ &= \frac{\omega^2}{\beta^2\gamma^2} + k_{\perp}^2. \end{aligned}$$

Isso fornece a expressão para o quadrivector momento do fóton ao quadrado, ou seja, a virtualidade do fóton ao quadrado,

$$-k^2 = \left(\frac{\omega}{\gamma\beta}\right)^2 + k_{\perp}^2. \quad (69)$$

Agora, podemos calcular as componentes do tensor campo eletromagnético  $F^{\mu\nu}(k)$ . Sua transformada de Fourier é dada por

$$F^{\mu\nu}(k) = -i(k^{\mu}A^{\nu}(k) - k^{\nu}A^{\mu}(k)). \quad (70)$$

As componentes perpendiculares do campo elétrico são

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\perp}(k) &= -iA^0(k)\mathbf{k}_{\perp} \\ &= 2\pi i\gamma\delta(k \cdot u)Ze\frac{F(-k^2)}{k^2}\mathbf{k}_{\perp}, \end{aligned} \quad (71)$$

já vimos que a componente longitudinal do campo desaparece no limite quando  $v \rightarrow c$ . Realizando uma Transformada Parcial de Fourier de  $\mathbf{E}(k_{\perp}, \omega)$  na direção  $z$  (Klusek-Gawenda, M., 2015)

$$\begin{aligned} E_{\perp}(z, \mathbf{k}_{\perp}, \omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_z}{2\pi} \mathbf{E}_{\perp}(k, \omega) e^{ik_z z} \\ &= iZe\gamma\mathbf{k}_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} dk_z z \frac{F(-k^2)}{k^2} \\ &= -iZe\gamma\mathbf{k}_{\perp} \frac{1}{v} d\omega e^{i\omega v/z} \frac{F\left[\left(\frac{\omega}{\gamma\beta}\right)^2 + k_{\perp}^2\right]}{\left(\frac{\omega}{\gamma\beta}\right)^2 + k_{\perp}^2}. \end{aligned} \quad (72)$$

Ao se necessitar calcular a transformada de Fourier de funções com simetria radial, como é este caso, a transformação unidimensional de Hankel de ordem zero (a Transformada Radial de Fourier) é uma alternativa útil para Transformada de Fourier bidimensional, que é escrita como

$$l(\mathbf{k}) = \frac{1}{2\pi} \int d^2r l(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}), \quad (73)$$

no caso de funções radialmente simétricas, essa transformação se simplifica

$$l(\mathbf{k}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty dr r l(r) \int_0^{2\pi} d\varphi \exp(-ikr \cos \varphi). \quad (74)$$

Aqui  $\varphi$  é o ângulo entre  $\mathbf{k}$  e  $\mathbf{r}$ . Uma representação integral útil da função de Bessel  $J_0$  é

$$J_0(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi d\theta \cos(z \cos \theta). \quad (75)$$

Também precisamos da função de Bessel  $J_1(z)$ , que é a derivada de  $J_0(z)$

$$J_1(z) = -\frac{dJ_0(z)}{dz}. \quad (76)$$

Usando essas ferramentas, podemos obter a Transformada Radial de Fourier

$$l(\mathbf{k}) = \int_0^\infty dr r J_0(kr) l(r). \quad (77)$$

Agora para a transformada do campo magnético, precisamos avaliar uma integral de Fourier da seguinte maneira (onde  $k_\perp \equiv |\mathbf{k}_\perp|$ )

$$\begin{aligned} I(\mathbf{x}_\perp) &= \int \frac{d^2\mathbf{k}_\perp}{(2\pi)^2} \mathbf{k}_\perp l(k_\perp) \exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{x}_\perp) \\ &= -i\nabla_\perp \int \frac{d^2\mathbf{k}_\perp}{(2\pi)^2} l(k_\perp) \exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{x}_\perp) \\ &= -i\nabla_\perp \int_0^\infty \frac{k_\perp dk_\perp}{2\pi} l(k_\perp) J_0(x_\perp k_\perp) \\ &= -i \frac{\mathbf{x}_\perp}{x_\perp} \int_0^\infty \frac{k_\perp dk_\perp}{2\pi} l(k_\perp) \frac{\partial}{\partial x_\perp} J_0(x_\perp k_\perp) \\ &= -i \frac{\mathbf{x}_\perp}{x_\perp^2} \int_0^\infty \frac{k_\perp dk_\perp}{2\pi} l(k_\perp) (x_\perp k_\perp) J_1(x_\perp k_\perp). \end{aligned}$$

Usando essas etapas, obtemos a seguinte expressão para o campo elétrico,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\omega, \mathbf{x}_\perp) &= \int \frac{d^2\mathbf{k}_\perp}{(2\pi)^2} \mathbf{E}_\perp(\omega, \mathbf{k}_\perp) e^{i\mathbf{x}_\perp \cdot \mathbf{k}_\perp} \\ &= -\frac{\mathbf{x}_\perp}{x_\perp^2} \frac{Ze}{\beta} \int \frac{k_\perp dk_\perp}{2\pi} (k_\perp x_\perp) J_1(x_\perp k_\perp) \frac{F\left(\left(\frac{\omega}{\beta\gamma}\right)^2 + k_\perp^2\right)}{\left(\left(\frac{\omega}{\beta\gamma}\right)^2 + k_\perp^2\right)}. \end{aligned} \quad (78)$$

Podemos expressar o fluxo de fótons equivalentes como

$$N(\omega, b) = \frac{1}{\pi\omega} |\mathbf{E}(\omega, \mathbf{x}_\perp)|^2 = \frac{Z^2 \alpha_{em}}{\pi^2 \beta^2 \omega} \left| \int dk_\perp k_\perp^2 \frac{F\left(\left(\frac{\omega}{\beta\gamma}\right)^2 + k_\perp^2\right)}{\left(\left(\frac{\omega}{\beta\gamma}\right)^2 + k_\perp^2\right)} J_1(x_\perp k_\perp) \right|^2. \quad (79)$$

Finalmente, considerando uma distribuição de carga realística, a forma final do fluxo de fótons equivalentes  $N(\omega, b)$  é expressa como

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha_{em}}{\pi^2 \beta^2} \frac{1}{\omega} \frac{1}{b^2} \left| \int d\varrho \varrho^2 \frac{F\left(\frac{\varrho^2 + \varsigma^2}{b^2}\right)}{\varrho^2 + \varsigma^2} J_1(\varrho) \right|^2, \quad (80)$$

onde  $J_1$  é a função de Bessel. Na equação acima foi introduzida uma variável auxiliar dimensional  $\varrho = k_\perp b$  e a variável de escala  $\varsigma = \omega b / \gamma \beta$ . Além disso, para uma carga pontual, no qual o fator de forma é uma constante  $F(q^2) = 1$ , obtemos o resultado esperado da análise realizada anteriormente,

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha_{em}}{\pi^2 \beta^2} \frac{1}{\omega} \frac{1}{b^2} \varsigma^2 K_1^2(\varsigma). \quad (81)$$

Agora vamos explorar como a descrição da distribuição de cargas no núcleo afeta o comportamento do fluxo de fótons equivalentes  $N(\omega, b)$ .

### 3.2.5 Fluxo de fótons equivalentes para modelos distintos de fator de forma nuclear

Utilizando a integral da expressão (80). Para o fator de forma de monopolo no caso nuclear, temos

$$F(q) = \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + q^2}. \quad (82)$$

Reescrevendo  $F(q)$  na forma da expressão (80) e tomando  $x = \frac{b\omega}{\gamma}$  e  $\beta = 1$ , obteremos

$$F(q) = \frac{b^2 \Lambda^2}{b^2 \Lambda^2 + x^2 + u^2} \quad (83)$$

onde podemos escrever

$$\frac{F\left(\sqrt{\frac{(b\omega)^2}{\gamma^2} + u^2}\right)}{x^2 + u^2} = \frac{1}{x^2 + u^2} - \frac{1}{b^2 \Lambda^2 + x^2 + u^2} \quad (84)$$

sendo parte do integrando da integral em  $u$ . A expressão

$$\int_0^{\infty} \frac{u^{\nu+1} J_{\nu} du}{(u^2 + x^2)^{\mu+1}} = \frac{a^{\mu} x^{\nu-\mu}}{2^{\mu} \Gamma(\mu + 1)} K_{\mu-\nu}(au) \quad (85)$$

é válida para  $a > 0$ ;  $Re(x) > 0$  e  $-1 < Re(\nu) < Re(\mu) + \frac{3}{2}$ , onde  $(Re)$  denota a parte real de um número complexo. Tomando a expressão anterior  $a = 1$ ,  $\nu = 1$ ,  $\mu = 0$ , obtemos para a integral do fluxo de fótons equivalentes, no primeiro termo da expressão (84)

$$\int_0^{\infty} \frac{u^2 J_1(u) du}{(u^2 + x^2)} = x K_1(x). \quad (86)$$

E fazendo algo semelhante para o segundo termo da expressão (84), obteremos

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha_{em}}{\pi^2 \omega} \left[ \frac{\omega}{\gamma} K_1 \left( \frac{b\omega}{\gamma} \right) - \sqrt{\left( \frac{\omega^2}{\gamma^2} + \Lambda^2 \right)} K_1 \left( b \sqrt{\frac{\omega^2}{\gamma^2} + \Lambda^2} \right) \right]^2 \quad (87)$$

que é o fluxo de fótons equivalentes devido ao núcleo.

### 3.2.6 Fluxo de fótons equivalentes para modelos distintos de fator de forma do próton

O fator de forma (de dipolo) do próton é

$$F(q) = \frac{\Lambda^4}{(\Lambda^4 + q^2)^2} \quad (88)$$

Tomando  $x = b\omega/\gamma$ , temos

$$\begin{aligned} F \left( \sqrt{\frac{x^2 + u^2}{b^2}} \right) &= \frac{\Lambda^4}{\left( \Lambda^4 + \frac{x^2 + u^2}{b^2} \right)^2} \\ &= \frac{b^4 \Lambda^4}{(b^2 \Lambda^2 + x^2 + u^2)^2} = \frac{b^4 \Lambda^4}{(z^2 + u^2)^2} \end{aligned} \quad (89)$$

onde definimos que  $(z^2 = b^2 \Lambda^2 + x^2 = b^2 \left( \Lambda^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2} \right))$ , assim

$$\begin{aligned} \frac{F \left( \sqrt{\frac{x^2 + u^2}{b^2}} \right)}{(x^2 + u^2)} &= \frac{b^4 \Lambda^4}{(b^2 \Lambda^2 + x^2 + u^2)^2} \frac{1}{x^2 + u^2} \\ &= -\frac{1}{x^2 + b^2 \Lambda^2 + u^2} - \frac{b^2 \Lambda^2}{(x + b^2 \Lambda^2 + u^2)^2} + \frac{1}{x^2 + u^2}. \end{aligned} \quad (90)$$

É preciso realizar três cálculos auxiliares referentes à equação do fluxo de fótons equivalentes,

- Tomando  $\nu = 1, \mu = 0, a = 1$ :

$$-\int_0^\infty \frac{u^2 J_1(u) du}{(u^2 + z^2)} = -z K_1(z) \quad (91)$$

- Tomando  $\nu = 1, \mu = 1, a = 1$

$$-b^2 \Lambda^2 \int_0^\infty \frac{u^2 J_1(u) du}{(u^2 + z^2)^2} - \frac{b^2 \Lambda^2}{2} K_0(z) \quad (92)$$

- Tomando  $\nu = 1, \mu = 0, a = 1$

$$\int_0^\infty \frac{u^2 J_1(u) du}{(u^2 + x^2)^2} = x K_1(x) \quad (93)$$

Assim, o fluxo do próton é

$$N(\omega, b) = \frac{\alpha_{em}}{\pi^2} \frac{1}{b^2 \omega} \left[ -z K_1(z) - \frac{b^2 \Lambda^2}{2} K_0(z) + x K_1(x) \right]^2 \quad (94)$$

lembrando que

$$x = \frac{b\omega}{\gamma} \quad (95)$$

e

$$z = b \sqrt{\Lambda^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2}}. \quad (96)$$

Finalmente, o fluxo de fótons equivalentes devido ao próton, pode ser reescrito como sendo

$$N(\omega, b) = \frac{\alpha_{em}}{\pi^2} \frac{1}{\omega} \left[ \frac{\omega}{\gamma} K_1 \left( \frac{b\omega}{\gamma} \right) - \sqrt{\left( \Lambda^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2} \right)} K_1 \left( b \sqrt{\left( \Lambda^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2} \right)} \right) - \frac{b\Lambda^2}{2} \right. \\ \left. \times K_0 \left( b \sqrt{\left( \Lambda^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2} \right)} \right) \right]^2.$$

Essa expressão fornece o fluxo espectral de fótons equivalentes gerado por um próton relativístico em função da energia do fóton  $\omega$  com um parâmetro de impacto  $b$ .

### 3.3 Rapidez e pseudorapidez

Neste capítulo, exploramos a conexão da variável rapidez com a pseudorapidez e utilizamos das transformações de Lorentz para transitar entre diferentes referenciais inerciais.

### 3.3.1 Rapidez

Em se tratando matematicamente, a quantidade de rapidez descreve a condição cinemática de uma partícula. Para um dado quadrivetor momentum  $p = (p_0, p_x, p_y, p_z)$ , temos que a rapidez é definida em termos da energia  $p_0$  e momentum longitudinal  $p_z$

$$Y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{p_0 + p_z}{p_0 - p_z} \right). \quad (97)$$

No limite não-relativístico,  $v \ll 1$ ,  $p_0 \simeq m$ ,  $p_z \simeq mv_z$ , logo a rapidez  $Y$  de uma partícula viajando em direção longitudinal se reduz a velocidade da partícula em unidades da velocidade da luz. A grandeza de rapidez  $Y$  depende do referencia, o quadrivetor momentum da partícula tem três graus de liberdade. Podemos representar por  $(Y, \mathbf{p}_T)$ , e para isso precisamos transformar  $(p_0, \mathbf{p}) \rightarrow (Y, \mathbf{p}_T)$ . Da equação (97), temos que

$$Y = \ln \left[ \left( \frac{p_0 + p_z}{p_0 - p_z} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (98)$$

onde

$$-Y = \ln \left[ \left( \frac{p_0 - p_z}{p_0 + p_z} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \rightarrow \begin{cases} e^Y = \sqrt{\frac{p_0 + p_z}{p_0 - p_z}} \\ e^{-Y} = \sqrt{\frac{p_0 - p_z}{p_0 + p_z}} \end{cases},$$

somando as exponenciais,

$$\begin{aligned} 2 \cosh Y &= \frac{(p_0 + p_z)^{\frac{1}{2}}(p_0 + p_z)^{\frac{1}{2}} + (p_0 - p_z)^{\frac{1}{2}}(p_0 - p_z)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{(p_0 - p_z)(p_0 + p_z)}} \\ &= \frac{p_0 + p_z + p_0 - p_z}{\sqrt{p_0^2 - p_z^2}} \end{aligned} \quad (100)$$

porém,

$$\begin{aligned} p^2 &= p_0^2 - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2 = m^2 \\ &= p_0^2 - p_T^2 - p_z^2 = m^2 \\ p_0^2 - p_z^2 &= m^2 + p_T^2, \end{aligned} \quad (101)$$

dessa maneira,

$$2 \cosh Y = \frac{2p_0}{\sqrt{m^2 + p_T^2}} \quad (102)$$

portanto,

$$m_T^2 = m^2 + p_T^2 \quad (103)$$

$$p_0 = m_T \cosh Y. \quad (104)$$

Sendo  $m_T$  invariante sob boosts longitudinais, sendo útil para análises experimentais. Analogamente, subtraindo as exponenciais

$$\begin{aligned} 2 \sinh Y &= \frac{p_0 + p_z - (p_0 - p_z)}{\sqrt{(p_0 - p_z)(p_0 + p_z)}} \\ 2 \sinh Y &= \frac{2p_z}{\sqrt{p_0^2 - p_z^2}} \\ p_z &= m_T \sinh Y. \end{aligned}$$

Em se tratando das partículas muito energéticas, a rapidez  $Y$  é equivalente à pseudo-rapidez, pois a massa torna-se desprezível. A aproximação do momentum longitudinal é  $p_z \approx E \cos \theta$ , onde  $\theta$  é o ângulo polar em relação ao eixo do feixe em colisão onde nos permite fazer a aproximação da rapidez,

$$Y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right) \rightarrow Y \approx \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + E \cos \theta}{E - E \cos \theta} \right),$$

$$Y \approx \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + E \cos \theta}{E - E \cos \theta} \right) \quad (105)$$

De relações trigonométricas, sabemos que

$$1 + \cos \theta = 2 \cos^2 \left( \frac{\theta}{2} \right), \quad (106)$$

$$1 - \cos \theta = 2 \operatorname{sen}^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \quad (107)$$

e usando ambas,

$$\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{2 \cos^2(\theta/2)}{2 \operatorname{sen}^2(\theta/2)} = \coth^2(\theta/2). \quad (108)$$

Substituindo esta expressão na (105), teremos

$$\begin{aligned}
 Y &\approx \frac{1}{2} \ln \left[ \cot^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] \\
 &\approx \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{\cos^2 \left( \frac{\theta}{2} \right)}{\text{sen}^2 \left( \frac{\theta}{2} \right)} \right] \\
 &\approx -\frac{1}{2} \ln \left[ \frac{\text{sen}^2 \left( \frac{\theta}{2} \right)}{\cos^2 \left( \frac{\theta}{2} \right)} \right] \\
 &\approx -\frac{2}{2} \ln \left[ \frac{\text{sen} \left( \frac{\theta}{2} \right)}{\cos \left( \frac{\theta}{2} \right)} \right]
 \end{aligned}
 \tag{109}$$

assim, a pseudorapidez  $\eta$  é definida por

$$\eta = -\ln \left[ \tan \left( \frac{\theta}{2} \right) \right].
 \tag{110}$$

Como veremos logo mais, a equivalência entre rapidez  $Y$  e pseudorapidez  $\eta$  ( $Y \approx \eta$ ) ocorre quando a massa da partícula é desprezível em relação ao seu momento transversal ( $m \ll p_T$ ), dessa forma, a massa transversal se reduz a  $m_T \ll p_T$ , eliminando a dependência explícita de  $m$ , além disso, a relação  $p_z \approx E \cos \theta$  torna-se válida, ligando  $\eta$  diretamente ao ângulo polar  $\theta$ . Enquanto  $Y$  é invariante de Lorentz,  $\eta$  é uma grandeza experimentalmente mensurável que coincide com  $Y$  para partículas ultrarelativísticas ( $m \ll p_T$ ). Essa aproximação é importante em colisões de altas energias, nas quais a maioria das partículas produzidas tem  $m \sim \text{MeV}$  e  $p_T \sim \text{GeV}$ , validando  $Y \approx \eta$ .

### 3.3.2 Transformação da variável Rapidez

A transformação de Lorentz da energia  $p_0$  e momentum  $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$  no referencial de repouso para o referencial de centro de massa (CM) é dada por

$$p_0^* = \gamma p_0 - \gamma \beta p_z
 \tag{111}$$

$$p_x^* = p_x
 \tag{112}$$

$$p_y^* = p_y
 \tag{113}$$

$$p_z^* = -\gamma \beta p_0 + \gamma p_z,
 \tag{114}$$

com o fator de Lorentz  $\gamma$  e parâmetro da velocidade  $\beta$  definidos da seguinte maneira,

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta \equiv \frac{v}{c}.
 \tag{115}$$

onde podemos escrever a invariância da seguinte forma, considerando o efeito da Transformação de Lorentz ao longo do eixo  $Z$ , a rapidez  $Y$  no referencial do CM após a Transformação é dada por

$$\begin{aligned}
 Y^* &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{p_0^* + p_z^*}{p_0^* - p_z^*} \right) \\
 Y^* &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\gamma p_0 - \gamma \beta p_z - \gamma \beta p_0 + \gamma p_z}{\gamma p_0 - \gamma \beta p_z - (-\gamma \beta p_0 + \gamma p_z)} \right) \\
 &\rightarrow \frac{p_0 - \beta p_0 + p_z - \beta p_z}{p_0 + \beta p_0 - p_z - \beta p_z} \rightarrow \frac{(p_0 + p_z)(1 - \beta)}{(p_0 - p_z)(1 + \beta)} \\
 Y^* &= \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{(p_0 + p_z)(1 - \beta)}{(p_0 - p_z)(1 + \beta)} \right] \tag{116}
 \end{aligned}$$

que pode ser descrito como

$$Y^* = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{p_0 + p_z}{p_0 - p_z} \right) + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right) \tag{117}$$

com  $Y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{p_0 + p_z}{p_0 - p_z} \right)$  assim

$$Y^* = Y + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right)$$

ou ainda

$$Y^* = Y - \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right). \tag{118}$$

Isso significa que se um observador se move com rapidez  $\frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right)$  em relação ao referencial original, a rapidez das partículas nesse novo referencial será  $Y^* = Y - \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right)$ .

### 3.3.3 Pseudorapidez

Para caracterizar a rapidez de uma partícula é preciso medir a energia da partícula ( $p_0$ ) e o momento longitudinal da partícula ( $p_z$ ), onde  $z$  é o eixo de colisão. Em diversos experimentos, os momentos ( $p_0$ ) e ( $p_z$ ) podem não ser facilmente acessíveis, no entanto o ângulo  $\theta$  da partícula detectada em relação ao eixo de colisão  $z$  pode ser detectada. Neste contexto, recomenda-se caracterizar a partícula pela pseudorapidez  $\eta$ , definida como

$$\eta = - \ln \left[ \tan \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] \tag{119}$$

onde  $\theta$  é o ângulo entre o momentum  $\mathbf{p}$  da partícula e o eixo  $z$  de colisão. É possível escrever a pseudorapidez em termos o momento da partícula

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{|\mathbf{p}| + p_z}{|\mathbf{p}| - p_z} \right). \quad (120)$$

Comparando as expressões da rapidez com a pseudorapidez, observamos que ambas coincidem quando o momento é grande, ou ainda,  $|\mathbf{p}| \approx p_0$ ,

$$p^2 = p_\mu p^\mu = m^2 = p_0^2 - \mathbf{p}^2 \rightarrow p_0^2 = \mathbf{p}^2 + m^2 \approx \mathbf{p}^2. \quad (121)$$

Partindo da definição da pseudorapidez em termos do momentum

$$e^\eta = \sqrt{\frac{|\mathbf{p}| + p_z}{|\mathbf{p}| - p_z}}, \quad (122)$$

e

$$e^{-\eta} = \sqrt{\frac{|\mathbf{p}| - p_z}{|\mathbf{p}| + p_z}}, \quad (123)$$

Somando as equações acima, obteremos

$$\begin{aligned} e^\eta + e^{-\eta} &= 2 \cosh \eta \\ &= \frac{[(|\mathbf{p}| + p_z)^{\frac{1}{2}}]^2 + [(|\mathbf{p}| - p_z)^{\frac{1}{2}}]^2}{\sqrt{|\mathbf{p}|^2 - p_z^2}} \\ &= \frac{2|\mathbf{p}|}{\sqrt{|\mathbf{p}|_T^2}} \end{aligned} \quad (124)$$

sabendo que  $\mathbf{p}^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$ , e que  $p_x^2 + p_y^2 = p_T^2$ . Obtemos então,

$$|\mathbf{p}| = p_T \cosh \eta, \quad (125)$$

Onde  $p_T$  é a magnitude do momento transverso

$$p_T = \sqrt{|\mathbf{p}|^2 - p_z^2}. \quad (126)$$

Subtraindo as expressões  $e^\eta$  e  $e^{-\eta}$ , teremos

$$\begin{aligned} e^\eta - e^{-\eta} &= 2 \sinh \eta \\ &= \frac{[(|\mathbf{p}| + p_z)^{\frac{1}{2}}]^2 - [(|\mathbf{p}| - p_z)^{\frac{1}{2}}]^2}{p_T^2} \\ &= \frac{2p_z}{\sqrt{|\mathbf{p}|_T^2}}, \end{aligned} \quad (127)$$

obteremos

$$p_z = p_T \sinh \eta. \quad (128)$$

Usando ambos resultados, é possível expressar a grandeza da rapidez  $Y$  em termos da pseudorapidez  $\eta$ , onde tem - se que

$$Y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{p_0 + p_z}{p_0 - p_z} \right) \quad (129)$$

e

$$p^\mu p_\mu = p_0^2 - \mathbf{p}^2 = m^2 \rightarrow p_0 = \sqrt{|\mathbf{p}|^2 + m^2} \quad (130)$$

assim,

$$Y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2} + p_z}{\sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2} - p_z} \right) \quad (131)$$

onde substituindo os valores encontrados anteriormente,

$$Y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\sqrt{p_T^2 \cosh^2 \eta + m^2} + p_T \sinh \eta}{\sqrt{p_T^2 \cosh^2 \eta + m^2} - p_T \sinh \eta} \right) \quad (132)$$

Para o caso quando  $m = 0$  (ou  $|\mathbf{p}| \gg m$ ), temos

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{p_T (\cosh \eta + \sinh \eta)}{p_T (\cosh \eta - \sinh \eta)} \right] \\ &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{e^\eta}{e^{-\eta}} \right) \\ &= \frac{1}{2} \ln(e^{2\eta}) \\ &= \frac{1}{2} 2\eta \ln(e) \\ &= \eta. \end{aligned} \quad (133)$$

Assim, para quando  $m = 0$ , ou em altas energias (para  $c = 1$ ;  $E^2 = m^2 + \mathbf{p}^2$ ; se  $\mathbf{p}^2 \gg m^2 \rightarrow E \simeq |\mathbf{p}|$ ),

$$Y = \eta. \quad (134)$$

A rapidez  $Y$  é calculada pela energia  $p_0$ , pelo momentum longitudinal  $p_z$ . A pseudorapidez  $\eta$  pode ser calculada pelo módulo do momento tridimensional  $|\mathbf{p}|$  e  $p_z$  ou pelo ângulo da trajetória com o eixo da colisão  $z(\theta)$ , onde esse ângulo em geral é mais fácil

de ser medido. Dessa forma,

$$\begin{aligned}
 \eta &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{|\mathbf{p}| + p_z}{|\mathbf{p}| - p_z} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{|\mathbf{p}| + |\mathbf{p}| \cos \theta}{|\mathbf{p}| - |\mathbf{p}| \cos \theta} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{|\mathbf{p}|}{|\mathbf{p}|} \left( \frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} \right) \right], \tag{135}
 \end{aligned}$$

porém,

$$\begin{aligned}
 \cos \theta &= \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} - \text{sen} \frac{\theta}{2} \text{sen} \frac{\theta}{2} \\
 &= \cos \left( \frac{\theta}{2} + \frac{\theta}{2} \right),
 \end{aligned}$$

lembramos pelas identidades trigonométricas,

$$\rightarrow \begin{cases} \cos \theta = \cos^2 \frac{\theta}{2} - \text{sen}^2 \frac{\theta}{2} \\ 1 = \cos^2 \frac{\theta}{2} + \text{sen}^2 \frac{\theta}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1 + \cos \theta = 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \\ 1 - \cos \theta = 2 \text{sen}^2 \frac{\theta}{2}, \end{cases}$$

logo,

$$\begin{aligned}
 \eta &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\cos^2 \frac{\theta}{2}}{\text{sen}^2 \frac{\theta}{2}} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \ln \left[ \left( \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\text{sen} \frac{\theta}{2}} \right)^2 \right] \\
 &= \ln \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\text{sen} \frac{\theta}{2}} \\
 &= \ln \left( \frac{\text{sen} \frac{\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2}} \right) \\
 &= - \ln \left[ \tan \left( \frac{\theta}{2} \right) \right]. \tag{136}
 \end{aligned}$$

Para a transformação inversa de  $\eta \rightarrow Y$ , temos

$$p_0 = m_T \cosh Y; \quad p_z = m_T \sinh Y \quad \rightarrow \quad \begin{cases} p^\mu p_\mu = p_0^2 - \mathbf{p}^2 = m^2 \rightarrow \mathbf{p}^2 = p_0^2 - m^2 \\ \rightarrow |\mathbf{p}| = \sqrt{p_0^2 - m^2} \end{cases}$$

sendo  $m$  a massa de repouso da partícula, a pseudorapidez  $\eta$  pode ser escrita em termos da rapidez  $Y$ ,

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{|\mathbf{p}| + p_z}{|\mathbf{p}| - p_z} \right) \quad (137)$$

ou ainda

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\sqrt{m_T^2 \cosh^2 Y - m^2} + m_T \sinh Y}{\sqrt{m_T^2 \cosh^2 Y - m^2} - m_T \sinh Y} \right). \quad (138)$$

Essa expressão permite converter a rapidez  $Y$  em pseudorapidez  $\eta$ , incorporando o efeito da massa  $m$  e do momento transverso  $p_T$  da partícula.

## 4 METODOLOGIA

### 4.1 Cálculo da seção de choque total $\sigma$ e distribuição de rapidez

$$\frac{d\sigma}{dY}$$

Os cálculos foram realizados a partir de dois programas em Fortran 77, desenvolvidos especialmente para implementar a aproximação de fótons equivalentes e calcular as seções de choque total  $\sigma$  e distribuição de rapidez  $\frac{d\sigma}{dY}$  de algumas partículas em colisões ultraperiféricas entre Chumbo-Argônio (Pb-Ar) em modo de alvo fixo.

O primeiro programa recebe como entrada os parâmetros da colisão (energia do fóton  $\omega_i$ , número atômico  $Z$  e a energia do centro de massa  $\sqrt{S}$ ). Para o cálculo da seção de choque associada à produção da partícula, inserimos os parâmetros associados a essa partícula, sendo a massa  $M_X$ , a largura de decaimento em dois fótons  $\Gamma_{X \rightarrow \gamma\gamma}$  e o spin  $J$  na expressão

$$\sigma_{\gamma\gamma}^X(\omega_1\omega_2) = 8\pi^2(2J+1) \frac{\Gamma_{X \rightarrow \gamma\gamma}}{m_X} \delta(4\omega_1\omega_2 - m_X^2),$$

o termo da função delta de Dirac,  $\delta(4\omega_1\omega_2 - m_X^2)$ , garante que a produção da partícula ocorra apenas quando a energia dos dois fótons combinados corresponder à sua massa invariante. Essa contribuição foi tratada de forma analítica, de modo que, após a integração, a delta resulta no pré-fator  $FAC = \frac{8\pi^2}{M_R}(2J+1)\Gamma_{\gamma\gamma}$ , o qual foi implementado diretamente no programa.

Inserimos um corte no parâmetro de impacto mínimo  $b_{\min}$  para selecionar colisões ultraperiféricas e, em seguida, o programa calcula os fluxos de fótons, dado por

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2\alpha_{em}}{\pi^2\beta^2} \frac{1}{\omega} \frac{1}{b^2} u^2 \left[ K_1^2(u) + \frac{1}{\gamma^2} K_0^2(u) \right].$$

A partir deles, o programa determina a luminosidade e ao integrar esta sobre toda a energia  $\omega_i$  fornece valores numéricos da seção de choque.

É possível a partir dos valores da seção de choque  $\sigma$ , encontrar o número de eventos por ano das partículas das quais estamos interessados apenas multiplicando

a seção de choque total pelo valor da luminosidade  $L = 100 \text{ nb}^{-1}$ , sendo dado por

$$N = L\sigma.$$

Esta expressão representa o número de eventos de interesse que se pode observar em um ano de operação do acelerador.

O segundo programa tem como objetivo calcular a seção de choque diferencial em função da rapidez ( $\frac{d\sigma}{dY}$ ) para a produção de estados exóticos em colisões ultraperiféricas Pb–Pb no LHC. O algoritmo deste programa é semelhante ao do primeiro, onde precisa do pré-fator associado a produção da partícula, esse por sua vez é multiplicado à luminosidade. O programa realiza, uma varredura na variável de rapidez, iniciando em  $Y = 3$  e avançando até  $Y = +3$ , em passos de 0,5 unidades. Para cada valor de  $Y$ , são calculadas as frações de energia dos fótons  $x_i$ , dadas por

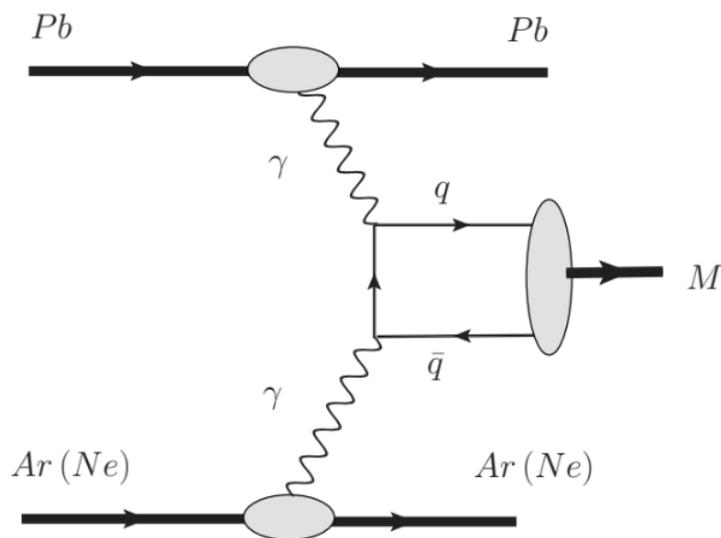
$$x_1 = \frac{M_R}{\sqrt{S}}e^{+Y}, \quad x_2 = \frac{M_R}{\sqrt{S}}e^{-Y},$$

onde apenas em casos em que a fração de energia portadas pelos fótons proveniente dos íons são menores ou igual à 1 que são considerados fisicamente possíveis. Com essas variáveis, são determinados os fluxos de fótons equivalentes associados à cada íon. A partir desse fluxo é possível calcular a luminosidade efetiva e a seção de choque diferencial em rapidez, os resultados obtidos para cada valor de rapidez são convertidos em nanobarns. O programa então, fornece a distribuição de seção de choque em função da rapidez  $Y$ , permitindo analisar a produção da partícula estudada ao longo do intervalo de  $Y$ . Para construir o gráfico da distribuição de rapidez associado a cada partícula, utilizamos o XMGrace para plotar os valores obtidos a partir do programa anterior.

## 5 RESULTADOS

Neste trabalho abordamos acerca de colisões de alvo fixo, utilizando o gás nobre Argônio (Ar) como alvo e chumbo (Pb) como o feixe, veja na Figura 24.

Figura 24 – Diagrama de Feynman de uma colisão ultraperiférica entre o feixe de chumbo e o alvo de argônio.



Fonte: Autoria própria.

Utilizamos das colisões ultraperiféricas, pois estamos interessados em trocas de fótons entre as partículas. Na Figura 24, temos uma representação de íons de chumbo colidindo com os íons de argônio. Os íons de chumbo emitem fótons assim como o argônio e esses fótons interagem em si e flutuam em um par quark-antiquark produzindo o estado ligado. Restará como o estado final do processo, os íons de chumbo, um gap de rapidez, o estado ligado produzido, outro gap de rapidez e os íons de argônio.

A Figura 24 pode ser representada matematicamente a partir das expressões da seção de choque total (10)

$$\sigma_{A_1 A_2 \rightarrow A_1 A_2 X}(\sqrt{S}) = \int d\omega_1 d\omega_2 d^2 r_1 d^2 r_2 N(\omega_1, r_1) N(\omega_2, r_2) \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X} S_{abs}^2.$$

A equação abaixo representa o fluxo de fótons equivalente  $N^\gamma(\omega)$ , integrado sobre o parâmetro de impacto. Esse resultado já considera a aproximação de colisões ultraperiféricas, com corte inferior  $b_{\min}$  que é obtido a partir da integração do fluxo de fótons total  $N(\omega, b)$  em (60)

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha_{em}}{\pi^2 \beta^2} \frac{1}{\omega} \frac{1}{b^2} u^2 \left[ K_1^2(u) + \frac{1}{\gamma^2} K_0^2(u) \right],$$

além da seção de choque associada ao novo estado produzido (11)

$$\sigma_{\gamma\gamma}^X(\omega_1\omega_2) = 8\pi^2(2J+1) \frac{\Gamma_{X \rightarrow \gamma\gamma}}{m_X} \delta(4\omega_1\omega_2 - m_X^2).$$

As Tabelas 4 e 5 apresentam valores das seções de choque e do número de eventos por ano de alguns mésons interessantes da literatura. Como estamos interessados em colisões ultraperiféricas, utilizamos na integração dessa seção de choque a dependência do parâmetro de impacto, onde utilizamos como intervalo de integração esse parâmetro de impacto com valores: da soma dos raios dos núcleos de Chumbo-Argônio até o infinito. Assumimos a energia do centro de massa como sendo  $\sqrt{s} = 69$  GeV. O cálculo do número de eventos por ano é calculado por  $N = L\sigma$ , sendo  $L = 100 \text{ nb}^{-1}$  a luminosidade e  $\sigma$  é a seção de choque total em nanobar [nb].

Tabela 4 – Tabela que representa os cálculos para a seção de choque em [nb]  $\sigma$  e o número de eventos por ano  $N$  associados aos estados exóticos produzidos a partir de colisões Chumbo-Argônio, utilizando do parâmetro de impacto. Os valores que estão entre parênteses com (2) significa o spin das partículas. Os símbolos (-) representam valores menores que 1.

Chumbo(Pb)-Argônio(Ar)	$\sqrt{s} = 69 \text{ GeV}$	Intervalo todo
Mésons (massa em [MeV])	Seção de Choque em [nb]	Número de eventos/ano
$\eta(547)$	17.050,57	1.705.056,63
$\eta'(958)$	7.891,14	789.113,72
$f_0(980)$	754,23	75.422,62
$f_2(1270)(2)$	4.598,27	459.827,19
$f_0(1370)$	889,90	88.999,85
$\eta_c(2983)$	4,45	445,13
$\chi_{c0}(1P)$	0,59	59,17
<b>X(3940)</b>	$2,15 \times 10^{-2}$	2,15
<b>X(3940)(2)</b>	$8,80 \times 10^{-2}$	8,80
$\chi_{c1}(4140)$	$2,51 \times 10^{-2}$	2,51
$\chi_{c1}(4140)(2)$	$9,98 \times 10^{-2}$	9,98
$\chi_{c0}(3915)$	$1,40 \times 10^{-2}$	1,40
$T_{c\bar{c}c\bar{c}}(6900)$	$1,05 \times 10^{-5}$	$1,05 \times 10^{-3}$
$T_{c\bar{c}c\bar{c}}(6900)(2)$	$4,35 \times 10^{-5}$	$4,35 \times 10^{-3}$

Fonte: Autoria própria.

Percebemos que, como previsto pela teoria, para partículas pouco massivas, a sua seção de choque associada é muito grande e conseqüentemente o número de

Tabela 5 – Tabela que representa os cálculos para a seção de choque em [nb]  $\sigma$  e o número de eventos por ano  $N$  associados aos estados exóticos produzidos a partir de colisões Chumbo-Argônio, utilizando do parâmetro de impacto. Os valores que estão entre parênteses com (2) significa o spin das partículas. Os símbolos (-) representam valores menores que 1.

Chumbo(Pb)-Argônio(Ar)	$\sqrt{s} = 69 GeV$	LHCb
Mésons (massa em [MeV])	Seção de Choque em [nb]	Número de eventos/ano
$\eta(547)$	11.593,64	1.159.363,88
$\eta'(958)$	5.819,86	581.986,46
$f_0(980)$	551,85	55.184,80
$f_2(1270)(2)$	3.524,41	352.441,53
$f_0(1370)$	688,87	68.887,03
$\eta_c(2983)$	3,82	381,95
$\chi_{c0}(1P)$	$5,16 \times 10^{-1}$	5,16
<b>X(3940)</b>	$1,91 \times 10^{-2}$	1,91
<b>X(3940)(2)</b>	$7,80 \times 10^{-2}$	7,80
$\chi_{c1}(4140)$	$2,24 \times 10^{-2}$	2,24
$\chi_{c1}(4140)(2)$	$8,90 \times 10^{-2}$	8,90
$\chi_{c0}(3915)$	$1,24 \times 10^{-2}$	1,24
$T_{c\bar{c}c\bar{c}}(6900)$	$9,91 \times 10^{-6}$	$9,91 \times 10^{-4}$
$T_{c\bar{c}c\bar{c}}(6900)(2)$	$4,10 \times 10^{-5}$	$4,10 \times 10^{-3}$

Fonte: Autoria própria.

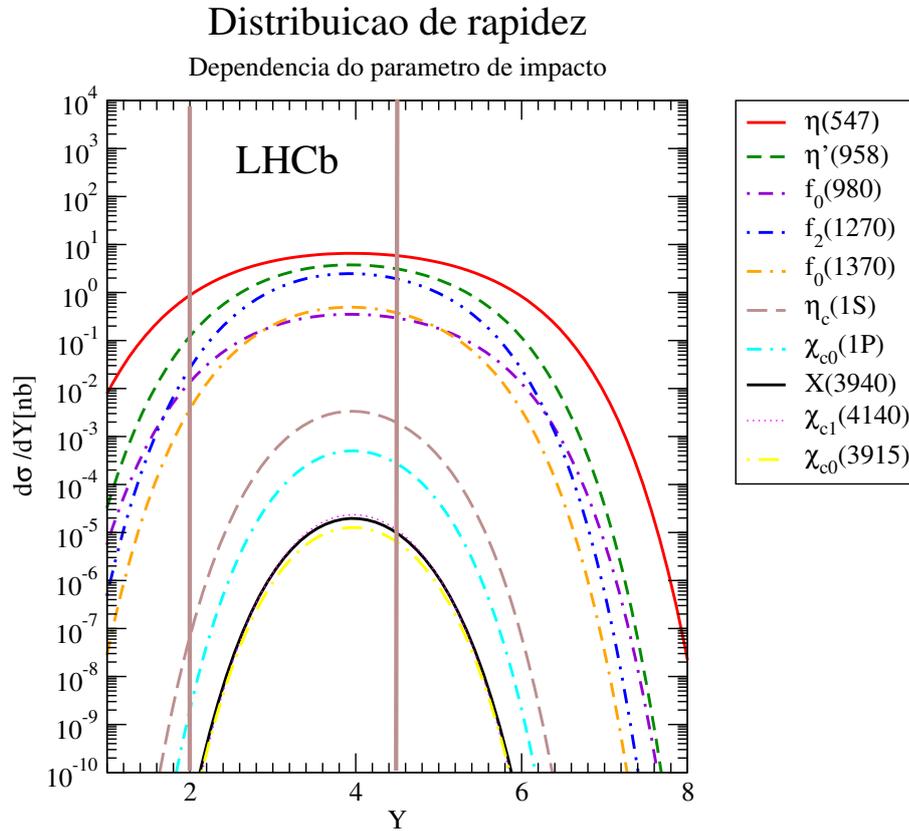
eventos. Em se tratando de colisões de modo de alvo-fixe via interações  $\gamma\gamma$ , a probabilidade de obter partículas pouco massivas é muito alta e a probabilidade de se obter partículas muito massivas é muito baixa, sendo assim possível estudar a produção das partículas pouco massivas via colisões modo de alvo-fixe, devido seu alto número de eventos por ano.

A Tabela 4 apresenta os valores da seção de choque e do número de eventos por ano considerando todo o intervalo de rapidez. Observa-se que a partícula  $\eta(547)$  possui valores significativamente elevados para ambas as grandezas, em contraste com os valores associados à partícula  $T_{c\bar{c}c\bar{c}}(6900)(2)$ , que exibem valores mais baixos. Ao compararmos esses resultados com os valores da Tabela 5, que traz os mesmos parâmetros restritos ao intervalo de rapidez do experimento LHCb ( $Y = 2$  até  $Y = 4,5$ ), verifica-se que os valores da seção de choque e do número de eventos por ano para a partícula  $\eta(547)$  são inferiores aos observados no intervalo total de rapidez. Ainda assim, neste intervalo mais restrito, esses valores continuam sendo os maiores quando comparados aos da partícula  $T_{c\bar{c}c\bar{c}}(6900)(2)$ , cujos valores, por sua vez, também se reduzem nesse recorte de rapidez.

Percebemos que é possível então produzir e detectar partículas relevantes, por exemplo, as candidatas aos glueballs como  $f_0(1370)$ , as partículas ressonantes (estados instáveis que existem por um período de tempo muito curto antes de decair) como  $f_2(1270)$ , ou ainda, partículas consideradas candidatas a molécula de mésons como  $f_0(980)$ . No entanto, a colaboração LHCb não é um ambiente propício para se

obter os mesmos resultados para as partículas massivas como as partículas consideradas candidatas tetraquarks como  $\chi_{c1}(4140)$  e  $T_{c\bar{c}c\bar{c}}(6900)$ , ou ainda, as partículas candidatas ao charmonium exótico como  $X(3940)$ .

Figura 25 – Distribuição de rapidez  $Y$  para as partículas listadas acima com dependência no parâmetro de impacto  $b$ .



As curvas na Figura 25 correspondem a diferentes estados exóticos (ou ressonâncias, mésons, partículas produzidas...), expressando como a seção de choque de produção varia com a rapidez. Notamos que as curvas dos estados que estão entre a região de rapidez  $2 < Y < 4,5$  há uma distribuição razoável de eventos, pois há um enorme “pedaço” das curvas que está em uma rapidez entre  $Y = 2$  e  $Y = 4,5$  e isso significa que a seção de choque contribui significativamente nessa região de rapidez. O eixo  $y$  fornece a seção de choque diferencial, o qual é proporcional a probabilidade de medir um dado estado exótico produzido com um dado valor de rapidez.

Analisando como exemplo a curva do estado  $\eta_c(1S)$  (em marrom) para uma rapidez  $Y = 3,1$ , tem-se um valor da seção de choque de  $\frac{d\sigma}{dY} = 10^{-3}[nb]$ . Assim, estados produzidos à esquerda de  $Y = 2$  e à direita de  $Y = 4,5$  não podem ser detectadas pelo experimento. Há duas linhas na cor índigo na Figura 25 representando essa região de operação do LHCb.

Podemos notar ainda que, neste mesmo gráfico, temos a distribuição de rapidez tanto para estados pouco massivos quanto para estados muito massivos e esta de-

pende exclusivamente da massa do estado  $m_X$  e da largura de decaimento em dois fótons  $\Gamma_{X \rightarrow \gamma\gamma}$  deste, uma vez que a seção de choque depende dessas mesmas variáveis, dada pela expressão 11.

A largura de decaimento em dois fótons é uma medida da probabilidade do estado decair em dois fótons. Vimos que, conforme a literatura, para o estado  $\eta(547)$  a distribuição de rapidez é maior que a de todos os outros estados aqui comparados devido a largura de decaimento em dois fótons ser muito baixa  $\Gamma = 5,15 \times 10^{-7}$  GeV e a massa também  $0,547$  GeV.

Analisando o estado  $\chi_{c0}(1P)$ , observa-se uma distribuição de rapidez mais estreita, o que está diretamente relacionado ao seu maior valor de largura de decaimento no canal de dois fótons  $\Gamma = 2,34 \times 10^{-6}$  GeV em relação ao estado mencionado anteriormente -  $\eta(547)$ , além disso, observa-se que sua massa também é maior, com  $m = 3,41471$  GeV. O estado  $\chi_{c0}(3915)$  possui a distribuição de rapidez mais estreita de todos os estados, característica associada à sua largura de decaimento em dois fótons relativamente grande com valor de  $\Gamma = 2 \times 10^{-4}$  GeV e à seu enorme valor da massa de  $m = 3,9221$  GeV. Estados mais massivos resultam em curvas de distribuição de rapidez estreitas.

No caso dos estados  $f_0(980)$  e  $f_0(1370)$ , observamos que suas massas possuem valores muito próximos, resultando no cruzamento de suas curvas de distribuição. Essa proximidade das massas cria regiões nas quais a energia disponível é insuficiente para produzir  $f_0(1370)$  (estado mais massivo), porém é suficiente para produzir  $f_0(980)$  (estado menos massivo). Esse comportamento pode ser compreendido através da seção de choque, que depende fundamentalmente da massa do estado produzido e da razão entre a largura de decaimento em dois fótons e largura de decaimento total - mede o quão rápida uma partícula instável decai considerando todos os modos de decaimento possíveis. É interessante lembrar que esses fatores, quando convoluídos com o fluxo de fótons equivalentes, determinam a taxa de produção de partículas em qualquer valor de rapidez.

Para se produzir um estado é preciso satisfazer duas condições fundamentais, essas são: a energia do centro de massa dos dois fótons provindos dos íons deve exceder a massa do estado alvo, uma vez satisfeita essa condição energética, a taxa de produção é determinada, como dito anteriormente, pela razão entre a largura de decaimento desse estado em dois fótons e a largura de decaimento total. Em regime de rapidez frontal ( $Y \gg 0$ ), observa-se uma assimetria energética grande. Na configuração assimétrica, a energia combinada pode ser insuficiente para a produção abundante de estados massivos, porém, pode ser adequada para produzir estados pouco massivos em quantidade significativa.

A produção do estado  $f_0(1370)$  é reduzida em comparação com a  $f_0(980)$ , devido sua maior massa. Entretanto, na região central do gráfico ( $Y \approx 4$ ), a colisão envolve

dois fótons altamente energéticos. Neste caso específico, em se tratando da condição energética, a energia disponível é suficiente para produzir ambos estados e o limiar de massa - energia mínima necessária para produzir um estado - é ultrapassado onde pode produzir qualquer um dos dois estados, porém o fator determinante para definir se a curva de distribuição tem amplitude maior ou menor é a já mencionada razão entre a largura de decaimento em dois fótons  $\Gamma_{\gamma\gamma}$  com a largura de decaimento total  $\Gamma_{\text{total}}$ . Dessa maneira, enquanto a diferença de massa explica a dificuldade geral em produzir o estado  $f_0(1370)$ , na região central é a razão entre as larguras de decaimento  $\Gamma_{\gamma\gamma}/\Gamma_{\text{total}}$  que governa a amplitude da curva de distribuição observada. Para melhor compreensão, se o estado possui uma largura de decaimento em dois fótons  $\Gamma_{\gamma\gamma}$  pequena mas a largura de decaimento total  $\Gamma_{\text{total}}$  ser ainda menor, a razão  $\Gamma_{\gamma\gamma}/\Gamma_{\text{total}}$  pode ser grande, gerando uma curva de rapidez para esse estado com amplitude maior. No entanto, se o estado possui a largura de decaimento em dois fótons  $\Gamma_{\gamma\gamma}$  pequena mas a largura de decaimento total  $\Gamma_{\text{total}}$  ser grande, a razão  $\Gamma_{\gamma\gamma}/\Gamma_{\text{total}}$  pode ser pequena, gerando uma curva de rapidez para esse dado estado com amplitude menor. Dado isso, a razão entre as larguras de decaimento do estado  $f_0(1370)$  é maior que a razão das larguras de decaimento do estado  $f_0(980)$ , resultando em uma curva com amplitude maior para este estado. Assim, um aspecto interessante a se destacar acerca dos estados  $f_0(980)$  e  $f_0(1370)$  é que, embora a  $f_0(1370)$  tenha massa maior, ela apresenta maior probabilidade de produção e detecção pelo LHCb na região de rapidez  $Y \approx 4$ . Contudo, em regiões de rapidez fora do alcance do LHCb, o estado  $f_0(980)$  torna-se mais provável de ser produzido e detectado pelos subdetectores.

Esses resultados sugerem que para estados pouco massivos produzidos como  $\eta(547)$  e candidatos à glueballs como  $f_0(1370)$  e candidatos à moléculas hadrônicas como  $f_0(980)$  possuem probabilidade maior de serem produzidos e detectados no LHCb por interações ultraperiféricas via colisões de alvo fixo em relação aos estados mais massivos como o candidato à tetraquark  $\chi_{c1}(4140)$  ou estados candidato à charmonium exótico  $X(3940)$  que possuem probabilidade baixa de serem produzidos e detectados. Dessa forma, é muito mais provável que os experimentais consigam estudar a estrutura interna das estados de baixa massa produzidos com frequência no LHCb do que das estados de alta massa.

## 6 CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS

Os resultados teóricos obtidos neste estudo evidenciam que, em colisões ultraperiféricas entre íons de chumbo (Pb) e de argônio (Ar), a produção de partículas de baixa massa, como o méson  $\eta(547)$  e candidatas a glueballs apresenta probabilidade significativamente superior em comparação a estados exóticos massivos, como tetraquarks e charmonium exótico. As seções de choque para partículas leves e o número de eventos por ano que são altíssimas em alguns casos, reforçam que interações fóton-fóton  $\gamma\gamma$  são um mecanismo eficiente para a geração de estados hadrônicos exóticos. A distribuição de rapidez, concentrada na região  $2 < Y < 4,5$  evidencia que o LHCb está apto a detectar esses estados, uma vez que sua cobertura em rapidez opera nesse intervalo.

Esses resultados demonstram que o modo de colisão alvo-fixo, mesmo em um ambiente projetado para colisões feixe-feixe, representa uma ferramenta promissora para se estudar a estrutura interna de hádrons exóticos leves. Com base nos resultados, algumas possíveis perspectivas são:

- Variar o alvo (por exemplo, Pb–Ne ou gases nobres) para avaliar como isso afeta as taxas de produção e as distribuições em rapidez.
- Elaborar tabelas teóricas de seções de choque para novos candidatos exóticos, mantendo o mesmo formalismo mas variando massa e largura de decaimento.
- Investigar colisões com menos núcleons no feixe ou no alvo, para estudar como a carga nuclear altera o fluxo de fótons equivalentes e as seções de choque de estados exóticos.

Os resultados obtidos nesse trabalho não apenas validam modelos teóricos baseados no formalismo de fótons equivalentes, mas também enfatizam a relevância de investigações contínuas em colisões ultraperiféricas. Nesse contexto, a Eletrodinâmica Quântica (QED) desempenha papel fundamental ao descrever a emissão e interação dos fótons que originam esses processos, servindo como ponto de partida para a produção dos estados hadrônicos analisados. A compreensão aprofundada

desses processos é importante para esclarecer aspectos fundamentais da Cromodinâmica Quântica (QCD), como a formação de glueballs, moléculas hadrônicas e a natureza de estados exóticos. Futuros estudos, combinando maior luminosidade experimental e aprimoramentos em detectores capazes de captar partículas de diversas direções, poderão expandir a sensibilidade a partículas massivas, consolidando essa abordagem como uma ferramenta essencial para explorar as fronteiras da física de partículas.

## REFERÊNCIAS

- Aaij, R. et al. **Measurement of  $\phi(1020)$  meson production in fixed-target  $p$ Ne collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 68.5$  GeV.** [S.l.]: CERN, 2025. Disponível em [https://doi.org/10.1007/JHEP03\(2025\)151](https://doi.org/10.1007/JHEP03(2025)151). Acesso em 20/02/2023.
- Aaij, R. et al. **Measurement of Antiproton Production in p-He Collisions at  $\sqrt{s} = 110$  GeV.** 2018. 222001p. v. 121. Disponível em <https://journals.aps.org/prl/pdf/10.1103/PhysRevLett.121.222001>. Acesso em 25/06/2025.
- Aaij, R. et al. **First Measurement of Charm Production in its Fixed-Target Configuration at the LHC.** 2019. 132002p. v. 122, n. 13. Disponível em <https://journals.aps.org/prl/pdf/10.1103/PhysRevLett.122.132002>. Acesso em 25/05/2025.
- Acharya, S. and Adamová, D. and Adler, A. and Aglieri Rinella, G. et al. The ALICE experiment: a journey through QCD. **The European Physical Journal C**, [S.l.], v. 84, n. 8, Aug. 2024. Disponível em <http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-024-12935-y>. Acesso em 22/08/2023.
- Amsler C. and Crede V. and DeGrand T. **15. Quark Model.** 2023. 1–39p. v. 2023. Disponível em <https://pdg.lbl.gov/2023/reviews/rpp2023-rev-quark-model.pdf>. Acesso em 22/09/2024.
- Baltz, A.J. et al. **The physics of ultraperipheral collisions at the LHC.** 2008. 1-171p. v. 458, n. 1. Disponível em <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157307004462>. Acesso em 22/08/2023.
- Baur, G. et al. **Coherent  $\gamma\gamma$  and  $\gamma A$  interactions in very peripheral collisions at relativistic ion colliders.** 2002. 359-450p. v. 364, n. 5. Disponível em <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157301001016>. Acesso em 22/08/2023.
- Bertulani, C. A. and Klein, S. R. and Nystrand, J. **Physics of Ultra-Peripheral Nuclear Collisions.** 2005. 271–310p. v. 55.

Brodsky, S. J. and Fleuret, F. and Hadjidakis, C. and Lansberg, J. P. **Physics Opportunities of a Fixed-Target Experiment Using LHC Beams**. 2013. 239–249p. v. 522. Disponível em <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2012.10.001>. Acesso em 24/05/2025.

Budnev, V.M. and Ginzburg, I.F. and Meledin, G.V. and Serbo V.G. **The two-photon particle production mechanism. Physical problems. Applications. Equivalent photon approximation**. 1975. 181-282p. v. 15, n. 4. Disponível em <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370157375900095>. Acesso em 22/08/2023.

Busza, Wit and Rajagopal, Krishna and van der Schee, Wilke. **Heavy Ion Collisions: The Big Picture and the Big Questions**. 2018. [S.I.]: Annual Reviews, 2018. 339–376p. v. 68, n. 1. Disponível em <http://dx.doi.org/10.1146/annurev-nucl-101917-020852>. Acesso em 21/06/2024.

Cheng, Hai-Yang and Chiang, Cheng-Wei. **Revisiting CP Violation in  $D \rightarrow P P$  and  $V P$  Decays**. 2019. v. 100. Disponível em <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.100>. Acesso em 21/26/2024.

CMS Collaboration. **Observation of a pseudoscalar excess at the top quark pair production threshold**. 2025. Disponível em <https://arxiv.org/abs/2503.22382>. Acesso em 22/08/2023.

Ellis, R. K. and Stirling, W. J. and Webber, B. R. **QCD and Collider Physics**. [S.I.]: Cambridge University Press, 1996.

Faddeev, L. D. and Popov, V. N. **Feynman Diagrams for the Yang-Mills Field**. 1967. 29–30p. v. 25.

Fermi, E. **On the Theory of Collisions Between Atoms and Electrically Charged Particles**. 2003. [S.I.]: World Scientific, 2003. 243–252p. Disponível em [http://dx.doi.org/10.1142/9789812704214\\_0026](http://dx.doi.org/10.1142/9789812704214_0026). Acesso em 22/08/2023.

Franzoso, E. **Fixed-Target Program Upgrade and Prospects at LHCb**. 2022. Disponível em <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:246526885>. Acesso em 13/09/2024.

Goncalves, V. P. and Jaime, J. M. M. **Exclusive vector meson photoproduction in fixed-target collisions at the LHC**. 2018. 693p. v. 78, n. 9.

Greiner, M. et al. **Impact parameter dependence of the Higgs boson production in ultrarelativistic heavy-ion collisions**. 1991. L45p. v. 17, n. 4. Disponível em <https://dx.doi.org/10.1088/0954-3899/17/4/002>. Acesso em 22/08/2023.

Greiner, W. and Schramm, S. and Stein, E. **Quantum Chromodynamics**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2007.

Griffiths, D. **Introduction to Elementary Particles**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2020.

Hadjidakis, C. and Kikoła, D. and et al. **A Fixed-Target Programme at the LHC: Physics Case and Projected Performances for Heavy-Ion, Hadron, Spin and Astroparticle Studies**. 2021. Disponível em <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2021.01.002>. Acesso em 24/06/2025.

Halzen, F. and Martin, Alan D. **Quark & Leptons: An introductory course in modern particle physics**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008.

Jackson, J.D. **Classical Electrodynamics**. [S.l.]: Wiley, 1998. Disponível em <https://books.google.com.br/books?id=FOBBEAAAQBAJ>. Acesso em 22/08/2023.

Jaffe, R. J. **Multiquark hadrons. I. Phenomenology of  $Q^2\bar{Q}^2$  mesons**. 1977. [S.l.]: American Physical Society, 1977. 267–280p. v. 15. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.15.267>>.

Jaffe, R. L. **Multiquark hadrons. II. Methods**. 1977. [S.l.]: American Physical Society, 1977. 281–289p. v. 15. Disponível em <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.15.281>. Acesso em 23/04/2025.

Klusek-Gawenda, M. **Production of pairs of mesons, leptons and quarks in ultraperipheral ultrarelativistic heavy ion collisions**. 2015. — Cracow, INP, Krakow University.

Koppenburg, P. **New Particles Discovered at the LHC**. 2023. Disponível em <https://www.nikhef.nl/~pkoppenb/particles.html>. Acesso em 25/09/2024.

Kovchegov, Y. V. and Levin, E. **Quantum Chromodynamics at High Energy**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2013.

Lima, Y. N. **Produção de fótons em colisões hadrônicas no LHC como uma prova da dinâmica de interações fortes**. 2020. Disponível em <https://guaiaca.ufpel.edu.br/handle/prefix/12961>. Acesso em 24/04/2024.

Liu, Z., Mitchell, R. M. **New hadrons discovered at BESIII**. 2021. Disponível em <https://www.sciencedirect.com/sdfe/pdf/download/eid/1-s2.0-S2095927323005534/first-page-pdf>. Acesso em 25/05/2025.

Low, F. E. Proposal for Measuring the  $\pi^0$  Lifetime by  $\pi^0$  Production in Electron-Electron or Electron-Positron Collisions. **Phys. Rev.**, [S.l.], v. 120, p. 582–583, Oct 1960. Disponível em <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.120.582>Acesso em 22/08/2023.

Meyer, C. A. and Swanson, E. S. **Hybrid Mesons**. 2015. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1502.07276>.

Mitra, S. **Exponential Resummation of QCD at finite chemical potential**. 2023. Disponível em <https://doi.org/10.48550/arXiv.2307.05751>. Acesso em 22/08/2023.

Mitrankov, I. M. and Berdnikov, Ya A. and Berdnikov, A. Ya and Kotov, D. O. and Mitrankova, M. M. and Novitzky, N. and PHENIX Collaboration. **The meson production from small to large systems of ion collisions at  $\sqrt{s} = 200$  and 193 GeV**. 2022. 054012p. v. 97, n. 5. Disponível em <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2022PhyS..97e4012M/abstract>. Acesso em 25/06/2024.

Mizuk, R. and Chilikin K. **Quarkonium Working Group**. 2023. Disponível em <https://qwg.ph.nat.tum.de/exoticshub/belle.php>. Acesso em 26/06/2024.

Mollén, A. and Erlandsson, R. Investigation of Ageing effects and Image stability in Hybrid Photon Pixel detectors at the LHCb experiment CERN. , [S.I.], 01 2010.

Muta, T. **Foundations of quantum chromodynamics: An Introduction to perturbative methods in gauge theories**. [S.l.: s.n.], 1987. v. 5.

Neta, C. S. A. **Produção associada de partículas em colisões ultraperiféricas de íons pesados**. 2023. Tese (Doutorado em Física — Instituto de Física e Matemática da UFPEL, Universidade Federal de Pelotas.

Niedziela, J. SHIFT@LHC: Searches for new physics with shifted interaction on a fixed target at the Large Hadron Collider. **Journal of High Energy Physics**, [S.I.], v. 2024, n. 10, Oct. 2024. Disponível em [http://dx.doi.org/10.1007/JHEP10\(2024\)204](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP10(2024)204). Acesso em 22/08/2023.

Ostermann, F. **Um texto para professores do ensino médio sobre partículas elementares**. 1999.

Pereira, M. M. **LHC: o que é, para que serve e como funciona**. 2011. [S.I.]: Revista A Física na Escola, 2011. v. 12, n. 1.

Pietrzak, M. **Large Hadron Collider Beauty Experiment**. 2024. Disponível em <https://lhcb-outreach.web.cern.ch/detector/velo-2/>. Acesso em 20/09/2024.

Pires, D. S. **Espalhamento Compton Profundamente Virtual em Colisões Elétron-Próton e Elétron-Núcleo**. 2014. Tese (Doutorado em Física — Universidade Federal de Pelotas.

Silva, B. M. **Fotoproducao de Pares de Léptons em Colisões Próton-Núcleo e Núcleo-Núcleo no Grande Colisor de Hádrõns**. 2012.

Silva, C. O. and Natti, P. L. **Modelo de Quarks e Sistemas Multiquarks**. 2007. Disponível em [urlhttps://doi.org/10.1590/S1806-11172007000200002](https://doi.org/10.1590/S1806-11172007000200002). Acesso em 25/02/2024.

Tanabashi, M. et al. **Review of Particle Physics**. 2018. [S.l.]: American Physical Society, 2018. 030001p. v. 98. Disponível em <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.98.030001>. Acesso em: 11/09/2024.

Thomson, M. **Modern Particle Physics**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2013. Disponível em <https://books.google.com.br/books?id=ZA9mQAACAAJ>. Acesso em: 12/09/2024.

Tork, T. (2S) production as a function of charged-particle multiplicity in pp collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV and p–Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 8.16$  TeV with ALICE at the LHC. **PoS**, [S.l.], v. LHCP2022, p. 266, 2023. Disponível em <https://cds.cern.ch/record/2847510> Acesso em 22/08/2023.

Weizsacker, C. F. V. **Radiation emitted in collisions of very fast electrons**. 1934. 612–625p. v. 88.

Williams, E. J. **Nature of the High Energy Particles of Penetrating Radiation and Status of Ionization and Radiation Formulae**. 1934. [S.l.]: American Physical Society, 1934. 729–730p. v. 45. Disponível em <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.45.729>. Acesso em 22/08/2023.

Workman, R. L. et al. **Review of Particle Physics**. 2023. 083C01p. v. 2022. Disponível em [https://pdg.lbl.gov/2023/html/computer\\_read.html](https://pdg.lbl.gov/2023/html/computer_read.html). Acesso em 18/06/2024.

Zhu, F. and Bauer, G. and Yi, K. **Experimental Road to a Charming Family of Tetraquarks ... and Beyond**. 2024. [S.l.]: Chinese Physical Society and IOP Publishing Ltd, 2024. 111201p. v. 41, n. 11. Disponível em <https://dx.doi.org/10.1088/0256-307X/41/11/111201>. Acesso em 24/06/2025.