



DER-UFPEL GEOMÁTICA
INTRODUÇÃO AO
ESTUDO DA TOPOGRAFIA


Editora
UFPel

Rogers Ademir Drunn Pereira



Reitoria

Reitor: *Pedro Rodrigues Curi Hallal*

Vice-Reitor: *Luis Isaías Centeno do Amaral*

Chefe de Gabinete: *Tais Ullrich Fonseca*

Pró-Reitor de Graduação: *Maria de Fátima Cossio*

Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação: *Flávio Fernando Demarco*

Pró-Reitor de Extensão e Cultura: *Francisca Ferreira Michelin*

Pró-Reitor de Planejamento e Desenvolvimento: *Otávio Martins Peres*

Pró-Reitor Administrativo: *Ricardo Hartlebem Peter*

Pró-Reitor de Infra-estrutura: *Julio Carlos Balzano de Mattos*

Pró-Reitor de Assuntos Estudantis: *Mário Renato de Azevedo Jr.*

Pró-Reitor de Gestão Pessoas: *Sérgio Batista Christino*

Conselho Editorial

Presidente do Conselho Editorial: *Ana da Rosa Bandeira*

Representantes das Ciências Agrárias: *Guilherme Albuquerque de Oliveira Cavalcanti (TITULAR), Cesar Valmor Rombaldi e Fabrício de Vargas Arigony Braga*

Representantes da Área das Ciências Exatas e da Terra: *Adelir José Strieder (TITULAR), Juliana Pertille da Silva e Daniela Buske*

Representantes da Área das Ciências Biológicas: *Marla Piumbini Rocha (TITULAR), Rosangela Ferreira Rodrigues e Raquel Ludke*

Representantes da Área das Engenharias e Computação: *Darci Alberto Gatto (TITULAR) e Rafael Beltrame*

Representantes da Área das Ciências da Saúde: *Claiton Leoneti Lencina (TITULAR) e Giovanni Felipe Ernst Frizzo*

Representantes da Área das Ciências Sociais Aplicadas: *Célia Helena Castro Gonsales (TITULAR) e Sylvio Arnaldo Dick Jantzen*

Representante da Área das Ciências Humanas: *Charles Pereira Pennaforte (TITULAR), Edgar Gandra e Guilherme Camargo Massauí*

Representantes da Área das Linguagens e Artes: *Josias Pereira da Silva (TITULAR) e Maristani Polidori Zamperetti*



DER-UFPEL GEOMÁTICA
**INTRODUÇÃO AO
ESTUDO DA TOPOGRAFIA**

Material de apoio à disciplina de Topografia I,
ministrada na Faculdade de Agronomia Eliseu Maciel,
Universidade Federal de Pelotas

Rogers Ademir Drunn Pereira

Pelotas, 2019



Rua Benjamin Constant, 1071 - Porto
Pelotas, RS - Brasil
Fone +55 (53)3227 8411
editora.ufpel@gmail.com

Direção

Ana da Rosa Bandeira
Editora-Chefe

Seção de Pré-Produção

Isabel Cochrane
Administrativo

Seção de Produção

Gustavo Andrade
Administrativo
Suelen Aires Böettge
Administrativo
Anelise Heidrich
Revisão
Guilherme Bueno Alcântara (Bolsista)
Design Editorial

Seção de Pós-Produção

Morgana Riva
Assessoria
Madelon Schimmelpfennig Lopes
Administrativo

Capa

Ingrid Fabíola Gonçalves

** Projeto gráfico e diagramação sob encargo do autor.*

Dados de Catalogação na Publicação
Simone Godinho Maisonave – CRB-10/1733

P414i Pereira, Rogers Ademir Drunn
Introdução ao estudo da topografia / Rogers Ademir
Drunn Pereira. – Pelotas, Ed. da UFPel, 2019.
163 p.: il.

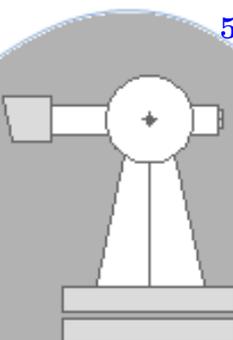
16MB, E-Book (PDF)
Material de apoio à disciplina de Topografia I, ministrada
na Faculdade de Agronomia Eliseu Maciel, UFPel.
Disponível em: <http://quaiaca.ufpel.edu.br/>
ISBN: 978-85-517-0038-9

1. Topografia 2. Topografia – instrução e estudo 3.
Medidas

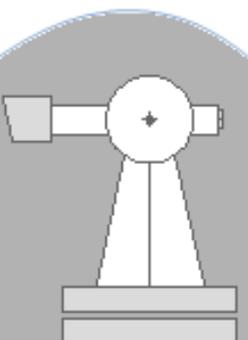
CDD 526.98

Sumário

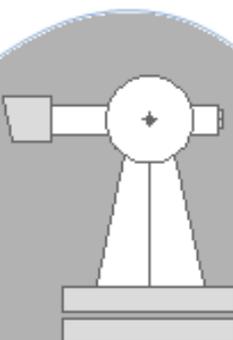
1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Preâmbulo	1
2	AULA 01	3
2.1	Introdução à Topografia	3
2.2	Generalidades	4
2.3	Conceito, Objetivos e Fundamentos	10
2.4	Topografia e suas limitações	12
3	AULA 02	17
3.1	Generalidades:	17
3.2	Ângulos em planos verticais e planos horizontais:	18
3.2.1	Ângulos em planos verticais:	18
3.2.2	Ângulos em Planos Horizontais (Internos, Externos e de deflexão)	23
3.3	Ângulos Geográficos	25
3.3.1	Sistemas de Coordenadas Horizontais na Topografia	28
3.3.2	Rumo e suas relações com o Azimute:	29
3.3.3	Contra-Azimute:	32
4	AULA 03	35
4.1	Generalidades:	35
4.2	Trasporte de Azimutes no Plano Topográfico	35
4.3	Poligonais	38
4.4	Controle Angular	42
5	AULA 04	57
5.1	Generalidades:	57
5.2	Instrumentos de Sinalização e Marcação	57
5.3	Instrumentos de Medição de Distâncias	63
5.4	Instrumentos de Medição de Ângulos	64



6	AULA 05	69
6.1	Introdução teórica	69
6.1.1	Observação direta de distâncias	69
6.1.2	Cálculo de informações planimétricas	69
6.2	Práticas de Campo	72
6.2.1	Observação direta de distâncias	72
6.2.2	Prática de Campo 2 - Cálculo de Informações Planimétricas	72
7	AULA 06	77
7.1	Introdução Teórica	77
7.1.1	Instalação do Teodolito	77
7.1.2	Colimação e leitura	77
7.2	Práticas de Campo	78
7.2.1	Instalação do Teodolito	78
7.2.2	Colimação e leitura	78
8	AULA 07	83
8.1	Obtenção de distâncias por estadimetria	83
8.2	Horizontalização de distâncias	88
8.3	Outra abordagem para a taqueometria	90
9	AULA 08	93
9.1	Introdução Teórica	93
9.2	Práticas de Campo	94
9.2.1	Taqueometria	94
10	AULA 09	97
10.1	Tópicos requeridos para a primeira avaliação	97
10.2	Exemplo de avaliação	97
11	AULA 10	101
11.1	Introdução Teórica	101
11.1.1	Irradiação	101
12	AULA 11	109
12.1	Práticas de Campo	109
12.1.1	Irradiação	109
13	AULA 12	111
13.1	Introdução Teórica	111
13.1.1	Interseção à vante	111



14 AULA 13	117
14.1 Prática de Campo	117
14.1.1 Interseção à vante	117
15 AULA 14	119
15.1 Introdução Teórica	119
15.1.1 Interseção à ré	119
16 AULA 15	125
16.1 Prática de Campo	125
16.1.1 Interseção à Ré	125
17 AULA 16	127
17.1 Introdução Teórica	127
17.1.1 Poligonação e integração com demais técnicas	127
17.2 Prática de Campo	129
17.2.1 Levantamento Planimétrico	129
18 AULA 17	131
19 EXERCÍCIOS ADICIONAIS	133
20 LEITURAS ESTADIMÉTRICAS	139
21 INSTRUMENTAÇÃO TOPOGRÁFICA	143
21.1 Teodolitos, miras e acessórios	143
21.2 Estações totais, refletores e acessórios	144
21.3 Níveis, miras e acessórios	144



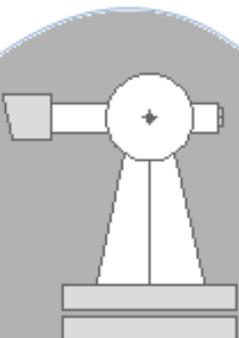
Lista de Tabelas

2.1	Unidades de medida angular.	6
2.2	Unidades de medida comuns na Topografia.	9
3.1	Diferentes Nortes e suas características.	26
3.2	Diferentes Nortes e suas características.	26
3.3	Relação do Rumo com o Azimute.	32
3.4	Relação das variações das coordenadas com o quadrante.	32
4.1	Classificação dos Teodolitos	39
5.1	Principais elementos de operação nos teodolitos.	66
9.1	Possível caderneta para poligonação/taqueometria	93
11.1	Exemplo 11.1	103
13.1	Exemplo 13.1	112
15.1	Exemplo 15.1	122

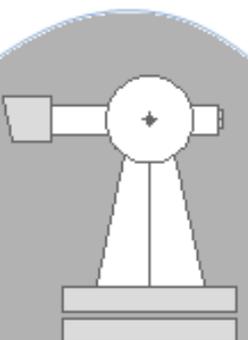


Lista de Figuras

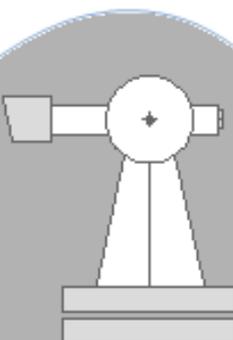
2.1	Coordenadas do ponto P2 a partir do ponto P1 num sistema cartesiano.	4
2.2	Semi-Reta.	5
2.3	Ângulo.	5
2.4	Diferentes unidades de medida no círculo trigonométrico	6
2.5	Plano Topográfico, Plano Vertical e Vertical do Local.	12
2.6	Elipsóide de referência e coordenadas de um ponto P.	13
2.7	Geoide, Elispoide e a Topografia.	14
2.8	Superfícies de Nível - Geopes.	14
2.9	Esfera Celeste.	15
2.10	Plano perpendicular à uma direção.	16
2.11	Paralelismo das direções de referência sobre o Plano Topográfico (a) e no Elipsóide (b).	16
3.1	Esquema dos limbos em um Teodolito (esquerda) e Teodolito (direita).	18
3.2	Distância horizontal d_h e distância inclinada d_i	18
3.3	Referências para a contagem dos ângulos verticais: zênite (à esquerda), nadir (centro) e plano horizontal ou topográfico. . .	19
3.4	Inclinação, Distância Horizontal e Desnível.	22
3.5	Ângulos externos (esquerda), ângulos internos (meio) e deflexões (direita).	24
3.6	Relação dos ângulos com as deflexões.	25
3.7	Linha Meridiana, Plano Meridiano e Plano Topográfico	27
3.8	Carta Magnética do Brasil	29
3.9	Sistemas de Referência: na Matemática (esquerda) e na Topografia (Direita).	30
3.10	Azimute e Rumor.	31
3.11	Relação do Rumor com as coordenadas de um ponto.	33
3.12	Azimute e contra-azimute.	34



4.1	Informações conhecidas no levantamento de uma poligonal.	36
4.2	Raciocínio a ser empregado no cálculo dos azimutes dos alinhamentos de uma poligonal.	36
4.3	Poligonal do Exemplo 4.1.	37
4.4	Especificações para as poligonais e Teodolitos	39
4.5	Diferentes tipos de poligonal.	40
4.6	Diferentes tipos de poligonal.	41
4.7	Valores de a e b para a determinação das poligonais.	43
4.8	Exemplo 4.3	44
4.9	Exemplo 4.4	48
4.10	Exemplo 4.5	51
5.1	(1) Vista geral da RN 2 8935 utilizada para monitoramento do nível do rio Uruguai no porto de Itaqui/RS; (2) Vista detalhada da RN 2 8935; (3) Chapa de Aço (Referência de Nível-RN) instalada sobre monumento em concreto armado em praça na cidade de Itaqui/RS; (4) Vista Geral de uma RN instalada em uma escola na cidade de Itaqui/RS; (5) Vista detalhada da RN anterior.	60
5.2	Vista geral de diferentes referências de nível: (1) Em um clube no município de Itaqui/RS; (2) Em uma unidade do exército em São Borja/RS; (3) Ao longo de uma rodovia municipal em Itaqui/RS.	61
5.3	(1) Vista geral de um marco altimétrico do Instituto Geográfico Nacional (Argentina); (2) Vista em detalhe; (3) Vista Geral de um Ponto SAT do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística; (4) Detalhe.	62
5.4	Principais elementos de operação nos teodolitos.	65
6.1	Forma geral do triângulo	70
6.2	Exemplo 6.1.	71
6.3	Prática de Campo 01 - Observação de Distâncias.	74
6.4	Prática de Campo 02 - Cálculo de Informações Planimétricas.	75
7.1	Prática de Campo 03 - Instalação do Teodolito.	81
7.2	Prática de Campo 04 - Colimação.	82
8.1	Esquema de uma luneta	84
8.2	Luneta - Situação inclinada	87
8.3	Distâncias inclinada e horizontal.	88



9.1 Prática de Campo 05. - Redução de distâncias ao plano topográfico.	95
10.1 Avaliação 1, p.1.	98
10.2 Avaliação 1, p.2.	99
10.3 Avaliação 1, p.3.	100
11.1 Diferentes situações do pólo no Método das Coordenadas Polares. Estação no interior da poligonal (esquerda); Estação sobre a poligonal (meio) e, Estação no exterior da poligonal (direita).	102
11.2 Croquis associado com o Exemplo 11.1.	104
12.1 Prática de Campo 06 - Irradiação.	110
13.1 Interseção à vante.	112
15.1 Situação Geral - Interserção à Ré.	120
17.1 Integração entre diferentes técnicas.	128
19.1 Exercícios voltados à poligonação.	134
19.2 Exercícios voltados à poligonação.	135
19.3 Exercícios voltados à Irradiação e Cálculo de Áreas.	136
19.4 Exercícios voltados à Irradiação e Cálculo de Áreas.	137
20.1 Leitura Estadimétrica - Exemplo 1.	139
20.2 Leitura Estadimétrica - Exemplo 2.	140
20.3 Leitura Estadimétrica - Exemplo 3.	140
20.4 Leitura Estadimétrica - Exemplo 4.	141
21.1 Teodolito Universal Wild T2.	144
21.2 Teodolito Pentax Série ETH400.	146
21.3 Teodolito para astronomia/observação a balões Tamaya TD4.	147
21.4 Distanciômetro acoplado a clinômetro Ushikata PocoRay.	147
21.5 Diferentes modelos para estações totais Pentax, séries W e R.	148
21.6 Diferentes modelos de refletores e alvos fabricados pela empresa Geo-Allen.	149
21.7 Estação Total acoplada a Giroscópio - Giroteodolito.	149
21.8 Nível óptico mecânico da empresa Leica.	150
21.9 Nível óptico digital da empresa Leica e representação da sua respectiva mira.	150
21.10 Nível óptico Wild N3.	150



Capítulo 1

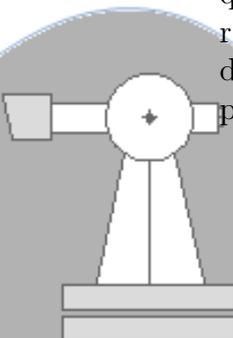
INTRODUÇÃO

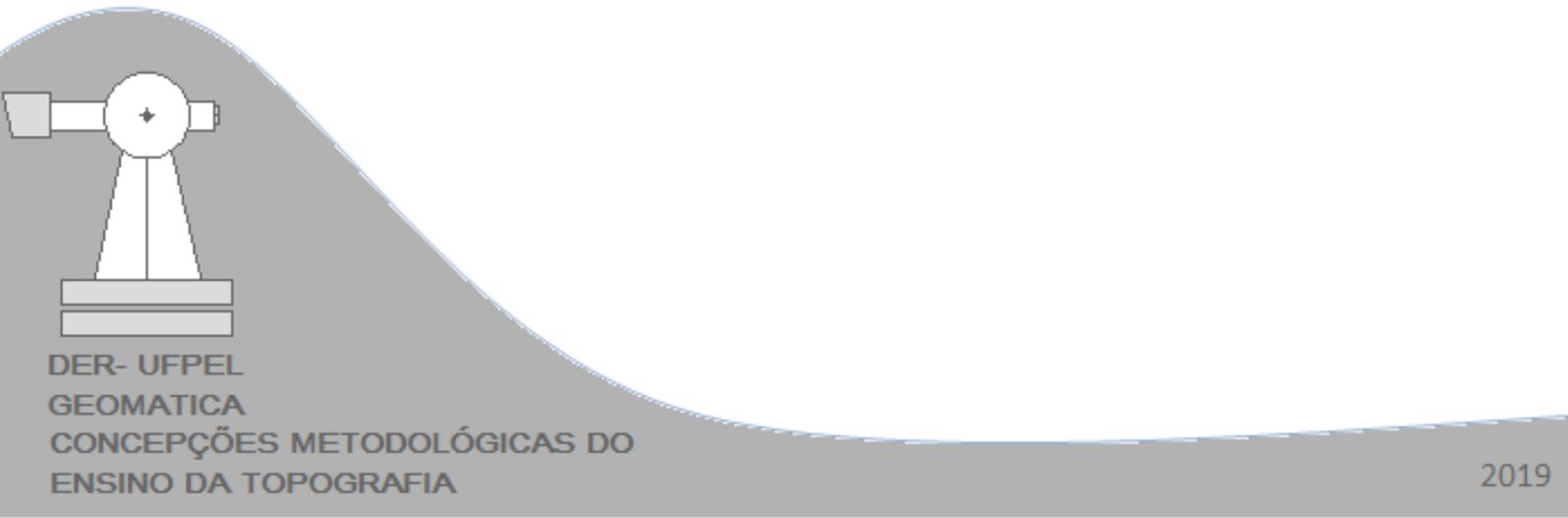
1.1 Preâmbulo

Este material objetiva subsidiar as aulas de Topografia 1 ministradas ao curso de Engenharia Agrícola da Universidade Federal de Pelotas (UFPEL). É fruto de um projeto de ensino encaminhado no ano de 2014 que buscava atingir três objetivos principais: a) minimizar os efeitos do número reduzido de referências na biblioteca; b) tornar as referências básicas mais atrativas, e c) avaliar diferentes concepções do ensino da Topografia (daí a razão deste objetivo ser apresentado nos rodapés). Num segundo plano, projetou-se algo que fosse mais atrativo aos olhos de um público cada vez mais apegado às modernas tecnologias de visualização de dados, que na visão deste autor, pôde ser alcançado com a diagramação moderna fornecida pelo \LaTeX .

Neste sentido, o conteúdo foi projetado para ser utilizado em conjunto com ferramentas de ensino assistido por computador, onde, por exemplo, os exercícios são gerados automaticamente e de tal forma que os alunos podem acessar a partir de qualquer terminal ligado à internet, como por exemplo, um telefone celular. Deve ser ressaltado que alguns dos algoritmos utilizados também contém problemas e que estes problemas vêm sendo detectados na medida em que os alunos utilizam as já referidas bases de dados.

O material está dividido em 17 aulas, que correspondem às 68 horas de ensino da Topografia 1 praticadas na Universidade. Sabendo-se da dificuldade em manter-se um material atualizado, é importante também destacar que autor fica feliz em receber sugestões que podem ser encaminhadas para r51505150@gmail.com. A base de dados utilizada é o moodle da UFPEL, disponível em ava.ufpel.edu.br. Para acessar, é necessário login e senha que podem ser conseguidos junto ao administrador daquele sistema.





Capítulo 2

AULA 01

Objetivos: Situar a Topografia dentro das Ciências; verificar as aplicações da Topografia dentro das áreas tecnológicas; estabelecer uma possível divisão para a topografia; abordar os conceitos elementares.

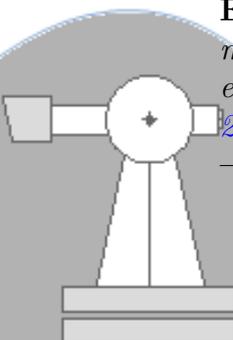
2.1 Introdução à Topografia

A topografia é um dos ramos das Ciências Geodésicas (ou simplesmente Geodésia¹) que se utiliza de um modelo de Terra, o plano topográfico, para representar parte da Terra. É evidente que, para isso ocorra adequadamente, todas as medições e cálculos realizados são reduzidos também ao plano topográfico. Nesta seção serão apresentados conceitos que são importantes para a compreensão plena desta definição introdutória. Chama-se medir a ação de comparar entre si duas magnitudes de uma mesma classe ([6]). Na Topografia se medem distâncias e ângulos e se deduzem as demais quantidades (Ibidem).

Exemplo 2.1. *Ao utilizar uma trena, uma pessoa compara uma unidade de medida padrão (como o metro, seus múltiplos e submúltiplos), para obter o comprimento de algo.*

Exemplo 2.2. *Obter a componente (x, y) do ponto P_2 , a partir do conhecimento das coordenadas (x, y) do Ponto P_1 , da distância d entre os pontos P_1 e P_2 e do ângulo formado entre o eixo Y e o alinhamento $\overline{P_1 - P_2}$ (Figura 2.1).*

¹Ciência que estuda a forma e o campo gravitacional da Terra



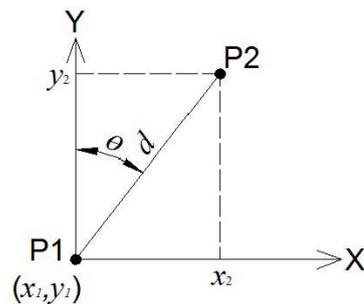


Figura 2.1: Coordenadas do ponto P2 a partir do ponto P1 num sistema cartesiano.

Considere então que (x_2, y_2) podem ser encontrados através da aplicação das seguintes relações conhecidas da geometria analítica:

$$\sin \theta = \frac{\Delta x}{d}; \Delta x = x_2 - x_1 \rightarrow \Delta x = d \cdot \sin \theta \quad (2.1)$$

$$\cos \theta = \frac{\Delta y}{d}; \Delta y = y_2 - y_1 \rightarrow \Delta y = d \cdot \cos \theta \quad (2.2)$$

$$x_2 = x_1 + \Delta x \quad (2.3)$$

$$y_2 = y_1 + \Delta y \quad (2.4)$$

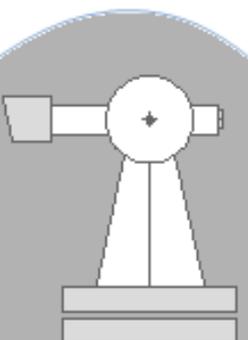
As medidas de ângulos e distâncias estão fundamentadas em aspectos importantes da Geometria. Os aspectos apresentados aqui são um extrato do apresentado em [5] (pp. 2-9).

2.2 Generalidades

1. Semi-Reta: Semi-reta é cada uma das partes em que uma reta fica dividida por um de seus pontos. Uma semi-reta é representada na Figura 2.2.
2. Ângulo: É a reunião de duas semi-retas de mesma origem mas não contidas na mesma reta (Figura 2.3).

Na Figura 2.3, é importante lembrar que \overline{OA} e \overline{OB} são os lados do ângulo cujo vértice é O. Os diferentes modos de representar o ângulo em questão são:

- \hat{aOb} ou $A\hat{O}B$;



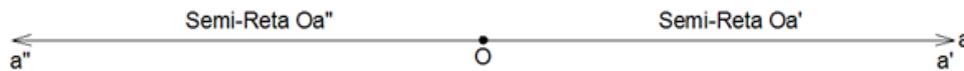


Figura 2.2: Semi-Reta.

FONTE: [5], p.2

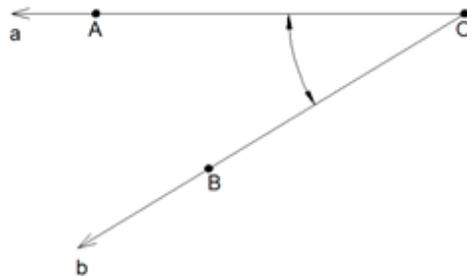


Figura 2.3: Ângulo.

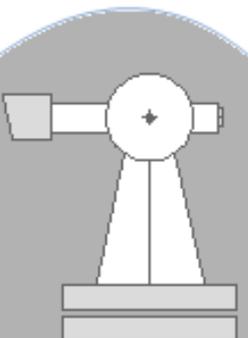
FONTE: [5], p.2

- $b\hat{O}a$ ou $B\hat{O}A$;
- \hat{O}

Na Topografia, usualmente se substitui $a\hat{O}b$ por Ré-Estação-Vante (R-EST-V). Convém lembrar que os ângulos sempre são observados sobre um plano. Na Topografia, este plano ora é horizontal, ora é vertical.

Exemplo 2.3. Considere \overline{OA} a direção \mathbf{r}_1 e \overline{OB} a direção \mathbf{r}_2 . O ângulo da Figura 2.3 é perfeitamente representado por $\alpha = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$. Na Topografia, diz-se que o ângulo começou a ser observado na direção da ré (\mathbf{r}_1) e terminou de ser observado na vante (\mathbf{r}_2). Resumidamente, é equivalente dizer que o ângulo $a\hat{O}b$ se refere à Ré-Estação-Vante se Ré for \mathbf{r}_1 e se vante for \mathbf{r}_2 .

3. Unidades de medida de um ângulo: Nas aplicações, é necessário quantificar o tamanho de um ângulo. Para que esta quantificação seja possível, aplica-se o conceito de medição, ou seja, comparam-se



os ângulos desejados com um padrão. Os padrões (ou unidades) de medida angular são (Tabela 2.1 e Fig. 2.4):

Unidade de Medida	Definição	Unidade
Grau	$\frac{1}{360}$ da circunferência	$^{\circ}$
Grado	$\frac{1}{400}$ da circunferência	<i>g</i> , gon ²
Radiano	$\frac{1}{2\pi}$ da circunferência	<i>rad</i>

Tabela 2.1: Unidades de medida angular.

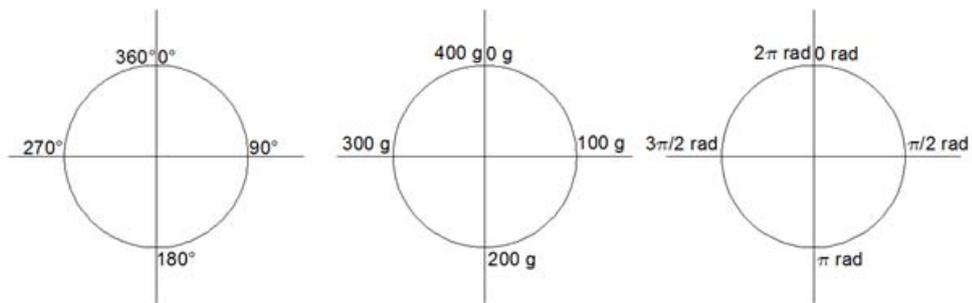


Figura 2.4: Diferentes unidades de medida no círculo trigonométrico

Embora os submúltiplos de cada uma das unidades angulares possam ser escritos como frações decimais, o grau tem uma particularidade: é usual representá-lo utilizando frações sexagesimais a partir das seguintes equivalências:

- 1 grau = 60 minutos de arco ($1^{\circ} = 60'$);
- 1 minuto = 60 segundos de arco ($1' = 60''$), ou ainda,
- 1 grau = 3600 segundos de arco ($1^{\circ} = 3600''$).

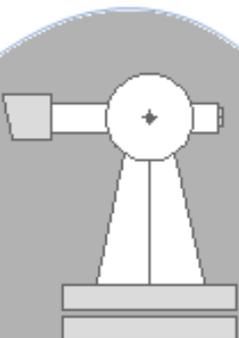
A conversão de graus decimais (GD) para sexagesimais (G -grau, M -minuto, S -segundo) é dada por

$$G = \text{int}(GD) \quad (2.5)$$

$$MD = \left((GD - G) \cdot 60 \right) \quad (2.6)$$

$$M = \text{int}(MD) \quad (2.7)$$

$$S = \left((MD - M) \cdot 60 \right) \quad (2.8)$$



int é o operador inteiro; MD é definido como minuto decimal; Destaque-se que não há sentido em falar-se *segundo decimal*. Para converter G , M e S para GD a relação é mais simples:

$$GD = G + \frac{M}{60} + \frac{S}{3600} \quad (2.9)$$

Exemplo 2.4. Converta $40,53547225^\circ$ em graus decimais.

Solução: Aplicando-se as (2.5), (2.6), (2.7). (2.8), têm-se:

$$G = \text{int}(40,53547225^\circ) = 40^\circ \quad (2.10)$$

$$MD = \left((40,53547225^\circ - 40^\circ) \cdot 60 \right) = 32,128335' \quad (2.11)$$

$$M = \text{int}(MD) = 32' \quad (2.12)$$

$$S = \left((32,128335 - 32) \cdot 60 \right) = 7,70009'' \quad (2.13)$$

$$G, M, S = 40^\circ 32' 07,70'' \quad (2.14)$$

Exemplo 2.5. Converta $40^\circ 32' 07,700''$ em graus decimais.

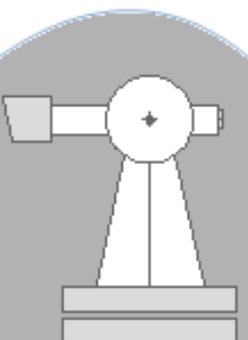
Solução: Aplicando-se a (2.9), têm-se:

$$GD = 40 + \frac{32}{60} + \frac{07,700}{3600} = 40,53547222^\circ \quad (2.15)$$

4. Relações entre unidades de medida angulares: Por simples comparação entre as divisões na circunferência, é possível chegar a seguinte relação:

$$\frac{\alpha_{\text{graus}}}{360} = \frac{\alpha_{\text{grados}}}{400} = \frac{\alpha_{\text{radianos}}}{2 \cdot \pi} \quad (2.16)$$

A (2.16) só vale para graus decimais.



Exemplo 2.6. Converta $40^{\circ} 32'07,700''$ em graus. depois converta o resultado em radianos.

Primeiramente converte-se o ângulo em graus sexagesimais para graus decimais

$$GD = 40 + \frac{32}{60} + \frac{07,700}{3600} = 40,53547222^{\circ} \quad (2.17)$$

$$(2.18)$$

Então utiliza-se a (2.16)

$$\frac{40,53547222^{\circ}}{360} = \frac{\alpha_{\text{grados}}}{400} \quad (2.19)$$

$$\alpha_{\text{grados}} = 45,0394135778g \quad (2.20)$$

$$(2.21)$$

E , para conversão em radianos, o mesmo raciocínio é utilizado:

$$\frac{\alpha_{\text{grados}}}{400} = \frac{\alpha_{\text{radianos}}}{2 \cdot \pi} \quad (2.22)$$

$$\alpha_{\text{radianos}} = 0,70747745409rad \quad (2.23)$$

5. Demais unidades de medida comumente utilizadas na Topografia: É importante lembrar que no estudo da Topografia são utilizadas também unidades de medida linear e de superfície. Um resumo contendo as principais unidades é apresentado na Tabela 2.2, a seguir.

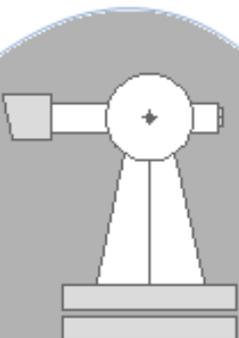
Na topografia e sistematização de terras ainda pode ser empregado o m^3 (metro cúbico) como unidade de medida volumétrica.

6. Escala: A escala (E) é uma relação entre duas medidas: 1) a dimensão real de um objeto ou projeto e, 2) esta mesma dimensão expressa graficamente. É um artifício recorrente para a construção de cartas e projetos de engenharia.

$$E = \frac{d}{D} \quad (2.24)$$

onde d é a distância gráfica e D é a distância real.

Também é conveniente expressar a escala conforme a (2.25)



Grandeza	Nome da Unidade	Símbolo da unidade e notas
Comprimento	metro	m
Ângulo Plano	radiano grau, minuto e segundo grado e miligrado	rad ° , ' e '' gon e mgon ³
Área	metro Quadrado are hectare centiare	m ² a (1 a=100m ²) ha(1 ha = 10000 m ²) ca(1 ca = 1m ²) ⁴

Tabela 2.2: Unidades de medida comuns na Topografia.

Fonte: [7] (2004, p.7)

$$E = \frac{1}{M} = 1 : M \quad (2.25)$$

M é o módulo escalar.

Exemplo 2.7. *A extensão de um trecho de rua tem 5,4 km. Qual a sua dimensão numa carta 1:20000?*

Solução:

A escala é dada por

$$E = \frac{d}{D} = \frac{1}{M} \quad (2.26)$$

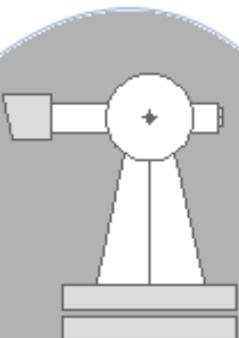
D é a distância real igual à 5,4 km=5400 m. Transformar para o metro ajuda na visualização dos seus submúltiplos. Portanto,

$$\frac{d}{5400} = \frac{1}{20000} \quad (2.27)$$

$$(2.28)$$

Isola-se a distância gráfica d , de onde resulta

$$\frac{5400}{20000} = 0,27m = 27cm \quad (2.29)$$



São empregados como módulos escalares números inteiros múltiplos de 10. Assim, são exemplos de escala na Topografia $E=1:100$; $E=1:250$; $E=1:300$; $E=1:1000$,..., $E=1:10000$, etc.

Exemplo 2.8. *Sabendo-se que espaço útil numa folha de papel é de $22 \times 22 \text{cm}^2$ e conhecendo-se a maior dimensão de um lote ($L=70\text{m}$), pede-se:*

- Qual o módulo escalar a ser utilizado e,
- que tamanho L terá graficamente?

Solução:

A escala é dada por:

$$E = \frac{0,22\text{m}}{70\text{m}} = 0,00314 \quad (2.30)$$

$$(2.31)$$

Introduzindo-se o módulo escalar chega-se a

$$E = 0,00314 = \frac{1}{M} \rightarrow M = 318,181 \quad (2.32)$$

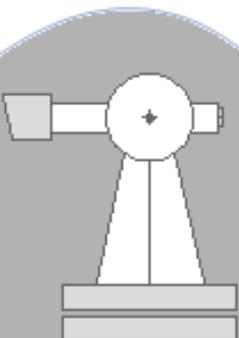
O M a ser escolhido é sempre o maior ascendente. Assim, adota-se $M=400$, e, portanto,

$$E = \frac{d}{70\text{m}} = \frac{1}{400} \rightarrow d = \frac{70\text{m}}{400} = 0,175\text{m}. \quad (2.33)$$

Ou seja, L terá 17,5 cm na folha de papel.

2.3 Conceito, Objetivos e Fundamentos

1. Conceito: Considere-se a citação de [1]:

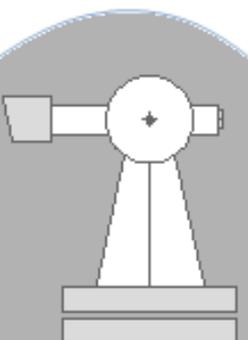


A Topografia [do grego *topos* (lugar) e *graphein* (descrever)] é a ciência aplicada cujo objetivo é representar, no papel, a configuração de uma porção de terreno com as benfeitorias que estão em sua superfície. Ela permite a representação, em planta, dos limites de uma propriedade, dos detalhes que estão em seu interior (cercas, construções, campos cultivados e benfeitorias em geral, córregos, vales, espigões, etc). É a Topografia que, através de plantas com curvas de nível, representa o relevo do solo com todas as suas elevações e depressões. ...nos permite conhecer a diferença de nível entre dois pontos... ...faz-nos conhecer o volume de terra que será retirado (corte) ou colocado (aterro)... ... ainda, iniciar a perfuração de um túnel simultaneamente de ambos os lados de uma montanha...quando se deseja represar um curso d'água para explorar a energia hidráulica para produção de energia elétrica, será a Topografia que, através de estudos prévios da bacia hidrográfica, determinará áreas do terreno que serão submersas... ... sem medo de exageros, a Topografia se encaixa dentro de qualquer atividade do Engenheiro... ...pois é básica para os estudos necessários quando da construção de uma estrada, grande indústria, uma edificação, ou, ainda, na perfuração de minas, na distribuição de água de uma cidade, etc.

2. Divisões da Topografia: No Brasil, é consensual a divisão da Topografia em pelo menos duas áreas distintas ([3], p.6 e p. 433; [2], p. 8; [8]): a) a Topometria e b) a Topologia.

- Topometria: A Topometria é a parte da Topografia que está interessada nas observações, cálculos e representações da Topografia (desenho topográfico). É claramente dividida em a) Planimetria, quando os cálculos e observações são reduzidos a um plano horizontal – o plano topográfico – e, b) a Altimetria, quando as observações e cálculos são reduzidos ou à vertical do local ou a um plano vertical. O plano vertical é um plano que contém a vertical do local. A vertical deve ser compreendida como sendo a direção do vetor gravidade local. Esta direção é essencial na Topografia, uma vez que, na planimetria, o plano Topográfico é definido como sendo normal a este vetor e, na altimetria, o plano vertical se vale deste conceito.

Na Figura 2.5, a seguir, é possível visualizar o ângulo vertical z e o Azimute Az , que refletem a posição do ponto P em um sistema de coordenadas polar segundo um plano topográfico e um plano ver-



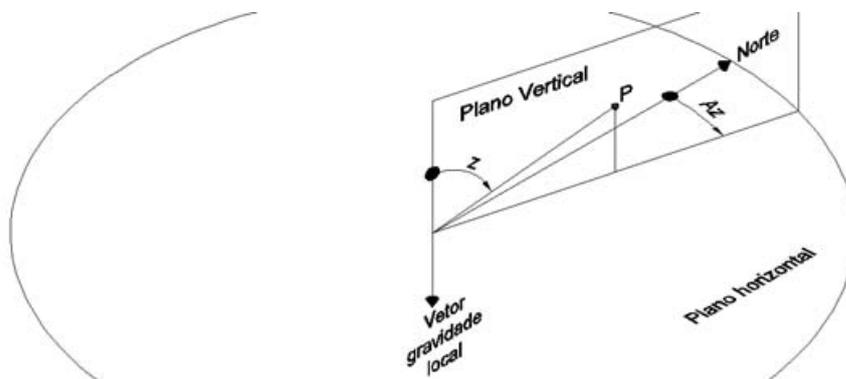


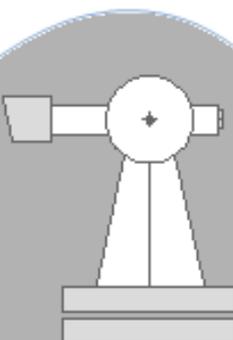
Figura 2.5: Plano Topográfico, Plano Vertical e Vertical do Local.

tical. As quantidades envolvidas z e Az serão apresentadas mais adiante.

- Topologia: A Topologia estuda as formas do relevo terrestre, as leis de sua formação e das suas relações mútuas ([8]). [3] aponta a Topologia como *o estudo das formas exteriores da superfície terrestre e das leis a que deve obedecer seu modelado*. São aplicações da Topologia a representação de curvas de nível, a verificação de declividade, o reconhecimento do vertedouro de uma bacia hidrográfica, etc. Diversas feições topográficas têm origem na Topologia: *espigão, flanco, thalweg, bacia*, etc. Essas definições são pormenorizadas nos cursos de Topografia que envolvem a altimetria e, portanto, não estão apresentadas neste material.

2.4 Topografia e suas limitações

Como já exaurido, a Topografia é um dos ramos das Ciências Geodésicas. As Ciências Geodésicas se valem de modelos de Terra para atingir seu objetivo maior, qual seja, mapear e medir a superfície terrestre (Helmert, 1880 apud [4]). Os referidos modelos devem representar a Terra procurando atender a algumas necessidades específicas. Por exemplo, a Geodésia Geométrica reduz todas as suas observações e cálculos à superfície de um elipsoide de revolução - o elipsoide de referência - para resolver os seus problemas. A Topografia, por sua vez, faz o mesmo, considerando, no entanto, o plano topográfico como superfície de contorno. De caráter introdutório são quatro modelos de Terra principais: O elipsoide de revolução, a esfera celeste, o geoide e o plano topográfico. Existem outros modelos de Terra. São fundamentais estes quatro para a compreensão da questão do posicionamento na Topografia.



1. O Elipsóide de referência: É um modelo utilizado como referência para as coordenadas horizontais latitude (φ) e longitude (λ). Por ser matematicamente tratável, utiliza-se de um elipsoide (uma elipse que gira em torno do seu semi-eixo menor) que melhor se adapta à Terra dividindo-o em meridianos e paralelos. Tomando-se um meridiano e um paralelo como referência (o meridiano de Greenwich e o plano do Equador, respectivamente), é possível obter valores de longitude e latitude unívocos para qualquer ponto sobre o elipsoide, definindo perfeitamente a sua posição horizontal. Pode-se ainda explicitar o afastamento de um ponto até o elipsoide via a altitude h , contada como o segmento $\overline{P'P}$ pela normal ao elipsoide. Na Figura 2.6 as coordenadas do ponto P sobre um elipsoide (φ, λ, h), o plano do Equador e o meridiano de referência de Greenwich são apresentados. É a partir do elipsoide, portanto, que as coordenadas horizontais de um ponto ou as suas equivalentes projetivas (e.g., coordenadas UTM) são definidas. Maiores detalhes sobre o elipsoide podem ser encontrados em [4].

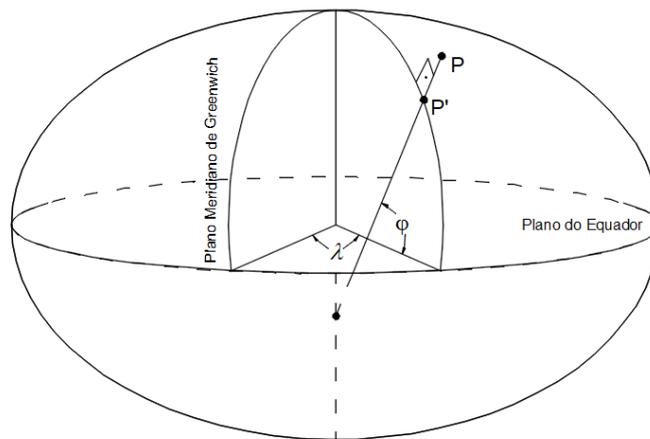
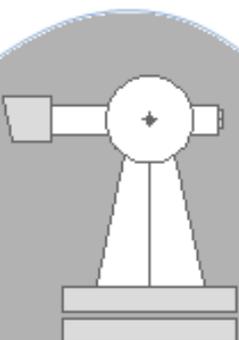


Figura 2.6: Elipsóide de referência e coordenadas de um ponto P.

2. O Geoide : Modelo proposto por C.F. Gauss que se aproxima do nível médio dos mares livre de perturbações (Figura 2.7). Este modelo é utilizado como referência para a contagem das altitudes que apresentam significado físico. É importante deixar claro que as altitudes referidas neste modelo (H) não são as mesmas contadas a partir do elipsoide (h). Àquelas contadas do elipsoide têm significado geométrico e somente mediante ressalvas podem ser utilizadas, por exemplo, para fins vinculados ao escoamento de fluídos. A Figura 2.7 apresenta a superfície física da Terra (SFT) como a topografia, o elipsoide por uma linha sólida e o



geoide por uma linha pontilhada.

Por definição, o geoide é um geope⁵ específico cujo geopotencial vale W_0 . Perpendicularmente à cada geope têm-se um vetor gravidade e à união de todos os vetores gravidades desde o infinito até o geocentro dá-se o nome de linha vertical. A linha vertical é a linha pela qual são contadas as altitudes. Na Figura 2.8 a altitude H de um ponto é representada pelo afastamento desde a Superfície Física da Terra até o Geoide (segmento $\overline{P-Q}$).

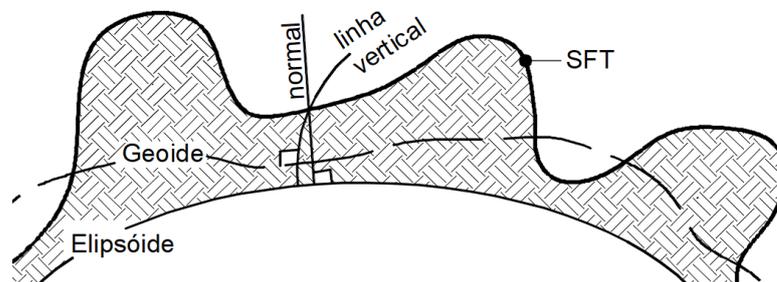


Figura 2.7: Geoide, Elipsóide e a Topografia.

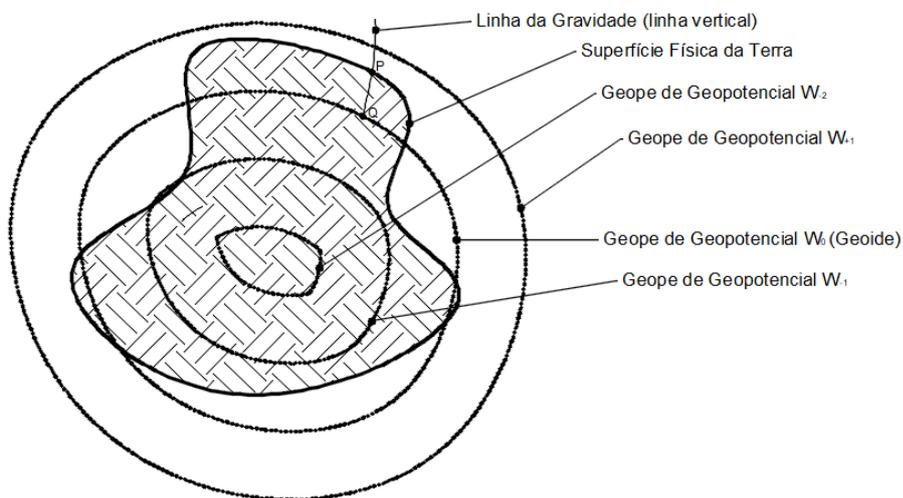
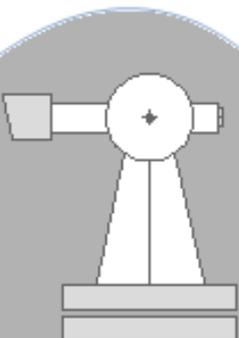


Figura 2.8: Superfícies de Nível - Geopes.

⁵Geopes são superfícies equipotenciais do campo da Gravidade; Para cada geope é possível associar um valor de geopotencial W_i



3. A Esfera Celeste: Modelo que imagina a Terra como se estivesse no centro de uma esfera, sobre a qual se projetam os astros. Deste modelo, via observações do movimento aparente destes astros sobre a referida esfera, é possível estimar direções e posições. Este era o modelo mais utilizado antes do aparecimento das técnicas de observação a satélites artificiais. Por exemplo, os azimutes eram calculados tomando o modelo em questão como referência. Na Figura 2.9 representa-se a Terra, a esfera celeste, o movimento aparente do Sol (que forma o plano da Eclíptica) e a inclinação ε do plano da Eclíptica com o Plano Equatorial (este último plano é formado pela projeção do plano do equador da Terra na Esfera Celeste).

A esfera celeste ainda é o principal modelo para definir a orientação do eixo de rotação da Terra. Considerando-se que o posicionamento horizontal é realizado a partir de conceitos que estão associados ao eixo de rotação da Terra (e.g., o plano equatorial é um plano perpendicular ao eixo de rotação da Terra), este modelo adquire uma importância apenas indireta no estudo da Topografia.

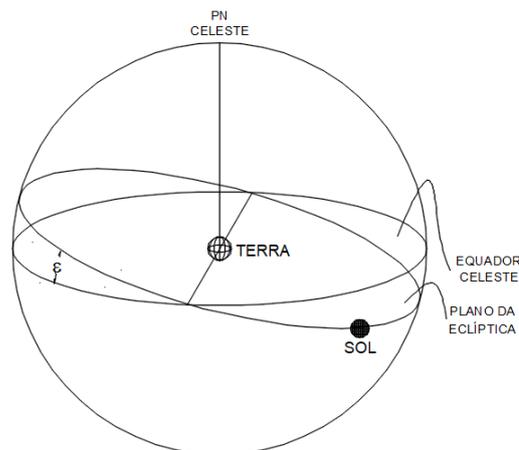


Figura 2.9: Esfera Celeste.

4. Plano Topográfico: Este é o modelo adotado pela topografia. Por definição, o modelo é um plano normal ao vetor gravidade do local (Figura 2.10). Este plano tem extensão limitada uma vez que a partir de certa distância os efeitos da curvatura da Terra não podem mais ser negligenciáveis. Por essas razões, limites de trabalho superiores a 80 km não são usuais na Topografia.

Deve ser observado que cada ponto da Superfície Física da Terra tem a sua própria vertical. Como processo simplificador intrínseco da Topo-



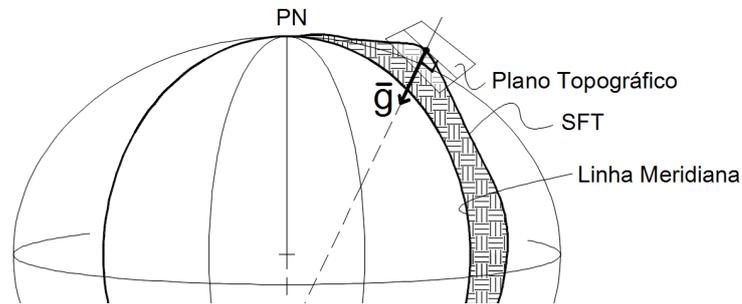


Figura 2.10: Plano perpendicular à uma direção.

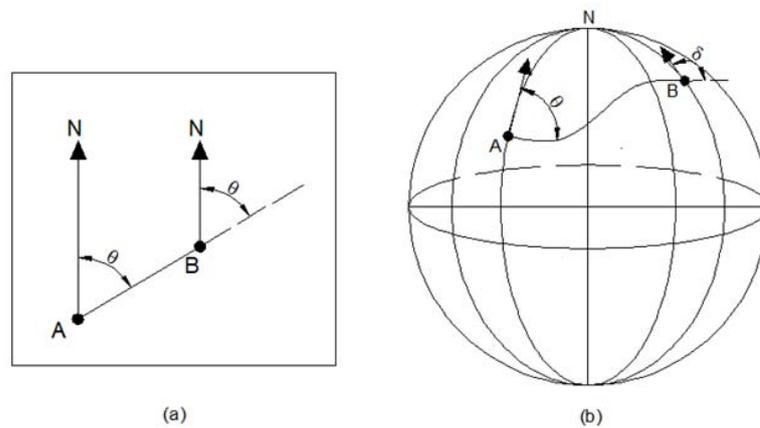
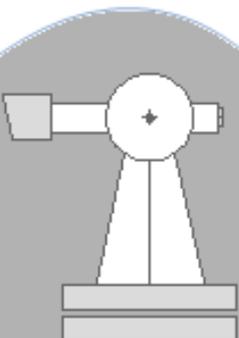


Figura 2.11: Paralelismo das direções de referência sobre o Plano Topográfico (a) e no Elipsóide (b).

grafia, assume-se uma vertical média regional e que, dentro desta região, todas as verticais são paralelas entre si. Outras consequências também são facilmente visualizadas, como a direção do norte a partir de dois pontos distintos (Figura 2.11). Na Figura 2.11 percebe-se que a partir de dois pontos diferentes, os nortes são paralelos entre si. O mesmo não ocorre no elipsóide, à direita, onde se percebe o efeito da convergência do norte no Pólo.



Capítulo 3

AULA 02

Objetivos: Apresentar as direções de referência verticais e os ângulos horizontais; demonstrar como a topografia se utiliza dos ângulos nos levantamentos. Estabelecer o norte como uma direção de referência para os ângulos horizontais; apresentar as relações do Rumo com o Azimute e as suas propriedades num sistema de coordenadas da Topografia. Introduzir a idéia de tolerância para o erro angular.

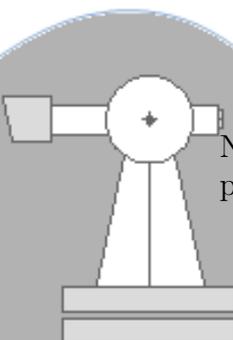
3.1 Generalidades:

A Topografia se utiliza de um sistema de coordenadas polares para representar a posição de um ponto a partir de uma estação de referência. Tal sistema é conveniente devido à construção dos limbos - sistemas de medição angular - presentes nos equipamentos topográficos.

Na Figura 3.1 é possível observar-se o limbo vertical e o limbo horizontal. Com o primeiro se efetuam observações sobre o plano vertical (definido na aula anterior), considerando-se como referência alguma direção associada à vertical local. Com o segundo, efetuam-se observações sobre o plano topográfico, normal à vertical local. Nos equipamentos topográficos, é possível materializar-se a vertical local via um sistema de níveis, usualmente presente neste instrumental. Considerando-se que

- Os ângulos são diferenças entre duas direções sobre um plano e,
- que uma das direções é sempre aquela do ponto de interesse,

convém definir as direções de referência nos planos vertical e horizontal. Nesta seção, portanto, serão apresentados os conceitos necessários à interpretação plena dos ângulos utilizados na Topografia.



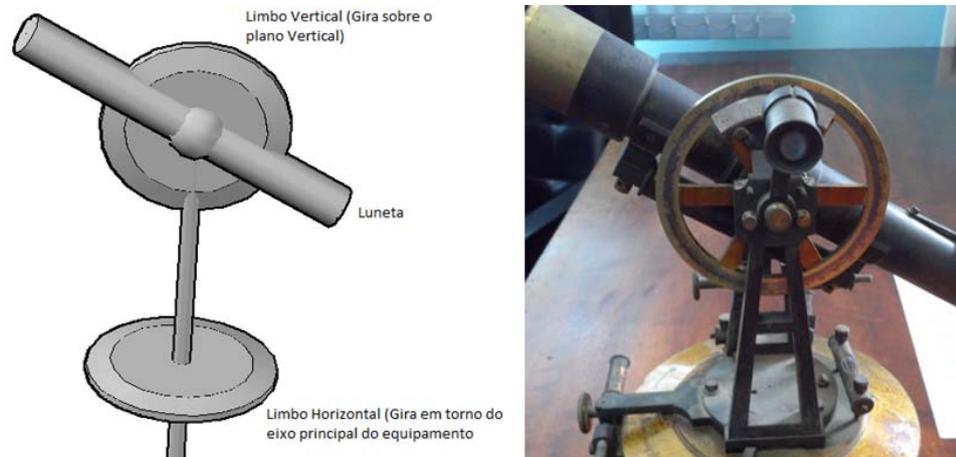


Figura 3.1: Esquema dos limbos em um Teodolito (esquerda) e Teodolito (direita).

3.2 Ângulos em planos verticais e planos horizontais:

3.2.1 Ângulos em planos verticais:

Os planos verticais contêm a vertical (\bar{g}) da estação (aparelho) e a direção que vai desde a estação até o ponto de interesse. Os ângulos nestes planos servem principalmente para a avaliação das componentes verticais dos sistemas de coordenadas ou para reduzir as distâncias inclinadas ao plano horizontal. A situação geral de campo é apresentada na Fig. 3.2.

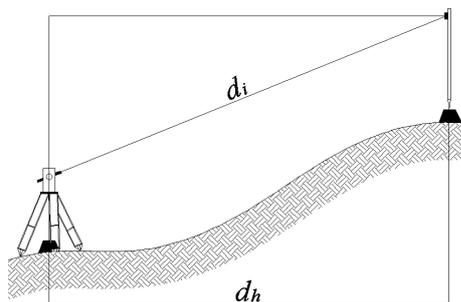
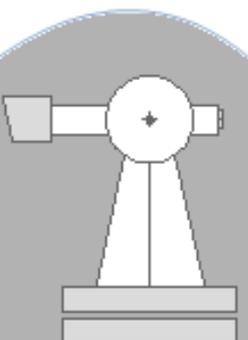


Figura 3.2: Distância horizontal d_h e distância inclinada d_i

É possível encontrar três referências para ângulos medidos em planos



3.2. ÂNGULOS EM PLANOS VERTICAIS E PLANOS HORIZONTAIS: 19

verticais: a) o zênite, b) o nadir e c) o plano do horizonte. O nadir tem direção e sentido coincidentes com o vetor gravidade; o zênite têm a mesma direção do vetor gravidade, mas sentido oposto; o plano do horizonte ou plano horizontal é uma direção perpendicular ao vetor gravidade. Estas três direções estão respectivamente representadas da esquerda para a direita na Figura 3.3

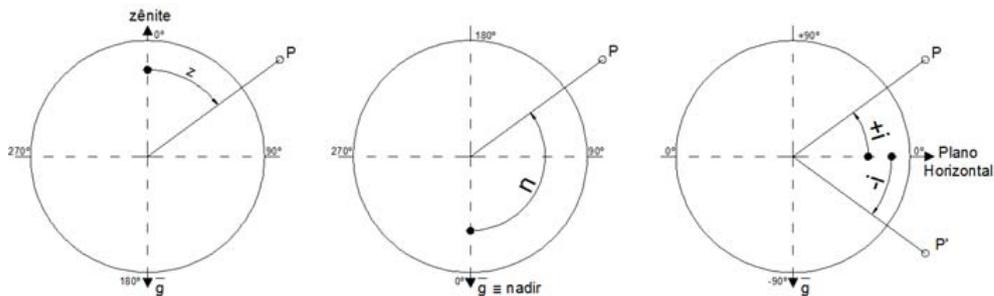


Figura 3.3: Referências para a contagem dos ângulos verticais: zênite (à esquerda), nadir (centro) e plano horizontal ou topográfico.

Deve ser observado que as variações de tais ângulos são as seguintes:

$$0^\circ \leq z \leq 360^\circ \quad (3.1)$$

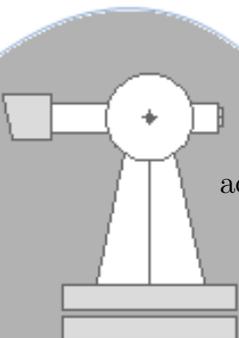
$$0^\circ \leq n \leq 360^\circ \quad (3.2)$$

$$-90^\circ \leq \alpha \leq +90^\circ; -\infty\% \leq i \leq \infty\% \quad (3.3)$$

Os ângulos medidos a partir do zênite são ditos ângulos zenitais (z); os ângulos medidos a partir do nadir são ditos nadirais (n); os ângulos medidos a partir do plano horizontal são chamados de ângulos de inclinação (α , i). Pode-se dizer que nos equipamentos mecânicos esta direção é definida construtivamente e, portanto, inalterável. Nos equipamentos eletrônicos, no entanto, essa direção pode ser configurada conforme a necessidade do observador. Relações podem ser estabelecidas entre estas diferentes referências. Tais relações, no entanto, não são unívocas e dependem de uma análise preliminar para serem estabelecidas. Por exemplo, para ângulos nadirais e zenitais entre 0 e 180° é possível afirmar que

$$z = 180^\circ - n; [0, 180^\circ] \quad (3.4)$$

Na Figura 2.5, por exemplo, é possível observar o ângulo zenital conjugado ao Azimute.



Exemplo 3.1. Calcule a distância horizontal (d_h) desde um ponto E até um ponto P sabendo-se que

$$d_{HE \rightarrow P} = d_i \cdot \sin z \quad (3.5)$$

e que a distância inclinada (d_i) medida foi de 300 m e que o ângulo de inclinação (α) observado foi de $+30^\circ$.

Solução:

Para este intervalo, a relação entre os ângulos zenital e de inclinação é

$$z = 90^\circ - i \rightarrow = 90^\circ - 30^\circ \rightarrow z = 60^\circ \quad (3.6)$$

E então

$$d_{HE \rightarrow P} = 300 \cdot \sin 60^\circ = 259,808m. \quad (3.7)$$

Exemplo 3.2. Recalcule o Exemplo 9, considerando-se que agora o ângulo de inclinação é $\alpha = -10^\circ$.

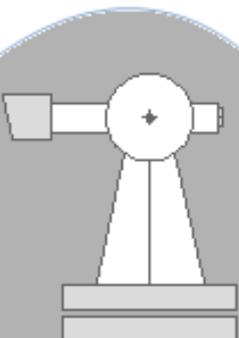
Solução:

Para este intervalo, a relação entre os ângulos zenital e de inclinação é

$$z = 90^\circ + i \rightarrow = 90^\circ + 10^\circ \rightarrow z = 100^\circ \quad (3.8)$$

E então

$$d_{HE \rightarrow P} = 300 \cdot \sin 100^\circ = 295,442m. \quad (3.9)$$



3.2. ÂNGULOS EM PLANOS VERTICAIS E PLANOS HORIZONTAIS: 21

Exemplo 3.3. Recalcule o Exemplo 9, considerando-se que é conhecido o ângulo nadiral $n = 85^\circ$.

Solução:

Para este intervalo, a relação entre os ângulos zenital e nadiral é

$$z = 180^\circ - n \rightarrow 180^\circ - 85^\circ \rightarrow z = 95^\circ \quad (3.10)$$

E então

$$d_{H_{E \rightarrow P}} = 300 \cdot \sin 95^\circ = 298,858m. \quad (3.11)$$

O ângulo de inclinação (ou simplesmente inclinação) está diretamente relacionado com a taxa de variação do desnível relativamente ao afastamento entre dois pontos (3.12). Deve ser destacado, portanto, que é dotado de sentido. Sobre a inclinação, diz-se que:

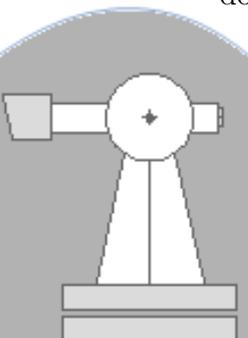
$$i = \frac{\Delta z}{\Delta s} = \frac{\Delta H}{d_h} \quad (3.12)$$

sendo Δs a distância horizontal entre dois pontos. Esta distância é usualmente representada na Topografia como d_h . Δ é o desnível entre dois pontos, que dependendo do ponto de vista, pode ser tomado como sendo a diferença de altitude entre os mesmos, ou seja, ΔH . A inclinação pode ser representada na sua forma angular, na forma decimal, ou ainda em porcentagem. Para compreender melhor a última frase, considere a Figura 3.4, a seguir:

Se a inclinação for considerada constante, quaisquer dois pontos são representativos de tal propriedade e, então, diferentes meios de representação são disponíveis. Da aplicação da tangente sobre o quociente entre o desnível e a distância (Cateto Oposto sobre Cateto Adjacente) tem-se a tangente de i . Com esta relação torna-se possível representar a inclinação como múltiplo do grau ou em porcentagem:

$$\tan i = \frac{\Delta z}{\Delta s} \cdot 100[\%] \quad (3.13)$$

Ou, equivalentemente,



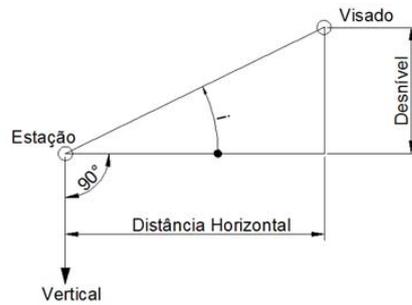


Figura 3.4: Inclinação, Distância Horizontal e Desnível.

$$i = \arctan \frac{\Delta z}{\Delta s} [^\circ] \quad (3.14)$$

Exemplo 3.4. Dadas as coordenadas de dois pontos $A (x_A, y_A, z_A)$ e $B (x_B, y_B, z_B)$, calcule a inclinação de A para B .

$$A(x_A, y_A, z_A) = (500,000; 600,000; 100,000);$$

$$B(x_B, y_B, z_B) = (1000,000; 1200,000; 115,000);$$

Solução:

Obtendo-se a distância (euclidiana) entre os pontos A e B :

$$d_{H_{E \rightarrow P}} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad (3.15)$$

$$d_{H_{E \rightarrow P}} = \sqrt{(1000,000 - 500,000)^2 + (1200,000 - 600,000)^2} \quad (3.16)$$

$$d_{H_{E \rightarrow P}} = 781,025m \quad (3.17)$$

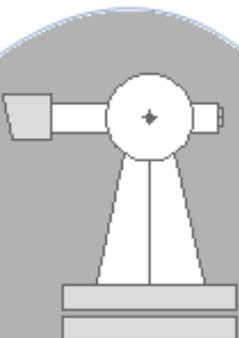
E o desnível

$$\Delta H_{A \rightarrow B} = H_B - H_A = z_B - z_A \quad (3.18)$$

$$\Delta H_{A \rightarrow B} = 115,000 - 100,000 = 15,00 \quad (3.19)$$

Portanto, a inclinação fica:

$$i = \frac{\Delta s}{\Delta z} = \frac{15,000}{781,025} = 0,00192055 = 1,9205\% \quad (3.20)$$



Ou, ainda, representando de outro modo,

$$i = \arctan 0,0192055 = 1,100258829^\circ \quad (3.21)$$

3.2.2 Ângulos em Planos Horizontais (Internos, Externos e de deflexão)

Os planos horizontais são planos perpendiculares à vertical local. Os ângulos medidos neste plano horizontal (topográfico) são chamados de ângulos horizontais. Normalmente, para medir tais ângulos, há uma direção de referência e um sentido de contagem. Estes ângulos podem ser internos, externos ou de deflexão (Figura 3.5). Ainda há os ângulos medidos a partir do norte, chamados de Azimutes, que serão discutidos mais adiante. [8], p. 25, define da seguinte maneira:

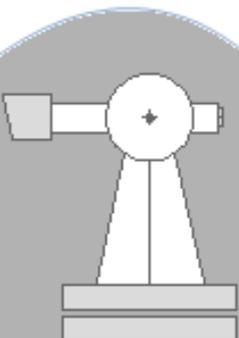
- ângulos internos: são os ângulos formados pelas direções de dois alinhamentos ou lados de um polígono. No mesmo vértice o ângulo interno é o que tem abertura para dentro do polígono e o externo é o que se volta para fora. Um ângulo interno e um externo do mesmo vértice somam uma circunferência.
- deflexão: é o ângulo de um alinhamento com o prolongamento do alinhamento anterior de uma poligonal. Qualquer ângulo interno ou externo menor do que 180° tem como suplemento a deflexão. As deflexões podem ser à direita ou à esquerda, conforme o alinhamento considerado esteja à direita ou à esquerda do prolongamento do alinhamento anterior... .. A deflexão se mede de 0° a 180° para um lado ou para outro do prolongamento do qual ela se refere.

Na Figura 3.5, α_i , são ângulos externos, β_i são ângulos internos e δ_i são ângulos de deflexão. Para polígonos fechados, utilizando-se a notação acima, diz-se que:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = (n + 2) \cdot 180 \quad (3.22)$$

$$\sum_{i=1}^n \beta_i = (n - 2) \cdot 180 \quad (3.23)$$

$$\sum_{i=1}^n \delta_i = 360^\circ \quad (3.24)$$



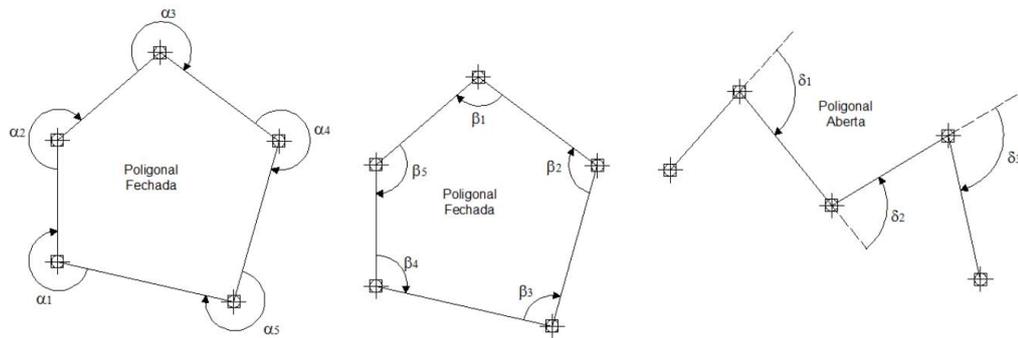


Figura 3.5: Ângulos externos (esquerda), ângulos internos (meio) e deflexões (direita).

Deve ser observado que na grande maioria dos levantamentos topográficos, os ângulos internos ou externos serão sempre ângulos horizontais horários e esta é a abordagem utilizada neste material. Quando necessário, as deflexões deverão ser transformadas em ângulos horários. Tal transformação pode sempre ser construída a partir da verificação do desenvolvimento dos ângulos, ou seja, subtraindo-se ou somando-se 180° à deflexão. Observe-se que para que a (3.24) seja válida, devem ser atribuídos sinais aos sentidos das deflexões.

Exemplo 3.5. *Apresente os ângulos horizontais horários externos dos vértices da poligonal representada na Figura 3.5:*

Solução:

Observando o modo como os ângulos foram cotados, pode-se inferir que:

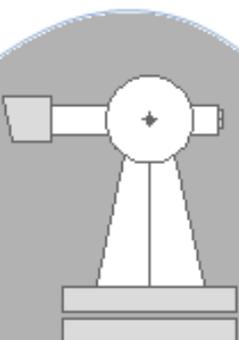
$$\alpha_A = 360^\circ - 99^\circ 42' 11'' = 260^\circ 17' 49'' \quad (3.25)$$

$$\alpha_B = 180^\circ + 51^\circ 55' 58'' = 231^\circ 55' 58'' \quad (3.26)$$

$$\alpha_C = 180^\circ + 67^\circ 37' 19'' = 247^\circ 37' 19'' \quad (3.27)$$

$$\alpha_D = 180^\circ + 106^\circ 14' 31'' = 286^\circ 14' 31'' \quad (3.28)$$

$$\alpha_E = 180^\circ + 53^\circ 54' 23'' = 233^\circ 54' 23'' \quad (3.29)$$



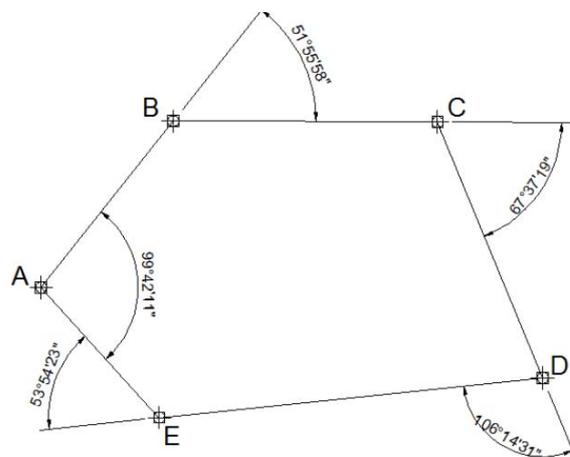


Figura 3.6: Relação dos ângulos com as deflexões.

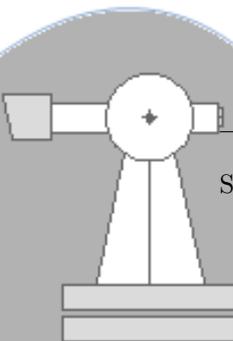
3.3 Ângulos Geográficos

Alguns elementos apontam o norte como uma referência natural para a contagem dos ângulos horizontais. O principal deles diz respeito à recuperabilidade desta direção, uma vez que ela armazena significado físico. Este é um aspecto importante considerando-se que na Topografia os levantamentos devem produzir os mesmos resultados independentemente da época do levantamento. *A posição do Norte no globo terrestre é vulgarmente apontada, para os que se encontram no hemisfério norte, na direção da estrela Polar da constelação da Ursa Menor¹; ou, mais grosseiramente, para os que se acham em qualquer parte da Superfície Física da Terra, ela é relacionada ao ponto leste, onde nasce o Sol ... Para quem dispuser de uma bússola, o norte será por esta indicado na direção para a qual se dirigir a ponta norte da agulha imantada,,,[8], p.100).* Tendo em vista as características desejadas e a técnica a ser utilizada na sua obtenção, pode-se caracterizar diferentes tipos de norte, conforme as Tabelas 3.1 e 3.2.

Cabe destacar que cada uma destas direções contém suas próprias particularidades. Aqui serão mencionados apenas os aspectos concernentes à Topografia:

- O Norte Geodésico: O norte geodésico, ou norte verdadeiro, é a porção que aponta para o pólo-norte de uma linha chamada linha meridiana

¹no hemisfério sul, adota-se a uma das direções formadas pela constelação Cruzeiro do Sul



Norte	Modelo de Terra	Forma de Obtenção	Instr. Associada
Geodésico	Elipsóide	Problema Geodésico Inverso	GNSS
Astronômico	Esfera Celeste	Astronomia de Posição	Teodolito
Magnético	Terra Real	Influência do Campo Magnético sobre um elemento de prova	Bússola
de Quadrícula	Sistema projetivo vinculado ao elipsóide de referência	Cálculo do ângulo entre a direção e a tangente à linha meridiana no ponto	Variável

Tabela 3.1: Diferentes Nortes e suas características.

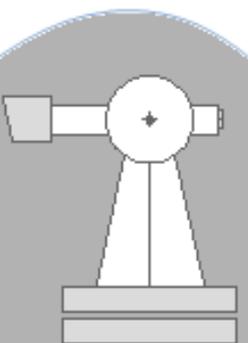
Norte	Instrumentação Associada	L. de Campo Associada	Ordem de precisão (")
Geodésico	GNSS	Normal	$(\pm 3 \cdot 10^{-3})$
Astronômico	Teodolito	Vertical	$(\pm 3 \cdot 10^{-1})$
Magnético	Bússola	Linha de Campo Magnético	(± 3600)
de Quadrícula	Cartas, Mapas	Normal	$(\pm 3 \cdot 10^{-1})$

Tabela 3.2: Diferentes Nortes e suas características.

(Figura 3.7). Tal linha é o resultado da interseção do plano meridiano² de um ponto com o plano topográfico. com a criação dos sistemas de navegação por satélites artificiais, este norte passa a ser facilmente determinável a partir do conhecimento de duas coordenadas e a resolução do problema geodésico inverso. A precisão relacionada à obtenção deste tipo de norte está associado à precisão das coordenadas geodésicas envolvidas. Tal precisão depende de como se minimizam efeitos vinculados à atmosfera, erros nos relógio, etc.

- O Norte Astronômico: Norte obtido da associação de catálogos de posição dos astros (efemérides) com a observação dos mesmos relativamente à direção de interesse e cálculo do Azimute. No Brasil, as posições dos

²Plano que contém a normal de um ponto e o eixo de rotação da Terra. A normal é uma direção perpendicular à superfície do elipsóide e pode ser considerada como um modelo da vertical.



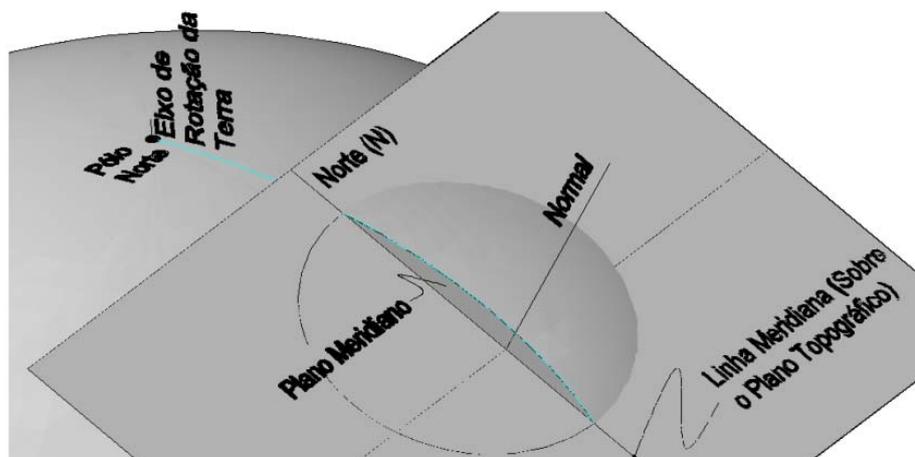
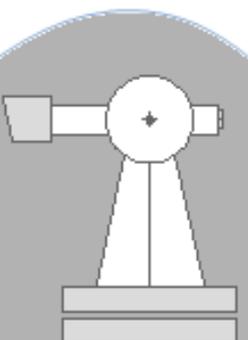


Figura 3.7: Linha Meridiana, Plano Meridiano e Plano Topográfico

astros são apresentadas na seção C do Anuário disponibilizado pelo Observatório Nacional ([9]). Este anuário contém dados de ascensão reta e declinação (δ) dos astros, coordenadas curvilíneas sobre a esfera celeste, que podem ser reduzidas ao plano de observação. Esta redução é realizada via a formação de triângulos de posição (veja, por exemplo, o curso de Astronomia Esférica do Professor Irineu G. Varela [11]). A resolução do triângulo de posição é uma das etapas par ao cálculo do azimute desejado.

Considerando o foco deste material, deve ser dito que o aspecto mais relevante da obtenção deste norte é que ele é obtido a partir de aparelhos de observação angular (e.g. teolitos, como na Figura 21.1) e, portanto, a ordem de precisão vinculada está diretamente associada ao tipo de instrumental utilizado na observação. Também cabe destacar que existem fórmulas para transformar os azimutes geodésicos em astronômicos e vice-versa. O conjunto mais simples dessas fórmulas é chamado de Fórmulas de Veinling-Meinesz (Verifique, por exemplo, [12], Seção 2.19).

- O Norte Magnético: Norte obtido por meio da ação do campo magnético terrestre sobre um instrumento chamado bússola. A bússola dispõe de uma agulha imantada que reage ao campo magnético orientando-se segundo a linha norte-sul. O pólo norte magnético da agulha apontará para o pólo sul magnético da Terra. A principal dificuldade na determinação deste tipo de norte está associada com as variações no campo magnético, que, em menor escala, são horárias. *O plano vertical que passa pelos pólos da agulha é o meridiano magnético; o seu traço no plano horizontal de projeção, tangente à superfície da Terra, no ponto considerado, é*

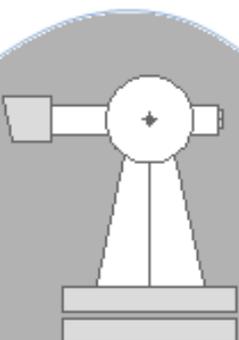


a meridiana magnética. O meridiano magnético forma com o meridiano verdadeiro ou geográfico um ângulo, no plano do horizonte, que não é constante e que se chama declinação magnética... .. o ângulo que a linha dos pólos da agulha faz com o plano do horizonte é a inclinação magnética. ([8], p.102)... os pontos na superfície da Terra que, numa mesma época, têm mesma declinação magnética, se chamam isógonos ou isogônicos. As linhas que numa carta ligam os pontos isogônicos se chamam linhas isogônicas ou isogonas... os pontos que na Superfície da Terra, têm, na mesma época, mesma inclinação magnética se denominam isóclinos... assim como aos de mesma intensidade magnética se dá o nome de isodinâmicos. Os pontos de igual variação anual da declinação são chamados de isóporos ou isopóricos; as linhas que os unem são linhas isóporas ou isopóricas. No Brasil, o Observatório Nacional produz cartas isogônicas (que também contém isopóricas) que permitem a transformação do Azimute Magnético em Verdadeiro (Figura 3.8), assim como um serviço de cálculo que fornece a declinação magnética (<<http://extranet.on.br/jlkm/magdec/index.html>>, acesso em 19/04/2015).

- O Norte de Quadrícula: O norte de quadrícula é a porção norte de coordenada x constante a partir do ponto para o qual se deseja obter o azimute. Distorções ocorrem na transformação das coordenadas geodésicas (latitudes e longitudes) em coordenadas planorretangulares (x e y ou N e E) do produto cartográfico. Como, em princípio, os valores de longitude constante não são os mesmos de x constante, há uma diferença entre o norte geodésico e o referido norte de quadrícula. Para cada diferente tipo de projeção cartográfica escolhida, é possível obter fórmulas que relacionam o Azimute Geodésico e o Azimute de Quadrícula.

3.3.1 Sistemas de Coordenadas Horizontais na Topografia

Os sistemas de coordenadas utilizados na Topografia são semelhantes àqueles utilizados na matemática. Assim como na matemática, os sistemas são cartesianos (A escala é constante e os eixos formam noventa graus entre si). São, todavia, orientados de forma ligeiramente diferente: na matemática, a origem para a contagem dos ângulos está no eixo X , com sentido anti-horário (veja na Figura 3.9 o ângulo α); na Topografia esta origem está sobre o eixo Y e o sentido de contagem dos ângulos é horário. Verifique o Azimute Az de A para B na Figura 3.9). Por consequência, a ordem dos quadrantes Q também se altera da matemática para a Topografia. Sempre que possível, o eixo Y da Topografia deve coincidir com a direção da linha meridiana.



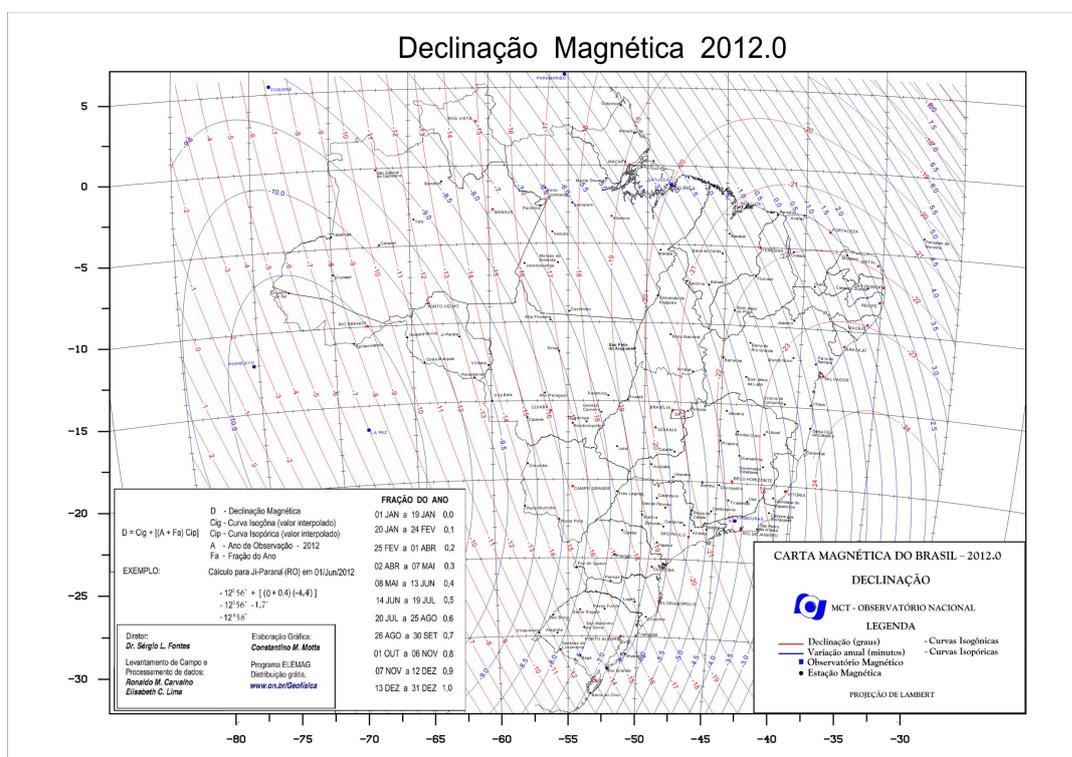
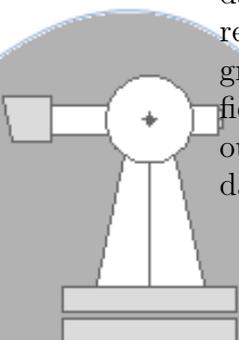


Figura 3.8: Carta Magnética do Brasil
FONTE: [10].

3.3.2 Rumo e suas relações com o Azimute:

Sempre que possível, assume-se o norte na Topografia como sendo idêntico a algum dos nortes mencionados anteriormente. Por simplificação, daqui em diante, será considerado o *Azimute* de uma direção como sendo o ângulo que esta direção forma a partir do Norte no sentido horário sobre o plano topográfico. Diante da impossibilidade de se obter ou calcular algum dos nortes apresentados anteriormente, um norte arbitrário pode ser tomado como referência. Sendo este o caso, a compatibilização das direções exige que todas as observações levem em conta esta questão. A utilização de um Azimute arbitrário (ou simplesmente orientação arbitrária) não gera maiores dificuldades quando o objetivo é obter quantidades que independem do sistema de referência, como, por exemplo, áreas, distâncias, etc. Deve ser dito que a grande maioria dos levantamentos utiliza esta abordagem em vista ou da dificuldade em obter o norte com os padrões de precisão requeridos atualmente ou da recuperabilidade desta direção. O Rumo é o ângulo contado a partir da linha Meridiana até a direção de interesse (Figura 3.10). Dependendo



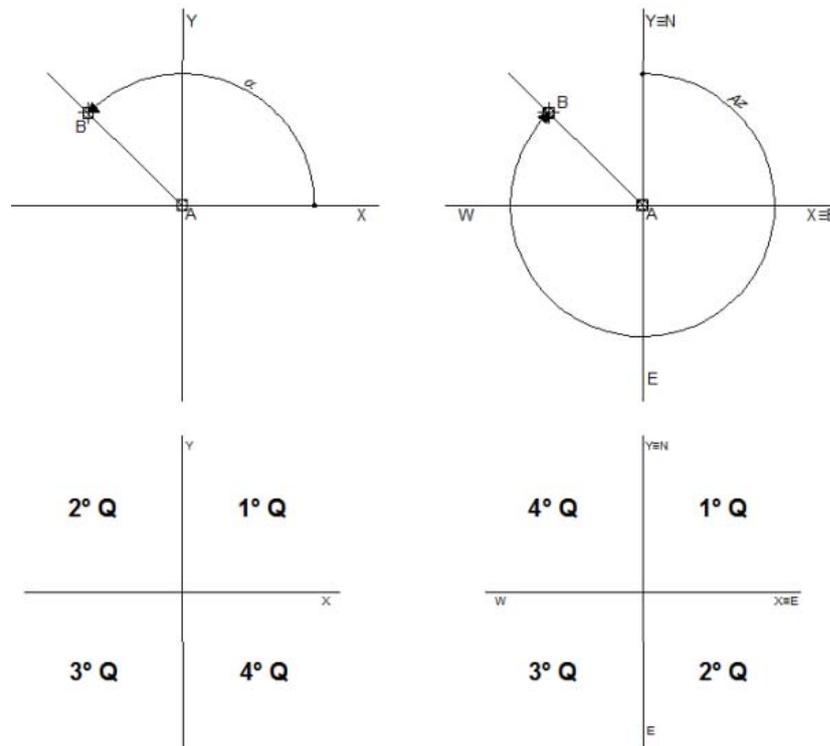


Figura 3.9: Sistemas de Referência: na Matemática (esquerda) e na Topografia (Direita).

da direção, ele será contado no sentido horário ou anti-horário devido à sua origem.

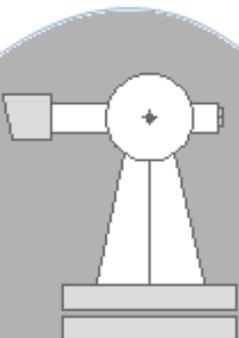
Da Figura 3.10 é possível extrair-se o seguinte:

O Rumo é especialmente importante porque permite obter o ângulo a partir da linha meridiana em função das coordenadas de dois pontos. Para evitar análises posteriores, trabalha-se com os módulos dos afastamentos entre os pontos, tal que

$$\tan R_{A \rightarrow B} = \left| \frac{\Delta x_{A \rightarrow B}}{\Delta y_{A \rightarrow B}} \right| \quad (3.30)$$

Esta relação obedece à abordagem da Figura 3.11, a seguir:

Tendo em vista a operação com módulos e sabendo-se que o sentido de determinação do Azimute é importante, também infere-se que



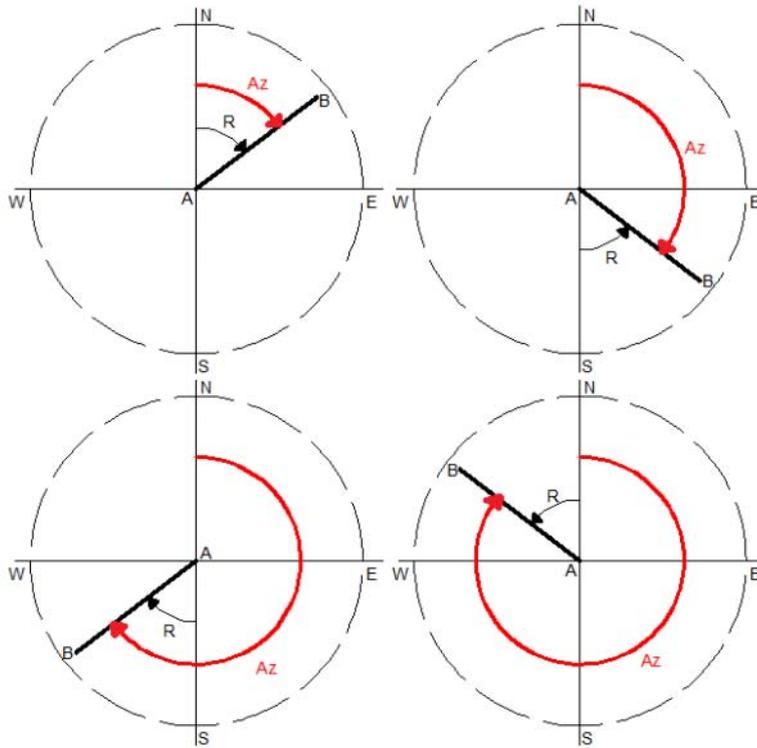


Figura 3.10: Azimute e Rumor.

Exemplo 3.6. Dadas as coordenadas de dois pontos $A (x_A, y_A, z_A)$ e $B (x_B, y_B, z_B)$, calcule o Azimute de A para B $Az_{A \rightarrow B}$

$$A(x_A, y_A, z_A) = (322,443; 751,982,000; 99,224);$$

$$B(x_B, y_B, z_B) = (129,458; 1309,103; 103,335);$$

Solução:

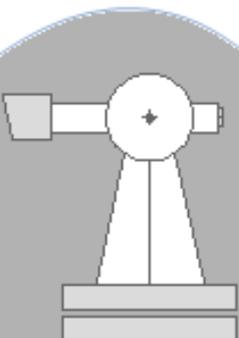
Cálculo do afastamento entre os pontos:

$$\Delta x_{A \rightarrow B} = x_B - x_A = 129,458 - 322,443 = -192,985m \quad (3.31)$$

$$\Delta y_{A \rightarrow B} = y_B - y_A = 1309,103 - 751,982 = 557,121m \quad (3.32)$$

Análise de quadrante:

Como $\Delta x_{A \rightarrow B} < 0$ e $\Delta y_{A \rightarrow B} > 0$, o alinhamento está no 3.º Q.



Quadrante	Relação com o Azimute	Sent. de Cont. do Rumo
Primeiro	$Az=R$	Horário
Segundo	$Az=180-R$	Anti-Horário
Terceiro	$Az=180+R$	Horário
Quarto	$360-R$	Anti-Horário

Tabela 3.3: Relação do Rumo com o Azimute.

SE	ENTÃO
$\Delta x > 0$ e $\Delta y > 0$	O alinhamento está no 1° Q.
$\Delta x > 0$ e $\Delta y < 0$	O alinhamento está no 2° Q.
$\Delta x < 0$ e $\Delta y < 0$	O alinhamento está no 3° Q.
$\Delta x < 0$ e $\Delta y > 0$	O alinhamento está no 3° Q.

Tabela 3.4: Relação das variações das coordenadas com o quadrante.

Cálculo do Rumo:

$$\tan R_{A \rightarrow B} = \left| \frac{-192,985}{557,121} \right| \quad (3.33)$$

$$\tan R_{A \rightarrow B} = | -0,346396922 | \quad (3.34)$$

$$\tan R_{A \rightarrow B} = 0,346396922 \quad (3.35)$$

$$R_{A \rightarrow B} = \arctan 0,346396922 \quad (3.36)$$

$$R_{A \rightarrow B} = 19^\circ 06' 21,34'' \quad (3.37)$$

E, finalmente, obtenção do Azimute, a partir da análise do quadrante. No 3.º Q tem-se:

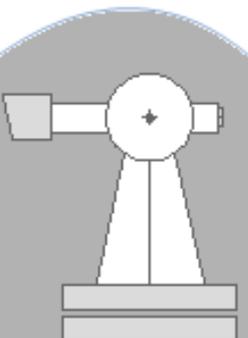
$$Az_{A \rightarrow B} = 180^\circ + R_{A \rightarrow B} \quad (3.38)$$

$$Az_{A \rightarrow B} = 180^\circ + 19^\circ 06' 21,34'' \quad (3.39)$$

$$Az_{A \rightarrow B} = 199^\circ 06' 21,34'' \quad (3.40)$$

3.3.3 Contra-Azimute:

Contra-Azimute, às vezes chamado de Azimute à Ré, é o Azimute da mesma direção com sentido contrário (Fig. 3.12). É muito útil para resolução de



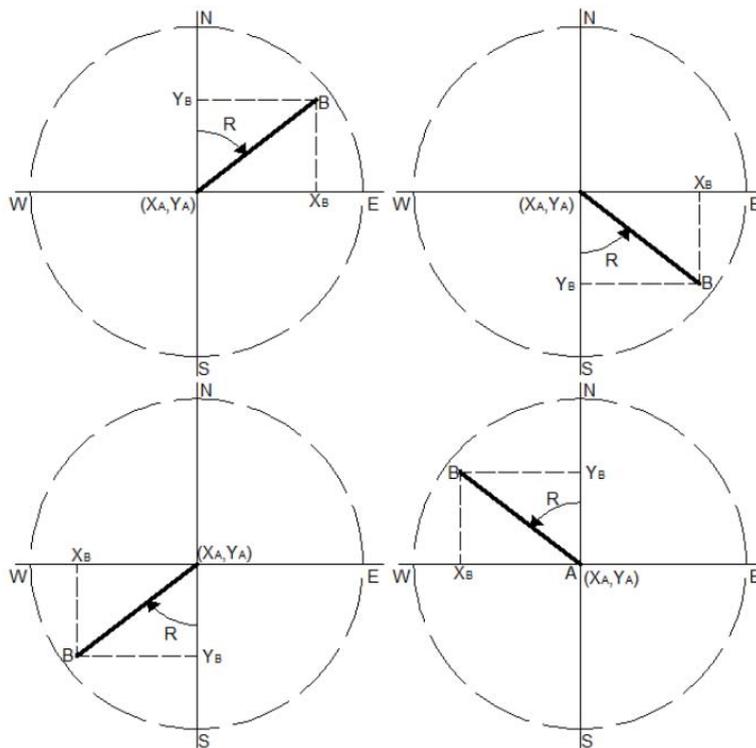
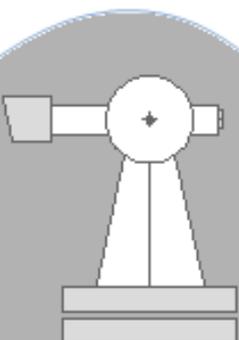


Figura 3.11: Relação do Rumo com as coordenadas de um ponto.

problemas de recessão espacial e para o transporte de Azimutes. Também diz-se que se existe um $Az_{A \rightarrow B}$, o seu Contra-Azimute será o Azimute $Az_{B \rightarrow A}$.

Da Figura 3.13 pode-se extrair que

$$Az_{A \rightarrow B} = Az_{B \rightarrow A} \pm 180^\circ = \begin{cases} + & \text{se } Az_{B \rightarrow A} < 180^\circ \\ - & \text{se } Az_{B \rightarrow A} \geq 180^\circ \end{cases} \quad (3.41)$$



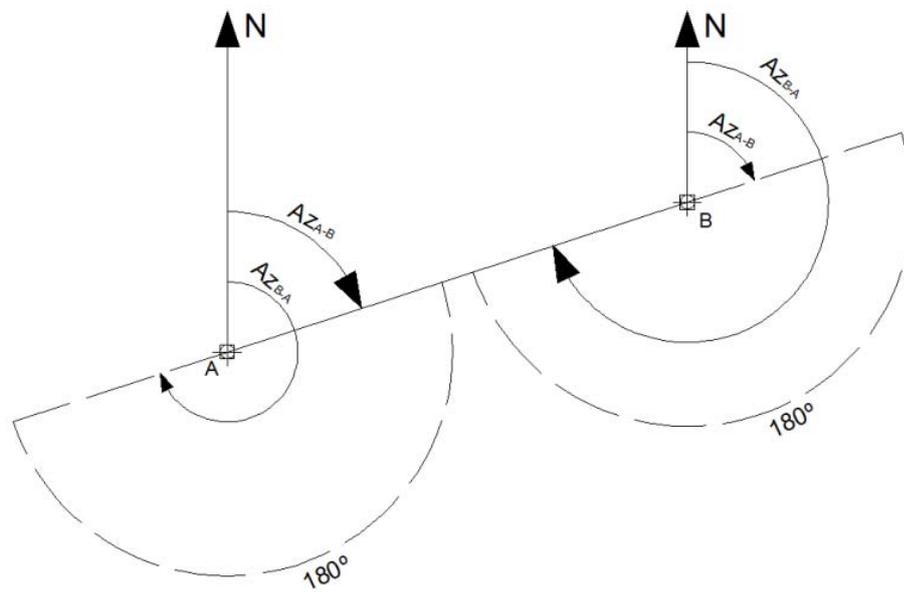
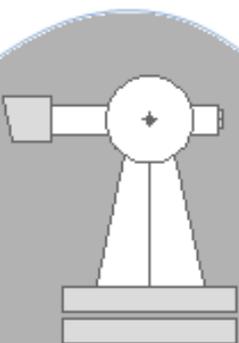


Figura 3.12: Azimute e contra-azimute.



Capítulo 4

AULA 03

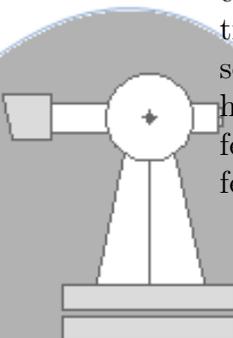
Objetivos: Introduzir as técnicas de levantamento topográfico; demonstrar a importância da poligonação como técnica padrão para comparação com as normas topográficas; calcular azimutes de alinhamentos consecutivos a partir de um azimute inicial e ângulos horizontais horários.

4.1 Generalidades:

De um modo geral, a planimetria está concentrada em três técnicas principais: a irradiação, a interseção (à ré e à vante) e a poligonação (também chamada de caminhamento perimétrico). Nesta aula, o foco principal é dado à poligonação, em especial, ao transporte de azimutes em uma poligonal, aberta ou fechada. Transportar o azimute de um alinhamento \overline{AB} para um alinhamento \overline{BC} significa o seguinte: a partir do azimute conhecido do alinhamento \overline{AB} e do ângulo horizontal horário desde este alinhamento \overline{AB} até um alinhamento \overline{BC} , calcular o azimute do alinhamento \overline{BC} (Veja a Figura 4.1).

4.2 Transporte de Azimutes no Plano Topográfico

Considere-se a Figura 4.1. Nesta figura representa-se a sequência natural de um levantamento topográfico: instala-se o aparelho em algum ponto A conhecendo-se o azimute do alinhamento \overline{AB} . A seguir, instala-se o instrumento no ponto B observando-se o ângulo horizontal horário \widehat{ABC} . Na sequência, instala-se o instrumento em C observando-se o ângulo horizontal horário \widehat{BCD} . Assim, o levantamento poderia seguir sucessivamente até o fechamento do polígono sobre o próprio ponto A - quando as poligonais são fechadas - ou até algum outro ponto de interesse - quando as poligonais são



abertas. O tema vinculado aos diferentes tipos de poligonal será abordado mais adiante.

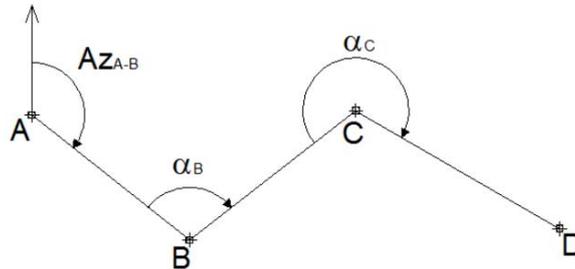


Figura 4.1: Informações conhecidas no levantamento de uma poligonal.

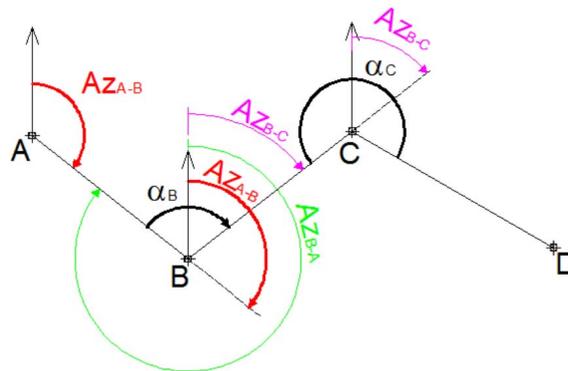
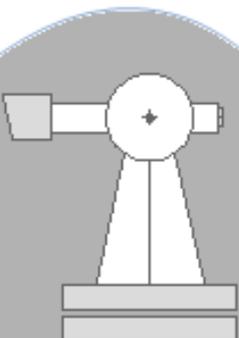


Figura 4.2: Raciocínio a ser empregado no cálculo dos azimutes dos alinhamentos de uma poligonal.

O raciocínio a ser empregado é o seguinte:

- Verificar como se comporta o Azimute $Az_{A \rightarrow B}$ prolongando-se o segmento A-B;
- Compreender que, somando-se (ou subtraindo-se) 180° ao Azimute $Az_{A \rightarrow B}$ o resultado obtido é o seu Contra-Azimute, ou seja, o Azimute $Az_{B \rightarrow A}$;
- Escrever o Azimute $Az_{B \rightarrow C}$ em função das informações conhecidas, conforme as (4.1) e (4.2).

$$Az_{B \rightarrow C} = Az_{B \rightarrow A} + \alpha_B \quad (4.1)$$



$$Az_{A \rightarrow B} = Az_{B \rightarrow A} \pm 180^\circ = \begin{cases} + & \text{se } Az_{B \rightarrow A} < 180^\circ \\ - & \text{se } Az_{B \rightarrow A} \geq 180^\circ \end{cases} \quad (4.2)$$

Deve ser lembrado que esta concepção está associada sempre com os ângulos horários cuja origem é conhecida e que, tal soma, no final, pode resultar em um ângulo maior do que 360° . Neste caso, basta reduzir o valor ao menor arco congruente.

A forma analítica mais usual para a (4.1) é

$$Az_{EST \rightarrow PV} = Az_{EST \rightarrow RE} + \alpha_{EST} \quad (4.3)$$

tal que *EST* é a estação de onde o ângulo está sendo observado, *PV* é o ponto visado pela estação; *RE* é a direção que aponta para o ponto onde o ângulo começou a ser lido (em geral, onde o instrumento foi zerado).

Exemplo 4.1. *Encontre os azimutes de cada uma das direções apresentadas*

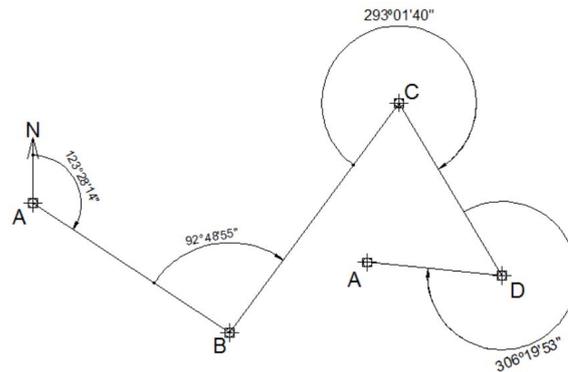


Figura 4.3: Poligonal do Exemplo 4.1.

Solução:

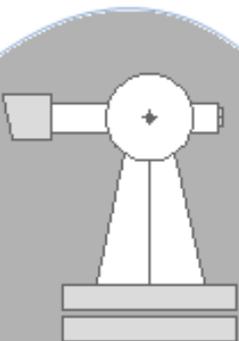
$$Az_{B \rightarrow C} = Az_{B \rightarrow A} + \alpha_B \quad (4.4)$$

$$\rightarrow Az_{B \rightarrow A} = Az_{A \rightarrow B} \pm 180^\circ \quad (4.5)$$

$$\rightarrow Az_{B \rightarrow A} = 123^\circ 28' 14'' \pm 180^\circ = 303^\circ 28' 14'' \quad (4.6)$$

$$Az_{B \rightarrow C} = 303^\circ 28' 14'' + 92^\circ 48' 55'' = 396^\circ 17' 09'' \quad (4.7)$$

$$Az_{B \rightarrow C} = 36^\circ 17' 09'' \quad (4.8)$$



$$Az_{C \rightarrow D} = Az_{C \rightarrow B} + \alpha_C \quad (4.9)$$

$$\rightarrow Az_{C \rightarrow B} = Az_{B \rightarrow C} \pm 180^\circ \quad (4.10)$$

$$\rightarrow Az_{C \rightarrow B} = 36^\circ 17' 09'' \pm 180^\circ = 216^\circ 17' 09'' \quad (4.11)$$

$$Az_{C \rightarrow D} = 216^\circ 17' 09'' + 293^\circ 01' 40'' = 509^\circ 18' 49'' \quad (4.12)$$

$$Az_{C \rightarrow D} = 149^\circ 18' 49'' \quad (4.13)$$

$$Az_{D \rightarrow E} = Az_{D \rightarrow C} + \alpha_D \quad (4.14)$$

$$\rightarrow Az_{D \rightarrow C} = Az_{C \rightarrow D} \pm 180^\circ \quad (4.15)$$

$$\rightarrow Az_{D \rightarrow C} = 149^\circ 18' 49'' \pm 180^\circ = 329^\circ 18' 49'' \quad (4.16)$$

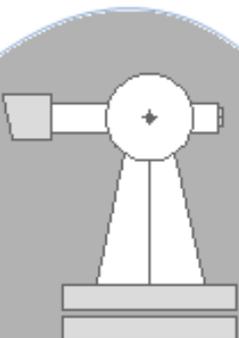
$$Az_{D \rightarrow E} = 329^\circ 18' 49'' + 306^\circ 19' 53'' = 635^\circ 38' 42'' \quad (4.17)$$

$$Az_{D \rightarrow E} = 275^\circ 38' 42'' \quad (4.18)$$

4.3 Poligonais

Considere o extrato de [7] (pp. 44, 45 e 46), nas Figuras 4.5 e 4.6. Tal texto trata da poligonação e apresenta os tipos de poligonais que podem ser constituídos no terreno visando-se ao levantamento topográfico. Sempre devem ser buscadas as poligonais fechadas ou abertas com ponto coordenado (início e fim) e com orientação azimutal (no início e no fim) para que se possa efetuar o controle angular dos levantamentos.

Os tipos de poligonal segundo a sua finalidade são apresentados nas tabelas 5 (Levantamento Planialtimétrico), 6 (Levantamento Planialtimétrico Cadastral) e 7 (Levantamento Planimétrico) de [13] (1996, pp. 13-16). Neste material, um resumo destas informações está na Tabela 4.1 e na Figura 4.4. Ali, apresentam-se especificidades que devem ser consultadas antes da escolha do instrumental e da realização do serviço.



Classes de teodolitos	Precisão Angular
1 - Precisão Baixa	$\leq 30''$
2 - Precisão Média	$\leq 07''$
3 - Precisão Alta	$\leq 02''$

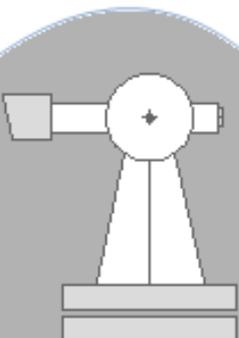
Tabela 4.1: Classificação dos Teodolitos

FONTE: [13] (1996, p.6).

Classe	Medição		Desenvolvimento				Materialização
			Extensão máxima (L)	Lado		Número máximo de vértices	
	Angular	Linear		Mínimo (D_{min})	Médio (D_{med})		
IP	Método das direções: três séries de leituras conjugadas direta e inversa, horizontal e vertical. Teodolito classe 3.	Leituras recíprocas (vante e ré) com distanciômetro eletrônico classe 2. Correção de temperatura e pressão.	50 km	1km	$\geq 1,5$ km	11	Marcos de concreto ou pinos
IIP	Método das direções: três séries de leituras conjugadas direta e inversa, horizontal e vertical. Teodolito classe 3.	Leituras recíprocas (vante e ré) com distanciômetro eletrônico classe 1. Correção de temperatura e pressão.	15 km	100 m	≥ 190 m	31	Marcos de concreto ou pinos
IIIP	Método das direções com duas séries de leituras conjugadas direta e inversa, horizontal e vertical. Teodolito classe 2.	Leituras recíprocas (vante e ré) com distanciômetro eletrônico classe 1 ou medidas com trena de aço aferida com correções de dilatação, tensão, catenária e redução ao horizonte.	10 km	50 m	≥ 170 m	41	Marcos de concreto ou nos pinos no apoio topográfico. Pinos ou piquetes nas poligonais auxiliares
IVP	Método das direções: uma série de leituras conjugadas direta e inversa, horizontal e vertical. Teodolito classe 2.	Leituras recíprocas (vante e ré) com distanciômetro eletrônico classe 1 ou medidas com trena de aço aferida e controle taqueométrico com leitura dos três fios ou equivalente (teodolitos auto-redutores).	07 km	30 m	≥ 160 m	41	Pinos ou piquetes
VP	Leituras numa só posição da luneta, horizontal e vertical, com correções de colimação, PZ (ou de índice) com teodolito classe 1.	Observações taqueométricas (vante e ré) em miras centimétricas, previamente aferidas, providas de nível esférico, com leitura dos três fios ou equivalente (teodolitos auto-redutores).	05 km(P) 02 km(S) 01 km(A)	30m(P) 30m(S) 30m(A)	90 m	41 (P) 21(S) 12 (A)	Pinos ou piquetes

Figura 4.4: Especificações para as poligonais e Teodolitos

FONTE: [13] (1996, p.16)



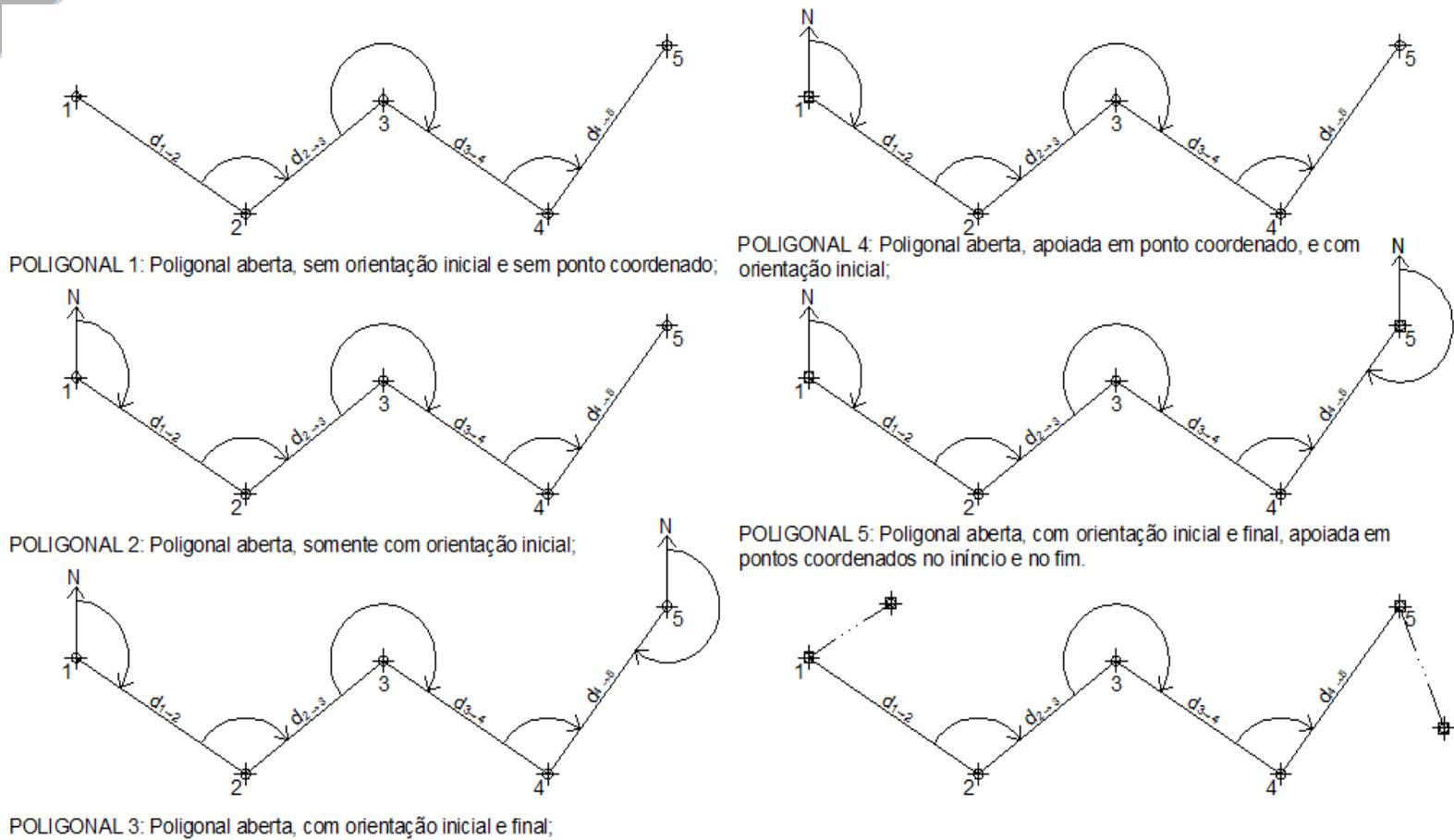
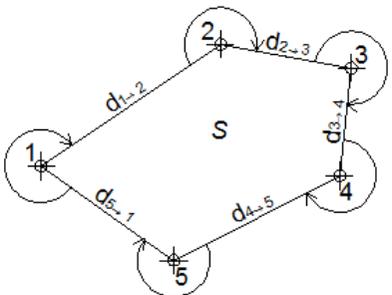


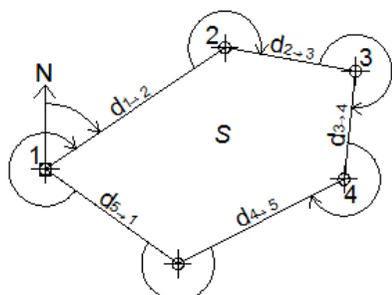
Figura 4.5: Diferentes tipos de poligonal.

FONTE: [7]

POLIGONAL 6: Poligonal fechada, sem apoio em ponto coordenado e sem orientação azimutal;



POLIGONAL 8: Poligonal fechada, com apoio em ponto coordenado e com orientação azimutal;



POLIGONAL 7: Poligonal fechada, sem apoio em ponto coordenado e com orientação azimutal;

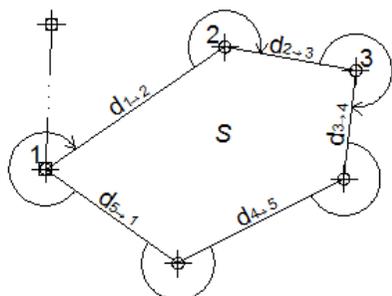
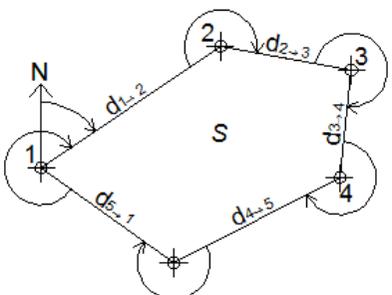
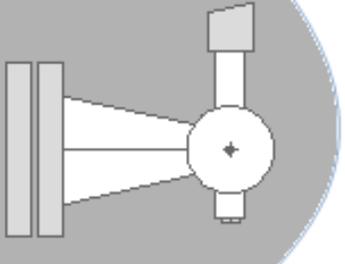


Figura 4.6: Diferentes tipos de poligonal.

FONTE: [7]



4.4 Controle Angular

O controle angular se presta à verificação da qualidade dos levantamentos topográficos. O controle angular é realizado comparando-se o somatório dos ângulos externos ou internos do levantamento topográfico com o somatório teórico de tais ângulos caso a poligonal fosse perfeitamente fechada. Como, usualmente, os levantamentos são eivados de erros, calcula-se o erro de fechamento angular.

$$\varepsilon_{f_\alpha} = \sum_{i=1}^n (\alpha_{i,e}) - (n \pm 2) \cdot 180^\circ \quad (4.19)$$

onde o n é o número de vértices da poligonal. $\alpha_{i,e}$ é o ângulo interno (i) ou externo (e) observado da poligonal. Sendo observados os ângulos externos, soma-se 2 ao número de vértices; se forem ângulos internos, subtrai-se 2 de n . O erro de fechamento angular é comparado com os valores de tolerância usualmente calculados em função do número de vértices e da precisão do instrumento utilizado. Em [13] (p.19), a tolerância angular é dada por:

$$T_\alpha = a + b \cdot \sqrt{N} \quad (4.20)$$

onde N é o número de vértices da poligonal. a e b são tabulados da [13], tabela 11 e expressos na Figura 4.7.

Para aplicações didáticas, pode-se assumir a tolerância angular como sendo

$$T_\alpha = \sigma \cdot \sqrt{N} \quad (4.21)$$

onde σ é a precisão angular do equipamento utilizado. Deve ser destacado que a (4.21) não substitui a recomendação feita pela norma em questão.

Exemplo 4.2. *Considerando-se o erro de fechamento angular de uma poligonal constituída por 7 vértices como sendo 38" e executado com um instrumento cuja precisão angular é 5", verifique se o levantamento atende às boas práticas de engenharia.*

Solução:

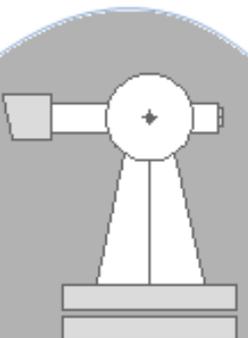


Tabela 11 - Valores dos coeficientes "b", "d", "e", e "f"

Poligonais		Coeficientes			
Classe	Tipo ^(A)	b segundos sexagesimais	d(m)	e(m)	f(m)
IP	1 e 2	6"	0,10	-	-
	3	6"	-	0,02	0,04
IIP	1 e 2	15"	0,30	-	-
	3	15"	-	0,04	0,12
IIIP	1 e 2	20"	0,42	-	-
	3	20"	-	0,06	0,15
IVP	1 e 2	40"	0,56	-	-
	3	40"	-	0,11	0,17

/continua

/continuação

Poligonais		Coeficientes			
Classe	Tipo ^(A)	b segundos sexagesimais	d(m)	e(m)	f(m)
VP	1 e 2	180"	2,20	-	-
I PRC	1 e 2	8"	0,07	-	-
	3	8"	-	0,02	0,05
II PRC	1 e 2	60"	0,30	-	-
	3	60"	-	0,16	0,24

^(A)Constantes em 6.5.1.

Figura 4.7: Valores de a e b para a determinação das poligonais.
FONTE: [13] (1996, p.21)

- Considerando-se o levantamento com finalidade pedagógica,

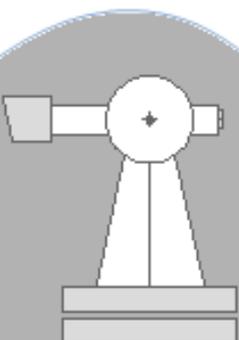
$$T_{\alpha} = \sigma \cdot \sqrt{N} \rightarrow T_{\alpha} = 5'' \cdot \sqrt{7} \quad (4.22)$$

$$T_{\alpha} = 5 \cdot 2,645 \quad (4.23)$$

$$T_{\alpha} = 13,228'' \quad (4.24)$$

Pelo critério pedagógico o levantamento, necessita, portanto, ser refeito.

- Considerando-se que trata-se de uma poligonal classe III (NBR 13133), ou seja, uma poligonal cuja finalidade é o adensamento topográfico para projetos básicos, executivos, como executado e obras de engenharia,



Da Tabela 10 de [13], extrai-se $a = 0,8''$, supondo-se uma rede precisão regional associada a regiões menos desenvolvidas. Da tabela 11, é obtido o valor de $b = 20''$. Portanto,

$$T_{\alpha} = a + b \cdot \sqrt{N} \rightarrow T_{\alpha} = 0,8'' + 20'' \cdot \sqrt{7} \quad (4.25)$$

$$T_{\alpha} = 53'' \quad (4.26)$$

Se os dados desta poligonal tratarem-se, portanto, de uma poligonal do tipo III, o levantamento está dentro dos padrões requeridos pela norma.

Exemplo 4.3. A partir da Figura 4.8,

1. Calcular os azimutes dos alinhamentos da poligonal abaixo da sequência;
2. Calcule as coordenadas de cada um dos pontos da poligonal;
3. Construir uma caderneta de campo para o levantamento;
4. Construir uma tabela de tolerâncias angulares considerando-se (2.94) supondo-se precisões angulares de 1, 2 e 5" e imaginando-se que tratam-se de poligonais do tipo IP, IIP, IIIP, IVP e VP.

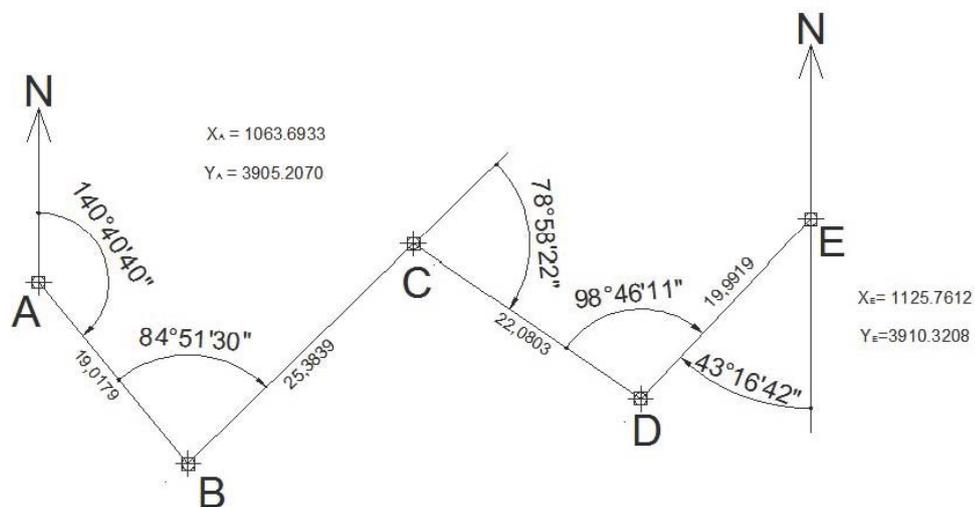
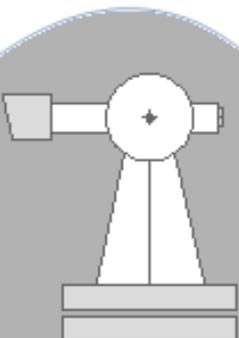


Figura 4.8: Exemplo 4.3

Solução:



1. Cálculo dos azimutes dos alinhamentos

$$Az_{A \rightarrow B} = 140^\circ 40' 40'' \quad (4.27)$$

$$Az_{B \rightarrow C} = Az_{B \rightarrow A} + \alpha_B \quad (4.28)$$

$$\rightarrow Az_{B \rightarrow A} = Az_{A \rightarrow B} \pm 180^\circ \quad (4.29)$$

$$\rightarrow Az_{B \rightarrow A} = 140^\circ 40' 40'' + 180^\circ = Az_{B \rightarrow A} = 320^\circ 40' 40'' \quad (4.30)$$

$$\rightarrow Az_{B \rightarrow C} = 320^\circ 40' 40'' + 84^\circ 51' 30'' \quad (4.31)$$

$$Az_{B \rightarrow C} = 405^\circ 32' 10'' \quad (4.32)$$

$$Az_{B \rightarrow C} = 45^\circ 32' 10'' \quad (4.33)$$

$$Az_{C \rightarrow D} = Az_{C \rightarrow B} + \alpha_C \quad (4.34)$$

$$\rightarrow Az_{C \rightarrow B} = Az_{B \rightarrow C} \pm 180^\circ \quad (4.35)$$

$$\rightarrow Az_{C \rightarrow B} = 45^\circ 32' 10'' + 180^\circ = 225^\circ 32' 10'' \quad (4.36)$$

$$Az_{C \rightarrow D} = 225^\circ 32' 10'' + 258^\circ 58' 22'' = Az_{C \rightarrow D} = 484^\circ 30' 32'' \quad (4.37)$$

$$Az_{C \rightarrow D} = 124^\circ 30' 32'' \quad (4.38)$$

$$Az_{D \rightarrow E} = Az_{D \rightarrow C} + \alpha_D \quad (4.39)$$

$$\rightarrow Az_{D \rightarrow C} = Az_{C \rightarrow D} \pm 180^\circ \quad (4.40)$$

$$\rightarrow Az_{D \rightarrow C} = 124^\circ 30' 32'' + 180^\circ = 304^\circ 30' 32'' \quad (4.41)$$

$$Az_{D \rightarrow E} = 304^\circ 30' 32'' + 98^\circ 46' 11'' = Az_{D \rightarrow E} = 403^\circ 16' 43'' \quad (4.42)$$

$$Az_{D \rightarrow E} = 43^\circ 16' 43'' \quad (4.43)$$

2. Cálculo das coordenadas dos pontos

$$X_B = X_A + \Delta X_{A \rightarrow B} \quad (4.44)$$

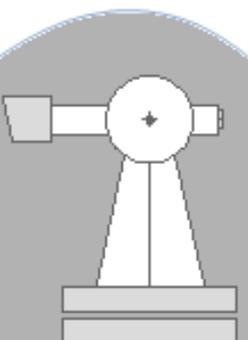
$$\Delta X_{A \rightarrow B} = d_{A \rightarrow B} \cdot \sin Az_{A \rightarrow B} \quad (4.45)$$

$$\Delta X_{A \rightarrow B} = 19,0179 \cdot \sin 140^\circ 40' 40'' \quad (4.46)$$

$$\Delta X_{A \rightarrow B} = 12,051128 \text{ m} \quad (4.47)$$

$$X_B = 1063,6933 + 12,051128 \quad (4.48)$$

$$X_B = 1075,744518 \text{ m} \quad (4.49)$$



$$Y_B = Y_A + \Delta Y_{A \rightarrow B} \quad (4.50)$$

$$\Delta Y_{A \rightarrow B} = d_{A \rightarrow B} \cdot \cos Az_{A \rightarrow B} \quad (4.51)$$

$$\Delta Y_{A \rightarrow B} = 19,0179 \cdot \cos 140^\circ 40' 40'' \quad (4.52)$$

$$\Delta Y_{A \rightarrow B} = -14,71214273 \text{ m} \quad (4.53)$$

$$Y_B = 3905,2070 + (-14,712142730) \quad (4.54)$$

$$Y_B = 3890,494857 \text{ m} \quad (4.55)$$

$$X_C = X_B + \Delta X_{B \rightarrow C} \quad (4.56)$$

$$\Delta X_{B \rightarrow C} = d_{B \rightarrow C} \cdot \sin Az_{B \rightarrow C} \quad (4.57)$$

$$\Delta X_{B \rightarrow C} = 25,3839 \cdot \sin 45^\circ 32' 39'' \quad (4.58)$$

$$\Delta X_{B \rightarrow C} = 18,11628791 \text{ m} \quad (4.59)$$

$$X_C = 1075,744518 + 18,11628791 \quad (4.60)$$

$$X_C = 1093,860806 \text{ m} \quad (4.61)$$

$$Y_C = Y_B + \Delta Y_{B \rightarrow C} \quad (4.62)$$

$$\Delta Y_{B \rightarrow C} = d_{B \rightarrow C} \cdot \cos Az_{B \rightarrow C} \quad (4.63)$$

$$\Delta Y_{B \rightarrow C} = 25,3839 \cdot \cos 45^\circ 32' 10'' \quad (4.64)$$

$$\Delta Y_{B \rightarrow C} = 17,78039627 \text{ m} \quad (4.65)$$

$$Y_C = 3890,494857 + 17,78039627 \quad (4.66)$$

$$Y_C = 3908,275253 \text{ m} \quad (4.67)$$

$$X_D = X_C + \Delta X_{C \rightarrow D} \quad (4.68)$$

$$\Delta X_{C \rightarrow D} = d_{C \rightarrow D} \cdot \sin Az_{C \rightarrow D} \quad (4.69)$$

$$\Delta X_{C \rightarrow D} = 22,0803 \cdot \sin 124^\circ 30' 32'' \quad (4.70)$$

$$\Delta X_{C \rightarrow D} = 18,19501301 \text{ m} \quad (4.71)$$

$$X_D = 1093,860806 + 18,19501301 \quad (4.72)$$

$$X_D = 1112,055819 \text{ m} \quad (4.73)$$

$$Y_D = Y_C + \Delta Y_{C \rightarrow D} \quad (4.74)$$

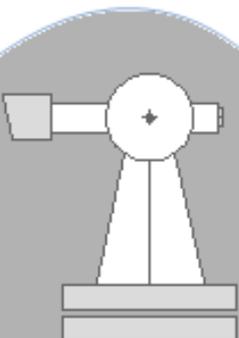
$$\Delta Y_{C \rightarrow D} = d_{C \rightarrow D} \cdot \cos Az_{C \rightarrow D} \quad (4.75)$$

$$\Delta Y_{C \rightarrow D} = 22,0803 \cdot \cos 124^\circ 30' 32'' \quad (4.76)$$

$$\Delta Y_{C \rightarrow D} = -12,50924256 \text{ m} \quad (4.77)$$

$$Y_D = 3908,275253 + (-12,50924256) \quad (4.78)$$

$$Y_D = 3895,76601 \text{ m} \quad (4.79)$$



$$X_E = X_D + \Delta X_{D \rightarrow E} \quad (4.80)$$

$$\Delta X_{D \rightarrow E} = d_{D \rightarrow E} \cdot \sin Az_{D \rightarrow E} \quad (4.81)$$

$$\Delta X_{D \rightarrow E} = 19,9919 \cdot \sin 43^\circ 16' 43'' \quad (4.82)$$

$$\Delta X_{D \rightarrow E} = 13,70537953 \text{ m} \quad (4.83)$$

$$X_E = 1112,055819 + 13,70537953 \quad (4.84)$$

$$X_E = 1125,761199 \text{ m} \quad (4.85)$$

$$Y_E = Y_D + \Delta Y_{D \rightarrow E} \quad (4.86)$$

$$\Delta Y_{D \rightarrow E} = Dist_{D \rightarrow E} \cdot \cos Az_{D \rightarrow E} \quad (4.87)$$

$$\Delta Y_{D \rightarrow E} = 19,9919 \cdot \cos 43^\circ 16' 43'' \quad (4.88)$$

$$\Delta Y_{D \rightarrow E} = 14,55467752 \text{ m} \quad (4.89)$$

$$Y_E = 3895,76601 + 14,55467752 \quad (4.90)$$

$$Y_E = 3910,320688 \text{ m} \quad (4.91)$$

3. A caderneta de campo deverá ser construída em sala de aula, bem como
4. A construção da tabela de tolerâncias.

Exemplo 4.4. A partir da Figura 4.9,

1. Calcular os azimutes dos alinhamentos da poligonal abaixo da sequência;
2. Calcule as coordenadas de cada um dos pontos da poligonal;
3. Construir uma caderneta de campo para o levantamento;
4. Construir uma tabela de tolerâncias angulares considerando-se a (4.20) supondo-se precisões angulares de 1, 2 e 5" e imaginando-se que tratam-se de poligonais do tipo IP, IIP, IIIP, IVP e VP.

Solução:

1. Cálculo dos azimutes dos alinhamentos

$$Az_{A \rightarrow B} = 52^\circ 49' 54'' \quad (4.92)$$

$$Az_{B \rightarrow C} = Az_{B \rightarrow A} + \alpha_B \quad (4.93)$$

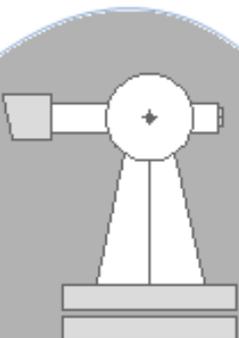
$$\rightarrow Az_{B \rightarrow A} = Az_{A \rightarrow B} \pm 180^\circ \quad (4.94)$$

$$\rightarrow Az_{B \rightarrow A} = 52^\circ 49' 54'' + 180^\circ \quad (4.95)$$

$$\rightarrow Az_{B \rightarrow A} = 232^\circ 49' 54'' \quad (4.96)$$

$$Az_{B \rightarrow C} = 232^\circ 49' 54'' + 282^\circ 24' 25'' \quad (4.97)$$

$$Az_{B \rightarrow C} = 155^\circ 14' 10'' \quad (4.98)$$



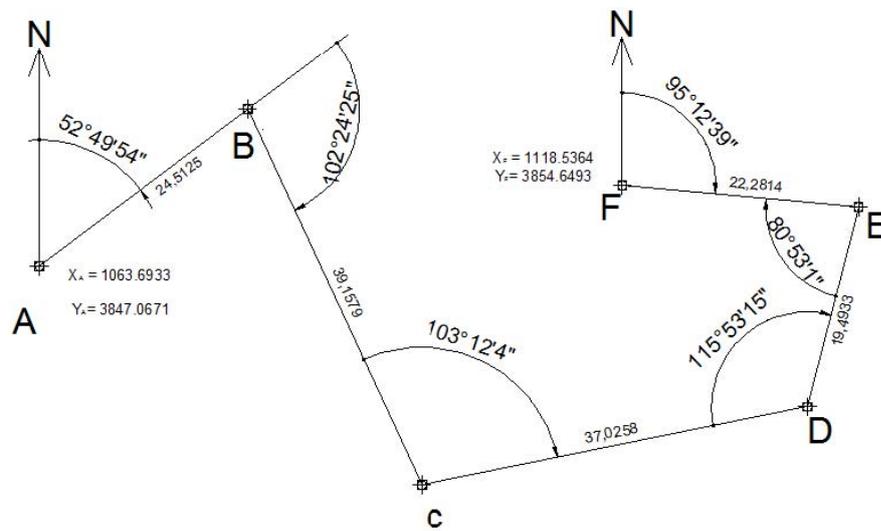


Figura 4.9: Exemplo 4.4

$$Az_{C \rightarrow D} = Az_{C \rightarrow B} + \alpha_C \quad (4.99)$$

$$\rightarrow Az_{C \rightarrow B} = Az_{B \rightarrow C} \pm 180^\circ \quad (4.100)$$

$$\rightarrow Az_{C \rightarrow B} = 155^\circ 14' 19'' + 180^\circ \quad (4.101)$$

$$\rightarrow Az_{C \rightarrow B} = 335^\circ 14' 19'' \quad (4.102)$$

$$Az_{C \rightarrow D} = 335^\circ 14' 19'' + 103^\circ 12' 4'' \quad (4.103)$$

$$Az_{C \rightarrow D} = 78^\circ 26' 23'' \quad (4.104)$$

$$Az_{D \rightarrow E} = Az_{D \rightarrow C} + \alpha_D \quad (4.105)$$

$$\rightarrow Az_{D \rightarrow C} = Az_{C \rightarrow D} \pm 180^\circ \quad (4.106)$$

$$\rightarrow Az_{D \rightarrow C} = 78^\circ 26' 23'' + 180^\circ \quad (4.107)$$

$$\rightarrow Az_{D \rightarrow C} = 258^\circ 26' 23'' \quad (4.108)$$

$$Az_{D \rightarrow E} = 258^\circ 26' 23'' + 115^\circ 53' 15'' \quad (4.109)$$

$$Az_{D \rightarrow E} = 14^\circ 19' 38'' \quad (4.110)$$

$$Az_{E \rightarrow F} = Az_{E \rightarrow D} + \alpha_E \quad (4.111)$$

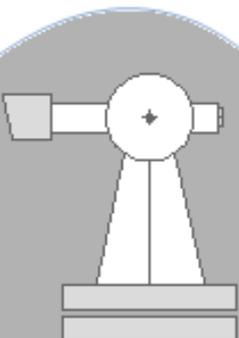
$$\rightarrow Az_{E \rightarrow D} = Az_{D \rightarrow E} \pm 180^\circ \quad (4.112)$$

$$\rightarrow Az_{E \rightarrow D} = 14^\circ 19' 38'' + 180^\circ \quad (4.113)$$

$$\rightarrow Az_{E \rightarrow D} = 194^\circ 19' 38'' \quad (4.114)$$

$$Az_{E \rightarrow F} = 194^\circ 19' 38'' + 80^\circ 53' 1'' \quad (4.115)$$

$$Az_{E \rightarrow F} = 275^\circ 12' 39'' \quad (4.116)$$



$$\rightarrow Az_{F \rightarrow E} = Az_{E \rightarrow F} \pm 180^\circ \quad (4.117)$$

$$\rightarrow Az_{F \rightarrow E} = 275^\circ 12' 39'' - 180^\circ \quad (4.118)$$

$$\rightarrow Az_{F \rightarrow E} = 95^\circ 12' 39'' \quad (4.119)$$

2. Cálculo dos coordenadas dos pontos

$$X_B = X_A + \Delta X_{A \rightarrow B} \quad (4.120)$$

$$\Delta X_{A \rightarrow B} = d_{A \rightarrow B} \cdot \sin Az_{A \rightarrow B} \quad (4.121)$$

$$\Delta X_{A \rightarrow B} = 24,5125 \cdot \sin 52^\circ 49' 54'' \quad (4.122)$$

$$\Delta X_{A \rightarrow B} = 19,53312759 \text{ m} \quad (4.123)$$

$$X_B = 1063,6933 + 19,53312759 \quad (4.124)$$

$$X_B = 1083,226428 \text{ m} \quad (4.125)$$

$$Y_B = Y_A + \Delta Y_{A \rightarrow B} \quad (4.126)$$

$$\Delta Y_{A \rightarrow B} = d_{A \rightarrow B} \cdot \cos Az_{A \rightarrow B} \quad (4.127)$$

$$\Delta Y_{A \rightarrow B} = 24,5125 \cdot \cos 52^\circ 49' 54'' \quad (4.128)$$

$$\Delta Y_{A \rightarrow B} = 14,80944235 \text{ m} \quad (4.129)$$

$$Y_B = 3847,0671 + 14,80944235 \quad (4.130)$$

$$Y_B = 3861,876542 \text{ m} \quad (4.131)$$

$$X_C = X_B + \Delta X_{B \rightarrow C} \quad (4.132)$$

$$\Delta X_{B \rightarrow C} = d_{B \rightarrow C} \cdot \sin Az_{B \rightarrow C} \quad (4.133)$$

$$\Delta X_{B \rightarrow C} = 39,1579 \cdot \sin 155^\circ 14' 19'' \quad (4.134)$$

$$\Delta X_{B \rightarrow C} = 16,4009044 \text{ m} \quad (4.135)$$

$$X_C = 1083,226428 + 16,4009044 \quad (4.136)$$

$$X_C = 1099,627332 \text{ m} \quad (4.137)$$

$$Y_C = Y_B + \Delta Y_{B \rightarrow C} \quad (4.138)$$

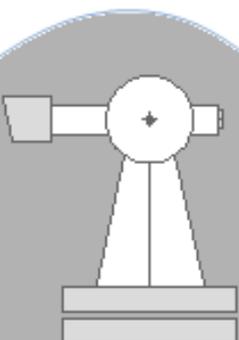
$$\Delta Y_{B \rightarrow C} = d_{B \rightarrow C} \cdot \cos Az_{B \rightarrow C} \quad (4.139)$$

$$\Delta Y_{B \rightarrow C} = 39,1579 \cdot \cos 155^\circ 14' 19'' \quad (4.140)$$

$$\Delta Y_{B \rightarrow C} = -35,55772022 \text{ m} \quad (4.141)$$

$$Y_C = 3861,876542 + (-35,55772022) \quad (4.142)$$

$$Y_C = 3826,318822 \text{ m} \quad (4.143)$$



$$X_D = X_C + \Delta X_{C \rightarrow D} \quad (4.144)$$

$$\Delta X_{C \rightarrow D} = d_{C \rightarrow D} \cdot \sin Az_{C \rightarrow D} \quad (4.145)$$

$$\Delta X_{C \rightarrow D} = 37,0258 \cdot \sin 78^\circ 26' 23'' \quad (4.146)$$

$$\Delta X_{C \rightarrow D} = 36,27471011 \text{ m} \quad (4.147)$$

$$X_D = 1099,627332 + 36,27471011 \quad (4.148)$$

$$X_D = 1135,902042 \text{ m} \quad (4.149)$$

$$Y_D = Y_C + \Delta Y_{C \rightarrow D} \quad (4.150)$$

$$\Delta Y_{C \rightarrow D} = d_{C \rightarrow D} \cdot \cos Az_{C \rightarrow D} \quad (4.151)$$

$$\Delta Y_{C \rightarrow D} = 37,0258 \cdot \cos 78^\circ 26' 23'' \quad (4.152)$$

$$\Delta Y_{C \rightarrow D} = 7,419924018 \text{ m} \quad (4.153)$$

$$Y_D = 3826,318822 + 7,419924018 \quad (4.154)$$

$$Y_D = 3833,738746 \text{ m} \quad (4.155)$$

$$X_E = X_D + \Delta X_{D \rightarrow E} \quad (4.156)$$

$$\Delta X_{D \rightarrow E} = d_{D \rightarrow E} \cdot \sin Az_{D \rightarrow E} \quad (4.157)$$

$$\Delta X_{D \rightarrow E} = 19,4933 \cdot \sin 14^\circ 19' 38'' \quad (4.158)$$

$$\Delta X_{D \rightarrow E} = 4,823799953 \text{ m} \quad (4.159)$$

$$X_E = 1135,902042 + 4,823799953 \quad (4.160)$$

$$X_E = 1140,725842 \text{ m} \quad (4.161)$$

$$Y_E = Y_D + \Delta Y_{D \rightarrow E} \quad (4.162)$$

$$\Delta Y_{D \rightarrow E} = d_{D \rightarrow E} \cdot \cos Az_{D \rightarrow E} \quad (4.163)$$

$$\Delta Y_{D \rightarrow E} = 19,4933 \cdot \cos 14^\circ 19' 38'' \quad (4.164)$$

$$\Delta Y_{D \rightarrow E} = 18,88702462 \text{ m} \quad (4.165)$$

$$Y_E = 3833,738746 + 18,88702462 \quad (4.166)$$

$$Y_E = 3852,625771 \text{ m} \quad (4.167)$$

$$X_F = X_E + \Delta X_{E \rightarrow F} \quad (4.168)$$

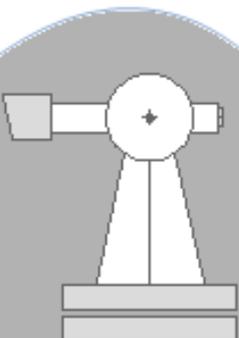
$$\Delta X_{E \rightarrow F} = d_{E \rightarrow F} \cdot \sin Az_{E \rightarrow F} \quad (4.169)$$

$$\Delta X_{E \rightarrow F} = 22,2814 \cdot \sin 275^\circ 12' 39'' \quad (4.170)$$

$$\Delta X_{E \rightarrow F} = -22,18931642 \text{ m} \quad (4.171)$$

$$X_F = 1140,725842 + (-22,18931642) \quad (4.172)$$

$$X_F = 1118,536 \text{ m} \quad (4.173)$$



$$Y_F = Y_E + \Delta Y_{E \rightarrow F} \quad (4.174)$$

$$\Delta Y_{E \rightarrow F} = d_{E \rightarrow F} \cdot \cos Az_{E \rightarrow F} \quad (4.175)$$

$$\Delta Y_{E \rightarrow F} = 22,2814 \cdot \cos 275^\circ 12' 39'' \quad (4.176)$$

$$\Delta Y_{E \rightarrow F} = 2,023616305 \text{ m} \quad (4.177)$$

$$Y_F = 3852,625771 + 2,023616305 \quad (4.178)$$

$$Y_F = 3854,6493 \text{ m} \quad (4.179)$$

3. A caderneta de campo deverá ser construída em sala de aula, bem como
4. A construção da tabela de tolerâncias.

Exemplo 4.5. A partir da Figura 4.10,

1. Calcular os azimutes dos alinhamentos da poligonal abaixo da sequência;
2. Calcule as coordenadas de cada um dos pontos da poligonal;
3. Construir uma caderneta de campo para o levantamento;
4. Construir uma tabela de tolerâncias angulares considerando-se a (4.20) supondo-se precisões angulares de 1, 2 e 5" e imaginando-se que tratam-se de poligonais do tipo IP, IIP, IIIP, IVP e VP.

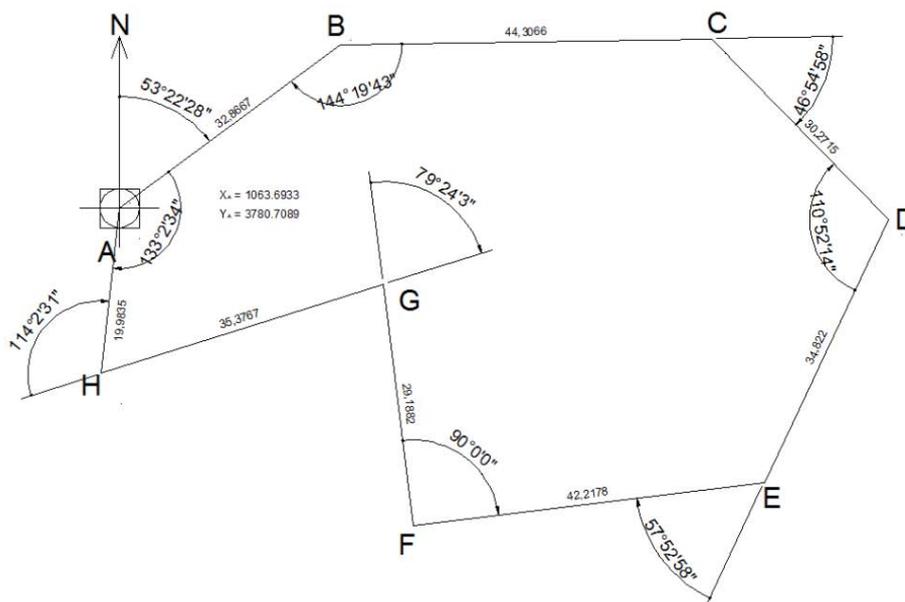
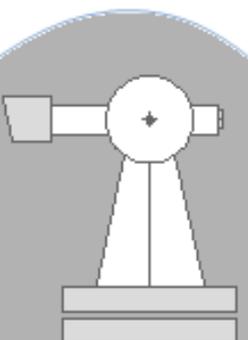


Figura 4.10: Exemplo 4.5

Solução:



1. Cálculo das Azimutes dos alinhamentos

$$Az_{A \rightarrow B} = 53^\circ 22' 28'' \quad (4.180)$$

$$Az_{B \rightarrow C} = Az_{B \rightarrow A} + \alpha_B \quad (4.181)$$

$$\rightarrow Az_{B \rightarrow A} = Az_{A \rightarrow B} \pm 180^\circ \quad (4.182)$$

$$\rightarrow Az_{B \rightarrow A} = 53^\circ 22' 28'' + 180^\circ \quad (4.183)$$

$$\rightarrow Az_{B \rightarrow A} = 233^\circ 22' 28'' \quad (4.184)$$

$$Az_{B \rightarrow C} = 233^\circ 22' 28'' + 215^\circ 40' 17'' \quad (4.185)$$

$$Az_{B \rightarrow C} = 89^\circ 2' 45'' \quad (4.186)$$

$$Az_{C \rightarrow D} = Az_{C \rightarrow B} + \alpha_C \quad (4.187)$$

$$\rightarrow Az_{C \rightarrow B} = Az_{B \rightarrow C} \pm 180^\circ \quad (4.188)$$

$$\rightarrow Az_{C \rightarrow B} = 89^\circ 2' 45'' + 180^\circ \quad (4.189)$$

$$\rightarrow Az_{C \rightarrow B} = 269^\circ 2' 45'' \quad (4.190)$$

$$Az_{C \rightarrow D} = 269^\circ 2' 45'' + 226^\circ 54' 58'' \quad (4.191)$$

$$Az_{C \rightarrow D} = 135^\circ 57' 43'' \quad (4.192)$$

$$Az_{D \rightarrow E} = Az_{D \rightarrow C} + \alpha_D \quad (4.193)$$

$$\rightarrow Az_{D \rightarrow C} = Az_{C \rightarrow D} \pm 180^\circ \quad (4.194)$$

$$\rightarrow Az_{D \rightarrow C} = 135^\circ 57' 43'' + 180^\circ \quad (4.195)$$

$$\rightarrow Az_{D \rightarrow C} = 315^\circ 57' 43'' \quad (4.196)$$

$$Az_{D \rightarrow E} = 315^\circ 57' 43'' + 249^\circ 7' 46'' \quad (4.197)$$

$$Az_{D \rightarrow E} = 205^\circ 5' 29'' \quad (4.198)$$

$$Az_{E \rightarrow F} = Az_{E \rightarrow D} + \alpha_E \quad (4.199)$$

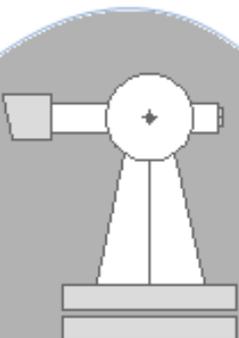
$$\rightarrow Az_{E \rightarrow D} = Az_{D \rightarrow E} \pm 180^\circ \quad (4.200)$$

$$\rightarrow Az_{E \rightarrow D} = 205^\circ 5' 29'' - 180^\circ \quad (4.201)$$

$$\rightarrow Az_{E \rightarrow D} = 25^\circ 5' 29'' \quad (4.202)$$

$$Az_{E \rightarrow F} = 25^\circ 5' 29'' + 237^\circ 52' 58'' \quad (4.203)$$

$$Az_{E \rightarrow F} = 262^\circ 58' 27'' \quad (4.204)$$



$$Az_{F \rightarrow G} = Az_{F \rightarrow E} + \alpha_F \quad (4.205)$$

$$\rightarrow Az_{F \rightarrow E} = Az_{E \rightarrow F} \pm 180^\circ \quad (4.206)$$

$$\rightarrow Az_{F \rightarrow E} = 262^\circ 58' 27'' - 180^\circ \quad (4.207)$$

$$\rightarrow Az_{F \rightarrow E} = 82^\circ 58' 27'' \quad (4.208)$$

$$Az_{F \rightarrow G} = 82^\circ 58' 27'' + 270^\circ \quad (4.209)$$

$$Az_{F \rightarrow G} = 352^\circ 58' 27'' \quad (4.210)$$

$$Az_{G \rightarrow H} = Az_{G \rightarrow F} + \alpha_G \quad (4.211)$$

$$\rightarrow Az_{G \rightarrow F} = Az_{F \rightarrow G} \pm 180^\circ \quad (4.212)$$

$$\rightarrow Az_{G \rightarrow F} = 352^\circ 58' 27'' - 180^\circ \quad (4.213)$$

$$\rightarrow Az_{G \rightarrow F} = 172^\circ 58' 27'' \quad (4.214)$$

$$Az_{G \rightarrow H} = 172^\circ 58' 27'' + 79^\circ 24' 3'' \quad (4.215)$$

$$Az_{G \rightarrow H} = 252^\circ 22' 30'' \quad (4.216)$$

$$Az_{H \rightarrow A} = Az_{H \rightarrow G} + \alpha_H \quad (4.217)$$

$$\rightarrow Az_{H \rightarrow G} = Az_{G \rightarrow H} \pm 180^\circ \quad (4.218)$$

$$\rightarrow Az_{H \rightarrow G} = 252^\circ 22' 30'' - 180^\circ \quad (4.219)$$

$$\rightarrow Az_{H \rightarrow G} = 72^\circ 22' 30'' \quad (4.220)$$

$$Az_{H \rightarrow A} = 72^\circ 22' 30'' + 294^\circ 2' 31'' \quad (4.221)$$

$$Az_{H \rightarrow A} = 6^\circ 25' 1'' \quad (4.222)$$

2. Cálculo das coordenadas de cada um dos pontos

$$X_B = X_A + \Delta X_{A \rightarrow B} \quad (4.223)$$

$$\Delta X_{A \rightarrow B} = d_{A \rightarrow B} \cdot \sin Az_{A \rightarrow B} \quad (4.224)$$

$$\Delta X_{A \rightarrow B} = 32,8667 \cdot \sin 53^\circ 22' 28'' \quad (4.225)$$

$$\Delta X_{A \rightarrow B} = 26,37721814 \text{ m} \quad (4.226)$$

$$X_B = 1063,6933 + 26,37721814 \quad (4.227)$$

$$X_B = 1090,070518 \text{ m} \quad (4.228)$$

$$Y_B = Y_A + \Delta Y_{A \rightarrow B} \quad (4.229)$$

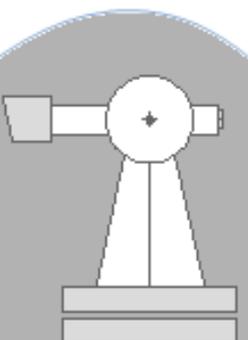
$$\Delta Y_{A \rightarrow B} = d_{A \rightarrow B} \cdot \cos Az_{A \rightarrow B} \quad (4.230)$$

$$\Delta Y_{A \rightarrow B} = 32,8667 \cdot \cos 53^\circ 22' 28'' \quad (4.231)$$

$$\Delta Y_{A \rightarrow B} = 19,60771104 \text{ m} \quad (4.232)$$

$$Y_B = 3780,7089 + 19,60771104 \quad (4.233)$$

$$Y_B = 3800,316611 \text{ m} \quad (4.234)$$



$$X_C = X_B + \Delta X_{B \rightarrow C} \quad (4.235)$$

$$\Delta X_{B \rightarrow C} = d_{B \rightarrow C} \cdot \sin Az_{B \rightarrow C} \quad (4.236)$$

$$\Delta X_{B \rightarrow C} = 44,3066 \cdot \sin 89^\circ 2' 45'' \quad (4.237)$$

$$\Delta X_{B \rightarrow C} = 44,30045628 \text{ m} \quad (4.238)$$

$$X_C = 1090,070518 + 44,30045628 \quad (4.239)$$

$$X_C = 1134,370974 \text{ m} \quad (4.240)$$

$$Y_C = Y_B + \Delta Y_{B \rightarrow C} \quad (4.241)$$

$$\Delta Y_{B \rightarrow C} = d_{B \rightarrow C} \cdot \cos Az_{B \rightarrow C} \quad (4.242)$$

$$\Delta Y_{B \rightarrow C} = 44,3066 \cdot \cos 89^\circ 2' 45'' \quad (4.243)$$

$$\Delta Y_{B \rightarrow C} = 0,737819209 \text{ m} \quad (4.244)$$

$$Y_C = 3800,316611 + 0,737819209 \quad (4.245)$$

$$Y_C = 3801,05443 \text{ m} \quad (4.246)$$

$$X_D = X_C + \Delta X_{C \rightarrow D} \quad (4.247)$$

$$\Delta X_{C \rightarrow D} = d_{C \rightarrow D} \cdot \sin Az_{C \rightarrow D} \quad (4.248)$$

$$\Delta X_{C \rightarrow D} = 30,2715 \cdot \sin 135^\circ 57' 43'' \quad (4.249)$$

$$\Delta X_{C \rightarrow D} = 21,04280939 \text{ m} \quad (4.250)$$

$$X_D = 1134,370974 + 21,04280939 \quad (4.251)$$

$$X_D = 1155,413783 \text{ m} \quad (4.252)$$

$$(4.253)$$

$$Y_D = Y_C + \Delta Y_{C \rightarrow D} \quad (4.254)$$

$$\Delta Y_{C \rightarrow D} = d_{C \rightarrow D} \cdot \cos Az_{C \rightarrow D} \quad (4.255)$$

$$\Delta Y_{C \rightarrow D} = 30,2715 \cdot \cos 135^\circ 57' 43'' \quad (4.256)$$

$$\Delta Y_{C \rightarrow D} = -21,76152304 \text{ m} \quad (4.257)$$

$$Y_D = 3801,05443 + (-21,76152304) \quad (4.258)$$

$$Y_D = 3779,292907 \text{ m} \quad (4.259)$$

$$X_E = X_D + \Delta X_{D \rightarrow E} \quad (4.260)$$

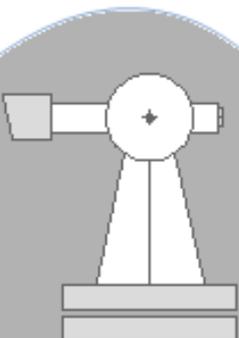
$$\Delta X_{D \rightarrow E} = d_{D \rightarrow E} \cdot \sin Az_{D \rightarrow E} \quad (4.261)$$

$$\Delta X_{D \rightarrow E} = 34,822 \cdot \sin 205^\circ 5' 29'' \quad (4.262)$$

$$\Delta X_{D \rightarrow E} = -14,76673286 \text{ m} \quad (4.263)$$

$$X_E = 1155,413783 + (-14,76673286) \quad (4.264)$$

$$X_E = 1140,64705 \text{ m} \quad (4.265)$$



$$Y_E = Y_D + \Delta Y_{D \rightarrow E} \quad (4.266)$$

$$\Delta Y_{D \rightarrow E} = d_{D \rightarrow E} \cdot \cos Az_{D \rightarrow E} \quad (4.267)$$

$$\Delta Y_{D \rightarrow E} = 34,822 \cdot \cos 205^\circ 5' 29'' \quad (4.268)$$

$$\Delta Y_{D \rightarrow E} = -31,5359364 \text{ m} \quad (4.269)$$

$$Y_E = 3779,292907 + (-31,5359364) \quad (4.270)$$

$$Y_E = 3747,756971 \text{ m} \quad (4.271)$$

$$X_F = X_E + \Delta X_{E \rightarrow F} \quad (4.272)$$

$$\Delta X_{E \rightarrow F} = d_{E \rightarrow F} \cdot \sin Az_{E \rightarrow F} \quad (4.273)$$

$$\Delta X_{E \rightarrow F} = 42,2178 \cdot \sin 262^\circ 58' 27'' \quad (4.274)$$

$$\Delta X_{E \rightarrow F} = -41,90079088 \text{ m} \quad (4.275)$$

$$X_F = 1140,64705 + (-41,90079088) \quad (4.276)$$

$$X_F = 1098,746259 \text{ m} \quad (4.277)$$

$$Y_F = Y_E + \Delta Y_{E \rightarrow F} \quad (4.278)$$

$$\Delta Y_{E \rightarrow F} = d_{E \rightarrow F} \cdot \cos Az_{E \rightarrow F} \quad (4.279)$$

$$\Delta Y_{E \rightarrow F} = 42,2178 \cdot \cos 262^\circ 58' 27'' \quad (4.280)$$

$$\Delta Y_{E \rightarrow F} = -5,163948182 \text{ m} \quad (4.281)$$

$$Y_F = 3747,756971 + (-5,163948182) \quad (4.282)$$

$$Y_F = 3742,593023 \text{ m} \quad (4.283)$$

$$X_G = X_F + \Delta X_{F \rightarrow G} \quad (4.284)$$

$$\Delta X_{F \rightarrow G} = d_{F \rightarrow G} \cdot \sin Az_{F \rightarrow G} \quad (4.285)$$

$$\Delta X_{F \rightarrow G} = 29,1882 \cdot \sin 352^\circ 58' 27'' \quad (4.286)$$

$$\Delta X_{F \rightarrow G} = -3,570208592 \text{ m} \quad (4.287)$$

$$X_G = 1098,746259 + (-3,570208592) \quad (4.288)$$

$$X_G = 1095,17605 \text{ m} \quad (4.289)$$

$$Y_G = Y_F + \Delta Y_{F \rightarrow G} \quad (4.290)$$

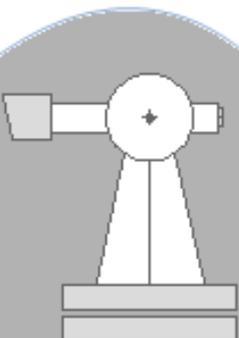
$$\Delta Y_{F \rightarrow G} = d_{F \rightarrow G} \cdot \cos Az_{F \rightarrow G} \quad (4.291)$$

$$\Delta Y_{F \rightarrow G} = 29,1882 \cdot \cos 352^\circ 58' 27'' \quad (4.292)$$

$$\Delta Y_{F \rightarrow G} = 28,9690288 \text{ m} \quad (4.293)$$

$$Y_G = 3742,593023 + 28,9690288 \quad (4.294)$$

$$Y_G = 3771,562052 \text{ m} \quad (4.295)$$



$$X_H = X_G + \Delta X_{G \rightarrow H} \quad (4.296)$$

$$\Delta X_{G \rightarrow H} = d_{G \rightarrow H} \cdot \sin Az_{G \rightarrow H} \quad (4.297)$$

$$\Delta X_{G \rightarrow H} = 35,3767 \cdot \sin 252^\circ 22' 30'' \quad (4.298)$$

$$\Delta X_{G \rightarrow H} = -33,71606971 \text{ m} \quad (4.299)$$

$$X_H = 1095,17605 + (-33,71606971) \quad (4.300)$$

$$X_H = 1061,45998 \text{ m} \quad (4.301)$$

$$Y_H = Y_G + \Delta Y_{G \rightarrow H} \quad (4.302)$$

$$\Delta Y_{G \rightarrow H} = d_{G \rightarrow H} \cdot \cos Az_{G \rightarrow H} \quad (4.303)$$

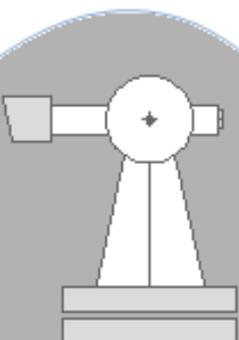
$$\Delta Y_{G \rightarrow H} = 35,3767 \cdot \cos 252^\circ 22' 30'' \quad (4.304)$$

$$\Delta Y_{G \rightarrow H} = -10,71156134 \text{ m} \quad (4.305)$$

$$Y_H = 3771,562052 + (-10,71156134) \quad (4.306)$$

$$Y_H = 3760,850491 \text{ m} \quad (4.307)$$

3. A caderneta de campo deverá ser construída em sala de aula, bem como
 4. A construção da tabela de tolerâncias.
-



Capítulo 5

AULA 04

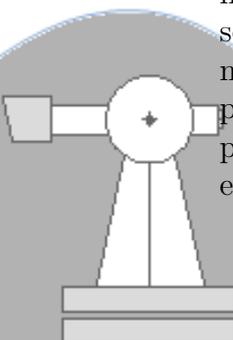
Objetivos: Introduzir o instrumental utilizado nos levantamentos topográficos.

5.1 Generalidades:

Os levantamentos topográficos concentram-se principalmente em observações de ângulos e distâncias. Atualmente tais observações são realizadas principalmente por teodolitos associados com distanciômetros. Ocorre que tais observações tomam como referência pontos que são materializados por piquetes, balizas ou marcos em concreto armado, o que caracteriza tais objetos e/ou construções como também sendo constituintes do instrumental topográfico. Não obstante, o topógrafo nem sempre se encontra munido de um teodolito e as funções pertinentes necessitam ser cumpridas com instrumental mais simples. O objetivo desta seção é apresentar, portanto, tal instrumental adotando uma classificação encontrada em [14] (pp. 35-36).

5.2 Instrumentos de Sinalização e Marcação

A topografia se vale de pontos para calcular coordenadas, distâncias (menor distância sobre uma determinada superfície entre dois pontos), planos (podem ser determinados por menos três pontos), altitudes (propriedade física vinculada a um ponto), etc. Um ponto é o lugar geométrico definido pela interseção entre duas retas que representa uma figura geométrica sem dimensões ([15]). Evidentemente, não há como materializar um ponto no campo sem que existam dimensões associadas. No entanto, busca-se sempre construir pontos da forma mais imaterial possível. Para atender esses pré-requisitos, usualmente se utilizam pregos e/ou alfinetes sobre pequenas estacas de madeira (chamadas piquetes).



O piquete é usualmente instalado de tal modo que ele fique sob a superfície. Em vista desse aspecto, nas áreas de vegetação muito densa costuma-se sinalizar o piquete. Para isso, adota-se uma estaca-testemunho - pedaço de madeira semelhante ao piquete, com comprimento superior, e pintada com cores que facilitam a sua identificação no campo. Geralmente se instalam as estacas-testemunho afastadas de 30 a 40 cm do piquete, perpendiculares ao alinhamento de vante - do próximo ponto visado. A boa prática também sinaliza o ponto na face interna da estaca-testemunho. Tal processo maximiza a capacidade de identificação dos pontos em campo, sobretudo se um grande número deles estiver envolvido.

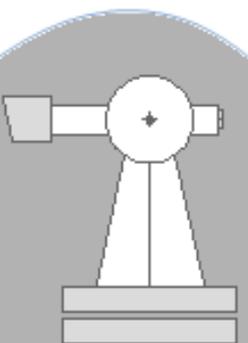
Às vezes, é importante constituir pontos que sejam menos suscetíveis às ações do tempo, mais resistentes à fadiga e aos diversos tipos de tensão. Utilizam-se então monumentos em concreto armado associados com chapas e/ou pinos de aço. Estes marcos são confeccionados segundo a finalidade específica. Por exemplo, no Brasil os marcos altimétricos, chamados de referências de nível - RNs são troncos de pirâmide de aproximadamente 40 cm de altura; os marcos planimétricos (SAT) são cilindros de aproximadamente 1,60 de altura com aproximadamente 30 cm de diâmetro. Naturalmente, cada país, instituição ou empresa tem as suas próprias necessidades e especificações para cada situação. As especificações para o Brasil são encontradas em [16]. Alguns exemplos dessas monumentações estão apresentadas nas Fig. 5.1, Fig. 5.2 e Fig. 5.3.

Na topografia é comum a utilização de balizas (barras cilíndricas confeccionadas em metal de aproximadamente 2m de altura). Estas servem principalmente para a orientação de direções e observação de distâncias quando utilizados em conjunto com as trenas. Ainda, quando se observam distâncias maiores que o comprimento de uma determinada trena, hastes em aço chamadas de fichas (é comum também encontrar o termo fixas) são utilizadas para marcar as posições inicial e final de uma trena. Estas hastes são utilizadas normalmente em um conjunto de onze unidades e auxiliam na contagem do número de trenadas necessário para cobrir uma dada distância.

A marcação e sinalização de pontos será realizada em prática específica de observação de distâncias, em conjunto com a apresentação e utilização das balizas.

Pode-se marcar um ponto, portanto, utilizando os seguintes artifícios:

- com um piquete associado a uma marcação na face superior (prego, alfinete ou tinta),
- com um monumento (pilar ou construção em concreto, concreto armado ou aço, por exemplo),
- com uma baliza,



- com uma ficha, ou ainda,
- qualquer elemento que seja suficiente para materializar a posição de um ponto no terreno (e.g. centros de parafusos, cantos nas interseções de meio-fio nas calçadas, elementos notáveis em tampas de bueiro, etc.).

O ponto pode ser sinalizado

- com uma estaca testemunha,
- com uma baliza,
- por ele mesmo, como nos pontos SAT.

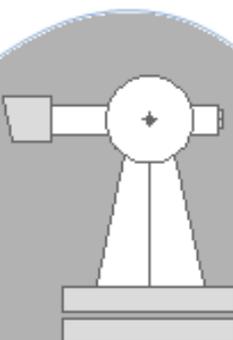
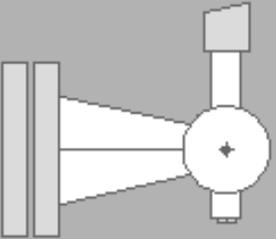




Figura 5.1: (1) Vista geral da RN 2 8935 utilizada para monitoramento do nível do rio Uruguai no porto de Itaqui/RS; (2) Vista detalhada da RN 2 8935; (3) Chapa de Aço (Referência de Nível-RN) instalada sobre monumento em concreto armado em praça na cidade de Itaqui/RS; (4) Vista Geral de uma RN instalada em uma escola na cidade de Itaqui/RS; (5) Vista detalhada da RN anterior.



DER-UFPEL

GEOMÁTICA

CONCEPÇÕES METODOLÓGICAS DO

ENSINO DA TOPOGRAFIA



Figura 5.2: Vista geral de diferentes referências de nível: (1) Em um clube no município de Itaqui/RS; (2) Em uma unidade do exército em São Borja/RS; (3) Ao longo de uma rodovia municipal em Itaqui/RS.

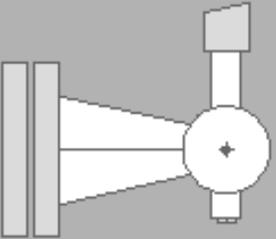
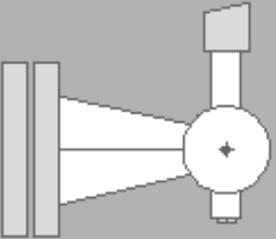




Figura 5.3: (1) Vista geral de um marco altimétrico do Instituto Geográfico Nacional (Argentina); (2) Vista em detalhe; (3) Vista Geral de um Ponto SAT do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística; (4) Detalhe.

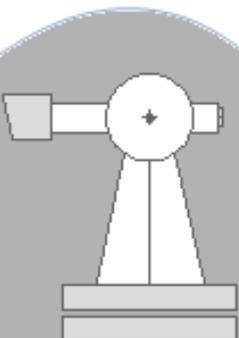


Deve ser manifestado que todas as observações devem ser reduzidas ao plano horizontal local (plano topográfico). Se, por exemplo, na determinação de alguma distância uma trena estiver inclinada, a menos que tenha como se observar a magnitude de tal inclinação, cuidados devem ser tomados no sentido de manter a trena perfeitamente horizontalizada. Para os casos menos exigentes, uma análise visual é suficiente para garantir a adequabilidade do processo. Também, quando as distâncias a serem vencidas são muito grandes, é ideal o emprego de fichas (fixas). A sua utilização é aprendida em aula prática dedicada à observação de distâncias.

5.3 Instrumentos de Medição de Distâncias

Abaixo apresenta-se os alguns instrumentos utilizados na determinação de distâncias (modificado a partir de [17], p. 6)

- Correntes de Agrimensor (*Chains*): Este instrumento era chamado Corrente de Gunter e tinha um comprimento original de 66 ft (sessenta e seis pés). É constituído por elos de 7,92 in (sete vírgula noventa e duas polegadas). Trata-se de um instrumento obsoleto.
- Fitas de Aço (*Steel Tapes*): Mais acuradas que as correntes de agrimensor, era possível encontrar fitas de aço de até 200 ft. Uma vez que era possível enrolar a fita sobre um eixo, tinham manuseio mais fácil que os instrumentos anteriores; Este instrumento posteriormente passou a ser fabricado em diferentes materiais (aço, tecido, e modernamente fibra de vidro). São muito utilizadas por serem de econômica aquisição e manuseio;
- Estadia (*Stadia*): Trata-se de uma barra com comprimento bem determinado. Com um goniômetro (instrumento que permite a observação angular) determina-se o ângulo formado a partir da visada até cada um de seus extremos e então a distância desde o ponto onde está o instrumento até a barra é determinada indiretamente. A metodologia também é considerada obsoleta.
- Pedômetro (*Pedometer*): Por meio de um sistema pendular (modernamente, um sistema inercial) o número de passos, ao caminhar um itinerário, é contado. Avaliando-se o tamanho médio de um passo, pode-se estimar a distância. Antigamente, este instrumento era um acessório à parte. Hoje, é comumente encontrado em relógios de pulso e telefones móveis.
- Odômetro (*Odometer*): Instrumento anexado à uma roda de diâmetro conhecido. Contando-se o número de revoluções, determina-se a distância



percorrida. Muito adotado na cobrança de serviços em que a distância sob a superfície terrestre é relevante (e.g. sinalização rodoviária).

Fica a cargo do leitor procurar pelas imagens correspondentes a cada um dos instrumentos acima.

Nos dias de hoje, destacam-se os distanciômetros e as trenas como instrumentos relevantes para observação de distâncias. As trenas são fitas graduadas construídas para que as distâncias sejam obtidas por comparação - compara-se o espaço a medir-se com o espaço ocupado pela trena. Os distanciômetros são instrumentos eletrônicos que emitem feixes de microondas até um refletor (ou superfície refletora) que retorna à unidade e então a distância é obtida por diferença de fase. Os princípios básicos tanto de construção das trenas como dos distanciômetros não serão abordados aqui, embora as fontes de erros intrínsecas sejam objetos da Topografia. As fontes de cada tipo de observação serão abordadas nas aulas práticas.

5.4 Instrumentos de Medição de Ângulos

Considere a citação de [3]:

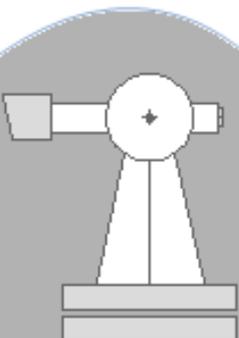
Os instrumentos topográficos e geodésicos empregados na medida de ângulos têm a denominação genérica de goniômetros; quando somente medem ângulos horizontais são chamados de azimutais, e somente os ângulos verticais de eclímetros.

Para a medida simultânea de ângulos horizontais e verticais temos os goniômetros, também chamados de teodolitos (a etimologia do termo é duvidosa, pois alguns autores dizem ser de origem grega: de *thealstais*, *ver de*, *dolichos*, *longe*; outros do artigo inglês *the* com a palavra *alhidade*). No ano de 1571 é que se encontra menção, pela primeira vez, na obra *Geometrical practice - Pantometria*, de Leonard Digges, o termo *Theodelitus*.

Fazem parte ainda dos goniômetros os esquadros graduados, as bússolas ou goniômetros magnéticos, os sextantes ou goniômetros de reflexão e ainda os goniógrafos, que embora sem círculos graduados dão as direções pelas quais graficamente são avaliados os ângulos.

O Teodolito originalmente constitui instrumento universal, pois é empregado na medida dos ângulos das operações topográficas, geodésicas, ligadas, também às operações de base ou astronômicas.

Em seus princípios gerais, o teodolito geodésico não difere do topográfico senão pela maior precisão de seus elementos, como a aproximação dos verniers ou dos microscópios micrométricos, a grandeza dos círculos, a sensibilidade dos níveis, a potência das lunetas, etc.



A estrutura e a forma diferem com a casa construtora, bem como variam os processos de leitura e de manuseio, mas os conceitos geométricos fundamentais são os mesmos.

Os teodolitos, na sua generalidade, são concêntricos, isto é, têm a luneta passando pelo centro do instrumento, e raros são os teodolitos excêntricos, de fabricação antiga ou especial.

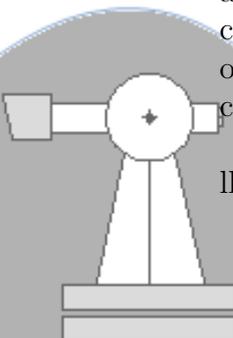
Na Figura 5.4 apresentam-se dois teodolitos eletrônicos. Um deles, porque possui um distanciômetro eletrônico acoplado internamente, é comumente chamado de *estação total*, nome que é bem aceito comercialmente.



Figura 5.4: Principais elementos de operação nos teodolitos.

Nesta redação optou-se por chamar de círculo aqueles constituintes que nos instrumentos mais antigos eram um conjunto formado pelo limbo, pela alidade, e alguns outros instrumentos. Entende-se que, por possuir concepção construtiva diferente, os instrumentos mais modernos não apresentam os mesmos elementos que os similares antigos e, portanto, não seria adequado conservar a nomenclatura mais antiga.

De importância fundamental eram os limbos, círculos graduados semelhantes a transferidores que permitiam obter os ângulos verticais e horizon-



01	Nível Esférico
02	Micromovimento do círculo horizontal / P. de chamada do c. horizontal
03	Micromovimento do círculo vertical / P. de chamada do c. vertical
04	Paraf. de trava do movimento do círculo horizontal
05	Paraf. de trava do movimento do círculo vertical
06	Alça de mira
07	Paraf. do foco da imagem
08	Paraf. do foco dos fios estadimétricos
09	Ocular
10	Nível tubular
11	Foco do prumo óptico
12	Paraf. que trava a base nivelante ao teodolito
13	Botão que solta a bateria de alimentação
14	Ocular do prumo óptico.

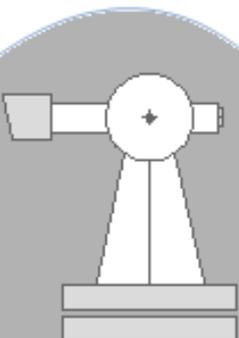
Tabela 5.1: Principais elementos de operação nos teodolitos.

tais (veja a seções anteriores). Assumindo-se que os limbos são os círculos (vertical e horizontal), diz-se que os Teodolitos tem três eixos principais: a) o primeiro, coincidente com a direção da vertical local, perpendicular ao limbo horizontal e deve passar exatamente pelo centro do limbo horizontal; b) o eixo secundário é o eixo em torno do qual gira a luneta. Ele passa exatamente pelo centro do círculo vertical e, c) o eixo terciário que é o eixo ao longo da luneta.

Para verificar mais detalhes sobre os instrumentos mais antigos e o seu modo de operação, vide, por exemplo [2], [3] ou [6].

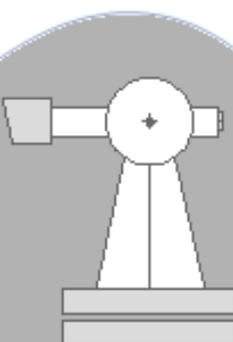
Convém sistematizar os *aparelhos topográficos* como constituídos por diferentes *órgãos*. Em uma divisão com finalidade exclusivamente didática, os órgãos constituintes dos aparelhos seriam os seguintes:

- Órgãos de Sustentação: todos os elementos que constituem a infraestrutura do teodolito/nível. São exemplos os tripés (móveis) e os pilares de centragem forçada (fixos). Os últimos são recorrentes quando é requerida maior responsabilidade técnica ou exigência da rigidez para o ponto de instalação.
- Órgãos de União: parafuso que permite a fixação da base ao tripé;
- Órgãos de Centragem: Prumo, prumo *laser*, tripé e bases nivelantes. São instrumentos que auxiliam na instalação do teodolito/nível sobre o ponto desejado;
- Órgãos de Calagem: nível esférico, nível tubular e tripé; São os instru-



mentos que auxiliam na materialização de um plano horizontal perpendicular ao vetor gravidade local que se encontra sobre o ponto de instalação desejado.

- Órgãos de Rotação: Parafusos de trava e micro-movimento dos círculos horizontal e vertical. São os elementos que interferem na movimentação dos círculos (limbos) vertical e horizontal.
- Órgãos de Colimação: Os mesmos órgãos de rotação, mais os parafusos de ajuste do foco da imagem e do foco dos fios estadimétricos na luneta.
- Órgãos de Leitura: São os componentes que permitem a leitura das direções (ângulos) nos limbos horizontal e vertical. Em sua maioria, hoje, são visores digitais.





Capítulo 6

AULA 05

Objetivos: Praticar a observação direta de distâncias e o levantamento topográfico expedito.

6.1 Introdução teórica

6.1.1 Observação direta de distâncias

Nesta aula serão praticados os fundamentos relacionados à obtenção de distâncias com trena. Se adequadamente executadas, estas técnicas permitem a obtenção de qualquer informação planimétrica. Deve ser compreendido que as observações com trena são facilmente realizáveis devido a) ao fácil acesso e baixo custo na aquisição de trenas e b) ao fato de que qualquer elemento com dimensão predominantemente linear pode ser adotado como baliza (e.g. cabos de vassoura). Vislumbre-se também que existem situações nas quais é indispensável o uso da trena, ainda que o operador esteja munido de teodolito e distanciômetro. A caderneta adotada nesta aula é aquela apresentada na Figura 6.3.

6.1.2 Cálculo de informações planimétricas

A partir do conhecimento da distância entre pontos de um polígono, os grupos verificarão a possibilidade de calcular ângulos e outras distâncias de modo indireto. Para isso, usarão a Lei dos Senos.

Dado um triângulo de vértices A, B e C, lados d_A , d_B e d_C , e área S (Fig. 6.1), a Lei dos Senos fornece a ou área (esta aplicação da Lei dos Senos é conhecida como Lei das Áreas), ou algum, ângulo ou algum lado. Para as últimas duas hipóteses, alguns requisitos devem ser atendidos.

A lei dos senos é conhecida tradicionalmente como



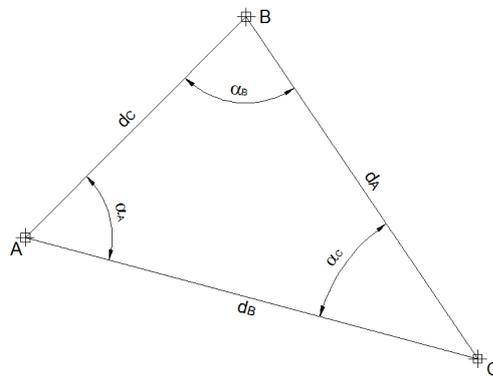


Figura 6.1: Forma geral do triângulo

$$\frac{d_A}{\sin A} = \frac{d_B}{\sin B} = \frac{d_C}{\sin C} \quad (6.1)$$

$$(6.2)$$

E a sua aplicação mais elementar, a Lei das Áreas é dada por:

$$S = \frac{a \cdot b \cdot \sin \alpha}{2} \quad (6.3)$$

em que α é o ângulo entre os lados a e b . No caso da Figura 6.1, a (6.3) pode ter diferentes variações:

$$S = \frac{d_A \cdot d_B \cdot \sin \alpha_C}{2} \quad (6.4)$$

$$S = \frac{d_A \cdot d_C \cdot \sin \alpha_B}{2} \quad (6.5)$$

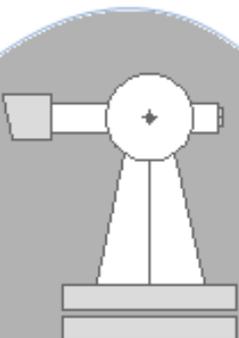
$$S = \frac{d_B \cdot d_C \cdot \sin \alpha_A}{2} \quad (6.6)$$

A lei dos cossenos, idem:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha \quad (6.7)$$

ou, levando-se em conta a Figura 6.1, por exemplo,

$$d_A^2 = d_B^2 + d_C^2 - 2 \cdot d_B \cdot d_C \cdot \cos \alpha_A \quad (6.8)$$



É razoável também propor nesta seção uma opção para o cálculo da área de um triângulo conhecendo-se exclusivamente as dimensões dos seus lados. Tomando-se por referência mais uma vez a Figura 6.1, têm-se o semiperímetro p

$$p = \frac{d_A + d_B + d_C}{2} \quad (6.9)$$

e a área S do triângulo dada por

$$S = \sqrt{p \cdot (p - d_A) \cdot (p - d_B) \cdot (p - d_C)} \quad (6.10)$$

As (6.9) e (6.10) são conhecidas como Fórmulas de Heron.

Exemplo 6.1. Considerando-se o Croquis da Figura 6.2

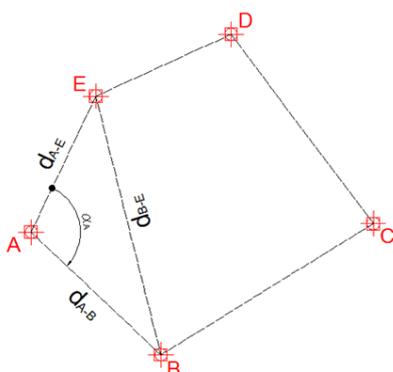


Figura 6.2: Exemplo 6.1.

Dados $d_{A-E}=15$ m, $d_{A-B}=13$ m e $d_{B-E}=21$ m, obtenha o ângulo α_A .

Solução

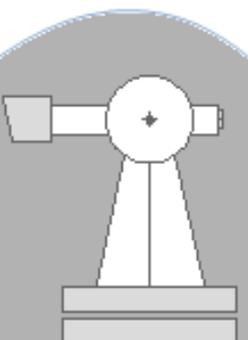
Aplicando-se a Lei dos Cossenos, têm-se

$$21^2 = 15^2 + 13^2 - 2 \cdot 15 \cdot 13 \cdot \cos \alpha_A \quad (6.11)$$

$$441 = 225 + 169 - 390 \cdot \cos \alpha_A \quad (6.12)$$

$$\frac{441 - 225 - 169}{390} = \cos \alpha_A \quad (6.13)$$

$$\alpha_A = 96^\circ 55' 18,119'' \quad (6.14)$$



Exemplo 6.2. Na Fig. 6.2, o triângulo formado pelos vértices A, B' e E , e dados a) $d_{B-E}=21$ m, b) $\alpha_A = 96^\circ 55' 18, 119''$, e c) a distância $d_{A-B} = 13$ m, obter o ângulo interno no vértice E .

Solução: Aplicando-se a Lei dos Senos, têm-se

$$\frac{21}{\sin 83^\circ 04' 41, 880''} = \frac{13}{\sin \alpha_E} \quad (6.15)$$

$$\sin \alpha_E = \frac{13 \cdot \sin 96^\circ 55' 18, 119''}{21} \quad (6.16)$$

$$\alpha_E = 37^\circ 55' 05, 52956'' \quad (6.17)$$

Exemplo 6.3. Sabendo-se dos ângulos α_A, α_E e das distâncias d_{A-B} e d_{B-E} dos exemplos anteriores, calcular d_{A-E} .

Solução: Aplicando-se a Lei dos Senos, têm-se

$$\frac{21}{\sin 83^\circ 04' 41, 880''} = \frac{d_{A-E}}{\sin \alpha_B} \quad (6.18)$$

$$\rightarrow \alpha_B = 180^\circ - 37^\circ 55' 05, 53'' - 96^\circ 55' 18, 119'' \quad (6.19)$$

$$\rightarrow \alpha_B = 45^\circ 09' 36, 351'' \quad (6.20)$$

que, aplicando-se na 6.11, resulta em $d_{A-E}=15$ m.

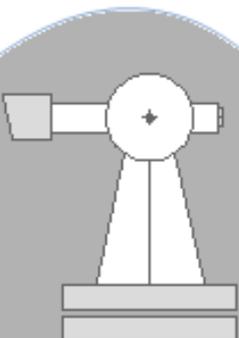
6.2 Práticas de Campo

6.2.1 Observação direta de distâncias

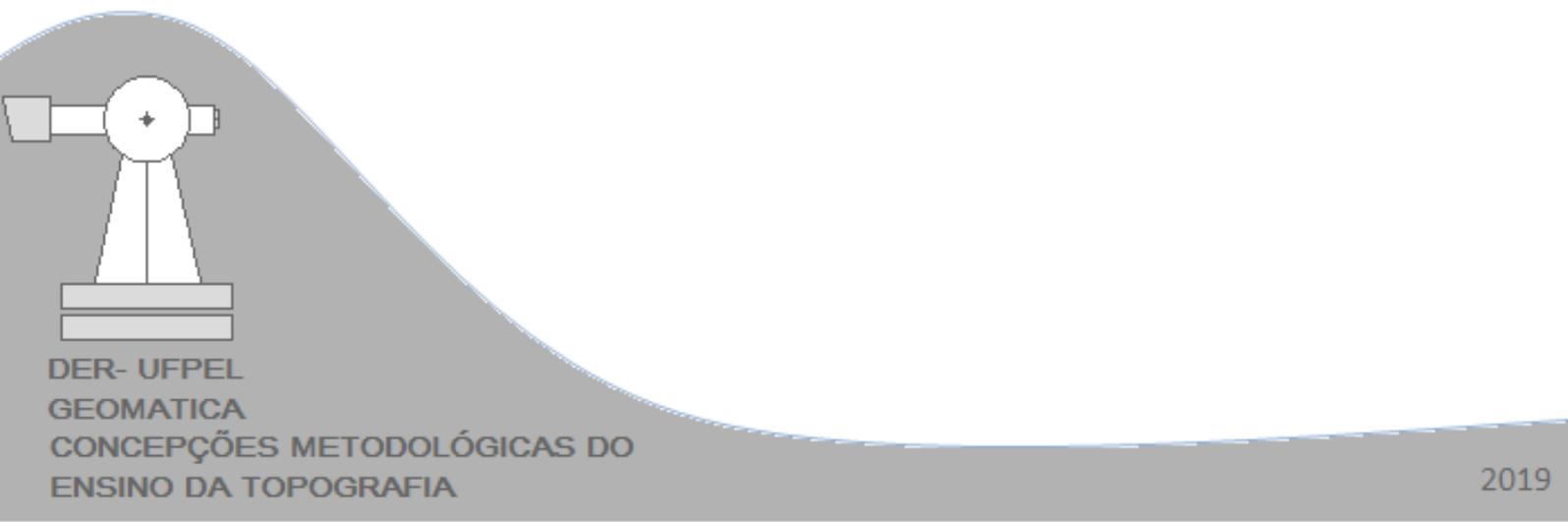
Os grupos marcarão dois pontos no campo e observarão a distância entre eles, repetindo o processo de observação no mínimo três vezes ou até que o erro seja menor do que um milésimo da distância estimada. Adotar a caderneta apresentada na Fig. 6.3.

6.2.2 Prática de Campo 2 - Cálculo de Informações Planimétricas

Tendo o conhecimento da idéia da observação de distâncias, o aluno implantará cinco pontos no campo e calculará os ângulos entre os alinhamentos.



Para esses cálculos, necessariamente o aluno terá que subdividir a figura em triângulos. Adotar, neste caso, a caderneta apresentada na Fig. 6.4.





Capítulo 7

AULA 06

Objetivos: compreender e manusear instrumentos topográficos; familiarizar-se com observações associadas ao levantamento topográfico.

7.1 Introdução Teórica

7.1.1 Instalação do Teodolito

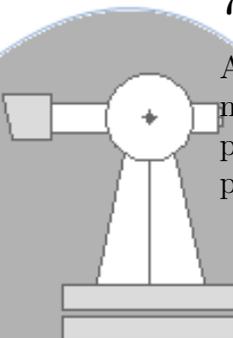
Esta aula tem como objetivo principal conhecer o teodolito/estação total como instrumento de observação topográfica e aprender a instalá-lo sobre um ponto no campo. Para a instalação é primordial conhecer os elementos que interferem na centralização/calagem do aparelho topográfico.

- Centralizar significa definir sobre qual ponto o equipamento será instalado;
- Calar (ou horizontalizar) significa tornar a vertical do aparelho e do ponto paralelas entre si.

Cabe ao aluno buscar as diferenças existentes entre os equipamentos modernos e os obsoletos, assim como certos aspectos peculiares dos equipamentos mais antigos. Fica a cargo do leitor, por exemplo, identificar as diferenças entre teodolitos repetidores e teodolitos reiteradores.

7.1.2 Colimação e leitura

Após praticar a instalação do equipamento, busca-se apresentar uma primeira idéia de operação dos aparelhos topográficos. Como atividade inicial, propõe-se visar alguns pontos trabalhando-se principalmente a utilização dos parafusos de foco e de microajuste dos movimentos.



7.2 Práticas de Campo

7.2.1 Instalação do Teodolito

O aluno deverá materializar um ponto no campo. Após, de posse do tripé e do aparelho, seguir o roteiro apresentado na Fig. 7.1

7.2.2 Colimação e leitura

Na prática de colimação, várias visadas serão repetidas em posição direta (PD) e posição inversa (PI). O modo de operação destas visadas será apresentado no campo. Com este objetivo em foco, espera-se que o aluno, com a repetição contínua da atividade, trabalhe os aspectos da colimação. Além disso, esta aula visa também ao cálculo da média (μ) e da variância (σ^2) de um conjunto de observações. Para isso, seguir o seguinte roteiro:

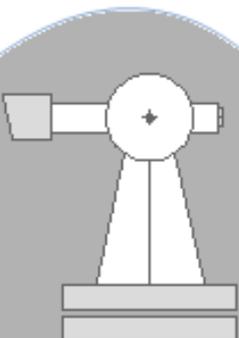
- Colimar num alvo - Certificar-se que tanto a imagem quanto os fios stadimétricos estão adequadamente visíveis;
- Zerar o limbo na direção do alvo - Esta operação depende do equipamento escolhido: ou apertar um botão que zera a contagem, ou girar um parafuso reiterador, etc. Se a direção do alvo coincidir com a direção do Norte, o ângulo horizontal observado será o próprio Azimute;
- Escolher outro alvo para observar o ângulo; efetuar a colimação;
- Observar o ângulo lido em posição direta (PD) - Esta operação também depende do equipamento escolhido;
- Observar o ângulo lido em posição inversa (PI) - Tombar a luneta 180 graus e fazer nova colimação;
- Fazer a média entre PD e PI para o ângulo horizontal médio $\bar{\alpha}$ observado e anotar separadamente na caderneta apresentada segunda a Fig.7.2;

$$\alpha = \frac{PD + PI \pm 180^\circ}{2} \quad (7.1)$$

- Fazer a média entre PD e PI para o ângulo vertical \bar{z} observado e anotar separadamente;

$$z = \frac{PD + PI - 360^\circ}{2} \quad (7.2)$$

- Adotar um intervalo de iteração - Na caderneta n=6;



- Calcular o intervalo de iteração (i):

$$i = \frac{180^\circ}{n} \quad (7.3)$$

- Colocar o limbo no primeiro intervalo de iteração - Para $n=6$, $i_1=30^\circ$;
- Efetuar as leituras dos ângulos em posição direta e inversa;
- Passar ao próximo intervalo de iteração - Para $n=6$, $i_2=60^\circ$;
- Seguir desse modo até finalizar os intervalos de iteração;
- Calcular a média aritmética (μ), a variância (σ^2) e o desvio-padrão (σ) dos ângulos encontrados, sabendo-se que a média é dada por ([18], p. 75)

$$\mu = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (7.4)$$

e a variância, bem como o desvio-padrão são calculados como (ibid p. 77)

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \dots + (x_n - \mu)^2}{n} \quad (7.5)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (7.6)$$

Naturalmente, as variáveis a serem utilizadas nas (7.4), (7.5) e (7.6) são aquelas obtidas em (7.1) e (7.2), tal que

$$\mu_\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n}{n} \quad (7.7)$$

ou para os ângulos zenitais ou com as respectivas adequações para os ângulos verticais,

$$\mu_z = \frac{z_1 + z_2 + \dots + z_n}{n} \quad (7.8)$$

assim como as respectivas variâncias e desvio padrão,

$$\sigma_\alpha^2 = \frac{(\alpha_1 - \mu_\alpha)^2 + (\alpha_2 - \mu_\alpha)^2 + \dots + (\alpha_n - \mu_\alpha)^2}{n} \quad (7.9)$$

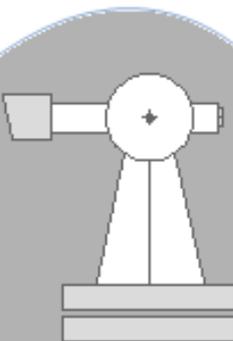
$$\sigma_\alpha = \sqrt{\sigma_\alpha^2} \quad (7.10)$$



ou para os ângulos zenitais:

$$\sigma_z^2 = \frac{(z_1 - \mu_z)^2 + (z_2 - \mu_z)^2 + \dots + (z_n - \mu_z)^2}{n} \quad (7.11)$$

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_z^2} \quad (7.12)$$



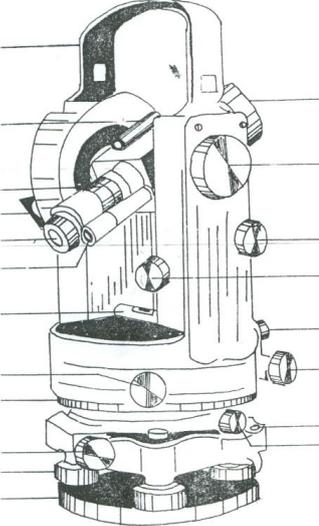
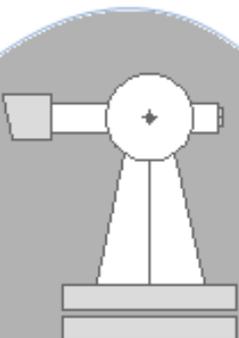
	<p style="text-align: center;">UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS FACULDADE DE AGRONOMIA ELISEU MACIEL DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA RURAL ENGENHARIA AGRÍCOLA TOPOGRAFIA I</p>	<p style="text-align: center;">AULA PRÁTICA</p>
<p>ALUNO:</p>		
<p>ATIVIDADE: a) Instalar o instrumento sobre um ponto pré-materializado;</p>		
<p>PROCEDIMENTO APROXIMAÇÃO AO PONTO (CENTR. GROSSEIRA) i) Instale o tripé aproximadamente sobre o ponto materializado; procure deixar a mesa aproximadamente horizontalizada; ii) Com cuidado, retire o teodolito da caixa e instale sobre o tripé utilizando o parafuso de fixação - não solte o equipamento até certificar-se que o equipamento e tripé estejam estáveis; iii) Fixe uma das pernas do tripé; iv) Com as outras duas pernas do tripé, e utilizando o prumo do instrumento/aparelho, aproxime-o o melhor possível do ponto materializado; v) Identifique os parafusos calantes; CENTRALIZAÇÃO FINA vi) Com os parafusos calantes, agora faça com que o instrumento esteja exatamente sobre o ponto; CALAGEM GROSSEIRA vii) Identifique a bolha esférica; viii) operando com o tripé, nivele a bolha esférica; CALAGEM FINA ix) alinhe a direção da bolha tubular com o alinhamento de dois parafusos calantes do instrumento; x) Escolha um dos dois parafusos calantes que formam a direção da alínea anterior; xi) Atuando no parafuso calante, nivele a bolha tubular; xii) Gire o instrumento noventa graus; xiii) Atuando no parafuso calante que não fez parte da operação apresentada em xi), nivele novamente a bolha tubular; xiv) Certifique-se que o instrumento está sobre o ponto e nivelado; Caso o instrumento esteja desnivelado, repita o processo do início. Caso o instrumento esteja nivelado e não esteja sobre o ponto, cuidadosamente, solte o parafuso de fixação e movimento o instrumento sobre a mesa até que ele alcance o ponto materializado; Recomece a verticalização fina. Em geral, duas iterações são suficientes para uma instalação livre de erros.</p>	<p>OBJETIVOS i) Conhecer o teodolito como instrumento de medição de ângulos horizontais e verticais; ii) Compreender como se materializa a vertical local e o plano topográfico; iii) Verificar que o plano topográfico é dependente do ponto escolhido</p>	
	<p>CARACTERÍSTICAS DA INSTRUMENTAÇÃO: Marca/Modelo: _____; N.º de Série: _____; Resolução: _____; Observações: _____;</p>	
<p>Identificar/verificar as componentes/características do instrumento/aparelho: a) Parafuso de Fixação; b) Parafusos de trava dos limbos horizontal e vertical; c) Parafusos de micro-ajuste de movimento dos limbos horizontal e vertical; d) Parafusos calantes; e) Microscópio de Leitura; ocular e objetiva; f) Parafuso de foco e de nitidez dos fios estadimétricos; g) Prumo óptico (se houver); h) Parafuso de trava da alidade/graduação; i) Níveis circular(esférico) e tubular;</p>	<p>Identificar os componentes indicados na figura:</p>  <p>Fonte da Figura: ESPARTEL, L. Curso de Topografia. Rio de Janeiro: Globo, 1960. 8ª. Ed.\</p> <p>* Onde a informação for dúbia devido às diferenças de fabricante/modelo, não indicar nada.</p>	

Figura 7.1: Prática de Campo 03 - Instalação do Teodolito.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA RURAL GEOMÁTICA TOPOGRAFIA 1 – ENGENHARIA AGRÍCOLA		AULA PRÁTICA																																																						
Objetivos: Observar ângulos verticais e horizontais. Introduzir a idéia de erro angular. Verificar a existência de problemas construtivos e/ou vinculados à falta de calibração nos aparelhos topográficos.																																																								
Procedimento de Campo: a) Materializar um ponto A no campo; c) Instalar o teodolito/estação-total sobre o ponto A; d) Escolher uma direção de referência; e) Zerar o instrumento; f) Escolher um alvo; g) Efetuar a observação do ângulo vertical e do ângulo horizontal até o alvo. h) Aplicar o intervalo de iteração; i) Observar novamente.		Minimizar as seguintes fontes de erro: a) devido a colimação inadequada; b) devido a não-centralidade/calagem do equipamento;																																																						
Croquis (Representar um esboço do local em planta baixa):		Caderneta:																																																						
		<table border="1"> <thead> <tr> <th>n</th> <th>Pos</th> <th>Ângulo Horiz.</th> <th>Ang. Vertical</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="2">1</td> <td>PD</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>PI</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td rowspan="2">2</td> <td>PD</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>PI</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td rowspan="2">3</td> <td>PD</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>PI</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td rowspan="2">4</td> <td>PD</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>PI</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td rowspan="2">5</td> <td>PD</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>PI</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td rowspan="2">6</td> <td>PD</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>PI</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td rowspan="2">n=6</td> <td>Média</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>D.P.</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		n	Pos	Ângulo Horiz.	Ang. Vertical	1	PD			PI			2	PD			PI			3	PD			PI			4	PD			PI			5	PD			PI			6	PD			PI			n=6	Média			D.P.		
		n	Pos	Ângulo Horiz.	Ang. Vertical																																																			
		1	PD																																																					
			PI																																																					
		2	PD																																																					
			PI																																																					
		3	PD																																																					
			PI																																																					
		4	PD																																																					
			PI																																																					
5	PD																																																							
	PI																																																							
6	PD																																																							
	PI																																																							
n=6	Média																																																							
	D.P.																																																							
Observações e Cálculos:		Equipamentos:																																																						
		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Item</th> <th>Unid.</th> <th>Qtde</th> <th>Equipamento</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a</td> <td>Unid</td> <td>1</td> <td>Tripé</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>Unid</td> <td>1</td> <td>Teodolito</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		Item	Unid.	Qtde	Equipamento	a	Unid	1	Tripé	b	Unid	1	Teodolito																																									
		Item	Unid.	Qtde	Equipamento																																																			
		a	Unid	1	Tripé																																																			
		b	Unid	1	Teodolito																																																			

Figura 7.2: Prática de Campo 04 - Colimação.



Capítulo 8

AULA 07

Objetivos: Determinar distâncias por meio de estadimetria;

8.1 Obtenção de distâncias por estadimetria

As lunetas tem papel fundamental no estudo da Topografia porque permitem apontar para a direção de interesse. Antigamente, também serviam à obtenção distâncias (esta operação se chamava taqueometria), quando se comparava o afastamento entre marcações sobre uma lente, representada na Figura 8.1 pelo objeto $a_1 - b_1$, com a projeção destas marcações sobre uma régua graduada - a mira.

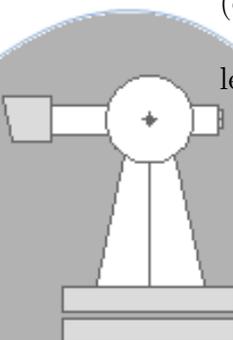
Nesta seção busca-se explicar como, em linhas gerais, era possível o procedimento de obtenção da distância descrito anteriormente.

O esquema representado na Figura 8.1 (na sequência) foi extraído de [3], onde podem ser encontrados maiores detalhes. Representa a situação de uma luneta perfeitamente horizontalizada.

Na Figura 8.1, a , b e m representam respectivamente a projeção dos fios superior, inferior e médio sobre a ocular; A , B e M representam respectivamente a projeção dos fios superior, inferior e médio sobre o objeto. F é o ponto onde a imagem se forma (foco); a_1 , o e b_1 são os fios estadimétricos. d é a distância desde a lente até a ocular; D' é a distância desde a lente até o objeto; f é a distância focal; a distância $a-b$ (h) é o afastamento entre os fios estadimétricos; S é a leitura que se faz nos fios estadimétricos sobre a mira (ou o tamanho do objeto visualizado).

Comparando-se os triângulos formados a) pela lente e a ocular e b) pela lente e o objeto, têm-se

$$\frac{ab}{AB} = \frac{d}{D'} \rightarrow \frac{h}{S} = \frac{d}{D'} \quad (8.1)$$



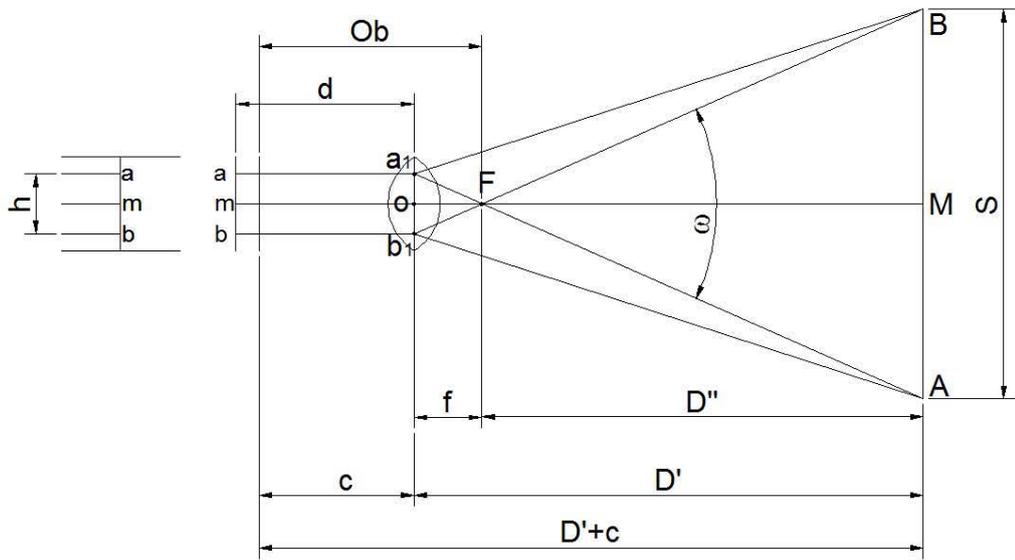


Figura 8.1: Esquema de uma luneta

FONTE: Adaptado de [3].

De onde sai que

$$D' = \frac{d}{h} \cdot S \quad (8.2)$$

$$(8.3)$$

Formando-se triângulos também c) do ponto F com a lente e d) do ponto F com a imagem, chega-se a

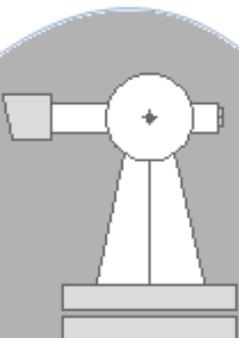
$$\frac{a_1 b_1}{AB} = \frac{OF}{FM} = \frac{h}{S} \quad (8.4)$$

Ou ainda,

$$\frac{h}{S} = \frac{f}{D''} \quad (8.5)$$

$$D'' = \frac{f \cdot S}{h} \quad (8.6)$$

Também pode-se utilizar metade do ângulo ω



$$\tan \frac{\omega}{2} = \frac{\frac{h}{2}}{f} \quad (8.7)$$

$$\frac{h}{f} = 2 \cdot \tan \frac{\omega}{2} \quad (8.8)$$

$$\frac{f}{h} = \frac{1}{2 \cdot \tan \frac{\omega}{2}} \quad (8.9)$$

A distância total é a soma das distância desde o eixo principal do equipamento (c) até a lente com a distância desde a lente até o objeto (D'). Sabendo-se que

$$D' = D'' + f \quad (8.10)$$

Tem-se

$$D = D' + c \quad (8.11)$$

$$D = D'' + f + c \quad (8.12)$$

Substituindo-se a (8.6) e depois a (8.9) na (8.11), pode-se concluir que

$$D = \frac{f \cdot S}{h} + f + c \quad (8.13)$$

$$D = \frac{S}{2 \cdot \tan \frac{\omega}{2}} + f + c \quad (8.14)$$

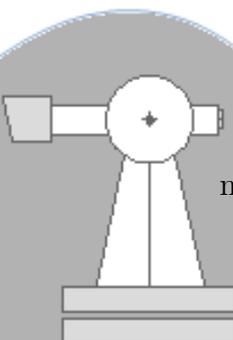
Que é aproximado por

$$D = \frac{S}{\tan \omega} + f + c \quad (8.15)$$

o ângulo ω é chamado de ângulo paralático ou diastimométrico e não varia mesmo com a variação da posição da lente. Usualmente este ângulo é projetado tal que

$$\tan \omega = 0,01 \quad (8.16)$$

E, por esta razão, é comum encontrar expressões para distâncias em lunetas como sendo



$$D = S \cdot 100 + f + c \quad (8.17)$$

a soma dos termos $f + c$ é conhecida como constante de Reichback e é projetada usualmente para ser igual a zero. Assim, a expressão mais comum para distância observada de uma luneta horizontalizada é

$$D = S \cdot 100 = (f_s - f_i) \cdot 100 \quad (8.18)$$

em que f_s e f_i são respectivamente as leituras realizadas nos fios superior e inferior de uma mira.

O número $\frac{S}{\tan \omega}$, representado geralmente por k também é conhecido como constante multiplicativa; $f + c$ é conhecido como constante aditiva.

Exemplo 8.1. *Obtenha a distância horizontal desde o ponto de instalação do equipamento até uma mira, onde foram lidos $f_s = 2123 \text{ mm}$ e $f_i = 1031 \text{ mm}$, sabendo-se que $k = 100$ e a constante multiplicativa é igual a zero.*

Solução: Aplicando a (8.18), e efetuando-se a compatibilização de unidades para que o resultado esteja em metros, têm-se

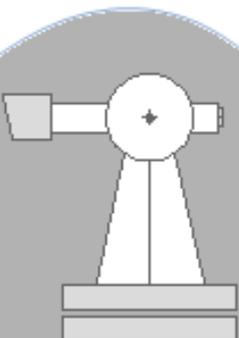
$$D = (2,123 \text{ m} - 1,031 \text{ m}) \cdot 100 \quad (8.19)$$

$$D = 1,092 \text{ m} \cdot 100 \quad (8.20)$$

$$D = 109,2 \text{ m} \quad (8.21)$$

Verifique que, apesar da resolução da mira ser da ordem do milímetro, não há como obter as distâncias por este método com o mesmo nível de precisão.

No caso da luneta inclinada, tome por referência a Figura 8.2. Do Teodolito emanam três raios (Raio 1, Raio 2 e Raio 3), associados com os fios superior (f_s), fio inferior (f_i), e fio médio (f_m). A distância entre f_s e f_i , como denominado anteriormente, é chamada de S . A sua projeção inclinada, dada pelo afastamento entre f'_s e f'_i , é chamada de S' . Particularize o triângulo f'_s - f_s - m . Se o ângulo em f'_s for considerado aproximadamente perpendicular, é possível deduzir que o ângulo em f_s é aproximadamente igual ao ângulo zenital. Nesta suposição, assume-se também que os Raios 1, 2 e 3 chegam aproximadamente paralelos na mira. Deste raciocínio, pode-se construir



$$\sin \hat{f}_s = \frac{\frac{f'_s - f'_i}{2}}{\frac{f_s - f_i}{2}} \quad (8.22)$$

e, substituindo-se \hat{f}_s por z ,

$$\sin z = \frac{S'}{S} \quad (8.23)$$

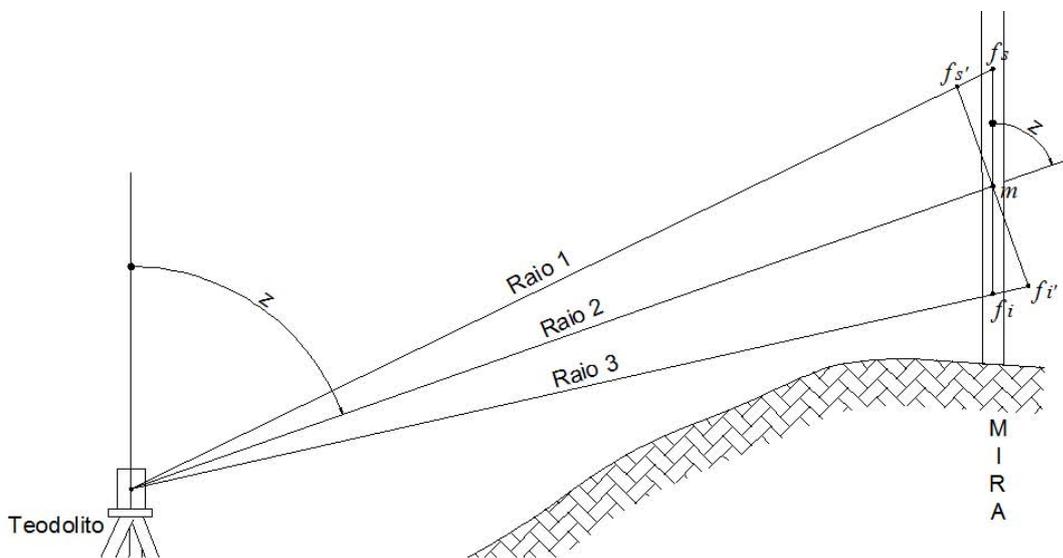


Figura 8.2: Luneta - Situação inclinada

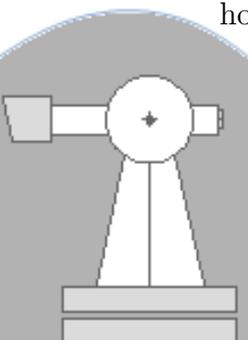
A projeção S' (observada em substituição a S) fica

$$S' = S \cdot \sin z \quad (8.24)$$

Substituindo-se a (8.18) na (8.24), chega-se a uma expressão para a distância observada com lunetas que não estejam necessariamente na posição horizontal.

$$D = S' \cdot 100 = (f_s - f_i) \cdot \sin z \cdot 100 \quad (8.25)$$

Para $z=90^\circ$ (posição horizontal da luneta), tem-se novamente a (8.18).



8.2 Horizontalização de distâncias

Desta seção em diante, as distâncias (D) serão separadas em distâncias horizontais (d_h) e distâncias inclinadas (d_i). A distância inclinada é qualquer observação direta (com luneta ou distanciômetro) desde a interseção do eixo terciário com o primário do equipamento até o ponto visado (mira ou prisma). Entende-se por distância horizontal a distância inclinada rebatida sobre o plano topográfico.

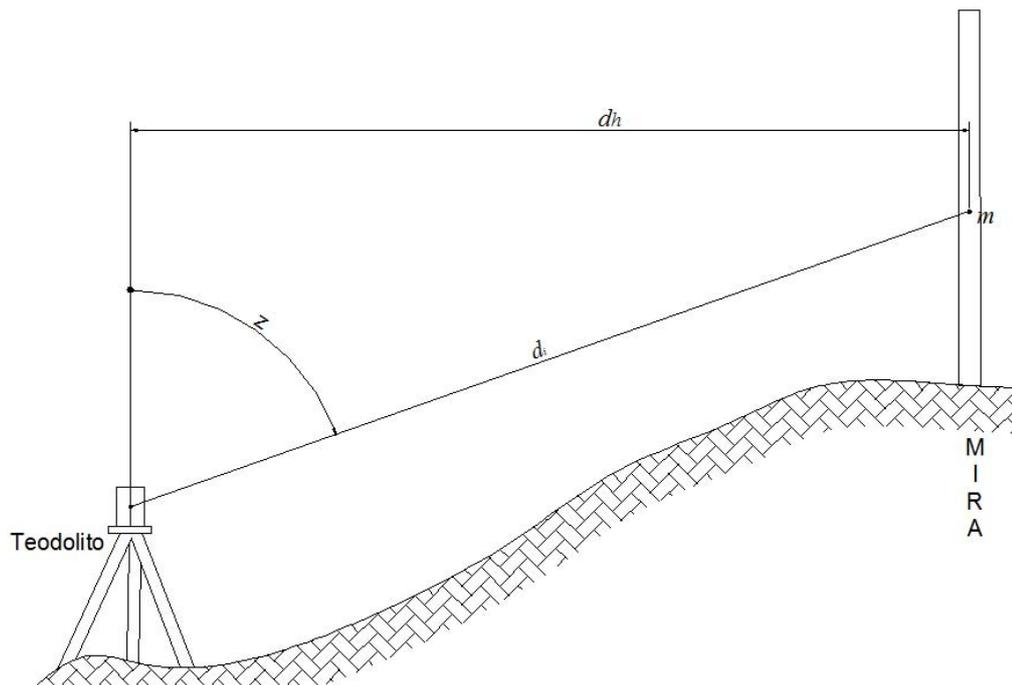


Figura 8.3: Distâncias inclinada e horizontal.

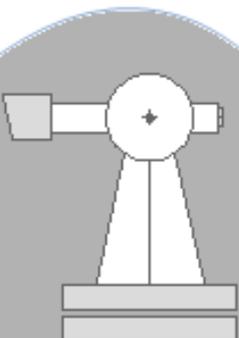
Tomando novamente o ângulo zenital como referência, faz-se

$$\sin z = \frac{d_h}{d_i} \quad (8.26)$$

De onde sai

$$d_h = d_i \cdot \sin z \quad (8.27)$$

A (8.27) é a expressão utilizada para horizontalização de distâncias observadas com distanciômetros.



Para a distância horizontal observada com lunetas (substitui-se a distância inclinada obtida em (8.25) na (8.27)), calcula-se como na (8.29),

$$d_h = (f_s - f_i) \cdot k \cdot \sin z \cdot \sin z \quad (8.28)$$

$$d_h = (f_s - f_i) \cdot k \cdot \sin^2 z \quad (8.29)$$

Exemplo 8.2. *Obtenha a distância horizontal desde o ponto de instalação do equipamento até uma mira, onde foram lidos $f_s = 2123$ mm, $f_i = 1031$ mm, $z = 87^\circ 37' 42''$. Sabe-se que $k = 100$ e a constante multiplicativa é igual a zero.*

Solução: *Aplicando a (8.2), e efetuando-se a compatibilização de unidades para que o resultado esteja em metros, têm-se*

$$d_h = (2,123 \text{ m} - 1,031 \text{ m}) \cdot 100 \cdot \sin^2 87^\circ 37' 42'' \quad (8.30)$$

$$d_h = 109,0130 \text{ m} \quad (8.31)$$

Exemplo 8.3. *Considere as coordenadas de um ponto A como sendo $X_A, Y_A = (1000,000; 2000,000)$ m. Instalado o instrumento no ponto A, visou-se uma mira instalada em B, obtendo as seguintes informações: $f_s = 3125$ mm, $f_i = 2035$ mm, $z = 85^\circ 42' 25''$; $Az_{A \rightarrow B} = 172^\circ 32' 42''$. Depois, instalou-se o instrumento em B e uma mira em C, com $f_s = 2783$ mm, $f_i = 1286$ mm, $z = 94^\circ 42' 37''$, ângulo horizontal horário $\alpha_B = 83^\circ 44' 09''$. Sabe-se que $k = 100$ e a constante multiplicativa é igual a zero. Informe as coordenadas dos pontos B e C.*

Solução:

- *Horizontalização das distâncias*

$$d_{h_{A \rightarrow B}} = (3,125 \text{ m} - 2,035 \text{ m}) \cdot 100 \cdot \sin^2 85^\circ 42' 25'' \quad (8.32)$$

$$d_{h_{A \rightarrow B}} = 108,389 \text{ m} \quad (8.33)$$

$$d_{h_{B \rightarrow C}} = (2,783 \text{ m} - 1,286 \text{ m}) \cdot 100 \cdot \sin^2 94^\circ 42' 37'' \quad (8.34)$$

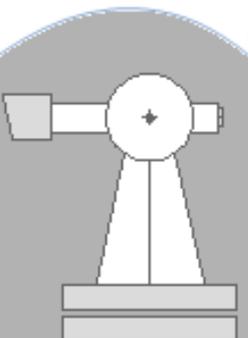
$$d_{h_{B \rightarrow C}} = 149,690 \text{ m} \quad (8.35)$$

- *Cálculo do Azimute $Az_{B \rightarrow C}$*

$$Az_{B \rightarrow C} = Az_{B \rightarrow A} + \alpha_B \quad (8.36)$$

$$Az_{B \rightarrow C} = (172^\circ 32' 42'' + 180^\circ) + 83^\circ 44' 09'' \quad (8.37)$$

$$Az_{B \rightarrow C} = 256^\circ 16' 51'' \quad (8.38)$$



- *Cálculo das projeções*

$$\Delta_{X_{A \rightarrow B}} = 108,389 \text{ m} \cdot \sin 172^\circ 32' 42'' = 14,0632 \text{ m} \quad (8.39)$$

$$\Delta_{Y_{A \rightarrow B}} = 108,389 \text{ m} \cdot \cos 172^\circ 32' 42'' = -107,4728 \text{ m} \quad (8.40)$$

$$\Delta_{X_{B \rightarrow C}} = 149,690 \text{ m} \cdot \sin 256^\circ 16' 51'' = -145,419 \text{ m} \quad (8.41)$$

$$\Delta_{Y_{B \rightarrow C}} = 149,690 \text{ m} \cdot \cos 256^\circ 16' 51'' = -35,5009 \text{ m} \quad (8.42)$$

$$(8.43)$$

- *Obtenção das Coordenadas Finais*

$$X_B = X_A + \Delta_{X_{A \rightarrow B}} \quad (8.44)$$

$$X_B = 1000,000 + 14,0632 = 1014,0632 \text{ m} \quad (8.45)$$

$$Y_B = Y_A + \Delta_{Y_{A \rightarrow B}} \quad (8.46)$$

$$Y_B = 2000,000 + (-107,4728) = 1892,5272 \text{ m} \quad (8.47)$$

$$X_C = X_B + \Delta_{X_{B \rightarrow C}} \quad (8.48)$$

$$X_C = 1014,0632 + (-145,419) = 868,6439 \text{ m} \quad (8.49)$$

$$Y_C = Y_B + \Delta_{Y_{B \rightarrow C}} \quad (8.50)$$

$$Y_C = 1892,5272 + (-35,5009) = 1856,7562 \text{ m} \quad (8.51)$$

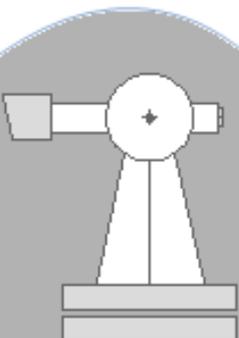
8.3 Outra abordagem para a taqueometria

Outro modo de se determinar as distâncias horizontais por taqueometria é fazendo-se

$$d_H = \frac{l_2 - l_1}{\cot z_2 - \cot z_1} \quad (8.52)$$

onde l_2 é a leitura do fio médio f_m na parte superior da mira associada ao respectivo ângulo zenital z_2 ; l_1 é a leitura na parte inferior da mira associada ao ângulo zenital z_1 .

Exemplo 8.4. *Obtenha a distância horizontal desde o ponto de instalação do equipamento até uma mira, onde visou-se a parte superior de uma mira tal que a leitura no fio médio foi $f_m = 3142 \text{ mm}$, com ângulo zenital igual a $z = 87^\circ 37' 42''$. Após, visou-se a parte inferior da mira tal que a leitura no*



fio médio foi $f_m = 1015 \text{ mm}$, com $z = 88^\circ 05' 12''$. $k = 100$ e $c = 0$.

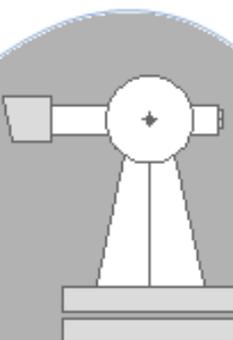
Solução: Aplicando a (8.52), e efetuando-se a compatibilização de unidades para que o resultado esteja em metros, têm-se

$$d_H = \frac{3,142 \text{ m} - 1,015 \text{ m}}{\cot 88^\circ 05' 12'' - \cot 87^\circ 37' 42''} \quad (8.53)$$

$$d_H = \frac{2,127 \text{ m}}{\cot 88^\circ 05' 12'' - \cot 87^\circ 37' 42''} \quad (8.54)$$

Fica a cargo do leitor encontrar o resultado da (8.54).

Nesta metodologia, o operador deve tomar cuidado para não observar a mira no limite onde solo (parte mais inferior), onde a visada fica afetada pela turbulência do ar, ou na parte mais superior, onde a visada fica afetada pela falta de rigidez das miras, sobretudo as telescópicas. Esta outra opção pode ser utilizada redundantemente com o outro método, após as adequações necessárias na caderneta de campo.





Capítulo 9

AULA 08

Objetivo: praticar a taqueometria.

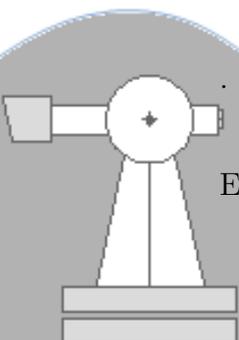
9.1 Introdução Teórica

Nesta aula o aluno deverá realizar o levantamento planimétrico de uma poligonal utilizando teodolito e miras. A caderneta deverá armazenar as informações pertinentes a este levantamento. Uma sugestão de caderneta para esta atividade é apresentada na Tab. 9.1.

n°	RÉ	EST	V	α_E	z, n ou i	FS	FI	FM
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								

Tabela 9.1: Possível caderneta para poligonação/taqueometria

Ré é o ponto que aponta na direção onde o ângulo começa a ser contado. EST (Estação) é o ponto onde está estacionado o aparelho topográfico; V



(Vante) é o ponto que aponta na direção onde o ângulo termina de ser contado. α_E é o ângulo determinado por Ré - Estação - Vante. z , n ou i é algum dos ângulos verticais (zenital, nadiral ou de inclinação, respectivamente). FS, FI e FM são respectivamente as leituras nos fios superior, inferior e médio.

9.2 Práticas de Campo

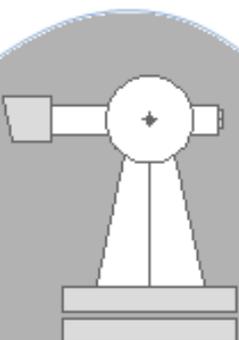
9.2.1 Taqueometria

Estabelecer cinco pontos P_1, P_2, \dots, P_5 no campo. Instalando-se o equipamento em P_1 , zerar em P_5 e visar P_2 efetuando leituras de ângulo horizontal e leituras estadimétricas nos fios superior e inferior. Depois, instalar o equipamento em P_2 , fazendo-se ré em P_1 e visando-se P_3 ; faz-se novas leituras estadimétricas e angular em P_3 . Instala-se o equipamento em P_3 e repetindo-se as leituras. Generalizar este procedimento até a instalação em P_5 e visando-se P_1 . Como a idéia é a prática da leitura nas miras, somente se aceitarão as leituras dos fios se a média entre FS e FI seja igual a FM em até dois milímetros. Para a entrega do trabalho, adotar a caderneta da Fig. 9.1

Destaque-se que, a depender do tipo de caminhamento (escolha da ordem de ocupação dos pontos), se obterão ângulos internos ou externos, no caso de poligonais fechadas:

- O caminhamento no sentido horário fornecerá ângulos externos;
- O caminhamento no sentido anti-horário fornecerá ângulos internos.

Observar também que alguns equipamentos modernos não apresentam os fios estadimétricos superior e inferior. Nestes casos, as cadernetadas apresentadas devem sofrer as adequações necessárias. Como este material está relacionado ao ensino introdutório da Topografia, espera-se que o professor responsável faça as devidas modificações quando necessário.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA RURAL GEOMÁTICA TOPOGRAFIA 1 – ENGENHARIA AGRÍCOLA						AULA PRÁTICA		
Objetivos: Praticar a poligonização.								
Procedimento de Campo: a) Materializar 5 pontos no campo, A, B, C, D e E; b) Instalar o teodolito/estação-total sobre o ponto A, zerando em E; c) Visar o ponto B, observando ângulo e informações necessárias ao cálculo da distância(EAB); Efetuar de tal modo que exista redundância de dados; e) Instalar o instrumento em B, zerando em A e visando C; efetuar as observações necessárias (ABC); f) Seguir o raciocínio até o fechamento da poligonal (BCD, CDE, DEA);					Minimizar as seguintes fontes de erro: a) devido a colimação inadequada; b) devido a não-centralidade/calagem do equipamento; c) devido à turbulência do ar; d) devido à falta de rigidez da mira.			
Caderneta:								
LINHA	RÉ	EST	VANTE	ANG. HOR	ANG. VERT	FS	FI	FM
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
Croquis (Representar um esboço do local em planta baixa):								
Observações e Cálculos:					Equipamentos:			
					Item	Unid.	Qtde	Equipamento
					a	Unid	1	Tripé
					b	Unid	1	Teodolito
					c	Unid	1	Mira
					d	Unid	5	Piquetes
					e	Unid	5	Est. Testemunho
					f	Unid	1	Marreta/Mocete

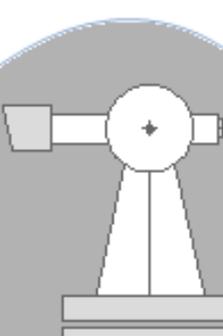


Figura 9.1: Prática de Campo 05. - Redução de distâncias ao plano topográfico.



Capítulo 10

AULA 09

Objetivo: verificar/qualificar o entendimento do conteúdo pelos alunos.

10.1 Tópicos requeridos para a primeira avaliação

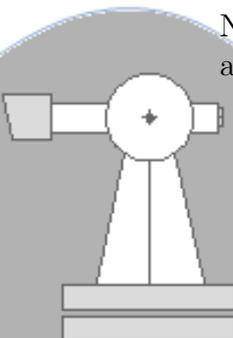
Nesta aula o aluno deverá demonstrar capacidade/habilidade em resolver problemas associados aos seguintes tópicos:

- Contextualização da Topografia dentro de outras áreas;
- Transformação entre diferentes unidades empregadas na Topografia;
- Transformação/operação entre diferentes ângulos verticais;
- Rumo/Azimute e suas interrelações;
- Transporte de azimutes (poligonação) e coordenadas; Controle angular; definição das diferentes poligonais;
- Instrumentação Topográfica;
- Erros grosseiros mais comuns nas operações topográficas;

Demonstrar tais capacidades compõe parte do processo avaliativo que servirá como parâmetro para a conclusão da disciplina.

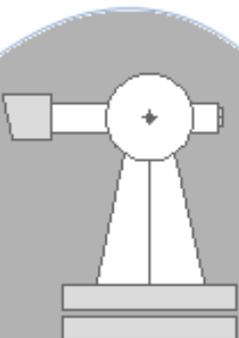
10.2 Exemplo de avaliação

Nas Figuras 10.1, 10.2 e 10.3, a seguir, apresentam-se exemplos de como tais avaliações já foram aplicadas na disciplina.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS							DATA:		
FACULDADE DE AGRONOMIA ELISEU MACIEL							NOTA:		
ENGENHARIA AGRÍCOLA									
TOPOGRAFIA I (2014-1)									
AVALIAÇÃO 01			ALUNO:						
(2,4) 1 - Dada a caderneta de campo, construa o croquis do levantamento:									
Alinhamento			Âng. Hor.			Azimute			d (horizontal)
Ré	Estação	Vante	Grau	Minuto	Segundo	Grau	Minuto	Segundo	(m)
C	A	B	277	35	9.7	162	35	35.2	3579.670
C	A	1	326	13	14.2				821.430
C	A	2	304	42	51.8				998.520
A	B	C	322	7	7.3				4112.460
A	B	3	354	38	14.9				2146.810
A	B	4	337	50	16.4				
B	C	A	300	19	41.9				2547.110
B	C	4	345	58	50.4				
B	C	5	333	0	18.3				1422.920

Figura 10.1: Avaliação 1, p.1.



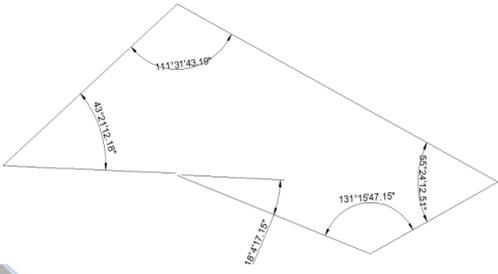
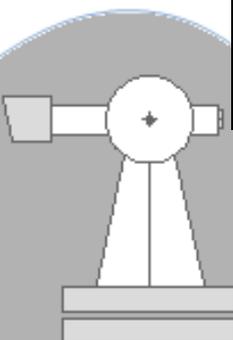
(0,6) 2 - Usando a definição, transforme para graus decimais e, depois, para radianos:	(0,6) 3 - Usando a definição, transforme para graus sexagesimais, e depois para grados
<p>a) $12^{\circ} 11' 33,5''$</p> <p>b) $45^{\circ} 14' 00,3''$</p> <p>c) $00^{\circ} 12' 01,3''$</p>	<p>a) $12,15345225^{\circ}$</p> <p>b) $189,245325125^{\circ}$</p>
<p>(1,4) 4 – Represente graficamente: a) o geóide, b) a linha vertical, c) a vertical do ponto e d) o plano topográfico.</p>	
<p>(1,5) 5 – Calcule o erro de fechamento angular e a compensação angular para a poligonal representada:</p> 	

Figura 10.2: Avaliação 1, p.2.



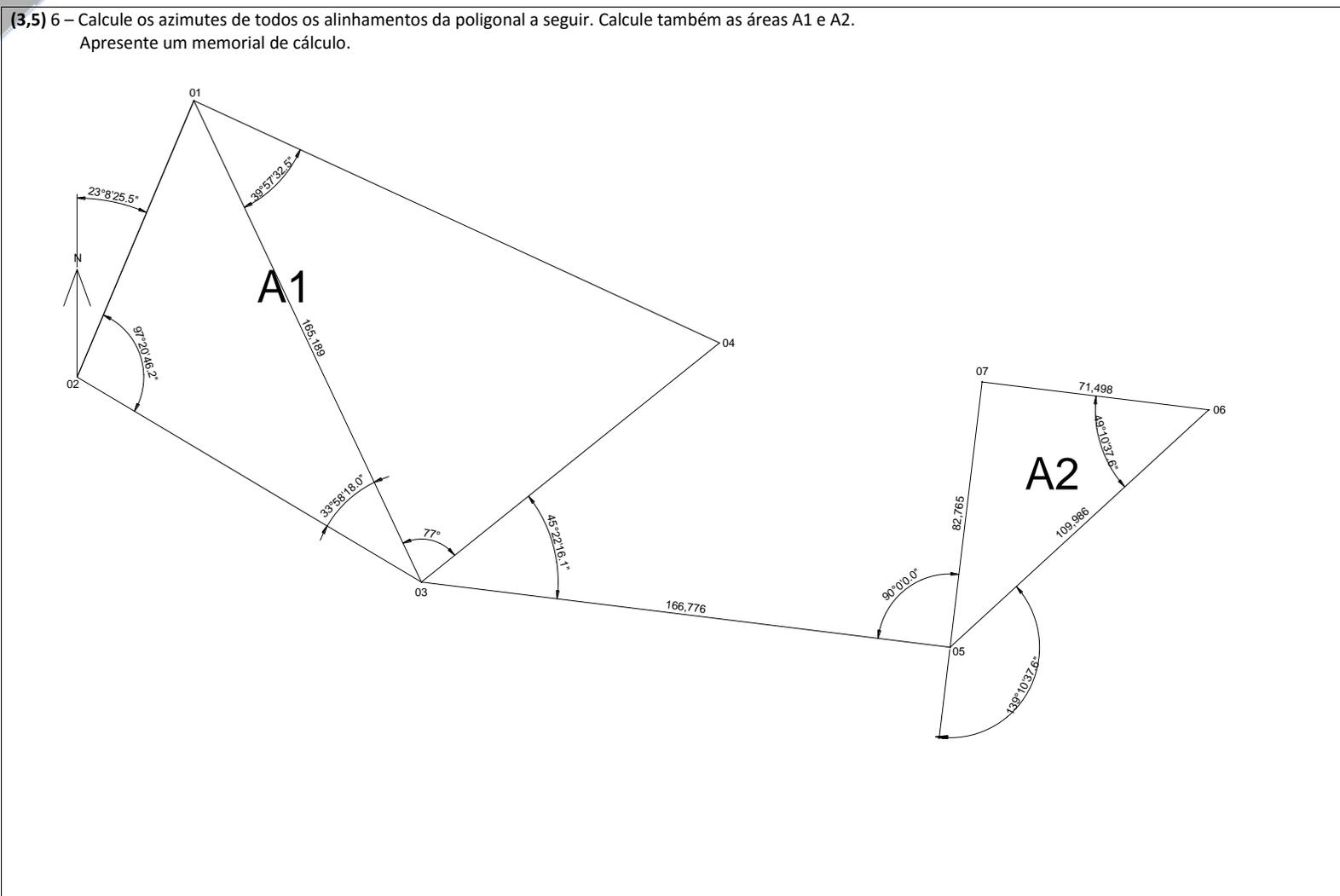
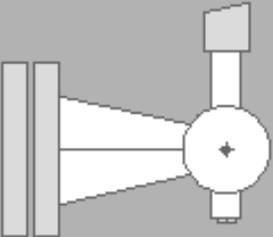


Figura 10.3: Avaliação 1, p.3.



Capítulo 11

AULA 10

Objetivo: compreender e exercitar a Irradiação

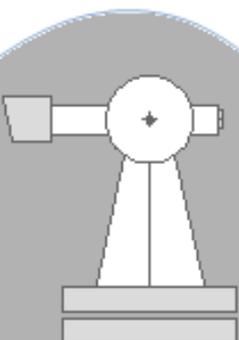
11.1 Introdução Teórica

11.1.1 Irradiação

A irradiação é um método bem aplicado quando, a partir de um único ponto estação, é possível visualizar todos os pontos de interesse. A técnica funciona como se a estação pudesse *irradiar* linhas até os pontos. Devido a esta característica, a técnica é comumente chamada de irradiação.

Também é possível conceber um sistema de coordenadas curvilíneas onde a estação é o pólo e o norte é a origem de contagem dos ângulos (recorde-se que na topografia os ângulos são usualmente contados em sentido horário). Assim, a metodologia também pode ser chamada de Método das Coordenadas Polares.

Por exemplo, na Fig. 11.1, a poligonal formada pelos pontos 1, 2, 3, 4 e 5 representa o levantamento feito por irradiação. A figura apresenta o ponto estação, que pode se localizar dentro, fora ou ainda sobre a poligonal.



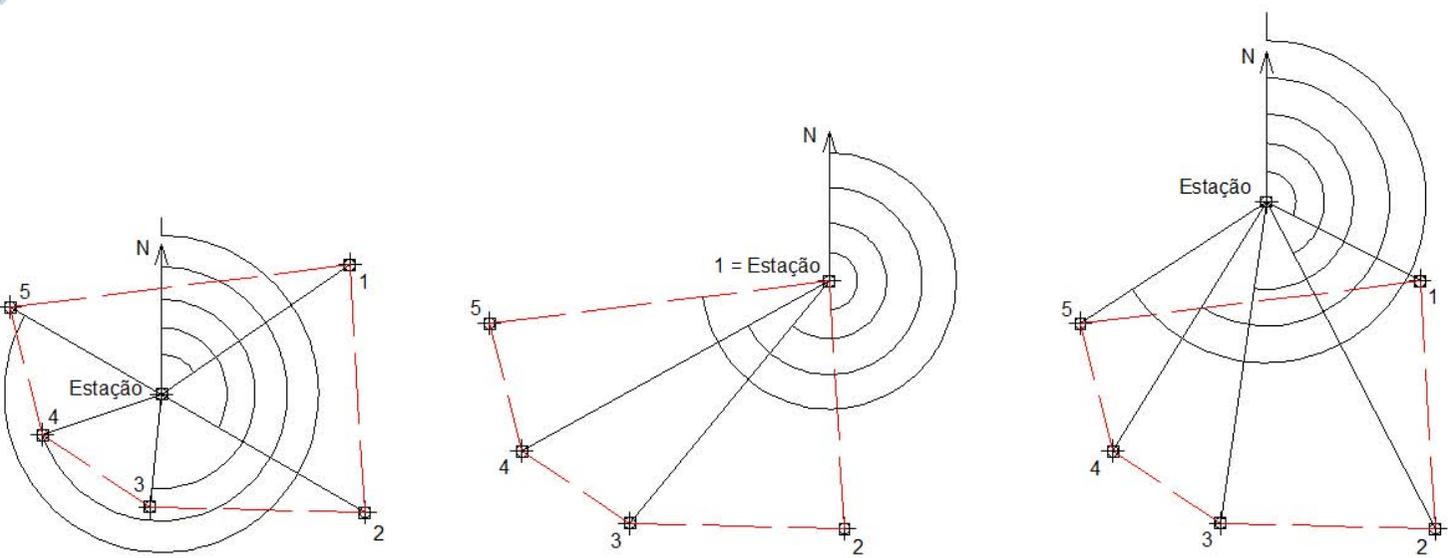


Figura 11.1: Diferentes situações do pólo no Método das Coordenadas Polares. Estação no interior da poligonal (esquerda); Estação sobre a poligonal (meio) e, Estação no exterior da poligonal (direita).

Exemplo 11.1. Considere a caderneta de levantamento topográfico apresentada pela Tabela 11.1.

n°	RÉ	EST	V	$\alpha_{hor.}$	z	f_s	f_i	f_m
1	N	E1	1	056°32' 44,5"	89°23'31,5"	2103	0895	
2	N	E1	2	120°45' 55,6"	88°42'17,5"	3205	1933	
3	N	E1	3	186°05' 12,1"	91°15'09,3"	1702	0755	
4	N	E1	4	251°56' 21,4"	92°05'44,7"	2504	1433	
5	N	E1	5	300°22' 14,6"	90°11'51,6"	1672	0598	

Tabela 11.1: Exemplo 11.1

1. Obter o fio médio das observações estadimétricas;
2. Confeccionar um croquis do levantamento;
3. Calcular a área formada pelos pontos 1, 2, 3, 4 e 5;
4. Calcular o perímetro formado pelos pontos 1, 2, 3, 4 e 5.

Solução:

1. Cálculo do fio médio

Para a obtenção do fio médio, fazer

$$f_m = \frac{f_s + f_i}{2} \quad (11.1)$$

Inicialmente deve ser recordado que as leituras estadimétricas estão usualmente em milímetros. Após a conversar adequada, fica

$$f_m = \frac{2,103 \text{ m} + 0,895 \text{ m}}{2} = 1,499 \text{ m} \quad (11.2)$$

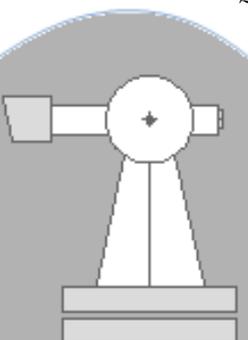
e então basta prosseguir com o mesmo raciocínio.

2. Cálculo das distâncias horizontais

$$d_{h_{E1 \rightarrow 1}} = (f_s - f_i) \cdot k \cdot (\sin^2 z) \quad (11.3)$$

$$d_{h_{E1 \rightarrow 1}} = (2,103 - 0,895) \cdot 100 \cdot (\sin^2 89^\circ 23' 31,5'') \quad (11.4)$$

$$\rightarrow d_{h_{E1 \rightarrow 1}} = 120,786 \text{ m} \quad (11.5)$$



$$d_{h_{E1 \rightarrow 2}} = (3,205 - 1,933) \cdot 100 \cdot (\sin^2 88^\circ 42' 17,5'') \quad (11.6)$$

$$\rightarrow d_{h_{E1 \rightarrow 2}} = 127,135 \text{ m} \quad (11.7)$$

$$d_{h_{E1 \rightarrow 3}} = (1,702 - 0,755) \cdot 100 \cdot (\sin^2 91^\circ 15' 09,3'') \quad (11.8)$$

$$\rightarrow d_{h_{E1 \rightarrow 3}} = 94,654 \text{ m} \quad (11.9)$$

$$d_{h_{E1 \rightarrow 4}} = (2,504 - 1,433) \cdot 100 \cdot (\sin^2 92^\circ 05' 44,7'') \quad (11.10)$$

$$\rightarrow d_{h_{E1 \rightarrow 4}} = 106,957 \text{ m} \quad (11.11)$$

$$d_{h_{E1 \rightarrow 5}} = (1,672 - 0,598) \cdot 100 \cdot (\sin^2 90^\circ 11' 51,6'') \quad (11.12)$$

$$\rightarrow d_{h_{E1 \rightarrow 5}} = 107,399 \text{ m} \quad (11.13)$$

3. Croquis do levantamento

Considere a Figura 11.2, na sequência.

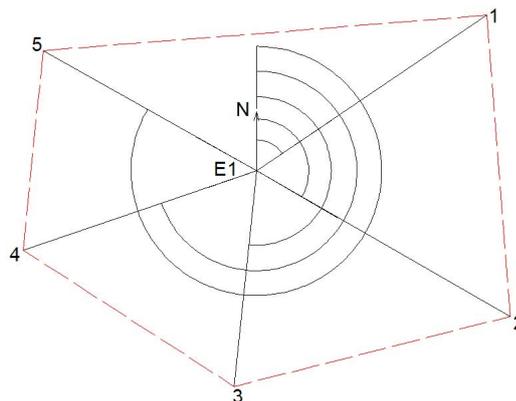
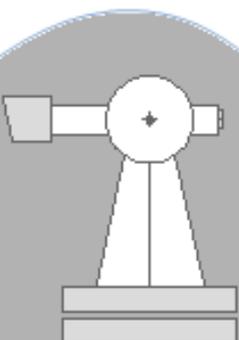


Figura 11.2: Croquis associado com o Exemplo 11.1.

4. Obtenção da área total a partir da subdivisão do polígono em triângulos



- *Triângulo E1, 1, 2*
Aplicando-se a lei dos senos, pode-se fazer

$$A_{E1,1,2} = \frac{d_{E1-1} \cdot d_{E1-2} \sin(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{2} \quad (11.14)$$

onde \mathbf{r}_2 é o ângulo observado que aponta na direção do ponto 2 (contado desde a ré - neste caso, o norte) e \mathbf{r}_1 é o ângulo que aponta na direção do ponto 1. O cálculo desta área fica, portanto,

$$A_{E1,1,2} = \frac{127,135 \cdot 120,786 \sin(120^\circ 45' 55,6'' - 056^\circ 32' 44,5'')}{2} \quad (11.15)$$

$$A_{E1,1,2} = 6913,857 \text{ m}^2 \quad (11.16)$$

- *Triângulo E1, 2, 3*

$$A_{E1,2,3} = \frac{d_{E1-2} \cdot d_{E1-3} \sin(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2)}{2} \quad (11.17)$$

$$A_{E1,2,3} = \frac{127,135 \cdot 94,654 \sin(186^\circ 05' 12,1'' - 120^\circ 45' 55,6'')}{2} \quad (11.18)$$

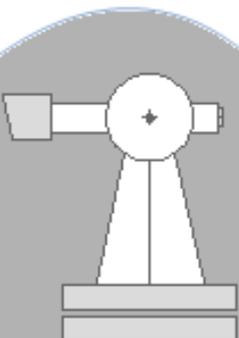
$$A_{E1,2,3} = 5467,351 \text{ m}^2 \quad (11.19)$$

- *Triângulo E1, 3, 4*

$$A_{E1,3,4} = \frac{d_{E1-3} \cdot d_{E1-4} \sin(\mathbf{r}_4 - \mathbf{r}_3)}{2} \quad (11.20)$$

$$A_{E1,3,4} = \frac{106,957 \cdot 94,654 \sin(251^\circ 56' 21,4'' - 186^\circ 05' 12,1'')}{2} \quad (11.21)$$

$$A_{E1,3,4} = 4619,012 \text{ m}^2 \quad (11.22)$$



- *Triângulo E1, 4, 5*

$$A_{E1,4,5} = \frac{d_{E1-4} \cdot d_{E1-5} \sin(\mathbf{r}_5 - \mathbf{r}_4)}{2} \quad (11.23)$$

$$A_{E1,4,5} = \frac{106,957 \cdot 107,399 \sin(300^\circ 22' 14,6'' - 251^\circ 56' 21,4'')}{2} \quad (11.24)$$

$$A_{E1,4,5} = 4297,098 \text{ m}^2 \quad (11.25)$$

- *Triângulo E1, 5, 1*

$$A_{E1,4,5} = \frac{d_{E1-1} \cdot d_{E1-5} \sin(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_5)}{2} \quad (11.26)$$

$$A_{E1,5,1} = \frac{120,786 \cdot 107,399 \sin(56^\circ 32' 44,5'' - 300^\circ 22' 14,6'')}{2} \quad (11.27)$$

$$A_{E1,5,1} = 5821,000 \text{ m}^2 \quad (11.28)$$

5. Cálculo do Perímetro

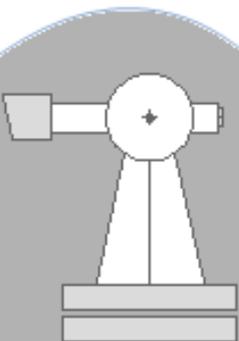
- *Cálculo da distância d_{1-2}*

Inicialmente, considerando-se um triângulo de lados a , b e c onde se deseja descobrir o lado a e são conhecidos os lados b , c , além do ângulo oposto ao lado a , a Lei dos cossenos permite fazer

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \hat{A} \quad (11.29)$$

Ou, generalizando-se,

$$\begin{aligned} d_{1-2}^2 &= d_{E1-1}^2 + d_{E1-2}^2 - \\ &\quad 2 \cdot d_{E1-1} \cdot d_{E1-2} \cdot \cos \hat{E}1 \\ d_{1-2}^2 &= 120,786^2 + 127,135^2 - 2 \cdot 120,786 \cdot 127,135 \\ &\quad \cdot \cos(120^\circ 45' 55,6'' - 056^\circ 32' 44,5'') \end{aligned} \quad (11.30)$$



$$d_{1-2} = 131,891 \text{ m} \quad (11.31)$$

- Cálculo da distância d_{2-3}

$$\begin{aligned} d_{2-3}^2 &= 127,135^2 + 94,654^2 \\ &\quad - 2 \cdot 127,135 \cdot 94,654 \\ &\quad \cdot \cos(186^\circ 05' 12,1'' - 120^\circ 45' 55,6'') \end{aligned} \quad (11.32)$$

$$d_{2-3} = 122,775 \text{ m} \quad (11.33)$$

- Cálculo da distância d_{3-4}

$$\begin{aligned} d_{3-4}^2 &= 94,654^2 + 106,957^2 \\ &\quad - 2 \cdot 94,654 \cdot 106,957 \\ &\quad \cdot \cos(251^\circ 56' 21,4'' - 186^\circ 05' 12,1'') \end{aligned} \quad (11.34)$$

$$d_{3-4} = 110,073 \text{ m} \quad (11.35)$$

- Cálculo da distância d_{4-5}

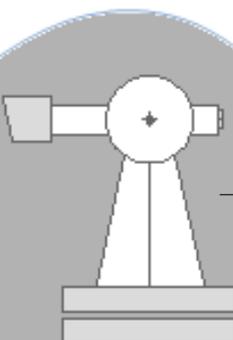
$$\begin{aligned} d_{4-5}^2 &= 106,957^2 + 107,399^2 \\ &\quad - 2 \cdot 106,957 \cdot 107,399 \\ &\quad \cdot \cos(300^\circ 22' 14,6'' - 251^\circ 56' 21,4'') \end{aligned} \quad (11.36)$$

$$d_{4-5} = 87,924 \text{ m} \quad (11.37)$$

- Cálculo da distância d_{5-1}

$$\begin{aligned} d_{5-1}^2 &= 107,399^2 + 120,786^2 \\ &\quad - 2 \cdot 107,399 \cdot 120,786 \\ &\quad \cdot \cos(56^\circ 32' 44,5'' - 300^\circ 22' 14,6'') \end{aligned} \quad (11.38)$$

$$d_{5-1} = 193,825 \text{ m} \quad (11.39)$$





Capítulo 12

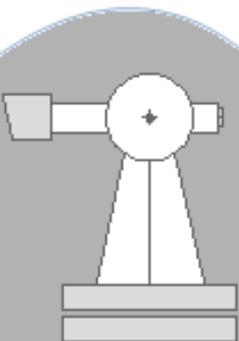
AULA 11

Objetivo: praticar em campo a irradiação.

12.1 Práticas de Campo

12.1.1 Irradiação

Nesta aula o aluno deverá praticar a Irradiação. Instalando-se o equipamento
1) No interior da poligonal fechada; 2) No exterior da poligonal fechada e
3) sobre a poligonal fechada, o cálculo das áreas segundo cada uma das
instalações deve ser compatível entre si. A redundância será dada pelo cálculo
do perímetro, repetindo as idéias utilizadas para o cálculo da área. Adotar
a caderneta apresentada na Fig. [12.1](#)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA RURAL GEOMÁTICA TOPOGRAFIA 1 – ENGENHARIA AGRÍCOLA				AULA PRÁTICA				
Objetivos: Praticar a irradiação.								
Procedimento de Campo: a) Materializar 5 pontos no campo, A, B, C, D e E; b) Instalar o teodolito/estação-total sobre o ponto E1, no interior da poligonal, zerando na direção de A; c) Visar os pontos B, C, D, E, observando as informações necessárias para obtenção da área A, B, C, D, E. e) Repetir o procedimento, instalando o equipamento no exterior da poligonal; confirmar o cálculo da área; f) Repetir o procedimento, instalando o equipamento sobre a poligonal, confirmando o cálculo da área.				Minimizar as seguintes fontes de erro: a) devido a colimação inadequada; b) devido a não-centralidade/calagem do equipamento; c) devido à turbulência do ar; d) devido à falta de rigidez da mira.				
Caderneta:								
LINHA	RÉ	EST	VANTE	ANG. HOR	ANG. VERT	FS	FI	FM
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
Croquis (Representar um esboço do local em planta baixa):								
Observações e Cálculos: * Levar baliza para a observação das direções.				Equipamentos:				
Item	Unid.	Qtde	Equipamento					
a	Unid	1	Tripé					
b	Unid	1	Teodolito					
c	Unid	1	Mira					
d	Unid	7	Piquetes					
e	Unid	7	Est. Testemunho					
f	Unid	1	Marreta/Mocete					

Figura 12.1: Prática de Campo 06 - Irradiação.



Capítulo 13

AULA 12

Objetivo: compreender e exercitar a Interseção à Vante.

13.1 Introdução Teórica

13.1.1 Interseção à vante

A interseção à vante é uma metodologia adequada quando, por alguma razão, não é possível dispôr de uma mira e/ou prisma sobre o ponto até o qual se deseja obter a distância a partir do ponto estação, ou seja, se deseja determinar a distância até determinado ponto (ou as coordenadas deste ponto), mas não é possível acessá-lo.

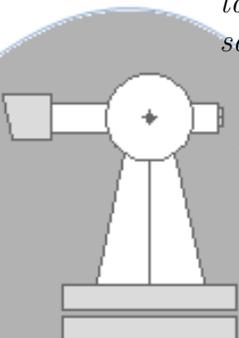
São então estabelecidas duas estações que constituem uma linha de base. Esta linha de base permite a aplicação da Lei dos Senos para a determinação das distâncias desde cada estação até o em questão.

Na Figura 13.1, a linha de base é determinada pelo alinhamento $\overline{E1 - E2}$ e P é o ponto inacessível. O ângulo $P, \widehat{E1}, E2$ é obtido da subtração entre o Azimute $Az_{E1 \rightarrow P}$ e o Azimute $Az_{E1 \rightarrow E2}$.

Conhecendo-se, portanto, a distância $d_{E1 \rightarrow E2}$, os ângulos $P, \widehat{E1}, E2$ e $E1, \widehat{E2}, P$, é possível determinar as distâncias $d_{E1 \rightarrow P}$ e $d_{E2 \rightarrow P}$.

Exemplo 13.1. *Considere a caderneta de levantamento topográfico apresentada na Tabela 13.1, onde \hat{N} é a direção que aponta para o Norte, E1 e E2 são estações e P é um ponto inacessível:*

1. *Confeccionar um croquis para o levantamento;*
2. *Obter as distâncias desde as estações E1 e E2 até o ponto P;*
3. *Obter as coordenadas de P, sabendo-se que $(x_{E1}; y_{E1}) = (1000, 000; 500, 000)$ m.*



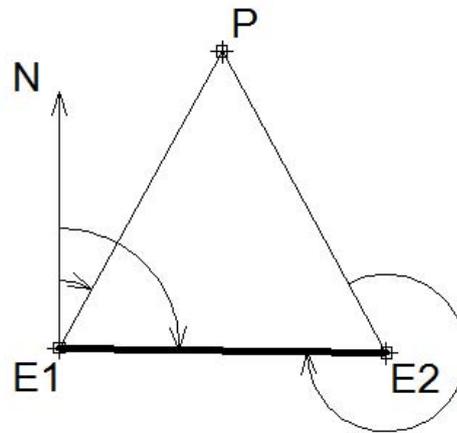


Figura 13.1: Interseção à vante.

n°	RÉ	EST	V	$\alpha_{hor.}$	d (m)
1	N	E1	P	28° 39' 28,3"	
2	N	E1	E2	90° 52' 49,1"	27,502
3	P	E2	E1	299° 21' 12,7'	

Tabela 13.1: Exemplo 13.1

Solução:

1. A figura 13.1 representa um croquis associado com a caderneta da Tabela 13.1.

2. Obtenção das distâncias desde E1 e E2 até o ponto P:

Inicialmente, se calculam todos os ângulos envolvidos na operação,

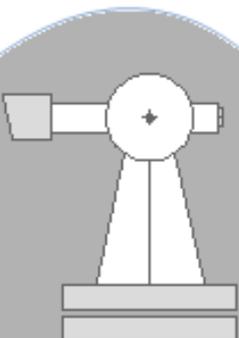
- Cálculo do ângulo $\widehat{PE_1E_2}$

O ângulo $\widehat{PE_1E_2}$ é dado pelas diferenças entre as direções desde a) E1 até E2 e b) E1 até P,

$$\alpha_{\widehat{PE_1E_2}} = 90^\circ 52' 49,1'' - 28^\circ 39' 28,3'' = \alpha_{E1} \quad (13.1)$$

$$\alpha_{E1} = 62^\circ 13' 20,8'' \quad (13.2)$$

- Cálculo do ângulo $\widehat{PE_2E1}$



$$\alpha_{P\widehat{E}E_1} = 360^\circ - 299^\circ 21' 12,7'' = \alpha \quad (13.3)$$

$$\alpha_{E_2} = 60^\circ 38' 47,3'' \quad (13.4)$$

- Cálculo do ângulo $E_2\widehat{P}E_1$

$$\alpha_{E_2\widehat{P}E_1} = 180^\circ - 62^\circ 13' 20,8'' - 60^\circ 38' 47,3'' = \alpha_P \quad (13.5)$$

$$\alpha_P = 57^\circ 07' 51,9'' \quad (13.6)$$

As distâncias podem então ser obtidas pela aplicação direta da Lei dos Senos,

$$\frac{d_{E_1 \rightarrow P}}{\sin \alpha_{E_2}} = \frac{d_{E_1 \rightarrow E_2}}{\sin \alpha_P} \quad (13.7)$$

$$\rightarrow \frac{d_{E_1 \rightarrow P}}{\sin 60^\circ 38' 47,3''} = \frac{27,502}{\sin 57^\circ 07' 51,9''} \quad (13.8)$$

$$\rightarrow d_{E_1 \rightarrow P} = \frac{27,502 \cdot \sin 60^\circ 38' 47,3''}{\sin 57^\circ 07' 51,9''} \quad (13.9)$$

$$\rightarrow d_{E_1 \rightarrow P} = 28,539 \text{ m} \quad (13.10)$$

$$\frac{d_{E_2 \rightarrow P}}{\sin \alpha_{E_1}} = \frac{d_{E_1 \rightarrow E_2}}{\sin \alpha_P} \quad (13.11)$$

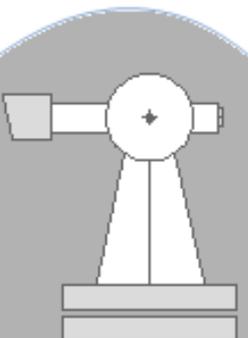
$$\rightarrow \frac{d_{E_2 \rightarrow P}}{\sin 62^\circ 13' 20,8''} = \frac{27,502}{\sin 57^\circ 07' 51,9''} \quad (13.12)$$

$$\rightarrow d_{E_2 \rightarrow P} = \frac{27,502 \cdot \sin 62^\circ 13' 20,8''}{\sin 57^\circ 07' 51,9''} \quad (13.13)$$

$$\rightarrow d_{E_2 \rightarrow P} = 28,970 \text{ m} \quad (13.14)$$

E , uma vez conhecidas duas distâncias, pela Lei dos cossenos. Por exemplo,

$$d_{E_1 \rightarrow P}^2 = d_{E_1 \rightarrow E_2}^2 + d_{E_2 \rightarrow P}^2 - 2 \cdot d_{E_1 \rightarrow E_2} \cdot d_{E_2 \rightarrow P} \cdot \cos \alpha_{E_2} \quad (13.15)$$



$$d_{E1 \rightarrow P}^2 = (27,502)^2 + (28,970)^2 - 2 \cdot 27,502 \cdot 28,970 \cdot \cos 60^\circ 38' 47,3'' \quad (13.16)$$

$$d_{E1 \rightarrow P}^2 = 28,539 \text{ m} \quad (13.17)$$

3. Cálculo das Coordenadas de P

Conhecendo-se a distância desde o ponto estação (E1) até o ponto visado (P) e o respectivo azimuth, é possível se fazer

$$x_P = x_{E1} + d_{E1 \rightarrow P} \cdot \sin Az_{E1 \rightarrow P} \quad (13.18)$$

$$x_P = 1000,000 + 28,539 \cdot \sin 28^\circ 39' 28,3'' \quad (13.19)$$

$$x_P = 1013,6867 \text{ m} \quad (13.20)$$

$$y_P = y_{E1} + d_{E1 \rightarrow P} \cdot \cos Az_{E1 \rightarrow P} \quad (13.21)$$

$$y_P = 500,000 + 28,539 \cdot \cos 28^\circ 39' 28,3'' \quad (13.22)$$

$$y_P = 525,0429 \text{ m} \quad (13.23)$$

O cálculo pode ser corroborado mediante a obtenção das coordenadas pela Estação E2,

$$Az_{E2 \rightarrow P} = Az_{E2 \rightarrow E1} + \alpha_{E2(P)} \quad (13.24)$$

$$\rightarrow Az_{E2 \rightarrow E1} = Az_{E1 \rightarrow E2} \pm 180^\circ \quad (13.25)$$

$$\rightarrow Az_{E2 \rightarrow E1} = 90^\circ 52' 49,1'' + 180^\circ \quad (13.26)$$

$$\rightarrow Az_{E2 \rightarrow E1} = 270^\circ 52' 49,1'' \quad (13.27)$$

$$Az_{E2 \rightarrow P} = 270^\circ 52' 49,1'' + 60^\circ 38' 47,3'' \quad (13.28)$$

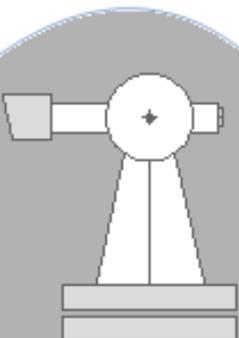
$$Az_{E2 \rightarrow P} = 331^\circ 31' 36,4'' \quad (13.29)$$

Obtendo-se inicialmente as coordenadas de E2,

$$x_{E2} = x_{E1} + d_{E1 \rightarrow E2} \cdot \sin Az_{E1 \rightarrow E2} \quad (13.30)$$

$$x_{E2} = 1000,000 + 27,502 \cdot \sin 90^\circ 52' 49,1'' \quad (13.31)$$

$$x_{E2} = 1027,4987 \text{ m} \quad (13.32)$$



$$y_{E2} = y_{E1} + d_{E1 \rightarrow E2} \cdot \cos Az_{E1 \rightarrow E2} \quad (13.33)$$

$$y_P = 500,000 + 27,502 \cdot \cos 90^\circ 52' 49,1'' \quad (13.34)$$

$$y_P = 499,5775 \text{ m} \quad (13.35)$$

E, finalmente, de P,

$$x_P = x_{E2} + d_{E2 \rightarrow P} \cdot \sin Az_{E2 \rightarrow P} \quad (13.36)$$

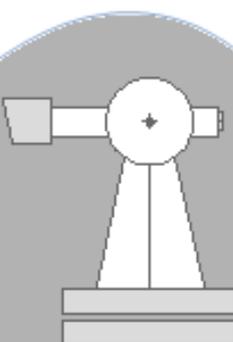
$$x_P = 1027,4987 + 28,970 \cdot \sin 331^\circ 31' 36,4'' \quad (13.37)$$

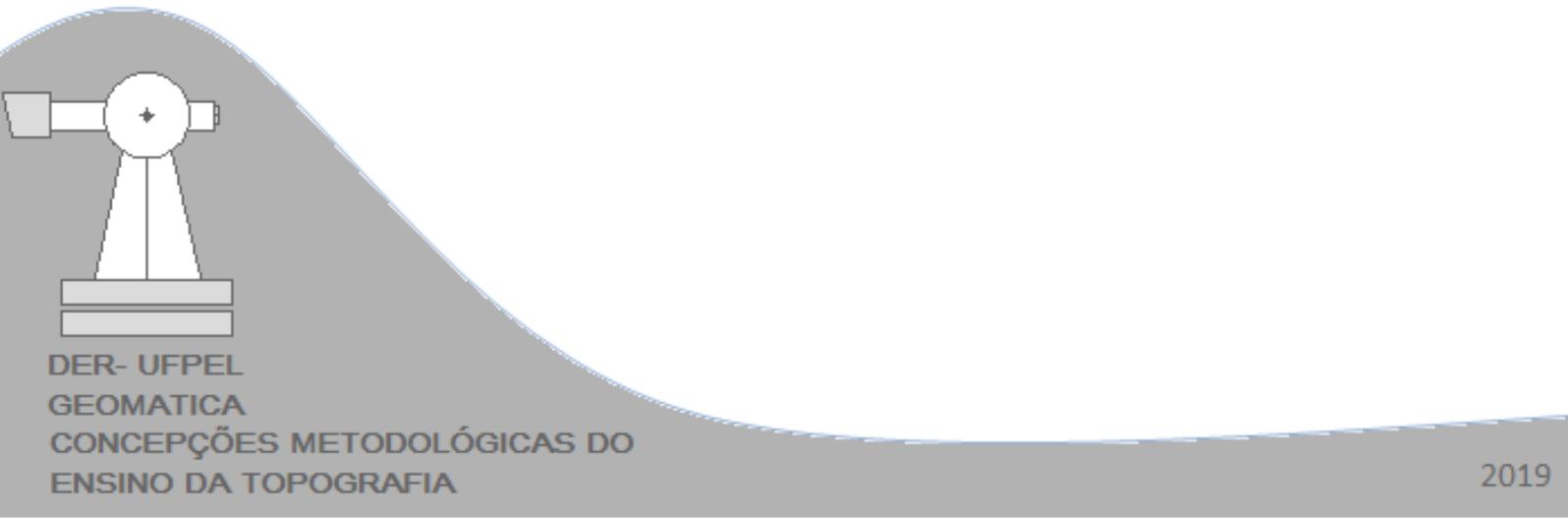
$$x_P = 1013,6873 \text{ m} \quad (13.38)$$

$$y_P = y_{E2} + d_{E2 \rightarrow P} \cdot \cos Az_{E2 \rightarrow P} \quad (13.39)$$

$$x_P = 499,5775 \text{ m} + 28,970 \cdot \cos 331^\circ 31' 36,4'' \quad (13.40)$$

$$x_P = 525,0433 \text{ m} \quad (13.41)$$





Capítulo 14

AULA 13

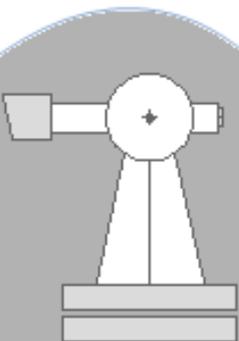
Objetivo: Praticar a interseção a interseção à vante.

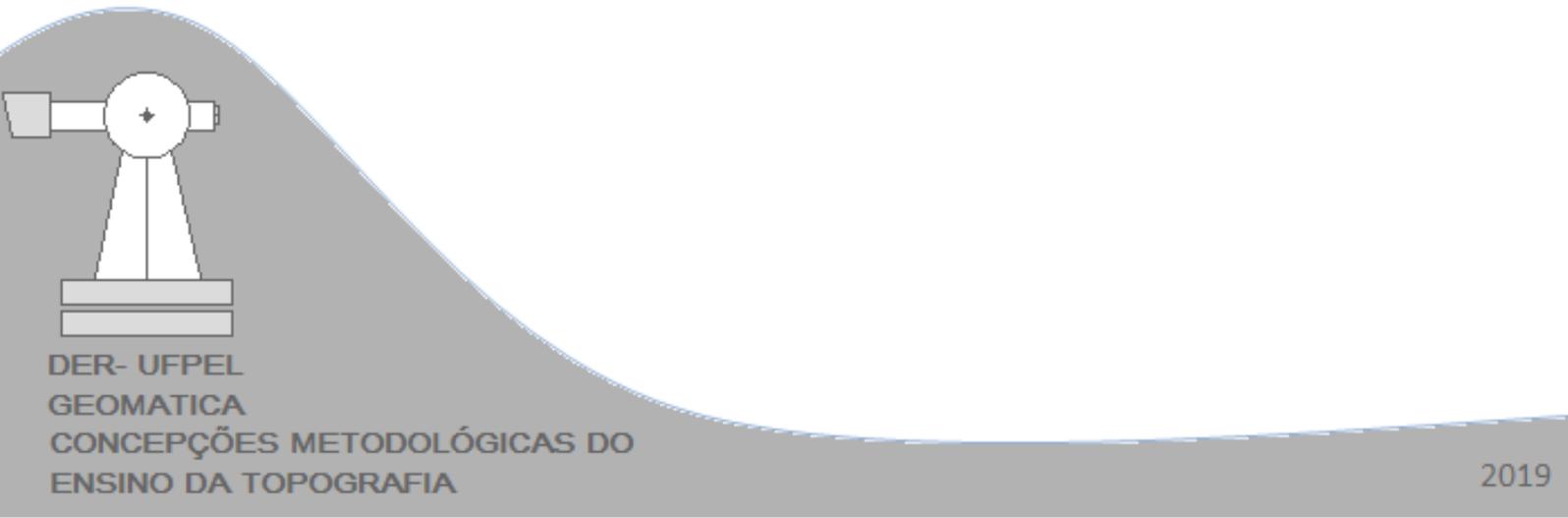
14.1 Prática de Campo

14.1.1 Interseção à vante

Nesta prática o aluno deverá implantar uma linha de base e efetuar o cálculo de coordenadas de dois pontos inacessíveis. Pede-se seis séries de observações (posição direta e inversa) e que se adote como verdadeiro o ângulo médio observado. Como ponto inacessível pode-se utilizar um canto de prédio, uma antena ou qualquer outro ponto onde seja difícil instalar um refletor e/ou mira.

Apresentar uma caderneta de campo, bem como o croquis e o desvio-padrão das observações.





Capítulo 15

AULA 14

Objetivo: Compreender e exercitar o Problema de Pothenot.

15.1 Introdução Teórica

15.1.1 Interseção à ré

Levantamento típico quando se conhecem as coordenadas de pelo menos três pontos A , B e C (ou as características de duas determinadas linhas de base) e se deseja instalar o aparelho topográfico sobre um quarto ponto D . Na operação clássica, observam-se os ângulos até os três pontos de coordenadas conhecidas e se obtém as demais quantidades. Esta metodologia é tradicionalmente conhecida como problema de Pothenot. Considere a Figura 15.1, na sequência.

Inicialmente, se avaliam os triângulos DAC e DCB,

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{z}{\sin \psi} \quad (15.1)$$

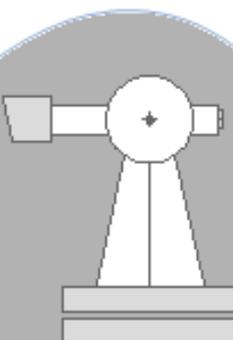
$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{z}{\sin \phi} \quad (15.2)$$

de onde se tira que

$$\frac{a \cdot \sin \psi}{\sin \alpha} = z \quad (15.3)$$

$$\frac{b \cdot \sin \phi}{\sin \beta} = z \quad (15.4)$$

Igualando-se as (15.3) e (15.4),



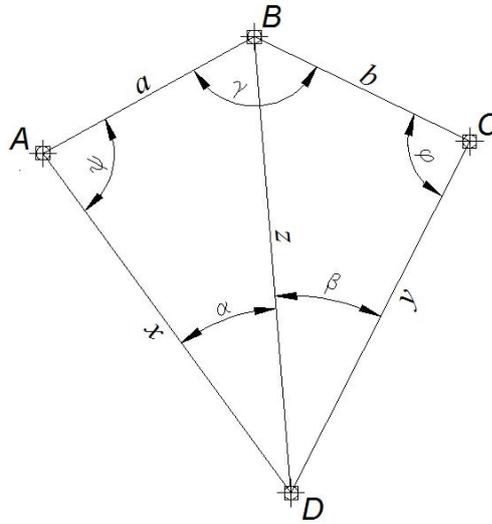


Figura 15.1: Situação Geral - Interserção à Ré.

$$\frac{a \cdot \sin \psi}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \varphi}{\sin \beta} \quad (15.5)$$

tem-se

$$\frac{a \cdot \sin \beta}{b \cdot \sin \alpha} = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi} \quad (15.6)$$

ou ainda,

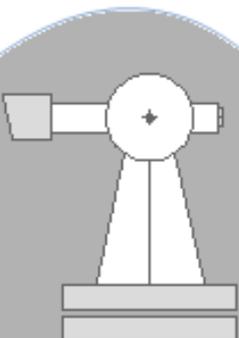
$$\frac{b \cdot \sin \alpha}{a \cdot \sin \beta} = \frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \tan \mu \quad (15.7)$$

Por outro lado, aplicando-se as fórmulas de Prostafférese,

$$\sin \psi + \sin \varphi = 2 \cdot \sin \frac{\psi + \varphi}{2} \cdot \cos \frac{\psi - \varphi}{2} \quad (15.8)$$

$$\sin \psi - \sin \varphi = 2 \cdot \sin \frac{\psi - \varphi}{2} \cdot \cos \frac{\psi + \varphi}{2} \quad (15.9)$$

Dividindo-se a (15.9) pela (15.8)



$$\frac{\sin \psi + \sin \varphi}{\sin \psi - \sin \varphi} = \frac{2 \cdot \sin \frac{\psi+\varphi}{2} \cdot \cos \frac{\psi-\varphi}{2}}{2 \cdot \sin \frac{\psi-\varphi}{2} \cdot \cos \frac{\psi+\varphi}{2}} \quad (15.10)$$

E reescrevendo-se de outro modo,

$$\left(\frac{\sin \psi + \sin \varphi}{\sin \psi}\right)^{-1} - \left(\frac{\sin \psi + \sin \varphi}{\sin \varphi}\right)^{-1} = \frac{\tan \frac{\psi-\varphi}{2}}{\tan \frac{\psi+\varphi}{2}} \quad (15.11)$$

Substituindo-se a (15.7) na (15.11),

$$(1 + \cot \mu)^{-1} - (1 + \tan \mu)^{-1} = \frac{\tan \frac{\psi-\varphi}{2}}{\tan \frac{\psi+\varphi}{2}} \quad (15.12)$$

$$\frac{1}{1 + \cot \mu} - \frac{1}{1 + \tan \mu} = \frac{\tan \frac{\psi-\varphi}{2}}{\tan \frac{\psi+\varphi}{2}} \quad (15.13)$$

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{\tan \mu}} - \frac{1}{1 + \tan \mu} = \frac{\tan \frac{\psi-\varphi}{2}}{\tan \frac{\psi+\varphi}{2}} \quad (15.14)$$

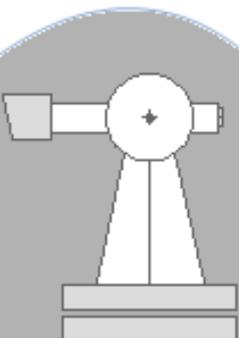
$$\frac{1}{\frac{\tan \mu + 1}{\tan \mu}} - \frac{1}{1 + \tan \mu} = \frac{\tan \frac{\psi-\varphi}{2}}{\tan \frac{\psi+\varphi}{2}} \quad (15.15)$$

$$\frac{\tan \mu}{1 + \tan \mu} - \frac{1}{1 + \tan \mu} = \frac{\tan \frac{\psi-\varphi}{2}}{\tan \frac{\psi+\varphi}{2}} \quad (15.16)$$

$$\frac{\tan \mu - 1}{1 + \tan \mu} = \frac{\tan \frac{\psi-\varphi}{2}}{\tan \frac{\psi+\varphi}{2}} \quad (15.17)$$

$$\frac{\tan \mu - \tan 45^\circ}{1 + \tan \mu \cdot \tan 45^\circ} = \frac{\tan \frac{\psi-\varphi}{2}}{\tan \frac{\psi+\varphi}{2}} \quad (15.18)$$

$$\tan(\mu - 45^\circ) = \frac{\tan \frac{\psi-\varphi}{2}}{\tan \frac{\psi+\varphi}{2}} \quad (15.19)$$



De onde, finalmente,

$$\tan \frac{\psi - \varphi}{2} = \tan(\mu - 45^\circ) \cdot \tan \frac{\psi + \varphi}{2} \quad (15.20)$$

No cálculo, se faz

$$\tan \mu = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a \cdot \sin \beta} \quad (15.21)$$

$$(\psi + \varphi) = 360^\circ - \alpha - \beta - \gamma \quad (15.22)$$

e as distâncias a e b são as distâncias euclidianas entre os pontos, uma vez que se conhecem as suas coordenadas. O ângulo γ é calculado avaliando-se os Azimutes $Az_{A \rightarrow B}$ e $Az_{B \rightarrow C}$.

Exemplo 15.1. *Considere o levantamento topográfico realizado pela turma de Engenharia Agrícola no primeiro semestre de 2015 que resultou nas coordenadas expressas na Tabela 15.1.*

n°	Ponto	X	Y
1	A	0,0000	50,0000
2	B	29,7980	53,2897
3	C	27,0043	73,2834

Tabela 15.1: Exemplo 15.1

Instalou-se o instrumento sobre um ponto D, de coordenadas desconhecidas, zerando o instrumento na direção de C. Visou-se o ponto B ($\alpha_H = 30^\circ 00' 18''$) e o ponto A ($\alpha_H = 80^\circ 38' 25''$). Pede-se as coordenadas do ponto D.

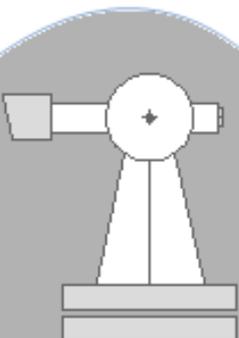
Solução:

1. Cálculo de α , β e γ

$$\alpha = r_B - r_C \quad (15.23)$$

$$\alpha = 30^\circ 00' 18'' - 0^\circ 00' 00'' \quad (15.24)$$

$$\alpha = 30^\circ 00' 18'' \quad (15.25)$$



$$\beta = r_A - r_B \quad (15.26)$$

$$\beta = 80^\circ 38' 25'' - 30^\circ 00' 18'' \quad (15.27)$$

$$\beta = 50^\circ 38' 07'' \quad (15.28)$$

$$\gamma = Az_{B \rightarrow C} - Az_{B \rightarrow A} \quad (15.29)$$

$$\gamma = 352^\circ 02' 44,22'' - 263^\circ 42' 0,20'' \quad (15.30)$$

$$\gamma = 88^\circ 20' 44,02'' \quad (15.31)$$

A verificação dos Azimutes fica a cargo do leitor.

2. Cálculo de $\psi + \varphi$

Aplicando a 15.22,

$$(\psi + \varphi) = 360^\circ - \alpha - \beta - \gamma \quad (15.32)$$

$$(\psi + \varphi) = 191^\circ 00' 50,98'' \quad (15.33)$$

3. Obtenção de $\tan \mu$

$$\tan \mu = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a \cdot \sin \beta} \quad (15.34)$$

$$\mu = 43^\circ 50' 48,31'' \quad (15.35)$$

4. Obtenção de $\frac{\psi - \varphi}{2}$

$$\tan \frac{\psi - \varphi}{2} = \tan(\mu - 45^\circ) \cdot \tan \frac{\psi + \varphi}{2} \quad (15.36)$$

$$\tan \frac{\psi - \varphi}{2} = (-10,37196195) \cdot (-0,0020130682) \quad (15.37)$$

$$\psi - \varphi = 11^\circ 47' 37,03'' \cdot 2 = 23^\circ 35' 14,06'' \quad (15.38)$$

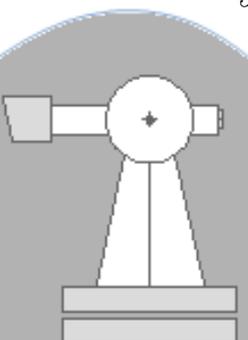
$$\psi - \varphi = 23^\circ 35' 14,06'' \quad (15.39)$$

5. Obtenção de ψ e φ

Solucione-se o sistema linear formado pelas (15.39) e (15.33)

$$\psi - \varphi = 23^\circ 35' 14,06'' \quad (15.40)$$

$$\psi + \varphi = 191^\circ 00' 50,98'' \quad (15.41)$$



que resulta em

$$\psi = 107^{\circ}18'02,52'' \quad (15.42)$$

$$\varphi = 83^{\circ}42'00,20'' \quad (15.43)$$

6. Obtenção das coordenadas de D

Solucionando-se o triângulo BAD, têm-se o ângulo em A (φ), de onde pode-se aplicar a lei dos senos.

- Obtenção da distância de A até D

Chamando o ângulo em B de θ e a distância de A até D de q , pode-se fazer

$$\frac{q}{\sin \theta} = \frac{b}{\sin \beta} \quad (15.44)$$

$$\frac{q}{\sin 45^{\circ}39'04,54''} = \frac{29,9790}{\sin 50^{\circ}38'07''} \quad (15.45)$$

$$q = 27,7290m \quad (15.46)$$

- As coordenadas de D são então encontradas

$$x_D = x_A + d_{A \rightarrow D} \cdot \sin Az_{A \rightarrow D} \quad (15.47)$$

$$x_D = 0 + 27,7290 \cdot \sin 0^{\circ}00'00'' \quad (15.48)$$

$$x_D = 0,000 m \quad (15.49)$$

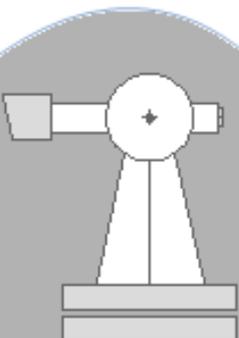
$$y_D = y_A + d_{A \rightarrow D} \cdot \cos Az_{A \rightarrow D} \quad (15.50)$$

$$y_D = 50 + 27,7290 \cdot \cos 0^{\circ}00'00'' \quad (15.51)$$

$$y_D = 77,7290 m \quad (15.52)$$

A redundância pode ser obtida resolvendo o mesmo problema para o triângulo BCD.

O problema de Pothenot na sua forma original guarda especial importância quando as distâncias até os pontos de coordenadas conhecidas não podem ser observadas. No caso de distâncias curtas, onde o afastamento desde o ponto estação até o ponto visado pode ser determinada por um distanciômetro, por exemplo, dois pontos de coordenadas conhecidas bastam para resolver o problema. A solução se dá analiticamente.



Capítulo 16

AULA 15

Objetivo: Praticar o Problema de Pothenet.

16.1 Prática de Campo

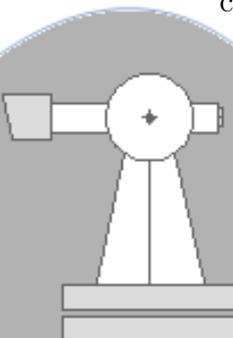
16.1.1 Interseção à Ré

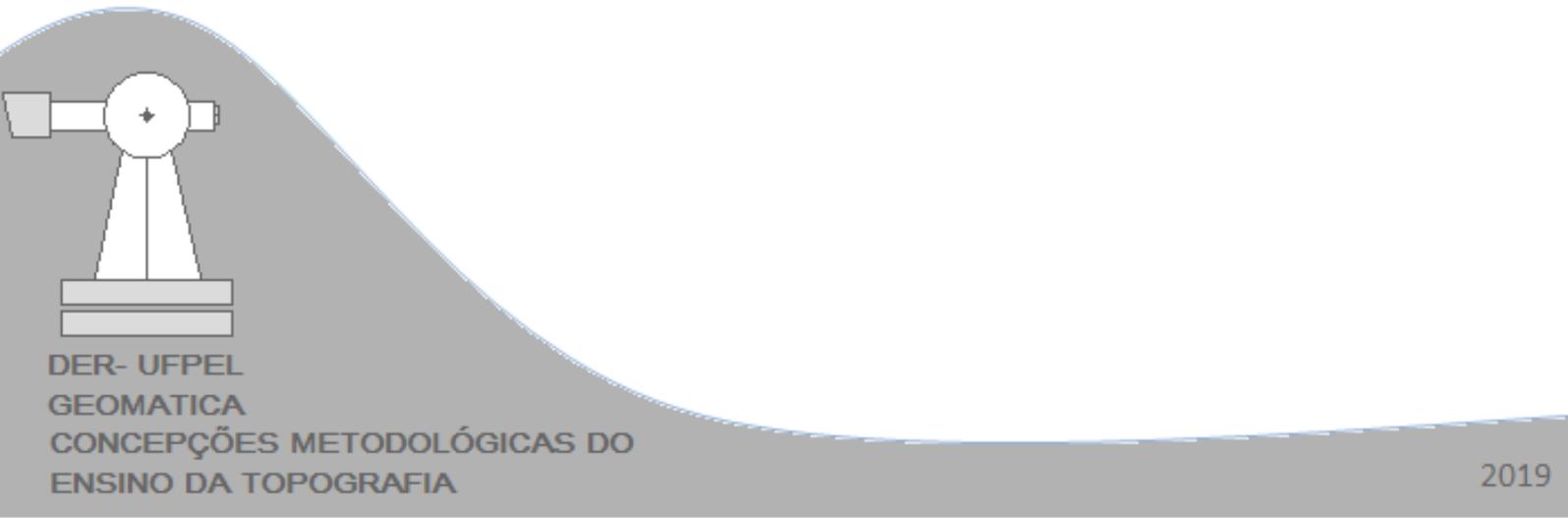
Nesta prática o aluno deverá resolver o Problema de Pothenet clássico, onde as coordenadas de um ponto são determinadas via a observação de direções até três pontos de coordenadas conhecidas.

Para verificação dos resultados, o roteiro a seguir no campo é o seguinte:

1. Instalar quatro pontos no campo A, B, C e D;
2. determinar as suas coordenadas por alguma técnica já conhecida (Irradiação, Poligonação ou Interseção à vante). Efetuar duas séries em Posição Direta e Posição Inversa;
3. instalar o equipamento sobre algum desses pontos e, pelo conhecimento das demais coordenadas,
4. resolver o problema de Pothenet (Interseção à Ré).
5. Conferir o resultado com as coordenadas previamente levantadas, aplicando as redundâncias adequadas.

Para o cálculo das coordenadas, considerar como verdadeiras as médias dos ângulos lidos. Apresentar a) o desvio-padrão das observações, b) um croquis adequado e c) Uma caderneta contendo todas as observações.





Capítulo 17

AULA 16

Objetivo: Compreender e exercitar a Poligonação. Integrar a poligonação às demais técnicas de levantamento topográfico.

17.1 Introdução Teórica

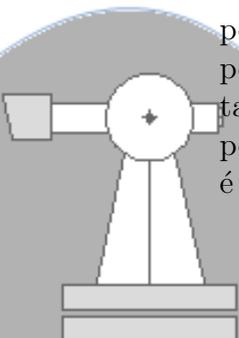
17.1.1 Poligonação e integração com demais técnicas

Os princípios mais básicos da poligonação já foram abordados nas Seções 03 e 04. Esses princípios básicos estão vinculados ao transporte de azimutes e de coordenadas no plano topográfico.

Poligonação é a metodologia de levantamento que visa constituir uma poligonal para dar apoio às outras técnicas e, se possível, fornecer um parâmetro de qualidade (como por exemplo, os erros de fechamento linear e/ou angular, não abordados detalhadamente aqui) para o levantamento.

Na maioria das vezes, não é possível, a partir de um único ponto, visualizar todos os pontos de interesse. Assim, a poligonal serve para contornar às obstruções como se o equipamento topográfico fosse *caminhando*, razão pela qual a poligonação também é chamada de caminhamento perimétrico. Ocorre, portanto, que o levantamento topográfico geralmente não é constituído por uma única técnica, mas sim pela integração de todas ao mesmo tempo.

Na Figura 17.1, por exemplo, o objetivo é levantar a poligonal formada pelos pontos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 11. No entanto, nem sempre é possível instalar o equipamento topográfico sobre os pontos a serem levantados (podem tratar-se de edificações, cercas, etc). Constitui-se então uma poligonal de apoio, formada pelos pontos E1, E2, E3 e E4, a partir da qual é possível observar os pontos 1, 2,...,11. Por exemplo, os pontos 1, 2, 11,



10 e 9 seriam levantados por irradiação desde o ponto E1; o Ponto 2 seria levantado por irradiação desde E2; os pontos 3, 4 e 5 seriam levantados por irradiação desde E3; os pontos 6, 7 e 8, por irradiação, desde E4. O ponto P1 poderia ser levantado por interseção à vante, desde E3 e E4. Os pontos 1, 2,...,11 poderiam ser os ou os limites de uma propriedade, o uma construção civil, ou ainda uma zona limítrofe de um crime. O ponto P1 poderia uma antena, uma janela inacessível, etc. Cabe, na realidade, ao instrumentista/observador constituir a poligonal como melhor lhe convém e utilizar as técnicas da forma mais otimizada possível.

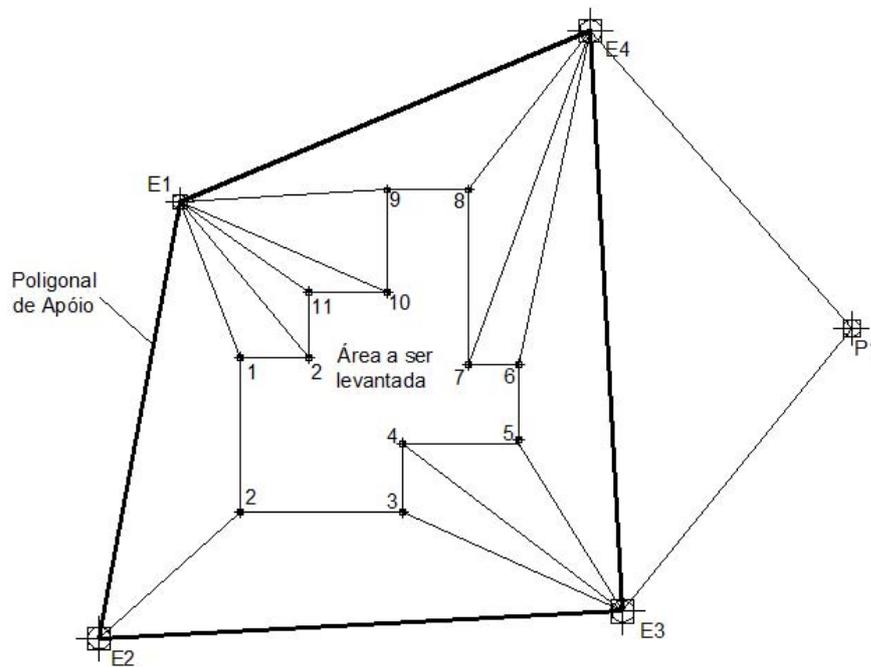
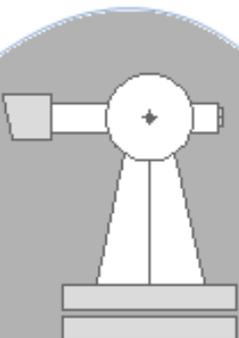


Figura 17.1: Integração entre diferentes técnicas.

Um bom observador também deve se preocupar com a redundância das observações. Deve ser destacado que a redundância permite o Ajustamento ¹ das observações pelo Método dos Mínimos Quadrados, que, por sua vez, fornece parâmetros de qualidade necessários à adequada análise de qualidade do trabalho.

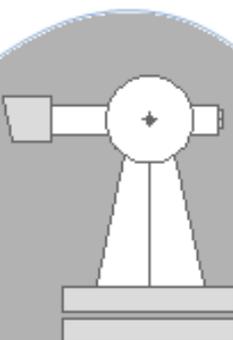
¹Conteúdo mais avançado no estudo da Topografia

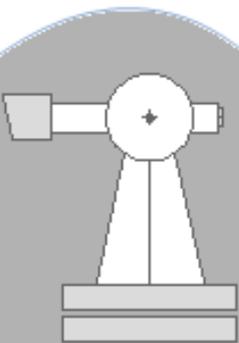


17.2 Prática de Campo

17.2.1 Levantamento Planimétrico

O aluno deve executar o levantamento planimétrico de uma determinada área implantando uma poligonal para apoiar a irradiação e, se necessário, a utilização das demais técnicas. Apontar, ao final da aula, o erro angular cometido. Apresentar o croquis do levantamento e uma caderneta contendo as coordenadas de cada um dos pontos.





Capítulo 18

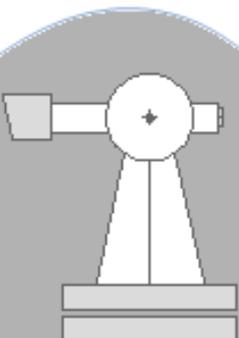
AULA 17

Objetivo: verificar/qualificar o entendimento do conteúdo pelos alunos.

Nesta aula o aluno deverá demonstrar capacidade/habilidade em resolver problemas associados aos seguintes tópicos:

- Escolher técnica de levantamento topográfico mais adequada para a solução de determinado problema;
- Compreender a caderneta como meio de registro topográfico;
- A partir da caderneta, confeccionar o croquis do levantamento; A partir do croquis do levantamento, confeccionar a caderneta adequada;
- Entender a poligonação como metodologia capaz de fornecer um parâmetro de qualidade para os levantamentos topográficos;
- Integrar as diferentes metodologias de levantamento.

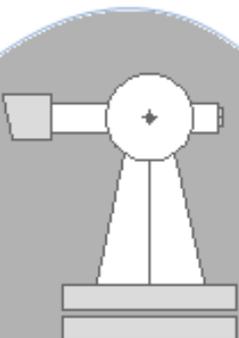
Demonstrar tais capacidades, tal como na Avaliação 01, compõe parte do processo avaliativo que servirá como parâmetro para a conclusão da disciplina.

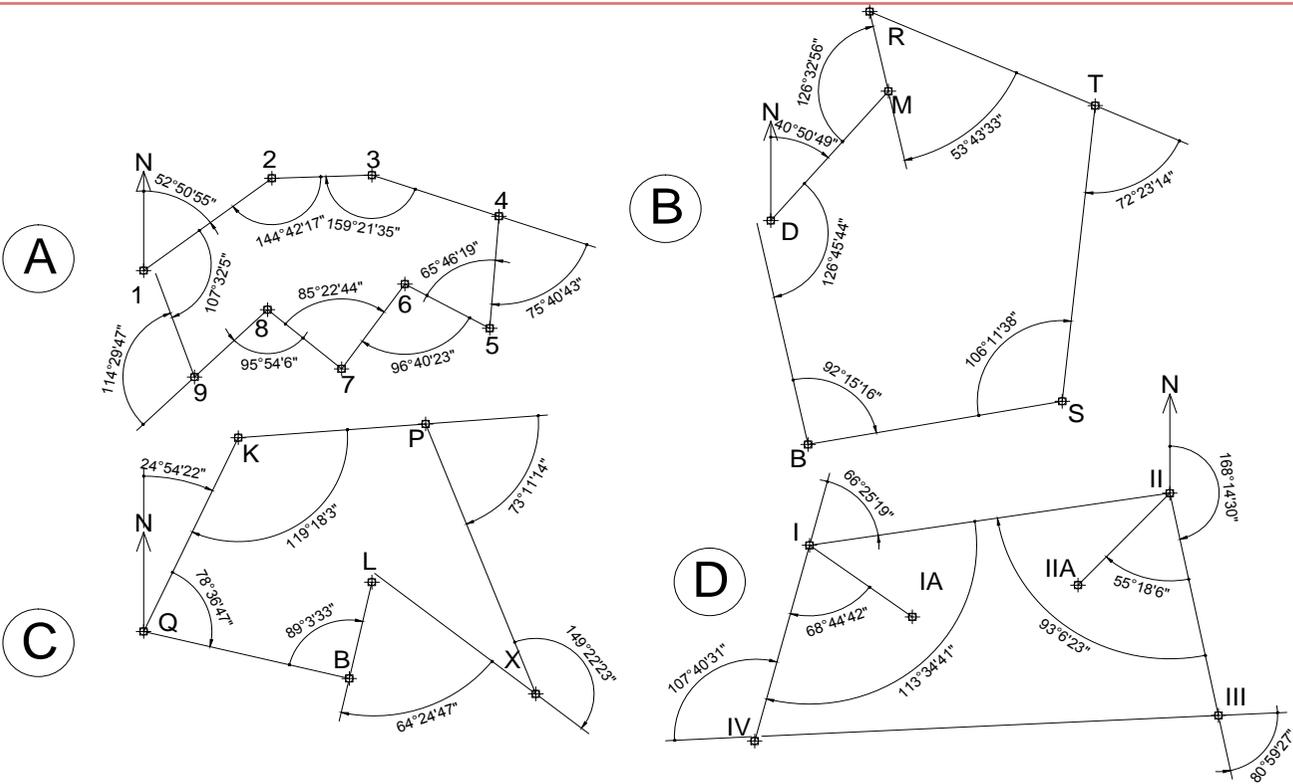




Capítulo 19

EXERCÍCIOS ADICIONAIS





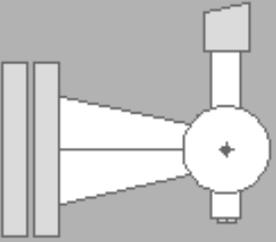
Exercício:
 a) Construir as Cadernetas de Campo representativas de cada poligonal;
 b) Obter o erro de fechamento angular e aplicar as compensações;
 c) Calcular o Azimute de cada um dos alinhamentos envolvidos.

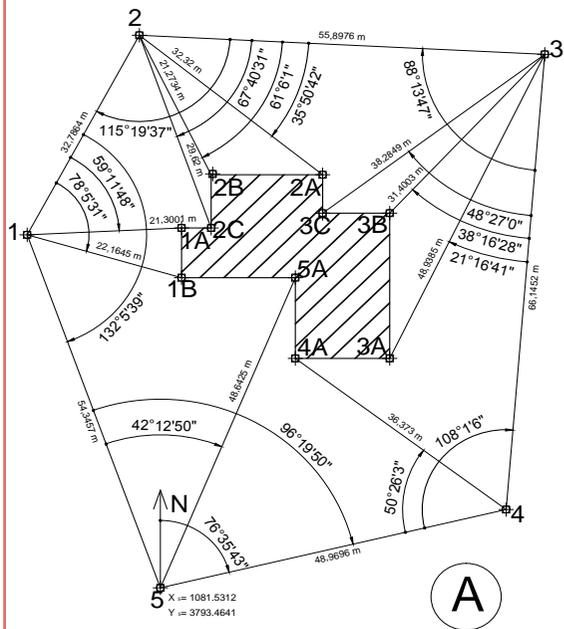
OBS:
 Assumir que as poligonais deveriam estar fechadas.

DATA:
 25/04/2015

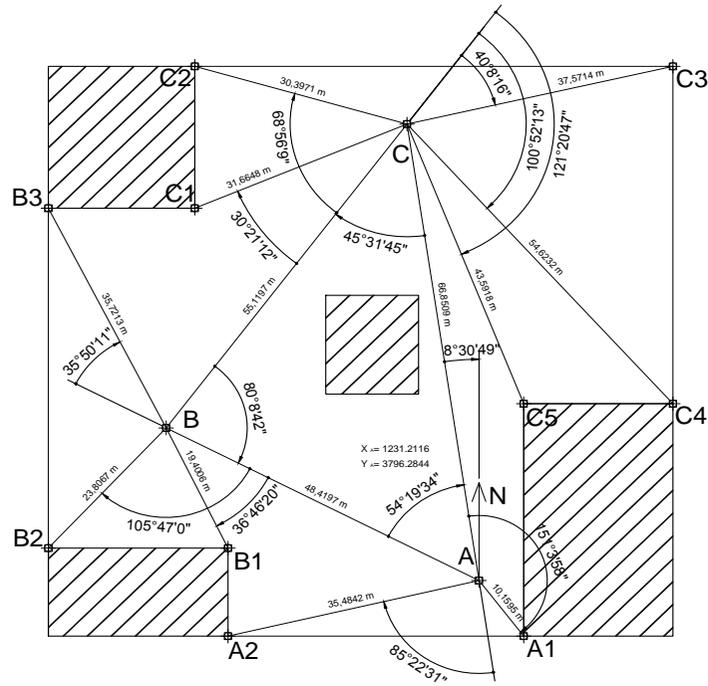
1/2

Figura 19.1: Exercícios voltados à poligonação.





(B)



Exercício:

- Construir as Cadernetas de Campo representativas de cada poligonal;
- Calcular o Azimute de cada um dos alinhamentos envolvidos;
- Calcular as coordenadas de cada um dos pontos apresentados.

OBS:

As poligonais apresentadas estão isentas de erro angular.

DATA:

25/04/2015

2/2

Figura 19.2: Exercícios voltados à poligonação.

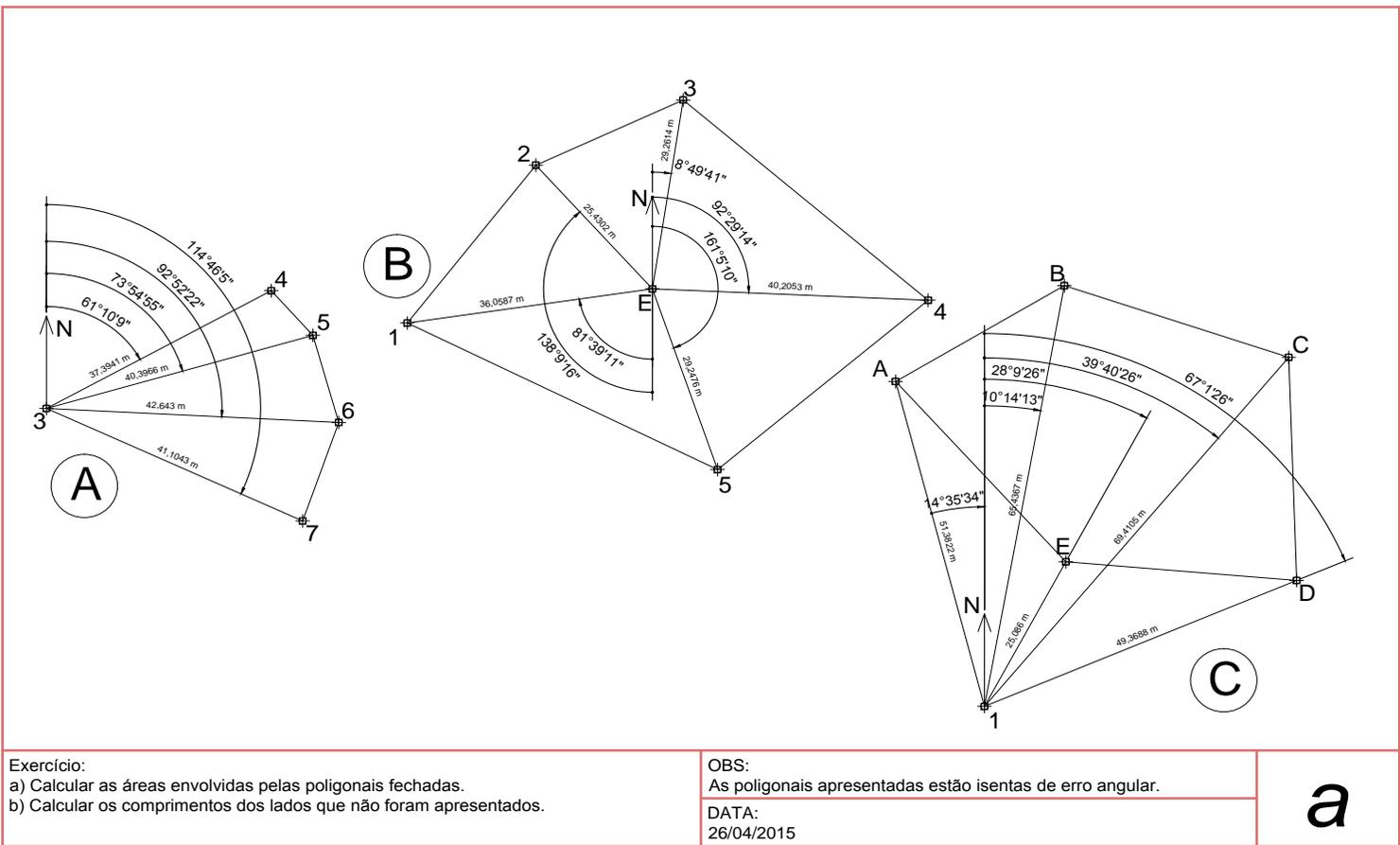
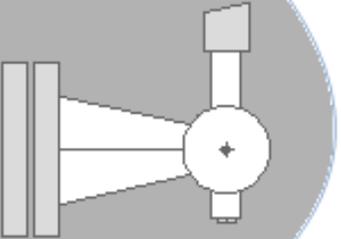
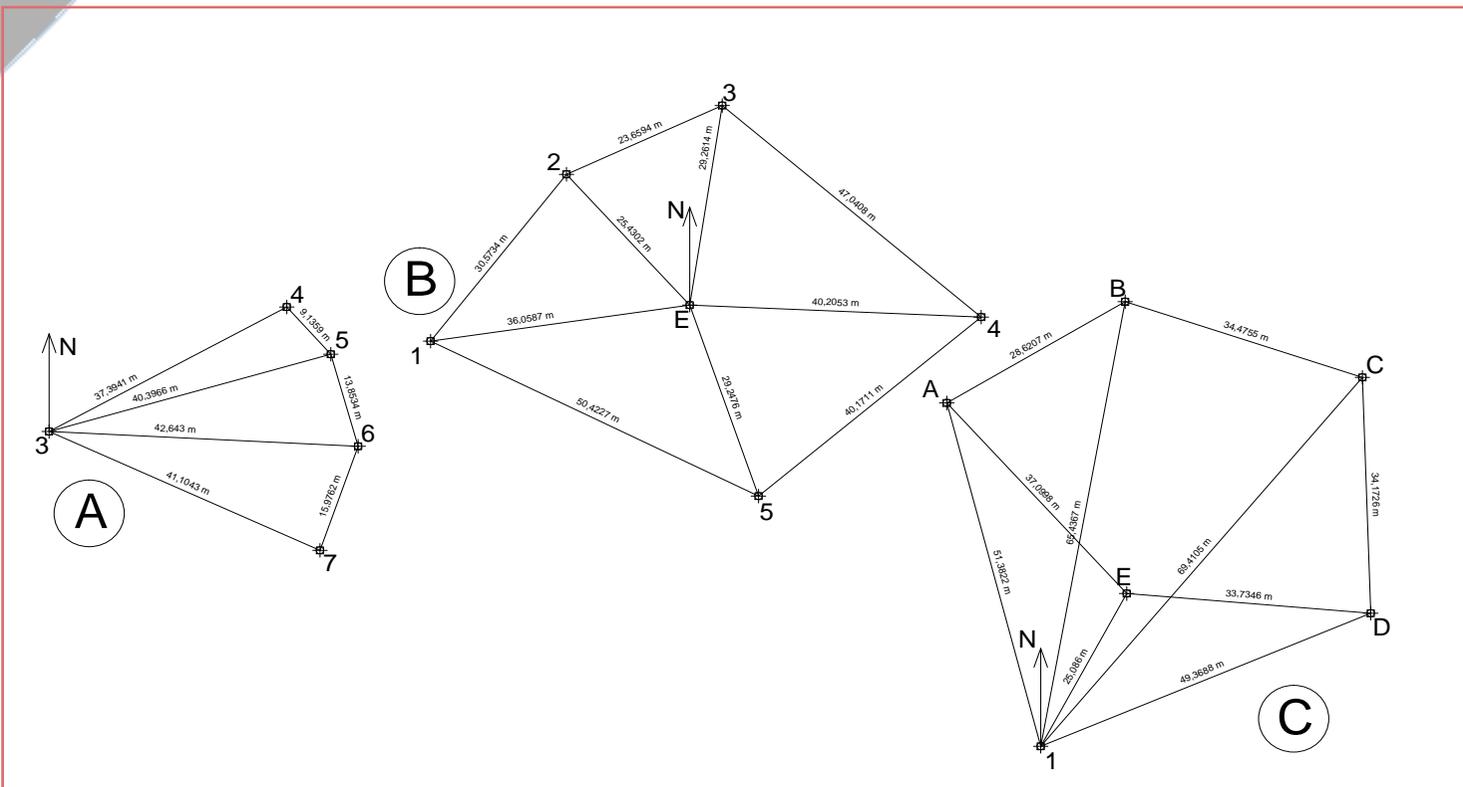
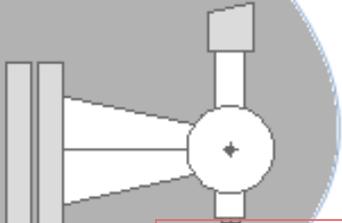


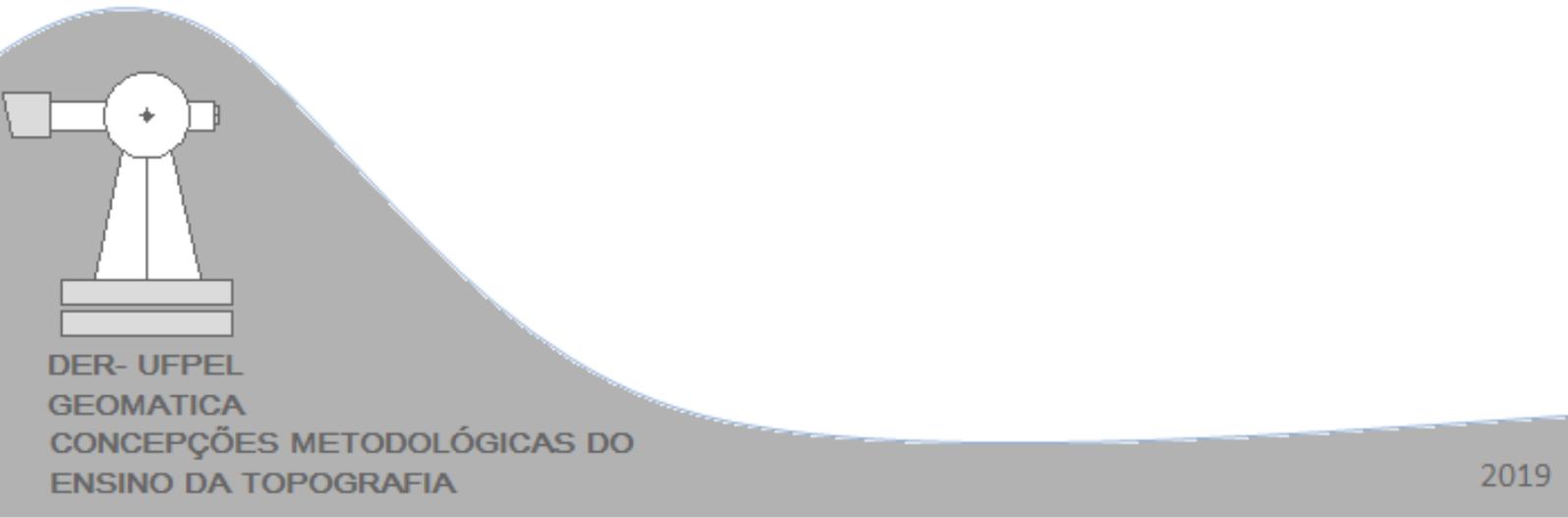
Figura 19.3: Exercícios voltados à Irradiação e Cálculo de Áreas.





Exercício: a) Calcular as áreas envolvidas pelas poligonais fechadas. b) Calcular os ângulos associados com as áreas dos triângulos formados.	OBS: As poligonais apresentadas estão isentas de erro angular.	b
	DATA: 26/04/2015	

Figura 19.4: Exercícios voltados à Irradiação e Cálculo de Áreas.



Capítulo 20

LEITURAS ESTADIMÉTRICAS

Nesta seção apresentam-se exemplos de leituras estadimétricas. A metodologia de leitura é apresentada em aula prática com esta finalidade.

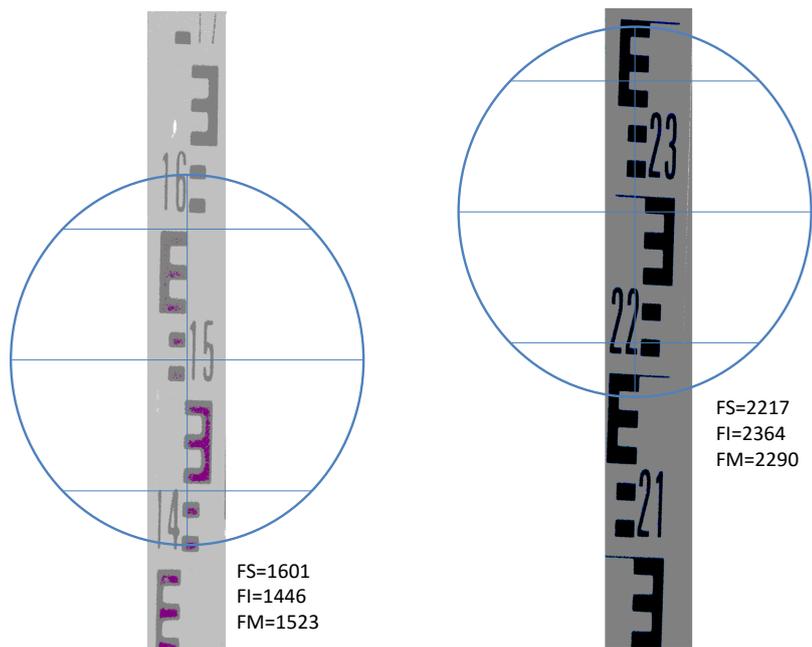
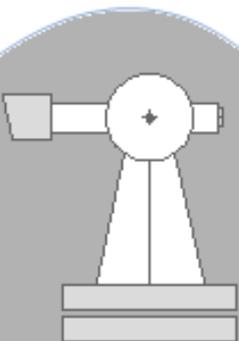


Figura 20.1: Leitura Estadimétrica - Exemplo 1.



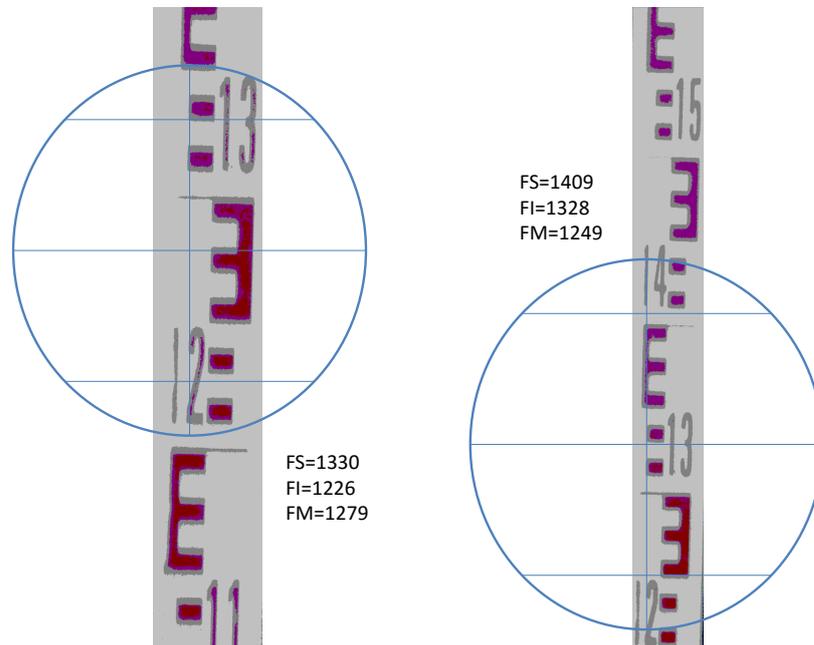


Figura 20.2: Leitura Estadimétrica - Exemplo 2.

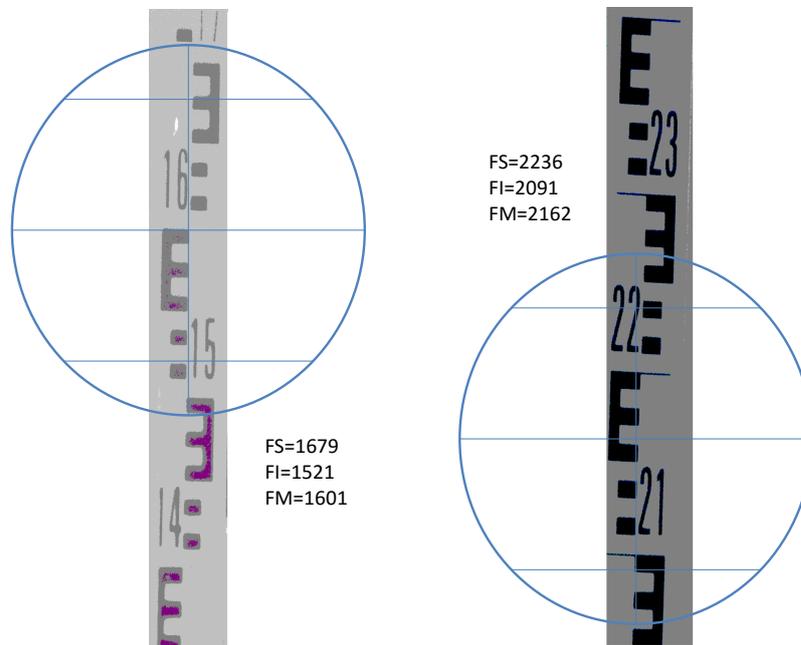
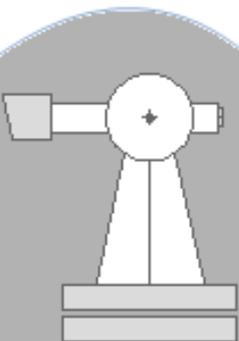


Figura 20.3: Leitura Estadimétrica - Exemplo 3.



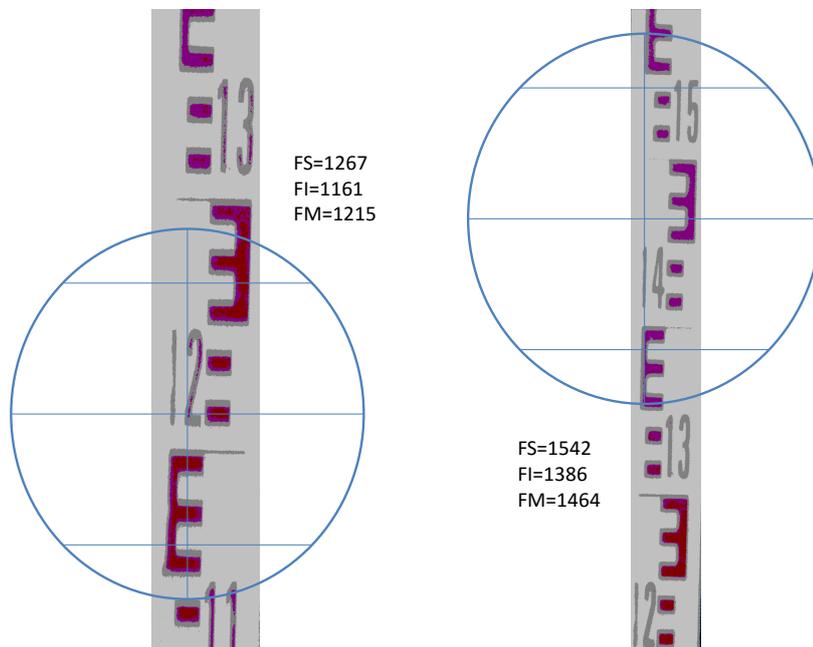
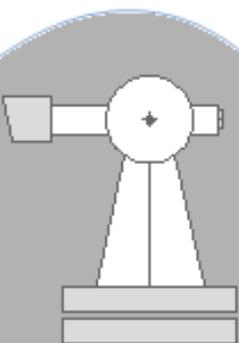
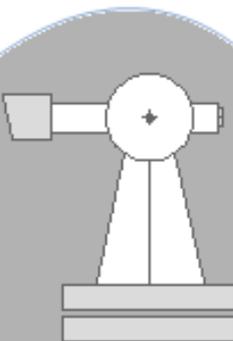


Figura 20.4: Leitura Estadimétrica - Exemplo 4.





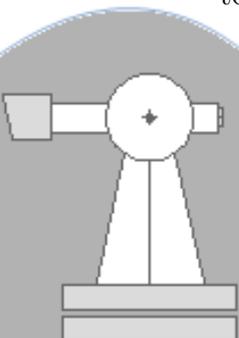
Capítulo 21

INSTRUMENTAÇÃO TOPOGRÁFICA

Nesta seção apresentam-se alguns exemplares de instrumentação topográfica. O objetivo da seção é apontar aspectos básicos que devem ser levados em conta na escolha do instrumental a ser utilizado em um determinado serviço e/ou obra. Os extratos são propagandas encontradas em revistas e, evidentemente, maiores detalhes sobre os respectivos equipamentos podem ser obtidos mediante consulta ao fabricante.

21.1 Teodolitos, miras e acessórios

Os teodolitos ainda se mantêm como instrumentos necessários ao aprendizado à Topografia e em algumas finalidades bastante específicas. Antigamente, era comum encontrar instrumentos mecânicos do tipo *WildT2* (Figura 21.1), que mantém importância histórica. Equivalentes eletrônicos como os da Figura 21.2 ainda podem ser encontrados comercialmente. Com finalidade específica, apresenta-se o equipamento *TD – 4* (Figura 21.3), utilizado principalmente para observação à satélites. Verifique-se os aspectos construtivos, muito diferentes, dos conhecidos até então. Na Figura 21.4, observa-se um clinômetro acoplado a um distanciômetro. O último não trata-se especificamente de um teodolito. Mantém, no entanto, a mesma concepção construtiva.



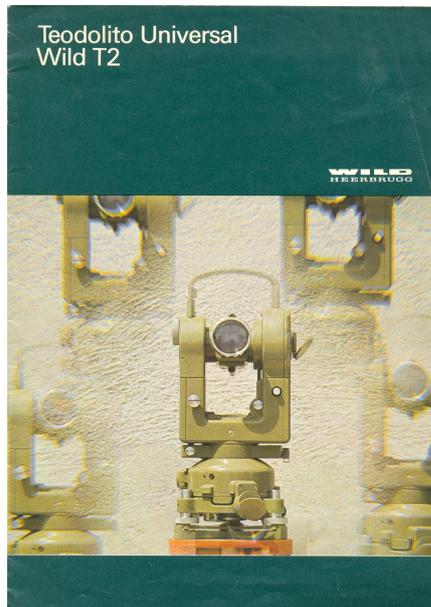


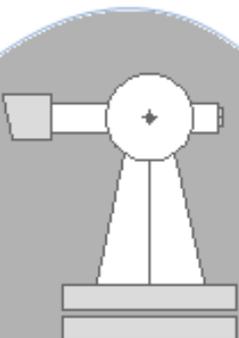
Figura 21.1: Teodolito Universal Wild T2.

21.2 Estações totais, refletores e acessórios

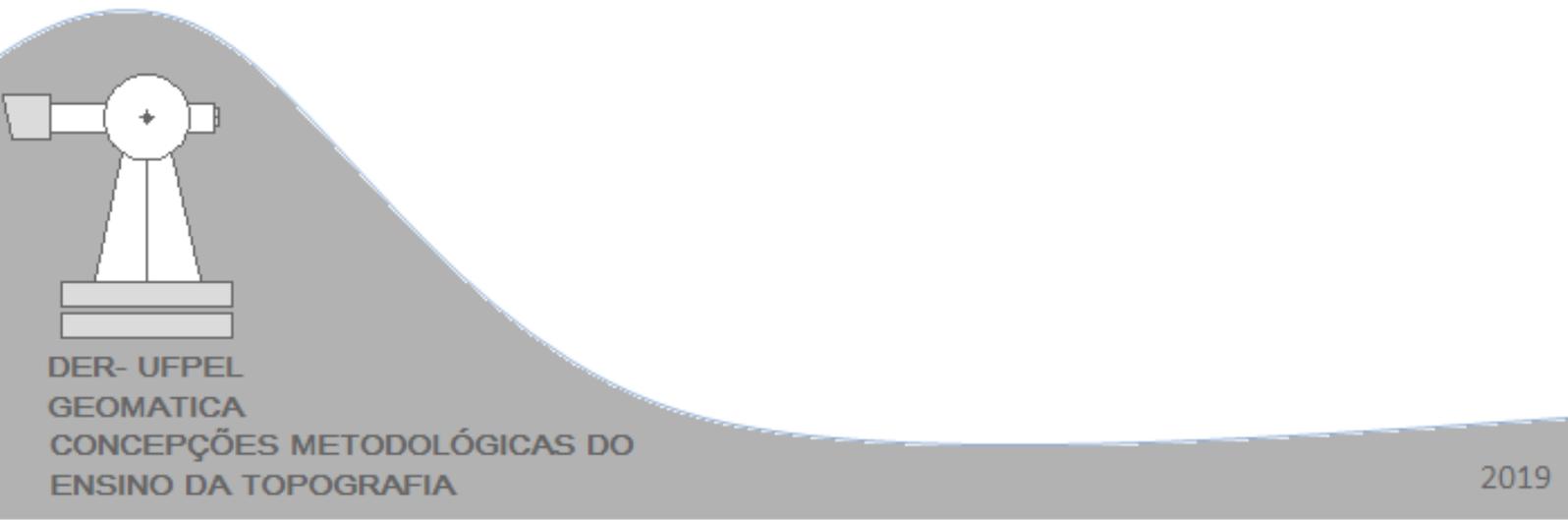
Como já apresentado, as estações totais diferem dos níveis por acoplarem no seu corpo um distanciômetro, além de, na maioria dos casos atuais, funções específicas de cálculo e banco de dados. Atentar para as diferenças presentes no corpo do equipamento. Atualmente, os distanciômetros são capazes de observar distâncias sem a necessidade de refletores. Apesar disso, existem refletores para as mais diversas aplicações, como pode-se visualizar na Figura 21.6. Outros equipamentos ainda podem ser acoplados a acessórios especiais, como no caso da *FOIFGT A1310* (Figura 21.7), onde um giroscópio (instrumento capaz de determinar a direção do norte verdadeiro) está instalado sobre a alça de transporte.

21.3 Níveis, miras e acessórios

Assim como as estações totais relativamente aos teodolitos, os níveis digitais representam a evolução dos níveis clássicos. Na sua forma clássica, o nível é um instrumento essencialmente mecânico (e.g. Figura 21.8) tal que a luneta apresenta características específicas que lhe permitem obter distâncias e/ou desníveis quando utilizado em associação com as miras. Pode-se dizer que



hoje é comum encontrar miras em códigos de barra que são lidas por instrumentos ditos óptico-digitais, como no caso da Figura 21.9. Uma outra classe de nível é apresentada na Figura 21.10. Cabe ao leitor procurar as aplicações para tal equipamento.



PENTAX | **ETH-400 Series Electronic Theodolites**

STANDARD CONFIGURATION

- 2x Battery case (one is attached to each instrument)
- 4x Dry cell battery, type AA (pre-installed in battery case)
- A set of tools
- 1x Plumb bob
- 1x Rain cover
- 1x Carrying case
- Instruction manual



APPLICATIONS

- Setting out right angles and checking plumb
- Alignment measurements
- Anchor bolt layout
- 90° layout

KEY FEATURES INCLUDE

- Easy to read-display
- Zero set and reverse angle display
- Powered by Alkaline batteries

EASY TO READ-DISPLAY

A 16 characters x 2 line liquid crystal display (LCD) is incorporated on both sides of the instrument. Both vertical and horizontal angles are displayed in degrees or gon.

EASY KEY OPERATION

A row of soft keys allows simple and fast operation.

EASY TO USE

- Lightweight and compact
- The basic instrument weighs only 4.6 kg or 10 lbs.2 oz. (including battery)

AUTOMATIC POWER-OFF FUNCTION

Automatic power-off prevents unnecessary battery drainage. The remaining battery capacity is indicated on the display.

ANGLE MEASUREMENT AND ANGLE CONTROL

- Clockwise and counter-clockwise angle measurement
- Conversion of the vertical angle to a percentage grade
- Zero setting of the horizontal angle at any position
- Horizontal angle 'Hold key function

BRIGHT OPTICS

All the models have a bright 30x magnification telescope which ensures sharp and clear images even in poor light conditions.

ELECTRONIC THEODOLITES ETH-400 SERIES SPECIFICATIONS

Model	ETH-402	ETH-405	ETH-410	ETH-420
Telescope	Imaging	Erect image		
	Objective aperture	42 mm		
	Magnification	30x		
	Resolution	≤ 3"		
	Field of view	1°20'		
	Shortest focusing distance	2.0 m		
	Stadia multiplication constant	100		
Stadia addition constant	0			
Angle measurement	Angle measuring mode	Incremental rotary encoder		
	Angle measuring accuracy	2"	5"	10"
	Angle display	1°5'	5°/10"	
	Angle unit	360° / 400 G / 6400 M		
Compensator	Tilt sensor	Automatic vertical compensation		
	Tilt compensator	Yes	Yes	No
	Soft switch	ON/OFF	ON/OFF	-
	Compensation range	± 3'		
Optical plummet	Display unit	Two-sided		
	Image	Erect		
	Magnification	3x		
	Angle of vision	5°		
	Focusing range	0.5 m - ∞		
	Sensitivity of tubular vial	30"/2 mm	40"/2 mm	
Power supply	Sensitivity of circular vial	8"/2 mm		
	Type of base	Detachable		
	Battery	4 AA-sized alkaline batteries		
Ambient temperature	Duration	80 h		
	For operation	-20°C - +50°C		
Weight	Instrument	4.8 kg		
	Carrying case	2.5 kg		
Measurements	Instrument	W 168 mm x L 158 mm x H 333 mm		
	Carrying case	W 316 mm x L 422 mm x H 240 mm		

* Designs and specifications are subject to change without notice. © PENTAX 2011 - SURVEY/02/2011

Specifications are subject to change without notice

TI Asahi Co., Ltd.
International Sales Department
 3-37-14, Hazawa, Nerima-ku
 Tokyo, Japan 176-0003
 Tel: +81-3-5912-7072
 Fax: +81-3-5912-7074
 E-mail: International@tiasahi.com

www.pentaxsurveying.com/en/

Your Official Pentax Dealer



The CE marking assures that this product complies with the requirements of the EC directive for safety.



Member symbol of the Japan Surveying Instruments Manufacturers' Association representing the high quality surveying products.



Figura 21.2: Teodolito Pentax Série ETH400.

TAMAYA

Digital Balloon Theodolite TD-4

TD-4 shows unprecedented cost performance with high accuracy and high resolving power (0.01° as smallest unit of display). With its built-in memory, a data collector is no longer necessary.

With the optional printer, data can be printed out at real time.

TD-4 with Data-processing Software

PLANIX Series

PLANIX 10S *marble*

TAMAYA TECHNICS INC. 3-7, MINAMI-OI 6-CHOME, SHINAGAWA-KU, TOKYO 140-0013 JAPAN
PHONE: +81-3-5764-5561 FAX: +81-3-5764-5565
E-MAIL: sales2@tamaya-technics.com URL: <http://www.tamaya-technics.com>

No. 1491

Figura 21.3: Teodolito para astronomia/observação a balões Tamaya TD4.

Ushikata
Laser distance meter-tipped Pocket Compass

PocoRay

PocoRay is a small, portable laser distance meter-carrying compass. The laser distance meter can measure distances quickly and accurately. If your other larger equipment is too risky or difficult to use in deep forests, sharp inclines in mountains or valleys, or on unstable grounds, the PocoRay is a great choice.

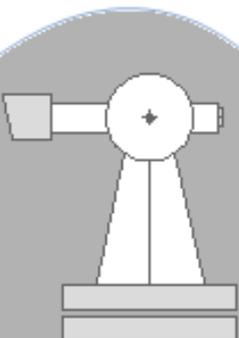
- Measuring range: 50m (reflectorless)
150m (with reflector)
- 1,120g including batteries
- Battery life: 10,000 shots available

5 more surveying compasses available:

- LS-25 ● S-25
- S-27 ● S-28
- S-32N(excluding telescope)

No. 898

Figura 21.4: Distanciômetro acoplado a clinômetro Ushikata PocoRay.



PENTAX W-800 SIMPLE OPERATION MODULAR SOFTWARE

TOUCH SCREEN

Large easy to use Color graphical touch display, alphanumeric keyboard

COMPACT FLASH

CF-Card slot

Triple axis compensator on the W-822NX (2") and W-823NX (3") models

AF

Auto Focus

USB **SD**

Advanced connectivity USB, SD-Card slot, RS-232C Data port

Automatic Atmospheric Correction

Windows CE

LONG RANGE EDM

Measures distances in reflectorless mode over 550 m and 9000 m (*) to a single prism while maintaining the same high level of accuracy. Benefits: Its extended measuring range prevents you from making additional instrument setups. (* in good conditions (40km visibility))

PENTAX SOLUTION PARTNERS

MANY SURVEY CHALLENGES, ONE LOGICAL SOLUTION: OPEN PLATFORM

By collaborating with selected Software Solution Partners, such as SierraSoft and Carlson, Pentax can offer a broad range of functionalities to cover almost every specific task.

W-800 SERIES

R-400N SERIES

R-400VN SERIES

TI Asahi Co., Ltd.
International Sales Department
 Tel.: +81-3-5912-7072
 Fax: +81-3-5912-7074
 e-mail: international@tiasahi.com

Microsoft and Windows are a trademark or a registered trademark of Microsoft Corporation in the United States and other countries.

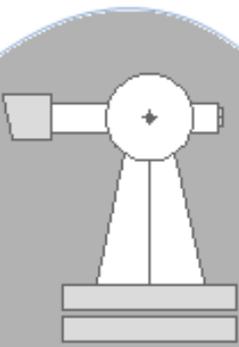




Figura 21.6: Diferentes modelos de refletores e alvos fabricados pela empresa Geo-Allen.

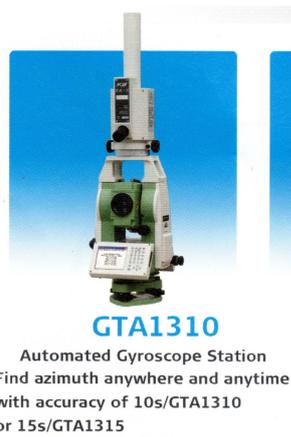


Figura 21.7: Estação Total acoplada a Giroscópio - Giroteodolito.

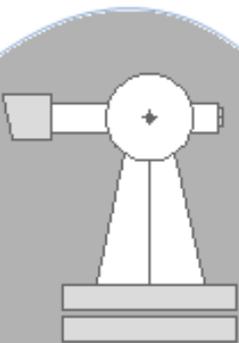




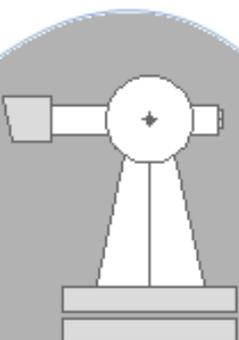
Figura 21.8: Nível óptico mecânico da empresa Leica.



Figura 21.9: Nível óptico digital da empresa Leica e representação da sua respectiva mira.

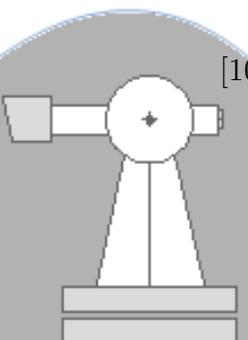


Figura 21.10: Nível óptico Wild N3.



Referências Bibliográficas

- [1] BORGES, A.C. Topografia aplicada à Engenharia Civil. São Paulo: Edgard Blücher, 1977. 2ª. Ed.
- [2] COMASTRI, J. A. Topografia: Planimetria. Viçosa: Imprensa da UFV, 1986.
- [3] ESPARTEL, L . Curso de Topografia. Rio de Janeiro: Globo, 1960. 8ª. Ed.
- [4] TORGE, W. Geodesy. New York: W. de Gruyter, 1991. 2nd. Ed.
- [5] IEZZI, G. Fundamentos de Matemática Elementar. Trigonometria. São Paulo: Editora Saraiva, 2010. 8.ª Ed.
- [6] JORDAN, W. Tratado General de Topografía. Barcelona: Editorial Gustavo Gili, 1974.
- [7] MORAES, C.V. Disciplina:EGR303 – Topografia 1. Santa Maria; UFSM, 2004.
- [8] ROCHA, A.F. Tratado Teórico e Prático de Topografia. Rio de Janeiro: Reper, 1970.
- [9] ON. Anuário do Observatório Nacional. Rio de Janeiro: Observatório Nacional, 2015. Disponível em <<http://www.on.br/conteudo/modelo.php?endereco=servicos/servicos.html>>. Acesso em 11/04/2015.
- [10] ON.B. Carta Magnética do Brasil. Rio de Janeiro: Observatório Nacional, 2015. Disponível em <http://www.on.br/conteudo/servicos/imagens/Mapa_dec.jpg>. Acesso em 19/04/2015.



- [11] VARELLA, I.G.; OLIVEIRA, P.C.D.F. Cursos de Astronomia Esférica. Disponível em <http://www.uranometrianova.pro.br/cursos/astronomia_esferica01/esferica0000.htm> Acesso em 02/10/2015.
- [12] HOFMANN-WELLENHOF, B.MORITZ, H. Physical Geodesy. New York: SpringerWien New York, 2005.
- [13] NBR 13133. Execução de Levantamento Topográfico. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1996.
- [14] FERNANDES, S.L. Topografia e Georreferenciamento. Pelotas: UFPEL, 2007.
- [15] MARINHO, J. C. Houaiss Eletrônico. Gama Design LTDA. Objetiva, 2009.
- [16] IBGE. Padronização de Marcos Geodésicos. Rio de Janeiro: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2008.
- [17] BREED, C.B.; HOSMER, G.L. Principles and Paractice of Surveying. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1906.
- [18] SPIEGEL, M.R; SCHILLER, J.J.; SRINIVASAN, R.A.; Probabilidade e Estatística. Porto Alegre: Bookman, 2013.

