UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
Faculdade de Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional

Dissertação

CONSIDERAÇÕES SOBRE OS ERROS NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA

Bruna da Silveira Isnardi Duquia

Pelotas, 2021.

Bruna da Silveira Isnardi Duquia

CONSIDERAÇÕES SOBRE OS ERROS NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Mestrado Profissional, da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestra em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. André Luis Andrejew Ferreira
Coorientadora: Profª. Dra. Rozane da Silveira Alves

Pelotas, 2021.

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação na Publicação

D946c Duquia, Bruna da Silveira Isnardi

Considerações sobre os erros na resolução de equação do 1º grau com uma incógnita / Bruna da Silveira Isnardi Duquia ; André Luis Andrejew Ferreira, orientador ; Rozane da Silveira Alves, coorientadora. — Pelotas, 2021.

195 f. : il.

Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Faculdade de Educação, Universidade Federal de Pelotas, 2021.

1. Equações de 1ª grau. 2. Desenvolvimento do pensamento algébrico. 3. Ensino de álgebra. 4. Ensino fundamental. I. Ferreira, André Luis Andrejew, orient. II. Alves, Rozane da Silveira, coorient. III. Título.

CDD : 510.7

Elaborada por Simone Godinho Maisonave CRB: 10/1733

Bruna da Silveira Isnardi Duquia

CONSIDERAÇÕES SOBRE OS ERROS NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA

Dissertação aprovada, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestra em Educação, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Faculdade de Educação, Universidade Federal de Pelotas.

Data da defesa:

Banca examinadora:

....

Orientador: Prof. Dr. André Luis Andrejew Ferreira

Universidade Federal de Pelotas – PPGECM/UFPEL

....

Coorientadora: Prof.ª Dr.ª Rozane da Silveira Alves

Universidade Federal de Pelotas – PPGEMAT/UFPEL

....

Prof.ª Dr.ª Daniela Stevanin Hoffmann

Universidade Federal de Pelotas – PPGEMAT/UFPEL

....

Prof.ª Dr.ª Denise Nascimento Silveira

Universidade Federal de Pelotas – PPGECM/UFPEL

“O Caminho da sabedoria é não ter medo de errar.”
Paulo Coelho

AGRADECIMENTOS

Enfim, esse momento tão esperado chegou! Foram dias, meses e anos, em que tive que dizer *“Hoje não posso!”, “Estou estudando.”, “...fazendo minha pesquisa.”, “...escrevendo minha dissertação.”*

Chegando na reta final desta etapa, reflito sobre os momentos que não pude compartilhar com minha família e amigos, e vejo que não me arrependo, e sim, que faria tudo de novo, pois a felicidade de ter concluído essa etapa é gratificante!

Percebo que esse sentimento de gratidão se dá devido a todo apoio e compreensão que recebi, durante este tempo. Então, agora chegou a hora de agradecer de coração a todos aqueles que fizeram parte desta trajetória comigo.

Primeiramente quero agradecer a ele, que está sempre me abençoando, guiando meus passos e iluminando meu caminho, obrigada meu Deus, por tudo! Aos meus pais, Luiz e Taina, que me deram a vida, me mostraram o que é o amor incondicional e estão sempre prontos para me apoiar, ajudar e incentivar! Amo vocês!

Ao meu marido, Jesus, obrigada amor por me apoiar e incentivar sempre, e também por me aturar, nos momentos em que até eu não me aguentava. Te amo!

Ao meu filho, Arthur, meu presente de Deus, obrigada pelos abraços e beijos que a mamãe recebia enquanto escrevia a pesquisa, esses eram e são, os melhores combustíveis do mundo para seguir em frente! Eu te amo infinito, meu guri!

A minha irmã, Valesca, que me deu as minhas lindas afilhadas, Kamyla e Melissa, agradeço a paciência e compreensão, por eu não poder estar tão presente na vida de vocês, como gostaria, durante esse período. Amo vocês, minhas meninas!

Ao meu irmão, Ruan, que me ajudou muito, lendo e relendo as minhas escritas, compartilhou minhas angústias e alegrias vivenciadas nesse período. Obrigada por tudo, te amo!

Ao meu orientador e amigo, Prof. Dr. André Luis Andrejew Ferreira, que acreditou em mim, me orientando e compartilhando seus saberes em prol dessa pesquisa. Muito obrigada!

A minha amiga e coorientadora, Prof.ª Dr.ª Rozane da Silveira Alves, que me ajudou e me incentivou neste trabalho, durante o afastamento de meu orientador para seu pós-doc. Muito obrigada!

Obrigada às pesquisadoras que compuseram a banca desse trabalho – a Professora Dra. Daniela Stevanin Hoffmann e a Professora Dra. Denise Nascimento Silveira, por suas valiosas contribuições durante a qualificação desta dissertação e pela leitura final do trabalho.

Obrigada aos professores e amigos que fiz durante esse mestrado, vocês foram muito importantes nessa caminhada!

Para finalizar, e não cometer a injustiça de esquecer o nome de alguém, quero agradecer de coração a todas e a todos que contribuíram para que essa dissertação fosse escrita - meus amigos, meus colegas e meus educandos, em especial os sujeitos de pesquisa. Levo no coração o carinho e a amizade de vocês!

RESUMO

Esta pesquisa, de caráter qualitativo, segue a perspectiva teórica da Análise do Erro de Cury (2019) e teve como objetivo geral analisar os erros cometidos por alunos do 8° ano de uma escola pública situada no município de Turuçu, RS. Para embasarmos o conceito de mediação usamos a teoria de Vygotsky (1887, 1998, 1999) e para apoiar a questão do erro construtivo usamos Piaget (1976) e Ferreiro e Teberosky ([1979], 1989). Os erros dizem respeito às Equações do 1º grau com uma incógnita e fomentaram, em nós, a questão da formação do pensamento algébrico nos informantes. Com intuito de analisar uma forma de lidar com os erros e contribuir com a aprendizagem dos alunos foi formulada a seguinte questão de pesquisa: O que a análise dos erros cometidos pelos sujeitos revela sobre o conhecimento que estes possuem sobre a equação do 1º grau? Para a coleta dos dados foram utilizados quatro instrumentos de pesquisa: Questionário Inicial, Instrumento Piloto, Teste Complementar e Questionário Final, aplicados via Plataforma Google Classroom, devido ao modelo de aulas remotas, gerado pela pandemia do COVID-19, ou no modo impresso. A partir da identificação, da análise e da categorização dos erros foi proposta uma intervenção através de vídeos, a fim de minimizar as dúvidas dos informantes ou até mesmo saná-las, situação que se mostrou exitosa, a partir da análise do retorno dos informantes. Os dados revelaram o não reconhecimento da estrutura de uma equação, assim como a não identificação sobre a sua definição; transposição de termos de forma incorreta; não percepção sobre a diferença entre variável e incógnita e; conclusão incorreta de uma equação. Os erros foram categorizados em: Respostas corretas; Respostas parcialmente corretas; Conclusão incorreta e Ausência de resposta. Em relação à concepção do pensamento algébrico dos informantes, verificamos que apenas um estava em processo de apropriação de tal pensamento, os demais mostraram mobilizar a principal característica do pensamento algébrico, que é a de estabelecer relações.

Palavras-chave: Tipos de erros nas Equações de 1ª grau com uma incógnita. Desenvolvimento do Pensamento algébrico. Ensino de Álgebra no ensino fundamental.

Abstract

This qualitative research follows the theoretical perspective of Error Analysis from Cury (2019) and it aimed to analyze mistakes made by 8th grade students of a public school in the city of Turuçu-RS. To support the concept of mediation, a theory from Vygotsky (1887, 1998, 1999) was used and, to support the issue of constructive error, Piaget (1976) and Ferreiro and Teberosky ([1979], 1989) were used. The errors regard first order equations with one variable and instigated, in the researchers, the matter of formation of algebraic thinking in the informants. In order to find a way to deal with the errors and contribute with the students learning, the following research question was asked: What the analysis of the errors made by the subjects reveals about the knowledge they have on first order equations? For data collection, four research instruments were used: Initial Questionnaire, Pilot Instrument, Complementary Test and Final Questionnaire, which were applied either via the Google Classroom platform, due to the remote education system imposed by the COVID-19 pandemic, or in printed mode. From the identification, analysis and categorization of errors, an intervention through videos was proposed, in order to minimize or even solve informants' doubts. Based on the informants' feedback, the situation proved to be successful. The data showed failure to recognize the structure of an equation, as well as its definition; incorrect term transposition; no perception about the difference between variable and unknown values; and incorrect conclusion of an equation. The errors were categorized as: Right answers; Partially correct answers; Incorrect conclusion and no response. Regarding the informants' conception of algebraic thinking, it was found that only one was in the process of appropriating such thinking, the others showed to have the main feature of algebraic thinking, which is of establishing relations.

Keywords: Types of errors in first order equations with one variable. Development of algebraic thinking. Algebra Teaching in Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CEFET	Centro Federal de Educação Tecnológica
EAD	Ensino a Distância
EP	Ensino Presencial
EEEM	Escola Estadual de Ensino Médio
EMEF	Escola Municipal de Ensino Fundamental
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
ERE	Ensino Remoto Emergencial
E.T.E	Escola Técnica Estadual
IBICT	Instituto Brasileiro de Informação em Ciências e Tecnologia
ODA	Objeto Digital de Aprendizagem
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
ProUni	Programa Universidade Para Todos
UCPel	Universidade Católica de Pelotas
UFPel	Universidade Federal de Pelotas
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

1.0. INTRODUÇÃO

Atualmente, no Brasil, o ensino de matemática, tem se mostrado insatisfatório. Lorenzato (2010) nos diz que a disciplina de Matemática é a maior responsável pela exclusão escolar, seja por repetência ou por evasão e que esse prejuízo não se restringe somente à vida escolar, visto que muitas pessoas passam a vida fugindo da Matemática. Para Lins (1992), o fato dos estudantes, em geral, apresentarem muitas dificuldades em Matemática, se dá devido ao fato de a Matemática apresentada na escola não ter relação com "a Matemática na vida real".

Acreditamos, então, que esse fracasso ou sucesso da Matemática, entre os estudantes, depende da relação estabelecida entre eles e a disciplina, desde o início da vida escolar. Entende-se que o fracasso se dá devido à forma como ainda é apresentada a Matemática na sala de aula - influenciada pelo método behaviorista, no qual os alunos são considerados meros receptores e que, por processos acumulativos, vão ganhando a forma de ser pensante. Já os professores são os grandes transmissores de conhecimento já pronto, resultando assim, na construção de um saber matemático fora de contexto da vida real dos estudantes e favorecendo, assim, o não gostar da Matemática, por não se enxergar nela a importância que tem no cotidiano.

Na parte relacionada ao estudo da Equação de 1º grau com uma incógnita, que é o foco desta pesquisa, não é diferente. Portanto, nessa seção, pretende-se conceituar brevemente o conteúdo objeto da pesquisa.

> A Álgebra, um dos pilares da Matemática, é um campo de estudos e pesquisas relacionadas aos conteúdos matemáticos propriamente ditos ou a seu ensino e aprendizagem. A importância desse ramo da Matemática pode ser medida pela quantidade de trabalhos sobre ela desenvolvidos, pela abrangência de seu conteúdo em livros-texto de qualquer nível de ensino ou pelas dificuldades em seu ensino e aprendizagem. (RIBEIRO; CURY, 2015, p. 9)

O interesse em estudar sobre o processo de ensino e aprendizagem de Álgebra surgiu então, devido a nossa experiência com os alunos do sétimo ano do ensino fundamental. Estes apresentavam muitas dificuldades ao iniciar os estudos de Álgebra, em particular o estudo das Equações do 1º Grau com uma incógnita, que é o foco da nossa pesquisa.

Na tentativa de descobrir o porquê de os alunos possuírem tantas dificuldades em Álgebra, percebemos que uma das alternativas seria identificar os tipos de erros geralmente cometidos por eles e investigar as razões desses erros, para assim, buscar alternativas que proporcionem maior clareza e mais significado no estudo introdutório de Álgebra, mais especificamente nas Equações de 1º Grau com uma Incógnita.

A seguir apresentamos a questão de pesquisa que motivou este estudo, a saber:

1.1. Questão de pesquisa

O que a análise dos erros cometidos pelos sujeitos revela sobre o conhecimento que estes possuem sobre a equação do 1º grau?

A fim de que possamos vir a responder efetivamente à questão de pesquisa apresentada elencamos o objetivo geral e os objetivos específicos deste estudo, a saber:

1.2. Objetivo geral

Fazer uma análise dos erros pensando em uma forma de lidar com estes, buscando assim, contribuir com a aprendizagem dos alunos.

1.3. Objetivos específicos

Os objetivos específicos desta pesquisa são os seguintes:

1) identificar os erros na resolução da equação do 1º grau com uma incógnita;

2) categorizar os tipos de erros cometidos e;

3) analisar as respostas dos informantes na concepção do pensamento algébrico.

A partir da identificação, da análise e da categorização dos erros encontrados propusemos uma intervenção a partir de vídeos, a fim de minimizar as dúvidas dos informantes ou até mesmo saná-las.

O interesse em investigar sobre o processo de ensino e aprendizagem de Álgebra surgiu, devido a nossa atuação em sala de aula, como professora, uma vez que consideramos de suma importância um ensino pautado em uma aprendizagem significativa, ou seja, mais favorável à compreensão dos conceitos.

Em relação à aprendizagem significativa Ausubel (1980) nos traz que ela ocorre a partir dos conhecimentos pré-existentes, presentes na estrutura cognitiva do indivíduo e para que ela ocorra se faz necessário que os novos conteúdos aprendidos pelos educandos tenham conexão com os conteúdos já aprendidos, pois dessa forma eles poderão ser modificados, dando ressignificação aos conteúdos anteriormente aprendidos.

Desse modo, temos a Aprendizagem Significativa sempre que uma nova informação se relaciona com uma estrutura de conhecimento prévio e específico, chamada pelo autor de “conceito subsunçor”, conceito que aprofundaremos na seção de fundamentação teórica. Analisando por tal ótica, para que o educando tenha a capacidade de organizar outros conhecimentos em sua estrutura cognitiva, as novas informações precisam ser associadas a conteúdos previamente relevantes para o aluno, o que Ausubel (1980) chama de conceitos subsunçores relevantes.

Como é sabido, de forma empírica, muitas crianças começam a apresentar conflitos com a Matemática, já nos primeiros anos, quando a entendem por disciplina, ou seja, nos anos iniciais do ensino fundamental, e quando não é feita nenhuma intervenção para que este olhar, está maneira de pensar sobre a Matemática mude, a criança acaba por criar uma barreira que, por vezes, interfere duramente na vida escolar deste aprendiz. Na maioria das vezes, os educandos não conseguem relacionar o que aprendem em sala de aula, nem com aquilo que viram em anos anteriores, nem com o seu cotidiano.

E, a partir do momento em que o educando apresenta dificuldades nas operações aritméticas existem grandes indícios de que esses problemas vão ser reproduzidos por toda a vida escolar, quando começarem os estudos iniciais de Álgebra, tornando as dúvidas e os erros iniciais cada vez mais frequentes.

Tal afirmação vem a corroborar com Ribeiro e Cury (2015), quando tais autores referem que:

> A formação de um conceito por um indivíduo não é um processo pontual ou imediato. Na maior parte das vezes, partes do conceito vão sendo agregados a outros elementos, tornando-se uma amálgama que, posteriormente, pode vir a ter a clareza, a precisão e o detalhamento exigidos pela comunidade [...] ou pode se tornar um obstáculo à formação de novos conceitos que estão relacionados com o original. (RIBEIRO; CURY, 2015, p. 20)

É fundamental, então, que o aprendiz tenha compreensão da utilização da Álgebra, para que não exista tanta relutância na apropriação da linguagem Algébrica que a descreve.

Visto que, de acordo com Kaput (2008, p. 12) apud Ribeiro e Cury, “a Álgebra é um artefato cultural e que pensar algebricamente é uma atividade humana”. É imprescindível que o professor busque estimular o interesse em saber mais por parte dos educandos, que em um primeiro momento não notam a relevância desta área, visto que, não raras vezes, conseguem resolver todos os cálculos mentalmente, pulando o processo de construção do raciocínio algébrico.

Reside em tal situação a importância do conceito trazido por Vygotsky (1987) sobre a importância da mediação realizada pelo professor ou por um par mais experiente na efetivação do processo de internalização de novas aprendizagens pelos educandos.

Nesse sentido, acreditamos que os estudos realizados junto à linha de pesquisa *Estratégias Metodológicas e Recursos Educacionais para o ensino de Ciências e Matemática* nos deu os subsídios teóricos necessários a fim de amparar o estudo apresentado, além das contribuições da banca examinadora, no momento da qualificação desta pesquisa.

1.4 Justificativa da Pesquisa

Para este trabalho trazemos alguns referenciais teóricos relacionados ao erro que, juntos, dão base ao nosso entendimento sobre tal questão: Freire e Faundez (1985); Freire (1985); Piaget (1976), Ferreiro e Teberosky ([1979] 1999, p.25). Para tais autores, o erro tende a se revelar como um elemento essencial para o processo de ensino e de aprendizagem revelando, inclusive, processos mentais mais profundos, não observáveis num primeiro momento.

Sendo assim, Freire e Faundez (1985) apontam o erro como "ousar-se ao risco, provocar-se o risco, como única forma de avançar no conhecimento, de aprender e ensinar verdadeiramente." (FREIRE & FAUNDEZ,1985, p.52).

Segundo a perspectiva desses dois autores se faz importante uma pedagogia que leve o aluno a não ter medo de arriscar-se, de não ter medo de errar e chamam essa forma de "pedagogia do risco", que deve estar interligada à "pedagogia do erro".

A perspectiva alicerça-se na concepção freiriana de que o erro é uma forma provisória de saber e faz conexão com a ideia do erro construtivo da teoria piagetiana, na qual há sempre um sujeito ativo no processo de ensino e de aprendizagem.

Segundo a teoria de Piaget (1976) no processo de ensino e de aprendizagem há um sujeito 'cognoscente' que poderá realizar algumas generalizações erradas, mas no sentido construtivo do conceito, mas que serão preparatórias para que tal sujeito consiga chegar às respostas consideradas corretas.

Finalmente, Ferreiro e Teberosky ([1979] 1999, p.25) afirmam que os erros construtivos serão "sempre respostas que se separam das respostas corretas, mas que longe de impedir alcançar estas últimas, parecem permitir os acertos posteriores".

Além desses autores que abordam o erro, também utilizamos Nogaro e Granella (2014), Garcia (2008) e Cury (2007), que abordam mais especificamente o erro sob a visão da Matemática e da Álgebra.

Cury (2007) afirma que qualquer produção advinda do aluno, seja sob o formato resolução-modelo ou que exija do aluno criatividade ao responder pode vir a apresentar características que irão permitir ao professor detectar como o aluno pensa, bem como as influências que o educando traz de sua experiência pregressa de aprendiz.

Explica que a análise das produções dos educandos e de seus erros poderá trazer subsídios importantes para o professor, no sentido de compreensão de como seus alunos aprendem. Trazemos, o aprofundamento desta obra de Cury (2007) em nosso capítulo de fundamentação teórica, juntamente com outros teóricos que estudam a questão da Educação Matemática.

Em relação aos autores da área da Educação Matemática buscamos em Coelho e Aguiar (2015), Almeida (2016), Almeida e Santos (2017), Fiorentini e Miorin (1993), Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005), Ribeiro e Cury (2015), Ponte, Brando e Matos (2009), Fiorentini, Miorin e Miguel (1993) os subsídios teóricos para alicerçarmos questões relativas à Álgebra e seu ensino, além do desenvolvimento do pensamento algébrico nos educandos.

Para embasarmos os aspectos referentes às equações do 1º grau consultamos Lorenzato (2006), Booth (1995), Freitas (2002), Kieran (1985), Ponte, Branco e Matos (2009) e Hummes (2017).

Para abordarmos questões relativas à aprendizagem significativa trouxemos Ausubel (1980) e para embasarmos o conceito de mediação buscamos em Vygotsky (1887, 1998, 1999) nosso aporte teórico, além de Melo e Lugle (2014), Freitas (2001) e Berni (2008).

Para embasarmos questões de ordem metodológica, em pesquisas na área de Educação Matemática trouxemos Bicudo (2016).

Finalmente, para abordarmos questões referentes ao uso das tecnologias digitais consultamos e resenhamos as obras de Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), Borba (2018), Borba e Villarreal (2005) e Behar (2020).

Para questões mais gerais de ordem das políticas públicas para a educação consultamos a BNCC e suas versões revistas de 2017 até o presente ano. Além desses autores citados, sempre que se fez necessário explicitar algum aspecto mais específico do embasamento teórico trouxemos outras fontes para dialogarem com as que foram referidas anteriormente.

Finalizando, ainda nesse capítulo, trazemos a nossa visão como educadora, que convive todos os dias em sala de aula, com as dificuldades inerentes ao estudo da Matemática, mais especificamente com aspectos relativos à Álgebra, nosso escopo de estudo nessa pesquisa.

Em nossa experiência de sala de aula com turmas do 7º ano do Ensino Fundamental, nos deparamos, muitas vezes, com erros básicos cometidos pelos educandos, tais como: a soma de termos que não são semelhantes, a realização da operação de adição dos números inteiros de forma incorreta, a transposição de enunciados da linguagem materna para a linguagem Matemática de forma errônea, entre outros.

E, quando tais erros são cometidos acabam por afetar toda a resolução de uma equação, fazendo com que o educando pense que não tem entendimento nenhum sobre o tema abordado e tornando o estudo deste desagradável para ele.

Acreditamos que seja importante a assimilação da linguagem algébrica pelos educandos, para o desenvolvimento global de suas habilidades cognitivas, porém grande parte deles possui dificuldades e resiste ao seu uso. A nós, professores, cabe então, investigar os erros cometidos pelos educandos e buscar alternativas que proporcionem a eles maior clareza e maior significação em relação ao estudo introdutório de Álgebra.

A contribuição esperada de tal pesquisa, na área da Educação Matemática, se dá no sentido de que nós, professores de Matemática, sejamos capazes de auxiliar os educandos na compreensão do mundo que os cerca. A percepção desse mundo deve ser mediada através das linguagens existentes no cotidiano dos educandos, dentre elas, a linguagem matemática.

Sendo assim, tal linguagem e, mais especificamente, os conceitos e procedimentos que fazem parte do contexto algébrico podem vir a promover um ensino de qualidade, nesta área que figura como uma das mais complexas, em termos tanto de ensino como de aprendizagem para professores e alunos.

Pretendemos, ao final de nossa pesquisa, contribuir para o campo no qual desenvolvemos nossas atividades docentes, conduzindo nossa prática docente no sentido de melhor compreender a gênese das dificuldades dos nossos sujeitos, e propor, assim, atividades de intervenção que possam dar conta de fato do binômio ensino e aprendizagem.

1.5 Estrutura da Pesquisa

Sendo assim, o capítulo 1 de nossa dissertação, denominado de **Introdução** abordamos nossos anseios, preocupações e expectativas em relação ao ensino e a aprendizagem da Matemática, mais especificamente em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico de nossos educandos, a nossa questão de pesquisa, o objetivo geral e os específicos, além dos autores utilizados para embasar o todo de nosso estudo.

No Capítulo 2 – **Memorial**, trouxemos a nossa trajetória de vida e os motivos que nos levaram à produção desse estudo.

No Capítulo 3 – **Revisão de Literatura,** procedemos ao levantamento de trabalhos acadêmicos que dialogam com a temática desta pesquisa.

No Capítulo 4 – **Fundamentação Teórica**, trazemos os autores que propiciaram a base teórica desse estudo, divididos nas seguintes seções, a saber: A Álgebra e seus aspectos históricos e pedagógicos; A Álgebra e o pensamento algébrico; O ensino da Álgebra na Educação Básica; A Álgebra no contexto da BNCC; A Álgebra e a Álgebra Escolar; A Aprendizagem Significativa; A equação do 1º grau com uma incógnita: erros apresentados pelos alunos; O erro em sala de aula de Matemática; Um aporte Vygotsky – a questão da mediação; Nosso produto educacional e O uso das Tecnologias de Informação e Comunicação na Educação como ferramentas de aprendizagem e suporte para as aulas remotas.

No Capítulo 5 – **Metodologia,** apresentamos a metodologia utilizada nessa pesquisa, além de nossa questão de pesquisa, o objetivo geral e os objetivos específicos.

No Capítulo 6 - **Descrição e Análise dos Dados**, trazemos nosso olhar, diante dos dados obtidos a partir de coleta de dados junto aos sujeitos, dos quatro instrumentos utilizados, a saber: Questionário Inicial (Instrumento 1), Instrumento Piloto (Instrumento 2), Teste Complementar (Instrumento 3) e Questionário Final (Instrumento 4).

Finalizando esse estudo, no Capítulo 7 - **Considerações Finais**, buscamos verificar se atendemos ao Objetivo geral e aos Objetivos específicos dessa pesquisa, além de respondermos à questão de pesquisa proposta na gênese desse trabalho e tecermos algumas considerações de ordem teórica e pedagógica.

Após, trazemos as **Referências** utilizadas, além dos **Anexos** e os **Apêndices** do nosso trabalho.

No próximo capítulo apresentaremos o memorial, a fim de que os leitores deste trabalho possam compreender o lugar de fala, bem como a perspectiva investigativa. Pediremos licença para fazê-lo em primeira pessoa.

2.0. MEMORIAL

No texto a seguir, relato a minha trajetória acadêmica indicando as escolhas que me trouxeram até o mestrado, e por serem vivências pessoais, como já mencionei anteriormente, utilizei a primeira pessoa do singular.

Nasci na cidade de Pelotas e lá morei até meus quatro meses de idade, junto com meus pais e minha irmã, na casa dos meus avós. Após, meus pais compraram um terreno no bairro Jardim América na Cidade de Capão do Leão e lá construíram nossa casa, na qual oito anos depois, nasceu meu irmão mais novo, o caçula da família.

Quando pequena ouvia minha irmã mais velha falar sobre como amava Matemática e como tinha pavor de História. Eu pensava, se minha irmã ama Matemática eu também vou amar. E realmente foi o que aconteceu, já durante os anos iniciais do Primeiro Grau, hoje denominado de Ensino Fundamental, começou a minha paixão pela Matemática, na verdade não só pela disciplina em si, como também pelo ambiente escolar.

Lembro dos cadernos da Disney, que minha professora da quarta série usava e lembro-me de pensar que, um dia, eu também iria dar aulas e teria os meus cadernos de personagens.

No meu aniversário de nove anos, minha dinda me deu um quadro negro de presente, pois eu já tinha dito a ela que quando eu crescesse iria ser professora. Ela pediu que eu ajudasse minha prima, poucos meses mais nova que eu, nas contas de Matemática. Lembro de ter achado o máximo eu ter a minha primeira aluna. Ali se iniciaram muitas brincadeiras de sala de aula e brigas, ela também querendo ser professora.

Então, concluí todo ensino fundamental na Escola Municipal de Ensino Fundamental Prefeito Elberto Madruga, que ficava próximo a minha casa, e foi nesta escola que comecei a namorar com um menino muito lindo e querido, e que hoje é meu marido.

Como na escola que eu estudava não havia ensino médio, minha mãe me matriculou na Escola Técnica Estadual Professora Sylvia Mello, localizada na Cidade de Pelotas, a mesma em que minha irmã havia estudado. Naquela época, comecei a trabalhar no período da tarde, como menor aprendiz, na loja de uma das minhas tias, no centro de Pelotas, e lá fiquei até o início do último ano de minha faculdade.

Após concluir o ensino médio, fiz vestibular para Pedagogia, pois naquela época não tinha o curso de Matemática à noite na Universidade Federal de Pelotas (UFPel), e eu precisava continuar trabalhando, porém não consegui aprovação.

Nesse meio tempo casei e resolvi estudar junto com meu esposo no Centro Federal de Educação Tecnológica do Rio Grande do Sul (CEFET-RS), ele cursando o técnico em Eletromecânica e eu, o curso técnico em Química. Não consegui fazer o estágio final do curso, por trabalhar durante todo dia. Embora sabendo que eu poderia realizar o estágio e finalizar o curso em outra oportunidade, conclui que não era aquilo que eu queria para mim.

Após algum tempo, comecei a pensar novamente no meu sonho de ser professora e resolvi fazer o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Consegui ingressar na Universidade Católica de Pelotas (UCPEL) no curso de Matemática noturno, com uma bolsa parcial do Programa Universidade para Todos (ProUni).

Durante minha graduação, pude ter a experiência de participar do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) na Escola Estadual de Ensino Médio (EEEM) Nossa Senhora de Lourdes, o que me fez ter a certeza de ter escolhido o caminho certo. Então, quando eu estava no sexto semestre, resolvi deixar meu trabalho no comércio para buscar alguma atividade na área de ensino.

Em fevereiro de 2016 foi meu último mês de trabalho no comércio e, pouco tempo depois, minha mãe comentou que estavam abertas as inscrições para o concurso público do município de Turuçu. Fiz a inscrição e para minha surpresa fui a única aprovada no processo seletivo. Em agosto do mesmo ano saiu a minha nomeação. Porém, eu ainda não tinha terminado a faculdade. Logo, sem o diploma, eu não poderia assumir. Lembro de ter passado uma semana de muita angústia, sem saber o que iria acontecer no futuro.

Para minha sorte, porém, como eu tinha sido a única a ser aprovada, a Secretaria de Educação de Turuçu conseguiu dar desdobramento para a outra professora da escola e disseram que iriam cancelar aquela nomeação, mas que no início do ano letivo de 2017 me nomeariam novamente. Graças a Deus, aquela foi a melhor notícia que eu poderia ter recebido.

Ao terminar a graduação, fui presenteada pela UCPel com o Diploma Dom Antônio Zattera, por ter sido classificada em primeiro lugar no curso de Matemática.

E, em 13 de fevereiro de 2017, assumi meu cargo, nas turmas de sextos e sétimos anos da Escola Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental Dr. Urbano Garcia. Estando lá, na escola, senti a necessidade de continuar meus estudos. E um dos motivos foi a percepção de quão grande era a dificuldade dos alunos com as equações de 1º grau o que, para mim, parecia ser tão claro, para eles era extremamente opaco. Confesso que me senti despreparada para lidar com aquela situação, fato que me causou muita inquietação.

Recebemos, um dia, uma visita na escola do pessoal da Faculdade São Braz, apresentando os cursos oferecidos por eles. Resolvi fazer uma Especialização em Alfabetização Matemática, que conclui em novembro de 2018.

No mesmo ano, em um evento da UCPEL, conversei com uma amiga que me falou do Mestrado Acadêmico em Educação Matemática da UFPel, que estava com inscrições abertas para seleção de aluno regular do mestrado. Então, ao buscar mais informações sobre o programa e vi que o Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática também estava selecionando futuros pesquisadores, fiz a inscrição para os dois programas, e com o projeto relacionado à complexidade no processo de ensino-aprendizagem da Álgebra, fui selecionada para este último.

Naquele ano, pensei que aquele era o melhor presente de Natal que Deus poderia ter me dado, porém eu estava enganada, meu melhor presente já estava comigo, embora sem que eu soubesse - o meu grande amor, meu filho, Arthur!

E assim, em 2018, iniciou uma nova fase em minha vida, de muitas descobertas e aprendizado!

3.0. REVISÃO DA LITERATURA

Para conhecer pesquisas já realizadas sobre o tema deste trabalho, realizamos um levantamento na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)do Instituto Brasileiro de Informação em Ciências e Tecnologia (IBICT), e em periódicos de Educação Matemática, Bolema e Zetetiké.

Consideramos um recorte de tempo de 2014 a 2019 e buscamos trabalhos que contemplassem o estudo das Equações do 1ºGrau, nos anos finais do ensino fundamental.

As palavras chaves que utilizamos foram: Equações do 1º Grau e Equações do 1º Grau e Ensino Fundamental. Na Tabela 1, é apresentada a relação dos trabalhos encontrados na BDTD.

Tabela 1- Relação dos Trabalhos Encontrados na BDTD

Palavra-Chave	Total de Trabalhos Encontrados	Trabalhos Selecionados
Equações do 1º Grau	232	12
Equações do 1º Grau e Ensino Fundamental	24	10

Fonte: dados da pesquisadora.

Dos 232 trabalhos encontrados na primeira busca, foram selecionados 25pelo título, e após a leitura dos resumos somente 12 foram escolhidos. Na segunda busca, dos 24 trabalhos encontrados, foram selecionados 10, sendo que todos estavam contemplados na seleção final da primeira busca.

A seguir, será apresentada uma breve descrição dos12 trabalhos selecionados, que se encontram relacionados na Tabela 3.

Tabela 2- Relação dos Trabalhos Selecionados na BDTD

Título	Autor	IES	Ano
Um Ensino de Equação de 1º Grau com uma Incógnita Via Resolução de Problemas	Matsuda	UEM	2017
Uso de jogos e materiais concretos no ensino e expressões algébricas e equações do 1º e 2º grau no ensino fundamental	Rocha	UFG	2017
Jogos Sociais: aprendendo equações matemáticas de 1º grau através do jogo social “Criminal Case” no Facebook.	Jacobsen	UFPel	2014
Investigando epistemologias espontâneas de professores de Matemática sobre o ensino de equações do primeiro grau	Santos	UFPA	2014
Conversando com o livro didático: o que está sendo explicado sobre equações de primeiro grau?	Lima	UFRGS	2019
Praxeologia do Professor: análise comparativa com os documentos oficiais e do livro didático no ensino de equações polinomiais do primeiro grau	Barbosa	UFRPE	2017
Aprendizagem Significativa de Equações do Primeiro Grau: um estudo sobre a noção de equivalência como conceito subsunçor	Hummes	UFRGS	2014
Sobre Equações e Funções na Educação Básica, uma Análise de Erros	Sousa	UFC	2014
Um Estudo sobre métodos Algébricos de Resolução de Equações Algébricas com Proposta de Atividades para o Ensino Básico	Moretti	UNICAMP	2014
Analisando a Mobilização de Conhecimentos Algébricos de Professores de Educação Básica: o momento de preparação de aulas sobre equações.	Oliveira	UFABC	2014
Introdução ao estudo da Álgebra para alunos do Ensino Fundamental	Kucinskas	UFSCar	2017
Ensino-Aprendizagem de Álgebra Através da Exploração e Resolução de Problemas	Araújo	UEPB	2016

Fonte: dados da pesquisadora.

O primeiro trabalho resenhado foi ***Um Ensino de Equação de 1º Grau com uma Incógnita Via Resolução de Problemas*.** Autor: Franciely Fabrícia de Souza Matsuda. Universidade Estadual de Maringá (UEM) em 2017.

Neste trabalho, realizado com 30 alunos de uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental, a autora buscou compreender como o ensino através da resolução de problemas pode contribuir para a aprendizagem do conteúdo da equação do 1º grau.

Para trabalhar com essa metodologia, a autora escolheu três tipos de problema, sendo eles: Problemas de Transformação, de Partilha e de Lilavati. Classificados assim por Almeida (2011). O problema foi utilizado como ponto de partida, que é a proposta principal para trabalhar uma abordagem com resolução de problemas.

A pesquisa foi desenvolvida em três etapas, que foram: o olhar da professora sobre o aluno, o ensino via resolução de problemas, o olhar da pesquisadora sobre o aluno. A análise dos dados se deu por questionários, por áudios, por resolução de problemas e pelas notas de campo.

Com esta pesquisa, Matsuda (2017) percebeu que, devido à dificuldade de interpretação nos problemas, uma série de erros foi desencadeada. Contudo, foi possível constatar que os alunos conseguiram identificar as características de uma equação do 1º grau como o uso de incógnita e do sinal de igualdade e perceberam, também, a importância de se utilizar equação do 1º grau para a resolução de alguns problemas, em relação ao tempo gasto e à facilidade na resolução, evitando a formalização descontextualizada do mesmo.

O segundo trabalho resenhado foi ***Uso de jogos e materiais concretos no ensino e expressões algébricas e equações do 1º e 2º grau no ensino fundamental*****.** Autor: Hélio Roberto da Rocha. Universidade Federal de Goiás (UFG) em 2017.

Este trabalho, produzido por um professor com 28 anos de carreira, sugere uma proposta baseada no uso de jogos e materiais concretos para o ensino de Álgebra no Ensino Fundamental, mais especificadamente o ensino de Expressões Algébricas, Equações do 1º Grau e Equações do 2º Grau, para o 7º e 9º ano.

Esta dissertação não trouxe denominado o tipo de pesquisa realizada, porém acredito poder caracterizá-la como uma pesquisa bibliográfica, fundamentada em estudos de alguns teóricos que escreveram sobre o tema. Esta se deu, devido à insatisfação do professor com o cenário atual da educação, principalmente com a educação Matemática.

Sendo assim, tal pesquisa relatou a importância dos jogos no ensino da Matemática e apresentou várias sugestões de materiais, visto que promover situações com jogos é garantir o prazer, o desafio e representa melhorar o desempenho no processo ensinar e de aprender.

O autor refere sua expectativa sobre o fato de seu trabalho servir de apoio, ou seja, que possa vir a contribuir para com os colegas professores de Matemática, no seu trabalho diário e traz, ainda, uma consideração importante:

ao aplicar algumas das atividades em sua sala de aula, pode perceber que o interesse aumentou e os alunos conseguiram aprender um pouco mais.

O terceiro trabalho resenhado foi ***Jogos Sociais: aprendendo equações matemáticas de 1º grau através do jogo social "Criminal Case" no Facebook.*** Autor: Daniela Renata Jacobsen. Universidade Federal de Pelotas (UFPel) em 2014.

Esta pesquisa foi realizada em uma pequena escola, localizada em uma cidade do sul do estado do Rio Grande do Sul, com alunos do 7º ano com idades entre 11 e 13 anos. A coleta e a análise dos dados se deram através de entrevistas, questionários online e de grupo criado no Facebook.

Amparada em estudos descritivos, mais especificamente no estudo de caso e na etnografia virtual, tal pesquisa buscou investigar como os jogos eletrônicos, conectados a sites e redes sociais, poderiam ser pensados para auxiliar na aprendizagem matemática a partir dos questionamentos: Como motivar os *screenager s*em uma aula de matemática? Será que o jogo eletrônico poderá ser uma metodologia para o ensino de matemática? É possível associar um jogo social a um conteúdo matemático para o ensino aprendizagem de matemática?

Ofereceu, então, um relato de experiência que conciliou o conteúdo de Equações do Primeiro Grau, ao jogo online *Criminal Case* do Facebook, servindo este como um modelo para o ensino de matemática através dos jogos eletrônicos. Buscou então, trazer as estratégias utilizadas no jogo para a sala de aula, servindo estas de facilitadoras para o desenvolvimento do raciocínio matemático utilizado no cálculo da incógnita, visto que, tanto no jogo como no cálculo de equações do primeiro grau, os estudantes são desafiados a encontrar algo: no jogo o assassino e nas equações, o valor da incógnita.

A pesquisa revelou o envolvimento e a possibilidade de conexão entre os jogos sociais e a Matemática, porém, ressaltou a importância de os professores estarem constantemente em busca de recursos favoráveis para o ensino e a aprendizagem, para uma maior participação e envolvimento dos *screenagers* no processo de aprendizagem.

O quarto trabalho resenhado foi ***investigando epistemologias espontâneas de professores de Matemática sobre o ensino de equações do***

primeiro grau. Autor: Alex Bruno Carvalho dos Santos. Universidade Federal do Para (UFPA) em 2014.

Neste trabalho, foi realizada uma pesquisa com 23 professores de matemática, então alunos do curso de especialização em Didática da Matemática na UFPA, sobre suas concepções acerca da Álgebra e como o tema Equações do Primeiro Grau era introduzido por eles em suas aulas. Buscou, assim, verificar quais as características do modelo epistemológico dominante são reveladas nas concepções dos professores investigados.

Esta pesquisa teve como questão norteadora: Em que medida a constituição de um sistema didático com características de um PER (Percurso de Estudo de Pesquisa) interfere na epistemologia espontânea de professores em formação continuada, acerca do ensino de equações do primeiro grau? Para isso, Santos (2014) analisou depoimentos dos professores sobre suas práticas, através de encontros para socialização e aplicação de questionários.

O referencial teórico abordado foi a Teoria Antropológica do Didático (TAD), que busca descrever a atividade humana em organizações praxeológicas e a atividade matemática em praxeologias matemáticas.

O autor percebeu que a grande parte dos professores analisados trabalha a introdução do conteúdo de equações do primeiro grau relacionando o tema com o cotidiano dos alunos, e também que a grande maioria destes considera a Álgebra como uma generalização da Aritmética. Constatou, também, que não existiu um consenso entre os professores sobre qual seria a praxeologia mais adequada para o ensino da equação do 1º grau. Também se pode constatar a forte influência que a sua trajetória como aluno influencia no seu comportamento e suas ideias em relação à álgebra.

Este estudo contribuiu para atitudes críticas em relação às ideias que vigoram sobre o ensino de álgebra e trouxe propostas alternativas para equipar a praxeologia dos professores.

O quinto trabalho resenhado foi ***Conversando com o livro didático: o que está sendo explicado sobre equações de primeiro grau?*** Autor: Fernanda de Abreu Lima. Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) em 2019.

Nesta pesquisa a autora aponta sua insatisfação com o que via ao olhar para o ensino de equações do primeiro grau, ou seja, ela não se sentia confortável com uma docência centrada em procedimentos e exercícios de fixação. A partir daí, começaram a surgir suas inquietações e essas inquietações provocaram a pesquisa desenvolvida, constituída por uma composição de muitos momentos, de um longo exercício de sensibilização.

O objetivo desta pesquisa foi o de pensar o ensino introdutório das equações de primeiro grau, de acordo com o conceito de emancipação intelectual, que consiste no reconhecimento da capacidade que cada inteligência possui para produzir, de modo autêntico, suas próprias aventuras intelectuais, questionando palavras que expressam um "faça assim", no qual as palavras vêm para dizer o que deve ser feito para resolver determinado tipo de exercício.

Para isso, é produzida uma conversa entre duas personagens: Questionadora e a Explicadora. Esta conversa se dá através da análise do livro didático de 7º ano da coleção Praticando Matemática. Com essa pesquisa, a autora espera que possa provocar outras formas de explicação para o ensino introdutório de equações de primeiro grau.

Espera, ainda, que a conversa entre Explicadora e Questionadora nos sensibilize e auxilie os professores a se tornarem mais cuidadosos e atentos ao campo semântico de cada um dos objetos mencionados nas aulas, cultivando um olhar aberto à diferença, considerando o aluno capaz de aventurar-se no mundo dos números e das operações. E, também, fazer com que o ensino introdutório das equações de primeiro grau possa, em algum momento, entrar em ressonância com emancipação intelectual.

O sexto trabalho resenhado foi a tese ***Praxeologia do Professor: análise comparativa com os documentos oficiais e do livro didático no ensino de equações polinomiais do primeiro grau.*** Autor: Edelweis José Tavares Barbosa. Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) em 2017.

Essa pesquisa teve como ponto de partida a dissertação defendida pelo autor, na qual fez uma análise nas praxeologias matemáticas e didáticas de duas coleções didáticas, aprovadas no Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) sobre equações polinomiais do primeiro grau. Já na tese foi feita uma ampliação para os documentos oficiais dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e para os Parâmetros Curriculares de Pernambuco (PC/PE), pesquisa com os professores e sobre os respectivos livros didáticos que norteiam suas aulas. Ou seja, foi feita uma análise da trajetória do saber a ensinar até o saber efetivamente ensinado em sala de aula.

As principais questões que nortearam esta pesquisa foram: Como os documentos oficiais e o livro didático estruturam e orientam o trabalho do professor sobre a equação do 1º grau? e; O que é necessário para se introduzirem as equações polinomiais do primeiro grau com uma incógnita em sala de aula?

Para isso, foram feitos questionários, entrevistas e observações em sala de aula de três professores, nas turmas de 7º ano de duas escolas municipais e uma estadual. Foram feitos vídeos para gravação das aulas para uma maior credibilidade das análises feitas. Além das análises dos documentos oficiais e de livros didáticos, tendo como referência metodológica a Teoria Antropológica do Didático (TAD).

A partir destas análises foi percebido que o ensino de equações polinomiais do primeiro grau é demonstrado como uma ferramenta para resolver problemas de contexto social e que os documentos oficiais não exercem praticamente nenhuma influência na prática docente.

Pode-se constatar com esta pesquisa que o livro didático exerce grande influência para o professor, quanto à administração de suas aulas. Apesar de existirem os documentos oficiais e outros meios didáticos, o grande mestre do saber é o Livro Didático e o professor, como mediador, faz as adaptações necessárias para o processo de ensino e de aprendizagem.

O sétimo trabalho resenhado para a pesquisa foi ***Aprendizagem Significativa de Equações do Primeiro Grau: um estudo sobre a noção de equivalência como conceito subsunçor.*** Autor: Viviane Beatriz Hummes. Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) em 2014.

Esta pesquisa foi realizada em uma turma do segundo ano do terceiro ciclo, equivalente a uma turma do oitavo ano do ensino fundamental, em uma escola municipal de Porto Alegre, com uma abordagem metodológica qualitativa, a pesquisa tem um caráter de estudo de caso, por abordar uma análise particular, de um grupo específico. A pesquisa tinha como objetivo específico analisar se a compreensão da noção de equivalência é um conceito subsunçor[1] necessário para a Aprendizagem Significativa de equações de primeiro grau.

A abordagem de ensino realizada nesta pesquisa, quanto ao ensino de equações de primeiro grau, levou em consideração aspectos da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e, para isso, foi elaborada uma sequência de atividades cujo objetivo era identificar ou desenvolver alguns conceitos subsunçores que os alunos devem apresentar para aprender, de forma significativa, o conteúdo de equações do primeiro grau do ensino de álgebra. Com a intenção de desenvolver materiais de ensino que propiciassem a aprendizagem significativa da equação do 1º grau.

A sequência de atividades da pesquisa foi realizada a partir de situações propostas por dois Objetos Digitais de Aprendizagem, que utilizam a balança de dois pratos como suporte representacional. A aplicação da pesquisa se deu em turno inverso, oferecida sob a forma de aulas opcionais, não vinculadas às aulas regulares de matemática.

Contudo, dezessete alunos se dispuseram a participar, porém, no primeiro dia, compareceram dez alunos e durante o restante da pesquisa, estiveram presentes somente cinco desses alunos. A análise dos resultados foi feita a partir dos registros coletados, através de diário de campo, do registro dos alunos, de fotografias e gravações das aulas e do questionário final.

Com essa pesquisa pode-se perceber que a noção de equivalência é um conceito fundamental, necessário para a aprendizagem significativa de equações de primeiro grau, porém, não é o único. Então, a noção de equivalência, que existe em uma equação, pode ser um conceito subsunçor necessário para a aprendizagem significativa de equações de primeiro grau.

O oitavo trabalho resenhado foi ***Sobre Equações e Funções na Educação Básica, uma Análise de Erros*.** Autor: Jean Carlos Fideles de Sousa. Universidade Federal do Ceará (UFC) em 2014.

Nesta pesquisa de caráter quantitativo, o autor fez um breve estudo sobre função afim e equações de primeiro grau, para após, fazer uma análise dos principais erros cometidos pelos alunos na resolução destas, sem intenção de sanar as dúvidas e nem de fazer intervenções.

---

[1]Termo utilizado na Psicologia(Teoria da Aprendizagem Significativa-David Ausubel) para estrutura cognitiva existente, capaz de favorecer novas aprendizagens.

A pesquisa foi realizada através de dois questionários, o primeiro teste relacionado a cálculos de funções e o segundo de equações, sem contextualizar nenhuma das questões. A turma de aplicação dos questionários foi composta por 16 alunos do segundo ano do ensino médio, de uma escola pública do interior do Ceará, pois se acredita que estes alunos já deveriam ter pleno domínio dos conteúdos, visto que equações são trabalhadas a partir do sétimo ano do ensino fundamental e funções, a partir do primeiro ano do ensino médio.

Com a avaliação dos dois instrumentos utilizados na pesquisa, o autor pode constatar que a má compreensão das definições e propriedades relacionadas às funções e às equações levam muitos alunos a erros de procedimentos, o que vem a acarretar erros em cálculos simples.

O nono trabalho aqui resenhado foi ***Um Estudo sobre métodos Algébricos de Resolução de Equações Algébricas com Proposta de Atividades para o Ensino Básico****.* Autor: Valmir Roberto Moretti. Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) em 2014.

Nesta pesquisa, o autor buscou fazer, inicialmente, um estudo dos métodos algébricos para a resolução de equações polinomiais de grau menor ou igual do que quatro, ampliando assim, o conhecimento sobre o assunto.

Por fim, o trabalho apresenta uma proposta de sequência de atividades para o estudo das equações no Ensino Fundamental e Médio, elaboradas com a intenção de propiciar não só a aprendizagem significativa desse conteúdo, como também contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas.

Então, o autor espera que este trabalho possa trazer alguma contribuição positiva para o ensino e aprendizagem de equações na educação básica e que possa servir como subsídio para futuras pesquisas sobre o tema.

O décimo trabalho resenhado foi ***Analisando a Mobilização de Conhecimentos Algébricos de Professores de Educação Básica: o momento de preparação de aulas sobre equações. Autor*****:** Felipe Augusto Pereira Vasconcelos Santos e Oliveira. Universidade Federal do ABC (UFABC) em 2014.

Na pesquisa, de caráter qualitativo, o autor buscou “Investigar quais são os conhecimentos algébricos que os professores mobilizam quando preparam suas aulas matemáticas sobre equação para a educação básica?” E, com isso, também tentou descobrir quais os conhecimentos são necessários para que os processos de ensino e de aprendizagem superem a perspectiva de simples domínio de procedimentos e de técnicas algébricas.

Participaram então, da pesquisa, seis docentes os quais tiveram alguns encontros semanais com o pesquisador, sendo o primeiro para responder individualmente a um questionário, com perguntas abertas e fechadas, que objetivava desde fazer um levantamento do perfil deles, até compreender se e como estes mobilizavam conhecimentos, relacionados à Álgebra.

No segundo encontro foi solicitado que os docentes preparassem, em duplas, uma aula sobre um tipo de equação trabalhado na Educação Básica, com uma sugestão de roteiro preparada pelo pesquisador. No último encontro, foi solicitado que cada dupla analisasse a aula preparada por outra dupla. Nessa parte da coleta dos dados, também foi disponibilizado um roteiro, o qual tinha uso facultativo pelas duplas.

Assim, durante a pesquisa o papel do pesquisador foi na maior parte do tempo, o de um observador participante. Para análise dos dados foram considerados os protocolos obtidos através de entrevistas, de questionários, de gravações em áudio e vídeo e de análise documental.

O pesquisador apontou um panorama que corrobora para comas outras pesquisas resenhadas: a deque a formação inicial, e também a continuada de professores que atuam na educação básica está aquém do que deveria, uma vez que os conhecimentos que deveriam ser mobilizados nessas formações não são bem desenvolvidos e, muito menos, bem associados ao ambiente escolar.

O décimo primeiro trabalho resenhado foi ***Introdução ao estudo da Álgebra para alunos do Ensino Fundamental.*** Autor: Ricardo Kucinskas. Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) em 2017.

A dissertação, baseada na Teoria da Assimilação, teve como objetivo desenvolver uma sequência didática para a introdução ao estudo da Álgebra com estudantes do Ensino Fundamental. Participaram da pesquisa 14 alunos, os quais foram divididos em grupos para a execução das atividades propostas.

A sequência foi dividida em três partes - Pensamento Algébrico, Expressões Algébricas e Equações de Primeiro Grau. Para a análise dos dados, buscou-se uma abordagem qualitativa, devido às especificidades do grupo escolar.

Após a análise dos dados, pode-se perceber que os alunos do sétimo ano tinham, inicialmente, apenas noções conceituais intuitivas e apresentavam dificuldades para lidar com os cálculos algébricos. Porém, a resolução de Problemas mostrou-se uma metodologia eficiente para que os discentes se apropriassem da Álgebra como conhecimento significativo.

Finalmente, o décimo segundo trabalho resenhado foi ***Ensino-Aprendizagem de Álgebra Através da Exploração e Resolução de problemas****.* Autor: Andriely Iris Silva de Araújo. Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) em 2016.

Esta pesquisa foi desenvolvida com o intuito de responder à seguinte questão norteadora: É possível desenvolver através da Resolução e Exploração de Problemas o Ensino de Álgebra com Compreensão no Ensino Fundamental?

Os sujeitos da pesquisa foram vinte e cinco alunos do sétimo ano, da escola em que a pesquisadora é professora. Sendo assim, a pesquisadora optou pela pesquisa pedagógica, na qual o pesquisador observa sua própria prática, com a finalidade de melhorar seus métodos, tendo uma metodologia de caráter qualitativa realizada durante 13 encontros.

Ao trabalhar com a metodologia de Resolução e Exploração de Problemas, o pesquisador constatou uma maior motivação por parte dos alunos, atuando assim fortemente no processo de ensino e de aprendizagem. Os resultados indicaram também que a metodologia adotada permitiu uma maior compreensão da Álgebra, de modo a minimizar ou, até mesmo, superar as dificuldades apresentadas pelos alunos.

A investigação sobre o tema deste texto também foi estendida aos periódicos Bolema e Zetetiké, no período de 2015 a 2019.

A Tabela 3 mostra a relação dos trabalhos encontrados.

Tabela 3- Relação dos Trabalhos Encontrados nos Periódicos

Periódicos	Total de Trabalhos Encontrados	Trabalhos Selecionados
Bolema	7	2
Zetetiké	4	2

Fonte: dados da pesquisadora.

Após fazer a leitura dos onze trabalhos encontrados, foram selecionados apenas quatro, que se relacionam diretamente com esta pesquisa, ou seja, que faziam uma menção direta ao estudo introdutório de Álgebra, mais especificamente, sobre a equação do 1º grau.

Tais trabalhos são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4: Relação dos Trabalhos Selecionados nos Periódicos

Título	Autor	Revista	Ano
Conhecimento Matemático para o Ensino de Diferentes Significados do Sinal de Igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.	Trivilin e Ribeiro	Bolema v.29 n.51	2015
Competência Cognitiva e Resolução de Problemas com Equações Algébricas do 1º Grau.	Sperafico, Dorneles e Golbert	Bolema v.29 n.51	2015
Prática de discussão coletiva de uma professora em Álgebra	Rodriguez, Ponte e Menezes	Zetetiké v.26 n.3	2018
Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: proposição de um modelo para os problemas de partilha	Almeida e Santos	Zetetiké v.26 n.3	2018

Fonte: dados da pesquisa da professora/pesquisadora.

Seguimos, a seguir, comas resenhas dos trabalhos selecionados da tabela acima.

O primeiro artigo da tabela 5 resenhado foi ***Conhecimento Matemático para o Ensino de Diferentes Significados do Sinal de Igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.*** Autores: Linéia Ruiz Trivilin, Alessandro Jacques Ribeiro. Revista Bolema V.29 – N. 51, 2015.

O artigo apresenta resultados de uma pesquisa realizada com professores do primeiro ciclo do ensino fundamental, na qual se busca compreender quais conhecimentos os professores demonstram ter para ensinar os diferentes significados do sinal de igualdade, com suporte teórico em Shulman (1986, 1987), o qual categoriza esse conhecimento em três modalidades: conhecimento específico do conteúdo; conhecimento pedagógico do conteúdo; e conhecimento curricular.

Na parte relacionada ao conhecimento pedagógico do conteúdo, a pesquisadora optou por focalizar no papel das interações sociais no ensino da Matemática.

O segundo artigo resenhado da tabela 4 foi ***Competência Cognitiva e Resolução de Problemas com Equações Algébricas do 1º Grau***. Autores: Yasmim Lais Spindler Sperafico, Beatriz Vargas Dorneles, Clarissa Seligman Golbert. Revista Bolema V.29 – N. 51, 2015.

O texto apresenta resultados de uma pesquisa que investigou a relação entre a competência cognitiva e o desempenho na resolução de problemas com equações de primeiro grau. Destaca, ainda, a existência desta correlação, sendo que o estudo evidenciou maior desempenho nos estudantes mais competentes.

O terceiro artigo resenhado da tabela 4 foi ***Prática de discussão coletiva de uma professora em Álgebra.*** Autores: Cátia Rodrigues, João Pedro da Ponte, Luís Menezes. Revista Zetetiké V.26 – N. 3, 2018.

O artigo apresenta um estudo que teve por objetivo descrever e compreender a prática de discussão matemática de uma professora, durante a preparação e a dinamização da discussão coletiva em Álgebra, mais especificamente na equação do 1º grau com uma incógnita, com alunos do 7.º ano.

A metodologia utilizada foi o estudo de caso, com uma abordagem qualitativa e interpretativa, visto que buscou compreender a prática de uma professora de Matemática em questão.

Através dos resultados obtidos, pode-se perceber que a professora levou os alunos a generalizar e justificar ideias algébricas, através de uma combinação intencional de ações de elicitar, de apoiar, de informar e de desafiar.

O quarto e último artigo resenhado da tabela 4 foi ***Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: proposição de um modelo para os problemas de partilha*****.** Autores: Jadilson Ramos de Almeida e Marcelo Câmara dos Santos. Revista Zetetiké V.26 – N. 3, 2018.

O texto apresenta um modelo para identificar em que nível se encontra o aluno, em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico ao resolver problemas de partilha, sendo este identificado pelo pesquisador, através do caminho escolhido pelo aluno para a resolução do problema.

A pesquisa se realizou em duas etapas, através de questionários e entrevistas, e contou com um grande número de alunos, pertencentes ao segundo ciclo da educação básica. Porém, o pesquisador escolheu entre estes, apenas oito alunos para realizar uma entrevista de explicação e apresentou, então neste artigo, a análise da produção escrita e da entrevista destes. O critério que ele utilizou para fazer a escolha dos alunos foi o nível de ensino em que estes se encontravam, então escolheu dois alunos por nível.

O modelo proposto vai do nível 0, o qual é caracterizado pela ausência de pensamento algébrico, passando pelo nível 1, no qual o pensamento algébrico do aluno que se encontra nesse nível é ainda incipiente, pelo nível 2, no qual o pensamento algébrico dos alunos se encontra no nível intermediário, chegando, por fim, no nível 3, em que o pensamento algébrico dos alunos já é consolidado.

Podemos perceber, através da leitura dos trabalhos para este levantamento bibliográfico, que na grande maioria das pesquisas o foco é centrado na metodologia dos professores, ou seja, na sua prática em sala de aula, seu conhecimento e também na sua transposição didática, referente ao conteúdo da equação do 1º grau.

Além de pesquisas relacionadas ao uso de jogos online, ao uso de jogos e materiais concretos, temos as que buscam trabalhar a partir da Resolução de Problemas, e ainda, aquelas que buscam propor uma sequência de atividades para introduzir o tema.

Tendo todas estas, como enfoque, buscar uma maneira de tornar a aprendizagem da equação do 1º grau mais prazerosa e satisfatória para o aluno. Apenas uma das pesquisas fez uma análise de erros, porém sem a intenção de intervenção para sanar as dúvidas dos alunos. De certa forma, tais pesquisas abordam aspectos diferentes de um mesmo problema – modificar o modo de como a Matemática é ensinada em sala de aula, de modo a torná-la mais atrativa aos educandos.

Então, acreditamos que a proposta contida neste estudo contribui de forma significativa para o ensino da equação do 1º grau, pois busca fazer uma investigação sobre os principais erros cometidos pelos alunos, buscando compreender por que ocorrem. Para assim, produzir um material de intervenção, sob forma de vídeo, com a intenção de auxiliar os sujeitos da pesquisa a dirimir os erros, detectados nos instrumentos.

No próximo capítulo apresentamos o referencial teórico que embasou nossa pesquisa.

4.0. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta o referencial teórico da pesquisa e foi organizado em dez subcapítulos, a seguir apresentados: A Álgebra e seus aspectos históricos e pedagógicos;A Álgebra e o pensamento algébrico; O ensino da Álgebra na Educação Básica;A Álgebra e a Álgebra escolar; A Aprendizagem Significativa; A equação do 1º grau com uma incógnita: erros apresentados pelos alunos; O erro em sala de aula de Matemática; Um aporte em Vygotsky – a questão da mediação; O produto educacional e as novas tecnologias e, finalmente; O Uso das Tecnologias de Informação e Comunicação na Educação: ferramentas de aprendizagem e suporte para as aulas remotas.

4.1. A Álgebra e seus aspectos históricos e pedagógicos

Para que possamos aprofundar o conhecimento sobre a Álgebra, ligando sua história com o que se fez e se faz até hoje em sala de aula, se faz necessário que alguns aspectos históricos e pedagógicos do campo, sejam apresentados, é o que pretendemos nesta seção.

4.1.1. Aspectos históricos

De forma incontestável, a Álgebra representa um dos grandes campos da Matemática, juntamente dos campos da Geometria e da Análise Infinitesimal. Para Ponte, Branco e Matos (2009), até meados do século XX, em Portugal, a Álgebra tinha lugar garantido em programas do ensino básico e do secundário. Entretanto, logo após o período da Matemática moderna, esta foi perdendo seu lugar como um grande tema pertinente ao currículo.

Passada essa fase de esquecimento, nos últimos anos, foi retomada as discussões acerca da importância do pensamento algébrico e o seu real papel na educação básica.

Sobre a gênese da Álgebra, segundo Ponte, Branco e Matos (2009), temos que se situa quando passamos a formalizar e a sistematizar certas técnicas na resolução de problemas na Antiguidade – no Egito, na Babilônia, na China e na Índia.

Para tais autores:

> Por exemplo, o célebre papiro de Amhes/Rhind é essencialmente um documento matemático com a resolução de diversos problemas, que assume já um marcado cunho algébrico. Pouco a pouco vai-se definindo o conceito de equação e a Álgebra começa a ser entendida como o estudo da resolução de equações. Um autor da Antiguidade, por alguns considerado o fundador da Álgebra, é Diofanto (c. 200-c. 284), que desenvolve diversos métodos para a resolução de equações e sistemas de equações num estilo de linguagem conhecido como "sincopado". Deste modo, os enunciados dos problemas, que tinham começado por ser expressos em linguagem natural, passam a incluir pequenas abreviações. O termo "Álgebra" só surge alguns séculos mais tarde, num trabalho de al-Khwarizmi (790-840), para designar a operação de "transposição de termos", essencial na resolução de uma equação. Lentamente vai-se avançando na resolução de equações incompletas e completas dos 1.º e 2.º graus, embora usando formas de representação dificilmente reconhecíveis ao leitor moderno. De equações de grau superior ao 2.º, sabem resolver-se apenas casos particulares. (PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p.05)

Segundo tais autores será somente no século XVI, com François Viète (1540-1603) que a Álgebra entrará em uma nova fase, a saber: a Álgebra simbólica, como seus grandes progressos na resolução de equações - Scipione del Ferro (1465-1526) faz a resolução da equação geral do 3.º grau.

Muito embora não publique seus resultados naquele momento e, anos depois, Tartaglia (1500-1557) faça a mesma descoberta, que é publicada por Cardano (1501-1576) no compêndio *Ars Magna.* Neste contexto, Ferrari (1522-1565) finalmente procede a resolução da equação geral do 4.º grau.

Para Roque (s/d) entre os séculos XV e XVI a Álgebra era basicamente a mesma utilizada pelos árabes como recurso de um simbolismo não unificado, tanto para as operações, como também para as incógnitas. Segundo a autora:

> A tradução para o alemão da palavra "coisa" (incógnita) deu origem ao termo "coss", e a prática de resolver equações ficou conhecida como arte "cossista". Ao longo do século XVI, difundiram-se diversos textos "cossistas", que, além do simbolismo, não traziam grandes inovações em relação às técnicas árabes. Esses textos começavam por introduzir as quatro operações aritméticas para números inteiros, podendo incluir algum tratamento de frações, potências e raízes. Depois, o autor definia a notação que ia usar para as quantidades desconhecidas e suas potências e indicava como realizar operações com essas quantidades, exatamente como na aritmética. Em seguida, mostrava o que é uma equação e como esta pode ser simplificada (por métodos análogos aos de Al-Khwarizmi). (ROQUE, s/d, p.238)

Sendo assim, a técnica principal era conhecida como a “regra da álgebra”, ou ainda, “da coisa” onde - se a incógnita for representada por R, escreve-se uma equação que pode traduzir as condições dos problemas e onde a solução da equação caracteriza-se como a quantidade procurada.

Neste sentido, a transição existente entre a quantidade que se procura de forma concreta e o símbolo, junto com o procedimento inverso, era considerada a regra principal.

Sendo assim, a palavra ‘Álgebra’ podia ser associada ao processo de abstração existente quando se passa um problema para a linguagem algébrica.

A partir de então não mais é levado em consideração se a quantidade física seria uma medida de comprimento, uma determinada quantia de dinheiro, um peso específico ou um número. Visto que, em todos os casos a regra seria sempre a mesma e a partir dessa fase que tal regra começou a ser chamada, também, de regra da “equação”.

Segundo Ponte, Branco e Matos (2009), o êxito dos matemáticos italianos renascentistas configura-se como um importante momento na história da Matemática, já que para os autores, será a primeira vez que a ciência moderna supera os êxitos da Antiguidade.

Além disso, serão os processos de resolução das equações algébricas do 3.º grau que farão emergir a necessidade de introdução de um novo tipo de números, ou seja, os números complexos.

Conforme vai se desenvolvendo a teoria das equações algébricas, há também, o desenvolvimento do conceito de função como sendo um correspondente entre valores de duas variáveis. Segundo os autores referidos anteriormente as primeiras funções a serem consideradas são as algébricas, ou seja, as chamadas funções polinomiais e racionais, resultado da divisão de um polinômio por outro.

Contudo, logo começam a serem consideradas funções mais complexas, chamadas de transcendentes, nas quais intervêm operações como radiciação e exponenciação, logaritmos e razões trigonométricas, além de condições de natureza geométrica e mecânica, por exemplo, relacionadas a movimentos.

Conforme vai se desenvolvendo a teoria das funções, conceitos como *infinitésimo* e *derivada* ocuparão lugar central no estudo, originado um novo ramo da Matemática, a *Análise Infinitesimal*.

Para Ponte, Branco e Matos (2009) a fase final do desenvolvimento da teoria das equações algébricas, que marcam o encerramento do período chamado de Álgebra clássica apresenta dois resultados marcantes – a prova da impossibilidade do encontro para uma solução geral para uma equação com coeficientes arbitrários de grau superior ao 4.º, dada por Abel (1802-1829).

O segundo resultado diz respeito à formulação das condições necessárias e suficientes para que uma equação de grau superior ao 4.º possa ter solução por métodos algébricos, dada por Galois (1811-1832). Será este último matemático inclusive quem, num trabalho famoso, irá considerar pela primeira vez a estrutura de grupo.

Segundo Ponte, Branco e Matos (2009), em meados do século XIX o estudo das equações algébricas irá esgotar-se com a demonstração do Teorema Fundamental da Álgebra, a partir da demonstração de que não há métodos algébricos gerais que possam vir a dar conta da resolução de equações de grau superior ao 4º.

4.1.2. Aspectos pedagógicos

Coelho e Aguiar (2018) explicam que a por ser a Álgebra parte do desenvolvimento humano, e tendo surgido para resolver questões práticas do cotidiano está bastante presente em nosso dia a dia, de diferentes formas.

Ela é, então, parte essencial no ensino de Matemática do ensino fundamental e médio e primordial para a formação integral do cidadão. Entretanto, Coelho e Aguiar nos dizem que o ensino e a aprendizagem da Álgebra têm se mostrado deficientes em pesquisas científicas e também em avaliações governamentais, em virtude, possivelmente da ênfase que se dá para os aspectos técnicos - em detrimento dos conceitos e da busca pelo pensamento mais abstrato.

Coelho e Aguiar (2018) acreditam que:

> (...)ao se enfatizar o pensamento algébrico ao invés de apenas se restringir a questões técnicas e operacionais, o ensino de Álgebra poderia contribuir não só no aprendizado da Matemática como também auxiliar no desenvolvimento do pensamento lógico-abstrato do estudante, pensamento esse essencial para o desenvolvimento de um cidadão capaz de viver na sociedade atual. (COELHO E AGUIAR, 2018, p.171)

Tais autores explicam que quando se olha para a história da Álgebra, desde seu início – quando seu objeto de análise eram as equações algébricas específicas até se chegar ao estabelecimento de uma área de estudo que se configura, hoje, como basicamente abstrata - será possível perceber um longo caminho trilhado na busca de padrões e de embasamento teórico.

O caminho trilhado no delineamento do perfil da Álgebra mostra como se deu o difícil estabelecimento desta como área de conhecimento, havendo a necessidade de se construir uma linguagem simbólica que fosse apropriada para as questões atinentes à campo. Houve, também, a consequente emersão de conceitos algébricos que se configuraram cada vez mais abstratos.

Foi desse modo, segundo Coelho e Aguiar (2018) que a Álgebra veio a consolidar-se como uma verdadeira área do conhecimento, fruto ainda de um desenvolvimento repleto de historicidade e não inata ao ser humano.

Isso quer dizer que o conhecimento algébrico necessita do meio social para que possa vir a ser aprendido e assimilado de acordo como a configuração social que se tem atualmente, sendo de competência da escola e mais especificamente da disciplina de Matemática desvelá-lo.

Os autores, com seus escritos, estão interessados em saber de que forma a compreensão do desenvolvimento da história da Álgebra, ao longo dos tempos, pode dar subsídios para que se possa repensar o processo de ensino e aprendizagem do ensino de Álgebra na Educação Básica.

Partindo de tal interesse, tais autores afirmam que faz décadas que as avaliações governamentais mostram possíveis deficiências em relação ao aprendizado da matemática, em especial muitas deficiências envolvendo a Álgebra tais como Silva (2008), que apresenta dados estatísticos do desempenho dos alunos em matemática no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) - 2003; Ribeiro (2001) que analisa o desempenho de estudantes do Ensino Fundamental em Álgebra, com base em dados do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (Saresp).

O interessante de tais constatações, segundo os autores, é que dificuldades de aprendizagem nessa área não são detectadas apenas no nosso país, mas também em muitos outros, indicando para aprofundamento de leitura sobre o tema as obras de Stacey; Chick (2004), que aborda a ocorrência nos Estados Unidos, de um encontro denominado *12º ICMI Study*, ocorrido em 2001, que versava sobre a necessidade de desenvolver nos estudantes a capacidade de poderem abstrair.

Segundo Coelho e Aguiar (2018) os problemas decorrentes da aprendizagem da Álgebra, nos últimos decênios, se dão devido ao processo que o ensino dessa área vem sofrendo através dos anos e que se mantém firme e forte atualmente no âmbito escolar.

Os autores afirmam que em nosso país, mesmo tendo havido diversas reformas educacionais, novas diretrizes e novas orientações para modernizar o sistema educacional, o ensino da Álgebra tem permanecido quase intocado e com poucas alterações na Educação Básica.

Segundo eles, ainda impera a aprendizagem de um conjunto de técnicas operatórias que intenta em apenas resolver equações sem, no entanto, contextualizá-las. Para tais autores a forma como foi desenvolvido, no Brasil, o ensino da Álgebra explica o motivo pelo qual há tantas dificuldades de aprendizagem nessa área.

Coelho e Aguiar (2018) destacam que

> (...)o chamado transformismo algébrico que foi a base do ensino de Álgebra, tanto no Brasil quanto em outros países, durante todo o século XIX e a primeira metade do século XX. Entende- -se por isso o processo de obtenção de expressões algébricas equivalentes entre si mediante o emprego de regras e propriedades válidas, resultando, em última instância, em um mero jogo, muitas vezes artificial, de habilidades visando a resolução de problemas. Acreditava-se que isso fosse o suficiente para que o aluno adquirisse a capacidade de resolver problemas, problemas esses na maioria das vezes deslocados da realidade. Porém, a partir da década de 1950, e estendendo-se até os anos 1970, começou a se destacar o Movimento da Matemática Moderna que fez um contraponto à concepção acima mencionada. Aqui, o papel pedagógico a ser desempenhado pela Álgebra passa a ser o de fundamentar todo o ensino da Matemática. Nessa direção, prevaleceu a ideia de, ao se justificar as passagens presentes no transformismo algébrico via a introdução de propriedades estruturais das operações, isso bastaria para se capacitar o estudante na identificação dessas estruturas em outros contextos, assim como nas suas aplicações. (COELHO E AGUIAR,2018, p.173)

Segundo tais autores, os chamados tópicos algébricos foram, então, reorganizados de tal maneira que fossem ensinados, primeiro, os conjuntos numéricos, bem como suas propriedades estruturais; as sentenças abertas e fechadas; o conjunto-universo e o conjunto-verdade e as equações e inequações de 1º grau.

Somente de posse de todos esses conhecimentos é que se poderia abordar as expressões algébricas, os valores numéricos, as operações e as fatorações. Posteriormente, seriam apresentados aos educandos novos conteúdos algébricos, tais como as funções.

Coelho e Aguiar (2018) referem um terceiro momento, no qual se buscou fazer uma síntese entre as duas concepções anteriormente mencionadas, quando se buscou amalgamar tanto o caráter justificativo das passagens que estavam presentes no transformismo algébrico com o valor instrumental da Álgebra, ou seja, a base da Matemática Moderna.

Essa nova forma de pensar utilizou-se de recursos analógicos geométricos (visuais) acreditando-se que aos se justificar identidades algébricas, através de construções geométricas, o educando poderia aprender mais facilmente a partir de uma abordagem estritamente lógica.

Para tais autores, de forma consciente ou não, o enfoque anteriormente apresentado vai ao encontro de algumas das características envolvendo a história da Álgebra, já que por muito tempo as justificativas existentes para a resolução das equações algébricas eram baseadas nas construções geométricas.

Os simpatizantes de tal concepção acreditavam que a etapa geométrico-visual seria o primeiro estágio da aprendizagem da Álgebra; após então, poderia ser apresentada aos estudantes a abordagem simbólica.

Para Coelho e Aguiar (2018)

> (...)essa passagem se constitui na grande dificuldade do aprendizado, e, recorrendo novamente à história da Álgebra, foi justamente a não percepção de que a Álgebra sobreviveria independentemente de justificativas geométricas que atrasou, de certa forma, o desenvolvimento do que chamamos atualmente de pensamento algébrico-abstrato. Cabe ressaltar aqui que, dentro dessa concepção, eram normalmente utilizados recursos como balanças e gangorras para a justificação de certas passagens do transformismo algébrico, recorrendo assim a materiais concretos e a leis do equilíbrio físico. Com tudo isso, apesar de se caracterizar de forma distinta, aqui também é conferido o papel principal do ensino às regras algébricas, aproximando-se muito nesse aspecto do transformismo algébrico. A nosso ver, essas três abordagens parecem incorrer no mesmo equívoco de reduzir o ensino de Álgebra à mera manipulação de regras algébricas. (COELHO E AGUIAR, 2018, p.174)

Tais autores defendem a ideia de que para ensinar Álgebra e o consequente desenvolvimento do pensar – particularmente o raciocínio algébrico, se faz necessário associar-se com a forma de escrever tal pensamento.

Tais habilidades, então, precisam ser desenvolvidas em conjunto, sem que se enfatize uma delas em detrimento da outra, vinculando assim, os resultados conseguidos com a forma de pensar do momento de ensino no qual se encontra o educando e não com formas mais fáceis de resolver problemas.

A Álgebra, para tais autores, não pode ser restringida a questões puramente técnicas e operacionais, mas sim deve levar em consideração o desenvolvimento de uma forma de pensar (pensamento algébrico) que dê conta do desenvolvimento de conceitos e níveis cada vez mais profundos de abstração.

4.2. A Álgebra e o pensamento algébrico

O que é a Álgebra? Qual é o seu escopo? Tais indagações são importantes para que possamos organizar nosso foco de análise nesta seção.

Segundo Vailati e Pacheco (s/d, p.2) a Álgebra se caracteriza por ser um campo da matemática em que podemos observar situações conflitantes, como por exemplo quando os aprendizes são capazes de operar com símbolos matemáticos, mas, infelizmente são incapazes de fazer generalizações. Segundo tais autores, há, ainda, dificuldades relacionadas a não compreensão das técnicas algébricas. Para Vailati e Pacheco (s/d) tais questões podem ter origem a partir das metodologias que ocultam a natureza da matemática e os processos de criação e generalização do conhecimento matemático.

Vailati e Pacheco (s/d) explicam que na atualidade, no campo da Educação matemática, discussões e investigações sobre as práticas pedagógicas mostram a necessidade de que haja a superação da visão fragmentada e a - histórica do ensino da Matemática.

Explicam que a partir de determinadas metodologias podemos propiciar aos educandos uma formação mais ampla, desde que observemos os aspectos lógicos, históricos e culturais das produções matemáticas, permitindo que o ensino da Matemática possa vir a permitir reflexões, análises, investigações e generalizações, a fim de formar um sujeito crítico, criativo e responsável em nossa sociedade. Tais características, desejáveis a todos os educandos, nos leva a pensar sobre a formação do pensamento algébrico.

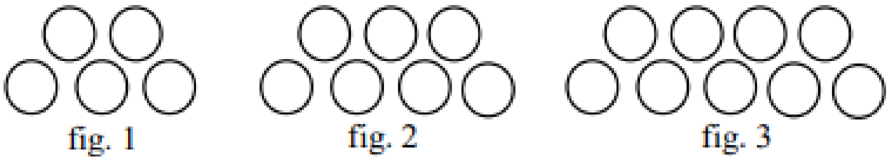
Almeida e Santos (2017) afirmam que muito embora haja um consenso entre os pesquisadores da área de Educação Matemática, no sentido do quanto é importante fazer com que o aluno pense de forma algébrica, o mesmo conceito não ocorre quando se pensa no próprio conceito do que seja pensamento algébrico. Os autores citam Radford (2006) que explica que não há uma caracterização final para o pensamento algébrico devido, provavelmente, ao escopo extremamente abrangente de objetos (equações, funções, padrões...) e de processos algébricos existentes (inversões, simplificações...), tais como os variados modos de se conceber tal tipo de pensamento em geral.

Neste contexto, os autores trazem o que Radford (2006, p.52) denomina de Pensamento algébrico padrão, a saber:

> Nessa forma de pensamento algébrico, em alguns momentos chamado por Radford de pensamento algébrico simbólico, o aluno começa a utilizar fórmulas alfanuméricas, ou seja, uma linguagem simbólica algébrica para expressar o pensamento. No início dessa forma de pensar algebricamente, em vez de ser um dispositivo de cálculo abstrato, essas fórmulas alfanuméricas são narrativas vivas dos fenômenos estudados. Elas são, por exemplo, em atividades de generalização de padrões, ícones em que os alunos oferecem uma espécie de descrição espacial da figura e as ações a serem realizadas. Em um nível mais consolidado, as fórmulas deixam de ser ícones, deixam de ter uma natureza "perspectiva", e passam a significar coisas de uma forma totalmente abstrata. Radford (2009) lembra que a gama dos ricos recursos semióticos utilizados nas formas de pensamento algébrico factual e contextual, como ritmos, gestos, dêiticos, advérbios, etc. não têm espaço nas fórmulas algébricas baseadas em símbolos alfanuméricos. Ocorrendo, portanto, uma drástica mudança na linguagem utilizada para expressar o pensamento algébrico. (ALMEIDA E SANTOS 2017, p. 52)

Radford (2006) apud Almeida e Santos (2017) nos explica que existe uma variedade enorme de recursos semióticos que são usados nas formas de pensamento factual e contextual, tais como os ritmos, os gestos, os dêiticos, os advérbios, entre outros, que não têm espaço nas fórmulas algébricas que se baseiam em símbolos, o que faz com que ocorra uma mudança radical na linguagem usada para expressar o pensamento algébrico. Tal autor, utilizando a figura abaixo, explica que:

Figura 01: Atividade sobre sequência de padrões.



Fonte: Radford (2009)

> Por exemplo, ao ser pedido para escrever uma fórmula para representar o número de círculos da figura n, o aluno chega, em princípio, à seguinte expressão: (n + 1) + (n + 2). Percebemos que essa fórmula é mais evoluída do que a utilizada pelo aluno no pensamento algébrico contextual, uma vez que agora o aluno utiliza uma linguagem com poder de síntese muito maior, a linguagem simbólica algébrica, baseada em sinais alfanuméricos. Entretanto, apesar de utilizar uma linguagem simbólica, os sinais nessa fórmula ainda mantêm uma experiência corporificada e perspectiva do processo de objetificação. Reconhecemos, facilmente, no termo “n + 1” a referência à linha superior da sequência, assim como reconhecemos no termo “n + 2” a referência à linha inferior. (RADFORD (2009) *apud* ALMEIDA E SANTOS 2017, p. 52)

Almeida e Santos (2017) referindo, ainda Radford (2009) destacam que uma fórmula como a que foi referida na citação acima pode ser chamada de ícone, ou seja, ela é uma espécie de descrição geométrica da figura em questão. Isso ocorre porque ela não é um artefato simbólico de um cálculo abstrato, mas caracteriza-se por carregar uma história que vai narrar de forma condensada, as experiências matemáticas dos educandos.

O pensar num nível mais avançado de pensamento algébrico simbólico, o aprendiz poderá vir a simplificar tal fórmula, conseguindo chegar a uma que não se configure como uma descrição espacial da figura, mas sim sendo uma síntese da relação que existe entre o número da figura e o número de círculos.

Como expressam tais autores:

> Temos, a seguir, uma fórmula simplificada para representar o número de círculos da figura n: 2n + 3. No caso dessa fórmula, não temos mais uma representação espacial da figura. Não percebemos a linha superior e a inferior, como na fórmula anterior. É essa natureza não “perspectiva” da fórmula que constitui, segundo Radford, a força da álgebra, ou seja, o distanciamento do contexto, com a finalidade de significar coisas de uma maneira abstrata. (ALMEIDA E SANTOS 2017, p. 52)

Radford (2006), apud Almeida e Santos (2017) afirma que muito embora concorde com o fato de que o domínio da linguagem algébrica seja o auge do domínio do pensamento algébrico ressalta a relevância de ser avaliado o percurso que o aluno percorre no desenvolvimento de seu modo de pensar – tal caminho inicia com o pensamento algébrico factual, depois passa para o pensamento algébrico contextual até chegar ao pensamento algébrico simbólico.

Tal autor irá afirmar que tal percurso é fundamental devido a sua importância na construção de significados tanto para os objetos como para a linguagem da Álgebra. Unindo-se à Lins (1992) e Kaput (2008), Radford (2009) ressalta que o trabalho para o desenvolvimento do pensamento algébrico com os educandos, se faz pilar fundamental para que eles aprendam, de forma significativa tanto os objetos algébricos como também a linguagem utilizada para representação de tais esses objetos.

Almeida e Santos, buscando delimitar uma forma para caracterizar o pensar matematicamente e assim apresentar uma definição de pensamento algébrico. Tomam por base os estudos de Lins (1992; 1994a; 1994b), Kaput (1999; 2008) e Radford (2006; 2009; 2011b), além de seus colaboradores.

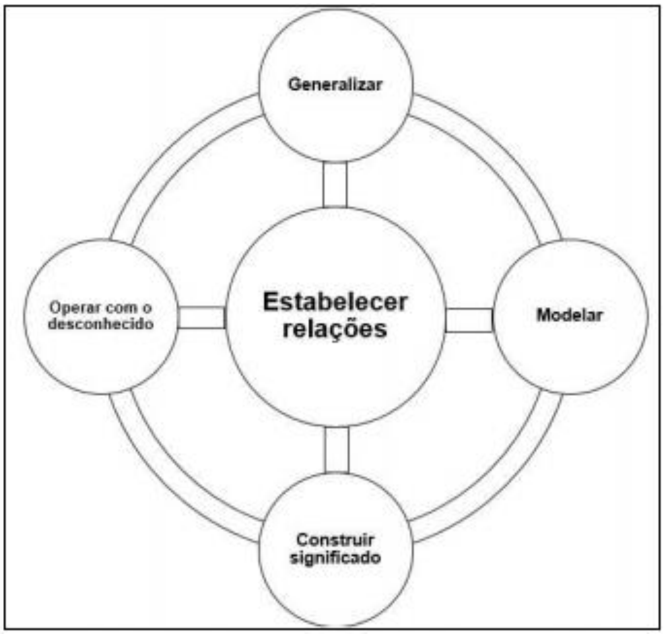
E então, nos trazem cinco características reveladoras do pensar algebricamente, que são as capacidades de: "estabelecer relações"; "generalizar"; "modelar"; "operar com o desconhecido"; e "construir significado".

Esses mesmos autores sustentam que:

> [...] no centro dessas características está a capacidade de estabelecer relações, e, subjacentes a ela, porém, não menos importantes, estão as outras. Portanto, defendemos que a primeira característica do pensamento algébrico desenvolvida e revelada por um sujeito é a capacidade de estabelecer relações, seguida pelas demais. (ALMEIDA E SANTOS 2017, p. 58)

Assim, apresentam em seu artigo um esquema, que busca definir a estrutura de pensamento algébrico defendida por eles, mostrando como essas características se comunicam e inter-relacionam entre si.

Figura 02: Esquema das características do pensamento algébrico.



Fonte: ALMEIDA, Jadilson Ramos de. SANTOS, Marcelo Câmara dos. PENSAMENTO ALGÉBRICO: EM BUSCA DE UMA DEFINIÇÃO. (2017, p.54) Disponível em: http://rpem.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/1124/pdf_207 Acesso em 22/11/2020.

Almeida e Santos, afirmam que não existe uma ordem, subjacente à central, para que o sujeito se aproprie de tais capacidades e sim, que eles acreditam que elas surgem e se desenvolvem simultaneamente, e que o desenvolvimento de uma leva ao desenvolvimento das outras.

Já Fiorentini e Miorin (1993) afirmam que o ensino da Álgebra, em nosso país, tem sido relegado a um segundo plano, por pesquisadores da área de Educação Matemática em relação à Geometria. Segundo tais autores ela se encontra em “em estado letárgico” (FIORENTINI E MIORIN, 1993, p.78).

Neste contexto, tais autores apresentam em seu artigo alguns elementos que permitem repensar a Educação Algébrica Elementar, analisando, comparativamente, as concepções de educação algébrica que se manifestaram ao longo da história do ensino da Matemática, bem como as concepções existentes sobre a Álgebra encontradas mediante leituras da área que focam o desenvolvimento histórico de tal campo de conhecimento.

O artigo faz uma retomada de todas as fases de compreensão do campo da Álgebra e as diversas concepções da mesma, no decorrer da história. Sobre a questão de se rever a concepção de Educação Algébrica e a formação do pensamento algébrico, os autores explicam que a tendência tem sido a de compreender que tal tipo de pensamento só se manifesta e se desenvolve a partir da manipulação sintática da linguagem concisa e específica da Álgebra. Entretanto, explica que tal relação de subordinação do pensamento algébrico à linguagem irá desconsiderar que tanto no plano histórico como pedagógico a linguagem é a expressão do pensamento.

Os autores, na verdade, acreditam subsistir entre o pensamento algébrico e a linguagem não uma relação de subordinação, mas sim uma relação dialética e para melhor compreendê-la se faz necessário levantar a questão de quais seriam os elementos que caracterizam ser um pensamento realmente algébrico.

Ao apresentarem no artigo diversas situações que poderiam vir a ser resolvidas a partir do pensamento algébrico, os autores afirmam que nas situações apresentadas conseguimos visualizar várias características do desenvolvimento e da presença do pensamento algébrico, a saber: a percepção de regularidades, a percepção de aspectos invariantes, em contraste com outros que variam, as tentativas de expressar ou de explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização.

Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005) levando em consideração a evolução da história da Álgebra irão sustentar que pedagogicamente, o pensamento algébrico pode vir a ser desenvolvido de forma gradual, antes mesmo de existir uma linguagem algébrica simbólica.

Tal fato se dá, segundo eles, quando o aprendiz começa a estabelecer relações e comparações entre as expressões numéricas ou os padrões geométricos e começa a perceber e buscar expressar as estruturas aritméticas postas em uma situação-problema, ou ainda, quando ele produz mais de uma modelo aritmético para resolver uma mesma situação-problema.

Além disso, o pensamento algébrico pode vir a estar presente e ser desenvolvido quando o aprendiz, de forma recíproca, vai produzindo diversos significados para uma mesma expressão numérica, interpretando uma igualdade como sendo uma equivalência entre duas grandezas ou ainda entre duas expressões numéricas, quando o aprendiz transforma uma expressão aritmética em outra mais simplificada, quando desenvolve algum tipo de processo de generalização e vai percebendo ou tentando explicitar regularidades ou invariâncias.

Finalmente, ainda, o pensamento algébrico estará já presente quando o aprendiz consegue desenvolver ou criar uma linguagem mais concisa ou sincopada quando for se expressar de forma matemática. Todas essas características são, segundo os autores caracterizadores do pensamento algébrico.

Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005) acreditam que todos esses aspectos podem vir a ser mobilizados e desenvolvidos pelos educandos, a partir de tarefas propostas pelo professor que seja, exploratórias ou investigativas, mas cuidadosamente planejadas para o fim a que se destinam.

Para tais autores

> Na análise das resoluções ou produções dos alunos, tomaremos esses aspectos como principal referência para identificar a evolução do pensamento algébrico que vai de uma fase pré-algébrica (quando o aluno utiliza algum que outro elemento considerado algébrico – letra, por exemplo – mas não consegue, ainda, concebê-lo como número generalizado qualquer ou como variável), passa por uma fase de transição (do aritmético para o algébrico, sobretudo quando o aluno aceita e concebe a existência de um número qualquer, estabelece alguns processos e generalização, podendo ou não utilizar a linguagem simbólica), atingindo, enfim, um pensamento algébrico mais desenvolvido (expressando capacidade de pensar e se expressar genericamente, sobretudo quando o aluno aceita e concebe a existência de grandezas numéricas abertas ou variáveis dentro de um intervalo numérico, sendo capaz não só de expressá-las por escrito, mas, também, de operá-las). Cabe, contudo, esclarecer que, para nós, o aluno pode atingir a terceira fase do pensamento algébrico, sem necessariamente fazer uso de uma linguagem estritamente algébrico-simbólica. Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005, p.5)

Segundo eles, se analisarmos sob outra perspectiva, não podemos deixar de reconhecer que o pensamento algébrico tende a ser potencializado de forma gradativa, na medida em que o educando vai desenvolvendo uma linguagem cada vez mais apropriada para expressá-lo. Se, por um lado a introdução precoce e sem nenhum suporte empírico a uma linguagem simbólica e abstrata for feita pode gerar obstáculos para o desenvolvimento do pensamento algébrico, por outro lado, a recusa ou menosprezo ao modo simbólico e formal de pensar de forma algébrica pode vir a representar um obstáculo para que o aprendiz desenvolva, de forma efetiva, o pensar algébrico, muito embora a linguagem retórica e ordinária seja o modo de comunicação historicamente utilizado pela Matemática para expressar seus conceitos e ideias.

Socas et al. (1996), seguindo nesta linha, irão afirmar que a linguagem matemática escrita, opera em dois níveis, atualmente. O primeiro nível é o semântico, e nele temos as notações e os símbolos matemáticos, que são tratados com significados claros e precisos, guardando alguma semelhança com a então linguagem ordinária ou retórica. Já o segundo nível é o nível sintático e nele as regras e os procedimentos podem vir a ser operados sem referência direta com os seus significados.

Tais autores explicam que priorizar na prática de sala de aula apenas um deles pode vir a representar uma perda significativa do poder matemático para os educandos.

Na sequência apresentamos aspectos relativos à forma como a Álgebra e seu ensino são referidos na BNCC.

4.3 O ensino da Álgebra na Educação Básica

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC)[2], aprovada em 2017, veio propor para as diversas áreas do conhecimento uma visão mais coesa do que precisa ser ensinado de forma comum aos alunos brasileiros. Neste contexto, específicas para o ensino fundamental. Dentre tais competências têm-se duas, em especial que dialogam com a temática desta pesquisa, apresentadas a seguir:

> 3.Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
> 5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados (BNCC, 2017, p.267).

A Competência 3 diz respeito à compreensão dos conceitos dos diferentes campos da matemática, agora vistos correlacionados, não somente entre si, mas também com as demais áreas do conhecimento, tendo neste estudo, o campo da Álgebra principal relevância.

[2]Disponível em: https://www.alex.pro.br/BNCC%20Matem%C3%A1tica.pdf Acesso em 09/09/2020.

Já a Competência 5 une os processos e ferramentas matemáticas disponíveis às tecnologias digitais existentes para potencializar o ensino e a aprendizagem no cotidiano escolar. Fato que tem sido bastante utilizado na efetivação das aulas remotas, em escolas públicas e particulares, devido ao afastamento social causado pela pandemia do COVID-19 e que serão utilizadas, também nesta pesquisa, como meio de coleta de dados e de retorno às atividades realizadas dos sujeitos.

4.3.1. A Álgebra no contexto da BNCC

Para que se possa ter uma visão mais global acerca do ensino da Matemática, mais especificamente do campo da Álgebra, durante o ensino fundamental, se faz necessária a visualização dos objetos de conhecimento relativos a este campo, trazidos pela BNCC, desde os anos iniciais até os finais do ensino fundamental.

Tais objetos de conhecimento são importantes de serem visualizados a fim de que se possa observar a intencionalidade do ensino e da aprendizagem desses objetos nesta etapa como um todo, na Educação Básica.

Tabela 5: Unidades temáticas do campo da Álgebra abordadas no Ensino Fundamental, segundo a BNCC

Anos iniciais	**Objetos de Conhecimento**
1º ano	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências. Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo).
2º ano	Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas; Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.
3º ano	Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas; Relação de igualdade.
4º ano	Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser dividido por um mesmo número natural diferente de zero; Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão Propriedades da igualdade.
5º ano	Propriedades da igualdade e noção de equivalência Grandezas diretamente proporcionais; Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais.

Anos Finais	Objetos de Conhecimento
6º ano	Propriedades da igualdade; Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo.
7º ano	Linguagem algébrica: variável e incógnita Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais; Equações polinomiais do 1º grau.
8º ano	Valor numérico de expressões algébricas; Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano; Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano; Equação polinomial de 2º grau do tipo ax2 = b; Sequências recursivas e não recursivas.
9º ano	Funções: representações numérica, algébrica e gráfica; Razão entre grandezas de espécies diferentes; Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais; Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis; Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações.

Fonte: Autoria própria, baseando-se na BNCC[3] (2017, p.278-315)

Portanto, acreditamos que ao serem explorados aspectos da Álgebra desde os anos iniciais, como está proposto na BNCC, o estudo desta se tornará mais claro para os estudantes, visto que dela faz parte um conjunto de processos e pensamentos que têm origem em experiências com números, padrões entes geométricos e análise de dados.

Nas palavras de Ribeiro e Cury (2015)

> Consideramos que a Álgebra, trabalhada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, pode ser o fio condutor do currículo escolar e o desenvolvimento do pensamento algébrico pode permitir que sejam realizadas abstrações e generalizações que estão na base dos processos de modelagem matemática da vida real. (RIBEIRO; CURY, 2015, p. 11)

É exatamente o desenvolvimento do pensamento algébrico que se faz essencial tanto para a compreensão, a representação e a análise das relações qualitativas das grandezas e das estruturas matemáticas, quando se utilizam letras e outros símbolos.

Além disso, quando se consulta a BNCC para compreender qual é a expectativa de conhecimento matemático dos alunos, para os Anos Finais do Ensino Fundamental, se observa que deles é esperado que:

> (...)resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com compreensão dos processos neles envolvidos. Para que aprofundem a noção de número, é importante colocá-los diante de problemas, sobretudo os geométricos, nos quais os números racionais não são suficientes para

[3] Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/ Acesso em 11/09/2020.

> resolvê-los, de modo que eles reconheçam a necessidade de outros números: os irracionais. Os alunos devem dominar também o cálculo de porcentagem, porcentagem de porcentagem, juros, descontos e acréscimos, incluindo o uso de tecnologias digitais. No tocante a esse tema, espera-se que saibam reconhecer, comparar e ordenar números reais, com apoio da relação desses números com pontos na reta numérica. Cabe ainda destacar que o desenvolvimento do pensamento numérico não se completa, evidentemente, apenas com objetos de estudos descritos na unidade Números. Esse pensamento é ampliado e aprofundado quando se discutem situações que envolvem conteúdos das demais unidades temáticas: Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística. (BNCC, 2017, p.269)

O esperado dos educandos, segundo a perspectiva da BNCC, na nossa visão configura-se como um horizonte longínquo de competências e de habilidades relacionadas aos objetos de conhecimento, trazidos no documento, comparada com a perspectiva da realidade escolar vivenciada por nós na escola, e pela grande parte dos nossos colegas - professores e de professoras, que atuam na área de Matemática na Educação Básica.

Sendo assim, esperamos contribuir com nossa pesquisa no sentido de que se possam diminuir as distâncias entre o que a BNCC apresenta como necessário e a realidade da sala de aula, no sentido de investigar o ensino da Álgebra, especificamente o significado de uma equação, na perspectiva da abordagem da análise dos erros dos sujeitos envolvidos.

Pretendemos, assim, ao detectar quais os erros mais comuns produzidos pelos sujeitos de pesquisa, durante a coleta de dados, verificar quais são suas maiores dificuldades em relação à equação do 1º grau para assim, intervirmos a fim de minimizar tais erros.

Na BNCC temos caminhos para seguir em relação ao que precisa ser trabalhado em sala de aula, na disciplina de Matemática, de modo geral e que acaba por tocar em pontos relacionados com a Álgebra e o seu ensino. Na próxima seção trazemos algumas reflexões que os autores da área de Educação Matemática consideram relevante a ser trabalhado o cotidiano escolar, em relação à Álgebra.

4.4. A Álgebra e a Álgebra escolar

Ponte, Branco e Matos (2009, p.07) levantam a seguinte indagação: *Quais são os objetos fundamentais da Álgebra?*

Ao que os próprios autores respondem que, seguindo a tradição, a Álgebra tem como seus objetos fundamentais as ***expressões*** e as ***equações****.* No entanto, atualmente, tal resposta não mais dá conta do campo em questão, uma vez que no cerne da Álgebra estão as relações matemáticas abstratas.

Para tais autores, tais relações podem ser expressas por:

> (...)equações, inequações ou funções como podem ser representadas por outras estruturas definidas por operações ou relações em conjuntos. No entanto, a visão da Álgebra como consistindo no trabalho com expressões continua a persistir. Perspectiva prevalecente dos que estudaram este tema é que se trata de um conjunto de regras de transformação de expressões (monômios, polinómios, fracções algébricas, expressões com radicais…) e processos de resolução de equações do 1.º e 2.º grau e de sistemas de equações. Esta perspectiva é perfeitamente coerente com a terminologia usada nos programas da década de 1990 que, em vez de falarem em “Álgebra”, falavam apenas em “cálculo” ou “cálculo algébrico”. Trata-se de uma visão redutora da Álgebra, que desvaloriza muitos aspectos importantes desta área da Matemática, quer relativos à Antiguidade (resolução de problemas), quer atuais (relações, estruturas algébricas), quer mesmo do período “clássico” da Álgebra (estudo de funções). (PONTE, BRANCO e MATOS,2009, p.08)

De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009.p.09) “[...] a grande potencialidade do simbolismo da Álgebra é também a sua grande fraqueza. Esta vida própria tem tendência a desligar-se dos referentes concretos iniciais e corre o sério risco de se tornar incompreensível para o aluno.”

Ainda de acordo com estes autores, “quando se utiliza simbologia de modo abstrato, sem referentes significativos, transformando a Matemática num jogo de manipulação, pautado pela prática repetitiva de exercícios envolvendo expressões algébricas” esta se torna de difícil compreensão para os alunos, que acabam, então, por utilizá-la de forma mecânica, sem conseguir perceber a relevância desta, para a resolução de problemas.

Kaput (2008) apud Ribeiro e Cury (2015) afirma que a Álgebra pode ser considerada como um artefato cultural e que o ato de pensar de forma algébrica se caracteriza como uma atividade humana por excelência. Segundo tal autor os atos de generalização e formalização gradual da generalidade construída precisam preceder o trabalho formalista, pois estes não estão na ordem das experiências dos educandos.

Explica, ainda, que a falência total do ensino e da aprendizagem da Álgebra na escola tem mostrado a forma inadequada como se tem tentado vincular formalismos à experiência dos educandos.

Kirshner (2001) apud Ribeiro e Cury (2015), educador matemático, afirma que:

> (...)há duas abordagens para a Álgebra elementar, uma primeira, estrutural, a qual constrói significados internamente, a partir de conexões geradas no interior de um sistema sintaticamente construído e outra, referencial, que traz os significados para o sistema simbólico a partir de domínios externos de referência. (KIRSHNER, 2001, p.84).

Tal autor, no entanto não ficou satisfeito com o aspecto dicotômico atribuído à Álgebra, propondo então, a criação de um currículo no qual se busquem os verdadeiros significados para essas duas abordagens, concluindo que a dita competência em habilidades algébricas não passa somente pelo conhecimento de regras, mas sim da coordenação de sugestões perceptuais que se baseiam em padrões.

Mason (2008) apud Ribeiro e Cury (2015) escapa da questão de conceituação do pensamento algébrico ao afirmar que tal tipo de pensamento inicia com o reconhecimento da ignorância do desconhecido, assinalando tal ignorância e fazendo cálculos com ele como se ele fosse conhecido (incógnita/termo desconhecido).

Arzello, Bazzini e Chiappini (2001) apud Ribeiro e Cury (2015) indicam um reducionismo existente na crença de que o pensamento algébrico é indissociável da linguagem formal e dos mecanismos manipulativos e encontram em Vygotsky base para afirmar que tanto o pensamento como a linguagem algébrica são aspectos dependentes e entrelaçados entre si.

Conforme referimos anteriormente, podemos compreender que o fator histórico de como foi organizada a compreensão da Álgebra tem grande influência na forma como ela é até hoje desenvolvida em sala de aula. Autores da área como Fiorentini; Miorin e Miguel (1993) nos trazem que todo o seu caráter estrutural, bem como a sua utilização para solucionar problemas, além da sua formalização e sua linguagem típica são características vistas hoje em sala de aula que são explicadas historicamente.

Tais autores nos trazem que existem quatro concepções sobre a Álgebra, a saber:

- ***processológica*,** que basicamente está resumida em técnicas algorítmicas;
- ***linguístico-estilística,*** que estabelece que a Álgebra tenha uma linguagem artificialmente criada para expressar seus procedimentos;
- ***linguístico-sintático-semântica,*** que contempla a anterior, mas que denota uma atenção especial para o uso da letra como generalização ou como contínua; e
- ***linguístico-postulacional,*** que entende a Álgebra como tendo uma linguagem simbólica, que irá trabalhar não somente com quantidades gerais e discretas, mas também no campo da ordem, do espaço vetorial, topológico, entre outros.

Dessa forma, as concepções de Álgebra trazidas por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) estão diretamente relacionadas com as concepções de Educação Algébrica, que irão privilegiar um ensino que prioriza para a resolução mecânica de problemas artificiais, o qual foi muito utilizado tanto em nosso país, como também no restante do mundo durante o século XIX e metade do século XX.

Assim, o ensino voltado para a mera resolução mecânica de problemas artificiais foi então substituído com o advento da Matemática Moderna. Nessa fase, eram ensinados conteúdos ditos algébricos logicamente demonstrados. Quando tal movimento teve seu declínio, na metade da década de 1970 surgiu em seu lugar, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) um ensino de Álgebra que misturava a resolução de problemas e o formalismo, trabalhando com uma abordagem geométrica e visual.

Os autores chamam a atenção para o fato de que repense a Educação Algébrica, uma vez que esta esbarra na compreensão do que seja e como se dá o desenvolvimento do pensamento algébrico, entendendo que ele estava sendo tratado nas salas de aula subordinado, meramente, à linguagem algébrica, quando o que deveria acontecer seria a linguagem servindo como forma de expressão do pensamento, pensando na dialeticidade da relação e não na subordinação bem como o excesso de formalismo, mecanização de processo sem compreensão e uma álgebra descontextualizada.

Tal relação de subordinação que há entre o pensamento algébrico e o formalismo algébrico, concordando com as ideias dos autores já citados é apontada por Ponte, Branco e Matos (2009) como umas das fraquezas existente no ensino de álgebra. Tais autores afirmam que a potencialidade simbólica da álgebra poderá vir a ser sua grande fraqueza, situação que ocorre sempre que a Álgebra é utilizada abstratamente, sem significado algum para o aluno, apenas uma série de regras e de símbolos vazios.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) expõem que o ensino que se fixa apenas no simbolismo corrobora para que o educando não adquira e nem desenvolva o pensamento algébrico, uma vez que este pode aparecer em diferentes situações, nas regularidades e padrões, na generalização, como linguagem específica ou geral, entre outras formas.

Os autores propõem alternativas em relação ao ensino da Álgebra, a saber: primeiro iniciar o seu ensino mais precocemente, sem a necessidade da formalização e símbolos nos anos iniciais e sendo inserida de forma gradual; a segunda sugestão diz respeito à linguagem simbólico-formal, de grande importância a partir de certo momento da escolarização nos anos iniciais, para que os educandos tenham mais facilidade de realizar cálculos e poderem dar conta de englobarem toda a situação, o que irá permitir a manipulação de variáveis e de terem uma compreensão mais acurada das situações apresentadas.

A terceira sugestão diz respeito ao motivo da inserção da Álgebra mais precocemente – já que ela estabelece relações não somente com a Matemática, mas também com outras áreas do conhecimento Humano, não mais sendo aplicada de forma mecânica e ligada à mera resolução de problemas, mas sim sendo base da construção dos próprios conhecimentos, tornando-se indispensável para a evolução cognitiva do ser humano.

Finalizando, a última sugestão dada pelos autores diz respeito ao fator didático-metodológico, já que não faz mais sentido para os autores trabalhar com a Álgebra de forma tradicional, mas sim que os professores passem a utilizar uma álgebra inicial abordada a partir de situações-problema envolvendo naturezas diversas de proposições, reflexão sobre o motivo de sua utilização e a análise dos seus resultados. Tudo Isso, segundo os autores possibilita a construção de uma linguagem simbólica e significativa para o aluno.

Acreditamos ser importante, ainda nesta seção referir a questão da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1980), uma vez que tal conceito possui ligação direta com tudo que viemos apresentando em nossa fundamentação teórica até o presente momento.

4.5. A aprendizagem Significativa

Segundo Ausubel (1980) a aprendizagem se torna muito mais significativa quando um novo conteúdo é incorporado às estruturas de conhecimento do aprendiz adquirindo real significado a partir de conhecimentos prévios. Será nesse processo que a nova informação irá interagir em comum com a estrutura de conhecimento específico, chamado por Ausubel (1980) de conceito "subsunçor". Quando o conteúdo escolar a ser aprendido não consegue conectar-se a algo já conhecido, ocorre o que Ausubel chama de aprendizagem mecânica, que é quando as novas informações são aprendidas sem interação com outros conceitos relevantes, existentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Assim, a pessoa decora fórmulas, leis, mas acaba se esquecendo de tudo, após o seu uso imediato.

Para obtermos aprendizagem significativa se faz necessário compreender o processo de modificação do conhecimento e reconhecer a importância dos processos mentais em detrimento do que pode ser observado externamente, compreendendo que para que ela possa ocorrer são necessárias duas condições básicas – a de que o aprendiz precisa se dispor a aprender e a de que o conteúdo escolar a ser apreendido precisa ser potencialmente significativo.

Ausubel (1980) ressalta, ainda, que cada aprendiz irá fazer sua filtragem em relação aos conteúdos que terão, para ele, maior ou menor significado e que os aprendizes apresentarão organizações cognitivas internas, que são baseadas em conhecimentos de caráter conceitual.

Desse modo, a complexidade com que se dará o acesso a tais conceitos, que poderão gerar aprendizagem significativa, dependerá muito mais das relações que tais conceitos estabelecem entre si do que propriamente do número de conceitos presentes no momento do acesso. Será, pois, a conexão entre eles que permitirá a aprendizagem significativa e não a quantidade de conceitos a ser conectada que interessa, segundo Ausubel (1980)

Finalmente, entende-se que as relações estabelecidas entre os conceitos existentes possuirão um caráter hierárquico, sendo a estrutura cognitiva entendida, basicamente como sendo uma rede de conceitos organizados, de forma hierárquica e de acordo com o seu grau de abstração e de generalização.

4.6. A equação do 1º grau com uma incógnita: erros apresentados pelos alunos

Para embasar teoricamente esta pesquisa, buscamos autores que estudaram e discutiram este tema. Nesta procura de soluções para os problemas apresentados, Lorenzato (2006) enfatiza que:

> Com a invasão da matemática moderna nas salas de aula na década de 1960, a geometria ficou esquecida, o que gerou um novo problema educacional, pois o não estudo de uma parte da matemática acarreta o não desenvolvimento do tipo de pensamento referente a está parte. (LORENZATO, 2006, p.58)

Tendo a Álgebra seu conceito alicerçado em diversos outros conteúdos da Matemática, é impossível sua compreensão sem que antes se tenha conhecimentos prévios sobre os assuntos que compõem o processo de desenvolvimento do pensamento algébrico.

Isto é, se “o não estudo de uma parte da matemática acarreta o não desenvolvimento do tipo de pensamento referente a está parte”, então o não estudo de partes específicas que são necessárias para formar o pensamento algébrico, acabam por afetar o processo de desenvolvimento do raciocínio como um todo.

A Álgebra escolar, vem a ser uma generalização da Aritmética, por isso as dificuldades apresentadas na área não se devem propriamente a ela, mas aos conteúdos que a compõem, o que corrobora com a afirmação de Booth (1995) de que:

> Nisso está a fonte das dificuldades. Para compreender a generalização das relações e procedimentos aritméticos é preciso primeiro que tais relações e procedimentos sejam apreendidos dentro do contexto aritmético. Se não forem reconhecidos, ou se os alunos tiverem concepções erradas a respeito deles, seu desempenho em álgebra

> poderá ser afetado. (BOOTH, 1995, p. 33)

Os símbolos aritméticos fazem, dentro do senso comum, referência direta à matemática, situação que parece não ser tão clara na interpretação algébrica, pelos estudantes. O que acarreta empecilhos, no momento de estabelecer relações.

Acreditamos, então, que uma maneira possível de aprendizagem da Álgebra é através da integração entre Aritmética, Geometria e Álgebra, o que impediria a mecanização dos procedimentos algébricos, e contextualizaria o ensino da Álgebra, tornando-o mais interessante e motivador, como destaca Booth (1995):

> Em aritmética, o foco da atividade é encontrar determinadas respostas numéricas particulares. Na álgebra, porém, é diferente. Na álgebra o foco é estabelecer procedimentos e relações e expressá-los numa forma simplificada geral. Uma razão para se estabelecerem essas afirmações gerais é usá-las como ‘regras de procedimento’ para a resolução de problemas adequados e, então, achar respostas numéricas, mas o foco imediato é o estabelecimento, a expressão e a manipulação da própria afirmação geral. (BOOTH, 1995, p. 24)

De acordo com Vygotsky (1973), o adolescente que dominou os conceitos algébricos, e não o faz de modo mecânico, atingiu um ponto favorável, a partir do qual vê os conceitos aritméticos sob uma perspectiva mais ampla, porém é necessário propor atividades para além da repetição de procedimentos e técnicas, para poder identificar se houve compreensão dos conceitos.

Com a aprovação da Base Nacional Curricular Comum (BNCC), o Brasil vive um momento de remodelação na educação de todas as redes públicas e particulares. Então, buscamos, neste documento, encontrar as orientações acerca do ensino de Matemática para todo o país.

Temos na 4º competência, das Competências Gerais, a Comunicação

> Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo. (BRASIL, 2017, p.9)

É de extrema importância a apropriação da linguagem algébrica, porém grande parte dos discentes possui dificuldades em aprendê-la e “resistem ao seu uso” (FUGIMOTO; ALTOÉ, 2009, p. 166).

Em relação à Álgebra, a BNCC afirma que os estudantes devem ter a

> (...) oportunidade de desenvolver o pensamento algébrico, tendo em vista as demandas para identificar a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e comunicá-la, utilizando diferentes escritas algébricas, além de resolver situações-problema por meio de equações e inequações. (BRASIL, 2017, p.527)

Quando se lê a expressão “pensamento algébrico”, percebe-se que ela nada combina com resolução de equações de forma mecânica, com procedimentos técnicos. E sim, com a construção da formação conceitual, viabilizando o uso do conceito aprendido em outros contextos e aplicações.

Refletindo sobre pensamento algébrico temos em Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 87) alguns elementos que podemos considerar como características desse pensamento, tais como: percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação problema e a presença do processo de generalização.

Tais características do pensamento algébrico são, também, generalizáveis para outros aspectos da vida dos educandos.

Podemos dizer, então, que quando os educandos são capazes de identificar regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, quando estabelecem leis matemáticas que expressem as relações de interdependência entre grandezas nos mais diferentes contextos, estão manifestando seu pensamento algébrico.

Smith (2008) apud Cury (2015, p. 15) acredita em dois tipos de pensamento algébrico, um representacional e outro simbólico, para ele:

> O pensamento simbólico está ligado à forma de usar e compreender um sistema simbólico, enquanto o pensamento representacional está relacionado aos processos mentais por meio dos quais um indivíduo cria significados referenciais para algum sistema representacional. (p. 133)

Para Pontes, Branco e Matos (2009, p.10) enfatizar o desenvolvimento do pensamento algébrico deve incluir a capacidade de se poder lidar com expressões algébricas, com equações, com inequações e com funções.

Também devemos incluir a capacidade de lidar com outras relações e com outras estruturas matemáticas, utilizando-as na interpretação e na resolução de problemas matemáticos e também de outros domínios.

Esperamos, então, que nos anos finais do ensino fundamental os estudantes interpretem e transitem entre as mais diversas representações gráficas e simbólicas, a fim de resolverem problemas através de equações e de inequações, sempre compreendendo os procedimentos que utilizam. Entretanto, o que se vê nos anos finais do ensino fundamental é um quadro bem diferente, do esperado.

A maioria dos alunos dos anos finais do ensino fundamental que temos tido contato em sala de aula produz erros conforme os exemplos a seguir apresentados:

- Erro 1:

  Adição incorreta nos inteiros;

$$\mathbf{-4 + 2 = -6}$$

- Erro 2:

  Transposição de termos de forma incorreta;

$$\boldsymbol{x + 2 = 0}$$

$$\boldsymbol{x = 2}$$

- Erro 3:

  Soma de termos não semelhantes:

$$\boldsymbol{2x + 5 = 0}$$

$$\boldsymbol{7x}$$

- Erro 4:

  Erros ao passar da linguagem materna para a algébrica.

Ao triplo de um número adicionamos 12 e o resultado é igual ao quíntuplo desse número. Qual é esse número?

$$\boldsymbol{3x + 12 = 4}$$

Erros como esses, também, aparecem em pesquisas como as de Freitas (2002), Booth (1995), Kieran (1985).

Apresentamos, a seguir, um quadro adaptado de Ponte, Branco e Matos (2009), no qual eles listaram alguns tipos de erros e dificuldades dos alunos na resolução de equações do 1º grau. Esses mesmos autores nos dizem ainda que "Boa parte destas dificuldades tem a ver com o fato de os alunos continuarem a usar em Álgebra, os conceitos e convenções aprendidos em Aritmética".

Tabela 6 - Erros e dificuldades dos alunos na resolução de equações do 1º grau

Erro/Dificuldade	Exemplo	Autor
Adição de termos que não são semelhantes e Interpretação dos sinais "+" e "=" como indicadores de uma ação	3 + 4n = 7n 2a + 5b = 7ab	Booth, 1984,1988 Kieran, 1981, 1992 Kuchemann, 1981 MacGregor e Stacey, 1997
Interpretação incorreta de monômios do 1º grau	Interpretação de 4y como: - quatro "y"s" - um número com quatro dezenas e um número desconhecido de unidades. - 4 + y por analogia com $3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}$	Booth, 1984
Uso de parênteses	3(x + 2) =7x $\Longleftrightarrow$ 3x + 2 = 7x	Kieran, 1992 Socas, Machado, Palarea e Hernandez, 1996
Não saber como começar a resolver uma equação		Kieran, 1985
Não respeitar a convenção de que várias ocorrências da mesma incógnita representam o mesmo número		Kieran, 1985
Adição incorreta de termos Semelhantes	-2x + 5x – 8 $\Longleftrightarrow$ - 7x -8	Kieran, 2006
Adição incorreta de termos não semelhantes	2x + 5 - x + 8 $\Longleftrightarrow$ 7x – 9	Kieran, 1985
Transposição incorreta de Termos	16x – 215 = 265 $\Longleftrightarrow$ 16x = 265 -215 30 – x + 7 $\Longleftrightarrow$ 30 + 7 – x 3x + 5 = 2x $\Longleftrightarrow$ 3x = 2x + 5 7x – x + 8 $\Longleftrightarrow$ 7 – 8 – x + x	Kieran, 1985,1992
Redistribuição	- 2x + 5 = 8 $\Longleftrightarrow$ - 2x + 5 – 5 = 8 + 5	Kieran, 1992
Eliminação	3x – 3 = 2x – 4 $\Longleftrightarrow$ x = 2x - 4	Kieran, 1992
Conclusão incorreta da resolução de uma equação	6x = 24 $\Longleftrightarrow$ 6 + x = 24 11x = 9x = 11/9 2x = 4 i) X = 4 – 2; ii) x = 4/-2; iii) x = 2/4 - x = - 17 $\Longleftrightarrow$?? -x = 4 $\Longleftrightarrow$??	Kieran, 1985,1992 Lima e Tall, 2008 Vlassis, 2001

Fonte: Quadro adaptado de Ponte, Branco e Matos (2009).

Pelos erros apresentados, é possível percebermos que, em algum momento do processo de desenvolvimento do pensamento algébrico, fatores educacionais, ou mesmo metodológicos se deram que inviabilizaram sua efetiva formação.

Nesse sentido, a reflexão sobre o erro e o tratamento correto dado a ele pelo professor, pode ser capaz de inserir o aluno numa melhor aproximação com o objeto de estudo, além de auxiliar o professor na articulação entre conceitos cotidianos e científicos.

A Base traz como competência específica nº 5 da área da Matemática, o ato de “investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas”. Nesse sentido, caracteriza a Matemática “como atividade humana, sujeita a acertos e erros, como um processo de buscas, questionamentos, conjecturas, contraexemplos, refutações, aplicações e comunicação” (Brasil, 2017, p.540).

Dessa forma, temos que o erro, especialmente na área da Matemática não é um vilão, “o erro se constitui como um conhecimento” e que “Descartando os erros cometidos por desatenção ou descuido, em muitos casos, os erros são hipóteses legítimas baseadas em concepções e crenças adquiridas ao longo da vida escolar” (Cury, 2008, p.11).

Seguindo tal linha teórica, a fim de que se possa compreender de que vertente teórica este estuda analisa o erro, temos Freire & Faundez (1985) compreendendo o erro como “ousar-se ao risco, provocar-se o risco, como única forma de avançar no conhecimento, de aprender e de ensinar verdadeiramente.” (FREIRE & FAUNDEZ11,1985, p.52).

Nesse sentido, temos desvelado o universo do ensino e da aprendizagem, uma vez que aceitar o erro como parte do processo de ensino e de aprendizagem é optar pelo que os autores chamam de “pedagogia do risco”, que deve estar interligada à “pedagogia do erro”, que por seguir a vertente freiriana compreende o erro como ‘uma forma provisória de saber’.

Como já foi referido anteriormente, tal conceito de erro comunga com a ideia do erro construtivo existente na teoria piagetiana, pois há um sujeito ativo perante o processo de aprendizagem que intervém no processo de ensino e de aprendizagem intensamente – ora acertando, ora errando.

O erro segundo a teoria de Piaget (1976) é sempre construtivo, uma vez que demonstra, de forma observável, processos mentais não-observáveis diretamente, enquanto o sujeito manipula e interage com os conceitos recém adquiridos, mas ainda não maturados o suficiente.

Para Ferreiro e Teberosky ([1979] 1999, p.25) tais tipos de erros, os construtivos, serão “sempre respostas que se separam das respostas corretas, mas que longe de impedir alcançar estas últimas, parecem permitir os acertos posteriores”.

Traçando um paralelo entre a teoria que embasa a noção de erro neste trabalho, o desenvolvimento do pensamento algébrico e o que preconiza a BNCC para que os objetivos para a Educação Matemática se concretizem, se faz necessário que os estudantes desenvolvam habilidades relativas aos processos de resolução de problemas, mobilizando seu próprio modo de raciocínio, de representação, de comunicação e de argumentação, a fim de conseguirem *aprender* e *apreender* novos conceitos, alicerçando-os aos já adquiridos anteriormente.

Sendo assim, se torna fundamental buscar conhecer o que o aluno sabe, para que assim o professor procure fazer uma mediação e acesso, com conhecimento ou conceitos científicos ensinados na escola. A pesquisa relatada a seguir nos ajudou a pensar sobre a questão da mediação feita pelo professor, com auxílio de tecnologias, a fim de tornar a aprendizagem dos nossos alunos mais significativa e duradoura.

Hummes (2017) realizou uma pesquisa sobre a utilização do conceito de equivalência como conceito subsunçor, que é fundamental para o desenvolvimento da Aprendizagem Significativa de equações do primeiro grau.

Utilizando a teoria de Ausubel (1980) investigou com uma turma do oitavo anos e as atividades de um Objeto Digital de Aprendizagem (ODA), que utilizava a balança de dois pratos como suporte representacional, poderia vir a funcionar como organizador prévio para facilitar a Aprendizagem Significativa dos estudantes.

Segundo a autora

> Por meio da realização das atividades proporcionadas pelo ODA “Equações do 1º Grau”, dois aspectos importantes se destacaram durante a análise da produção realizada pelos sujeitos da pesquisa. Na primeira parte das atividades, os alunos demonstraram que o conceito

> de equivalência, existente em uma balança de dois pratos, era um conceito subsunçor presente em suas estruturas cognitivas. Ao perceber isso, compreendemos que este dispositivo virtual poderia funcionar como um organizador prévio comparativo, pois poderíamos abordar o conceito de equivalência em uma equação a partir da associação do equilíbrio da balança de dois pratos com a igualdade entre termos de uma equação. Já, a segunda parte das atividades propostas pelo ODA "Equações do 1º Grau", proporcionou a oportunidade de verificarmos se o uso de letras como incógnitas era um conceito subsunçor dos alunos. Ao solicitar que os estudantes representassem a situação apresentada por uma balança de dois pratos equilibrada por meio de uma igualdade entre símbolos, os alunos apresentaram muitas dificuldades e, sobretudo, não conseguiram por si próprios fazer o uso de letras nesta representação (HUMMES, 2017, p.11)

Hummes (2017) constatou, então, que os seus alunos não possuíam o conceito subsunçor relativamente à linguagem algébrica e, por isso, a segunda parte das atividades do ODA funcionou como um organizador prévio expositivo de aprendizagem de conceitos.

A autora destaca, em seu trabalho, que nas situações propostas no ODA e em quase todas as situações que se utilizaram de uma balança de dois pratos, não houve a necessidade da utilização das equações para se descobrir o peso de um pacote ou de qualquer outro objeto.

Entretanto, o ODA pode vir a ser uma ferramenta importante para que se possa estabelecer a compreensão do conceito de equivalência que há em uma equação e facilitar a aprendizagem significativa dos alunos, em relação às equações do 1º grau.

Para Hummes:

> Acreditamos que, com as atividades propostas pelo ODA "Equações do 1º Grau", foi possível identificar e desenvolver alguns conceitos subsunçores necessários para a ocorrência de Aprendizagem Significativa de equações do primeiro grau. (HUMMES, 2017, p.12)

Para Hummes (2017) A utilização do ODA funcionou como sendo uma estratégia que apresentou o conteúdo de equações do primeiro grau e de forma deliberada, influenciou a estrutura cognitiva dos alunos para que um novo conceito pudesse ser formado, a partir de conceitos já existentes. Na próxima seção trazemos a questão do erro em sala de aula e a visão que temos do mesmo neste estudo.

4.7.O erro em sala de aula de Matemática

Segundo Garcia (2008 apud Porlán, 1993a, p. 105), enquanto professores devemos entender o conhecimento pessoal dos alunos como um “referencial contínuo do conhecimento escolar, pois, de um ponto de vista educativo, trabalha-se desde e para o conhecimento que os alunos têm, geram e constroem”. Dessa forma, se não desejamos ser meros transmissores de conhecimento, devemos conduzir o processo educativo de forma a respeitar o tempo, forma de aprendizagem e história escolar de cada aluno. Essa atitude inclui valorizar o erro e o transformar em possibilidades de aprendizado. O que corrobora com Cury, quando diz que

> [...] a análise qualitativa das respostas dos alunos, com uma discussão aprofundada sobre as dificuldades por eles apresentadas, apoiada em investigações já realizadas é, talvez, a melhor maneira de aproveitar os erros para questionar os estudantes e auxiliá-los a (re)construir seu conhecimento. (CURY, 2008, p.27)

Visto que, muitas vezes, o erro transmite ao aluno uma sensação de incapacidade. Como professores, devemos ter consciência disso e buscar utilizá-los a favor do processo de ampliação do conhecimento. Para assim, fazer com que os erros que poderiam vir a se tornar uma barreira na vida escolar do estudante, passem a ser um trampolim para a aprendizagem destes. Pois, segundo Cury (2007)

> A análise das respostas, além de ser uma metodologia de pesquisa, pode ser, também, enfocada como metodologia de ensino, se for empregada em sala de aula, como “trampolim para a aprendizagem” (BORASI, 1995), partindo dos erros detectados e levando os alunos a questionar suas respostas, para construir o próprio conhecimento. (CURY, 2007, p. 13)

Cury (2007) estudou por mais de 20 anos os motivos de ocorrência de erros no âmbito da matemática e destaca a importância da análise dos mesmos, como forma de metodologia de pesquisa e de ensino. A autora, ao desenvolver sua linha de pensamento, vai conduzindo a nós, seus leitores num caminho que conduz à ideia de que o erro se constitui como uma forma de conhecimento, observável, de aspectos mentais e cognitivos não observáveis diretamente.

Sendo assim, separa os erros entre aqueles que se constituem da parte observável de aspectos mentais e cognitivos do aprendiz daqueles erros que são cometidos por descuido, ou mesmo por desatenção. O erro como conhecimento, então, se caracteriza por representar hipóteses legítimas e baseadas em concepções e crenças que foram adquiridas pelo aprendiz ao longo de sua vida escolar.

Cury (2007) ressalta nessa obra que o erro não se caracteriza, tão somente, pela mera ignorância, pela incerteza, pelo acaso, como defendem as teorias empiristas ou behavioristas da aprendizagem, mas advém do efeito de um conhecimento adquirido anteriormente, que possuía seu interesse, sua dose de sucesso e de certeza, mas que com o tempo acabou por se mostrar falso ou não adaptável à situação inicialmente idealizada pelo aprendiz. A autora explica, ainda, que esse tipo de erro é, ao mesmo tempo, instável e imprevisível e se não forem dirimidos podem se transformar em obstáculos à verdadeira aprendizagem.

Analisando pela perspectiva de Cury (2007) temos o aproveitamento didático dos erros, ou a relativização da visão do erro perene, aquele que não se pode aproveitar. Sendo assim, segundo a autora, quando o professor começa a relativizar o conceito do que seja erro, este retira dos ombros do educando a pressão exercida pelo sistema educacional vigente, que enxerga o erro como algo ruim, que não pode fazer parte do cotidiano escolar.

Ao se modificar a perspectiva do erro como algo danoso para um processo natural de maturação cognitiva o erro deixa de ser algo frustrante para se tornar uma etapa natural e necessária na aquisição de conhecimentos. Não mais fazendo com que os professores despendam um tempo precioso para evitá-lo, mas tornando-o parte do processo educativo, que aproxima o aluno da aprovação, devido à maturação de seu sistema cognitivo e não afastando-o em direção à reprovação.

Tal perspectiva, segundo Cury (2007) modifica a perspectiva da avaliação a ser realizada com os alunos, tornando-as processo e não mais produto, já que se abre a possibilidade de que os erros cometidos pelos educandos passem a ser discutidos e passem a ser fonte de novas aprendizagens, favorecendo o surgimento de ambientes de aprendizagem nos quais possamos valorizar o potencial dos erros, reaproveitando-os de forma a se tornarem motivo de reflexão e de tomada de consciência.

Cabe ao professor, então, buscar compreender que, por trás das respostas que os alunos produzem existem conceitos que não foram bem compreendidos e que, procurar entendê-los, faz parte de um processo que irá ajudá-los na sua didática para com este, sendo de grande valia para o aluno, que poderá a partir da análise das respostas feita pelo professor, questionar sua própria resposta.

Partindo desta afirmação, Mello e Lugle (2014), nos dizem que

> O grande motor da aprendizagem é aquilo que nos afeta. Partindo deste pressuposto, o papel da escola não é simplesmente responder as necessidades, mas estabelecer uma crítica em relação às necessidades presentes nas crianças e nos alunos – criadas na vida cotidiana – e criar outras novas e humanizadoras, acolhendo a experiência do aluno e avançando em suas necessidades com reflexão e criticidade. (MELLO; LUGLE, 2014, p.267)

Para compreender melhor a questão do erro e suas implicações na prática pedagógica do professor, buscamos, ainda, a explicação em Nogaro e Granella (2014) que afirmam o seguinte:

> A avaliação escolar, na perspectiva excludente, silencia as pessoas, suas culturas e seus processos de construção do conhecimento, desvalorizando saberes; fortalece a hierarquia que está posta, contribuindo para que diversos saberes sejam apagados, percam sua existência e se confirmem como a ausência de conhecimento. (...) o prazer de aprender desaparece quando a aprendizagem se resume em notas e provas, onde o medo de errar é constante. (NOGARO e GRANELLA, 2014, p. 2)

Ainda de acordo com Nogaro e Granella (2014, p. 6), “o erro deve ser considerado como uma forma construtiva do saber, como uma fonte de crescimento, e não como uma ferramenta de exclusão”. Dessa forma, o educador precisa tomar alguma atitude ante ao erro.

Os autores determinam que haja três atitudes possíveis: a punição, a complacência ou a possibilidade de aprender.

> Se o educador tiver uma concepção problematizada do erro, temos o construtivismo, onde o erro não é tratado simplesmente como uma questão reduzida ao resultado da operação, mas sim, de invenção e de descoberta. Sob este enfoque, buscamos a compreensão do erro não apenas da perspectiva do aluno, como também, na atuação docente em sala de aula.” (NOGARO; GRANELLA, 2004, p. 5)

Uma vez identificada alguma possibilidade de aprendizagem o professor deve desenvolver intervenções, junto ao aluno ou de forma coletiva, para ajudá-lo a construir outras hipóteses para um determinado conhecimento, corroborando com Nogaro e Granella (2014) quando enfatizam que:

> o aluno constrói o seu conhecimento na interação com o meio em que vive, por isso suas experiências são muito importantes para ajudá-lo a ultrapassar determinados estágios de desenvolvimento e dar-lhe capacidade de estabelecer relações cada vez mais complexas e abstratas. (NOGARO; GRANELLA, 2014, p.9)

Dessa forma, entendemos que o tratamento correto frente ao erro abrange permitir ao aluno a construção autônoma de sua aprendizagem, a interação com o meio em que vive, a troca de conhecimento entre pares, entre outras atitudes, que necessitam da mediação de um professor consciente de sua prática e inclusivo às diferentes formas de aprender presentes em sala de aula.

Nesse sentido, podemos perceber o quanto é prejudicial o professor fundamentar sua prática em uma ótica de homogeneidade, não considerando o processo de aprendizagem particular de cada aluno. Nas palavras de Lopes,

> O conhecimento não é uniforme e homogêneo: o conhecimento é plural e multifacetado. Os saberes não estão apenas nas academias e centros de pesquisa, mas no chão de fábrica, nos movimentos políticos organizados, em nossas ações cotidianas. (LOPES, 1997, p.47)

Cada uma dessas abordagens nos remete a Vygotsky, que com sua teoria, tem fundamentado muitos trabalhos da área da Educação, especialmente na área da Matemática.

4.8. Um aporte em Vygotsky – a questão da mediação

De acordo com Mello e Lugle (2014), a teoria histórico-cultural de Vygotsky fornece conceitos essenciais à compreensão do desenvolvimento do sujeito, como também subsídios para o trabalho docente, a fim de que o educador tenha suporte para “interferir nesse processo promovendo o máximo desenvolvimento humano na escola” (MELLO; LUGLE, 2014, p. 262).

Nesse sentido, entendemos que a teoria histórico-cultural de Vygotsky vem ao encontro desta pesquisa, uma vez que ao se estudar a ocorrência de erros durante a resolução da equação do 1º grau, se faz referências a um dos aspectos do desenvolvimento humano.

O desenvolvimento humano é visto como fruto da participação ativa do educando e a atitude colaborativa do professor, além da interação com os pares, visto que “o ser humano precisa do contato com o outro para se desenvolver e o meio em que vive é a fonte desse desenvolvimento” (MELLO; LUGLE, 2014, p. 264-265).

Seguindo o estudo da teoria vigotskiana têm-se uma das premissas mais importantes no cotidiano do professor. Conforme Vygotsky, os processos de desenvolvimento e aprendizagem estão ligados, mas não de modo linear. Para a sua promoção é necessário que a criança use, de forma ativa, aquilo que sabe e “busque a colaboração do professor ou de um par mais experiente para aquilo que não ainda sabe” (MELLO; LUGLE, 2014, p.264).

Segundo Freitas (2001), a teoria vigotskiana traz contribuições relevantes para que se possa pensar a relação entre o desenvolvimento e o aprendizado, uma vez que, para o Vygotsky (1987) tanto o primeiro como o segundo não são aspectos coincidentes, mas sim interdependentes.

Sendo assim, sobre a questão da ZDP ou Zona de Desenvolvimento Proximal, o autor irá afirmar que existem sempre dois níveis de desenvolvimento, sendo o primeiro chamado de nível de desenvolvimento real, e envolve aquelas funções mentais do educando, resultantes de certos ciclos de desenvolvimento que já foram completados. Já o segundo nível, chamado de desenvolvimento potencial será aquele que determinará as funções mentais, que os educandos apresentam naquelas situações nas quais são monitorados por professores ou tutores, ou ainda, com pares mais capazes do que eles.

Segundo Freitas (2001):

> A ZDP é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que é determinado por problemas que o indivíduo soluciona independentemente, sem ajuda, e o nível de desenvolvimento potencial, que é determinado através da solução de problemas em atividades partilhadas. Ela caracteriza o desenvolvimento mental prospectivamente, ou seja, refere-se àquele desenvolvimento que ainda está em processo, que está por se consolidar. O desenvolvimento proximal, visto como desenvolvimento emergente, supõe a participação do outro no processo de aprendizado dos indivíduos, corresponde ao espaço onde ocorrem os processos de elaboração compartilhada. (FREITAS, 2001, p.28)

Nesse sentido, Vygotsky (1987) reitera sua tese de que o desenvolvimento psicológico humano irá depender, sobremaneira, das condições sociais no qual é produzido, dando ênfase à atuação do outro – de um professor ou de um par mais capacitado, como fator primordial para que a aprendizagem ocorra.

Além disso, o autor irá estabelecer, ainda, uma relação entre o desenvolvimento e o papel da imitação na aprendizagem, afirmando que o educando irá imitar para além do nível de desenvolvimento no qual se encontra, entretanto, recriando o que já sabe.

Dessa forma, a noção de imitação como recriação e não como reprodução puramente, permite que Vygotsky aponte tal processo como fundamental e de forma ampla, uma vez que tal preceito contradiz a Psicologia Clássica, que afirma ser a atividade imitativa do educando como um fator não indicativo de desenvolvimento mental.

Segundo Vygotsky (1991)

> (...)a imitação não é uma atividade mecânica, sem significado. Para se imitar é necessário possuir os meios para se passar de algo que já se conhece para algo novo. Uma criança pode realizar, em colaboração com um outro mais capaz, atividades que ela não realizaria sozinha, mesmo que suas ações fiquem dentro de certos limites estabelecidos pelo grau de seu desenvolvimento. (VYGOTSKY, 1991, p..56)

Vygotsky reitera, assim, a importância da mediação entre o educando com um colega mais adiantado ou mesmo, com o professor.

Neste ponto, se tem a questão que Berni (2008) apresenta de forma bastante clara em figura que abre seu artigo, a seguir apresentada parcialmente, sobre a questão importância da mediação.

Figura 3: Mediação em Vygotsky

Fonte: BERNI, Regiane Ibanhez Gimenez. MEDIAÇÃO: O CONCEITO VYGOTSKYANO E SUAS IMPLICAÇÕES NA PRÁTICA PEDAGÓGICA. (2008, p.02) Disponível em: http://www.filologia.org.br/ileel/artigos/artigo_334.pdf Acesso em 22/09/2020.

A mediação (intervenção) age na ZDP dos educandos de forma a transformar, através dos conteúdos escolares, os conceitos espontâneos em conceitos científicos para que através de apropriações dos sujeitos, estes possam fazer generalizações e se desenvolverem porque, de fato, se deu a aprendizagem.

Segundo tal autora, o aluno irá interagir a partir de suas experiências sociais, de forma a construir ligações entre as suas experiências e os conhecimentos anteriores - observando, experimentando, problematizando e argumentando a partir do que lhe é significativo. Sendo assim, ele deve ser auxiliado a buscar diferentes respostas para um mesmo desafio ou problematização.

Já o professor deve ser um provocador de conflitos, dando suporte e total apoio neste processo. Deve ser um mediador e construir junto com os alunos e a partir de suas indagações possibilidades de aprendizagem significativa, preocupando-se, sobretudo com o processo e não com o produto meramente.

Além disso, as práticas de sala de aula precisam provocar desequilíbrios, serem desafiadoras e organizadas em grupos que possam priorizar a interação entre os aprendizes, uma vez que tal prática pressuporá a habilidade intelectual de trabalhar com o outro, interagindo o educando com ele mesmo e com seus pares.

Já a questão do ensino/aprendizagem precisa, segundo Berni (2008) estar carregada de experiências sociais de construção do conhecimento, possibilitando o desenvolvimento da autonomia do sujeito, sendo tal construção ocorrendo através do processamento de informação.

Em relação ao erro, se tem que ele é o ponto de partida para a reconstrução da prática, já que é uma etapa importante da aquisição do conhecimento por parte do educando, permitindo que ele reformule hipótese e que sinaliza para o professor a forma como está ocorrendo a aprendizagem dos seus educandos.

Em contrapartida, a escola deve visar à autonomia intelectual e moral dos educandos, propiciando assim, a superação de níveis de consciência por parte do educando que o liguem ao senso comum e o façam caminhar em direção do conhecimento científico.

Deve, ainda, propiciar espaço para que haja participação efetiva de toda a comunidade escolar, com respeito à diversidade existente na sociedade e formar seres humanos que possam vir a modificar a si e o seu meio social, refletindo criticamente sobre seu entorno e capaz de exercer sua autonomia, sendo sujeito de sua própria história.

Berni (2008) traz em seu artigo o conceito vigotskiano de ***mediação*** como central para o processo de aquisição de novos conhecimentos. Segundo a autora:

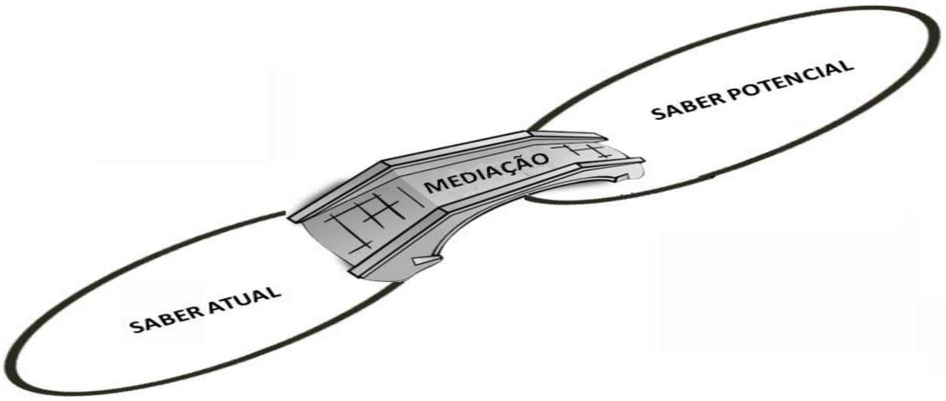
> É o processo que caracteriza a relação do homem com o mundo e com outros homens. Assim temos I: instrumentos; S: sujeito e O: objeto. A mediação é vista como central, pois é neste processo que as Funções Psicológicas Superiores (FPS) - tipicamente humanas - se desenvolvem. As FPS relacionam-se com ações intencionais – planejamento, memória voluntária, imaginação, enquanto as FPE (funções psicológicas elementares) dizem respeito ao que é biológico, nato, extintivo, reflexo. Vygotsky (1998: 73, apud BERNI, 2008, p.07).

Para Vygotsky (1998, p.73) era exatamente o que chama de métodos artificiais (elementos de mediação) que farão a transição para a atividade mediada, modificando, assim, todas as operações psicológicas e ampliando o uso de instrumentos por parte do educando de forma ilimitada, para atividades em cujo interior as novas funções psicológicas irão operar. Nesse caso, se pode utilizar, segundo ele, o termo função psicológico superior, ou ainda, comportamento superior, referindo-se à combinação entre um dado instrumento e o signo na atividade psicológica.

A partir desse momento, a autora refere a principal responsabilidade dos educadores no seu cotidiano escolar – desenvolver os alunos através da aprendizagem ocorrida através da **mediação**. Isso deve se dar, segundo a autora, a partir da observação e da investigação sobre os conhecimentos que os educandos já possuem, de forma que na escola o professor possa intervir para a reorganização de tal conhecimento, a fim de elevá-lo para outro patamar.

A Figura 04, a seguir, traduz de forma efetiva o papel da mediação no processo de apropriação de novos conhecimentos.

Figura 04: O papel da mediação para a construção de novos conhecimentos



Fonte: https://desensino.wordpress.com/2011/07/07/unidade-3-mediacao/ Acesso em 22/09/2020.

Neste sentido, o conceito de ZDP é fundamental para no trabalho de mediação, pois, segundo Berni (2008)

> Trata-se do espaço de trabalho no qual uma pessoa atua para ampliar os conhecimentos do aprendiz. Para tanto é necessário reconhecer o que o outro pode realizar sem ajuda (ZDR – zona de desenvolvimento real) e o que não pode. O objetivo, então, é que a realização de algo feito na ZDP possa, em breve ser feito na ZDR, buscando a autonomia de atuação dos sujeitos envolvidos. Assim a ZDP é considerada um instrumento-e-resultado, pois leva ao desenvolvimento, nela o conhecimento é co-construído, pois a fala de um é estratégia para construção/crescimento do outro. Nas relações interpsicológicas vai se criando uma base para a construção intrapsicológica. (BERNI, 2008,p.07)

É importante ressaltar que segundo a visão vigotskiana todo conhecimento novo parte de outro, já estabelecido e que cabe ao professor mediar a aprendizagem de novos conhecimentos pelos educandos, partindo sempre daquilo que já conhecem.

Nota-se, em tal contexto, a partir da teoria vigotskiana (e que vem ao encontro da teoria piagetiana do erro construtivo) que a questão do erro pode ser campo fértil para o desenvolvimento de habilidades e conhecimentos, uma vez que é o meio observável daquilo que o aluno precisa saber para alcançar o conhecimento científico, sendo a mediação do professor essencial para o aprendizado dos conceitos relativos à resolução da equação algébrica do 1º grau por seus sujeitos de pesquisa.

Sendo assim, os educandos puderam realizar suas próprias descobertas, pois segundo Vygotsky, ao dar um passo na direção de sua aprendizagem o educando dá dois passos na direção do seu desenvolvimento.

4.9. O produto educacional e as novas tecnologias

O produto que essa dissertação produziu foi um vídeo, e este foi elaborado a partir dos dois vídeos produzidos como instrumento de mediação entre nós e nossos sujeitos. O seu conteúdo foi elaborado e depois produzido a partir dos erros cometidos pelos alunos, detectados nos instrumentos de coleta de dados, que foram: ***não saber reconhecer a estrutura de uma equação, assim como não identificar a sua definição; transposição de termos de forma incorreta; não perceber a diferença entre variável e incógnita e conclusão incorreta de uma equação.***

Os vídeos, utilizados como instrumento de mediação tiveram a finalidade de auxiliar os educandos através de interações entre nós e os sujeitos e também entre si (pares). Tais interações se deram em relação à elaboração dos conceitos do campo da Álgebra, especificamente em relação às equações do 1º grau, conceitos estes que ainda não haviam sido sedimentados, fato identificado a partir dos instrumentos de pesquisa aplicados.

Para a produção dos vídeos, utilizamos a plataforma Animaker 2.0[4], porém como na versão gratuita os vídeos podem ter duração de até 2 minutos, utilizamos também o editor de vídeos Filmora 9[5]. Assim produzimos 3 vídeos e os unimos, ficando assim, com um único vídeo com duração de 5 minutos e 30 segundos.

[4]Uma plataforma para iniciantes, designers não profissionais e profissionais para criar vídeos de animação e com atores reais de todos os momentos de nossas vidas.
Disponível em: https://www.animaker.co/ Acesso em 30/11/2020.

[5]Editor de vídeos para todos os criadores. Disponível em: https://filmora.wondershare.net/pt-br/editor-de-video-new/ppc/?gclid=Cj0KCQiAzZLBRDnARIsAPCJs70y34LgP5Tz9dg3xqN_h9ozZ4c8xCpQY4Td-oOxKh4vt5P0nvSanGIaAtnOEALw_wcB Acesso em 30/11/2020.

Um fator extremamente relevante que corroborou para a aceitação do produto dessa dissertação de Mestrado foi o fato de que nossos sujeitos de pesquisa fazem parte, segundo Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) da chamada quarta fase das tecnologias digitais e, como tal, tem o costume de consumir conteúdos através do Facebook, do Youtube e em sites da internet, fato que facilitou a aceitação de nosso produto pelo grupo, acostumado que está a esse tipo de material, em outras ocasiões de interação com as tecnologias digitais, em suas vidas cotidianas.

Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) afirmam que a obra aqui citada convida à reflexão acerca da influência da internet e de outras tecnologias no ensino e na aprendizagem, no decorrer dos últimos 35 anos, especialmente falando sobre o movimento Educação Matemática e trazem as quatro fases características relativas ao uso das tecnologias digitais na Educação Matemática.

Fundamentando-se epistemologicamente no constructo teórico denominado de ‘seres-humanos-com-mídias’ anteriormente proposto por Borba (1993,1999); e por Villarreal e Borba (2005), o qual considera o conhecimento como fruto de uma produção coletiva, gerado por professores, alunos, internet, celulares, softwares e que se relacionam de forma mútua, os autores discutem o uso das tecnologias digitais tanto no ensino como na aprendizagem da matemática, contribuindo para a compreensão de educadores e pesquisadores da área compreendam quais foram as transformações ocorridas na aprendizagem propriamente dita, agora influenciada fortemente pelas tecnologias digitais.

Segundo esses autores, no capítulo 1 de sua obra, a primeira fase das tecnologias digitais se refere à utilização do *software* LOGO, em meados da década de 80 e as possibilidades apresentadas no que dizia respeito à construção de objetos geométricos, bem como segmentos de retas e ângulos, propiciando a exploração de comandos e de suas representações enquanto movimento realizado. Os autores afirmam que essas inovações não chegaram até a escola, uma vez que há escasso número de relatos de experiências de professores e de alunos, nesse sentido.

Já a segunda fase irá se iniciar na década de 90, e tem como característica principal a criação e o uso de *softwares* de geometria dinâmica, voltados para a representação de funções. Neste momento, então se dá, por parte das empresas da área, maior investimento e os governos e os pesquisadores começam a desenvolver *softwares* educacionais para a utilização em sala de aula, uma vez que está se dando a popularização do uso de computadores.

A terceira fase das tecnologias digitais, segundo Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) aconteceu no final da década de 90, quando a internet começa a se popularizar. Nessa fase, a formação continuada de professores é o foco. Nessa fase é que surge a expressão "tecnologias de informação e comunicação" (TIC). Pesquisas na área de Matemática avançam, de modo a repensá-la, com o foco na educação matemática em um outro cenário: cursos online, AVAs são criados e gerenciados para que a qualificação e a evolução dos processos pedagógicos na área evoluam. O *software Winplot é* idealizado como possibilidade de construção coletiva para potencializar o conhecimento matemático em ambientes virtuais de aprendizagem.

Finalmente, temos a quarta fase das tecnologias digitais que começa a se dar a partir de 2004, agora aproveitando o aprimoramento da rede internacional de computadores, internet, que nessa fase já está muito mais rápida do que no passado recente. Tal situação irá contribuir tanto para que as pessoas comecem a se comunicar de forma mais rápida, como também para a disponibilização de conteúdos digitais de qualidade. AS TD, ou tecnologias digitais se popularizam, possibilitando cada vez mais aos usuários diversidade de possibilidades de uso. O campo da Matemática torna-se fértil em investigações educacionais, auxiliado que está pelo uso de tais tecnologias digitais.

Ao final deste primeiro capítulo, Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) chamam a atenção para o fato de tal obra se baseia nas noções de tecnologias da inteligência e coletivos pensantes de Lévy (1993), considerando que o referencial teórico caminhou nesse processo histórico, ganhando tanto corpo como sustentação para o constructo teórico dos seres-humanos-com-mídias, tendo também a influência da teoria da atividade de Tikhomirov (1981), diante das tendências de educação matemática.

É importante salientar que os sujeitos dessa pesquisa, segundo Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) pertencem a chamada quarta fase das tecnologias digitais. São, portanto, desde que nasceram "seres-humanos-com-mídias," acostumados a lidarem com redes sociais, com busca na internet, a estudarem com auxílio de vídeos do Youtube, usarem aplicativos do celular, enfim, de lidarem de forma efetiva com as tecnologias digitais no seu dia a dia.

Sendo assim, o formato do produto educacional que produzimos, a partir dos achados desse estudo, vem ao encontro daquilo que tais sujeitos comumente utilizam em seu cotidiano extraescolar e dialoga com os formatos usados por eles, até então, como entretenimento. Cremos que isso é um fator importante para a aceitação e compreensão do vídeo que produzimos neste estudo.

Contudo, em virtude da pandemia gerada pelo COVID19 no mundo inteiro, as práticas escolares institucionalizadas até então, bem como nossa vida de forma geral tiveram de ser totalmente reformuladas, com o ensino remoto sendo utilizados de forma emergencial nas escolas, institutos de educação e universidades, trazendo mudança de paradigmas e adaptações ao fazer docente e discente. Os nossos sujeitos, muito embora sejam “seres-humanos-com-mídias”, também estão passando por este período buscando se adaptarem ao novo contexto e o resultado nem sempre é o que esperamos, pois o retorno das atividades propostas tem sido aquém de nossas expectativas.

Na próxima seção buscaremos discutir tal contexto, uma vez que ele tem sido a realidade nacional e mundial em 2020.

4.10. O Uso das Tecnologias de Informação e Comunicação na Educação: ferramentas de aprendizagem e suporte para as aulas remotas

Nós, seres humanos hoje, vivemos imersos em tecnologias. Não se concebe mais a comunicação sem que ela não seja instantânea, repleta de recursos visuais, sonoros e interativos. As Tecnologias de Informação e de Comunicação, como bem sabemos e vivenciamos, invadiram todos os espaços possíveis de interação humana, modificando nosso modo de viver, de interagir de pensar e chegaram, inclusive, no meio educacional propondo uma nova forma de ensinar e de aprender.

Borba (2018, p.56), citando Tikhomirov (1981) explica que a presença das mídias inclusive, pode reorganizar o pensamento humano e modificar a produção de conhecimento, como a conhecemos. Quantos de nós ainda escrevem utilizando meios analógicos, como caneta e papel? Quem hoje consegue conceber a pesquisa de assuntos, de materiais, de informações sem o uso do Google?

As situações acima descritas são exemplos do que Borba (2018) reitera quando afirma que os seres humanos estão em constante mutação, causada pelas mudanças tecnológicas, históricas e também culturais, bem como a articulação entre elas e o mundo ao nosso entorno. Vivemos mediados pelas tecnologias de Informação e Comunicação, dependemos delas cada vez mais para fazermos nossas intervenções sociais.

No atual contexto mundial crê-se que tal medição tornou-se fundamental para que as nossas relações sociais e educacionais se concretizem.

Vivemos, porém, tempos diferenciados devido ao distanciamento e o isolamento social, causados pela Pandemia Mundial gerada pelo COVID-19. A rotina de todos foi alterada e, na área educacional se fez necessário que houvesse a transição do ensino presencial para o ensino remoto, diferente do ensino a distância, (EaD).

Segundo o site SAE DIGITAL[6], A sala de aula foi para a casa dos educandos, seguindo orientações e normatizações do Ministério da Educação. Obviamente que para se retornar atividades remotamente se fez necessário a adoção das tecnologias de Informação mais variadas, tais como *webconferências*, *Facetime*, *Meet*, Google Sala de Aula, *Whatsapp*, *Youtube*, entre outras, para que a interação e o andamento das aulas se efetivassem.

Neste contexto pandêmico, entre tantas possibilidades de virtualização nem sempre efetivas para o ato de ensino e de aprendizagem, as escolas tiveram que se readequar, principalmente no que diz respeito ao conceito de ensino remoto e ensino a distância.

Segundo Behar (2020) tais conceitos não podem ser entendidos como sinônimos, uma vez que possuem pressupostos e metodologias bastante diferenciadas. Segundo tal autora

> O termo “remoto” significa distante no espaço e se refere a um distanciamento geográfico. O ensino é considerado remoto porque os

---

[6]SAE-DIGITAL. Disponível em: https://sae.digital/aulas-remotas/ Acesso em 11/09/2020.

Acesso em 11/09/2020

> professores e alunos estão impedidos por decreto de frequentarem instituições educacionais para evitar a disseminação do vírus. É emergencial porquê do dia para noite o planejamento pedagógico para o ano letivo de 2020 teve que ser engavetado. Foi preciso pensar em atividades pedagógicas mediadas pelo uso da internet, pontuais e aplicadas em função das restrições impostas pela covid-19 para minimizar os impactos na aprendizagem advindos do ensino presencial. O currículo da maior parte das instituições educacionais não foi criado para ser aplicado remotamente. (BEHAR, 2020, s/p.)

Além disso, o ensino remoto não conta com o aporte tecnológico e a metodologia utilizada na educação a distância, uma vez que na modalidade EaD há toda uma estrutura política e didático pedagógica que envolverá alunos, professores, tutores, coordenadores de tutoria no sentido de transpor o conteúdo para tal modalidade, através de videoaulas, materiais de apoio, atividades educacionais, hospedadas em um Ambiente Virtual de Aprendizagem, ao qual os atores possuem acesso e por ali interagem.

Tais características da modalidade EaD garantem o acesso aos conteúdos para os envolvidos de maneira prática, de forma não interrompida, propiciando uma flexibilização nos horários e formas de estudar, junto a um grupo que escolheu ter aulas deste modo, devido às suas características sociais, profissionais, entre outras. Já o ensino remoto prioriza a transmissão em tempo real das atividades pedagógicas, na grande maioria das vezes, sendo que as interações simulam as aulas presenciais, os horários das aulas, a troca de professores, a organização ocorrida antes da pandemia. Algumas adaptações podem ser feitas, como a escolha de qual plataforma, rede social ou aplicativo em que se dará preferencialmente as aulas remotas, se terão formato de chamadas síncronas, ou se haverá aulas assíncronas sendo efetivadas através de envio de material via *e-mail*, *WhatsApp*, *Facebook*. Segundo Behar (2020):

> A partir dessas premissas, a demanda tecnológica das aulas remotas é menor, sendo possível adotar aplicativos e serviços abertos e genéricos de comunicação e interação, como Zoom, Skype, Google Hangout – embora existam soluções específicas de salas de aulas virtuais, como é o caso do Google Classroom, que além de transmissões ao vivo, permite a disponibilização de gravações e atividades complementares. (BEHAR, 2020, s/p)

Para a autora, os docentes precisaram se acostumar à sala de aula virtual, em suas próprias casas, que não estava nem preparada nem capacitada para tal empreitada. Desse modo, o Ensino Remoto Emergencial (ERE) transformou-se numa modalidade de ensino que visa ao distanciamento geográfico de professores e de educandos, tendo sido adotado de forma temporária nos diferentes níveis de ensino, por instituições públicas e privadas no mundo inteiro, para que as atividades escolares não tivessem de ser interrompidas, tendo sido o ensino presencial (EP) transposto para os meios digitais. Segundo tal autora:

> Dessa forma, o ensino presencial físico precisou ser transposto para os meios digitais. No ERE, a aula ocorre num tempo síncrono (seguindo os princípios do ensino presencial), com videoaula, aula expositiva por sistema de webconferência, e as atividades seguem durante a semana no espaço de um ambiente virtual de aprendizagem (AVA) de forma assíncrona. A presença física do professor e do aluno no espaço da sala de aula presencial é "substituída" por uma presença digital numa aula online, o que se chama de 'presença social'. Essa é a forma como se projeta a presença por meio da tecnologia. E como garanti-la? Identificando formas de contato efetivas pelo registro nas funcionalidades de um AVA, como a participação e discussões nas aulas online, nos feedbacks e nas contribuições dentro do ambiente. (BEHAR, 2020, s/p)

Percebemos, ainda, segundo a autora, que muitas vezes, devido à distância física entre professor e educando pode-se verificar uma sensação de isolamento entre as partes envolvidas, sendo assim, se faz necessário que haja interações entre os envolvidos, tanto para que se mantenha o vínculo afetivo e educacional, como para que não haja evasão por parte dos educandos; fato este difícil de resolver, uma vez que muitos educandos podem não estar evadidos, mas somente impedidos de participar das aulas remotas devido a problemas de acesso tais como internet de baixa qualidade, de não possuírem computador – questões de inclusão/exclusão social e digital que interferem no andamento das aulas remotas. Borba e Villarreal (2005, p.74) apud Borba(2018), sobre tal questão explicam que os vínculos podem e devem, segundo eles, ser mantidos para que a mídia seja uma ferramenta de socialização e não apenas esteja externa aos sujeitos.

Sendo assim, a descrição da situação referente ao uso de tecnologias digitais na pandemia causada pelo COVID-19, as diferenças entre EaD e Ensino Remoto e das atividades presenciais daquelas que são remotas, se fizeram necessários em virtude de que nós temos vivenciado, assim como milhares de pessoas mundo afora, os efeitos da pandemia do COVID-19 na educação e no rendimento de nossos alunos, muito embora estes sejam considerados “seres-humanos-com-mídias”, eles também têm tido dificuldades em lidar com a nova situação, principalmente em relação ao envolvimento na realização das atividades escolares, baixa interação entre eles e seus pares e com seus professores. A questão da baixa interação, muitas vezes, tem se dado devido à dificuldade que nossos alunos possuem em relação à conectividade da internet e de não possuírem computadores de mesa ou notebooks para realizarem suas tarefas escolares, pois a maioria possui apenas celular, que dificulta a realização das mesmas.

A escola na qual trabalhamos está atendendo às atividades pedagógicas através do Ensino Remoto, pela Plataforma Google Classroom[7]. Os professores e as professoras enviam o material aos alunos através do Google Classroom, postando no link ‘Atividades’, respeitando dias e horários previstos para suas aulas presenciais, não havendo interação entre eles através do Meet, por vídeo, devido a alguns dos alunos não terem acesso a plataforma. Os alunos que não acessam a plataforma recebem em casa, o material impresso pela escola.

A forma escolhida para enviar as atividades aos alunos também servirá como modo de coleta dos dados desta pesquisa. Os tempos vivenciados ou o ‘novo normal’ impactaram todos os setores sociais e o campo educacional no Brasil e no restante do mundo. Foram todos pegos de surpresa, buscando adaptação à situação de pandemia, se utilizando das Tecnologias de Informação e Comunicação como ferramentas de trabalho, de ensino e de aprendizagem, de interação social em todas as suas variantes. Não seria exagero afirmar tal como Borba (2012) apud Borba (2018), que devido às atuais circunstâncias mundiais as tecnologias vieram para mudar o conhecimento; a forma como conhecemos e principalmente, a própria noção do que se considera ser humano.

No capítulo seguinte apresentamos a metodologia utilizada para nos dar suporte à realização da pesquisa.

[7] N.A: O **Google Classroom** é a sala de aula online do Google, em que alunos e professores podem realizar encontros virtuais para a realização de aulas a distância. Durante a quarentena muitas instituições de ensino públicas e privadas fecharam e foram obrigadas a dar continuidade às classes de forma online, recorrendo à plataforma.

5.0. METODOLOGIA

O presente capítulo trata, a seguir, sobre o percurso metodológico utilizado por nós nessa pesquisa. Iniciaremos este capítulo trazendo algumas questões que se fazem importantes quando se produz uma pesquisa, especialmente na área da Educação matemática.

Bicudo (2016) afirma que a realização de uma pesquisa em Educação Matemática não se configura como sendo uma pesquisa em Matemática, tampouco uma pesquisa em Educação, muito embora venha a tratar de assuntos que entrelaçam ambos os campos, uma vez que ao pesquisador em Educação Matemática cabe o trabalho com a Matemática e a utilização de procedimentos típicos da pesquisa em Educação.

Segundo a autora a região de investigação da Educação Matemática ainda está em construção, não contando, ainda, com uma extensa rede bem tecida e organizada de estudos produzidos, que a consagrem como sendo uma realidade bem configurada. Entretanto, tal configuração já se encontra de certo modo delineada, na medida em que sejam enfocados os núcleos de estudo sobe os quais os pesquisadores da área se debruçam, tais como: compreensão da Matemática, com o seu fazer, com as interpretações a serem elaboradas sobre os seus significados sociais, culturais e históricos.

Bicudo (2016) refere, ainda, a preocupação da Educação Matemática em consonância com ações político-pedagógicas, que nesse ponto se liga ao campo das pesquisas em Educação, diferenciando-se, entretanto, quanto à especificação dos pontos que se referem aos significados da Matemática, contextualizando-a nos níveis social, cultural, histórico e psicológico, uma vez que fornece informações valiosas à Educação sobre o modo de compreender e sobre o fazer matemáticos, mostrando a possibilidade de que estes sejam vistos sob o prima de outras compreensões e saberes, científicos ou não, o que segundo Bicudo (2016) acaba interferindo na ação político-pedagógica.

Para Bicudo (2016)

> As pesquisas elaboradas no horizonte da região de inquérito da Educação Matemática trabalham em tomo dessas preocupações, interrogando o compreender matemático, o fazer matemático, os significados sociais, culturais e históricos da Matemática. São, portanto, pesquisas que solicitam domínio compreensivo de um vasto horizonte de conhecimentos, como os horizontes da Psicologia, da

> História, da Filosofia... e, certamente, da Matemática. Enfocando essa especificidade da Matemática, levanto alguns pontos que considero importantes, além daqueles mencionados no item anterior, ao falar de pesquisa. Esses pontos são os seguintes: a. Os pesquisadores em Educação Matemática devem cuidar para não fazer afirmações ingênuas, improcedentes, vazias, ao lançar mão de estudos elaborados pela Psicologia, História, Filosofia, Matemática, Antropologia. b. Os pesquisadores em Educação Matemática devem cuidar para que, ao lançar mão de obras de autores que julgam significativos para elucidar suas interrogações ou para auxiliá-los na busca de compreensões, soluções etc., façam-no esclarecendo o pensamento do autor. Entretanto, não se trata de apenas apresentar um resumo do pensamento do autor com o qual estão trabalhando, mas, principalmente, trata-se de explicitar suas próprias articulações, as quais tecem o fio condutor do texto que está sendo elaborado. (BICUDO, 2016, p.20)

Segundo a autora, tal postura tende a evitar que afirmações improcedentes ou vazias sejam defendidas, evitando que o raciocínio do pesquisador se torne obscuro e se oculte. Os outros dois pontos importantes para a autora, de serem levados em consideração são os seguintes:

> (...)c. Os pesquisadores em Educação Matemática devem cuidar para explicitar sua interrogação (ou pergunta, ou problema), indicando o modo e a direção em que vão conduzir suas pesquisas. d. Os pesquisadores em Educação Matemática devem ter claro as diferenças existentes entre pesquisa, relato de experiência, propostas pedagógicas e ação pedagógica. (BICUDO, 2016, p.20)

Explica, ainda, a diferença entre relato de experiência e de pesquisa, uma vez que a pesquisa poderá vir a ser conduzida de forma que o relato de experiência se torne um componente essencial para a compreensão do que se está buscando responder ou da solução do problema proposto, já que na pesquisa há sempre uma interrogação, ou pergunta ou ainda um problema a ser respondido ou resolvido, havendo rigorosidade e sistematicidade na condução da busca por respostas, pois temos um fio condutor que é tecido pelo raciocínio lógico e articulado do pesquisador.

De posse dessas premissas, passamos, então, a apresentar o tema investigativo de nossa pesquisa.

5.1. Questão de pesquisa

O que a análise dos erros cometidos pelos sujeitos revela sobre o conhecimento que estes possuem sobre a equação do 1º grau?

A fim de que possamos vir a responder efetivamente à questão de pesquisa apresentada elencamos o objetivo geral e os objetivos específicos deste estudo, a saber:

5.2 Objetivo geral

Fazer uma análise dos erros pensando em uma forma de lidar com estes, buscando assim, contribuir com a aprendizagem dos alunos.

5.3 Objetivos específicos

Os objetivos específicos desta pesquisa são os seguintes:

1) identificar os erros na resolução da equação do 1º grau com uma incógnita;

2) categorizar os tipos de erros cometidos e;

3) analisar as respostas dos informantes na concepção do pensamento algébrico

A partir da identificação, da análise e da categorização dos erros encontrados propusemos uma intervenção a partir de vídeos, a fim de minimizar as dúvidas dos informantes ou até mesmo saná-las.

5.4 Tipo de Pesquisa

Nesta investigação será adotada a abordagem qualitativa de pesquisa, o que, de acordo com Bodgan e Biklen (1994) caracteriza este tipo de abordagem é que as questões a serem pesquisadas são estabelecidas com o intuito de investigar o fenômeno em seus aspectos naturais, procurando descrevê-los de forma mais detalhada possível. Não são formuladas hipóteses que se pretendam testar, mas antes questões que conduzem a pesquisa.

Ainda de acordo com esses autores, existem cinco características principais da investigação qualitativa, que são:

- a fonte direta de dados é o ambiente natural, sendo o principal instrumento de recolha o próprio investigador;

- os dados recolhidos são descritivos e não numéricos, tendo a forma de palavras ou imagens;
- o investigador interessa-se, sobretudo, pelo processo, relegando para segundo plano os resultados;
- a análise dos dados é feita de uma forma indutiva, não se pretendendo confirmar hipóteses prévias e;
- o significado que os participantes atribuem às suas experiências assume uma importância vital.

A presente pesquisa possui natureza exploratória, de acordo com a classificação proposta por Gil (2002). Este tipo de pesquisa tem como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais claro ou auxiliar na constituição de hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições.

5.5 O lócus da pesquisa

O município de Turuçu[8] se estende por 253,6 km² e contava com 3. 438 habitantes no último censo. A densidade demográfica é de 13,6 habitantes por km² no território do município. Vizinho dos municípios de Harmonia, Pelotas e São Lourenço do Sul, Turuçu se situa a 21 km a Sul-Oeste de São Lourenço do Sul, a maior cidade nos arredores. A prefeita de Turuçu é Selmira Milech Fehrenbach.

A área urbana abrange uma faixa com cerca de cinco quilômetros de extensão ao longo da BR-116, tendo uma largura aproximada de um quilômetro; caracteriza-se por ser relativamente plana, com aclives pouco acentuados.

A rede de abastecimento de água, bem como, o processo de pavimentação das ruas são melhorias advindas com a emancipação. Atualmente, encontra-se em processo de regularização os terrenos urbanos, que em sua maioria foram ocupados na forma de posse. De diversas etnias, oriundos

[8] Informações retiradas do site https://www.cidade-brasil.com.br/municipio-turucu.html Acesso em 25/8/2020.

dos municípios vizinhos e até de mais longe, as pessoas vieram para a Vila Arthur Lange (atual Turuçu), em busca de emprego no curtume que, nas décadas de 60 a 80 estava em franco desenvolvimento.

Assim, o processo inicial de ocupação do local fez com que a cidade evoluísse para uma forma alongada, ocupando as margens da antiga estrada estadual e próxima à empresa; atualmente algumas parcelas tomam formas mais semelhantes a quadras é o caso da área no entorno do ginásio e do loteamento Neldo Ramm.

A área rural do município é também chamada de colônia. A presença de pessoas na área rural é anterior a presença na área urbana, possivelmente datando do final do século XIX e início do século XX. Em sua maioria são descendentes de imigrantes pomeranos que se assentaram na região.

Ainda pode ser ouvido, em conversas, o uso do dialeto pomerano, tradição trazida por imigrantes que vieram da antiga Pomerânia, na região do Mar Báltico, entre as atuais Alemanha e Polônia. A zona rural apresenta uma quantidade significativa de propriedades com áreas inferiores a cinco hectares, explorados pela mão-de-obra familiar. As áreas mais planas são ocupadas por grandes propriedades e conforme a declividade do terreno se acentua estas diminuem de tamanho.

Partindo da Lagoa dos Patos em direção ao interior, as propriedades decrescem, bem como ocorre a mudança de culturas, passamos do arroz, da soja e da pecuária de corte, para o fumo, a pecuária leiteira e a cultura do milho e, depois, fruticultura, fumo, cultivos e criações que ocupam pequenas dimensões. Turuçu é, em âmbito nacional, reconhecida como a "Capital nacional da pimenta vermelha", levando-se em consideração o expressivo número de produtores desta iguaria que havia concentrados nesta região a alguns anos atrás.

Hoje, o número de produtores de pimenta se restringe a pouco mais de 20. Turuçu também já contou com o Curtume Arthur Lange, tradicionalmente responsável pela maior parte dos rendimentos de operários e trabalhadores assalariados da zona central.

Atualmente, o curtume encontra-se fechado e com várias dívidas com fornecedores e antigos empregados. Hoje, no local do antigo curtume, encontra-se a prefeitura municipal, junto com suas secretarias, exceto as secretarias municipais de Agricultura, de Obras, de Urbanismo e de Trânsito e a Secretaria Municipal de Saúde, Saneamento, Meio ambiente e Assistência social.

Chegou também em Turuçu a indústria cafeeira do Café 35, além de uma cervejaria, a Brasserie 35. Hoje, a principal produção alimentícia é o morango, ou "eiaber" como se diz em pomerano. O produto é responsável por grande parte da fonte de renda municipal, segundo a APM (Associação dos Produtores de Morango) do município de Turuçu.

O desenvolvimento de nossa pesquisa foi realizado durante o segundo semestre de 2020, com início em outubro, em duas turmas do oitavo ano da Escola Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental Dr. Urbano Garcia, localizada no município de Turuçu/RS. A princípio, a pesquisa iria acontecer com duas turmas de sétimo ano. Porém, devido a pandemia do COVID-19, foi necessário algumas mudanças, adaptações e até mesmo alterações no calendário e no plano escolar. Ficando inviável, por questão de prazo, a aplicação desta pesquisa com os sétimos anos.

A escolha por esta escola se deu devido à professora/pesquisadora fazer parte da equipe docente e por ter sido neste ambiente que começaram a surgir as inquietações da professora/pesquisadora e a posterior produção desta pesquisa.

A Escola Municipal de Ensino Fundamental e Educação Infantil Dr. Urbano Garcia[9] é uma unidade educacional de ensino fundamental completo, situa-se em frente à Praça Leopoldo Dummer, no centro de Turuçu.

Sua fundação remonta à década de 50 e o prédio inicial é utilizado hoje ainda, resultado de uma construção bastante sólida. Anterior a essa data o prédio onde está o restaurante *Rekantus* é que servia de escola para os poucos alunos existentes. Com várias ampliações ao longo dos anos, hoje é a maior escola do município, atendendo crianças da área urbana e rural, com cerca de 340 alunos.

Após a emancipação do município criou-se o Círculo de Pais e Mestres da Escola Municipal de Ensino Fundamental e Educação Infantil Dr. Urbano

[9]Escola de ensino fundamental em Turuçu, Rio Grande do Sul. **Endereço:** Av. Artur Lange, 30-106, Turuçu - RS, 96148-000**Telefone:** (53) 3277-1127. Informações disponíveis em: https://www.turucu.rs.gov.br/portal/imprimir/749 Acesso em 20/08/2020.

Garcia, que conta, também, com uma banda marcial composta pelos alunos da mesma, hoje tem uma quadra poliesportiva coberta e outra ao ar livre e possuí sala de recurso para atendimento aos alunos com necessidades especiais.

A escola, por fazer parte de uma comunidade pequena, promove um espaço familiar, onde praticamente toda a equipe da escola sabe o nome de todos os alunos, como também conhece seus familiares e suas histórias de vida.

Figura 05: Escola Municipal de Ensino Fundamental e Educação Infantil Dr. Urbano Garcia, Turuçu, RS.

Fonte: dados da pesquisa da professora/pesquisadora.

É bastante notável a desigualdade social, que existe nesta pequena escola, pois enquanto alguns alunos têm um estilo de vida de classe média alta, há também aqueles que buscam na escola a sua alimentação diária. O que torna está escola uma referência para a professora/pesquisadora é relação que existe de carinho, de afeto, de respeito e de importância com todos os membros da escola, fazendo com que está se torne um ambiente humanizador.

Segundo Mello e Lugle (2014) “Cada criança ou aluno é uma personalidade diferente e com vivências diferentes; conhecer as peculiaridades do sujeito amplia as possibilidades de ações planejadas pelo professor.”

5.6 Sujeitos de pesquisa

Em virtude do afastamento social, ocorrido devido a Pandemia do COVID19, as aulas presencias foram suspensas. Então, buscando aproximar alunos e professores, o município de Turuçu fez a compra de domínio para poder utilizar a plataforma do Google Classroom. Porém, nem todos os alunos estão acessando a sala de aula virtual, pois muitos não possuem acesso à internet. Devido a questões sociais e econômicas. Para aqueles que não estão acessando a plataforma o material é impresso e entregue pela escola.

Enviamos um convite, para participar da pesquisa, a todos os alunos do oitavo ano. Os sujeitos, a princípio, seriam: 33 educandos, oriundos de duas turmas de oitavo ano (8º A, manhã e 8º B, tarde). Os sujeitos do 8º ano A são, ao todo, 17 educandos, sendo oito meninas (05 acessando o Google Classroom) e 09 meninos (04 acessando o Google Classroom). Já os sujeitos do 8º ano B, são, ao todo,16 educandos. Desses, 11 são meninas (09 acessando o Google Classroom) e 05 são meninos (01 acessando o Google Classroom).

Porém, tivemos retorno de apenas 6 alunos, sendo 4 destes do 8ºA e 2 do 8ºB. Destes 6, apenas um não está utilizando a plataforma e sim indo pegar na escola as atividades impressas.

Temos então, participando da pesquisa efetivamente 2 sujeitos do sexo masculino e 4 sujeitos do sexo feminino, todos com idades entre 13 e 14 anos. A nomenclatura utilizada para caracterizar os informantes foi elaborada segundo a ordem alfabética de seus nomes: Sujeito 1(letra inicial A.), Sujeito 2 (letra inicial A, seguida da segunda letra L – AL, Sujeito 3 (letra inicial E.), Sujeito 4 (letra inicial G.), Sujeito 5 (letra inicial N) e Sujeito 6 (letra inicial T.)

A tabela 7, a seguir, traz os perfis dos pesquisados.

Tabela 7: Perfil dos Sujeitos

SUJEITO	IDADE	GÊNERO	NÚMERO DE INSTRUMENTOS DE QUE PARTICIPOU
Sujeito 1 A.	13	Masculino	2
Sujeito 2 AL.	14	Feminino	4
Sujeito 3 E.	14	Feminino	4
Sujeito 4 G.	14	Masculino	4
Sujeito 5 N.	14	Feminino	4
Sujeito 6 T.	14	Feminino	4

Fonte: Autoria própria.

5.7 Instrumentos de coleta dos dados

Para que se busque uma melhor qualidade dos resultados obtidos, se faz necessário a utilização de mais de um procedimento para a coleta de dados.

Nas considerações de Cury, se tem que:

> [...] para a análise de erros, além dos vários tipos de problemas propostos, vale a ênfase na observação detalhada da resolução com o cuidado de registrar o pensamento em voz alta dos estudantes, de questionar suas respostas, para verificar como pensavam ao solucionar as tarefas. Essa é, em meu entender, a maneira de enfatizar o produto - ou seja, enfocar a atenção na produção, escrita ou oral, para, a partir dela, voltar ao aluno e auxiliá-lo a fazer uma análise de sua forma de aprender. (CURY, 2008, p.28)

Desse modo, foi aplicado, primeiramente, um questionário com os sujeitos de pesquisa, com perguntas abertas e fechadas, para traçar um perfil dos educandos, a fim de saber se eles reconheciam a definição do conceito de equação e se identificavam a sua estrutura. (Instrumento 1 – Questionário Inicial).

Buscamos também, através deste primeiro questionário, verificar qual a estratégia adotada pelos estudantes para resolver equações que se apresentam através da balança em equilíbrio e se conseguiam representar essas situações fazendo uso da linguagem algébrica.

Após o término dessa primeira etapa, se fez necessário esclarecer com dois dos alunos, participantes da pesquisa, uma de suas respostas. Tentamos marcar uma entrevista on-line, mas não foi possível. Então, optamos por uma comunicação assíncrona, através do WhatsApp. Tais entrevistas foram colocadas logo após a análise dos dados desses dois informantes.

Em um segundo momento foi entregue o segundo instrumento aos informantes (Instrumento 2 - Instrumento Piloto), contendo seis equações do 1º grau com uma incógnita para resolução.

Neste instrumento, buscamos identificar os tipos de erros cometidos pelos estudantes ao resolverem equações do 1º grau com uma incógnita, submergindo, do mesmo, as categorias de análise que deram, posteriormente, suporte e auxiliaram para a produção de nosso produto educacional.

O terceiro instrumento de coleta de dados que entregamos para os nossos informantes foi uma folha contendo três problemas de estrutura algébrica, para ver quais características do pensamento algébrico se faziam presentes, no desenvolver da resolução. (Instrumento 3 - Teste Complementar).

Finalmente, o quarto e último instrumento de coleta de dados foi um questionário com perguntas abertas e fechadas (Instrumento 4 - Questionário final), aplicado após os sujeitos terem visto os vídeos produzidos por nós.

Com tal instrumento buscamos verificar se os informantes conseguiriam, com suas próprias palavras, explicar o conceito de equação e, também, para que estes expressassem como foi participar desta atividade de estudo, relacionada ao conteúdo equação do 1º grau.

Para a análise das respostas dos sujeitos em relação ao conceito de equação, buscamos aporte no conceito de Redescrição Representacional de Karmiloff-Smith (1992), apud Braga e Machado (2019). No qual a autora salienta que a explicitação verbal de determinado conceito é uma das formas mais refinadas de apropriação de um conhecimento específico.

Os dados do Instrumento 4, em cruzamento com os demais, foram importantes, ainda, no sentido de verificarmos se os objetivos desta pesquisa foram alcançados, bem como se conseguimos responder nossa questão de pesquisa.

5.8. As categorias de análise dos dados

As categorias de análise dessa pesquisa foram obtidas através da separação e da organização das respostas dadas pelos sujeitos da pesquisa às questões do Instrumento Piloto (Instrumento 2).

Com o corpus organizado nos debruçamos sobre ele para inicialmente, proceder as correções.

Para organizar tais categorias seguimos as categorias anteriormente elencadas de Cury e Ribeiro (2011)[10], que levaram em consideração os

---

[10] CURY, H.N.;RIBEIRO, A.J.; MÜLLER, T.J. **Explorando erros na resolução de equações: um caminho para a formação do professor de matemática.** *Unión*, San Cristóbal de La Laguna, v.28, p.143-157, 2011.

procedimentos adotados para a correção de questões de avaliações internacionais, tais como o do PISA[11], que considera quatro categorias, a saber:

- respostas corretas;
- resposta parcialmente correta;
- conclusão incorreta e;
- ausência de resposta.

A seguir explicitamos as especificidades de tais categorias:

- Categoria 1: Respostas corretas - consideramos como sendo respostas corretas, aquelas em que os informantes não cometeram erros no decorrer do processo e encontraram a raiz da equação[12].
- Categoria 2: Respostas parcialmente corretas - aquelas em que os informantes chegaram à resposta considerada correta, mas cometeram erros no decorrer do processo.
- Categoria 3: Conclusão incorreta - aquelas em que os informantes não terminam o cálculo.
- Categoria 4: Ausência de resposta - quando os informantes nem iniciam a resolução do cálculo.

Na sequência apresentamos o nosso produto educacional.

---

[11] O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa), tradução de *Programme for International Student Assessment*, é um estudo comparativo internacional realizado a cada três anos pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). O Pisa oferece informações sobre o desempenho dos estudantes na faixa etária dos 15 anos, idade em que se pressupõe o término da escolaridade básica obrigatória na maioria dos países, vinculando dados sobre seus *backgrounds* e suas atitudes em relação à aprendizagem, e também aos principais fatores que moldam sua aprendizagem, dentro e fora da escola. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/pisa Acesso em: 13/01/2021.

[12] Ao resolvermos uma equação do 1º grau obteremos um resultado, que é um valor numérico que, substituindo a incógnita por ele, chegaremos a uma igualdade numérica, esse pode ser chamado de raiz da equação ou conjunto verdade ou conjunto solução da equação.

5.9. O produto educacional

A partir dos instrumentos 2 e 3 procedemos a análise e a categorização das respostas e dos erros encontrados, para a produção dos vídeos de intervenção.

Após a produção, apresentamos aos aprendizes os vídeos produzidos por nós, com a intenção de minimizar ou, até mesmo, sanar as os erros apresentados por eles na resolução das equações do1º grau com uma incógnita, verificados durante a aplicação dos instrumentos de coleta de dados.

Nos dois vídeos produzidos utilizamos a plataforma Animaker, devido esta ser de fácil acesso, gratuita e produzir vídeos de animação de alta qualidade.

No primeiro vídeo criamos um cenário de sala de aula, mostrando a dificuldade dos alunos e da professora, no momento em que esta inicia o conteúdo de Equações do 1º grau. Ao perceber que a forma tradicional, no quadro, apresentando diretamente a regra de transposição de termos para a resolução de uma equação, não estava funcionando, esta buscou uma maneira mais concreta, utilizando uma plataforma on-line de simulações, na qual os alunos puderam trabalhar com uma balança de dois pratos. E assim, conseguiram ter um melhor entendimento de uma equação.

Figura 06: Primeiro vídeo

Fonte: Própria

Já o segundo vídeo foi feito de uma maneira mais explicativa, trazendo o conceito de uma equação, identificando sua estrutura, mostrando a definição de incógnita e explicando, através da balança de dois pratos, o princípio aditivo e multiplicativo da igualdade e mostrando que os alunos sempre podem validar a resposta encontrada.

Figura 07: Segundo vídeo

Fonte: Própria

No final da pesquisa, após os informantes terem visto ambos os vídeos, solicitamos que os participantes respondessem ao Questionário final, nosso quarto e último instrumento de coleta de dados (Instrumento 4), no qual buscamos verificar se os alunos conseguiriam, com suas próprias palavras, explicar o conceito de equação e, também, para que estes expressassem como foi participar desta atividade de estudo, relacionada ao conteúdo equação do 1º grau.

A partir dos vídeos de intervenção, instrumentos mediadores entre a professora e os sujeitos para que as dúvidas e os erros desses pudessem ser minimizados, ou extinguidos, produzimos nosso produto educacional.

Figura 08: Produto Educacional

Fonte: Própria

Então, no nosso produto educacional, retomamos os conceitos relacionados ao conteúdo de Equação do 1° grau com uma incógnita, visto que, na análise dos instrumentos de coleta de dados, percebemos que estes ainda não estavam bem sedimentados pelos participantes da pesquisa. Sendo assim, definimos o conceito e apresentamos a estrutura de uma equação.

Percebemos, também, que um dos sujeitos pareceu não compreender a diferença entre variável e incógnita. Assim, no vídeo, chamamos atenção para tal fato.

Devido ao fato de um dos participantes cometer mais de uma vez a transposição de termos de forma incorreta, concluímos ser necessário apresentar as propriedades aditivas e multiplicativas do sinal de igualdade. Para que, assim, esse possa compreender tal processo, de forma a não apresentar com tanta frequência este tipo de erro.

Enaltecemos, também, a importância da validação da resposta. Por acreditarmos que se o informante buscar validar a resposta encontrada, ele não irá apresentar uma conclusão incorreta, percebendo que a resolução não está concluída.

No próximo capítulo, **Descrição e Análise dos Dados** trazemos nosso olhar diante dos dados obtidos a partir de nossa coleta, descrição e análise dos dados coletados.

6.0. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Moraes (2003, p.194) apud Cury nos diz que, “Os textos não carregam um significado a ser apenas identificado: são significantes, exigindo que o leitor ou pesquisador construa significados com base em suas teorias e pontos de vista” e ficando assim, a cargo do pesquisador, buscar interpretar o que está por trás do significado das palavras, das mensagens.

Sendo assim, a seguir, apresentaremos a descrição e a análise dos dados relativos a cada instrumento de coleta de dados utilizado. Apresentaremos, pois, a descrição e a análise dos seguintes instrumentos para dar-lhes significação dentro do contexto em que foram coletados.

Os instrumentos de coleta de dados são quatro ao todo, a saber:

- Instrumento 1 – Questionário inicial;
- Instrumento 2 – Instrumento Piloto, contendo 6 equações do 1º grau com uma incógnita, escolhidas aleatoriamente dentre aquelas utilizadas por nós no cotidiano de sala de aula e que os informantes mostravam, por vezes, dificuldades de resolução;
- Instrumento 3 – Teste Complementar;
- Instrumento 4 – Questionário final.

Passamos, pois, à descrição e análise dos dados coletados a partir do primeiro instrumento, o questionário inicial.

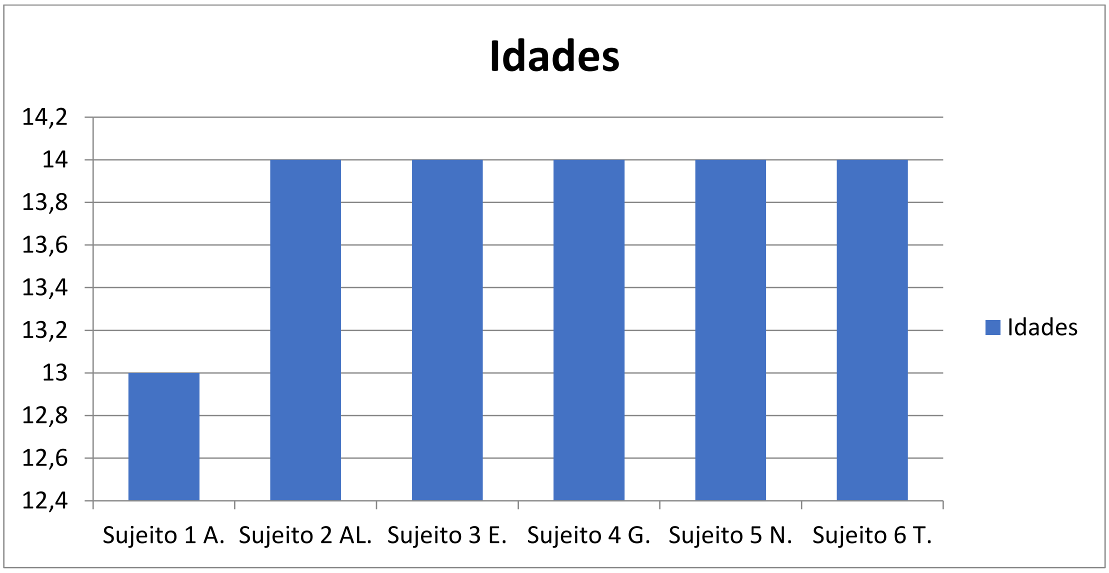
6.1. Instrumento 1 – Questionário inicial

6.1.1. Descrição e análise de dados do Questionário inicial

O Instrumento 1 – questionário inicial é composto por 12 questões: as três primeiras (questões 1, 2 e 3) são abertas e foram elaboradas com o intuito de conhecer melhor nossos informantes (nome, idade e qual disciplina escolar preferem).

Os gráficos a seguir apresentam os dados obtidos em tais questões:

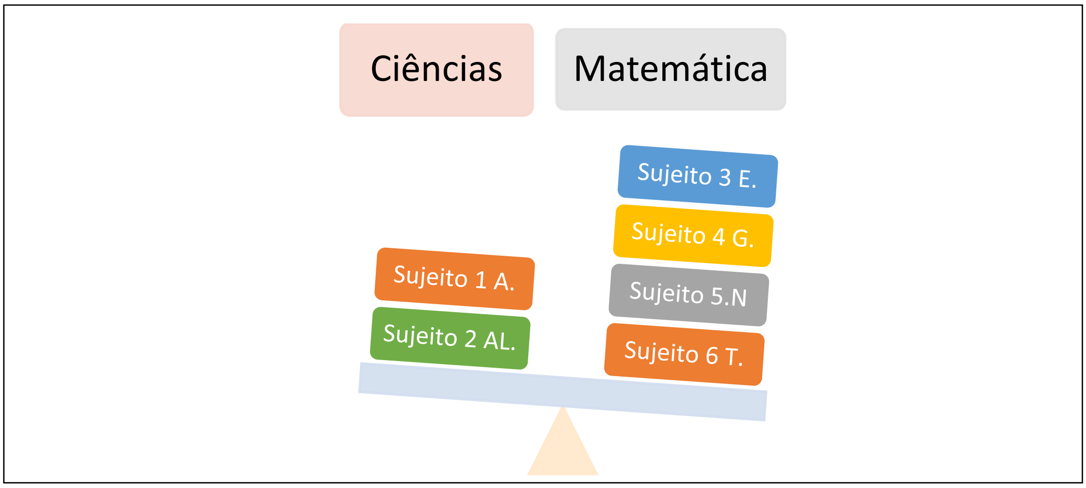
Figura 9: Gráfico 1 - Idades



Fonte: Autoria Própria.

Sendo assim, verificamos que os informantes possuem entre 13 a 14 anos de idade.

Figura 10: Questão 3 – disciplina preferida dos sujeitos



Fonte: Autoria própria.

Como podemos verificar pela figura 2, dentre os 6 informantes pesquisados, 4 deles - Sujeito 3 E., Sujeito 4 G e o Sujeito 6 T. afirmaram ter como disciplina escolar preferida a Matemática, sendo que o Sujeito 5 N. indicou além da Matemática, também outras disciplinas como Geografia, Ciências e História como sendo suas disciplinas escolares favoritas.

Já os Sujeitos 1 A.; 2 AL apontaram a disciplina de Ciências como a sua preferida. Já as questões 4 e 5 são do tipo fechadas e abordaram a questão da acesso a equipamentos e internet em suas casas.

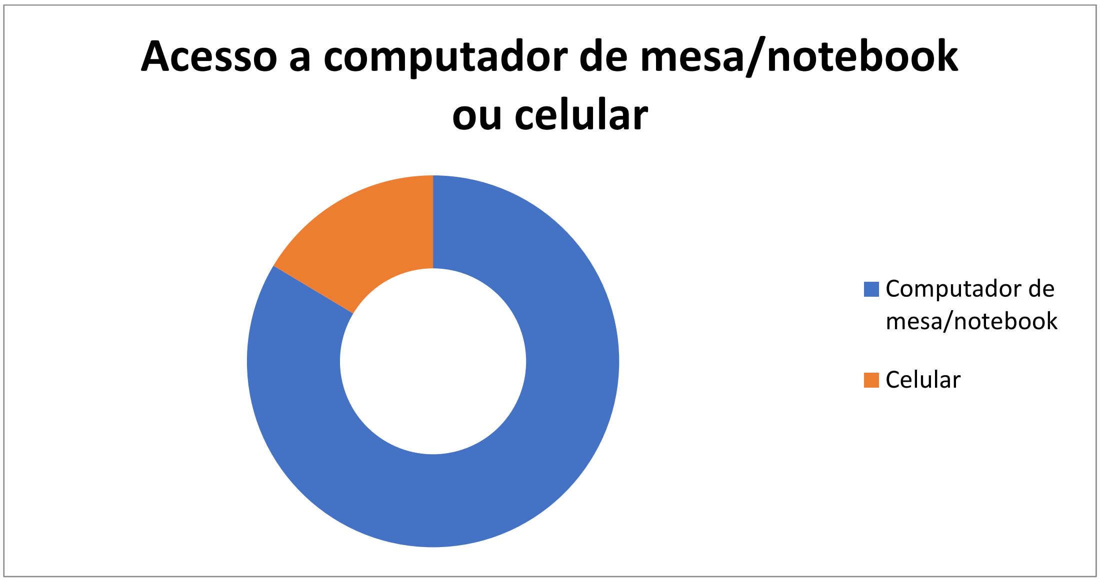
A questão 4 indagava se os sujeitos possuíam acesso à internet em casa além de computador de mesa ou notebook.

Figura 11: Gráfico 2a - Acesso à internet

Fonte: Autoria própria.

Como podemos averiguar 100% dos informantes da pesquisa possuem acesso à internet o que, no universo pandêmico do ensino remoto nacional e local, se configura como uma realidade diversa da usualmente encontrada.

Figura 12: Gráfico 2b: Acesso a computador de mesa, notebook ou a celular



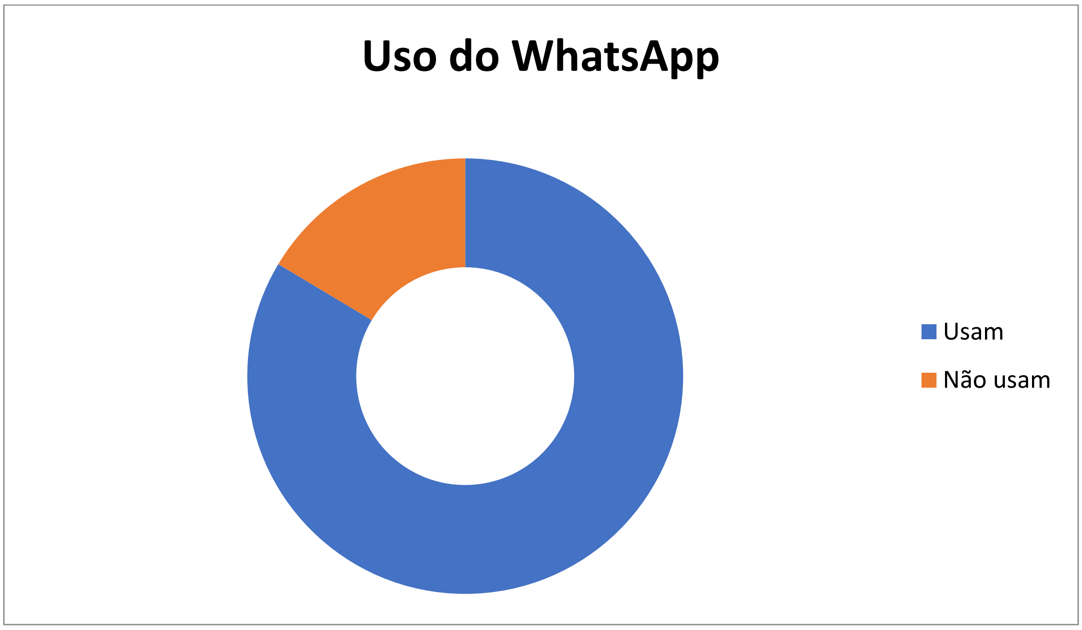
Fonte: Autoria própria.

Em relação à questão de acesso a equipamentos como computadores, notebook e celulares verificamos que com exceção do Sujeito 3 E., que não possuía computador de mesa ou notebook em casa, mas tinha acesso à internet via celular, todos os demais tinham um dos equipamentos citados (PC de mesa ou notebook).

Tal informação nos faz constatar que o grupo pesquisado, dentro do universo educacional brasileiro pandêmico, pode ser considerado inserido no universo digital, podendo assim, desenvolver suas atividades escolares de forma satisfatória.

A questão 5 buscou identificar se os informantes tinham o aplicativo WhatsApp instalado em seus celulares ou computadores.

Figura 13: Gráfico 3 - Uso do aplicativo WhatsApp



Fonte: Autoria própria.

Em relação a esta questão verificamos que com exceção do Sujeito 1 A., que não possuía tal aplicativo instalado nem no computador nem no celular, todos os demais o possuíam. Entretanto, tal sujeito utilizava o Instagram, Facebook e o Messenger[13] para comunicação.

A questão 6 era complementar à questão 5, uma vez que solicitava o número de telefone dos informantes, caso estes tivessem o aplicativo WhatsApp para contatos posteriores.

Novamente, apenas o Sujeito 1 A. dentre os 6 pesquisados disse não possuir o aplicativo, mas segundo ele:

Sujeito 1 A.: "***Não tenho whats, mas tenho insta e Messenger".***

Analisando as respostas dadas verificamos que o grupo de sujeitos pesquisados está inserido no universo das tecnologias digitais e uso de aplicativos, reforçando a ideia de que possuem acesso às ferramentas necessárias para o apoio ao ensino remoto.

[13] N.A: Aplicativo de bate-papo da rede social pode ser facilmente acessado tanto pelo computador quanto pelo celular, permitindo trocar mensagens a qualquer momento de qualquer parte do mundo, bastando se ter conexão de internet.

A questão 7 buscou investigar se os informantes apreciavam a disciplina de Matemática e se sabiam explicar os motivos de gostar ou não de tal disciplina.

As justificativas de tais informantes sobre a escolha da disciplina escolar de Matemática como sendo sua preferida foram as seguintes:

Sujeito 3 E: "***Gosto, pois gosto de desafios."***

Sujeito 4 G: "***Sim, eu gosto de cálculos; resolver problemas."***

Sujeito 6 T: " **Sim, porque eu me entendo com a matéria, gosto de estudá-la."**

O Sujeito 1 A. e o Sujeito 2 AL. disseram preferir a disciplina de Ciências e, sobre a Matemática, afirmaram o seguinte:

Sujeito 1 A.: ***"Não, porque não consigo entender."***

Sujeito 2 AL: ***"Eu não gosto muito da matéria, porém aprendo rápido e facilmente."***

Finalmente, o Sujeito 5 N. disse apreciar as disciplinas de Geografia, de Ciências, de História e também de Matemática. Sobre esta última disciplina afirmou o seguinte:

Sujeito 5 N: "***Sim, porque ela ajuda a desenvolver o raciocínio lógico e consequentemente, desenvolver a lógica e aplicá-la em diferentes situações do cotidiano."***

Analisando as respostas dadas à questão 7 do questionário inicial verificamos que dentro do universo pesquisado temos uma boa aceitação em relação à disciplina de Matemática, tendo apenas um dos informantes explicitado não a compreender de fato. (Sujeito 1 A.)

Os demais informantes ou indicam sua preferência pela Matemática, (Sujeitos 3 E.; 4 G. e 6 T.), ou a colocam junto à outras disciplinas de que gostam

(Sujeito 5 N.), ou ainda, mesmo afirmando não gostar de tal disciplina conseguem aprendê-la facilmente (Sujeito 2 AL.)

6.1.2 Considerações gerais sobre as questões de 1 a 7

A análise realizada das questões de 1 até 7 do instrumento denominado questionário inicial demonstrou que os nossos sujeitos de pesquisa possuem, majoritariamente a idade de 14 anos, que têm como disciplina preferida a Matemática e em segundo lugar a disciplina de Ciências, muito embora um dos sujeitos tenha referido além da Matemática também as disciplinas de Geografia, Ciências e História.

Tais sujeitos, ainda, na sua totalidade conseguem acessar a Internet de casa, possuindo computadores de mesa, notebook ou celular para acessarem as atividades remotas, também na sua totalidade e usando, no seu cotidiano, o aplicativo WhatsApp para comunicação, com exceção de apenas um informante que, muito embora não tenha tal aplicativo usa a rede social Instagram e o Facebook para se comunicar , além do Messenger.

De 6 informantes, ainda, 4 afirmam gostar e compreender a disciplina de Matemática tendo apenas 2 dito que não gostam – sendo que apenas um deles afirma não compreender o conteúdo, já que o outro embora não gostando tanto assim de Matemática consegue compreendê-la.

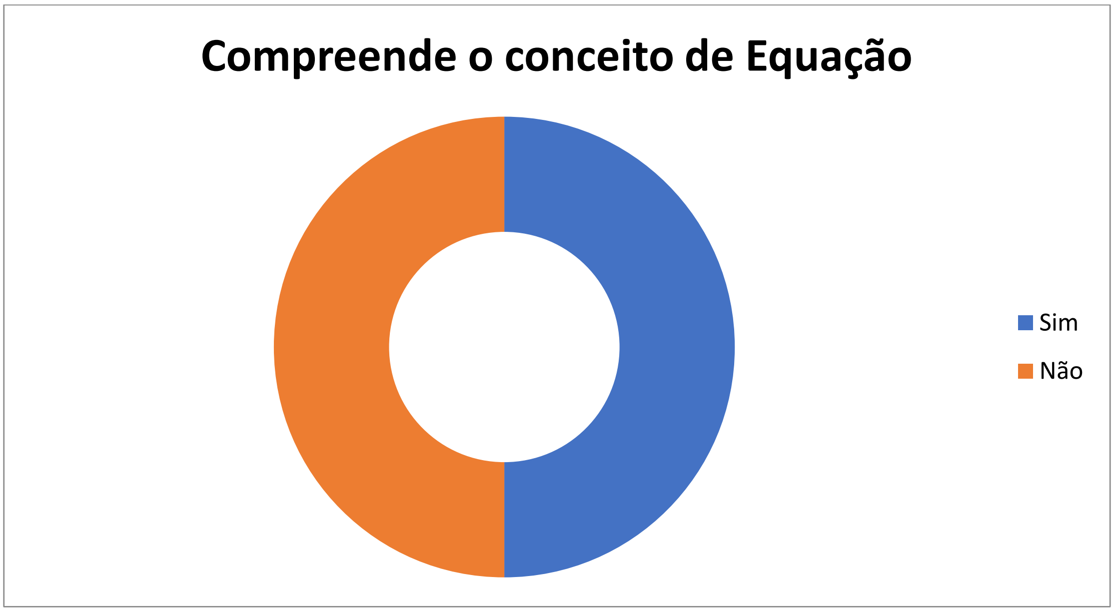
Passando para a questão 8 verificamos que ela é uma questão de múltipla escolha, com três alternativas e tem como foco verificar se os sujeitos saberiam reconhecer uma equação e se eram capazes de escolherem, entre as alternativas dadas, o melhor conceito para tal, sendo a alternativa b. a gabarito e as outras duas distratoras.

As possibilidades de respostas eram as seguintes:

a. ( ) É uma sentença matemática que possui uma ou mais letras.(distratora)
b. ( ) É uma sentença matemática expressa por uma igualdade com um ou mais letras, chamadas incógnitas. (gabarito)
c. ( ) É uma sentença matemática que possui um sinal de igualdade.(distratora)

Em relação às alternativas de resposta da questão 8 escolhidas pelos informantes verificamos que o conceito de equação ainda não está bem sedimentado para os sujeitos da pesquisa, visto que dos 5 pesquisados que participaram através da plataforma Google Classroom, apenas dois reconheceram sua definição - Sujeitos 3 E. e Sujeito 4 G, além do Sujeito 5 N, que faz as atividades através de atividades impressas e entregues na escola, sendo ao todo 3 informantes de um universo de 6 estudados, como pode ser representado no gráfico a seguir:

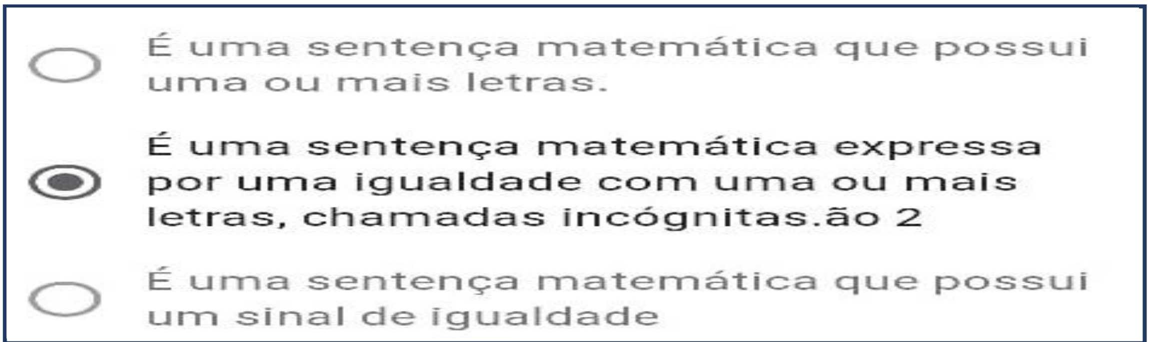
Figura 14: Gráfico 4 - Compreensão do conceito de equação



Fonte: Autoria própria.

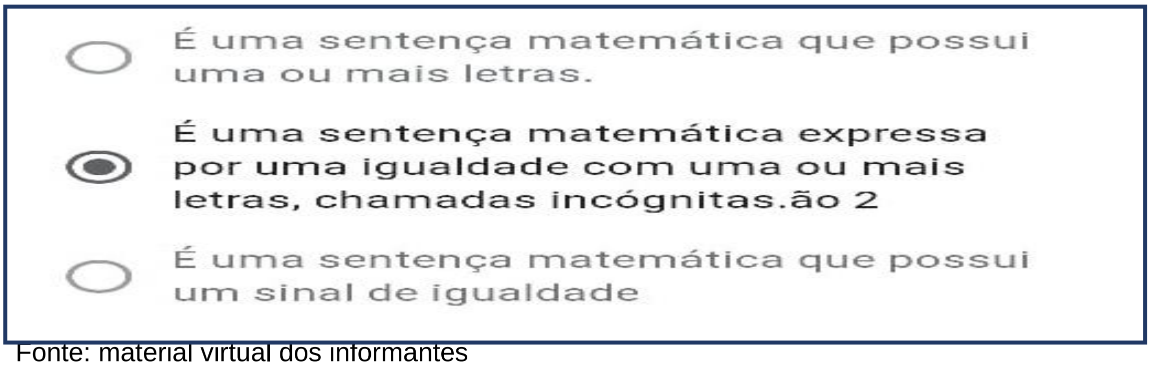
A seguir analisamos as respostas dadas à questão 8 para, após, tecermos nossos comentários.

Figura 15: resposta do Sujeito 3 E:



Fonte: material virtual dos informantes

Figura 16: resposta do Sujeito 4 G:


É uma sentença matemática que possui uma ou mais letras.

É uma sentença matemática expressa por uma igualdade com uma ou mais letras, chamadas incógnitas.ão 2

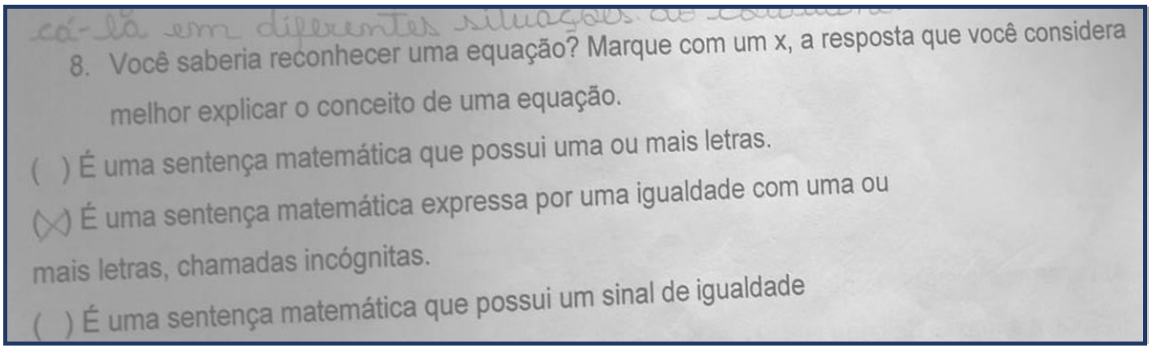
É uma sentença matemática que possui um sinal de igualdade

Fonte: material virtual dos informantes

Além disso, o Sujeito 5 N. que recebeu as atividades impressas e não via Google Classroom mostrou ter um entendimento acurado sobre o assunto, pois soube reconhecer o conceito de uma equação, assim como conseguiu identificar a estrutura.

Trazemos sua resposta a seguir.

Figura 17: resposta do Sujeito 5 N.


8. Você saberia reconhecer uma equação? Marque com um x, a resposta que você considera melhor explicar o conceito de uma equação.

( ) É uma sentença matemática que possui uma ou mais letras.

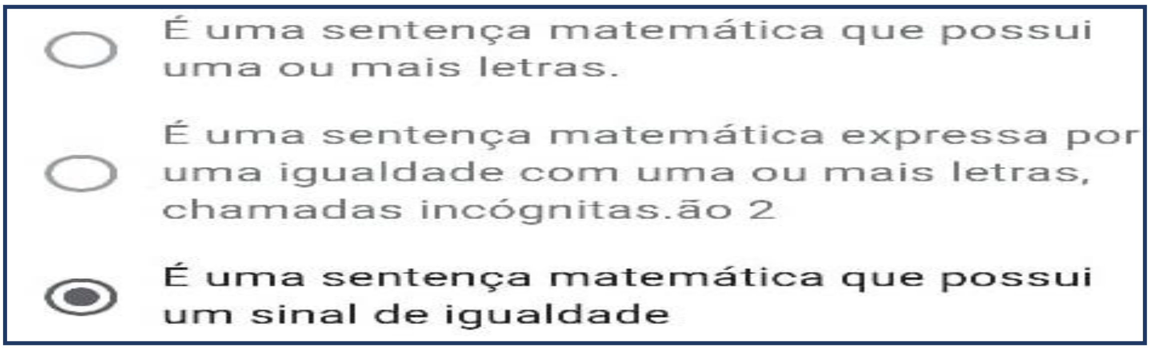
(X) É uma sentença matemática expressa por uma igualdade com uma ou mais letras, chamadas incógnitas.

( ) É uma sentença matemática que possui um sinal de igualdade

Fonte: material impresso entregue pelo informante

Em relação aos demais sujeitos da pesquisa, que não conseguiram reconhecer uma equação na questão dada, temos os seguintes dados:

Figura 18: respostado Sujeito 1 A:

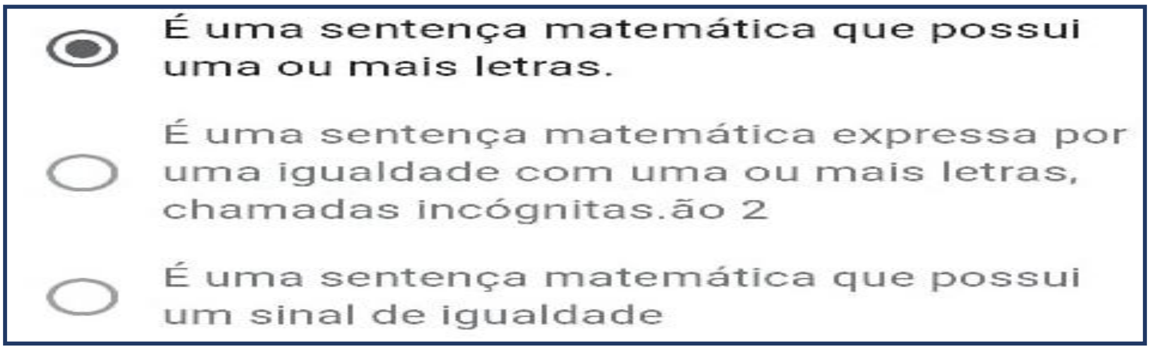

É uma sentença matemática que possui uma ou mais letras.

É uma sentença matemática expressa por uma igualdade com uma ou mais letras, chamadas incógnitas.ão 2

É uma sentença matemática que possui um sinal de igualdade

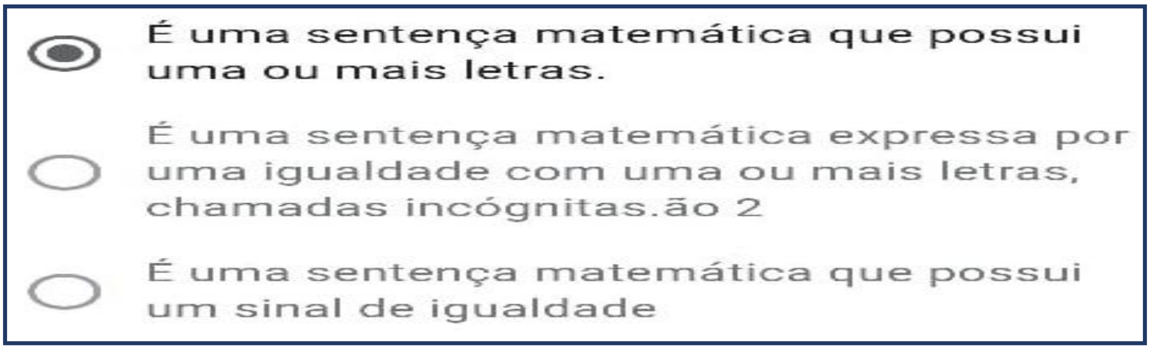
Fonte: material virtual dos informantes

Figura 19: resposta do Sujeito 2 AL:



Fonte: material virtual dos informantes

Figura 20: resposta do Sujeito 6 T:



Fonte: material virtual dos informantes

Como podemos verificar, enquanto o Sujeito 1 A. entende que uma equação é uma sentença matemática que possui um sinal de igualdade, (distratora c.), tanto o Sujeito 2 AL. como o Sujeito 6 T entendem que para termos uma equação, é necessário que a sentença matemática possua uma ou mais letras.

Analisando os erros cometidos por tais sujeitos podemos inferir que nos três casos referidos há uma parte de erro e uma parte de acerto, uma vez que tanto a distratora 1 como a distratora 3 apresentam parte do conceito considerado gabarito da questão.

Tal situação pode indicar que os Sujeitos 1A.; 2 AL.; e 6T. podem estar no caminho certo para a construção do conceito do que seja uma equação, cometendo, então, um erro construtivo.

A questão 9 do questionário inicial tinha como objetivo verificar se os informantes conseguiam, ao visualizar seis expressões, saber quais delas eram consideradas equações.

Os informantes poderiam marcar mais de uma das opções dadas, sendo que as questões gabarito eram a **a.** e a **c.** as distratoras **b. d. e.** e **f.**

Figura 21: Alternativas para a questão 9

a. ( ) 3x + 1 = 16 (gabarito)

b. ( ) 2x + 4 > 12 (distratora)

c. ( ) x – 1 + 7 = 5x (gabarito)

d. ( ) 30 – 5 = 25 (distratora)

e. ( ) 7x + 4 (distratora)

f. ( ) 26 + 1 = 3 . 9 (distratora)

Fonte: Acervo pessoal.

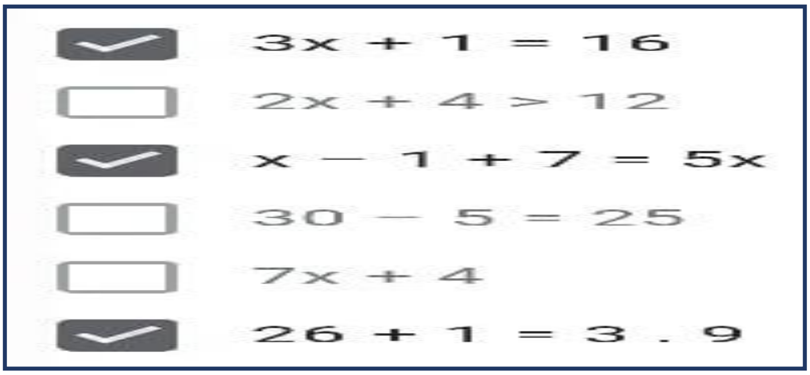
Analisando as respostas obtidas dos sujeitos de pesquisa verificamos ao pedir para que os alunos identificassem entre expressões matemáticas, quais eram equações, dois sujeitos que acompanham as aulas pelo Google Classroom responderam corretamente. (Sujeito 3 E. e Sujeito 6 T.).

Já o Sujeito 5 N. que recebe as atividades impressas, novamente mostrou ter um entendimento claro sobre o assunto, pois soube reconhecer o conceito de uma equação e identificar a sua estrutura.

Verificamos, assim, que 50% dos sujeitos da pesquisa conseguiram, de fato, identificar dentro do universo dado de expressões quais eram equações.

A seguir analisaremos as respostas dadas à questão 9 de cada um dos informantes para, após, fazermos nossos comentários gerais sobre tal questão.

Figura 22: resposta do Sujeito 1 A.:


$3x + 1 = 16$
$2x + 4 > 12$
$x - 1 + 7 = 5x$
$30 - 5 = 25$
$7x + 4$
$26 + 1 = 3 . 9$

Fonte: material virtual dos informantes

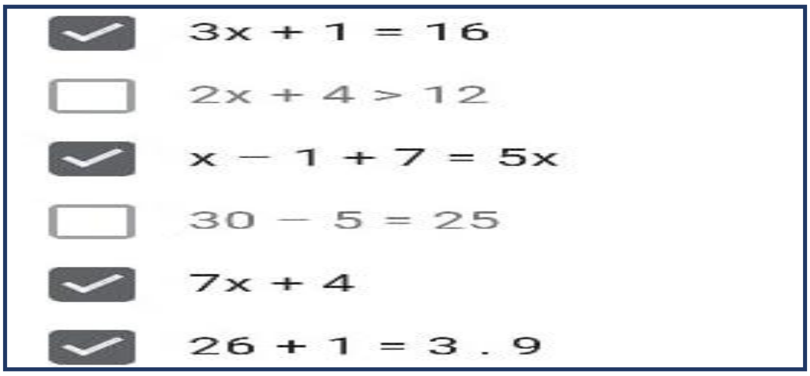
Ao analisarmos a resposta dada pelo Sujeito 1A. à questão 9, relativamente à identificação de equações, dentro do universo das expressões dadas, verificamos que o aluno identificou as duas equações corretamente, mas errando a questão por ter marcado ainda a última expressão.

Pensando na questão do erro construtivo, ou seja, respostas erradas que separam o sujeito do acerto, mas que indicam acertos posteriores - podemos inferir que o Sujeito 1A ao marcar, também, a última questão indica que este conhece, de forma parcial, as características de uma equação, ou seja, a de uma sentença matemática expressa por uma ***igualdade*** com uma ou mais letras chamadas de incógnitas.

Há sim, uma igualdade na sentença marcada erroneamente pelo aluno, só não há incógnitas, reforçada pela resposta dada pelo mesmo sujeito à questão 8, que tratava das características de uma equação, em que ele marca a questão distratora que afirma que equação é uma sentença matemática que possui um sinal de igualdade. Cremos que este aluno, embora 'errando' está no caminho da construção do conceito do que seja uma equação, até por ter identificado corretamente as equações tidas como gabarito da questão 9.

Passamos a analisar a resposta do Sujeito 2 AL., a seguir.

Figura 23: resposta do Sujeito 2 AL.:



Fonte: material virtual dos informantes

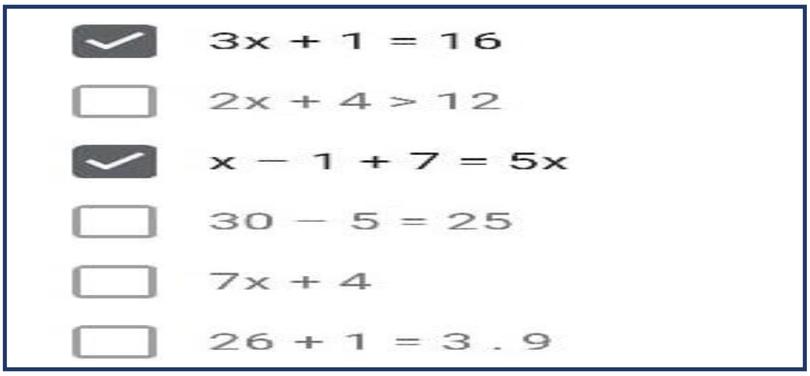
Analisando a resposta do Sujeito 2 AL. à questão 9 verificamos que assim como o Sujeito 1 A. este também marcou entre as suas possíveis repostas à equação aquelas consideradas como gabarito para a questão, entretanto, procedeu a marcação ainda na penúltima e na última alternativa, consideradas distratoras.

Ao cruzar sua resposta à questão 9 com a resposta dada anteriormente à questão 8 verificamos que esse sujeito havia escolhido como resposta ao conceito de equação a sentença que afirmava que equação era uma sentença matemática que possui uma ou mais letras.

Analisando pelo viés do erro construtivo podemos inferir que tal sujeito, assim como o anterior, domina parte do conceito do que seja equação, tanto que marcou ambas as respostas gabarito da questão 9, acrescidas da penúltima questão, todas que possuem letras. Sendo assim, está a caminho da formação correta do conceito de equação, não o tendo formado completamente, cognitivamente. Entretanto, ao marcar a última questão também como exemplo de equação, percebemos que o Sujeito 2 AL. apresenta em sua ZDP várias características do que seja uma equação e que, reunidas, se tornam verdadeiras e suficientes, mas que ainda estão separadas em seu cognitivo e não foram alicerçadas de modo a gerar aprendizado efetivo do que venha a ser, de fato, uma equação.

Passamos, na sequência, para a análise dos dados do sujeito 3E.

Figura 24: resposta do Sujeito 3 E:

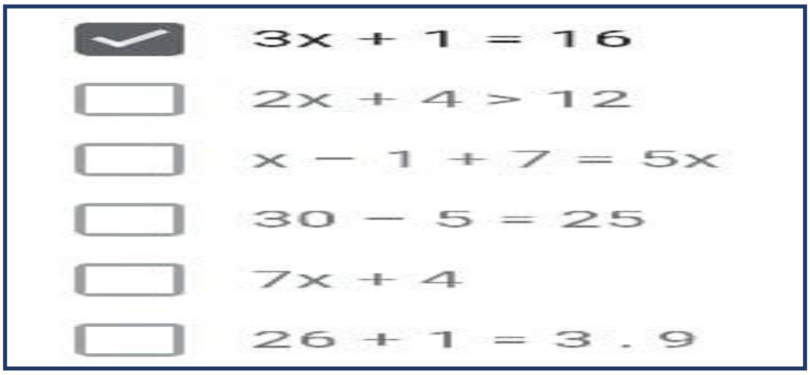


Fonte: material virtual dos informantes

Como podemos verificar, este foi o único sujeito a fazer as aulas pelo Google Classroom a marcar corretamente as alternativas consideradas gabarito da questão 9. Além disso, sua resposta à questão 8 também foi a considerada correta, demonstrando que já possui alicerçado o conceito do que seja uma equação e a capacidade de identificá-la num conjunto de expressões.

Passamos, pois, para a análise dos dados do Sujeito 4 G.

Figura 25: resposta do Sujeito 4 G.:



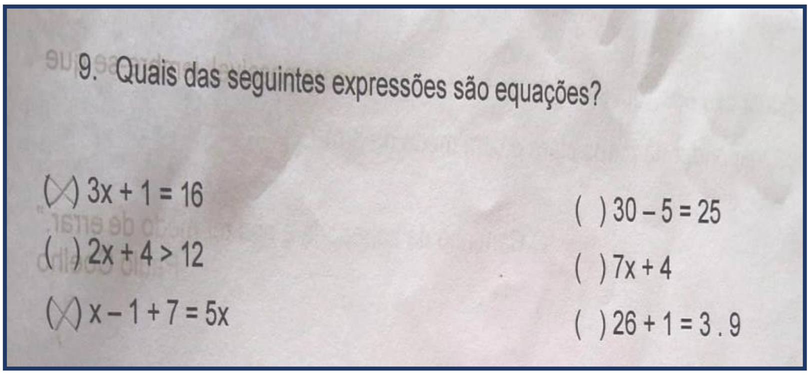
Fonte: material virtual dos informantes

Analisando a resposta do Sujeito 4 G. à questão 9 podemos verificar que ele reconhece a estrutura de uma equação, uma vez que marca uma das questões consideradas gabarito. No entanto, não consegue reconhecer a outra resposta gabarito como sendo, também, exemplo de uma equação.

Curiosamente, este foi um sujeito que respondeu corretamente à questão 8, que referia as características necessárias para uma expressão ser considerada como uma equação e ao nosso ver, o seu ‘meio erro’ na questão 9 identifica que o conceito do que seja equação ainda se encontra na sua ZDP em processo de apropriação cognitiva, ainda não alicerçado.

Passamos, agora, aos dados do Sujeito 5 N, que não faz as atividades pelo Google Classroom, mas sim em modo impresso.

Figura 26: resposta do Sujeito 5 N.:


9. Quais das seguintes expressões são equações?

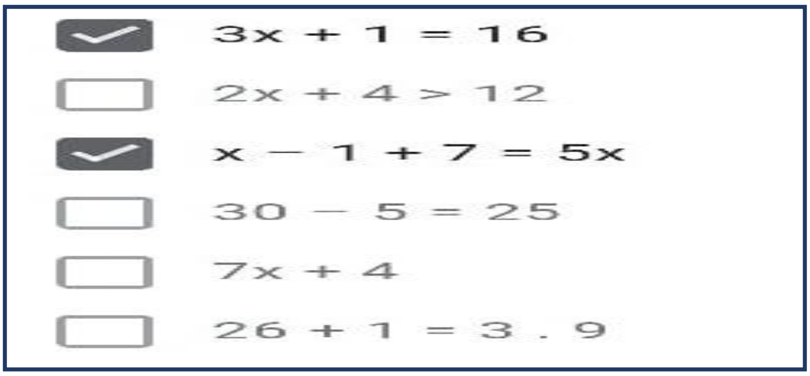
(X) 3x + 1 = 16
( ) 2x + 4 > 12
(X) x – 1 + 7 = 5x
( ) 30 – 5 = 25
( ) 7x + 4
( ) 26 + 1 = 3 . 9

Fonte: material impresso do informante

Como bem podemos observar na resposta à questão 9 do Sujeito 5 N. percebemos claramente que tal informante reconhece o que seja uma equação num universo de expressões, de forma efetiva. Além disso, foi um dos sujeitos que respondeu corretamente à questão 8, quando foi solicitado a marcar qual seria o conceito de equação. Sendo assim, podemos dizer que tal sujeito já possui tal aprendizagem consolidada em sua zona de desenvolvimento real.

Finalizando, analisaremos os dados do sujeito 6T.

Figura 27: resposta do Sujeito 6 T.:



Fonte: material virtual dos informantes

Finalizando a análise dos dados coletados, referente à questão 9 do questionário inicial, verificamos que o Sujeito 6 T. identificou corretamente as duas alternativas gabarito da questão 9, o que nos levaria a imaginar que tal sujeito possui alicerçado o conceito de equação em sua zona de desenvolvimento real.

Entretanto, ao correlacionarmos a resposta dada à questão 9 com aquela dada à questão anterior, 8, do mesmo sujeito, tivemos a oportunidade de verificar que este marcou como sendo o gabarito da questão 8 a alternativa a., ou seja, aquela que dizia que uma equação era uma sentença matemática que possui uma ou mais letras.

Este caso nos sugere que o Sujeito 6 T. aplica apenas uma parte do conceito, a fim de identificar o que seja uma equação – ***apresentação de letras,*** mas não a parte de ser uma igualdade. E é peculiar seu acerto na questão 9, pensando-se no conceito que marcou como correto de equação na questão 8. Seguindo seu raciocínio, deveria ter marcado também a segunda e a penúltima alternativa, já que ambas apresentam letras, mas não igualdades.

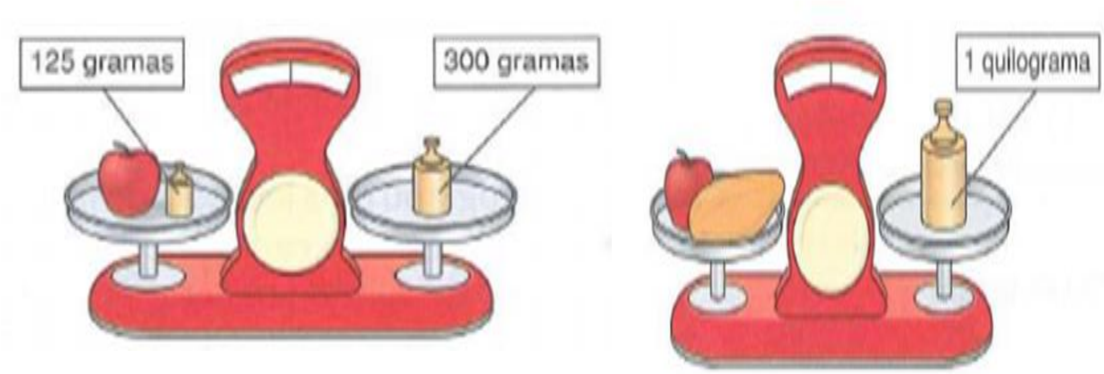
Analisando tais questões, cremos que o Sujeito 6 T. muito embora tenha acertado a questão 9, demonstra não ter claro, ainda , o conceito de equação devido a sua resposta à questão 8. Tais dados nos fazem inferir que tal sujeito ainda mantém em sua ZDP o conceito de equação, estando o mesmo ainda não alicerçado em seu cognitivo.

Finalmente, as questões 10, 11 e 12 eram desafios que levavam os sujeitos a demonstrarem, a partir da resolução dos mesmos, como era o desenvolvimento do seu pensamento algébrico.

Para uma melhor compreensão, leitura e visualização dos desafios matemáticos eles serão apresentados a seguir e analisados individualmente.

Figura 28: Questão 10

10. Observe as balanças em equilíbrio, e descubra quanto pesa a maçã e o mamão, respectivamente.



a) 75g e 175g. (distratora)

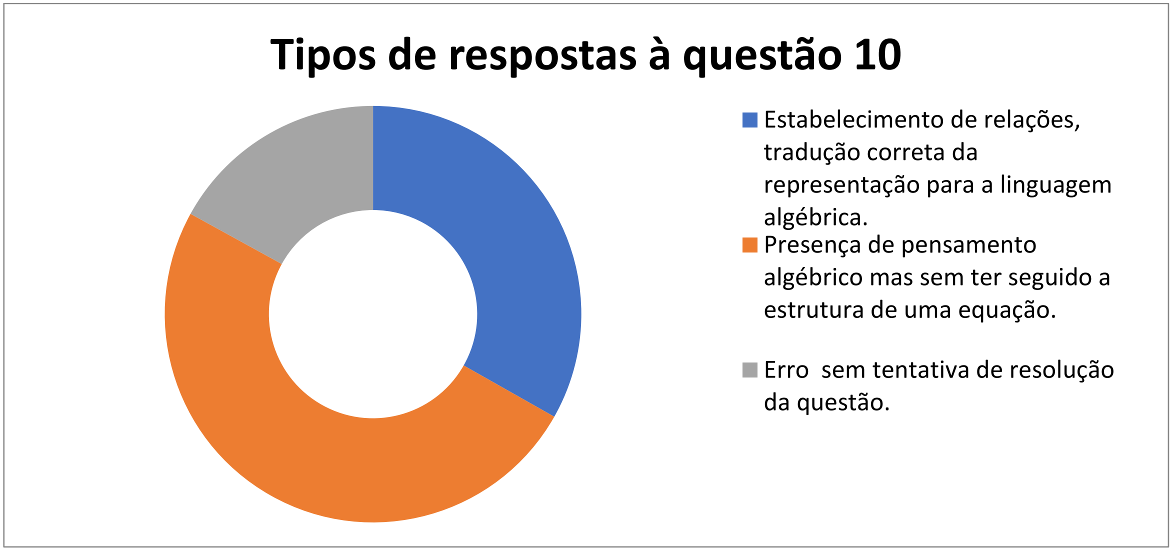
b) 175g e 825g. (gabarito)

c) 185g e 725g. (distratora)

d) 275g e 185g. (distratora)

Fonte: Acervo pessoal.

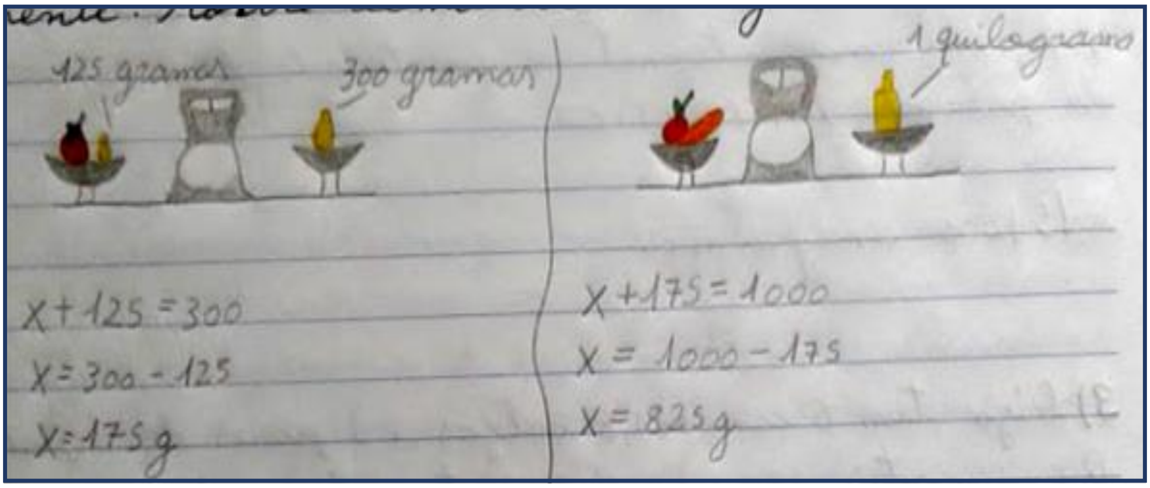
Figura 29: Gráfico 5 - Tipo de respostas à questão 10



Fonte: Autoria própria.

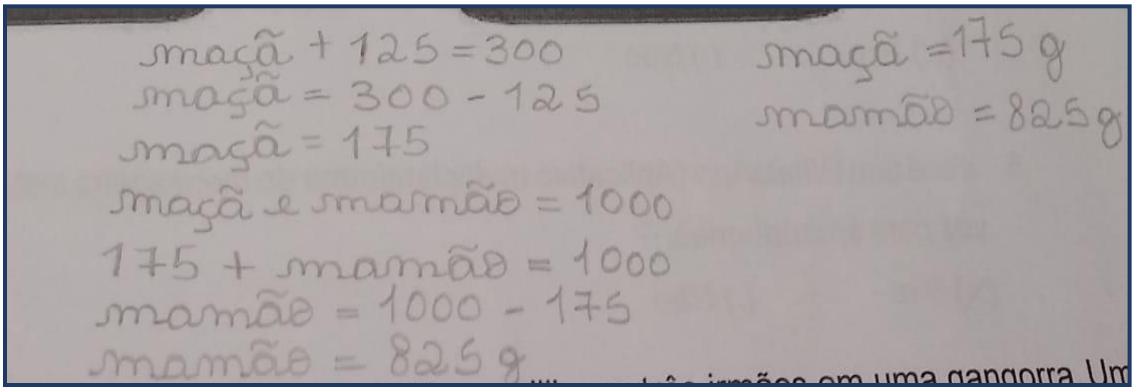
Em relação à questão 10 verificamos que 2 dos 6 informantes da pesquisa relacionaram a resolução do problema com a resolução de uma equação de 1º grau - o Sujeito 3 E. e o Sujeito 5 N., estabelecendo relações e traduzindo corretamente a representação das balanças para a linguagem algébrica. Apresentando cada um deles um tipo de escrita, o Sujeito 3E utilizou para a representação do problema a escrita algébrica, enquanto que o Sujeito 5N, utilizou a escrita sincopada, como podemos ver a seguir:

Figura 30: resposta do Sujeito 3 E.:



Fonte: material virtual do informante.

Figura 31: Resposta do Sujeito 5 N.:

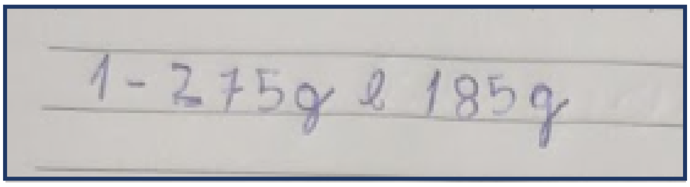


Fonte: Material impresso entregue pelo Sujeito 5 N.

Apenas um dos informantes mostrou ter marcado uma resposta qualquer, sem ter efetuado cálculo nenhum, e errou; foi o Sujeito 1 A. Buscamos tentar entender o porquê desta resposta, com o sujeito de pesquisa, mas ele não respondeu as nossas mensagens, enviadas pela plataforma, e também não possui WhatsApp.

Como o Sujeito 1 A. não mostrou nenhum desenvolvimento nesta questão, e por essa ser uma questão de múltipla escolha, acreditamos que ele possa ter assinalado, de forma aleatória, qualquer uma das respostas. Porém, não descartamos a hipótese de erro de cálculo.

Figura 31: resposta do Sujeito 1 A.



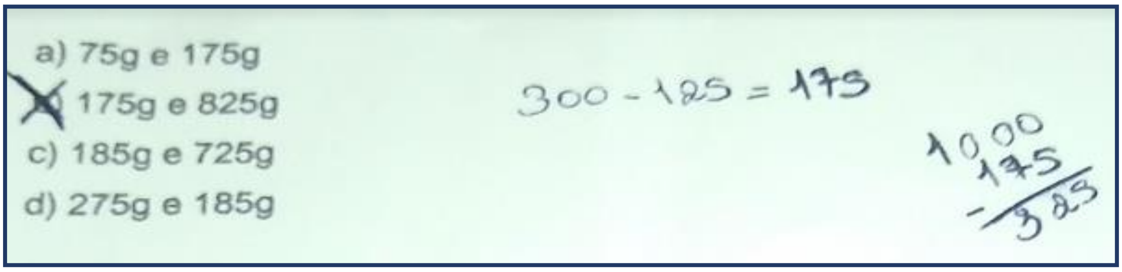
Fonte: Material virtual entregue pelo Sujeito 1 A.

Os outros três sujeitos, embora não tenham seguido exatamente a estrutura de uma equação e tenham utilizado para a representação dos problemas uma escrita aritmética, parecem ter demonstrado pensar algebricamente e acabaram marcando a alternativa gabarito do desafio 10. Pois, de acordo com Lins e Gimenez (1997), pensar algebricamente é

> produzir significado para as situações em termos de números e operações aritméticas (e igualdade ou desigualdades), e como base nisso transformar as expressões obtidas operando sempre de acordo com [o aritmeticismo, o internalismo e a analiticidade]" (LINS; GIMENEZ, 1997, p.151).

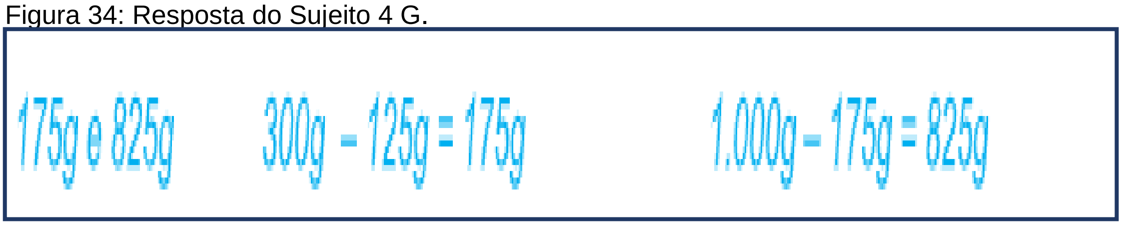
Respostas ao desafio 10 dos outros três informantes:

Figura 33: resposta do Sujeito 2 AL.



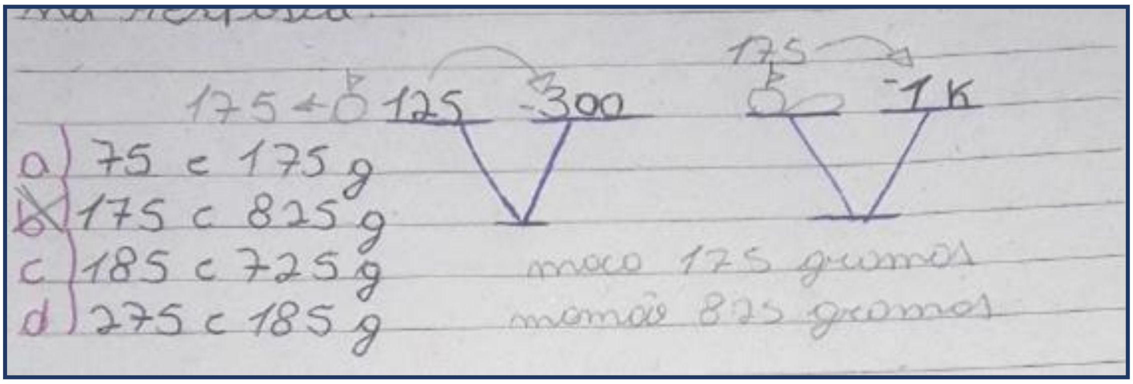
Fonte: Material virtual entregue pelo Sujeito 2 AL.

Figura 34: Resposta do Sujeito 4 G.



Fonte: Material virtual entregue pelo Sujeito 4 G.

Figura 35: resposta do Sujeito 6 T.



Fonte: Material virtual entregue pelo Sujeito 6 T.

Analisando os dados apresentados relativamente à questão 10 podemos verificar que 5 dos 6 sujeitos de pesquisa ou conseguiram relacionar a resolução do problema com uma equação de 1º grau (Sujeito 3 E. e Sujeito 5 N.) ou, muito embora não tenham seguido exatamente a estrutura de uma equação, conseguiram resolver a questão 10, mostrando terem desenvolvido o pensamento algébrico (Sujeito 2 A.; Sujeito 4 G. e Sujeito 6. T.), tendo apenas um deles (Sujeito 1 A.) tendo marcado qualquer uma das alternativas da questão 10, sem ter buscado desenvolver os seus cálculos , a fim de encontrar a resposta correta do problema.

Passamos, a seguir, aos dados da questão 11.

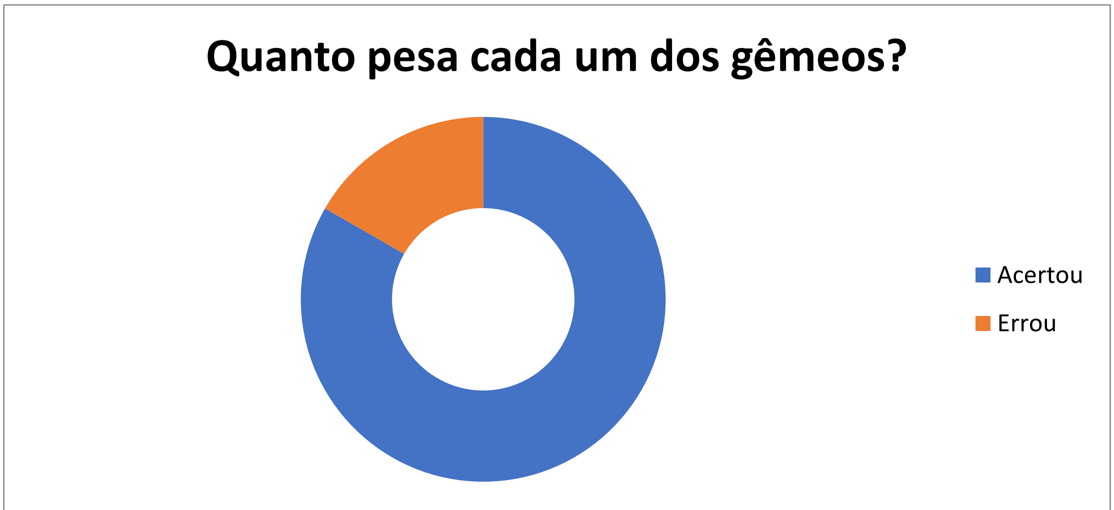
Figura 36: Questão 11

11. Dois meninos, um de 30 Kg e outro de 40 Kg, equilibram três irmãos em uma gangorra. Um dos irmãos pesa 20 Kg e os outros dois são gêmeos idênticos cujos pesos são iguais. Quanto pesa cada um dos gêmeos?

Fonte: Acervo pessoal.

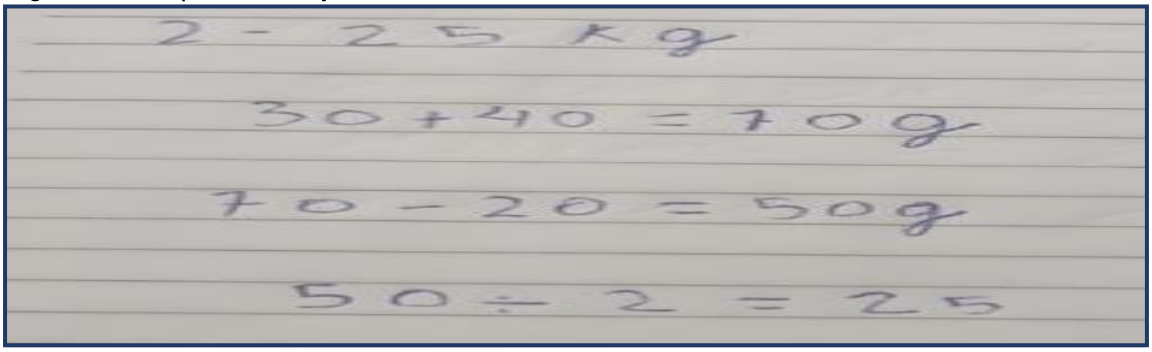
Em relação ao problema 11 verificamos que 5 dos 6 informantes souberam interpretar corretamente as informações do enunciado, mostrando assim, utilizar o pensamento algébrico para estabelecer relações, além de representarem o enunciado corretamente através da equação, com exceção do Sujeito 6 T.O gráfico 6, a seguir, representa tal achado de pesquisa

Figura 37: Gráfico 6 - respostas à questão 11



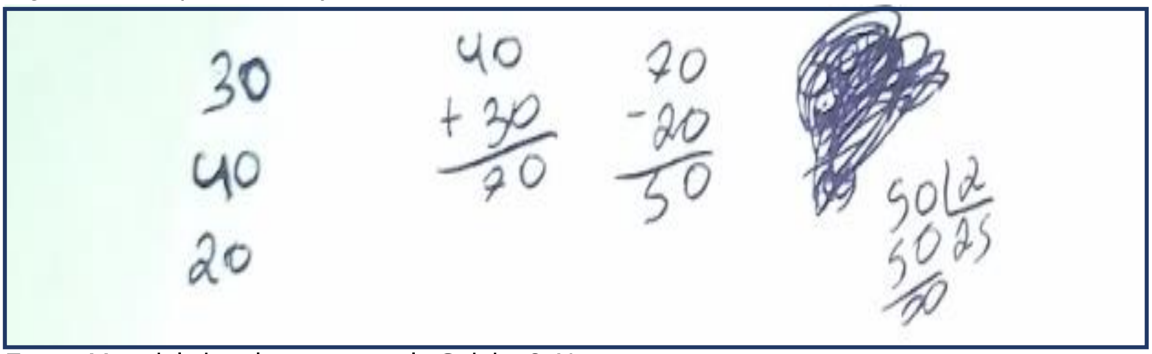
Fonte: Autoria própria.

Figura 38: Resposta do Sujeito 1 A.



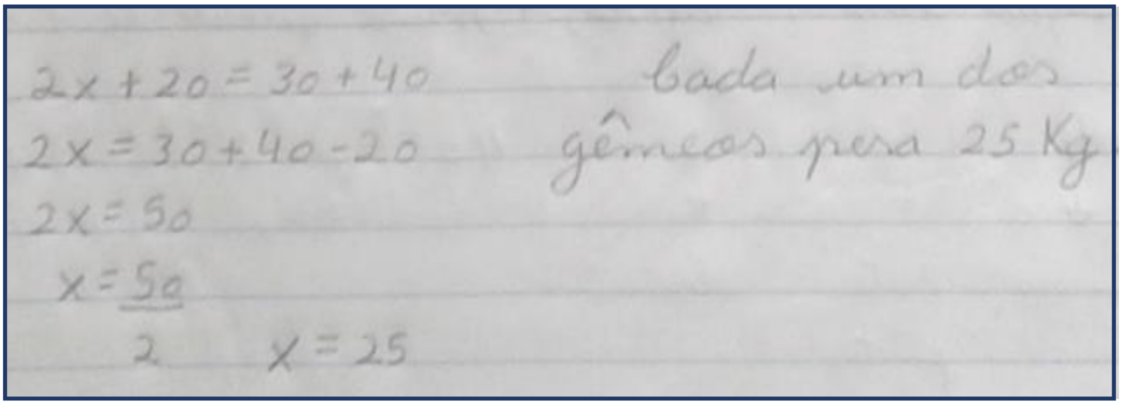
Fonte: Material virtual entregue pelo Sujeito 1 A.

Figura 39: Resposta do Sujeito 2 AL.



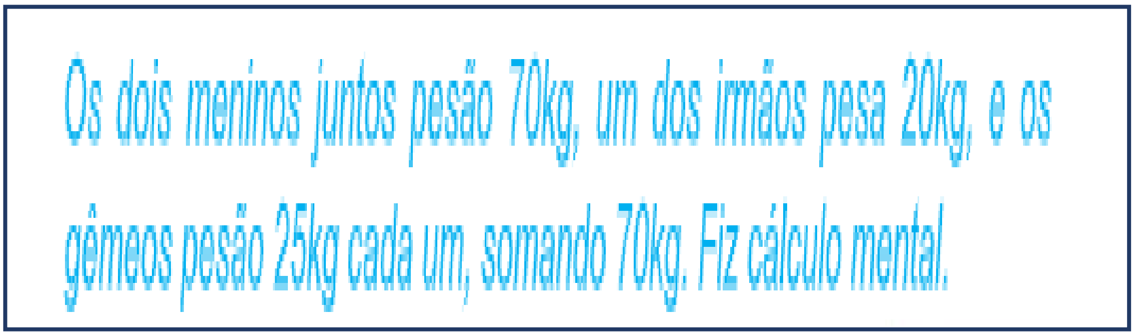
Fonte: Material virtual entregue pelo Sujeito 2 AL.

Figura 40: Resposta do Sujeito 3 E.



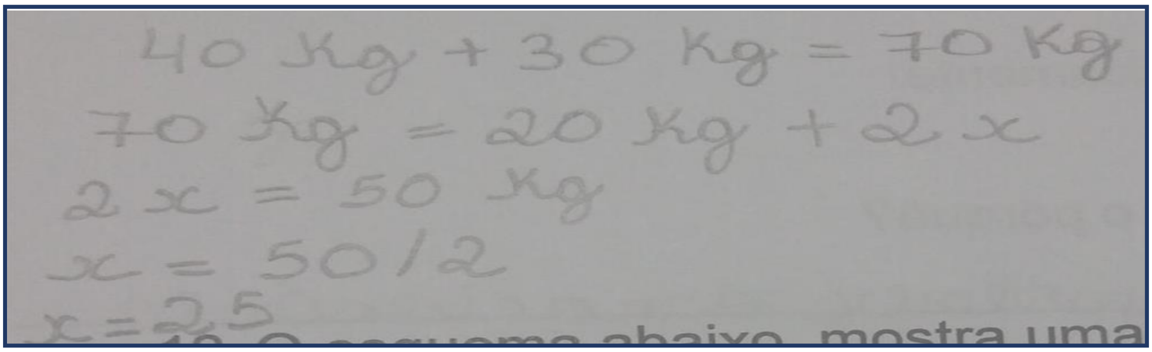
Fonte: Material virtual entregue pelo Sujeito 3 E.

Figura 41: Resposta do Sujeito 4 G.



Fonte: Material virtual entregue pelo Sujeito 4 G.

Figura 42: resposta do Sujeito 5 N.

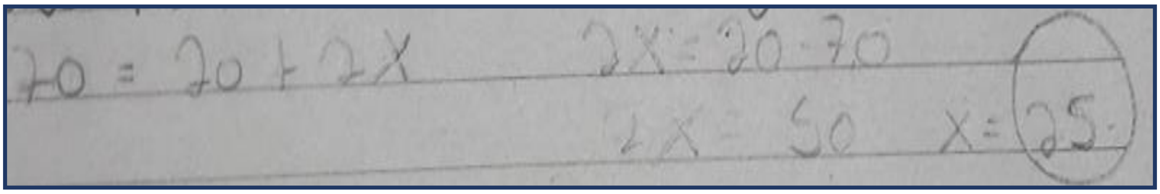


Fonte: Material impresso entregue pelo Sujeito 5 N.

Podemos perceber, na imagem acima, a preferência dos dois sujeitos - Sujeito 3 E. e Sujeito 5 N. em trabalhar com a incógnita do lado esquerdo da equação, mostrando terem ambos um entendimento claro, quanto à relação de equivalência representada pelo sinal da igualdade.

Já o Sujeito 2 AL muito embora não tenha utilizado incógnitas conseguiu traduzir em linguagem matemática, o desenvolvimento da questão 11 bem como chegar à resposta correta, o mesmo acontecendo com o Sujeito 4 G. que inclusive explicitou na resposta à questão tanto a resposta correta como também o desenvolvimento da questão 11 mentalmente.

Figura 43: Resposta do Sujeito 6 T.



Fonte: Material virtual entregue pelo Sujeito 6 T

O Sujeito 6 T. mostrou ter dificuldade em trabalhar com a incógnita do lado esquerdo. Assim, utilizou a transposição de termos para resolver a equação, passando o coeficiente da incógnita para o 1º membro, porém, acreditamos que, por esquecimento, não alterou a operação do termo em ***x*** ao passá-lo para o primeiro membro.

Consideramos que, quando um dos informantes da pesquisa ou mesmo os alunos em sala de aula, compreendem e utilizam os princípios aditivos e multiplicativos da igualdade para resolver uma equação, esse tipo de erro não aconteceria com tanta frequência. Como sabemos que isso acontece, e talvez seja, por esses princípios terem sido ensinados como regras práticas.

Ao fazer a passagem do termo independente ***+70*** para o segundo membro, o Sujeito 6 T. alterou corretamente a operação, ficando com ***– 70***, no segundo membro, ao continuar a resolução da equação, encontrou o peso negativo, devido à transposição incorreta do termo em ***x***. Porém, aceitou esse resultado, não se dando conta de que o peso não poderia ser negativo. Acreditamos que essa aceitação por parte do Sujeito 6 T. possa se dar devido aos problemas que, às vezes, são trazidos nos livros didáticos. Porém, esse assunto foge da nossa alçada.

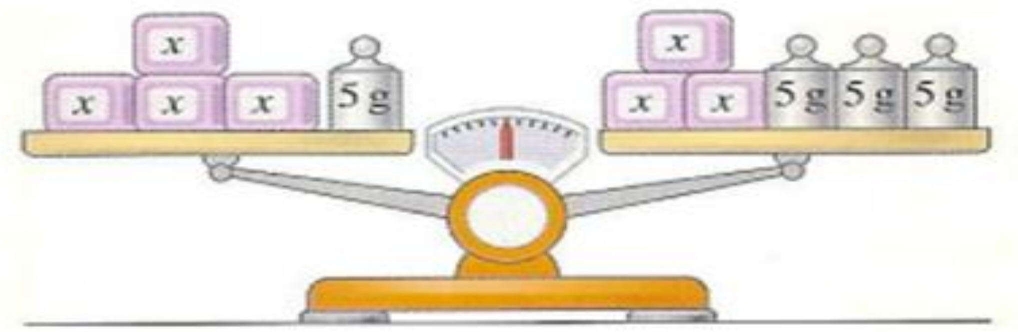
Em relação à natureza do erro podemos dizer que este pode ser considerado, também, como um erro construtivo, pois mesmo que o informante não tenha acertado o sinal correto da resposta, demonstrou ter realizado processos mentais possíveis de levá-lo ao acerto posterior.

A seguir, passamos para a questão 12 do instrumento em análise.

Para finalizar a primeira etapa, foi pedido que os informantes respondessem à questão 12. Segue questão:

Figura 44: Questão 12

12) O esquema abaixo mostra uma balança em equilíbrio.



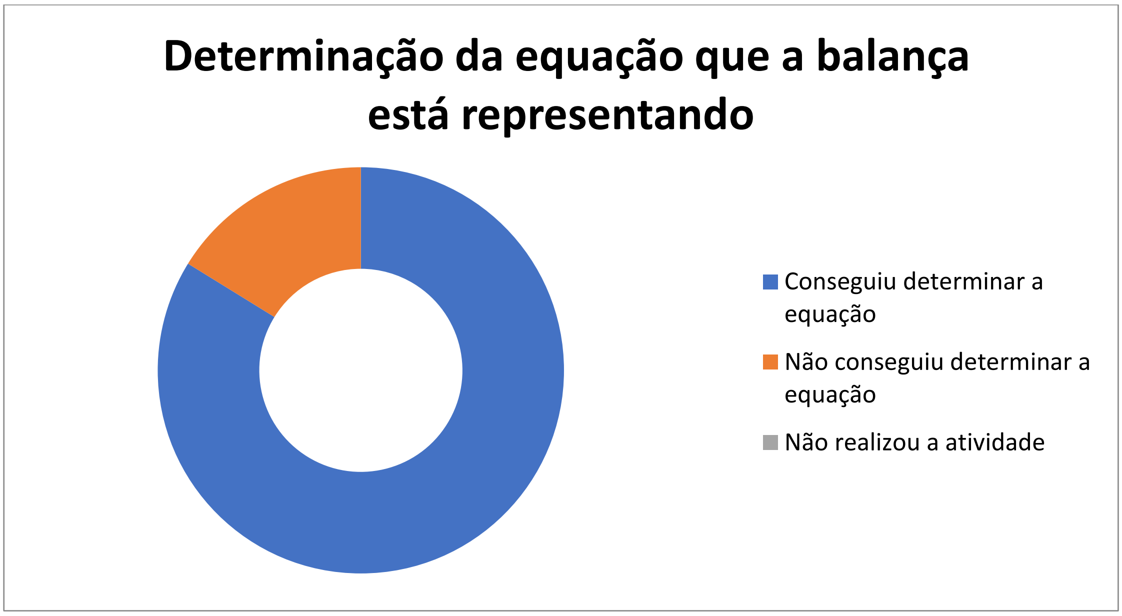
a) Determine a equação que a balança está representando.________________

b) Qual é a massa de cada cubo? $x =$ ______

Fonte: Acervo pessoal.

O gráfico 7, a seguir, ilustra os achados referentes à questão a) da 12.

Figura 45: Gráfico 7 - Determinação da equação que a balança está representando

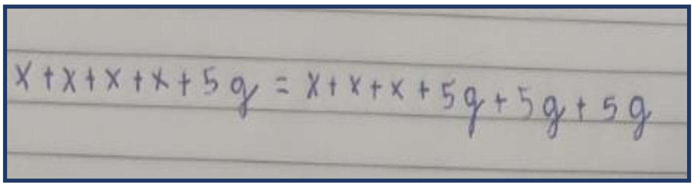


Fonte: Autoria própria.

Analisando os dados referentes à questão 12 verificamos que 5 dos 6 informantes da pesquisa responderam corretamente à questão a) da atividade 12, e apenas 1 deles errou.

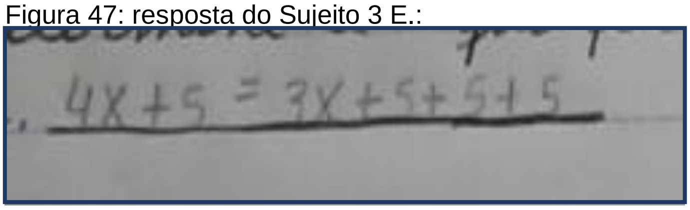
Seguem as respostas do Sujeito 1 A.; do Sujeito 3 E.; do Sujeito 4 G.; do Sujeito 5 N. e do Sujeito 6T. para a letra a, que conseguiram determinar a equação que a balança da questão 12 representa, seguida da resposta Sujeito 2 AL., que não conseguiu acertar o resultado da atividade.

Figura 46: resposta do Sujeito 1 A:



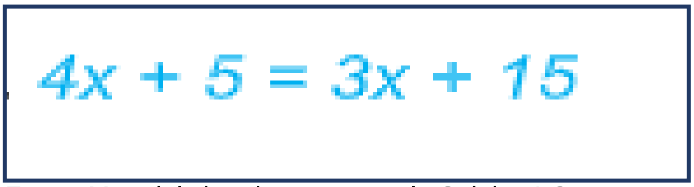
Fonte: Material virtual entregue pelo Sujeito 1 A.

Figura 47: resposta do Sujeito 3 E.:



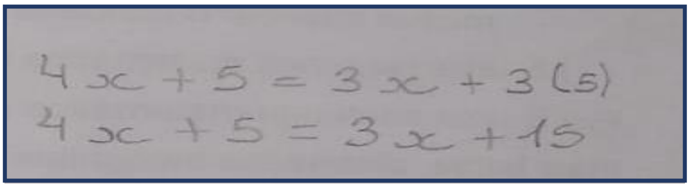
Fonte: Material virtual entregue pelo Sujeito 3 E.

Figura 48: resposta do Sujeito 4 G.:



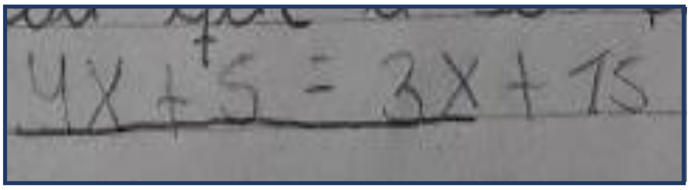
Fonte: Material virtual entregue pelo Sujeito 4 G.

Figura 49: Resposta do Sujeito 5 N.:



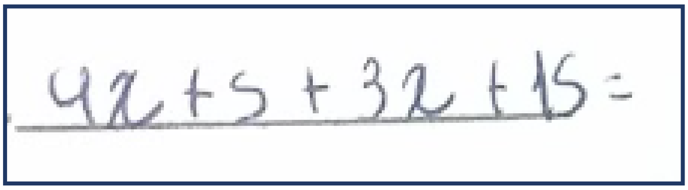
Fonte: Material impresso entregue pelo Sujeito 5 N.

Figura 50: resposta do Sujeito 6 T.:



Fonte: Material virtual entregue pelo Sujeito 6 T

Figura 51: Resposta do Sujeito 2 AL.:



Fonte: Material virtual entregue pelo Sujeito 2 AL.:

Podemos perceber então que, apenas um dos informantes, o Sujeito 2 AL., não soube determinar a equação representada pela balança, parecendo não ter entendimento que em uma equação existem 1º e 2º membro e que, entre eles, deve existir o sinal da igualdade para representar a relação de equivalência que ali existe. Passaremos, a seguir, à descrição e a análise dos dados da questão b) da 12:

Figura 52: Questão b).

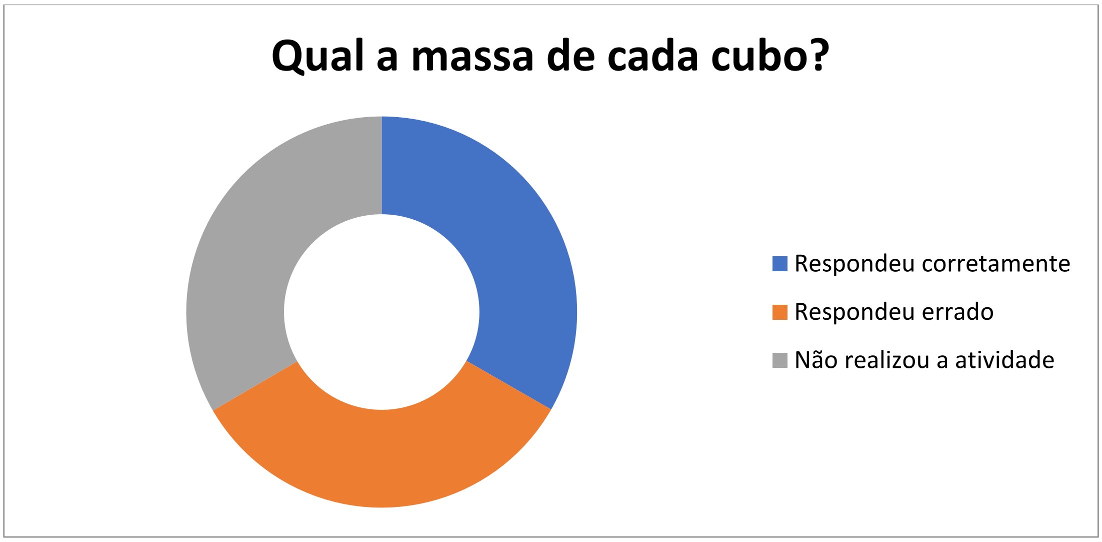
b) Qual é a massa de cada cubo? $x =$ ______

Fonte: Acervo pessoal.

Ao analisar a letra b da questão 12 verificamos que apenas 4 sujeitos de pesquisa, dentre os 6 responderam à questão – o Sujeito 3 E., o Sujeito 4 G., o Sujeito 5N e o Sujeito 6 T.; sendo que apenas 2 dos informantes , o Sujeito 3 E. e o sujeito 5N responderam à questão b) da 12 de forma correta.

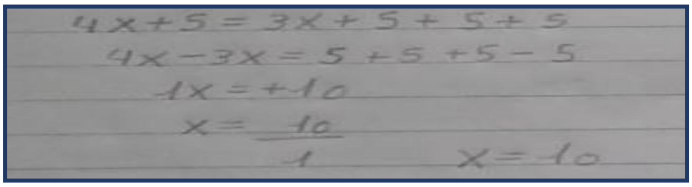
O Gráfico 8, a seguir, traz a representação visual dos achados de pesquisa dessa questão 12 b).

Figura 53: Gráfico 8 - Qual a massa de cada cubo?



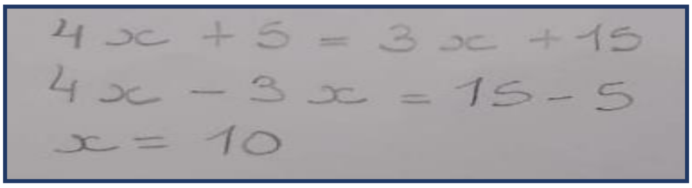
Fonte: Autoria Própria.

Figura 54: Resposta do Sujeito 3 E. correta



Fonte: Material virtual entregue pelo Sujeito 3 E.

Figura 55: Resposta do Sujeito 5 N. correta



Fonte: Material impresso entregue pelo Sujeito N.

Como podemos verificar, o Sujeito 3 E. e o Sujeito 5N. mostram ter desenvolvido, de forma efetiva, o pensamento algébrico para conseguir responder à questão 12 b.

Figura 56: Resposta do Sujeito 4 G. incorreta

b) Qual é a massa de cada cubo? *A massa dos cubos da direita estão no valor de x = 2 ; A massa dos cubos da esquerda estão no valor de x = 4, considerando se a equação for 4x + 5 = 3x + 15.*

Fonte: Material virtual entregue pelo Sujeito 4 G.

Buscando entender como o Sujeito 4 G. pensou para resolver essa questão, entramos em contato com ele pelo WhatsApp.

A seguir trazemos os trechos de tal conversa:

P: Pesquisadora e S: Sujeito

P: Como tu pensou para resolver a letra b?

S: Pensei no valor dos cubos para multiplicar pelo número antes do x e somar com o outro.
Assim: 3 vezes 2 mais 15 = 21 e 4 vezes 4 mais 5 = 21
Não fiz o cálculo da equação antes, só pensei em uma maneira que a balança ficaria equilibrada.

Percebemos com a conversa via WhatsApp que o aluno não entende a diferença entre variável e incógnita. Este tipo de erro, de dificuldade, é caracterizado no trabalho de Kieran (1985), como "Não respeitar a convenção de que várias ocorrências da mesma incógnita representam o mesmo número."

Figura 57: Resposta do Sujeito 6 T. incorreta

está representada $4X + 5 = 3X + 15$
$4X - 3X = 5 - 15$
$1 = 10$

Fonte: Material virtual entregue pelo Sujeito 6 T.

Neste caso, o Sujeito 6 T. parece não notar a diferença entre: - 5 e 5 -, além de no final encontrar como resposta que 1 = 10. Porém, achamos necessário conversar com este informante, para tentar esclarecer o que aconteceu de fato no momento da realização da atividade.

Seguem os trechos da conversa que tivemos com o Sujeito 6 T. via WhatsApp.

P: Pesquisadora e S: Sujeito

P: Como tu fez para resolver está equação?

S: Eu separei os que tinha x, botei o igual e aí botei 5 – 15

P: Mas por que tu colocou -15?

S: Eu lembro que é assim.

P: Assim como?

S: Quando muda de lado troca o sinal, a, eu me enganei na ordem era para ser -5 + 15.

P: E então tu encontraste como resposta final, 1 = 10?

S: Não kkk, x = 10 eu esqueci de colocar o x.

Percebemos, então, que quando o Sujeito 6 T. diz: "*Eu lembro que é assim. Quando muda de lado troca o sinal...*" este utiliza o princípio aditivo da igualdade como regra prática, e utiliza as regras práticas da transposição de termos, sem ter entendimento que essas se dão devido aos princípios aditivos e multiplicativos da igualdade, acarretando a resolução de exercícios de forma mecânica e podendo ter como consequência esses tipos de erros comumente apresentados pelos alunos em sala de aula.

Este mesmo informante mostra também não perceber o sinal negativo como pertencente ao número, quando ao fazer a transposição do termo + 5 do primeiro membro para o segundo ele escreve $5\ -$, ou seja, ele coloca o sinal que representa o número inteiro negativo (-5), depois do número. Tal situação revela que não está bem desenvolvido o conceito de número negativo para o Sujeito 6 T. resolvendo a adição nos inteiros de + 5 – 15 como igual a 10.

6.1.3 Considerações gerais sobre o Questionário Inicial (Instrumento 1):

Analisando globalmente os dados relativos à parte de cálculos do Questionário inicial (Instrumento 1) constatamos que, em sua maioria, os sujeitos pesquisados conseguem estabelecer relações e traduzem corretamente as representações dadas para a linguagem algébrica.

Uma parte dos sujeitos, porém, embora demonstre ter desenvolvido o pensamento algébrico ainda não consegue expressá-lo efetivamente através de equações matemáticas possuindo algumas dificuldades em transformar uma imagem proposta através de problemas em uma equação.

Em relação aos erros apresentados verificamos que estes são, em sua maioria, erros construtivos, uma vez que revelam que os sujeitos estão pensando sobre as questões propostas e buscando equacioná-las, seguindo uma linha bem definida de raciocínio, somente ainda lhes faltando alguns conceitos básicos para chegar ao acerto, tais como presença da igualdade na equação do primeiro grau e presença de incógnitas.

Percebemos que os informantes, de modo geral, reconhecem a definição do conceito de equação e identificam a sua estrutura, mas parecem não ter tais aprendizagens plenamente alicerçadas em sua zona de desenvolvimento real.

Na próxima seção analisaremos o Instrumento 2 – denominado de Instrumento Piloto (IP) contendo 6 equações do 1º grau com uma incógnita.

6.2 Instrumento Piloto - (Instrumento 2)

Na segunda etapa da análise dos instrumentos de coleta de dados entregamos aos sujeitos um instrumento denominado de Instrumento Piloto, contendo 6 equações do 1º grau com uma incógnita, para a partir deste instrumento podermos fazer a categorização dos erros encontrados.

Cabe salientar, no entanto, que o acertar, o errar, o fazer parcialmente e o não fazer tais equações nos deram caminhos a percorrer para pensarmos sobre aquilo que os informantes sabem e o que não sabem, assim como os principais erros cometidos pelos sujeitos nos deram pistas de como proceder para organizar nosso produto educacional.

As equações utilizadas no Instrumento Piloto foram escolhidas de modo aleatório, dentre o grupo de exercícios comumente utilizados em sala de aula e que os sujeitos de pesquisa demonstravam apresentar dificuldades de resolução. As equações escolhidas para montar o corpo deste IP foram as seguintes:

Figura 58: Equações do Instrumento Piloto (Instrumento 2)

a) $x + 7 = 20$

b) $x - 14 = -10$

c) $3x = 35 - 2x$

d) $3(x+2) = 2x + 10$

e) $-8x + 7 = -10x + 17$

f) $\frac{x}{3} - \frac{7}{8} = \frac{x}{4} - 1$

Fonte: Acervo pessoal.

A partir das respostas dos alunos, alicerçados em Cury e Ribeiro (2011), elencamos 4 categorias, a saber:

1. Respostas corretas;
2. Resposta parcialmente correta;
3. Conclusão incorreta;
4. Ausência de resposta;

Consideramos como corretas, aquelas respostas em que os alunos não cometeram erros no decorrer do processo e encontraram a raiz da equação.

Resposta parcialmente correta, aquelas em que os alunos chegaram à resposta considerada correta, mas cometeram erros no decorrer do processo.

Conclusão incorreta, aquelas em que o aluno não termina o cálculo.

Ausência de resposta, quando o aluno nem inicia a resolução.

Para exemplificar cada categoria, apresentamos algumas resoluções:

Figura 59: Categoria 1 – Respostas corretas

$$3x + 6 = 2x + 10$$
$$3x - 2x = 10 - 6$$
$$X = 4$$

Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

No caso acima de exemplo de categorização, os valores encontrados para a incógnita são raiz da equação dada.

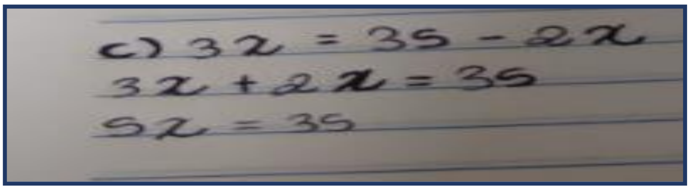
Figura 60: Categoria 2 – Respostas parcialmente corretas

$$3x + 6 = 2x + 10$$
$$3x - 2x = 6 - 10$$
$$1x = 4 \qquad x = 4$$

Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

Neste exemplo de categorização, o informante faz a "***passagem***" do termo em "***x***" do segundo para o primeiro membro de forma correta, porém ao fazer a passagem do termo ***+6*** para o segundo membro, alterou a operação do termo que já estava no segundo membro e mostrando com isso que não utilizou o princípio aditivo da igualdade para resolver a equação.

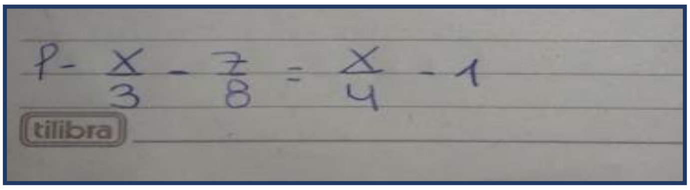
Figura 61: Categoria 3 - Conclusão incorreta



Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

No caso da categorização como sendo uma conclusão incorreta vemos o informante não encontrando o valor da incógnita, ou seja, não concluindo a resolução da mesma.

Figura 62: Categoria 4 - Ausência de resposta



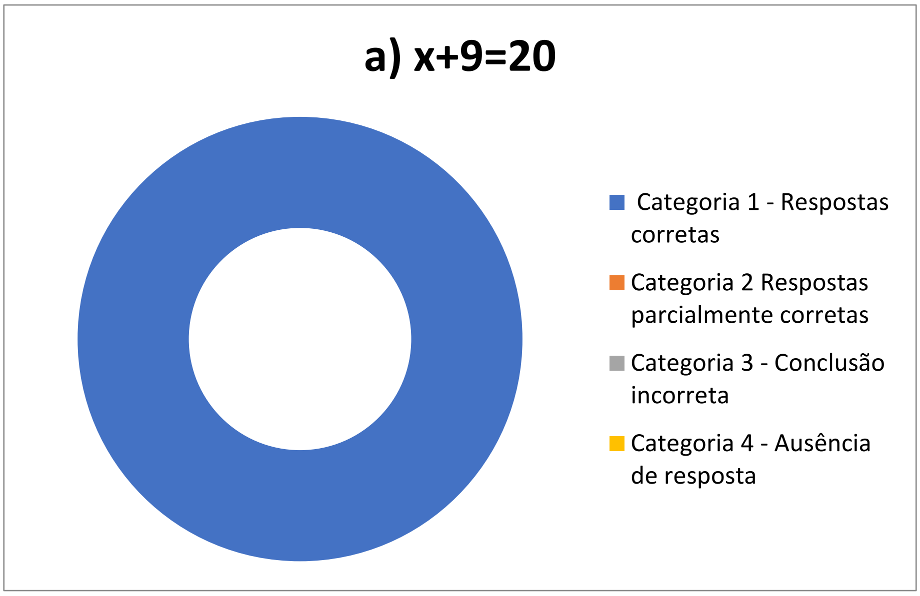
Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

Finalmente, para exemplificarmos a Categoria 4 – Ausência de resposta, trazemos a resposta de um informante que optou por deixar em branco a questão e indicando, assim, não saber como iniciar a resolver uma equação, quando nesta os números racionais se fazem presentes. Acreditamos, então, que tal sujeito possui dificuldade em trabalhar com números racionais, não sabendo como encontrar frações equivalentes para poder dar início a resolução da equação.

Apresentado o Instrumento Piloto (Instrumento 2), suas especificidades e as categorias de análise que surgiram a partir das respostas dadas ao mesmo, e seguindo a categorização de Cury e Ribeiro (2011), passamos à descrição e a análise dos dados coletados com tal instrumento, focando pela questão das categorias levantadas.

Desse modo, os Gráficos 9, 10, 11, 12, 13 e 14 a seguir, apresentam visualmente os erros e os acertos encontrados no Instrumento Piloto (Instrumento 2), relativamente às questões de a) até f) do instrumento analisado.

Figura 63: Gráfico 9: a) x+9=20



Fonte: Autoria própria.

Como é possível verificar, em relação à equação a) do Instrumento Piloto (Instrumento 2), todos os informantes apresentaram respostas corretas para tal equação, ou seja, os 6 informantes tiveram respostas que se encaixaram na Categoria 1 – Respostas corretas.

A seguir, apresentamos como forma de exemplificação uma das respostas corretas dadas por um dos sujeitos de pesquisa.

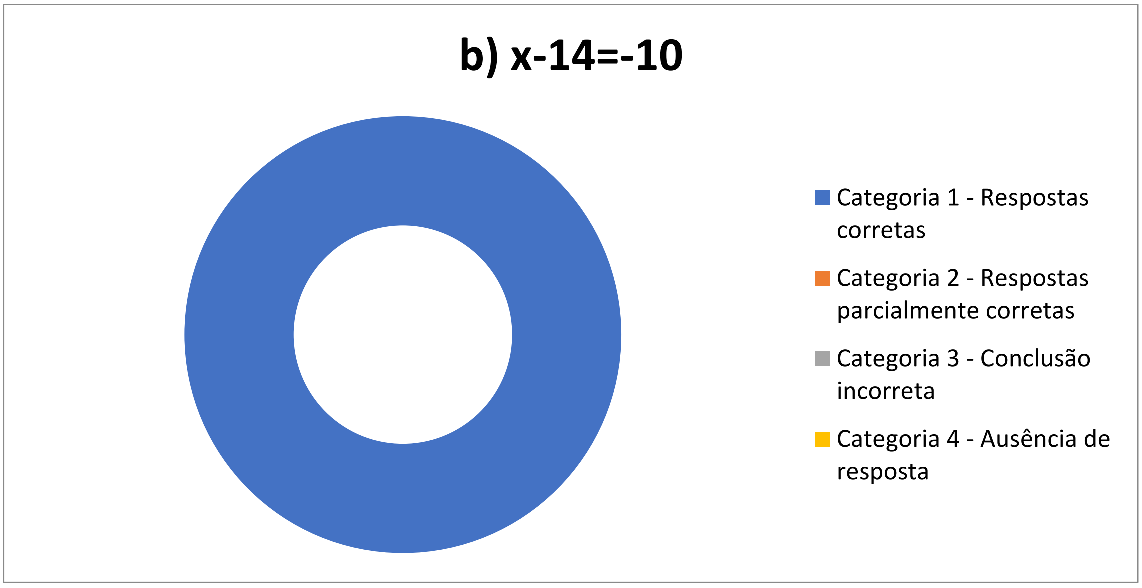
Figura 64: Resposta correta dada pelo Sujeito 4 G.

$$3x + 6 = 2x + 10$$
$$3x - 2x = 10 - 6$$
$$X = 4$$

Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

Os valores encontrados para a incógnita são raiz da equação dada.

Figura 65: Gráfico 10: b) $x - 14 = -10$

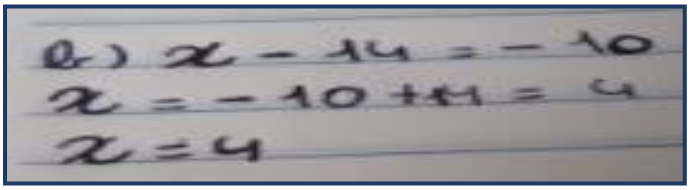


Fonte: Autoria própria.

Como é possível verificar, em relação à equação b), do Instrumento Piloto (Instrumento 2), todos os informantes apresentaram respostas corretas para tal equação, ou seja, os 6 informantes tiveram respostas para a equação b) que se encaixaram na Categoria 1 – Respostas corretas.

A seguir, apresentamos como forma de exemplificação uma das respostas corretas, dadas por um dos sujeitos de pesquisa, para a equação presente em b).

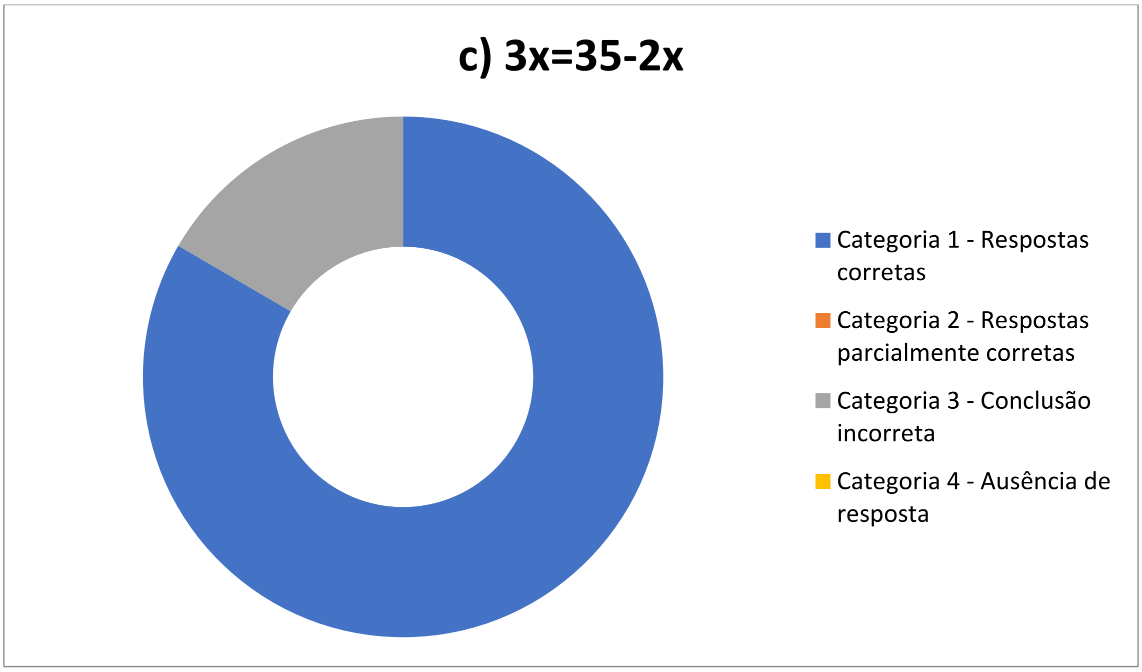
Figura 66: Resposta correta do Sujeito 2 AL.



Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

No seguimento, trazemos o Gráfico 11, responsável por apresentar visualmente os achados de pesquisa da questão c) do Instrumento Piloto (Instrumento 2).

Figura 67: Gráfico 11: c) $3x = 35 - 2x$

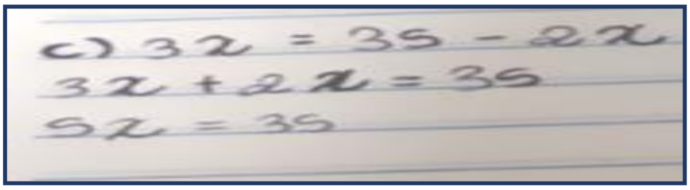


Fonte: Autoria própria.

Podemos verificar que, ao contrário das questões a) e b), que não apresentaram outras categorias a não ser a primeira, já na c) tivemos um dos sujeitos de pesquisa, dentre os 6 participantes, que não conseguiu chegar à resposta considerada gabarito, tendo 5 conseguido responder corretamente. Neste caso, a resposta de tal sujeito foi categorizada como sendo uma conclusão incorreta.

A seguir trazemos tal resposta, do Sujeito 2 AL. para apreciação. Logo após, trazemos a resposta do Sujeito 3 E., correta, como exemplificação das respostas corretas dadas por este e pelos demais sujeitos da pesquisa à questão c).

Figura 68: Resposta incorreta do Sujeito 2 AL.



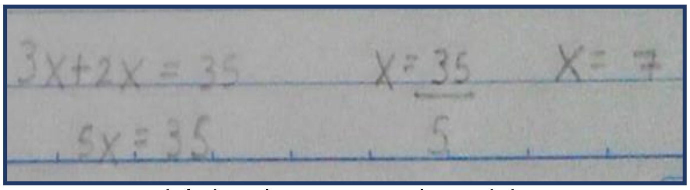
Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

Analisando o desenvolvimento da questão c) do Sujeito 2 AL. podemos verificar que o erro cometido se deu porque o informante não terminou o cálculo.

O informante em questão não encontrou o valor de x, ou seja, não concluiu a resolução. Não sabemos se o informante simplesmente não se deu conta de que faltava ainda uma etapa para finalizar a equação ou se ele assim procedeu para 'se livrar' do cálculo.

De qualquer forma, tal resposta parcialmente correta, em nossa percepção é um exemplo de erro construtivo, uma vez que o sujeito de pesquisa demonstrou saber desenvolver a equação, errando apenas porque deixou de proceder a divisão que daria o valor de ***x***.

Figura 69: Resposta correta do Sujeito 3 E**.**

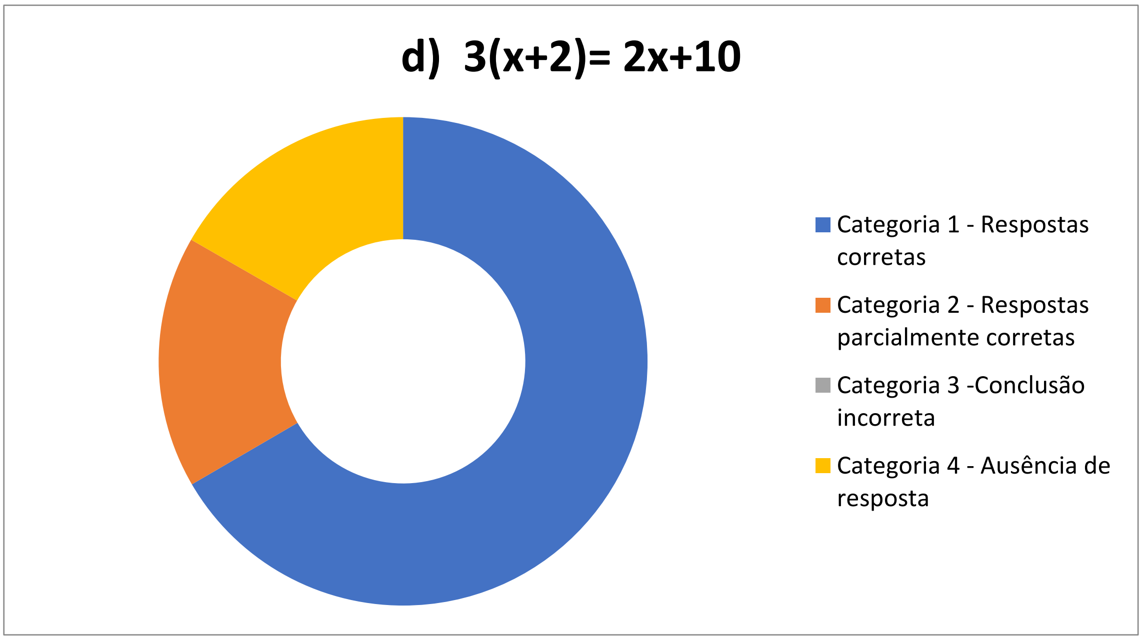


Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos.

Como vimos acima, o Sujeito 3 E., assim como os outros 4 informantes que acertaram a questão c), demonstrou domínio das etapas de resolução da equação de modo efetivo.

A seguir apresentamos o Gráfico 12, relativo ao resultado da análise dos dados dos sujeitos da pesquisa , em relação aos dados da questão d).

Figura 70: Gráfico 12: d) 3(x+2)=2x+10



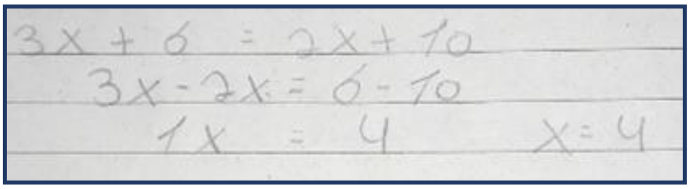
Fonte: Autoria própria.

Analisando as respostas dadas à questão d) do Instrumento Piloto tivemos a oportunidade de verificar que dos 6 informantes envolvidos na pesquisa, 4 deles responderam corretamente à questão, tendo suas respostas sido colocadas na Categoria 1. Foram eles: o Sujeito 2 AL.; o Sujeito 3 E.; o Sujeito 4 G e o Sujeito 5 N.

O Sujeito 1 A. não respondeu à questão d), tendo sua resposta sido colocada na Categoria 4 e o Sujeito 6 T. respondeu à questão parcialmente, tendo sido sua resposta categorizada na Categoria 2.

Não houve, para a questão d), respostas colocadas na Categoria 3. Os exemplos de respostas dadas para esta questão, pelos informantes, podem ser verificados a seguir.

Figura 71: resposta parcialmente correta do Sujeito 6 T

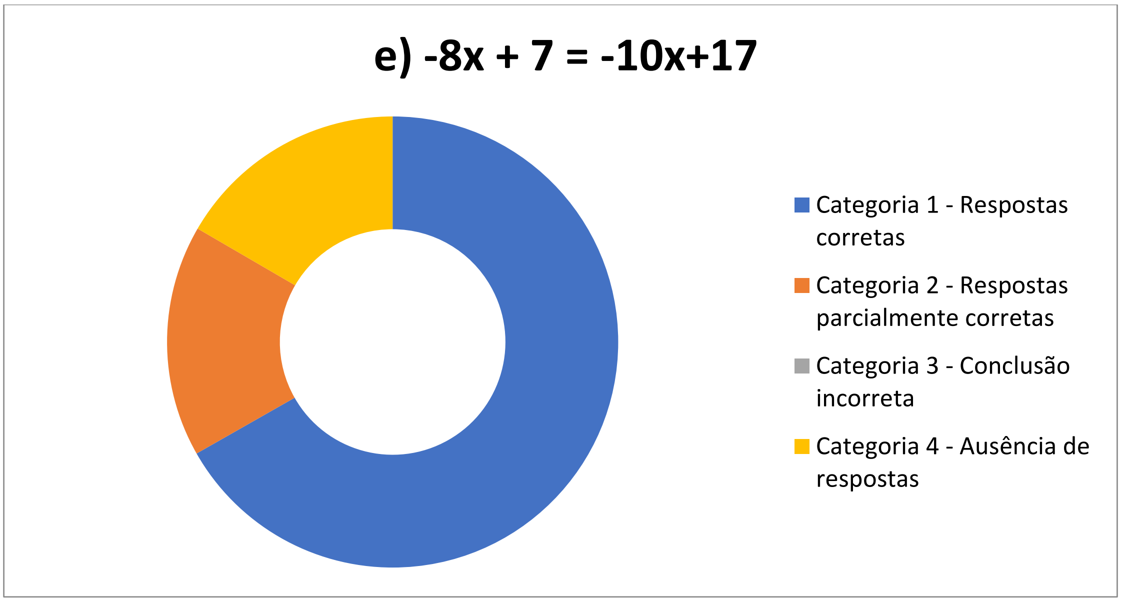


Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

Como podemos ver, o Sujeito 6 T. faz a “passagem” do termo em “***x***” do segundo para o primeiro membro de forma correta, porém ao fazer a passagem do termo ***+6*** para o segundo membro, alterou a operação do termo que já estava no segundo membro e mostrando, assim, que não utilizou o princípio aditivo da igualdade, para resolver a equação.

Na sequência, trazemos o Gráfico 13 com os resultados das respostas dos informantes já categorizadas para a equação e).

Figura 72: Gráfico 13 e) $-8x + 7 = -10x + 17$



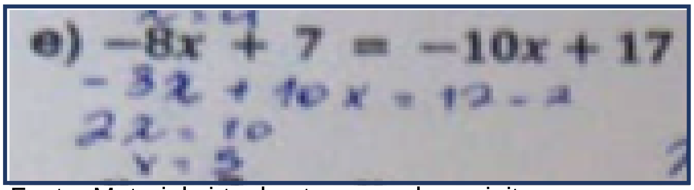
Fonte: Autoria própria.

Em relação à análise dos dados do Instrumento Piloto (Instrumento 2), especificamente em relação à equação e) obtivemos 04 respostas que se encaixaram na Categoria 1 – Respostas corretas. Os Sujeitos que chegaram à resposta correta foram os seguintes: Sujeito 2 AL, Sujeito 3 E., Sujeito 4 G. e Sujeito 5 N.

Além disso, tivemos também 01 ausência de resposta, computada na Categoria 4, verificada no material do Sujeito 1 A. e 01 resposta parcialmente correta, computada na Categoria 2, do Sujeito 6 T.

A seguir trazemos, a título de exemplificação, uma das respostas corretas da questão e), dada pelo Sujeito 2 AL.

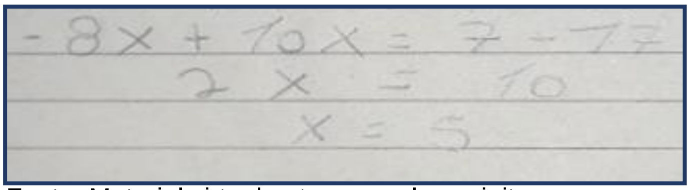
Figura 73: Resposta correta do Sujeito AL.



Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

A seguir, trazemos a resposta do Sujeito 6 T, categorizada como parcialmente correta.

Figura 74: Resposta parcialmente correta do Sujeito 6 T.

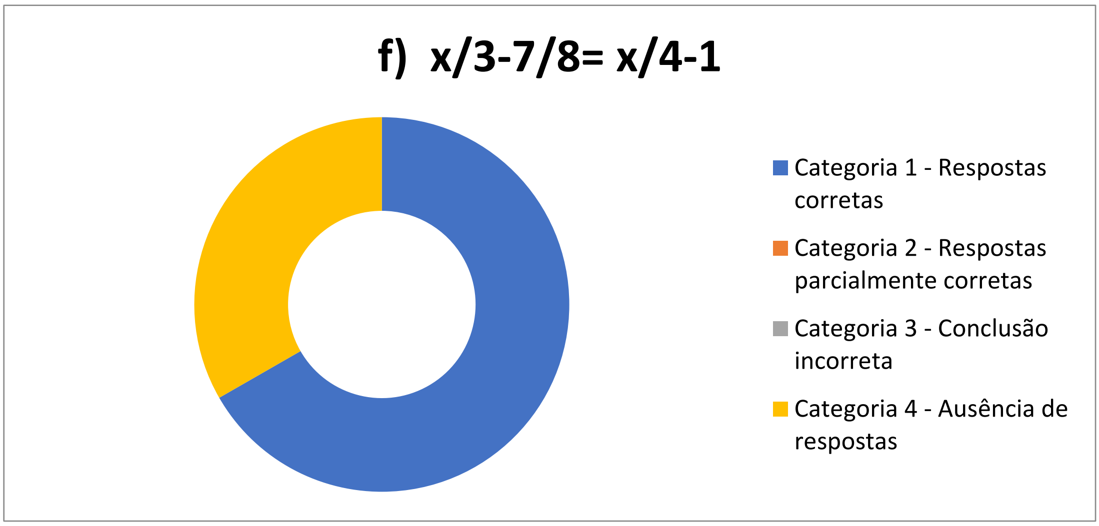


Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

Novamente o Sujeito 6T. faz a “***passagem***” do termo em “***x***” do segundo para o primeiro membro de forma correta, porém ao fazer a passagem do termo ***+7*** para o segundo membro, alterou a operação do termo que já estava no segundo membro. Após ao realizar a adição ***+7 -17*** encontrou como resultado ***+10***. Mostrando assim que não utilizou o princípio aditivo da igualdade, para resolver a equação e também que não está bem sedimentado os conceitos relacionados a operação de adição no conjunto dos números inteiros.

Na sequência, apresentamos o Gráfico 14, que traz a representação visual dos achados de pesquisa da questão f), do Instrumento Piloto (Instrumento 2).

Figura 75: Gráfico 14: f) $\frac{x}{3} - \frac{7}{8} = \frac{x}{4} - 1$

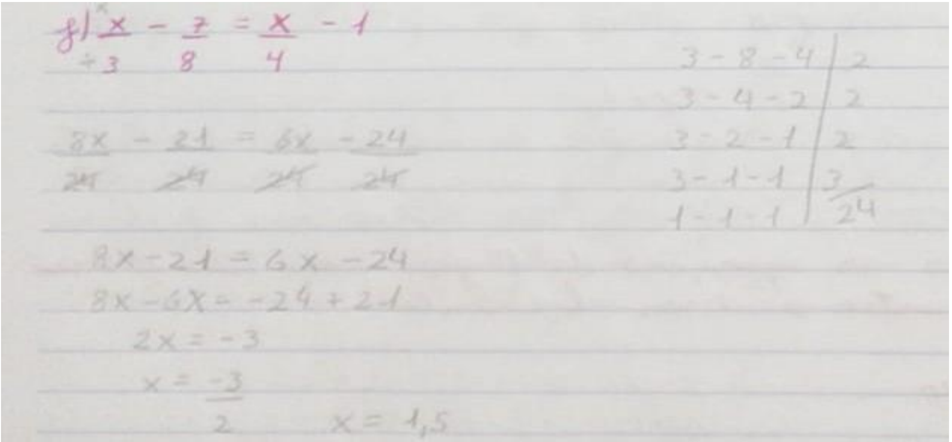


Fonte: Autoria própria.

Como tivemos a oportunidade de verificar, a partir do Gráfico 14 acima, constatamos que das respostas dadas pelos informantes da pesquisa para a questão f), analisada, 04 dos sujeitos apresentaram respostas que se encaixaram na Categoria 1 – Respostas corretas. Foram eles os seguintes informantes: Sujeito 2 AL, Sujeito 3 E., Sujeito 4 G e Sujeito 5 N.

A seguir trazemos, a título de exemplificação, uma das respostas corretas da questão f), dada pelo Sujeito 3 E.

Figura 76: Resposta do Sujeito 3 E.



Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos.

Em relação às respostas dadas por estes 4 sujeitos de pesquisa verificamos que os informantes mostraram ter entendimento claro ao trabalhar com os números racionais, dentro de uma equação.

Além disso, outros dois sujeitos de pesquisa deixaram a questão f) sem resposta, foram eles: Sujeito 1 A. e Sujeito 6 T.

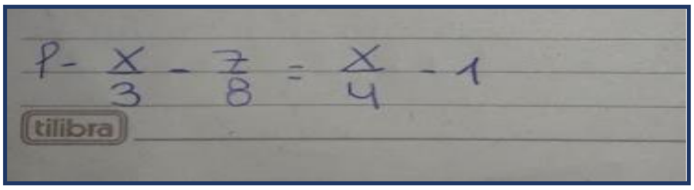
O Sujeito 1 A. participou da pesquisa até a aplicação do Instrumento Piloto, letra c). Após, não enviou mais nada para análise.

Já o Sujeito 6 T. seguiu realizando as atividades da pesquisa e possivelmente não tenha realizado a questão f) por ter dificuldade em trabalhar com os números racionais.

Sendo assim, acreditamos que o informante optou por deixar em branco tal questão por não saber como iniciar a resolver uma equação, quando nesta os números racionais se fazem presentes. Acreditamos, então, que este aluno possui dificuldade em trabalhar com números racionais, não sabendo como encontrar frações equivalentes para poder dar início a resolução da equação.

Exemplificaremos, a seguir, a resposta sem desenvolvimento algum, do Sujeito 6 T.

Figura 77: Questão sem desenvolvimento do Sujeito 6T.



Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos.

6.2.1 Considerações gerais sobre o Instrumento Piloto (Instrumento 2):

Como dissemos anteriormente, o intuito da aplicação do Instrumento Piloto (Instrumento 2) foi a de identificar os principais tipos de erros cometidos pelos estudantes, ao resolverem equações do 1º grau com uma incógnita.

Sendo assim, após analisar os dados coletados com tal instrumento verificamos que, na letra a), os sujeitos mostraram trabalhar com facilidade, visto que a incógnita se apresenta no lado esquerdo da igualdade e os coeficientes da equação são todos positivos.

Na letra b) também podemos observar que os sujeitos de pesquisa não apresentaram dificuldades em trabalhar com coeficientes negativos, em ambos os membros da equação, utilizando o procedimento da transposição de termos para resolver a equação.

Na letra c) podemos perceber que embora a incógnita apareça nos dois membros da equação, os informantes preferem trabalhar com ela do lado esquerdo. Ainda nesta equação, um dos informantes não encontrou o valor da incógnita x, ou seja, não concluiu a resolução da equação, mostrando assim, que não costuma fazer a validação da resposta encontrada.

A partir da letra d) como já mencionamos anteriormente, o Sujeito 1 A., não enviou mais nada da pesquisa. Não conseguimos contato com ele, para saber o motivo de não estar mais participando da pesquisa.

Assim, tivemos nesta questão: a ausência de resposta deste sujeito, 4 respostas corretas, nas quais podemos perceber que os alunos não tiveram problemas para trabalhar com uma equação, em que aparece sinal de associação, pois aplicaram a propriedade distributiva de forma correta. E, uma resposta, parcialmente correta, pois o sujeito encontrou a resposta considerada correta, mas cometeu erros no desenvolvimento da questão, quando fez a "***passagem***" do termo ***+6*** para o segundo membro, alterou a operação do termo que já estava no segundo membro. E a partir daí, resolve a adição ***+6 -10*** encontrando como resultado ***+ 4***, mostrando assim que não utilizou o princípio aditivo da igualdade, para resolver a equação, e também que não tem clareza nas operações com números inteiros.

Na letra e) o mesmo sujeito que acertou parcialmente a questão anterior, cometeu o mesmo erro no desenvolvimento desta também, porém, novamente, na resposta final, encontrou a raiz da equação.

Acreditamos que se este informante utilizasse as propriedades da igualdade para resolver uma equação, este tipo de erro não aconteceria, ou, pelo menos não com tanta frequência. Outra hipótese que pensamos é que este informante pode não perceber a diferença de representação, quando trabalha com números negativos, pois onde deveria escrever ***"-7***", este escreve "***7 –***". Os outros sujeitos responderam corretamente, mostrando não ter dificuldades em operar com a incógnita, em ambos os membros.

Na letra f) podemos perceber que apenas um dos informantes mostrou não saber nem como iniciar a resolução da equação. Acreditamos que tenha sido por esta apresentar como coeficientes, de alguns dos termos, números racionais.

A seguir, passamos à descrição e a análise do Teste Complementar (Instrumento 3).

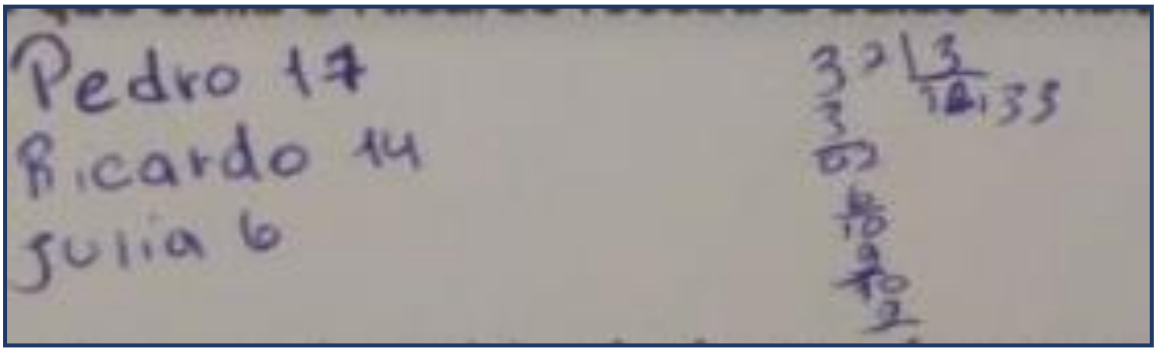
6.3. Descrição e análise do Teste Complementar (Instrumento 3)

O terceiro instrumento de coleta de dados a ser descrito e analisado foi uma atividade contendo três problemas de estrutura algébrica, para ver quais características do pensamento algébrico se faziam presentes, no desenvolver da resolução. A partir desta etapa não tivemos mais o retorno do Sujeito 1 A.

Segue o problema 1 do Teste Complementar (Instrumento 3), adaptado de Almeida (2016):

- Júlia, Pedro e Ricardo vão repartir 37 balas, de modo que Pedro receba 5 balas a mais que Júlia e Ricardo receba 2 balas a mais que Júlia. Quantas balas receberá cada um?

Figura 78: Resposta do Sujeito 2 AL.



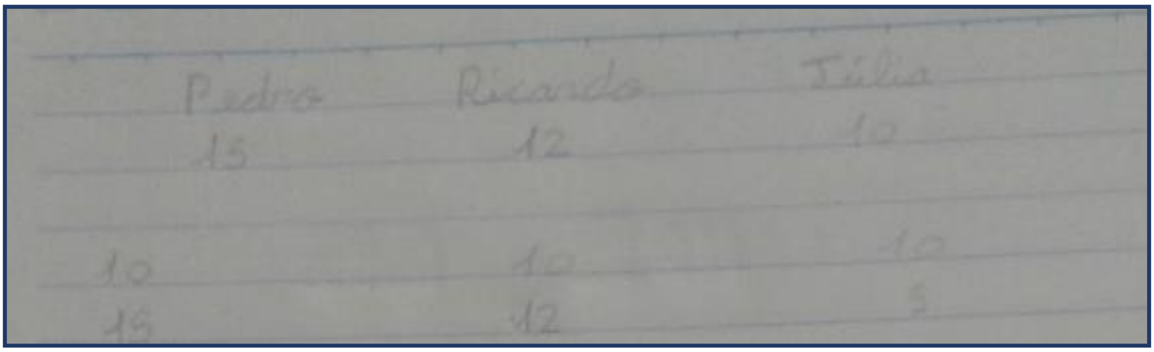
Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

Como podemos observar acima, o Sujeito 2 AL. não respeitou as relações estabelecidas no problema e não fez o uso da equação de 1º grau para auxiliar no processo de resolução.

Tal informante realizou uma divisão, buscando ter um número aproximado de balas, que cada um receberia. Porém, descartou esse resultado e apenas se preocupou em distribuí-las entre os três, de maneira que a quantidade total de balas final, tivesse como resultado 37.

Passemos à resposta do Sujeito 3 E. e do Sujeito 4 G., bastante próximas:

Figura 79: Resposta do Sujeito 3 E.:



Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

Figura 80: Resposta do Sujeito 4 G.:

$5 + 2 = 7 \quad 37 - 7 = 30 \quad 30 : 3 = 10 \quad 10 + 5 = 15 \quad 10 + 2 = 12$

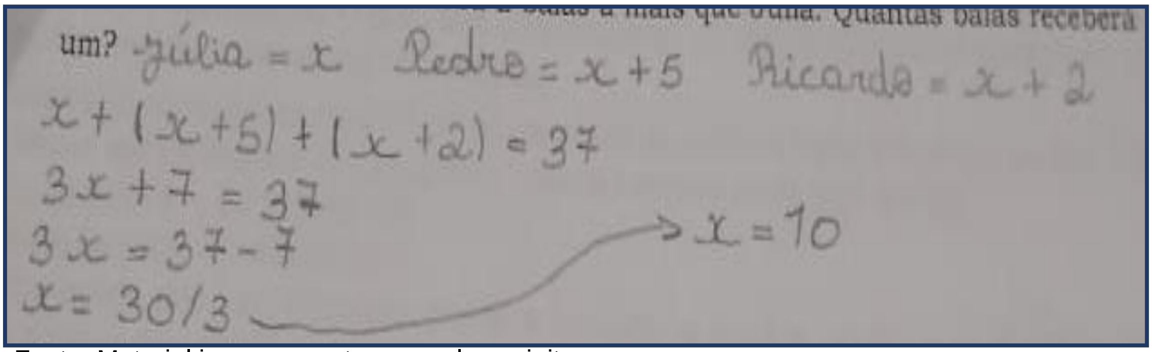
Pedro = 15 Júlia = 10 Ricardo = 12

Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

Muito embora o Sujeito 3 E. e o Sujeito 4 G. não tenham utilizado a linguagem algébrica, em suas escritas, essa parece estar presente, especialmente devido às relações estabelecidas pelos informantes para a resolução do problema, que seguiram a proposição dada.

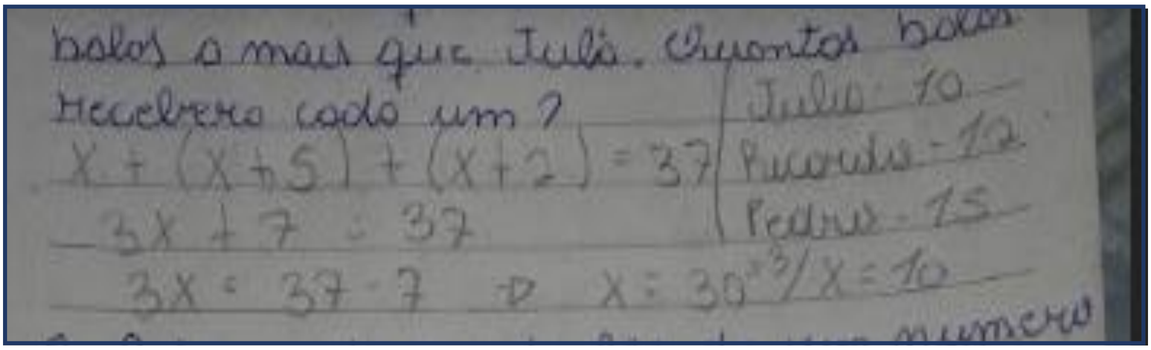
Passemos, pois, às respostas do Sujeito 5 N. e do Sujeito 6 T.

Figura 81: Resposta do Sujeito 5N.



Fonte: Material impresso entregue pelos sujeitos

Figura 82: Resposta do Sujeito 6 T.



Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

Podemos perceber que ambos os sujeitos - Sujeito 5 N. e Sujeito 6 T. conseguiram representar perfeitamente, utilizando a linguagem algébrica, o problema apresentado em linguagem natural.

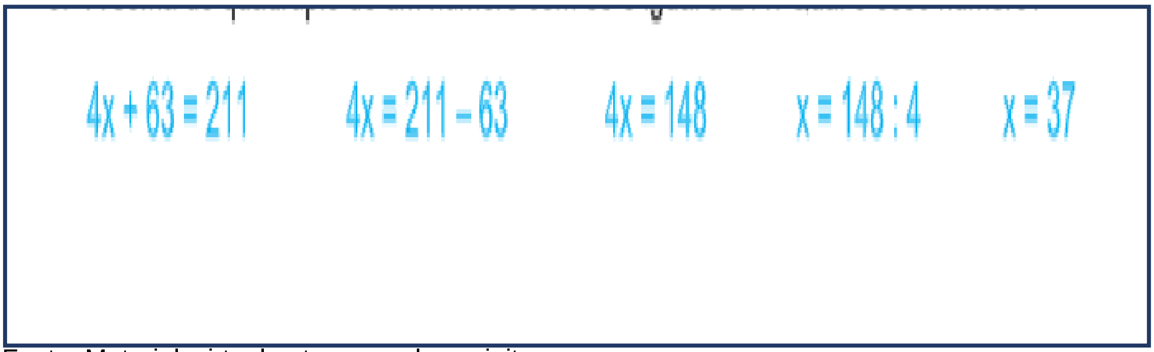
Tais informantes mostram estarem presentes, nesse processo, algumas das cinco características reveladoras do pensamento algébrico apresentadas por Almeida e Santos (2017), que são: estabelecer relações, generalizar, modelar, operar com o desconhecido e construir significado.

Ainda de acordo com esses autores, “a característica central do pensamento algébrico é imprescindível, isto é, um sujeito só está pensando algebricamente se conseguir estabelecer relações, enquanto que as demais vão surgindo com o tempo”. (2017, p.25)

Apresentamos agora, o problema 2 do Teste Complementar (Instrumento 3):

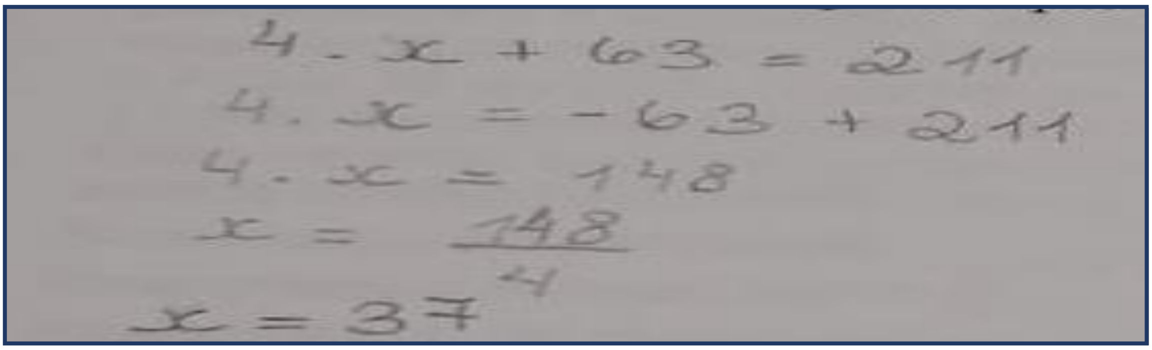
- A soma do quádruplo de um número com 63 é igual a 211. Qual é esse número?

Figura 83: Resposta do Sujeito 4 G.



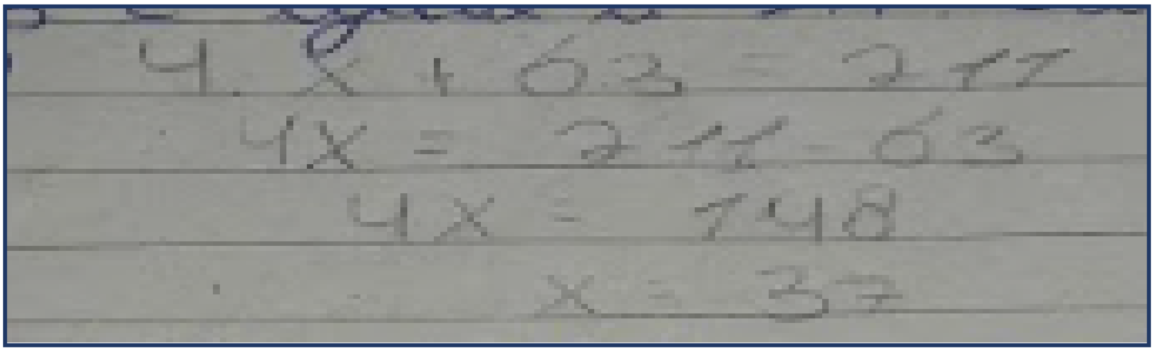
Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

Figura 84: Resposta do Sujeito 5 N.



Fonte: Material impresso entregue pelos sujeitos

Figura 85: Resposta do Sujeito 6 T.

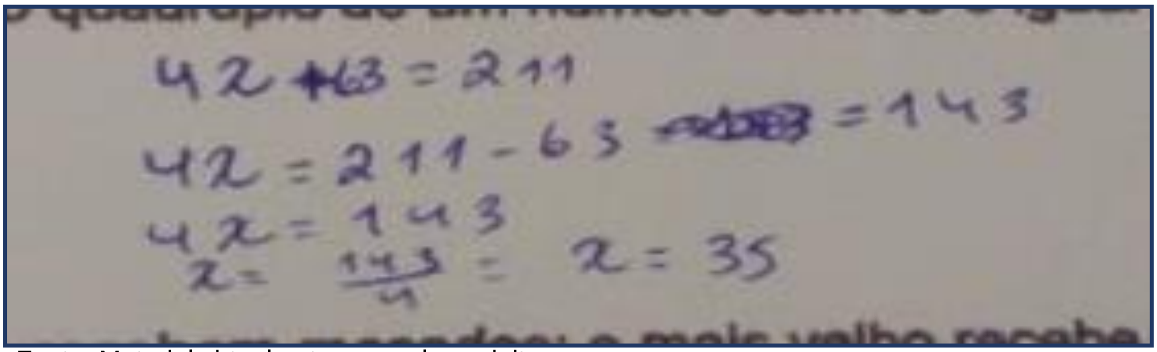


Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

Os três informantes – 4, 5 e 6, acima mencionados souberam transcrever corretamente o enunciado do exercício em linguagem natural para a linguagem algébrica e resolveram corretamente o problema, mostrando assim, estar presente durante a resolução algumas das características do pensamento algébrico, mencionadas por Almeida e Santos (2017).

Trazemos, a seguir, a resposta ao Problema 2 do Sujeito 2 AL.

Figura 86: Resposta do Sujeito 2 AL:

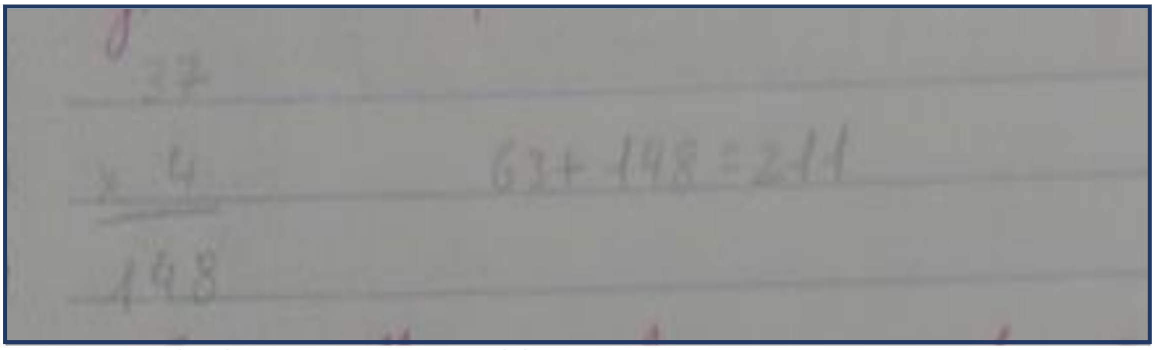


Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

Já o Sujeito 2 AL. não chegou à resposta correta, devido a um erro de cálculo aritmético. Ao subtrair 63 de 211, o informante encontrou como resultado 143 ao invés de 148, e ainda, ao fazer a divisão de 143 por 4, encontrou como resposta 35. Acreditamos que esse tipo de erro seria facilmente dirimido se o aluno tivesse validado o resultado. Porém, parece que esse artifício não costuma ser utilizado.

Passemos, finalmente, à resposta do Sujeito 3 E.

Figura 87: Resposta do Sujeito 3 E:



Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

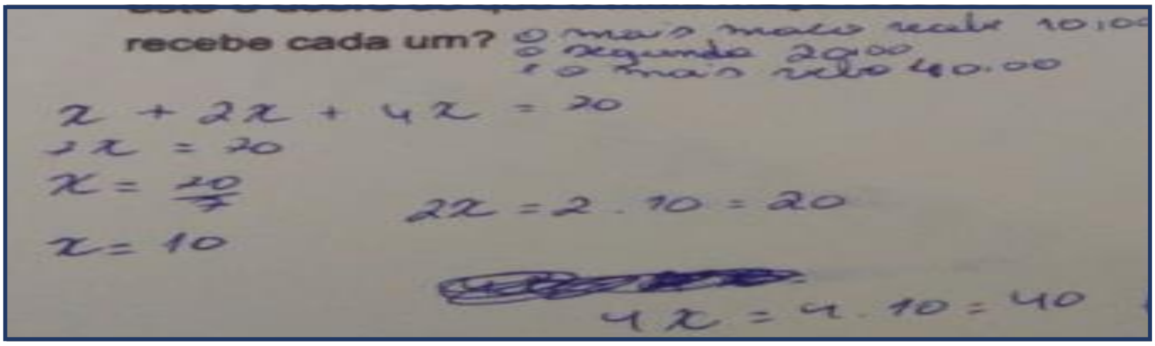
Como podemos observar, o Sujeito 3 E. resolveu este problema, fazendo estimativa de cálculo. Após, buscou validar o resultado.

Na sequência apresentamos as respostas dos informantes relativamente ao Problema 3 do Teste Complementar (Instrumento 3):

- Três filhos recebem mesadas; o mais velho recebe o dobro do que o segundo recebe, e este o dobro do que o mais moço recebe. Sendo o total da mesada de R$70,00, quanto recebe cada um?

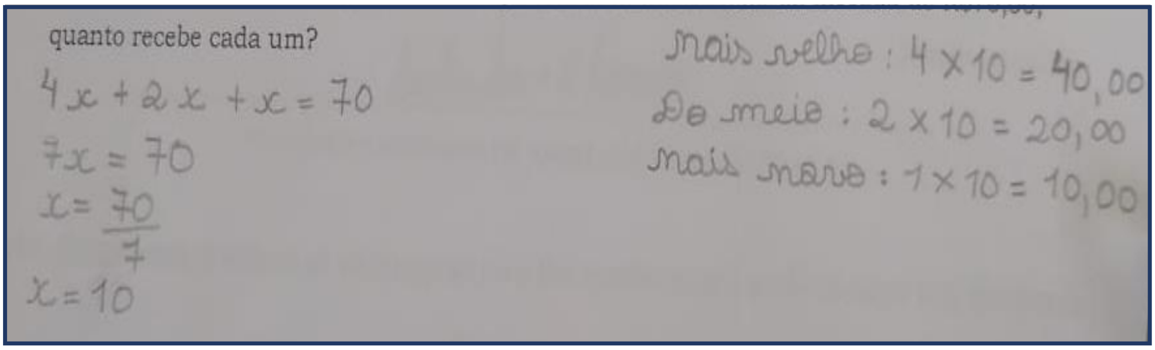
Seguem os dados coletados junto aos sujeitos de pesquisa, acerca deste terceiro e último problema:

Figura 88: Resposta do Sujeito 2 AL.



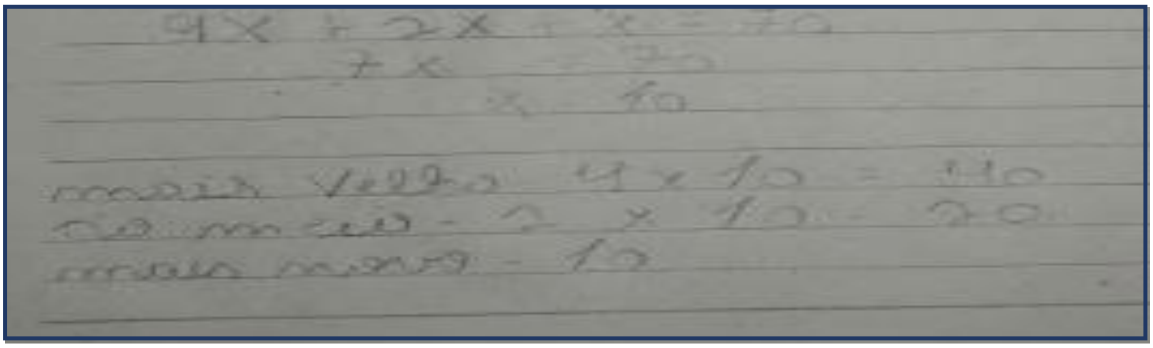
Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

Figura 89: Resposta do Sujeito 5 N.



Fonte: Material impresso entregue pelos sujeitos

Figura 90: Resposta do Sujeito 6 T.



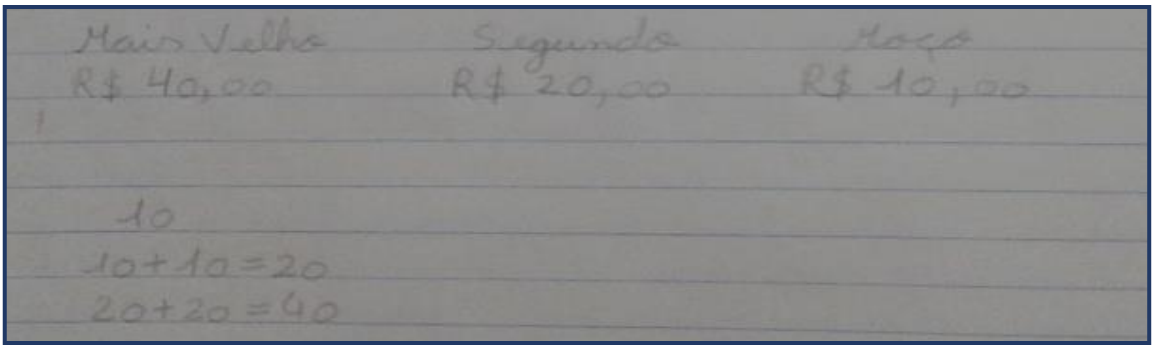
Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

Analisando os três exemplos apresentados acima, relativamente ao Sujeito 2 AL.; ao Sujeito 5 N. e ao Sujeito 6 T. podemos verificar que estes sujeitos de pesquisa conseguiram representar perfeitamente utilizando a linguagem algébrica, o problema apresentado em linguagem natural.

As respostas desses três informantes revelaram estar presentes, nesse processo, algumas das cinco características reveladoras do pensamento algébrico apresentadas por Almeida e Santos (2017), que são: estabelecer relações, generalizar, modelar, operar com o desconhecido e construir significado.

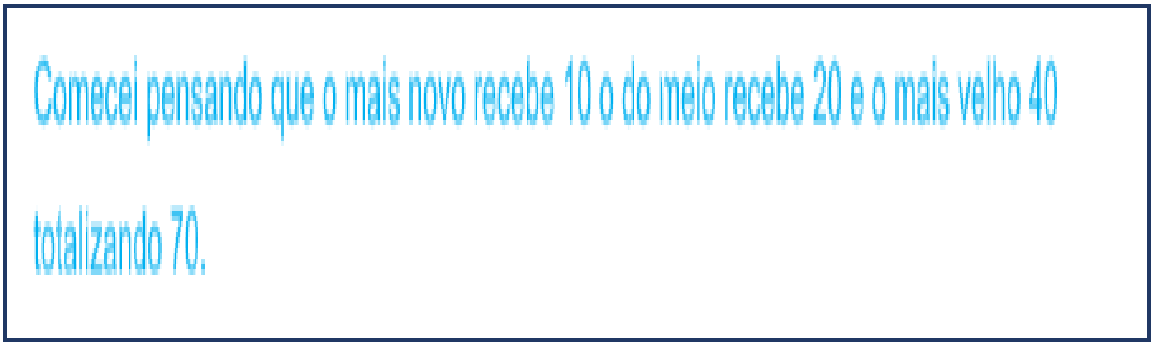
A seguir, apresentamos a resposta do Sujeito 3 E e do Sujeito 4 G., que apresentaram características parecidas entre si.

Figura 91: Resposta do Sujeito 3 E.



Fonte: Material virtual entregue pelos sujeitos

Figura 92: Resposta do Sujeito 4 G.:


Comecei pensando que o mais novo recebe 10 o do meio recebe 20 e o mais velho 40 totalizando 70.

Fonte: Material entregue pelos sujeitos

Analisando as respostas de ambos os sujeitos verificamos que o Sujeito 4 G. resolveu tal problema por estimativa, pois como ele mesmo explica que começou pensando, ou seja, estipulou um valor inicial e com base nele, calculou os outros dois valores, acabando por encontrar a resposta correta. Assim como ele, o Sujeito 3 E. também procedeu dessa mesma maneira.

6.3.1 Considerações gerais sobre o Teste Complementar (Instrumento 3):

- **Problema 1:**

O Sujeito 2 AL. não respeitou as relações estabelecidas no problema e não fez o uso da equação de 1º grau para auxiliar no processo de resolução, ele realizou uma divisão, buscando ter um número aproximado de balas, que cada um receberia. Porém, descartou esse resultado e apenas se preocupou em distribuí-las entre os três, de maneira que a quantidade total de balas final, tivesse como resultado 37.

Muito embora o Sujeito 3 E. e o Sujeito 4 G. não tenham utilizado a linguagem algébrica, em suas escritas, essa parece estar presente, especialmente devido às relações estabelecidas pelos informantes para a resolução do problema, que seguiram a proposição dada.

O Sujeito 5 N. e Sujeito 6 T. conseguiram representar perfeitamente, utilizando a linguagem algébrica, o problema apresentado em linguagem natural. Tais informantes mostram estarem presentes, nesse processo, algumas das cinco características reveladoras do pensamento algébrico apresentadas por Almeida e Santos (2017), que são: estabelecer relações, generalizar, modelar, operar com o desconhecido e construir significado.

Ainda de acordo com esses autores, "a característica central do pensamento algébrico é imprescindível, isto é, um sujeito só está pensando algebricamente se conseguir estabelecer relações, enquanto que as demais vão surgindo com o tempo". (2017, p.25)

Pensando no Problema 1 podemos dizer que apenas o Sujeito 2 AL. parece não apresentar, ainda, as características do pensamento algébrico, bem sedimentadas, tendo os demais apresentado suas características.

- **Problema 2:**

Os informantes – 4, 5 e 6 souberam transcrever corretamente o enunciado do exercício em linguagem natural para a linguagem algébrica e resolveram corretamente o problema, mostrando assim, estar presente durante a resolução algumas das características do pensamento algébrico, mencionadas por Almeida (2016) tais como:

- capacidade de estabelecer relações;
- "capacidade de generalizar;
- capacidade de operar com o desconhecido como se fosse conhecido e;
- capacidade de construir significado para os objetos e a linguagem algébrica.

Já o Sujeito 2 AL. não chegou à resposta correta, devido a um erro de cálculo aritmético. Ao subtrair 63 de 211, o informante encontrou como resultado 143 ao invés de 148, e ainda, ao fazer a divisão de 143 por 4, encontrou como resposta 35. Acreditamos que esse tipo de erro seria facilmente dirimido se o aluno tivesse validado o resultado. Porém, parece que esse artifício não costuma ser utilizado.

O Sujeito 3 E. resolveu este problema, fazendo estimativa de cálculo. Após, buscou validar o resultado.

Novamente, pelos dados coletados do Problema 2 constatamos que o Sujeito 2 AL. foi o único a não apresentar as características do pensamento algébrico.

- **Problema 3:**

O Sujeito 2 AL.; o Sujeito 5 N. e o Sujeito 6 T. conseguiram representar perfeitamente utilizando a linguagem algébrica, o problema apresentado em linguagem natural. As respostas desses três informantes revelaram estar presentes, nesse processo, algumas das cinco características reveladoras do pensamento algébrico apresentadas por Almeida e Santos (2017), que são: estabelecer relações, generalizar, modelar, operar com o desconhecido e construir significado.

Analisando as respostas dos informantes 3 e 4 vemos que suas respostas são bem parecidas. O Sujeito 4 G. resolveu tal problema por tentativa, pois como ele mesmo explica que começou pensando, ou seja, estipulou um valor inicial e com base nele, calculou os outros dois valores, acabando por encontrar a resposta correta. Assim como ele, o Sujeito 3 E. também procedeu dessa mesma maneira.

Analisando os dados do problema 3 constatamos que todos os informantes demonstraram ter características do pensamento algébrico.

No contexto geral do Teste Complementar (Instrumento 3), entretanto, podemos dizer que enquanto o Sujeito 2 AL. apropria-se das características de tal pensamento, de modo gradual, os demais informantes já as possuem e as acionam para estabelecer relações, para generalizar, para modelar e para operar com o desconhecido, construindo, assim significados, segundo Almeida (2016).

Apoiados nos achados de pesquisa dos instrumentos anteriormente coletados, nós produzimos os vídeos para auxiliar os informantes em suas dificuldades.

Sendo assim, chegamos a quarta e última etapa de nossa pesquisa. Como intervenção, apresentamos aos informantes os vídeos produzidos por nós, com a intenção de minimizar ou, até mesmo, de sanar as os erros apresentados por eles, na resolução das equações do 1º grau com uma incógnita.

Os principais erros cometidos pelos informantes, observados a partir da análise de suas respostas aos instrumentos coletados foram as seguintes: *não saber reconhecer a estrutura de uma equação; não identificar a definição de equação; transposição de termos de forma incorreta; não perceber a diferença entre variável e incógnita e; conclusão incorreta de uma equação.*

Buscamos, nos vídeos, esclarecer alguns conceitos ainda não bem sedimentados. Assim, pedimos aos sujeitos que, após terem assistido aos vídeos, respondessem o último questionário, denominado de Questionário Final (Instrumento 4).

Agora, iremos apresentar trechos que consideramos importantes nas respostas dos participantes da pesquisa, respondidos no Questionário Final (Instrumento 4)

6.4. Descrição e análise do Questionário Final – (Instrumento 4)

Com exceção do Sujeito 5 N., que enviou o Instrumento 4 via WhatsApp, todos os demais enviaram pela Plataforma *Google Classromm*.

A primeira questão aqui analisada foi a questão 3 do Questionário Final, a seguir, uma vez que as anteriores eram somente o nome e a turma do informante.

Segue, questão 3:

- **Tente explicar, com suas palavras, o significado de uma equação para você.**

A seguir apresentamos as respostas dadas pelos informantes da pesquisa à questão 3:

Figura 93: Resposta do Sujeito 2 AL.

a igualdade entre duas expressões
matemáticas para achar o valor da equação

Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos

Figura 94: Resposta do Sujeito 3 E.:

Acredito eu que é a igualdade de
ambas partes para achar o valor do
X.

Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos.

Analisando tanto a resposta do Sujeito 2 AL. e do Sujeito 3 E. verificamos que, com suas próprias palavras, tais informantes conseguem expor o conceito do que seja uma equação, muito embora, acreditamos que o Sujeito 2 AL tenha trocado a palavra incógnita pela palavra equação.

Figura 95: Resposta do Sujeito 4 G.:

São operações matemáticas composta por letras e números.

Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos

O Sujeito 4 G., ao contrário dos informantes 2 e 3 refere a questão da existência de letras e de números na equação, muito embora suprima a informação da existência de igualdade.

Figura 96: Resposta do Sujeito 5 N.

É uma expressão que relaciona números desconhecidos e números conhecidos por meio de uma igualdade. Geralmente, os números desconhecidos são representados por letras e, na maioria dos casos, essa letra é x. Esses números desconhecidos são chamados de incógnitas.

Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos

A resposta do Sujeito 5 N. demonstra completo domínio das partes constitutivas do conceito solicitado, demonstrando sua maturidade cognitiva e compreensiva do que seja o conceito de equação.

Figura 97: Resposta do Sujeito 6 T.

uma maneira fácil de achar um resultado que você não sabe qual é

Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos

Finalmente, a resposta do Sujeito 6 T., em relação ao conceito de equação denota um alto grau de generalidade. O informante não refere nenhuma das características constitutivas do conceito solicitado, buscando responder à questão sem, no entanto, se aprofundar em dados precisos que distinguem o conceito de equação de outro conceito qualquer.

A resposta dada poderia ser a resposta de uma indagação qualquer, entretanto, por ser tão genérica pode mostrar que o informante domina as características do conceito, uma vez que sua resposta é minimamente informativa; afinal de contas a equação não deixa de ser uma forma de encontrarmos uma resposta que não conhecemos, até certo ponto de forma fácil.

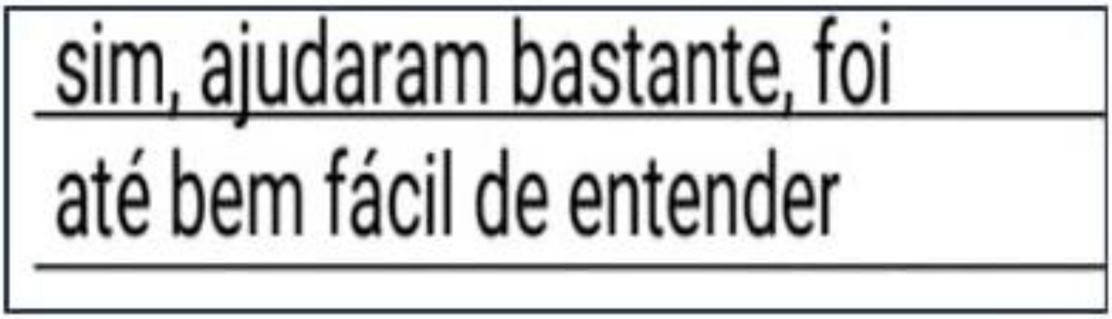
Analisando todas as respostas dadas para a questão 3 verificamos que, pelos dados coletados desse instrumento, os informantes 2 e 3 dominam o conceito do que seja uma ‘equação’, muito embora ainda não consigam expressar seu conceito de modo claro e completo, como é o caso do informante 5. Já o informante 6 pode vir a dominar as características do que seja uma equação, mas de uma forma mais implícita do que os informantes 2, 3 e 5, uma vez que não foi capaz de explicitar ao menos uma das características do conceito em questão. Enquanto o Sujeito 4 omite a relação de equivalência existente em uma equação, assim mostrando não ter um domínio deste conceito.

De modo geral podemos dizer que as respostas do Sujeito 2 AL., Sujeito 3 E., Sujeito 5 N. e Sujeito 6 T. foram positivas, uma vez que denotam, em suas falas, o reconhecimento das características do que seja uma equação do 1º grau de modo geral. Além disso, cremos ainda, que o Sujeito 2 AL possa ter trocado o termo incógnita por equação, o que pode ter dado falsa impressão de que tal informante não sabe discorrer sobre o conceito solicitado.

Passaremos, a seguir, para a análise das respostas dadas à questão 4 do Questionário Final (Instrumento 4).

- **Qual sua opinião sobre os vídeos apresentados, você acha que eles ajudaram a esclarecer algumas dúvidas em relação as equações do 1º grau?**

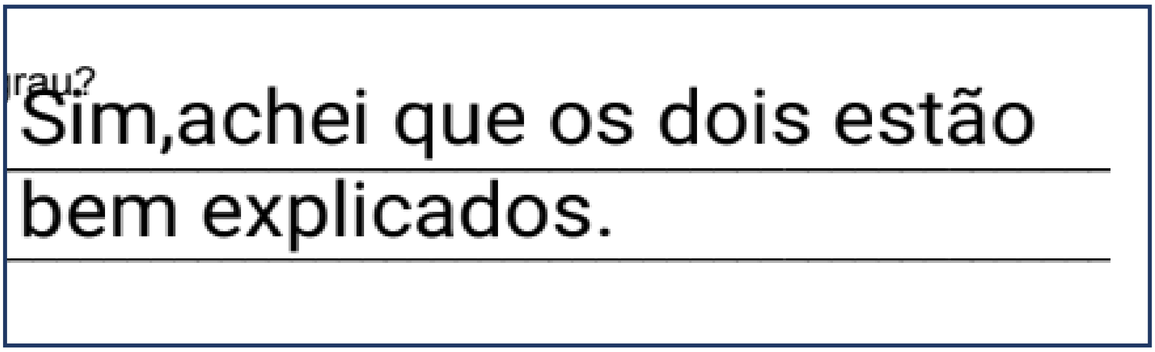
Figura 98: Resposta do Sujeito 2 AL.



sim, ajudaram bastante, foi
até bem fácil de entender

Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos

Figura 99: Resposta do Sujeito 3 E.:



rau?
Sim,achei que os dois estão
bem explicados.

Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos

Figura 100: Resposta do Sujeito 4 G.

grau? Sim, gostei dos vídeos eles foram interessantes e auxiliaram no
entendimento do conteúdo.

Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos

Figura 101: Resposta do Sujeito 5 N.

Me ajudou muito.

Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos

Figura 102: Resposta do Sujeito 6 T.

sim, deixa as coisa mais claras

Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos

Como podemos verificar, a partir das respostas dadas pelos sujeitos de pesquisa, constatamos que os vídeos na visão dos informantes foram uma ferramenta pedagógica eficiente para a mediação entre o conteúdo abordado, as dificuldades dos alunos e a intervenção da professora.

Na sequência, apresentamos a análise das respostas dadas à questão 5 do Questionário Final (Instrumento 4).

- **Qual dos vídeos você acha que lhe ajudou mais? Gostaria de comentar o porquê?**

  ( ) Da sala de aula com os alunos.

  ( ) Só da professora.

Figura 103: Resposta do Sujeito 2 AL.

( ) Da sala de aula com os alunos.

( ) Só da professora.

o só dá professora foi mais fácil de entender

Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos

Figura 104: Resposta do Sujeito 3 E.

( ) Da sala de aula com os alunos.

( ) Só da professora.

Achei mais interessante.

Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos

Figura 105: Resposta do Sujeito 4 G.:

( ) Da sala de aula com os alunos.

(X) Só da professora.

Porque foi mais explicativo.

Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos

Figura 106: Resposta do Sujeito 5 N.

( ) Da sala de aula com os alunos.

(X) Só da professora.

Porque eu entendi melhor com esse vídeo sobre a equação.

Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos

Figura 107: Resposta do Sujeito 6 T.

(X) Da sala de aula com os alunos.

( ) Só da professora.

porque é mais divertido e mais específico sem ser tão complicado

Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos

Analisando as respostas dadas à questão 5) do Questionário Final, dadas pelos informantes dessa pesquisa, constatamos que com exceção do Sujeito 6 T. que preferiu o vídeo da sala de aula com os alunos, todos os demais afirmaram ter gostado mais do vídeo que trazia somente a professora explicando o conteúdo.

Entre as razões dadas pelos informantes que disseram preferir o vídeo que trazia somente a professora eles apontaram questões como: ser de mais fácil compreensão; ser tal vídeo mais interessante; ser mais explicativo e por trazer ele mais explicações sobre a equação.

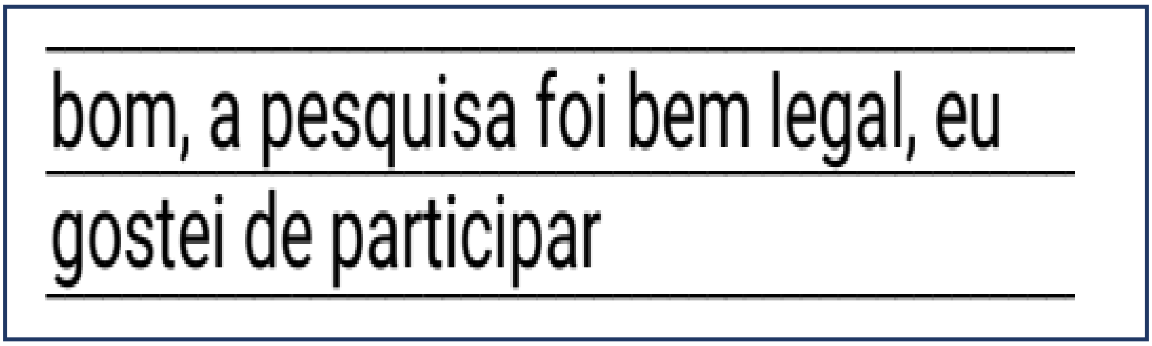
A única resposta à questão 5 que contemplou a preferência pelo outro vídeo – da sala de aula com os alunos, foi do Sujeito 6 T., e sua justificativa para escolhê-lo foi porque tal informante o preferiu por ser mais divertido, mais específico e por não ser complicado, segundo ele.

Acreditamos que os informantes assim se colocaram, especialmente em relação ao vídeo que traz somente a animação com professora porque, de certa forma, tal representação se aproxima da realidade em sala de aula, na qual um professor está na frente de sua turma explicando conceitos e resolvendo equações. Porém, o vídeo se torna mais atrativo, mais lúdico, e assim mais interessante.

A seguir passamos a apresentar as respostas dadas pelos sujeitos de pesquisa para a última questão do Questionário Final. Questão 6:

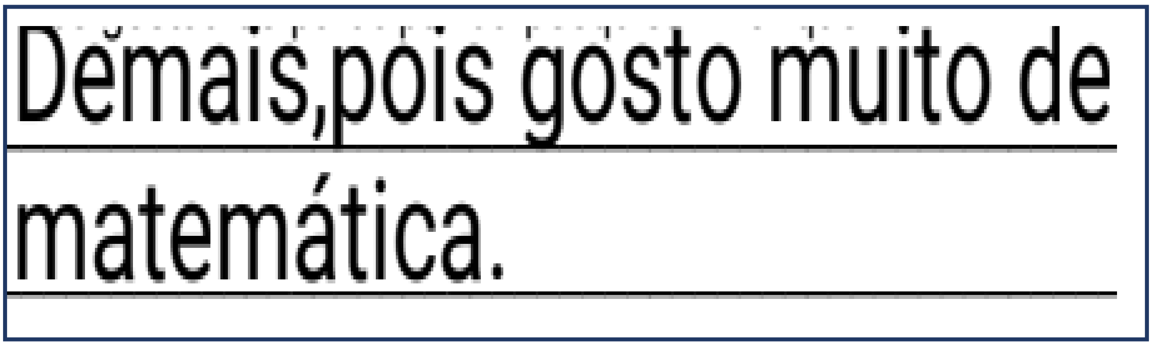
- **Você gostou de participar da pesquisa? Por quê?**

Figura 108: Resposta do Sujeito 2 AL.


bom, a pesquisa foi bem legal, eu gostei de participar

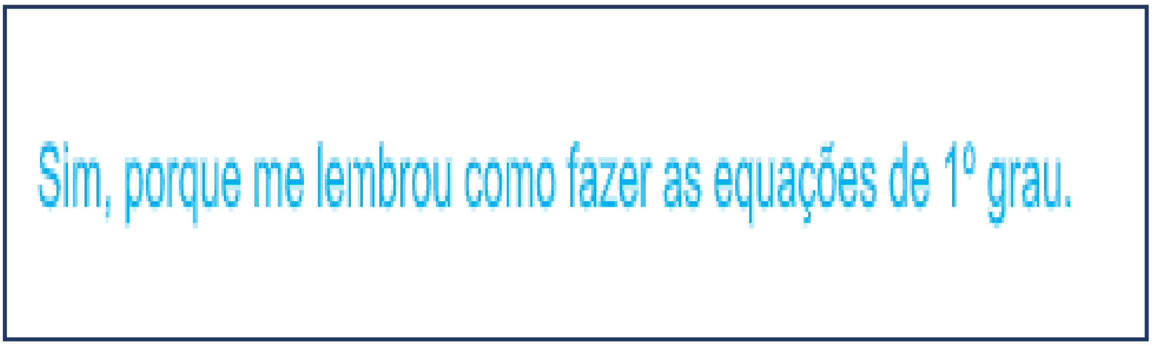
Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos

Figura 109: Resposta do Sujeito 3 E.


Demais,pois gosto muito de matemática.

Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos

Figura 110: Resposta do Sujeito 4 G.


Sim, porque me lembrou como fazer as equações de 1° grau.

Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos

Figura 111: Resposta do Sujeito 5 N.

Sim, porque consegui tirar as minhas dúvidas.

Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos

Figura 112: Resposta do Sujeito 6 T:

sim, porque equações é uma matéria legal de ser estudada

Fonte: Material entregue virtualmente pelos sujeitos.

Como tivemos a oportunidade de verificar, em relação às respostas dos informantes da pesquisa em relação à questão 6), todos eles demonstraram ter gostado de participar da presente pesquisa, dando como justificativas as seguintes questões: acharam uma experiência legal; acharam uma experiência excelente (demais), por gostarem da disciplina de Matemática; por ter relembrado como se faziam equações e por sanar suas dúvidas.

6.4.1 Considerações gerais sobre o Questionário Final (Instrumento 4)

Analisando o instrumento como um todo constatamos que o conceito de equação foi adquirido plenamente pelo Sujeito 5 N, uma vez que foi o único que conseguiu explicitá-lo com todas as suas especificidades. Os demais informantes, por sua vez, explicitaram parcialmente o conceito ou o fizeram genericamente, demonstrando que estão no caminho para sua efetiva aquisição. De modo geral, as respostas dos informantes em relação ao conceito de equação foram satisfatórias, denotando saberem indicar as características principais sobre o conceito.

Os sujeitos da pesquisa se posicionaram favoravelmente à mediação realizada com os vídeos produzidos por nós, especialmente aquele que traz a professora abordando o conteúdo, possivelmente por tal vídeo representar o paradigma mais tradicional da sala de aula, em que um professor está na frente de sua turma explicando conceitos e resolvendo equações. Nas falas dos informantes percebemos motivação quanto ao aprendizado propiciado pelos vídeos serem de mais fácil compreensão, interessantes, divertidos e por trazerem mais explicações sobre a equação de uma forma acessível.

Finalmente, os informantes afirmaram ter gostado de fazer parte da experiência de participarem de uma pesquisa acadêmica porque a acharam muito interessante, especialmente por gostarem da disciplina de Matemática, por ter relembrado como se faziam equações e, principalmente, por poderem ter tido a oportunidade de sanar suas dúvidas.

Na próxima seção trazemos as considerações finais de nossa pesquisa.

7.0. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa foi realizada com 6 informantes, com idades entre 13 e 14 anos, de duas turmas do 8º ano da Escola de Ensino Fundamental Dr. Urbano Garcia, localizada na cidade de Turuçu, RS e onde nós desenvolvemos nossas atividades docentes. Foram aplicados quatro instrumentos de coleta de dados, anteriormente referidos, sendo que a partir do Instrumento 3 apenas 5 informantes seguiram participando de nossa pesquisa.

Para que possamos elaborar as considerações finais acerca dessa pesquisa se faz necessário que retomemos o objetivo geral e os objetivos específicos elencados na gênese deste trabalho, bem como a questão de pesquisa, a fim de que possamos encaminhar o fechamento de nosso trabalho.

Deste modo, o objetivo geral deste trabalho foi o ***de fazer uma análise dos erros pensando em uma forma de lidar com estes, buscando assim, contribuir com a aprendizagem dos alunos.***

Analisando o objetivo geral deste estudo podemos dizer que ele foi integralmente cumprido, uma vez que procedemos à análise dos erros apresentados pelos sujeitos de pesquisa, junto aos Instrumentos de coletas de dados, no Instrumento Piloto (Instrumento 2), catalogamos e categorizamos os mesmos e, a partir disso, desenvolvemos o Produto Educacional composto por dois vídeos que buscaram minimizar ou até mesmo sanar as dúvidas e as dificuldades detectadas.

Além disso, solicitamos o retorno dos informantes, diante do conteúdo visto em ambos os vídeos, pedindo que apontassem se estes foram efetivos para seus aprendizados em relação ao conteúdo das equações do 1º grau com uma incógnita. O retorno dos sujeitos foi no sentido de explicitar o quanto tais vídeos qualificaram e auxiliaram a mediação entre professor-conteúdo-alunos do assunto abordado – minimizando dúvidas e sanando possíveis lacunas no aprendizado que eles tiveram.

Nesse sentido, cremos então, que o objetivo geral de nossa pesquisa foi plenamente alcançado.

Em relação aos objetivos específicos desta pesquisa, também cremos tê-los alcançados em sua totalidade, sendo assim, na sequência, apresentamos cada um deles, com seus respectivos achados.

7.1. Os achados da pesquisa

1) ***identificar os erros na resolução da equação do 1º grau com uma incógnita:***

O primeiro objetivo específico elencado por nós foi a identificação dos erros mais comuns, cometidos pelos sujeitos da pesquisa, na resolução de questões envolvendo as equações do 1º grau. Nesse sentido, constatamos ao aplicar o Questionário Inicial (Instrumento 1) e o Instrumento Piloto (Instrumento 2) que os principais tipos de erros cometidos pelos informantes da pesquisa, ao resolverem equações do 1º grau com uma incógnita, foram os seguintes:

- a) não reconhecimento da estrutura de uma equação, assim como não identificação sobre a sua definição;
- b) transposição de termos de forma incorreta;
- c) não percepção sobre a diferença entre variável e incógnita e;
- d) conclusão incorreta de uma equação.

Analisaremos cada um dos tópicos acima dentro do objetivo específico 1, dando nossa perspectiva interpretativa sobre o desempenho dos informantes em cada um dos casos específicos e, quando necessário, trazendo suporte teórico para dar conta de nossa interpretação dos dados.

Sobre a) verificamos que o não reconhecimento da estrutura de uma equação, bem como a identificação, por parte dos informantes, de sua definição pode ser considerado parcial e em curso de aquisição. Analisando as respostas dadas para a questão 3 verificamos que, pelos dados coletados desse instrumento, os informantes 2 e 3 dominam o conceito do que seja uma ‘equação’, muito embora ainda não consigam expressá-lo de modo claro e completo, como é o caso do informante 5.

Já o informante 6 pode vir a dominar as características do que seja uma equação, mas de uma forma mais implícita do que os informantes 2, 3 e 5, uma vez que não foi capaz de explicitar ao menos uma das características do conceito em questão. Enquanto o Sujeito 4 omite a relação de equivalência existente em uma equação, assim mostrando não ter um domínio deste conceito.

De modo geral podemos dizer que as respostas do Sujeito 2 AL., Sujeito 3 E., Sujeito 5 N. e Sujeito 6 T. foram positivas, uma vez que denotam, em suas falas, o reconhecimento das características do que seja uma equação do 1º grau de modo geral.

Além disso, cremos ainda, que o Sujeito 2 AL. possa ter trocado o termo incógnita por equação, o que pode ter dado falsa impressão de que tal informante não sabe discorrer sobre o conceito solicitado.

Cabe salientar que a explicitação verbal de determinado conceito é uma das formas mais refinadas de apropriação de um conhecimento específico, segundo Karmiloff-Smith (1992), apud Braga e Machado (2019).

Especificamente sobre a explicitação de conceitos temos, segundo tal autora, a nível mental, a existência de um processo de Redescrição Representacional (RR), no qual representações internas passariam por diversas recodificações, em diferentes formatos, ao longo do desenvolvimento, até ficarem disponíveis à manipulação do aprendente.

Sendo assim, tal autora propõe a existência de, pelo menos, quatro níveis de redescrição representacional, cada qual representando um formato no qual o conhecimento possa vir a ser processado na mente humana, num ir e vir de representações e de re-representações, a saber: Implícito (I), Explícito 1 (E1), Explícito 2 (E2) e Explícito (E3).

- No nível I (Implícito) as representações estariam codificadas apenas em formato procedimental, respondendo apenas a estímulos externos, não formando ligações com o resto do domínio a que pertencem e não podendo ser acessadas pelo sujeito quando necessárias.
- No nível Explícito 1 (E1) há a redescrição do conhecimento E1 no mesmo código representacional em que ele existia no nível I (cinestésico, espacial, temporal, linguístico). No nível E1 as representações não estão disponíveis nem ao acesso consciente nem ao relato verbal, entretanto, os aprendizes parecem ir analisando as informações do nível I, agora em outro formato, buscando a extração de informações que elas possuem.
- No formato Explícito 2 (E2) as representações resultantes serão redescritas segundo o mesmo código no qual qualquer conhecimento específico tenha

sido codificado no nível E1. As representações resultantes deste nível estarão disponibilizadas ao acesso consciente, mas ainda não para o relato verbal.

- No nível Explícito 3 (E3) o organismo lança mão da redescrição representacional para traduzir as representações E2 de um código para outro. Muito embora diferentes códigos estejam interagindo nesse processo de tradução, aquele que irá prevalecer na redescrição do nível E3 é abstrato, não sofrendo limite de espaço, de tempo ou de causa, inerentes à maioria dos demais códigos representacionais.

  Neste nível E3 as representações do conhecimento estão explícitas, estão disponibilizadas para acesso consciente e para relato verbal. A presença do relato verbal é, pois, essencial para que se possa ter uma redescrição representacional do conhecimento em formato E3.

Segundo tal autora, ainda, cada indivíduo consegue acessar de modo peculiar as informações do formato E3, ou seja, conseguirão verbalizar de formas diversas o conhecimento acessado, os conceitos adquiridos - uns de forma mais completa e minuciosa, outros de forma mais genérica, outros ainda de forma parcial.

Entretanto, todos estarão acessando os conceitos aprendidos no seu tempo e segundo sua maturação, os verbalizando de maneira adequada. Tal explicação de Karmiloff-Smith (1992), apud Machado (2019), nos parece adequada à questão da verbalização do conceito de equação e de sua definição, feita pelos nossos informantes em nossa pesquisa.

Sobre b) - transposição de termos de forma incorreta: constatamos que um dos informantes, o Sujeito 6 T, errou, em alguns momentos, as transposições de termos, entretanto demonstrou estar no caminho de alicerçar e proceder a transposição de termos de modo correto. É importante salientar que quando um dos informantes da pesquisa ou mesmo os alunos em sala de aula, compreendem e utilizam os princípios aditivos e multiplicativos da igualdade para resolver uma equação, esse tipo de erro não aconteceria com tanta frequência. Em relação à natureza do erro, podemos dizer que este pode ser considerado como um erro construtivo, pois mesmo que o informante não tenha feito a transposição de um dos termos de forma correta, demonstrou ter realizado processos mentais possíveis de levá-lo ao acerto posterior.

Sobre c) - não percepção sobre a diferença entre variável e incógnita: verificamos que este erro foi um caso isolado, especificamente do Sujeito 4 G. Analisando o contexto da explicação do informante, cremos que ele não entende a diferença entre variável e incógnita. Não reconhecendo que várias ocorrências de uma mesma incógnita, representa o mesmo número. Este tipo de erro é caracterizado no trabalho de Kieran (1985). Tal erro não foi observado em nenhum dos outros informantes, caracterizando-se, então, por ser um dado incomum, dentro do universo analisado, porém importante de ser mencionado, devido ao número exíguo de informantes que temos.

Sobre d) - conclusão incorreta de uma equação: tivemos a oportunidade de constatar que em uma das questões do Instrumento Piloto, a **c)** $\boldsymbol{3x = 35 - 2x}$ houve um caso de conclusão incorreta da equação, já que o Sujeito 2 A.L, dentre os 6 participantes, foi aquele que não conseguiu chegar à resposta considerada gabarito. Tendo os demais conseguido responder corretamente. Porém, acreditamos que o informante esqueceu de terminar o cálculo, fato que poderia ter sido dirimido se este tivesse validado o resultado. De qualquer forma, tal resposta parcialmente correta, em nossa percepção, é um exemplo de erro construtivo, uma vez que o sujeito de pesquisa demonstrou saber desenvolver a equação, errando apenas porque deixou de proceder a divisão que daria o valor de $\boldsymbol{x}$. Cabe lembrar que, como nosso universo de pesquisados é pequeno, somente 6, todos os erros cometidos foram catalogados, mesmo que aparecendo uma única vez.

2) Categorizar os tipos de erros cometidos:

Após a análise dos dados do Instrumento Piloto (Instrumento 2) chegamos, pois, às categorias de análise desse estudo, que foram as seguintes:

- Categoria 1: Respostas corretas - consideramos como sendo respostas corretas aquelas em que os informantes não cometeram erros no decorrer do processo e encontraram a raiz da equação[14].
- Categoria 2: Respostas parcialmente corretas - aquelas em que os informantes chegaram à resposta considerada correta, mas cometeram erros no decorrer do processo.
- Categoria 3: Conclusão incorreta - aquelas em que os informantes não terminam o cálculo.
- Categoria 4: Ausência de resposta - quando os informantes nem iniciam a resolução do cálculo.

Tais categorias de análise foram obtidas através da separação e da organização das respostas dadas pelos sujeitos da pesquisa às questões do Instrumento Piloto (Instrumento 2). Sendo que, para organizá-las, seguimos as categorias anteriormente elencadas de Cury e Ribeiro (2011), que levaram em consideração os procedimentos adotados para a correção de questões de avaliações internacionais, tais como o do PISA.

3) Analisar as respostas dos informantes na concepção do pensamento algébrico:

Tal objetivo específico foi alcançado a partir da análise dos problemas que compunham o Teste Complementar (Instrumento 3). Os achados foram os seguintes:

[14] Ao resolvermos uma equação do 1º grau obteremos um resultado, que é um valor numérico que, substituindo a incógnita por ele, chegaremos a uma igualdade numérica, esse pode ser chamado de raiz da equação ou conjunto verdade ou conjunto solução da equação.

- Em relação ao problema 1:

Pensando no Problema 1 podemos dizer que apenas o Sujeito 2 AL. parece não apresentar as características do pensamento algébrico, tendo os demais apresentado suas características de forma efetiva. Pois, conseguiram representar perfeitamente utilizando a linguagem algébrica o problema apresentado em linguagem natural. Mostrando estar presente nesse processo algumas das cinco características reveladoras do pensamento algébrico apresentadas por Almeida e Santos (2017), que são: estabelecer relações, generalizar, modelar, operar com o desconhecido e construir significado.

- Em relação ao Problema 2:

Pelos dados coletados do Problema 2 constatamos que o Sujeito 2 AL. foi o único a não conseguir chegar à resposta correta. Porém, este fato se deu devido a um erro de cálculo, que poderia ter sido facilmente dirimido se este tivesse validado o resultado. Entretanto, desta vez, todos os 6 informantes apresentaram as características do pensamento algébrico.

- Em relação ao Problema 3:

Analisando os dados do problema 3 constatamos que todos os informantes demonstraram ter características do pensamento algébrico acurada.

No contexto geral do Teste Complementar (Instrumento 3), entretanto, podemos dizer que, enquanto o Sujeito 2 AL. mostra estar em processo de apropriação das características de tal pensamento, de modo gradual, os demais informantes já as possuem e as acionam para estabelecer relações, para generalizar, para modelar e para operar com o desconhecido, construindo, assim significados, segundo Almeida (2016).

De posse das constatações apresentadas até agora, cremos ter os subsídios necessários para responder nossa questão de pesquisa, a saber:

O que a análise dos erros cometidos pelos sujeitos revela sobre o conhecimento que estes possuem sobre a equação do 1º grau?

A análise dos erros cometidos revelou que o não reconhecimento da estrutura de uma equação, por parte dos informantes, bem como de sua definição, pode ser considerado como parcial e em curso de aquisição. Analisando todas as respostas dadas verificamos que 3 dos 5 informantes que finalizaram a pesquisa dominam o conceito do que seja uma ‘equação’, muito embora ainda não consigam expressá-lo de modo claro e completo. 1 deles não conseguiu explicitar, ao menos, uma das características do conceito em questão, sendo genérico em sua conceituação, e 1 dos informantes denotou, a partir dos dados, o reconhecimento das características do que seja uma equação do 1º grau de forma precisa.

Sobre a transposição de termos de forma incorreta podemos afirmar que apenas um dos sujeitos apresentou este tipo de erro. Os erros apresentados pelo informante demonstraram que está no caminho de alicerçar e proceder à transposição de termos de modo correta.

Em relação a não percepção sobre a diferença entre variável e incógnita constatamos que tal tipo de erro ocorreu apenas nos dados coletados de 1 dos informantes, não tendo sido replicado em relação aos dados dos demais sujeitos, o mesmo ocorrendo com a presença de erros devido à conclusão incorreta de uma equação em que, novamente, houve apenas 1 caso de conclusão incorreta da equação dentre os 5 participantes que finalizaram a pesquisa.

Sendo assim, após tais constatações podemos afirmar que chegamos ao final de nossa pesquisa trazendo muitas indagações em relação ao ensino e a aprendizagem no ensino fundamental, relativamente às equações de 1ª grau com uma incógnita. Tais indagações são mais numerosas do que as respostas obtidas com este trabalho, uma vez que os achados dessa pesquisa nos levaram a observar, mesmo num grupo de 6 informantes, que ainda há muito o que ser feito, mesmo nas séries finais do ensino fundamental, em relação ao ensino e à aprendizagem da Álgebra.

Os erros dos informantes nos fizeram pensar sobre o quanto é importante que o professor seja sempre um pesquisador de sua própria prática. Um desacomodador de práticas institucionalizadas, que se preocupe em buscar novas formas de mediar o conhecimento escolar a partir das tecnologias digitais existentes de forma abundante hoje em dia e de fácil acesso, tal como os vídeos que produzimos e que tocam o aluno, por este ser um nativo digital.

Nós, professores, não somente de Matemática, mas, sobretudo de Matemática, precisamos rever nossos conceitos em relação ao “erro”, como sendo algo a ser extirpado em nossas salas de aula. Cury (2019) em seus estudos, nos traz que o erro se constitui como um conhecimento, é um saber que o aluno possui, que foi construído de alguma forma, sendo necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilizem as certezas, levando o estudante a questionar suas respostas. Tal concepção vai de encontro a estudos consagrados como os de Piaget, de Ferreiro e Teberosky, entre outros construtivistas que nos dizem que o erro revela estruturas mentais não observáveis, que o erro construtivo demonstra os caminhos que pelos quais nossos alunos estão construindo acertos, a partir de concepções separadas das corretas, mas que longe de demonstrarem problemas cognitivos, denotam evolução do pensamento e de seu aprendizado. E isso não é pouco – é evolução, é aprendizagem em curso.

Além disso, precisamos ser mais mediadores do conhecimento na concepção vigostskiana do que ‘professores’ na versão tradicional do termo – porque atualmente há muita informação na internet, desde vídeos até tutoriais, apostilas e sites sobre os mais diversos assuntos, inclusive relacionados à Álgebra e às equações de 1º grau com uma incógnita. No entanto, se faz necessário que nossos alunos identifiquem se tais materiais possuem qualidade pedagógica e de conteúdo e isso só poderá ocorrer se na sala de aula o professor trouxer os conceitos-chave da disciplina, bem como de seus conteúdos, de forma precisa.

Finalmente, cremos que tal pesquisa auxiliou nossos informantes no sentido de aproximá-los dos conteúdos abordados na pesquisa, mostrando-os de um modo mais atrativo e compreensível, retirando da Álgebra o peso de ser difícil.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. R. **Problemas propostos para o Ensino de Equações Polinomiais do 1° grau com uma incógnita:** um estudo exploratório nos livros didáticos de Matemática do 7° ano do Ensino Fundamental. 2011. 113 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

ALMEIDA, J.R. Níveis **de desenvolvimento do pensamento algébrico: proposição de um modelo para os problemas de partilha de quantidade.** Tese de doutorado em Ensino das Ciências e Matemática. UFRPE, Recife, 2016.

ALMEIDA, J.R. de, SANTOS, Marcelo C. dos. **Desenvolvimento do Pensamento Algébrico:** proposição de um modelo para os problemas de partilha**.** Revista Zetetiké V.26 – N. 3, 2018.

ALMEIDA, Jadilson Ramos de. SANTOS, Marcelo Câmara dos. **PENSAMENTO ALGÉBRICO:** EM BUSCA DE UMA DEFINIÇÃO. Disponível em: http://rpem.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/1124/pdf_207 Acesso em 22/11/2020.

ALTOÉ, Anair & FUGIMOTO, Sonia Maria Andreto. **Computador na Educação e os Desafios Educacionais**. IX Congresso Nacional de Educação-EDUCERE III Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia, 2009. Disponível em: <http://www.pucrs.br/ciencias/viali/doutorado/ptic/aulas/aula_3/1919_1044.pdf>. Acesso em 04 agosto de 2020, às 23 horas e 45 min.

ARAÚJO, Andriely Iris Silva de. **Ensino-Aprendizagem de Álgebra Através da Exploração e Resolução de Problemas**. Dissertação. Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) em 2016.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D. e HANESIAN, H. **Psicologia Educacional.** Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 2 ª edição,1980.

BARBOSA, Edelweis José Tavares. **Praxeologia do Professor: análise comparativa com os documentos oficiais e do livro didático no ensino de equações polinomiais do primeiro grau.** Tese. Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) em 2017.

BEHAR**,** Patrícia Alejandra. **O Ensino Remoto Emergencial e a Educação a Distância.** Disponível em: https://www.ufrgs.br/coronavirus/base/artigo-o-ensino-remoto-emergencial-e-a-educacao-a-distancia/ Acesso em 11/09/2020.

BERNI, Regiane Ibanhez Gimenez. **MEDIAÇÃO:** O CONCEITO VYGOTSKYANO E SUAS IMPLICAÇÕES NA PRÁTICA PEDAGÓGICA. Disponível em: http://www.filologia.org.br/ileel/artigos/artigo_334.pdf Acesso em 22/09/2020.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa em educação matemática**. Pro-Posições, Campinas, SP, v. 4, n. 1, p. 18-23, 2016.
Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644379.
Acesso em: 28 nov. 2020.

BOGDAN, Roberto C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, Marcelo de Carvalho. **Pesquisa em Ensino e Sala de Aula: diferentes vozes em uma investigação.** Marcelo de Carvalho Borba, Helber Rangel Formiga Leite de Almeida, Telma Aparecida de Souza Gracias.—1. Ed..—Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018.—(Coleção Tendências em Educação Matemática)

BORBA, M. C; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. 1a ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014. 152p.

BORBA, M. C. **Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e reorganização do pensamento.** In: BICUDO, M. A. V. Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Ed. Da UNESP, 1999. P. 285-295.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Experimentation and Visualization**. New York: Springer, 2005. V.39.

BOOTH, Lesley R. **Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra**. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. As idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, p. 23-37, 1995.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais (1ª a 4ª série):**matemática/Secretaria de Educação. Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF,1997.142 p.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF,1998. 146 p.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC. 2017. Disponívelem:http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 24 de fevereiro de 2020.

CHEVALLARD, Yves. **La transpostion didactique: dusavoirs avant au savoir enseigné**. La Pensée Sauvage Éditions: Grenoble, 1991.

COELHO, Flávio Ulhôa; AGUIAR, Márcia. **A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino.** Disponível em:

https://www.scielo.br/pdf/ea/v32n94/0103-4014-ea-32-94-00171.pdf Acesso em 09/09/2020.

CURY, Helena Noronha. **Análise de Erros: o que Podemos aprender com as respostas dos alunos**. – 1 ed. 1 reimp. – Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

CURY, H.N.;RIBEIRO, A.J.; MÜLLER, T.J. **Explorando erros na resolução de equações: um caminho para a formação do professor de matemática.** *Unión*, San Cristóbal de La Laguna, v.28, p.143-157, 2011.

FERREIRO, E. e TEBEROSKY, A. **Psicogênese da Língua Escrita**. Porto Alegre: ARTMED, 1999 [1979].

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, E. M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico.** Seminário Luso-Brasileiro de Investigações Matemáticas no Currículo do Professor, 2005. Portugal. Disponível em: https://silo.tips/download/a-investigaao-matematica-no-desenvolvimento-do-pensamento-algebrico Acesso em 22/11/2020.oi

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â.; MIGUEL, A. **Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementa**r. Pro- Posições, v. 4, no 1 (10), p. 78-91. 1993. Disponível em: https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/1761/10-artigos-fiorentinid_etal.pdf
Acesso em 22/11/2020.

FREIRE, P. FAUNDEZ, A. **Por uma Pedagogia da Pergunta**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1985.

FREITAS, Ana Paula de. **Zona de Desenvolvimento Proximal: A Problematização do Conceito Através de um Estudo de Caso.** Tese de Doutorado, UNICAMP, 2001. Disponível em http://taurus.unicamp.br/bitstream/REPOSIP/251042/1/Freitas_AnaPaulade_D.pdf Acesso em 11/09/2020.

GARCÍA, Eduardo. **A natureza do conhecimento escolar: transição do cotidiano para o científico ou do simples para o complexo?** In: RODRIGO, Maria José e ARNAY, José (Org.). Conhecimento cotidiano, escolar e científico: representação e mudança. São Paulo: Ática, 1998, p. 75-101.

GIL, Antônio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**, -4ª ed. – São Paulo: Atlas,2002.

GRUTZMANN, T. P.; COLL, L. R.; ALVES, R. S. **Imagens dos sentimentos dos alunos do curso de Licenciatura em Matemática frente aos seus erros**. Anais da 17a Reunião da ANPED, 2017, São Luis, MA.

HUMMES, Viviane Beatriz. **Aprendizagem Significativa de Equações do Primeiro Grau:** um estudo sobre a noção de equivalência como conceito subsunçor. Dissertação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) em 2014.

HUMMES, Viviane Beatriz. **O ensino de equações do primeiro grau à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa: uma proposta sobre a noção de equivalência como conceito subsunçor**. (2017) Disponível em: https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/2716 Acesso em 20/11/2020.

JACOBSEN, Daniela Renata. **Jogos Sociais: aprendendo equações matemáticas de 1º grau através do jogo social "Criminal Case" no Facebook.** Dissertação. Universidade Federal de Pelotas (UFPel) em 2014.

KARMILOFF-SMITH, A. **Beyond modularity: a developmental perspective on cognitive science**. Cambridge: MIT Press, 1992.

KUCINSKAS, Ricardo. **Introdução ao estudo da Álgebra para alunos do Ensino Fundamental.** Dissertação. Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) em 2017.

LIMA, Fernanda de Abreu. **Conversando com o livro didático: o que está sendo explicado sobre equações de primeiro grau?** Dissertação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) em 2019.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 2001.

LOPES, Alice Ribeiro Casimiro. **Conhecimento escolar: inter-relações com conhecimentos científicos e cotidianos.** Contexto &Educação, Ijuí, v. 11, n.45, p. 40-59, 1997.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**, 6a ed.- Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

MACHADO, J. BRAGA, M. **A proposta da Redescrição Representacional como referencial para a conceitualização de modelos na educação científica.** Disponível em: https://www.scielo.br/pdf/ciedu/v25n3/1516-7313-ciedu-25-03-0589.pdf Acesso em 13 de janeiro de 2021.

MATSUDA, Franciely Fabrícia de Souza. **Um Ensino de Equação de 1º Grau com uma Incógnita Via Resolução de Problemas.** Dissertação. Universidade Estadual de Maringá (UEM) em 2017.

MELLO, Suely Amaral; LUGLE, Andreia Maria Cavaminami. **Formação De Professores: Implicações Pedagógicas Da Teoria Histórico-Cultural**. Revista Contrapontos - Eletrônica, Vol. 14 - n. 2 - mai-ago 2014.

MORETTI, Valmir Roberto. **Um Estudo sobre métodos Algébricos de Resolução de Equações Algébricas com Proposta de Atividades para o Ensino Básico**. Dissertação. Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) em 2014.

MOYSÉS, Lucia. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. Campinas, SP: Papirus Editora, 2006.

NOGARO, Arnaldo; GRANELLA, Eliane. **O erro no processo de ensino e aprendizagem.** Revista de Ciências Humanas. Criciúma, 25 p., 2004. Disponível em:http://www.revistas.fw.uri.br/index.php/revistadech/article/view/244/445. Acesso em: 24 de fevereiro de 2020.

OLIVEIRA, Felipe Augusto Pereira Vasconcelos Santos. **Analisando a Mobilização de Conhecimentos Algébricos de Professores de Educação Básica: o momento de preparação de aulas sobre equações**. Dissertação. Universidade Federal do ABC (UFABC) em 2014.

PIAGET, J. **A equilibração das estruturas cognitivas**. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1976.

PONTE, João Pedro da, BRANCO, Neusa, MATOS, Ana. **Álgebra no Ensino Básico**. DGIDC, MEC. 2009 Disponível em: https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/Ponte-Branco-Matos%20%28Brochura_Algebra%29%20Set%202009.pdf Acesso em 20/08/2020.

RADFORD, L. **Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective**.In: **North America Conference of the International Group of Psychology of Mathematics Education – PME**. Bergen University College. v. 1, 2006.

RIBEIRO, A. J. **Analisando o desempenho de alunos do Ensino Fundamental em álgebra, com base em dados do SARESP**. São Paulo, 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica. São Paulo, 2001.

RIBEIRO, Alessandro Jacques. **Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função**/ Alessandro Jacques Ribeiro, Helena Noronha Cury. –1. Ed. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015. – (Coleção Tendências em Educação Matemática)

ROCHA, Hélio Roberto da. **Uso de jogos e materiais concretos no ensino e expressões algébricas e equações do 1º e 2º grau no ensino fundamental.** Dissertação. Universidade Federal de Goiás (UFG) em 2017.

RODRIGUES, Cátia, PONTE, João P. da, MENEZES, Luís. **Pratica de discussão coletiva de uma professora em Álgebra.** Revista Zetetiké V.26 – N. 3, 2018.

ROQUE, Tatiana**: História da Matemática – uma visão crítica desfazendo mitos e lendas.** Zahar Editora, s/d. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4880684/mod_resource/content/4/Roque%20-%20Hist%C3%B3ria%20da%20Matem%C3%A1tica.pdf Acesso em 09/09/2020.

SAE-DIGITAL. Disponível em: https://sae.digital/aulas-remotas/ Acesso em 11/09/2020.
Acesso em 11/09/2020.

SANTOS, Alex Bruno Carvalho dos. **Investigando epistemologias espontâneas de professores de Matemática sobre o ensino de equações do primeiro grau**. Dissertação. Universidade Federal do Para (UFPA) em 2014.

SILVA, V. A. D. **Relação com o saber na aprendizagem matemática: uma contribuição** ESTUDOS AVANÇADOS 32 (94), 2018 187 para a reflexão didática sobre as práticas educativas. Revista Brasileira de Educação, v.3, n.37, jan./abr. 2008.

SOCAS, M.M. et al. (1996). **Iniciación al Álgebra**. Madrid: Editorial Síntesis.

SOUSA, Jean Carlos Fideles de. **Sobre Equações e Funções na Educação Básica, uma Análise de Erros.** Dissertação. Universidade Federal do Ceará (UFC) em 2014.

SPERAFICO, Yasmini L. S., DORNELES, Beatriz V., GOLBERT, Clarissa S. **Competência Cognitiva e Resolução de Problemas com Equações Algébricas do 1º Grau**. Revista Bolema V.29 – N. 51, 2015.

TRIVILIN, Linéia R., RIBEIRO, Alessandro J. **Conhecimento Matemático para o Ensino de Diferentes Significados do Sinal de Igualdade:** um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Revista Bolema V.29 – N. 51, 2015.

VAILATI, Janete de Souza, PACHECO, Edilson Roberto. **USANDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DA ÁLGEBRA.** Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/702-4.pdf Acesso em 22/11/2020.

VYGOTSKY, L. S. **Les bases épistémologiques de lapsychologie**. In Brockart, J. P. & Monoud, P., Vygotsky au jourd' hui. Neuchâtel, Delachaux & Niestlé, 1985.

VYGOTSKY. Lev Semyonovich. **A formação social da mente.** São Paulo:

Martins Fontes, 1989[1998].

Anexos

Anexo 1: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O(A) adolescente sob sua responsabilidade está sendo convidado(a) a participar do projeto de pesquisa: **CONSIDERAÇÕES SOBRE OS ERROS NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA** da acadêmica BRUNA DA SILVEIRA ISNARDI DUQUIA. Tal pesquisa faz parte das atividades da dissertação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal de Pelotas – UFPel e tem como objetivo, mapear os erros mais comuns cometidos pelos sujeitos de pesquisa, ao resolverem equações do 1º grau com uma incógnita, buscando compreender o motivo pelo qual os informantes cometem tais erros e identificar, nesse universo, quais erros são de natureza algébrica e quais são de outras ordens e verificar, ainda, se uma intervenção específica da pesquisadora sobre tais erros pode melhorar a compreensão dos sujeitos sobre o assunto em foco.

Será permanecido o sigilo e a identidade dos participantes.

A pesquisa estará sob orientação do professor ANDRÉ LUIS ANDREJEW FERREIRA.

Esperamos, como benefícios resultantes da participação do(a) adolescente sob sua responsabilidade: a possibilidade de evidenciar as dificuldades de aprendizagem dos alunos ao resolverem equações de 1º grau com uma incógnita, e assim buscar intervir pedagogicamente para que as mesmas possam ser minimizadas.

Caso o(a) senhor(a) tenha dúvidas ou necessite de maiores esclarecimentos poderá nos contatar, mesmo após a finalização do projeto – nossos contatos estão logo abaixo:

Bruna Duquia – 53 984063080

André Ferreira - 53 991557277

Informamos que esta pesquisa atende e respeita os direitos previstos no Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA), Lei Federal nº 8069 de 13 de julho de 1990, sendo eles: à vida, à saúde, à alimentação, à educação, ao esporte, ao lazer, à profissionalização, à cultura, à dignidade, ao respeito, à liberdade e à convivência familiar e comunitária. Garantimos também que será atendido o Artigo 18 do ECA: “É dever de todos velar pela dignidade da criança e do adolescente, pondo-os a salvo de qualquer tratamento desumano, violento, aterrorizante, vexatório ou constrangedor. ”

Caso permita que o(a) adolescente sob sua responsabilidade participe da pesquisa, pedimos que assine abaixo juntamente conosco.

Nome do(a) responsável:____

Responsável pelo(a) aluno(a): ____

Assinatura do(a) responsável:____

Atenciosamente,

____

PROFESSOR ORIENTADOR DR. ANDRÉ LUIS ANDREJEW FERREIRA

Eu me comprometo a utilizar as informações para fins acadêmicos e a não divulgar sua identidade.

____

BRUNA DA SILVEIRA ISNARDI DUQUIA

Faculdade de Educação, Alberto Rosa, 154, 2º andar, Centro, Pelotas, RS – CEP 96010-770

Anexo 2: TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O presente termo vem solicitar sua colaboração através da participação na pesquisa da acadêmica BRUNA DA SILVEIRA ISNARDI DUQUIA, intitulada **CONSIDERAÇÕES SOBRE OS ERROS NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA.** Tal pesquisa faz parte das atividades da dissertação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal de Pelotas – UFPel e tem como objetivo, mapear os erros mais comuns cometidos pelos sujeitos de pesquisa, ao resolverem equações do 1º grau com uma incógnita, buscando compreender o motivo pelo qual os informantes cometem tais erros e identificar, nesse universo, quais erros são de natureza algébrica e quais são de outras ordens e verificar, ainda, se uma intervenção específica da pesquisadora sobre tais erros pode melhorar a compreensão dos sujeitos sobre o assunto em foco.

Será permanecido o sigilo e a identidade dos participantes.

A pesquisa estará sob orientação do professor ANDRÉ LUIS ANDREJEW FERREIRA.

Ao concordar em participar o sujeito da pesquisa declara que está de acordo com este termo e que está ciente:

- da garantia de receber resposta a qualquer dúvida acerca dos procedimentos e otros assuntos relacionados com a pesquisa;
- da segurança de que não haverá divulgação de dados pessoais e que se manterá o carácter confidencial das informações registradas;
- que as informações fornecidas serão arquivadas sem identificação pessoal junto à Cordenação/ Orientação responsável pelo Trabalho de Pesquisa.

Tendo certeza de sua colaboração, agradecemos.

Atenciosamente,

____

PROFESSOR ORIENTADOR DR. ANDRÉ LUIS ANDREJEW FERREIRA

Eu me comprometo a utilizar as informações para fins acadêmicos e a não divulgar sua identidade.

____

BRUNA DA SILVEIRA ISNARDI DUQUIA

Eu, ____, aceito participar da pesquisa. Meus responsáveis permitiram que eu participe.

Faculdade de Educação, Alberto Rosa, 154, 2º andar, Centro, Pelotas, RS – CEP 96010-770

Anexo 3: FORMULÁRIO TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

SCAN ME

Apêndices

Apêndice A: QUESTIONÁRIO INICIAL (INSTRUMENTO 1)

Gostaria que você respondesse esse questionário da forma mais sincera possível, lembre-se que é muito importante você responder de forma clara e sem medo de errar!

"O Caminho da sabedoria é não ter medo de errar."
Paulo Coelho

Sobre quem você é...

1.Qual o seu nome?____

2.Qual a sua idade? ______________________________________

3.Sua Disciplina preferida é? ____________________________

4.Você possui notebook ou computador com acesso à internet, em casa?

(   ) Sim   (   ) Não

7. Você tem WhatsApp (Aplicativo multiplataforma de mensagens instantâneas e chamadas de voz para smartphones.)?

   (   ) Sim   (   ) Não

8. Se a resposta para a pergunta anterior foi sim, você poderia informar seu número? ____

Para as próximas perguntas, vamos pensar Matematicamente!

9. Você gosta de Matemática? Você sabe responder o porquê?

____

____

10. Você saberia reconhecer uma equação? Marque com um x, a resposta que você considera melhor explicar o conceito de uma equação.

(   ) É uma sentença matemática que possui uma ou mais letras.

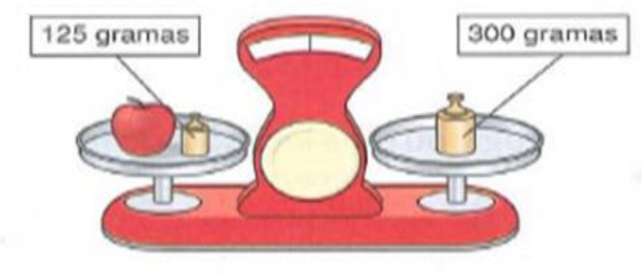
(   ) É uma sentença matemática expressa por uma igualdade com uma ou
mais letras, chamadas incógnitas.

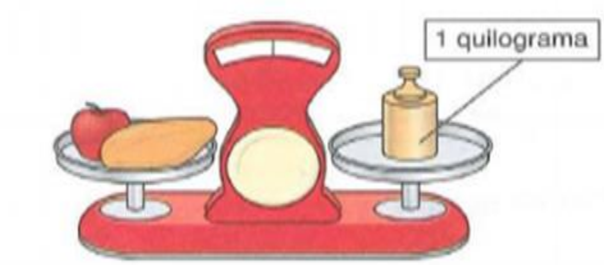
(   ) É uma sentença matemática que possui um sinal de igualdade

11. Quais das seguintes expressões são equações?

( ) $3x + 1 = 16$
( ) $2x + 4 > 12$
( ) $x – 1 + 7 = 5x$
( ) $30 – 5 = 25$
( ) $7x + 4$
( ) $26 + 1 = 3 . 9$

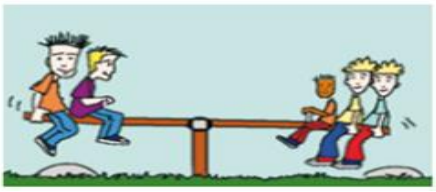
12. Observe as balanças em equilíbrio, e descubra quanto pesa a maçã e o mamão, respectivamente.



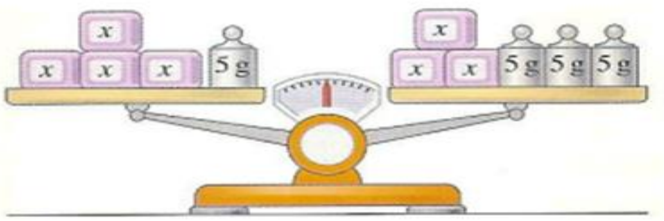


a) 75g e 175g
b) 175g e 825g
c) 185g e 725g
d) 275g e 185g

13. Dois meninos, um de 30 Kg e outro de 40 Kg, equilibram três irmãos em uma gangorra. Um dos irmãos pesa 20 Kg e os outros dois são gêmeos idênticos cujos pesos são iguais. Quanto pesa cada um dos gêmeos?



14. O esquema abaixo mostra uma balança em equilíbrio.



a) Determine a equação que a balança está representando.___________________________

b) Qual é a massa de cada cubo? $x =$ ______

Apêndice B: INSTRUMENTO PILOTO (Instrumento 2)

1. Resolva as equações do 1º grau com uma incógnita

a) $x + 7 = 20$	b) $x - 14 = -10$
c) $3x = 35 - 2x$	d) $3(x + 2) = 2x + 10$
e) $-8x + 7 = -10x + 17$	f) $\frac{x}{3} - \frac{7}{8} = \frac{x}{4} - 1$

Apêndice C: TESTE COMPLEMENTAR (NSTRUMENTO 3)

PROBLEMAS

Olá pessoal, aqui vai mais uma parte da nossa pesquisa!

Mostre como você resolveria esses problemas:

1. Júlia, Pedro e Ricardo vão repartir 37 balas, de modo que Pedro receba 5 balas a mais que Júlia e Ricardo receba 2 balas a mais que Júlia. Quantas balas receberá cada um?

2. A soma do quádruplo de um número com 63 é igual a 211. Qual é esse número?

3. Três filhos recebem mesadas; o mais velho recebe o dobro do que o segundo recebe, e este o dobro do que o mais moço recebe. Sendo o total da mesada deR$70,00, quanto recebe cada um?

Apêndice D: Apresentação dos Vídeos produzidos pela pesquisadora

SCAN ME

SCAN ME

Apêndice D: Questionário Final (INSTRUMENTO 4)

Questionário Final

1. Seu nome é?

____

2.Turma? ___________

3. Tente explicar, com suas palavras, o significado de uma equação para você.

____

____

____

4. Qual sua opinião sobre os vídeos apresentados, você acha que eles ajudaram a esclarecer algumas dúvidas em relação as equações do 1º grau?

____

____

____

5.Qual dos vídeos você acha que lhe ajudou mais? Gostaria de comentar o porquê?

( ) Da sala de aula com os alunos.

( ) Só da professora.

____

____

____

6.Você gostou de participar da pesquisa? Por quê?

____

____

____