UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
Centro de Engenharias
Programa de Pós-Graduação em Ciências Ambientais

Dissertação

Modelagem matemática de dispersão de contaminantes em corpos d'água: estudo de caso com dados do rio Paraibuna - MG

Silvana Barbosa Costa Garcia

Pelotas, 2021

Silvana Barbosa Costa Garcia

Modelagem matemática de dispersão de contaminantes em corpos d'água: estudo de caso com dados do rio Paraibuna - MG

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Ambientais da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciências Ambientais

Orientador: Profª. Drª. Daniela Buske
Coorientador: Prof. Dr. Guilherme Jahnecke Weymar

Pelotas, 2021

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação na Publicação

G216m Garcia, Silvana Barbosa Costa

Modelagem matemática de dispersão de contaminantes em corpos d'água : estudo de caso com dados do rio Paraibuna - MG / Silvana Barbosa Costa Garcia ; Daniela Buske, orientadora ; Guilherme Jahnecke Weymar, coorientador. — Pelotas, 2021.

64 f. : il.

Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Ciências Ambientais, Centro de Engenharias, Universidade Federal de Pelotas, 2021.

1. Modelagem ambiental. 2. Rios. 3. Giltt. 4. Dispersão de poluentes. 5. Advecção-difusão. I. Buske, Daniela, orient. II. Weymar, Guilherme Jahnecke, coorient. III. Título.

CDD : 363.7

Elaborada por Maria Inez Figueiredo Figas Machado CRB: 10/1612

MODELAGEM MATEMÁTICA DE DISPERSÃO DE CONTAMINANTES EM CORPOS D'ÁGUA: ESTUDO DE CASO COM DADOS DO RIO PARAIBUNA - MG

por

Silvana Barbosa Costa Garcia

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Ambientais, PPGCAmb, do Centro de Engenharias da Universidade Federal de Pelotas, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Ciências Ambientais

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Daniela Buske – Orientador (UFPel)

Prof. Dr. Guilherme Jahnecke Weymar – Co-Orientador (UFPel)

Profa. Dra. Fernanda Tumelero (UFPel)

Prof. Dr. Hugo Alexandre Soares Guedes (UFPel)

Prof. Dr. Igor da Cunha Furtado (IFSul)

Prof. Dr. Davi Eugênio Taira Inácio Ferreira (IFSul)

Pelotas, 26 de março de 2021.

AGRADECIMENTOS

Gratidão ao universo e a todos que participaram e me incentivaram para realização desta pesquisa.

Agradeço ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul pela concessão do afastamento para qualificação, em especial, aos colegas do setor financeiro do Câmpus Rio Grande.

Gratidão aos meus familiares, em especial, minha filha, mãe e esposo pela paciência, carinho e incentivo.

Gratidão aos professores e colegas do mestrado, em especial, aos colegas Letícia e Marcos pela colaboração e incentivo durante o curso.

Agradeço aos professores orientadores Drª. Daniela Buske e Dr. Guilherme Jahnecke Weymar e, também, aos professores Dr. Igor da Cunha Furtado e Drª. Diuliana Leandro pelas orientações precisas, paciência e atenção ao longo do desenvolvimento da pesquisa.

Não é necessário que você
veja toda a escada.
Apenas dê o primeiro passo.
— MARTIN LUTHER KING

RESUMO

GARCIA, Silvana Barbosa Costa. **Modelagem matemática de dispersão de contaminantes em corpos d'água: estudo de caso com dados do rio Paraibuna - MG**. 2021. 63 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Ambientais) – Programa de Pós-Graduação em Ciências Ambientais, Centro de Engenharias, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2021.

Acompanhamos o crescimento de nossa sociedade que está profundamente relacionado com à geração de poluição e utilização dos recursos naturais, os quais são finitos e necessitam de cuidados. Dentre esses recursos, destaca-se a água, um bem necessário à nossa sobrevivência que necessita de uma gestão sustentável. As leis como da Política Nacional de Recursos Hídricos e de saneamento básico, através de seus instrumentos de gestão, propõem a utilização de ferramentas eficientes para racionalizar o uso da água e avaliar os impactos sobre esse bem natural. Dentre essas ferramentas, destaca-se a modelagem matemática a qual consegue realizar a verificação da dispersão de poluentes nos ecossistemas, assim como simular e prever fenômenos físicos antes que aconteçam. Sendo assim, o presente trabalho, tem por objetivo encontrar a solução do modelo unidimensional de advecção-difusão, que simula a dispersão de poluentes, pelo método *Generalized Integral Laplace Transform Technique* (GILTT). Para o desenvolvimento do trabalho, realizou-se uma revisão bibliográfica que conta com trabalhos realizados na área da modelagem matemática ambiental. No estudo, são utilizados os dados de um experimento realizado *in situ* no rio Paraibuna com o uso de traçadores fluorescentes. Mostra-se a validação e as simulações do modelo pelo método GILTT em comparação com os dados experimentais e, também, com o modelo de Taylor. Como esperado, os resultados obtidos mostram que a GILTT representou satisfatoriamente os dados observados e apresenta boa concordância entre os métodos analíticos. Observou-se também certa vantagem da solução GILTT em relação a de Taylor, pois a última utiliza parâmetros constantes, já a solução GILTT permite a utilização de parâmetros variáveis, aproximando seus resultados de forma satisfatória aos experimentais.

Palavras-chave: Modelagem ambiental; rios; GILTT; dispersão de poluentes; advecção-difusão.

ABSTRACT

GARCIA, Silvana Barbosa Costa. **Mathematical modeling of dispersion of contaminants in water bodies: a case study with data from the Paraibuna River - MG**. 2021. 63 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Ambientais) – Programa de Pós-Graduação em Ciências Ambientais, Centro de Engenharias, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2021.

We accompany the growth of our society, which is deeply related to the generation of pollution and the use of natural resources, which are finite and need care. Among these resources, water stands out, a good necessary for our survival that needs sustainable management. Laws such as the National Water Resources Policy and basic sanitation, through their management instruments, propose the use of efficient tools to rationalize the use of water and assess the impacts on this natural asset. Among these tools, mathematical modeling stands out, which manages to verify the dispersion of pollutants in ecosystems, as well as simulating and predicting physical phenomena before they happen. Thus, the present work aims to find the solution of the one-dimensional advection-diffusion model, which simulates the dispersion of pollutants, by the method *Generalized Integral Laplace Transform Technique* (GILTT). For the development of the work, a bibliographic review was carried out that includes works carried out in the area of environmental mathematical modeling. The study uses data from an experiment carried out *in situ* on the Paraibuna river using fluorescent tracers. The model's validation and simulations are shown by the GILTT method in comparison with the experimental data and also with the Taylor model. As expected, the results obtained show that GILTT represented the observed data satisfactorily and shows good agreement between the analytical methods. There was also a certain advantage of the GILTT solution in relation to Taylor's, since the latter uses constant parameters, whereas the GILTT solution allows the use of variable parameters, bringing its results in a satisfactory way to the experimental ones.

Keywords: Environmental modeling; rivers; GILTT; pollutant dispersion; advection-diffusion.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Representação gráfica da dispersão de poluentes 23
Figura 2 O transporte de uma mancha de tinta no espaço e tempo via (a) advecção e (b) difusão 25
Figura 3 Imagem Bacia hidrográfica do rio Paraibuna 29
Figura 4 Etapas da modelagem matemática 31
Figura 5 Localização ilustrativa das seções de monitoramento no rio Paraibuna 41
Figura 6 Curvas de convergência da concentração para o método GILTT, considerando os termos da expansão em série na equação (34): a) N=20, b) N=40, c) N=80 e d) N=160, na posição de 7.600 m - Represa (S1) 45
Figura 7 Curvas de distribuições das concentrações (traçador Amidorodamina G Extra) dos métodos GILTT e Taylor e os dados observados na posição de 16.000 m - Pontilhão (S3) 46
Figura 8 Curvas de distribuições das concentrações (traçador Amidorodamina G Extra) dos métodos GILTT e Taylor e os dados observados na posição de 20.000 m - Posto policial (S4) 47
Figura 9 Curvas de distribuições das concentrações (traçador Amidorodamina G Extra) dos métodos GILTT e Taylor e os dados observados na posição de 27.000 m - UHE Marmelos (S5) 47
Figura 10 Curvas de distribuições das concentrações (traçador Uranina), métodos GILTT e Taylor, comparados com os dados observados na posição de 7.600 m - Represa (S1) - campanha 1 48
Figura 11 Curvas de distribuições das concentrações (traçador Uranina), métodos GILTT e Taylor, comparados com os dados observados na posição de 16.000 m - Pontilhão (S3) - campanha 1 48
Figura 12 Curvas de distribuições das concentrações (traçador Uranina), métodos GILTT e Taylor, comparados com os dados observados na posição de 20.000 m - Posto policial (S4) - campanha 1 49
Figura 13 Curvas de distribuições das concentrações (traçador Uranina), métodos GILTT e Taylor, comparados com os dados observados na posição de 27.000 m - UHE Marmelos (S5) - campanha 1 49
Figura 14 Curvas de distribuições das concentrações (traçador de Uranina), métodos GILTT e Taylor, comparados com os dados observados na posição de 7.600 m - Represa (S1) - campanha 2 50

Figura 15 Curvas de distribuições das concentrações (traçador de Uranina), métodos GILTT e Taylor, comparados com os dados observados na posição de 12.100 m - Krambeck (S2)- campanha 2 51
Figura 16 Curvas de distribuições das concentrações (traçador de Uranina), métodos GILTT e Taylor, comparados com os dados observados na posição de 16.000 m - Pontilhão (S3) - campanha 2 51
Figura 17 Curvas de distribuições das concentrações (traçador de Uranina), métodos GILTT e Taylor, comparados com os dados observados na posição de 20.000 m - Posto policial (S4) - campanha 2 52
Figura 18 Curvas de distribuições das concentrações (traçador de Uranina), métodos GILTT e Taylor, comparados com os dados observados na posição de 27.000 m - UHE Marmelos (S5) - campanha 2 52
Figura 19 Comportamento das curvas de passagem do traçador de Amidorodamina G Extra - campanha de campo 1 para os métodos: a) Taylor e b) GILTT 53
Figura 20 Comportamento das curvas de passagem do traçador de Uranina - campanha de campo 1 - para os métodos: a) Taylor e b) GILTT . . . 54
Figura 21 Comportamento das curvas de passagem do traçador de Uranina - campanha de campo 2 - para os métodos: a) Taylor e b) GILTT . . . 54

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Síntese dos dados das seções de injeção e monitoramento 42
Tabela 2 Resumo de informações sobre as campanhas de campo no rio Paraibuna 42
Tabela 3 Parâmetros para simulações - campanha de campo 1 - Amidorodamina 43
Tabela 4 Parâmetros para simulações - campanha de campo 1 - Uranina . . 43
Tabela 5 Parâmetros para simulações - campanha de campo 2 - Uranina . . 43
Tabela 6 Avaliação estatística do modelo GILTT para o traçador de Amidorodamina G Extra, campanha de campo 1. 55
Tabela 7 Avaliação estatística do modelo GILTT para o traçador de Uranina, campanha de campo 1. 55
Tabela 8 Avaliação estatística do modelo GILTT para o traçador de Uranina, campanha de campo 2. 56

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANA	Agência Nacional de Águas
CESAMA	Companhia de Saneamento Municipal
CFD	*Computational Fluid Dynamics*
COPPE	Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia
COR	Coeficiente de Correlação
DBO	Demanda Bioquímica de Oxigênio
EDO	Equação Diferencial Ordinária
EDP	Equação Diferencial Parcial
ETE	Estação de tratamento de esgoto
FB	*Fractional Bias*
FS	*Fractional Shift*
GITT	*Generalized Integral Transform Technique*
GILTT	*Generalized Integral Laplace Transform Technique*
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IQA	Índice de Qualidade das Águas
MG	Minas Gerais
NMSE	*Normalized Mean Square Error*
OD	Oxigênio dissolvido
PNRH	Política Nacional dos Recursos Hídricos
SEMAD	Secretaria de Estado de Meio Ambiente e Desenvolvimento Sustentável
SV	Separação de Variáveis
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área (m^2)
C	Concentração média do poluente (mg/m^3)
D	Coeficiente de difusão turbulenta
D_i	Matriz diagonal dos autovalores
D_x	Coeficiente de dispersão longitudinal (m^2/s)
$E; B; F$	Matrizes de coeficientes do problema transformado
G	Matriz diagonal da exponencial dos autovalores
I	Matriz identidade
$\vec{j}$	Fluxo total
$\vec{j_a}$	Fluxo advectivo
$\vec{j_d}$	Fluxo difusivo
L_x	Comprimento do rio (m)
M	Massa (mg)
Q	Vazão
s	Fonte volumétrica líquida
t	Tempo (s)
U_x	Velocidade média do escoamento (m/s)
$\vec{v}$	Velocidade do fluxo
x	Componente longitudinal (m)
X	Matriz dos autovetores
y	Componente lateral
σ	Desvio padrão
$\delta(x)$	Função Delta de Dirac
Ψ_n	Autofunções do problema de Sturm-Liouville

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 14
1.1 Objetivos 16
1.2 Estrutura da dissertação 16

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 18
2.1 Poluição dos recursos hídricos 18
2.2 Interligação entre quantidade e qualidade da água 22
2.3 Dispersão de poluentes 23
2.4 Trabalhos correlatos 25
2.5 Área do estudo de caso 28

3 METODOLOGIA 31
3.1 Modelagem matemática 31
3.2 Modelo matemático de advecção-difusão 32
3.3 Método GILTT 34
3.4 Solução GILTT para C(x,t) 35
3.5 Solução de Taylor 38
3.6 Dados do artigo da capacidade de transporte e dispersão do rio Paraibuna de Soares, Ribeiro e Guedes (2010) 39
3.7 Dados para validação do modelo 42
3.8 Índices Estatísticos 43

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO 45
4.1 Análise Estatística 55

5 CONCLUSÕES 57

REFERÊNCIAS 58

1 INTRODUÇÃO

O impacto do desenvolvimento da sociedade no meio ambiente vem se somando ao longo da história, segundo Shigunov Neto (2009):

> A relação entre produção e conservação ambiental sempre foi difícil e, sob certos aspectos, até mesmo antagônica. A necessidade de sobrevivência da espécie humana vem servindo como justificativa para a destruição - às vezes lenta, outras em uma velocidade muito rápida - de muitos dos recursos naturais disponíveis na terra. (SHIGUNOV NETO, 2009, p. 55).

Sabe-se que estes recursos, os quais necessitamos para nossa sobrevivência, são finitos e que precisamos nos adequar ao seu uso consciente, construindo formas de manter o crescimento aliado ao cuidado com a natureza.

Conforme Leitão (2015) menciona, busca-se abandonar o modelo de uma economia linear de extrair, produzir e descartar para novas ideias de economia circular, ou seja, sustentável, que procura reaproveitar e reduzir resíduos, poupar recursos naturais e atuar em harmonia com o meio ambiente.

Dentre os recursos naturais existentes, a água torna-se um dos mais relevantes à vida no planeta. Somos dependentes da água direta ou indiretamente, por exemplo, para beber, higienizar-se e no processo produtivo, que traz o alimento à sociedade.

Segundo menciona Derisio (2012), a importância desse recurso natural é claramente expressa na Carta Europeia da Água, promulgada pelo Conselho da Europa em maio de 1968, onde cita que a água é um bem:

> [...] indispensável ao homem como bebida e como alimento, para sua higiene e como fonte de energia, matéria-prima de produção, via para os transportes e base das atividades recreativas que a vida moderna reclama cada vez mais. As disponibilidades de água doce não são ilimitadas. É indispensável preservá-las, controlá-las e, se possível, acrescê-las. (DERISIO, 2012, p. 20).

O problema que esta substância tão única, presente em nossa natureza, sofre com a poluição e necessita de cuidados e uma gestão sustentável. Nesse panorama, destaca-se a importância da gestão dos recursos hídricos, que através das leis aplicáveis define, por exemplo, os responsáveis pela regulação do uso da água, dispõe sobre metas de conservação e enquadramento de corpos de água em classes, conforme citado no Plano Nacional de Recursos Hídricos (BRASIL, 1997).

Além disso, outra grande motivação para estudar a gestão e a qualidade da água, conforme ressalta Barros (2004) é devido a existência de uma interligação entre qua-

lidade e quantidade desse recurso. Isso porque, sabe-se que muitos problemas de qualidade estão associados à quantidade de água disponível para diluição de poluentes, por isso há necessidade de pesquisar os processos de autodepuração e de dispersão de poluentes no meio hídrico.

Esta preocupação com a qualidade de nossas águas e com o ecossistema como um todo fomenta a criação de pesquisas que possibilitem avaliar impactos ambientais como, por exemplo, avaliar a dispersão de contaminantes e dos riscos que esses podem causar no meio ambiente.

Neste cenário de grande preocupação ambiental, a modelagem matemática apresenta-se como um recurso que tem sido cada vez mais empregado e explorado em estudos dos ecossistemas, pois mostra alto valor científico e utilidade no prognóstico e na avaliação dos impactos ambientais.

A modelagem matemática permite estimar diferentes impactos em diversas áreas como, por exemplo, o alcance de poluentes na atmosfera, os efeitos do efluente líquido na qualidade da água de rios, lagos, estuários e reservatórios, mostrando não somente os impactos pós lançamento, como também garante a realização de prognósticos através da simulação de cenários futuros. Ademais, permite a avaliação do comportamento das variáveis indicadoras de qualidade da água ao longo do espaço e do tempo, permitindo a análise da dispersão de poluentes no meio hídrico.

Conforme Barros (2004), o desenvolvimento de modelos matemáticos e as suas simulações computacionais, além de auxiliar na previsão e na avaliação das consequências da implantação e operação de empreendimentos em diferentes esferas do meio ambiente, tem sido importante na comunidade científica devido aos altos custos relacionados aos aparatos experimentais.

Ainda segundo Barros (2004), esses modelos possuem custos menores e têm o benefício de adaptar-se a novas situações. Sendo assim, os benefícios das técnicas de modelagem matemática para problemas de transporte de poluentes em rios justificam o desenvolvimento de novos estudos nesta área.

Neste contexto, o enfoque desta pesquisa, conforme descrição na próxima seção, foi o estudo do transporte e dispersão de poluentes em um corpo hídrico realizando a validação de um modelo matemático de advecção-difusão, com dados de um trabalho real, visando contribuir para avaliação dos impactos da poluição.

Como metodologia, propõe-se a utilização da técnica GILTT (Generalized Integral Laplace Transform Technique) para obter a solução do modelo. A GILTT refere-se a uma solução analítica usada para prever o comportamento do poluente dispersado. De acordo com Buske (2008), pode-se resumir a obtenção da solução do problema via GILTT da seguinte forma:

> [...] procede-se à transformação integral normalmente até a obtenção do sistema EDO. Aplica-se a transformada de Laplace nesse sistema,

> o que resulta em um sistema algébrico. A matriz dos coeficientes do sistema transformado é decomposta em seus autovalores e autovetores. Após a diagonalização, esta matriz é invertida para se obter a solução do sistema algébrico. Esta inversão é analítica e sem custo computacional por ser de uma matriz diagonalizada. A transformada de Laplace também é. Assim a solução analítica do problema transformado é finalmente encontrada. (BUSKE, 2008, p. 11).

1.1 Objetivos

Sendo a modelagem matemática uma importante ferramenta de avaliação de impacto ambiental, a presente pesquisa tem como objetivo principal solucionar um modelo matemático que expressa o problema ambiental de dispersão de poluentes em rios, representado aqui pelo modelo de advecção-difusão unidimensional, através da abordagem GILTT.

A presente pesquisa utiliza, nas simulações para validação e comparação do modelo, os dados das análises das características de diluição e transporte de poluentes do rio Paraibuna, fornecidos pelo artigo dos autores Soares, Ribeiro e Guedes (2010). Neste artigo, a avaliação do transporte e dispersão do rio foi realizada com a utilização de traçadores fluorescentes e o método matemático para comparação dos parâmetros utilizado foi Taylor.

Como objetivos secundários propõe-se:

a) Fazer a simulação e implementação computacional do modelo através do Software Julia 1.4.1 (2020), já utilizado com outras técnicas, mas implementado de forma única com a abordagem GILTT. Realizar uma análise (através de gráficos e índices estatísticos) entre as concentrações preditas e observadas;

b) Simular pontos críticos de poluição em relação ao tempo, observando diferentes cenários de poluição, ou seja, a nuvem de traçador em relação ao tempo;

c) Trazer trabalhos correlatos à área da modelagem matemática ambiental, afim de servir como base para outros estudos na área.

1.2 Estrutura da dissertação

Esta dissertação está estruturada da seguinte forma: o Capítulo 1 apresenta a introdução, destacando a importância das pesquisas na área da modelagem matemática e o quanto essas podem contribuir na avaliação da degradação ambiental, assim como os objetivos da pesquisa.

No Capítulo 2, é realizada uma descrição dos tópicos indispensáveis à compreensão desse estudo, como a poluição dos recursos hídricos, interligação entre qualidade e quantidade de água, dispersão de poluentes, trabalhos correlatos e a área na qual foi realizada a avaliação *in situ* dos dados utilizados neste trabalho.

O Capítulo 3 mostra a metodologia, descrevendo em detalhes as características do modelo utilizado e a solução da equação de advecção-difusão, através da técnica GILTT, assim como os dados utilizados nas simulações e os índices estatísticos.

Já no Capítulo 4, são apresentadas as discussões dos dados analisados, os gráficos com as simulações, a análise estatística, ou seja, os resultados alcançados na pesquisa.

O Capítulo 5 mostra as conclusões em relação à pesquisa. E, por fim, as referências bibliográficas utilizadas na construção desta dissertação.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo tem como função descrever os tópicos relevantes ao entendimento desta pesquisa, retratando sobre os impactos da poluição no meio aquático, a relação entre a qualidade e quantidade de água e a influência da poluição nessa relação. Apresenta-se uma breve conceituação sobre dispersão de poluentes, constando também trabalhos que envolvem a temática e, por fim, a área do estudo de caso.

2.1 Poluição dos recursos hídricos

A preocupação com os impactos da poluição gerada pelas atividades antrópicas no meio ambiente é cada dia mais urgente. Para compreender melhor, é necessário conceituar o que vem a ser a poluição. De acordo com a Política Nacional do Meio Ambiente, Lei nº 6.938 (BRASIL, 1981), no artigo 3º, inciso III, a poluição é:

> [...] a degradação da qualidade ambiental resultante de atividades que direta ou indiretamente prejudiquem a saúde, a segurança e o bem-estar da população, criem condições adversas à atividades sociais e econômicas, afetem desfavoravelmente a biota, afetem as condições estéticas ou sanitárias do meio ambiente e lancem matérias ou energia em desacordo com os padrões ambientais estabelecidos. (BRASIL, 1981).

A definição de poluição, que a princípio parece simples, é de modo geral complicada, pois se confunde com conceitos de contaminação, ou com interpretações de juízo de valor.

Torna-se importante conceituar, também, o que vem a ser contaminação, segundo Alencar, Navoni e Amaral (2019) “refere-se à presença, no meio ambiente, de organismos e/ou substâncias em concentrações suficientes para causar doenças ao ser humano e/ou outros organismos vivos presentes no meio ambiente”.

Conforme Carapeto (1999), para uma avaliação mais objetiva da poluição deve-se considerar a análise de alguns parâmetros, como:

a) Avaliação do tipo de material que está sendo lançado no ecossistema analisado;

b) Verificação do efeito das adições sobre a fauna e flora do presente ecossistema;

c) Avaliar as implicações desses efeitos sobre a saúde humana e de outros seres em contato com esse habitat;

d) As consequências de não libertar esses materiais no ecossistema.

A partir disso, ao responder os parâmetros acima citados e ao entender melhor as diferenças entre os dois importantes termos empregados nas discussões sobre meio ambiente, poluição e contaminação, é possível observar de uma forma mais clara a poluição e seus malefícios.

A poluição das águas, conforme cita Derisio (2012), basicamente se origina dos quatro tipos de fontes, apresentadas na sequência:

a) Poluição natural causada, por exemplo, por chuvas e escoamento superficial, salinização e também por decomposição de matéria vegetal e animal;

b) Poluição industrial, que se constitui de resíduos líquidos de processos industriais;

c) Poluição urbana, proveniente de esgotos domésticos lançados direta ou indiretamente nos corpos d'água;

d) Poluição agropastoril, decorrente de atividades ligadas à agricultura e à pecuária por meio de defensivos agrícolas, fertilizantes, excrementos de animais e erosão.

Além desses quatro tipos, existe e deve ser considerada a poluição dita acidental, decorrente de derramamentos de materiais prejudiciais à qualidade das águas.

É importante entender também que os poluentes podem ser diferenciados quanto à dissolubilidade no ambiente, que podem ser: não conservativos ou biodegradáveis, que são os facilmente dissipáveis, como substâncias orgânicas provenientes de efluentes domésticos, e os conservativos e, também, os resíduos sólidos.

Dentre os poluentes conservativos, ou seja, os que não são degradados por processos naturais, pode-se citar conforme Alencar *et al.* (2016), os metais pesados, resultantes de atividades antrópicas como despejo de resíduos industriais, derrames de petróleo e uso de fertilizantes. Esses metais pesados são considerados poluentes graves, pois, ao contrário do observado para os poluentes biodegradáveis e não conservativos, podem adentrar a cadeia alimentar e se bioacumular, causando sérios problemas aos animais, plantas e, até mesmo, ao homem.

Ressalta-se também, conforme Cerqueira *et al.* (2015), que a irrigação excessiva e o uso de agrotóxicos nas plantações, que invadem o solo e contaminam o lençol freático, além da poluição industrial jogada diretamente nos corpos hídricos, contribuem para a poluição das águas e geram os impactos que podem ser constatados no ecossistema atualmente.

Outro fator relevante a ser mencionado, conforme dados fornecidos no site da Agência Nacional de Águas (ANA), Brasil (2020a), é o fato de que a maior parte da água disponível no nosso planeta é salgada e que a água doce disponível, além de escassa, é mal distribuída no espaço territorial mundial e está sendo constantemente poluída, o que contribui para escassez desse recurso.

Segundo Cerqueira *et al.* (2015), no Boletim informativo sobre a crise hídrica, a vazão consumida, ou seja, a distribuição de água no país constitui-se da seguinte forma: 72% irrigação; 11% consumo animal; 9% abastecimento humano urbano; 7% industrial e 1% abastecimento humano em áreas rurais.

O mesmo boletim ressalta sobre o desperdício com a água, tanto nas áreas rurais, pela irrigação excessiva como nas áreas urbanas, pelo uso não racional da água, fatores os quais contribuem para escassez do recurso.

Em relação à legislação que visa a gestão sustentável dos recursos hídricos, destaca-se as leis citadas abaixo, que têm por objetivo promover o uso racional da água nas áreas urbanas e rurais:

a) Lei nº 9.433, de 8 de janeiro de 1997, que institui a Política Nacional de Recursos Hídricos (BRASIL, 1997);

b) Lei nº 11.445, de 5 de janeiro de 2007, que estabelece diretrizes nacionais para o saneamento básico (BRASIL, 2007).

Segundo consta na Lei nº 9.433 (BRASIL, 1997), em seus artigos 2 e 5, os objetivos e instrumentos da PNRH, são:

> Art. 2. São objetivos da Política Nacional de Recursos Hídricos:
> I - assegurar à atual e às futuras gerações a necessária disponibilidade de água, em padrões de qualidade adequados aos respectivos usos;
> II - a utilização racional e integrada dos recursos hídricos, incluindo o transporte aquaviário, com vistas ao desenvolvimento sustentável;
> III - a prevenção e a defesa contra eventos hidrológicos críticos de origem natural ou decorrentes do uso inadequado dos recursos naturais;
> IV - incentivar e promover a captação, a preservação e o aproveitamento de águas pluviais.
> Art. 5. São instrumentos da Política Nacional de Recursos Hídricos:
> I - os Planos de Recursos Hídricos;
> II - o enquadramento dos corpos de água em classes, segundo os usos preponderantes da água;
> III - a outorga dos direitos de uso de recursos hídricos;
> IV - a cobrança pelo uso de recursos hídricos;
> V - a compensação a municípios;
> VI - o Sistema de Informações sobre Recursos Hídricos. (BRASIL, 1997).

A fiscalização, embora não contemplada como instrumento, é fundamental para verificar o cumprimento das outorgas e coibir usos abusivos.

Já a Lei nº 11.445 (BRASIL, 2007), diz respeito às normas de saneamento, a qual é pautada em vários princípios fundamentais, dos quais destacam-se alguns, conforme segue:

> Art. 2. Os serviços públicos de saneamento básico serão prestados com base nos seguintes princípios fundamentais:
> I - universalização do acesso e efetiva prestação do serviço;
> III - abastecimento de água, esgotamento sanitário, limpeza urbana e manejo dos resíduos sólidos realizados de forma adequada à saúde pública, à conservação dos recursos naturais e à proteção do meio ambiente;
> VIII - estímulo à pesquisa, ao desenvolvimento e à utilização de tecnologias apropriadas, consideradas a capacidade de pagamento dos usuários, a adoção de soluções graduais e progressivas e a melhoria da qualidade com ganhos de eficiência e redução dos custos para os usuários;
> XVI - prestação concomitante dos serviços de abastecimento de água e de esgotamento sanitário. (BRASIL, 2007).

Importante citar também a Lei nº 14.026, de 15 de julho de 2020 (BRASIL, 2020b). Esta Lei atualiza o marco legal do saneamento básico, a qual estabelece, por exemplo, metas de universalização dos serviços de água e esgoto até 2033 e dá outras providências.

Outra relevante legislação, que contempla o Art. 9 da Lei nº 9.433 da PNRH, é a Resolução nº 357, de 17 de março de 2005, do CONAMA (BRASIL, 2005), a qual dispõe sobre a classificação e diretrizes ambientais para o enquadramento dos corpos de água superficiais, bem como estabelece as condições e padrões de lançamento de efluentes.

Outra importante citação desta resolução nº 357, do CONAMA, trata-se do estabelecimento, para cada classe de corpos de água, de limites máximos ou mínimos dos parâmetros de qualidade de água. Com isso, mostra-se um instrumento de planejamento bastante interessante ao estabelecer a qualidade que cada curso d'água deverá manter para atender aos usos que se destina.

A resolução nº 357 cita também diversos parâmetros utilizados em estudos de qualidade da água. Conforme Souza (2015) explica, os parâmetros, quando interpretados de forma isolada não permitem fazer uma avaliação geral dos ecossistemas aquáticos, além de serem de difícil interpretação por profissionais que não são da área ambiental. Por isso, uma metodologia bastante difundida para expressar a qualidade da água dos mananciais são os chamados índices de qualidade de água.

O Índice de Qualidade das Águas (IQA), ainda conforme explica Souza (2015), in-

corpora 9 parâmetros relevantes à avaliação da qualidade das águas. O IQA é calculado pelo produto ponderado dos parâmetros de qualidade de água que são: temperatura da amostra, pH, oxigênio dissolvido, demanda bioquímica de oxigênio, coliformes fecais, nitrogênio total, fósforo total, resíduo total e turbidez. Esses índices podem e frequentemente são utilizados como ferramentas de gestão dos recursos hídricos.

É notório que todas essas ações e ferramentas de gestão citadas nas leis e no boletim sobre a crise hídrica influenciam a disponibilidade e a qualidade dos recursos hídricos.

2.2 Interligação entre quantidade e qualidade da água

Sendo a água um elemento essencial à sobrevivência dos seres vivos, observa-se o quão é importante estudar a poluição da mesma, buscando formas de examinar os poluentes, suas causas e efeitos sobre esse bem natural, pois a qualidade da água vai influenciar na quantidade disponível ao uso.

Confirmando o parágrafo anterior, o autor Barros (2004) cita que a qualidade da água está fortemente ligada à quantidade de água existente para dissolver, diluir e transportar as substâncias que prejudicam a saúde dos seres humanos, o que torna o estudo da sua qualidade uma prioridade de nível mundial. Assim, observa-se a crescente necessidade da utilização da água e a preocupação com a qualidade da mesma pela economia, tanto para necessidades produtivas como para o consumo humano.

Conforme cita Pereira *et al.* (2016), o aumento da densidade populacional nas zonas urbanas e a intensificação da produção, em que o autor ressalta a produção agrícola, vem aumentando a competição pelos recursos hídricos, tornando cada vez mais importantes estudos que levem em consideração a quantidade de água e sua qualidade. Entende-se que regiões, mesmo apresentando alta disponibilidade de recursos hídricos, ou seja, grande quantidade de água, podem, se o corpo d'água estiver com sua capacidade de autodepuração reduzida ou mal aproveitada, tornar-se um recurso com baixa qualidade, reduzindo assim a quantidade disponível com qualidade para consumo.

Ressaltando o exposto no artigo de Pereira *et al.* (2016), torna-se cada vez mais relevante pesquisas que avaliem a quantidade de água com qualidade de uso, a capacidade de transporte de poluentes, a capacidade de autodepuração e a qualidade do recurso hídrico.

Segundo Machado (2006), faz-se necessário o "[...] desenvolvimento de novas técnicas para predizer o impacto ambiental causado por emissões industriais em rios de modo que estratégias possam ser planejadas para diminuir os efeitos desta poluição". No estudo, o autor refere-se a poluição industrial, tema da sua pesquisa,

mas na realidade, deve-se buscar ferramentas para reduzir todos os tipos de poluição, a fim de se garantir uma melhor utilização dos recursos hídricos.

Consonante com essa ideia, Andrade (2010) expõe que a proteção das águas envolve o monitoramento e a avaliação de sua qualidade ao longo dos corpos d'água, estabelecendo metas e controlando as emissões de poluentes, de forma que um nível aceitável de qualidade da água seja mantido.

2.3 Dispersão de poluentes

Devido ao crescimento de áreas urbanas e industriais, bem como ao aumento da quantidade de resíduos e outras fontes poluidoras, a análise da dispersão de poluentes no meio aquático torna-se um assunto relevante para este tempo.

A dispersão de poluentes nos corpos hídricos, conforme cita Machado (2019), entende-se como "[...] o fenômeno de transporte de efluentes causado pela ocorrência conjunta de difusão molecular e/ou turbulenta e da advecção". Como exemplo gráfico do processo de dispersão de poluentes, apresenta-se a Figura 1:

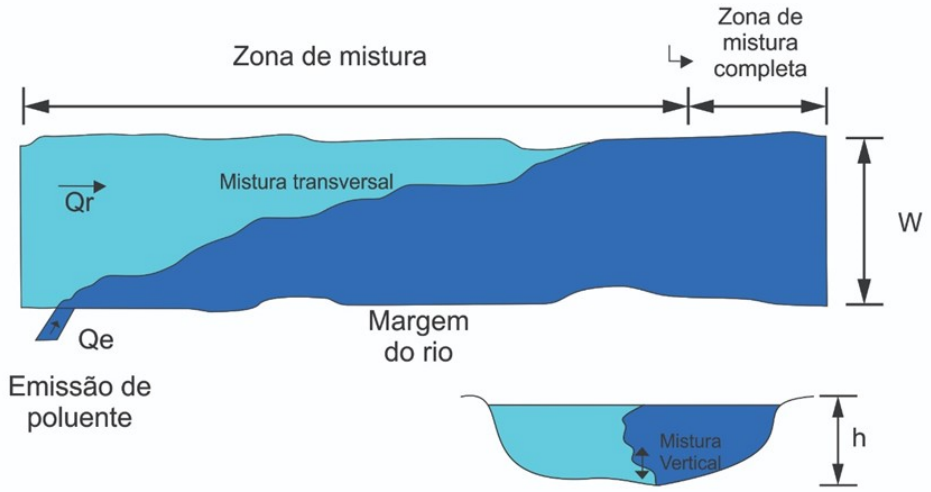

Figura 1: Representação gráfica da dispersão de poluentes
Fonte: Adaptado de Machado (2006).

A Figura 1 apresenta uma ilustração da dispersão de poluentes, isto é, quando um poluente é lançado na lateral de um rio com uma determinada vazão Qe, escoando com uma vazão constante Qr, e à medida que ele vai se misturando com a água do rio, a pluma formada de poluente vai se expandindo pela zona de mistura nas três dimensões desse rio, até que ela atinge uma mistura completa, onde não há mais dispersão significativa. A partir desse ponto, apenas as reações de decomposição vão

aparecer, caso o componente estudado seja não conservativo, então essas reações devem ser levadas em consideração.

Segundo Vidal, Chagas e Souza (2015), em estudos de qualidade de água é possível avaliar o comportamento de um campo de concentração em um sistema hídrico, após o lançamento de uma quantidade de poluente. Segundo os autores, as leis da física, quando aplicadas a meios contínuos, são representadas por equações diferenciais parciais que assumem diferentes formas, de acordo com o fenômeno a ser estudado.

Os modelos matemáticos de qualidade de água são capazes de representar um processo físico qualquer, incluindo o processo de dispersão de poluentes, através da formulação de um conjunto de equações matemáticas que o represente.

O problema de análise e de previsão do transporte de substâncias num dado escoamento - a dispersão - segundo Barros (2004), está fortemente ligado a processos físicos de advecção e difusão.

O processo de advecção pode ser entendido como o transporte de substâncias pelo fluido em movimento. Sendo assim, verifica-se que um transporte puramente advectivo provoca o deslocamento de substâncias com a velocidade do fluido na direção do escoamento, de acordo com Machado (2019).

Acerca do processo de difusão, existem várias explicações de diversos autores. Nesta pesquisa, apresenta-se a versão do autor Cremasco (2019), que afirma ser imprescindível entender ao que se remete o vocábulo difusão, o qual se refere ao verbo latino *diffundere*, guardando em si o significado de espalhar.

O conceito de difusão é utilizado em diversos campos do conhecimento. Assim, ao utilizar o termo difusão, deve-se haver um complemento para definir ao que se refere. Em outras palavras, a difusão pode se referir ao transporte de matéria, átomos, moléculas e em determinado meio que pode ser gasoso, líquido ou sólido.

Para uma compreensão simples do fenômeno de difusão mássica, apresenta-se, conforme Cremasco (2019) cita, o exemplo de uma gota de tinta em um copo de água, conforme segue: ao depositar uma gota de tinta, sem agitação, a uma temperatura constante em um copo com água, transcorrida algumas horas, a cor espalhar-se-à alguns milímetros e, após vários dias, a solução estará uniformemente colorida. O fenômeno então responsável pelo espalhamento da tinta em várias direções da água até a homogeneização da solução é resultado da difusão mássica.

No exemplo em particular, associa-se a tinta ao soluto e a água ao meio, sendo um exemplo típico de difusão mássica em líquidos que ocorre em escala molecular, basicamente, pela íntima interação e entre as moléculas de tinta e de água. Conforme o autor cita, a complexidade da descrição da difusão mássica está intimamente associada à mobilidade do soluto no meio considerado, bem como ao seu percurso característico.

A partir desse exemplo, nota-se que, no processo de difusão, o transporte de matéria ocorre mesmo que a água esteja parada. Sendo assim, observa-se que a substância espalha-se de regiões de mais alta concentração para regiões de mais baixa concentração.

O processo de difusão é explicado também como difusão molecular e turbulenta, conforme Schnoor (1992), em que a difusão molecular é entendida como a mistura de produtos químicos dissolvidos devido ao passeio aleatório de moléculas dentro do fluido, já a turbulenta refere-se à mistura de substâncias particuladas dissolvidas e finas causadas por turbulência em microescala.

Para melhor visualização dos processos de advecção e difusão tratados nesta seção, segue Figura 2:

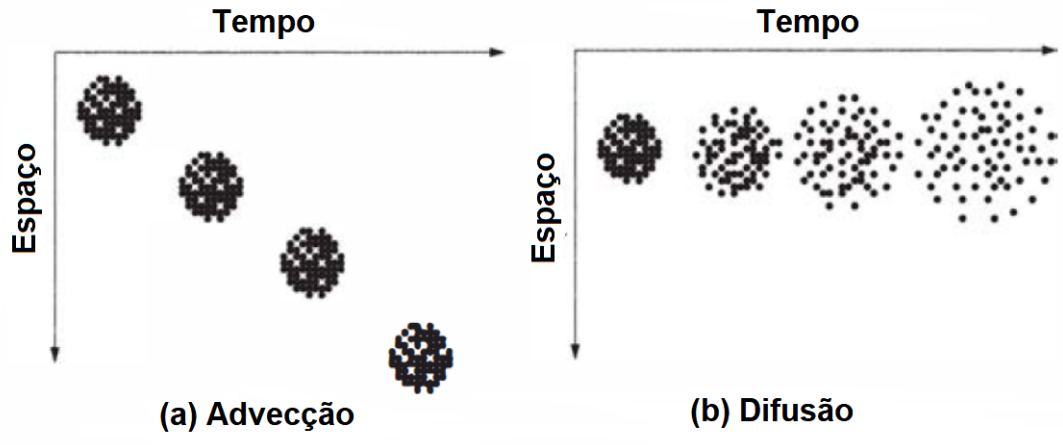

Figura 2: O transporte de uma mancha de tinta no espaço e tempo via (a) advecção e (b) difusão

Fonte: Adaptado de Chapra (2008).

A Figura 2 (a) apresenta, através de uma representação gráfica, o processo de advecção, em que a matéria move-se de uma posição no espaço para outra, sem mudança na identidade da substância. Já o processo de difusão, representado na Figura 2 (b), refere-se ao movimento da massa devido ao movimento aleatório da água ou mistura, em que tal transporte faz a mancha de tinta espalhar-se e diluir ao longo do tempo com movimento aleatório e sofrendo um processo de expansão, misturando-se ao meio.

2.4 Trabalhos correlatos

Conforme observa-se, a poluição da água, do solo e do ar são problemas que atingem nossa vida. Visando avaliar essa externalidade negativa, existem os modelos ma-

temáticos de análise da dispersão de poluentes que se apresentam como uma forma relevante para o controle da poluição. Para mostrar isso, apresenta-se um resumo de trabalhos na área da modelagem ambiental, principalmente, pesquisas utilizando a abordagem GILTT, a qual é utilizada na metodologia da presente pesquisa.

Seguindo uma ordem cronológica, apresenta-se primeiramente a tese de Barros (2004), com o título: “Modelos multidimensionais para dispersão de contaminantes em rios e canais: soluções híbridas por transformação integral”. Em seu estudo, o autor apresentou hipóteses para solução do problema de dispersão poluentes via técnica da transformada integral generalizada (GITT), para modelos bidimensionais e tridimensionais em regime permanente, utilizando dados obtidos na literatura. Verificou-se que o método da transformada mostrou-se eficaz.

Verificou-se também como estudo correlato à tese de Machado (2006), de título “Modelagem tridimensional da dispersão de poluentes em rios”. O estudo apresenta um modelo fluido dinâmico computacional tridimensional *Computational Fluid Dynamics* (CFD), para simular a dispersão de substâncias solúveis em rios. O problema foi modelado através da resolução das equações de continuidade, conservação de movimento e de transferência de massa de um dado componente presente no rio.

Além da simulação computacional da dispersão de poluentes, Machado (2006) realizou comparações entre os resultados numéricos e dados experimentais coletados no rio Atibaia. Verificou-se que os resultados numéricos apresentaram uma boa concordância com os dados coletados experimentalmente, mostrando que a metodologia proposta serve como uma boa ferramenta para a avaliação do impacto ambiental causado pela emissão de poluentes em rios.

Um trabalho importante estudado foi o artigo desenvolvido pelos autores Soares, Ribeiro e Guedes (2010), de título: “Avaliação da capacidade de transporte e dispersão do Rio Paraibuna utilizando traçadores fluorescentes: Trecho: Distrito Industrial a UHE Marmelos — Juiz de Fora, Minas Gerais (MG)”. O artigo teve como objetivo quantificar as características de diluição e transporte de poluentes no rio Paraibuna utilizando os traçadores fluorescentes. A análise foi realizada através da quantificação dos coeficientes de dispersão e velocidades médias de transporte para duas vazões distintas utilizando traçadores. O instrumental matemático utilizado para a determinação dos parâmetros foi o método de Taylor.

Dentre as conclusões apresentadas por Soares, Ribeiro e Guedes (2010), salienta-se que os traçadores fluorescentes mostraram-se adequados para avaliação da capacidade de transporte e dispersão do rio, apresentando concordância expressiva das características hidrodinâmicas (dispersão longitudinal e velocidade média) do rio avaliadas *in situ*.

A análise de dispersão de poluentes via modelos matemáticos e computacionais apresentam relevância em outras análises de poluentes, como o artigo de Buske

et al. (2012), no qual verifica-se a dispersão de poluentes na atmosfera. O artigo de título: "*Air Pollution Steady-State Advection-Diffusion Equation: The General Three-Dimensional Solution*", apresenta uma descrição detalhada da abordagem GILTT, para um modelo tridimensional. Verificou-se que a abordagem produz uma solução aceitável para a equação de advecção-difusão e que os parâmetros das concentrações mostraram-se bem próximos aos valores observados.

Foi pesquisada também a dissertação da autora Oliveira (2015), de título: "Dispersão de contaminantes em rios e canais através do método GILTT", que teve como objetivo principal obter uma solução analítica da equação de advecção-difusão, que simula a dispersão de contaminantes em rios e canais. Para isso, foram considerados os modelos bidimensionais e tridimensionais. A abordagem utilizada para a resolução desses modelos foi a GILTT, com dados obtidos da literatura de experimentos em tanques. Constatou-se o bom desempenho dos modelos com essa abordagem, sendo que os resultados obtidos mostraram-se coerentes com a física do problema.

Analisou-se ainda como estudo correlato o artigo dos autores Machado *et al.* (2019), com título "Simulação de um modelo bidimensional transiente aplicado à dispersão de poluentes em um corpo hídrico". Apresentou-se um modelo matemático de dispersão de poluentes no plano bidimensional (longitudinal e vertical) em regime transiente, no qual se investigou o fenômeno de dispersão de poluente em um corpo hídrico. O objetivo principal foi apresentar a abordagem de solução analítica, separação de variáveis (SV), e comparar com dados experimentais obtidos da literatura. Concluiu-se que os resultados demonstraram que o modelo consegue representar o fenômeno da dispersão adequadamente.

Outro estudo correlato a essa pesquisa é a dissertação de Machado (2019), de título: "Modelagem da dispersão de poluentes em rios e canais sob a perspectiva das abordagens GILTT e separação de variáveis". O trabalho teve como objetivo comparar as soluções utilizando as abordagens analíticas do método GILTT e o de separação de variáveis que modelam o problema da dispersão de poluentes em rios e canais. Foi considerado um modelo bidimensional, utilizando dados experimentais de tanques obtidos na literatura.

A dissertação de Machado (2019) mostrou que as características apresentadas pelas GILTT e SV são muito similares e apresentaram um bom desempenho do modelo utilizando as duas abordagens, mas percebeu-se uma pequena melhora da abordagem GILTT. Isso porque a abordagem SV, ao contrário da GILTT, utiliza coeficientes constantes, o que acarreta certa limitação em seu desempenho.

Avaliando estudos recentes na área da modelagem, observa-se a pesquisa da autora Silva (2020), com título: "Modelagem dinâmica da dispersão de efluentes no estuário da Lagoa dos Patos-RS". A autora aborda a influência da hidrodinâmica da lagoa, avaliando pontos na enseada, em relação ao comportamento de variáveis indi-

cadoras da qualidade de água. A metodologia baseou-se na aplicação do modelo hidrodinâmico TELEMAC-3D acoplado a um módulo de poluentes de advecção-difusão-decaimento, o qual a autora cita ser utilizado com êxito na gestão ambiental de regiões costeiras. Observou-se que o acoplamento dos dois modelos possibilitou demonstrar a eficiência da modelagem numérica, para compreensão da dinâmica do sistema no tocante a dispersão da poluição na Lagoa dos Patos.

Na busca de trabalhos correlatos a nível internacional foi analisado o artigo de Yang *et al.* (2019), de título: "*Impact of hotel septic effluent on the Jinfoshan Karst aquifer, SW China*". O artigo investigou os impactos no aquífero cárstico dos efluentes do Hotel Jinfoshan Holiday de Chongqing em sua saída na nascente Shuifan, onde foram utilizados traçadores fluorecentes. Observou-se que a maior parte do corante fluorescente (uranina) injetado em um vaso sanitário do hotel foi recuperado na nascente, sugerindo uma forte conexão hidráulica entre os resíduos do hotel no aquífero.

O artigo de Yang *et al.* (2019), além de ser um estudo recente, mostra que experimentos *in situ* utilizando traçadores fluorecentes são aceitos tanto no mercado nacional quanto internacional como forma de avaliação de impacto ambiental.

2.5 Área do estudo de caso

A área do estudo de caso, que contempla os dados utilizados nessa pesquisa fornecidos pelo artigo de Soares, Ribeiro e Guedes (2010), é o rio Paraibuna, localizado no município de Juiz de Fora, o qual, conforme dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) (2020), era chamado de antiga Vila de Santo Antônio do Paraibuna, que foi elevada à categoria de cidade, em 1865, e ganha o nome de cidade de Juiz de Fora.

O município fica localizado no interior do estado de Minas Gerais, na Zona da Mata Mineira, a sudeste da capital do estado, Belo Horizonte e, segundo o último censo do IBGE, no ano de 2010, sua população ficou estimada em 516.247 habitantes.

Antes dos dados sobre o rio Paraibuna, ressalta-se o que vem a ser um rio e sua importância para o meio ambiente e para sociedade.

Segundo Xavier (2005), os rios são os recursos de água doce mais relevantes ao homem, possuem grande importância no cenário mundial e devem ser preservados, pois são essenciais para à vida. Rios, de acordo com Xavier (2005), são sistemas complexos de água corrente que drenam áreas específicas, as quais são denominadas bacias hidrográficas. Também, entende-se por ser um curso de água, geralmente de água doce, que flui em direção a um outro corpo de água.

Conforme relatório 159/05 de Soares, Ribeiro e Guedes (2006), o rio Paraibuna juntamente com os rios Cágado, Preto e Peixe formam a Bacia hidrográfica do rio. O mesmo nasce na serra da Mantiqueira a 1.200 m de altitude e, depois de percorrer 166

km, lança-se à margem esquerda do rio Paraíba do Sul a 250 m de altitude. A Bacia hidrográfica do rio ocupa em Minas Gerais uma área de aproximadamente 5.200 km^2, o que corresponde a aproximadamente 9% da área total da Bacia do rio Paraíba do Sul. Vinte e três municípios mineiros encontram-se total ou parcialmente localizados na área da bacia.

Em relação à Bacia hidrográfica, conforme Araújo *et al.* (2018), essa abarca áreas dos estados de Minas Gerais e do Rio de Janeiro, sendo afluente do rio Paraíba do Sul.

O rio Paraibuna possui aproximadamente 82% de sua superfície dentro da Zona da Mata, importante área ambiental, e o restante na zona sul do Estado de Minas Gerais.

O desenvolvimento econômico ocorrido às margens do rio, conforme cita Araújo *et al.* (2018), fez com que o mesmo fosse visto como o principal rio da bacia e com relevante papel em estudos ambientais.

Na Figura 3, apresenta-se a imagem da bacia hidrográfica do rio Paraibuna.

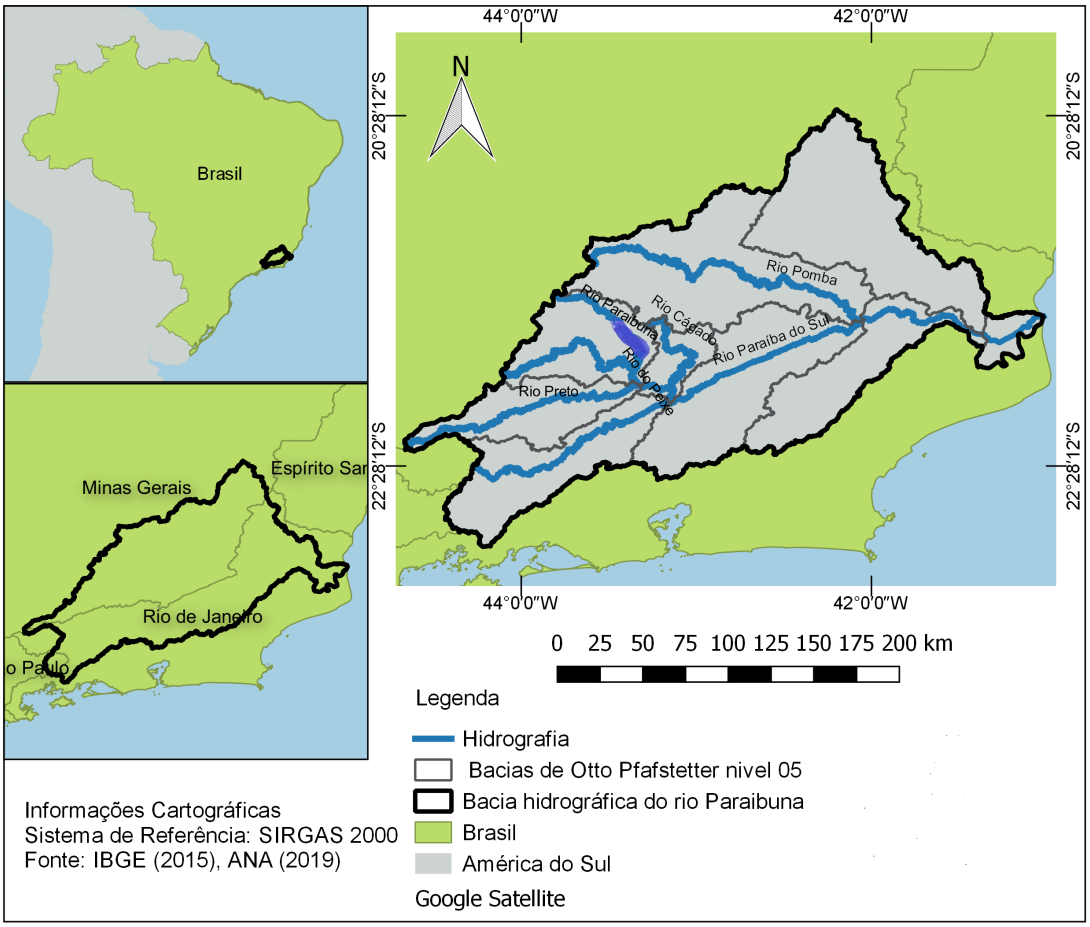

Figura 3: Imagem Bacia hidrográfica do rio Paraibuna

Fonte: A autora (2020).

Observa-se, na Figura 3, a imagem da bacia do rio Paraibuna que nasce no estado de MG e recebe como principais afluentes o rio do Peixe, o rio Cágado e o rio Preto antes de desaguar no rio Paraíba do Sul no estado do Rio de Janeiro.

Na busca de notícias sobre o rio Paraibuna, destaca-se matéria de Delgado (2019) no G1, portal de noticias do grupo Globo, que evidencia o Paraibuna como principal rio do município de Juiz de Fora, o qual se encontra em um processo de despoluição. A matéria cita que as obras de despoluição do rio, consistem na implantação de tubulações de esgoto ao longo do curso d'água e dos principais córregos do município.

De acordo com a Companhia de Saneamento Municipal (Cesama), citado por Delgado (2019), objetiva-se a implantação de estações de tratamento de esgoto (ETE). Ressalta-se a Estação de Tratamento de Esgoto União-Indústria, já construída e é uma das principais obras entregues no processo de despoluição do rio. Além disso, o processo conta também com a ampliação de outras ETE.

Outra notícia interessante, encontra-se no portal da Secretaria de Estado de Meio Ambiente e Desenvolvimento Sustentável (SEMAD) (2019), que cita sobre o projeto de preservação das nascentes do rio Paraibuna. Salienta-se na notícia a relevância do rio, por ser responsável pelo abastecimento de importantes municípios do Estado, como o de Juiz de Fora, que fica na Zona da Mata Mineira: "[...] É essencial para a garantia da segurança hídrica de Minas Gerais este trabalho de recuperação de nascentes e matas ciliares". Explica-se que o cercamento e recuperação ambiental das oito primeiras nascentes do rio Paraibuna fez parte de uma série de ações desenvolvidas que estendem-se a quatro bacias hidrográficas: Paraíba do Sul, São Francisco, Doce e Grande.

Destaca-se que o intuito do presente trabalho não foi avaliar as características ambientais do rio Paraibuna, mas sim utilizar os dados experimentais, realizados nesse rio, e fornecidos no artigo de Soares, Ribeiro e Guedes (2010) para validar o modelo de advecção-difusão, através da abordagem GILTT.

3 METODOLOGIA

A metodologia desenvolvida neste estudo é apresentada neste capítulo, iniciando com considerações sobre a modelagem matemática, partindo, logo após, para a apresentação do modelo de advecção-difusão e do método GILTT de forma descritiva. Apresenta-se também a solução pelo método GILTT, logo a solução de Taylor a qual é utilizada para fins de comparação dos resultados e, por fim, os dados para validação do modelo e os índices estatísticos utilizados.

3.1 Modelagem matemática

Sendo a metodologia o caminho utilizado para chegar aos objetivos, é interessante começar com o conceito do que vem a ser modelagem, que conforme Bassanezi (2002), cita: “[...] a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

A modelagem admite multidisciplinaridade, segundo o mesmo autor, que explana que os avanços da modelagem podem ser observados em vários campos da pesquisa como, por exemplo, em estudos para avaliação da degradação do meio ambiente.

Em geral, as etapas de modelagem, avaliação e interpretação de resultados, seguem o esquema apresentado na Figura 4:

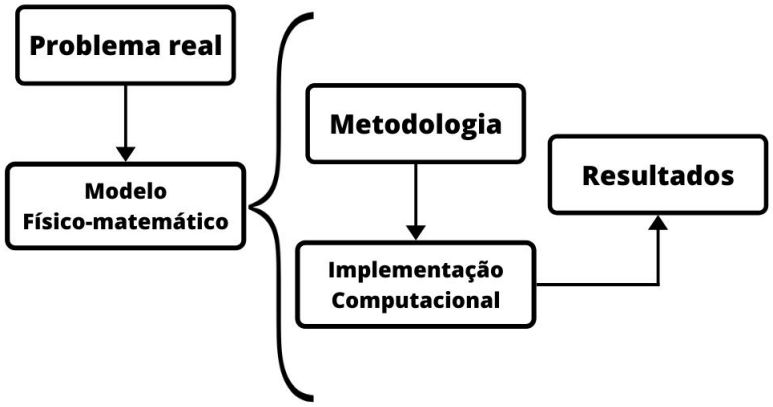

Figura 4: Etapas da modelagem matemática

Fonte: A autora (2020).

A Figura 4 representa as etapas da modelagem matemática, que inicia com o re-

conhecimento do problema real, para transformá-lo em um modelo físico-matemático para descrever a situação real, logo, aplica-se a metodologia apropriada para resolvê-lo, depois realiza-se a implementação computacional em um software para obter os resultados.

Na presente pesquisa, essas etapas sucedem-se da seguinte maneira: o problema real interpretado é a "dispersão de contaminantes no rio Paraibuna", onde o modelo que o descreve é um modelo de advecção-difusão. O modelo é físico-matemático, pois as duas áreas complementam-se para descrever a situação real.

No modelo matemático (ou físico-matemático) de advecção-difusão aplica-se a metodologia, no caso a GILTT. A partir disso, tem-se a solução analítica do problema escrita em termos matemáticos, logo, implementa-se computacionalmente em um software, no caso o Software Julia 1.4.1 (2020), para assim obter os resultados.

A modelagem matemática tem se mostrado como um recurso cada vez mais útil nas pesquisas de gerenciamento de impactos ambientais. Conforme cita Oliveira (2015), os modelos matemáticos mostram-se mais eficientes quando comparados às pesquisas experimentais por serem econômicos e não apresentarem problemas operacionais.

Em contrapartida, também ressalta-se as dificuldades, como em casos de problemas complexos que precisam ser simplificados, com isso, pode-se perder a precisão da solução. Maiores simplificações costumam ser feitas quando se utiliza metodologia analítica, que em alguns casos podem até não existir solução analiticamente.

No entanto, conforme Buske *et al.* (2012), existe um esforço contínuo para obter soluções analíticas da equação de advecção-difusão, por exemplo, essas soluções são importantes para compreensão e descrição dos fenômenos físicos.

Por fim, ressalta-se, conforme Fleck, Tavares e Eyng (2013), que a modelagem matemática configura-se como uma importante metodologia a ser utilizada nos estudos da poluição hídrica, como o caso da presente pesquisa.

3.2 Modelo matemático de advecção-difusão

O problema do transporte de poluentes num dado escoamento está ligado aos processos físicos de difusão e advecção. Conforme Henão (2011), esse tipo de problema é fundamentado pelo princípio de conservação de massa do poluente transportado, em meio aquático.

Segundo Atangana (2018), a equação matemática que rege esses processos pode ser derivada em uma forma simplificada da equação de continuidade, a qual estabelece que a taxa de alteração para uma grandeza escalar C em um volume de controle diferencial é dada por fluxo e difusão dentro e fora da parte do sistema, juntamente com toda a geração ou o consumo dentro do volume de controle:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j} = s, \tag{1}$$

onde $\vec{j}$ é o fluxo total, s é uma fonte volumétrica líquida do poluente e C é a concentração média do poluente.

Sendo então o fluxo difusivo ($\vec{j_d}$), dado por:

$$\vec{j_d} = -D\,\nabla C, \tag{2}$$

onde D é o coeficiente de difusão.

E o fluxo advectivo ($\vec{j_a}$), por:

$$\vec{j_a} = \vec{v}\,C \tag{3}$$

onde $\vec{v}$ corresponde a velocidade do fluxo.

Combinando-se estes dois termos, o fluxo total torna-se:

$$\vec{j} = -D\,\nabla C + \vec{v}C \tag{4}$$

A substituição desta equação na equação de continuidade dá a forma geral da equação de advecção–difusão:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (-D\,\nabla C + \vec{v}\,C) = s \tag{5}$$

Sendo essa uma equação diferencial parcial de segunda ordem, a qual descreve o fenômeno físico onde ocorre o transporte de massa dentro de um sistema devido a dois processos: advecção e difusão.

Tem-se então, a seguinte equação (ATANGANA, 2018) e (SCHLICHTING; GERSTEN, 2000):

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \nabla \cdot (D\,\nabla C) - \vec{v} \cdot \nabla C + s \tag{6}$$

Observa-se que o lado esquerdo da equação representa a concentração da variável de interesse C em relação ao tempo. Já os termos no lado direito representam processos físicos diferentes, onde o primeiro termo representa o processo de difusão, enquanto o segundo descreve o processo de advecção e o terceiro s, como dito anteriormente, representa termo fonte.

O último termo da equação (6) é considerado quando o poluente sofre transformações (processos físicos, químicos ou biológicos), mas no caso do estudo deste trabalho o mesmo é conservativo, ou seja, a concentração permanece inerte, exceto por difusão e advecção, então o termo s é desconsiderado.

Neste trabalho, apresentam-se as seguintes hipóteses simplificativas, de acordo

com o artigo de Soares, Ribeiro e Guedes (2010) para um modelo unidimensional adotado neste estudo:

a) O fluxo de massa a ser considerado é apenas na direção longitudinal, ou seja, em x;

b) O regime de escoamento é uniforme considerando a profundidade constante;

c) O fluxo é orientado na direção principal;

d) O lançamento do poluente é instantâneo;

e) A substância poluidora é solúvel, conservativa e segue o fluxo do rio.

Sendo desprezível:

a) A variação da largura e da profundidade, pois as concentrações do poluente tornam-se praticamente uniformes ao longo da seção;

b) A velocidade de descarga do poluente é considerada desprezível em relação a velocidade longitudinal do rio.

Logo, de acordo com o problema desse estudo, após aplicação das hipóteses simplificadoras, a equação que define a dispersão e transporte de um poluente está representada pela equação unidimensional apresentada abaixo:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_x \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D_x \frac{\partial C}{\partial x}\right), \tag{7}$$

onde C representa a concentração do poluente em um meio aquático, x o componente longitudinal, U_x o componente da velocidade do escoamento na direção x e D_x o coeficiente de dispersão longitudinal.

Observa-se que esse modelo faz uso da hipótese de desprezar correntes secundárias, de forma que o perfil de velocidade existente é descrito pela componente longitudinal, ou seja, ao longo de x, sendo que o coeficiente de difusão turbulenta também varia nessa mesma direção.

Nota-se que não há perda de massa nas fronteiras (tanto do leito, quanto na superfície livre do rio). Além disso, considera-se o poluente como conservativo (não biodegradável) o qual é introduzido no rio por meio de uma fonte pontual.

3.3 Método GILTT

O presente estudo tem como objetivo a solução do modelo matemático de advecção-difusão unidimensional através do método GILTT. Sendo assim, apresenta-se aqui um resumo desse método de forma descritiva, o qual compreende as seguintes etapas:

a) Associa-se o problema auxiliar de Sturm-Liouville ao problema original;

b) Expande-se a concentração em uma série truncada em termos de autofunções de um problema de Sturm-Liouville, em que se objetiva levar o máximo de informações do problema original, visando minimizar o número de termos necessários ao truncamento;

c) Resolve-se o problema auxiliar;

d) Substitui-se na equação diferencial parcial, transformando em um sistema de equações diferenciais ordinárias;

e) Aplica-se a transformada de Laplace para resolver o sistema;

f) Por fim, aplica-se a transformada inversa de Laplace para obter a solução final, ou seja, trunca-se a fórmula da inversa da GILTT em um valor suficientemente grande de termos para obter a solução final do problema.

Ressalta-se que uma revisão completa da abordagem pode ser encontrada em Buske *et al.* (2012).

Após esclarecimentos da abordagem utilizada, é apresentada na seção seguinte, o passo a passo da solução da equação do problema de advecção-difusão pela técnica GILTT.

3.4 Solução GILTT para C(x,t)

Apresenta-se a seguir os passos para obtenção da solução de um problema unidimensional de advecção-difusão pela técnica da GILTT.

Considerando o mesmo problema da seção 3.2, tem-se a seguinte equação original, denominada equação de advecção-difusão unidimensional:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_x \frac{\partial C}{\partial x} = D'_x \frac{\partial C}{\partial x} + D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, \tag{8}$$

onde $C(x,t)$ representa a concentração média do poluente em (mg/m^3), t representa o tempo após a injeção do poluente em (s), x a componente longitudinal em (m), D_x o coeficiente de dispersão longitudinal (m^2/s) e U_x a velocidade média do escoamento (m/s).

Para o problema em estudo, utilizam-se as seguintes condições de contorno e inicial:

$$\left.\frac{\partial C}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \tag{9}$$

$$C(L_x, t) = 0 \tag{10}$$

$$C(x, t = 0) = \frac{M}{A}\delta(x) \tag{11}$$

O domínio em estudo é $0 \leq x \leq L_x$, onde L_x representa o comprimento do rio em (m), $\delta(x)$ representa a função Delta de Dirac, definida como nula em $t = 0$, exceto em $x = 0$, onde é infinita nesse ponto, sendo A a área molhada em (m^2) e M a quantidade de poluente conservativo liberado em (mg).

Logo, para resolver a equação pela GILTT, inicialmente associa-se o problema de Sturm-Liouville ao problema original (equação (7)):

$$\Psi''(x) + \lambda^2\Psi(x) = 0 \tag{12}$$
$$\Psi'(0) = 0 \tag{13}$$
$$\Psi(L_x) = 0 \tag{14}$$

A solução geral para a Equação Diferencial Ordinária (EDO) é:

$$\Psi(x) = c_1\cos(\lambda x) + c_2\sin(\lambda x) \tag{15}$$

Aplicando as condições de contorno (em $x = 0$ e $x = L_x$), logo, a solução do problema auxiliar é dada por:

$$\Psi_n(x) = \cos(\lambda_n x) \tag{16}$$

onde: $\lambda_n = \frac{(n-1/2)\pi}{L_x}$, com $n = 1, 2, 3, \ldots$.

A seguir, expande-se a concentração do poluente em uma série, utilizando como base o problema de Sturm-Liouville:

$$C(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty}\Psi_n(x)c_n(t) \tag{17}$$

Substituindo a expansão (17) na Equação Diferencial Parcial (EDP)(8), obtém-se:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\Psi_n(x)c_n'(t) + U_x\sum_{n=1}^{\infty}\Psi_n'(x)c_n(t) = D_x'\sum_{n=1}^{\infty}\Psi_n'(x)c_n(t) + D_x\sum_{n=1}^{\infty}\Psi_n''(x)c_n(t) \tag{18}$$

Do problema de Sturm-Liouville associado, tem-se $\Psi_n''(x) = -\lambda_n^2\Psi_n(x)$ e que portanto:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\Psi_n(x)c_n'(t) + \sum_{n=1}^{\infty}(U_x\Psi_n'(x) - D_x'\Psi_n'(x) + D_x\lambda_n^2\Psi_n(x))c_n(t) = 0 \tag{19}$$

Aplicando o operador integral $\int_0^{L_x}(\,.\,)\Psi_m(x)\mathrm{d}x$ na equação (19):

$$\sum_{n=1}^{\infty}\int_0^{L_x}\Psi_n(x)\Psi_m(x)\mathrm{d}xc_n'(t)+\sum_{n=1}^{\infty}\int_0^{L_x}[U_x\Psi_n'(x)-D_x'\Psi_n'(x)+D_x\lambda_n^2\Psi_n(x)]\Psi_m(x)\mathrm{d}xc_n(t)=0 \tag{20}$$

Reescrevendo na forma matricial, admitindo que $Y(t)$ é um vetor de componentes da $c_n(t)$, considerando:

$$e_{n,m}=\int_0^{L_x}\cos(\lambda_n x)\cos(\lambda_m x)\mathrm{d}x \tag{21}$$

$$b_{n,m}=\int_0^{L_x}\Big[-U_x\lambda_n\sin(\lambda_n x)\cos(\lambda_m x)-D_x'\lambda_n\sin(\lambda_n x)\cos(\lambda_m x)+ D_x\lambda_n^2\cos(\lambda_n x)\cos(\lambda_m x)\Big]\mathrm{d}x \tag{22}$$

$$y_n=c_n(t) \tag{23}$$

A equação (20) escrita na forma matricial é dada por:

$$E.Y'(t)+B.Y(t)=0 \tag{24}$$

Pelo fato da matriz E ser uma matriz diagonal podemos determinar sua inversa, assim a equação (24) pode ser reescrita como:

$$Y'(t)+F.Y(t)=0, \tag{25}$$

onde $F=E^{-1}B$.

Como condição inicial para a EDO matricial (25), utiliza-se a condição de fonte equação (11) e expandindo $C(x,0)$ em termos das autofunções do problema de Sturm-Liouville e utilizando a propriedade de ortogonalidade destas funções, obtém-se:

$$c_n(0)=E^{-1}\int_0^{L_x}\frac{M}{A}\delta(x)\cos(\lambda_n x)\mathrm{d}x \tag{26}$$

assim, sujeita à condição inicial $Y(0)=[c_n(0)]$, onde as componentes são $C_n(t)$, deste vetor inicial $Y(t)$, podem ser calculadas pela equação (26).

Então, o problema transformado da equação (25) será resolvido por diagonalização e por transformada de Laplace. Sendo assim, para resolver a EDO matricial, inicialmente aplica-se a diagonalização na matriz F, escrevendo-se:

$$F=XD_iX^{-1}, \tag{27}$$

em que X é a matriz dos autovetores, D_i é a matriz diagonal dos autovalores da matriz

F e X^{-1} é a inversa da matriz X. Assim, a equação (25) fica:

$$Y'(t) + XD_iX^{-1}.Y(t) = 0, \tag{28}$$

Aplicando a transformada de Laplace na variável temporal, $L\{Y(t), t \to s\} = \overline{Y}(s)$, obtém-se:

$$sI\overline{Y}(s) - Y(0) + XD_iX^{-1}.\overline{Y}(s) = 0, \tag{29}$$

Isolando a variável $(\overline{Y}(s))$ na equação algébrica:

$$\overline{Y}(s) = X(sI + D_i)^{-1}X^{-1}Y(0) \tag{30}$$

Para determinar $Y(t)$, aplica-se a transformada inversa de Laplace e chega-se a:

$$Y(t) = X \underbrace{L\{(sI + D_i)^{-1}\}}_{G(t)} X^{-1}Y(0), \tag{31}$$

sendo:

$$G(t) = \begin{bmatrix} e^{-d_1t} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{-d_2t} & \vdots & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & e^{-d_nt} \end{bmatrix} \tag{32}$$

Logo, com a matriz $G(t)$ definida na equação (32), obtém-se a solução para o vetor $Y(t)$, dado pela equação:

$$Y(t) = XG(t)X^{-1}Y(0) \tag{33}$$

Nota-se que, ao determinar o vetor $Y(t)$, conhece-se as componentes $c_n(t)$, assim a solução para a concentração dada pela equação (25) é bem determinada.

Finalmente, a solução da concentração do modelo unidimensional e transiente da dispersão de contaminantes em corpos d'água, é assim representada:

$$C(x,t) = \lim_{N \to +\infty} \sum_{n=1}^{N} \Psi_n(x)c_n(t), \tag{34}$$

onde $\Psi_n(x)$ é definido na equação (16) e $c_n(t)$ é definido na equação (33).

3.5 Solução de Taylor

Para fins de comparação dos resultados, foi, também, utilizada nas simulações, também a solução de Taylor, encontrada no artigo (SOARES; RIBEIRO; GUEDES,

2010, p.49).

No artigo citado os autores utilizaram o método de Taylor como instrumento matemático para determinação dos parâmetros de transporte e dispersão avaliados no rio Paraibuna.

A solução de Taylor para o problema proposto é assim representada:

$$C(x,t) = \frac{M}{2A\sqrt{\pi D_x t}} e^{-\frac{(x-Ut)^2}{4D_x t}} \tag{35}$$

3.6 Dados do artigo da capacidade de transporte e dispersão do rio Paraibuna de Soares, Ribeiro e Guedes (2010)

De acordo com o artigo de Soares, Ribeiro e Guedes (2010), o experimento *in situ* efetuou-se através da utilização de traçadores denominados corantes fluorescentes empregados em pesquisas de hidrologia. Esses possuem as seguintes características:

a) traçador Uranina: corante frequentemente utilizado em estudos hidrológicos, o qual possui tendência de degradar-se na presença de luz (fotodecomposição), efeito parcialmente inibido em investigações realizadas em águas superficiais em função da existência de sólidos em suspensão no escoamento.

b) traçador Amidorodamina G Extra: substância solúvel pouco sensível à degradação pela luz, a ação de bactérias e à adsorção, característica que facilita estudos hidrológicos em águas superficiais.

Nota-se que a aplicação de traçadores ainda vem sendo utilizada para compreender o comportamento das águas superficiais e subterrâneas, tanto no Brasil quanto em outros países.

Um exemplo da utilização destes traçadores encontra-se no artigo recente de Ferreira *et al.* (2018), o qual estudou a interação dos sedimentos cenozoicos do aquífero São Paulo com o traçador fluorescente Uranina. Os corantes fluorescentes são definidos como compostos orgânicos que apresentam fluorescência, no caso desse trabalho, o traçador utilizado foi o de uranina, também conhecida como fluoresceína sódica ou amarelo ácido 73.

Segundo Ferreira *et al.* (2018), dentre os diversos corantes fluorescentes disponíveis no mercado, as tinturas são preferíveis em estudos hidrológicos e hidrogeológicos por serem, por exemplo: solúveis em água, facilmente detectáveis devido à sua forte fluorescência, atóxicas em baixas concentrações e outras características que contribuem para estudos no meio aquático.

Destaca-se também um estudo com traçador fluorecente em um aquífero na China, o artigo de Yang *et al.* (2019), cujo objetivo foi avaliar os impactos no aquífero cárstico

de Jinfoshan, dos efluentes sépticos do Hotel *Jinfoshan Holiday de Chongqing*, onde foram realizados testes com traçador fluorescente (corante uranina).

Observa-se a boa aceitação e resultados na avaliação de impactos ambientais e em estudos hidrológicos utilizando traçadores fluorescentes, como de uranina, citado no estudo de caso que serve como base para a presente pesquisa.

Destaca-se que os traçadores de Amidorodamina e uranina são poluentes conservativos. Isso significa que não reagem com outros poluentes, sua concentração não é alterada por processos físicos, químicos e biológicos, e em ambientes aquáticos diminui apenas através dos processos de advecção e difusão.

Na sequência, de acordo com o artigo de Soares, Ribeiro e Guedes (2010), apresenta-se as seções de monitoramento dos traçadores:

a) Seção 0 (Injeção): Ponte sobre o rio Paraibuna, situada no km 777 da BR-040 - Distrito Industrial de Juiz de Fora;

b) Seção 1 (Represa): Ponte sobre o rio Paraibuna, situada à Rua Honório de Brito - Bairro Barbosa Lage;

c) Seção 2 (Krambeck): Ponte sobre o rio Paraibuna, situada no Bairro São Dimas em frente à rodoviária de Juiz de Fora. Seção monitorada apenas durante a realização da segunda campanha;

d) Seção 3 (Pontilhão): Ponte sobre o rio Paraibuna, entre as ruas Benjamin Constant e Halfeld;

e) Seção 4 (Posto Policial): Ponte sobre o rio Paraibuna, situada no Bairro Vila Ideal em frente ao Curtume Surerus;

f) Seção 5 (U.H.E Marmelos): Usina Hidrelétrica de Marmelos Zero (antiga estrada União Indústria - trecho entre Juiz de Fora e Matias Barbosa).

Na Figura 5, é possível visualizar essas seções de monitoramento dos traçadores no rio Paraibuna:

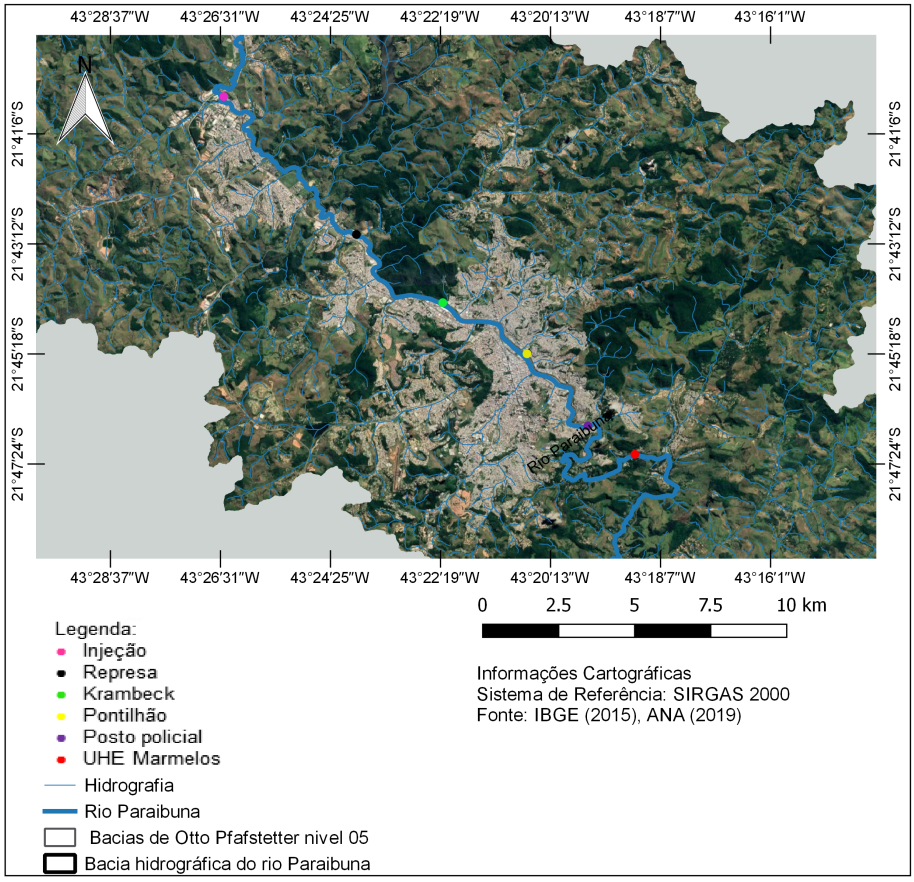

Figura 5: Localização ilustrativa das seções de monitoramento no rio Paraibuna

Fonte: A Autora (2020).

Na Figura 5, observam-se as seções de monitoramento dos traçadores em um trecho do rio Paraibuna. Esse trecho refere-se a uma porção do rio que compreende um total de 27 km localizado entre o Distrito Industrial I do município de Juiz de Fora, situado no Bairro Benfica, e a Usina Hidrelétrica de Marmelos Zero, localizada no Bairro Retiro.

Na Tabela 1, é apresentado um resumo das localizações dessas seções de monitoramento dos traçadores em relação a distância do ponto de injeção.

Tabela 1: Síntese dos dados das seções de injeção e monitoramento

Seções	Distância em km do ponto de injeção	Denominação
S0	0,0	Injeção
S1	7,6	Represa
S2	12,1	Krambeck
S3	16,0	Pontilhão
S4	20,0	Posto Policial
S5	27,0	UHE Marmelos

Fonte: Soares, Ribeiro e Guedes (2010).

O desenvolvimento das campanhas de campo deu-se nas datas de 07 de outubro e 01 de dezembro de 2005 e apresentou os seguintes dados resumidos conforme tabela abaixo:

Tabela 2: Resumo de informações sobre as campanhas de campo no rio Paraibuna

Campanha	Data	Traçador injetado	Vazão (m^3/s)	Massas injetadas (g)
1	07/10/2005	Amidorodamina	23,20	500
1	07/10/2005	Uranina	23,20	300
2	01/12/2005	Uranina	32,68	516

Fonte: Soares, Ribeiro e Guedes (2010).

A Tabela 2 apresenta os dados da vazão do rio e massa injetada dos traçadores, referente as duas campanhas de campo, realizadas no rio Paraibuna. Ressalta-se que a vazão corresponde ao valor médio medido na estação fluviométrica Juiz de Fora Jusante, conforme informação do artigo de Soares, Ribeiro e Guedes (2010).

A injeção dos traçadores foi realizada na seção do rio situada no km 777 da BR 040, Bairro Benfica, sendo na campanha 1 às 05:45 h e na 2 às 05:31 h. Ressalta-se que esses dados foram fornecidos pelo artigo e relatório já citados, referentes ao experimento realizado no ano de 2005.

3.7 Dados para validação do modelo

Nas Tabelas 3, 4 e 5, apresentam-se os dados utilizados nas simulações, empregados para avaliação dos resultados do estudo, conforme artigo de Soares, Ribeiro e Guedes (2010):

Tabela 3: Parâmetros para simulações - campanha de campo 1 - Amidorodamina

Local	$x\ (m)$	$M\ (g)$	$A\ (m^2)$	$U_x\ (m/s)$	$D_x\ (m^2/s)$
S1	7600	500	30,138	0,52	6,2
S3	16000	500	37,092	0,527	11
S4	20000	500	33,678	0,553	12,7
S5	27000	500	38,185	0,526	16,0

Fonte: Soares, Ribeiro e Guedes (2010).

Tabela 4: Parâmetros para simulações - campanha de campo 1 - Uranina

Local	$x\ (m)$	$M\ (g)$	$A\ (m^2)$	$U_x\ (m/s)$	$D_x\ (m^2/s)$
S1	7600	300	30,138	0,52	5,8
S3	16000	300	43,584	0,525	14
S4	20000	300	43,191	0,55	11,5
S5	27000	300	42,790	0,526	20

Fonte: Soares, Ribeiro e Guedes (2010).

Tabela 5: Parâmetros para simulações - campanha de campo 2 - Uranina

Local	$x\ (m)$	$M\ (g)$	$A\ (m^2)$	$U_x\ (m/s)$	$D_x\ (m^2/s)$
S1	7600	516	60,137	0,555	3,5
S2	12100	516	63,573	0,525	4,5
S3	16000	516	56,094	0,595	10
S4	20000	516	52,560	0,635	12,7
S5	27000	516	53,832	0,62	18,0

Fonte: Soares, Ribeiro e Guedes (2010).

Os dados citados nas tabelas 3 e 4 referem-se a campanha de campo 1, para as 4 seções de monitoramento dos traçadores de Amidorodamina G Extra e Uranina e a Tabela 5 refere-se a campanha de campo 2, para as 5 seções de monitoramento do traçador de Uranina.

3.8 Índices Estatísticos

A fim de avaliar e confirmar o bom desempenho da abordagem GILTT, utilizada neste estudo, realizou-se uma análise estatística. Isso porque os índices estatísticos descrevem a concordância entre os dados de concentração simulados pela abordagem utilizada e os dados observados do experimento, comparando e confirmando os resultados apresentados.

Utilizou-se índices de análise estatística conforme Hanna (1989), os quais, de acordo com Buske (2004), são índices estatísticos recomendados para à validação e a comparação de modelos na área da dispersão de poluentes:

a) Coeficiente de correlação (COR): descreve o grau de associação ou concordância entre as variáveis. Considera-se um bom desempenho se o resultado for igual a 1 ou próximo a ele:

$$COR = \frac{\overline{(C_o - \overline{C_o})(C_p - \overline{C_p})}}{\sigma_o \sigma_p} \tag{36}$$

b) Erro quadrático médio normalizado *(Normalized Mean Square Error)*: informa sobre todos os desvios entre as concentrações dos modelos e as concentrações observadas. Esse índice é uma estatística adimensional e seu valor deve ser o menor possível para assim representar um bom modelo:

$$NMSE = \frac{\overline{(C_o - C_p)^2}}{\overline{C_o} \overline{C_p}} \tag{37}$$

c) Fracão de inclinação *(Fractional Bias)*: informa a tendência do modelo de superestimar ou subestimar as concentrações observadas. O valor ótimo para este índice é zero:

$$FB = \frac{\overline{C_o} - \overline{C_p}}{0,5(\overline{C_o} + \overline{C_p})} \tag{38}$$

d) Desvio fracional padrão *(Fractional Shift)*: compara os desvios-padrão observados e simulados. O valor ideal para este índice é zero:

$$FS = \frac{\sigma_o - \sigma_p}{0,5(\sigma_o + \sigma_p)} \tag{39}$$

Observa-se que C refere-se à concentração do poluente, σ é o desvio padrão e os índices o e p indicam as quantidades observadas e preditas, respectivamente.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na presente pesquisa, foram realizadas simulações para dispersão dos traçadores fluorecentes (Amidirodamina G Extra e Uranina) no rio Paraibuna, em conformidade com dados fornecidos pelo artigo de Soares, Ribeiro e Guedes (2010), expostos na metodologia, nas Tabelas 3, 4 e 5.

Foram realizadas as simulações do método GILTT para o modelo, através do programa Software Julia 1.4.1 (2020), que consiste em uma linguagem de programação dinâmica de alto nível, criada para atender os requisitos da computação de alto desempenho numérico e científico, onde realizou-se as simulações como segue.

A Figura 6, apresenta os gráficos das curvas com a convergência da concentração do traçador de Amidorodamina G Extra em (ppb) da solução GILTT em função do tempo (h). Foram realizadas simulações para N=20, N=40, N=80 e N=160 termos na expansão em série da solução (equação (34)). Nos gráficos é apresentada também a solução de Taylor, encontrada no artigo de Soares, Ribeiro e Guedes (2010) e os dados observados do experimento, para fins de comparação dos resultados.

Os gráficos, apresentados na Figura 6, mostram a evolução da concentração na posição de 7.600 m (S1 - Represa) afastado do local de liberação do poluente, no caso o traçador de Amidorodamina G Extra com os dados da Tabela 3.

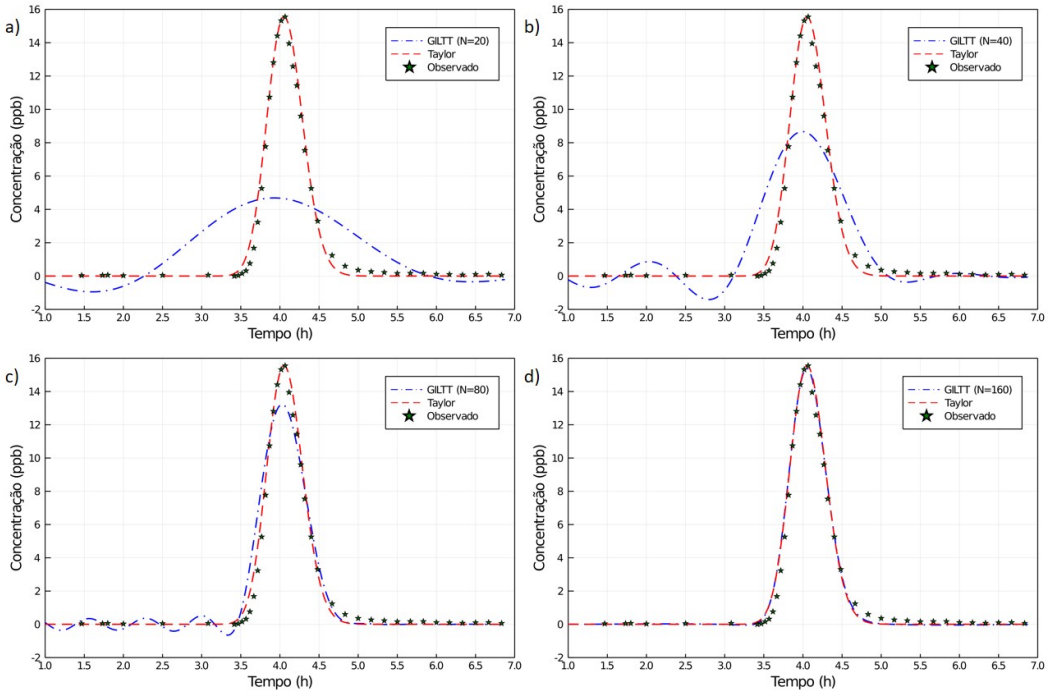

Figura 6: Curvas de convergência da concentração para o método GILTT, considerando os termos da expansão em série na equação (34): a) N=20, b) N=40, c) N=80 e d) N=160, na posição de 7.600 m - Represa (S1)

Na Figura 6, observa-se as simulações para GILTT considerando os termos da expansão em série, na solução (equação (34)), N=20, N=40, N=80 e N=160, que referem-se respectivamente as Figuras 6(a), 6(b), 6(c) e 6(d), notando-se uma estabilidade do modelo com N=160 elementos da série, isto é, não gera alteração na curva, mesmo aumentando o número de termos, a partir de N=160 elementos.

Conforme Figura 6(d), a partir de N=160, a solução analítica GILTT apresenta maior proximidade com os dados experimentais, sendo que os pontos praticamente encontram-se sobre as curvas, confirmando a boa representação do processo de dispersão do traçador que ocorre na realidade. Observa-se também que as curvas das soluções GILTT e Taylor estão praticamente superpostas. Isso porque como as duas técnicas são analíticas, as soluções convergem para a mesma curva, de acordo com a Figura 6(d).

A partir disso, nas próximas Figuras 7, 8 e 9 apresentam-se os gráficos, já considerando N=160 para solução GILTT, com os dados observados em três posições diferentes (16.000 m, 20.000 m e 27.000 m) que representam respectivamente as seções do Pontilhão (S3), Posto policial (S4) e UHE Marmelos (S5). São apresentadas novamente, também as curvas da solução de Taylor e os dados do experimento para fins de comparação.

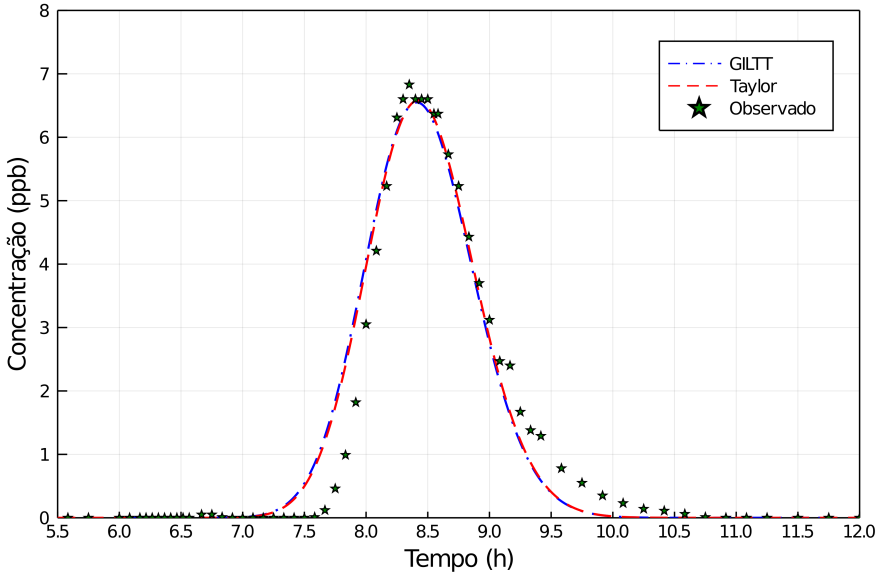

Figura 7: Curvas de distribuições das concentrações (traçador Amidorodamina G Extra) dos métodos GILTT e Taylor e os dados observados na posição de 16.000 m - Pontilhão (S3)

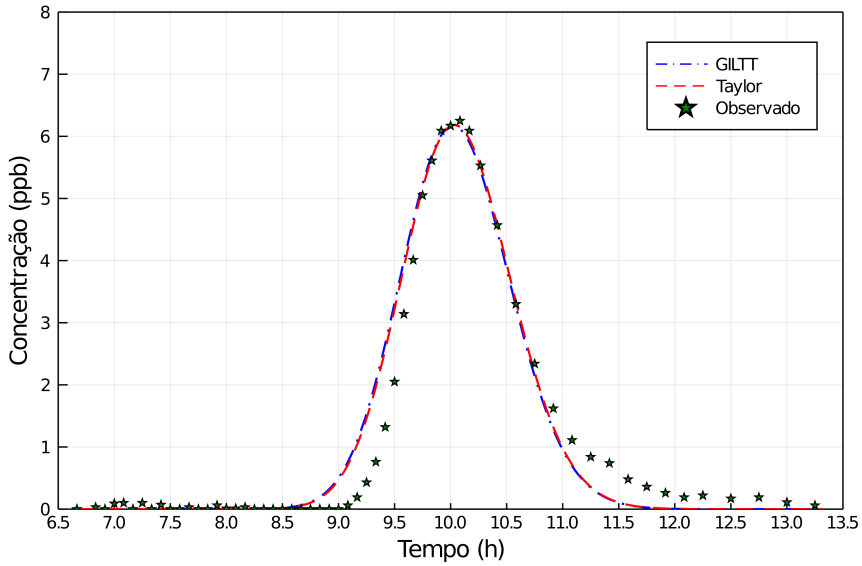

Figura 8: Curvas de distribuições das concentrações (traçador Amidorodamina G Extra) dos métodos GILTT e Taylor e os dados observados na posição de 20.000 m - Posto policial (S4)

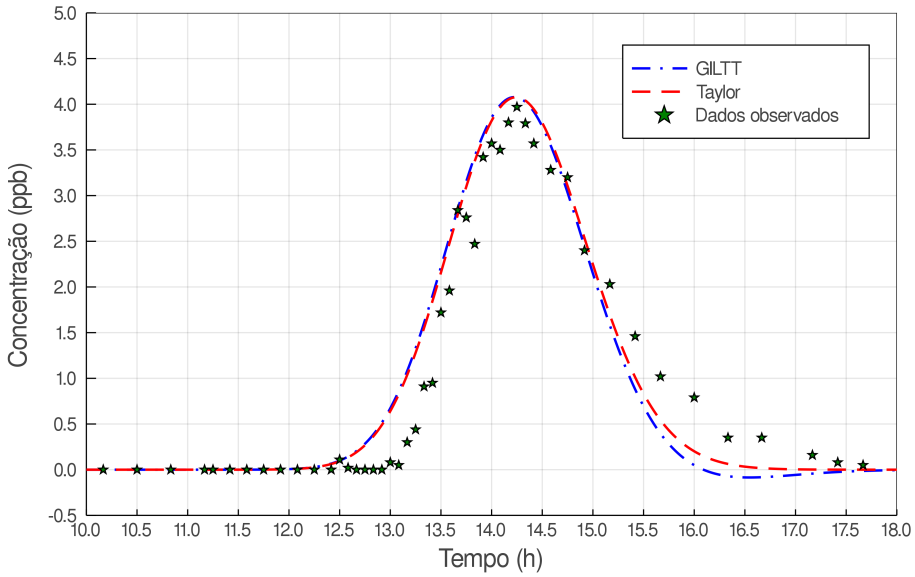

Figura 9: Curvas de distribuições das concentrações (traçador Amidorodamina G Extra) dos métodos GILTT e Taylor e os dados observados na posição de 27.000 m - UHE Marmelos (S5)

Observa-se, nas Figuras 7, 8 e 9, em todas as posições de medição apresentadas, que as curvas estão bem próximas, o que indica que a GILTT expressa novamente uma boa representação do processo de dispersão do traçador e indica também a boa proximidade das soluções analíticas, que já era esperado.

Apresenta-se agora as simulações elaboradas para dispersão do traçador de Uranina, campanha de campo 1. Para essas simulações, utilizaram-se os dados conforme Tabela 4, que mostra as medidas experimentais da campanha.

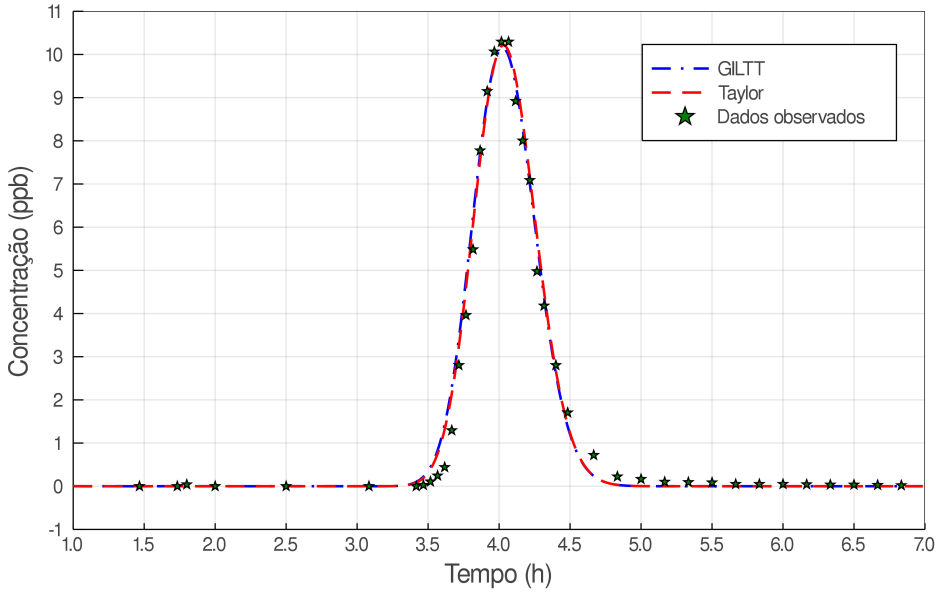

Figura 10: Curvas de distribuições das concentrações (traçador Uranina), métodos GILTT e Taylor, comparados com os dados observados na posição de 7.600 m - Represa (S1) - campanha 1

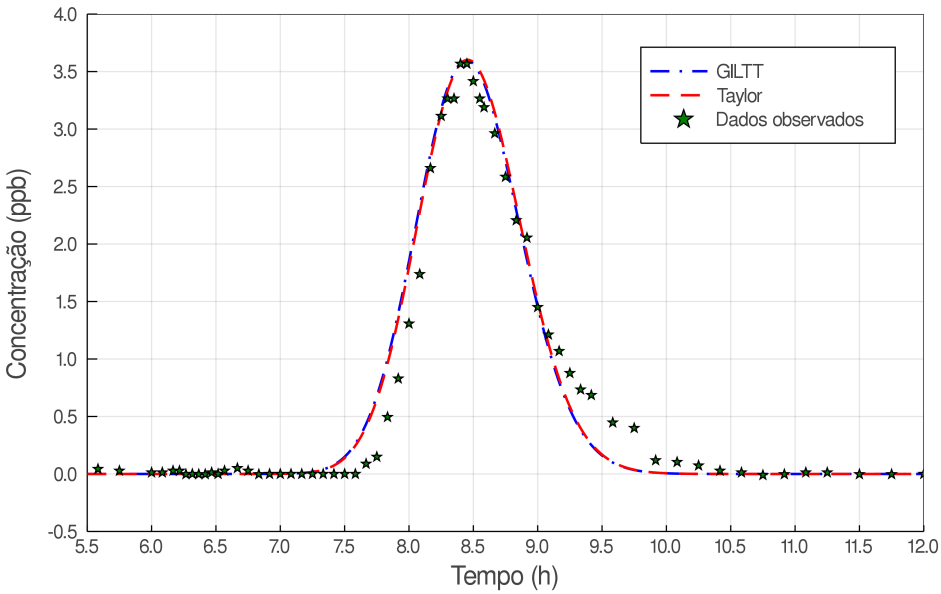

Figura 11: Curvas de distribuições das concentrações (traçador Uranina), métodos GILTT e Taylor, comparados com os dados observados na posição de 16.000 m - Pontilhão (S3) - campanha 1

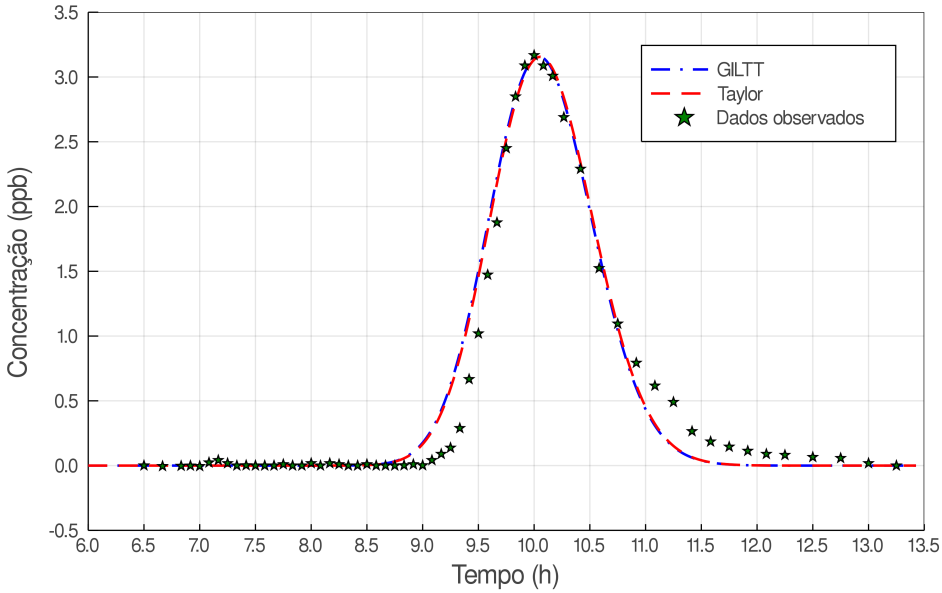

Figura 12: Curvas de distribuições das concentrações (traçador Uranina), métodos GILTT e Taylor, comparados com os dados observados na posição de 20.000 m - Posto policial (S4) - campanha 1

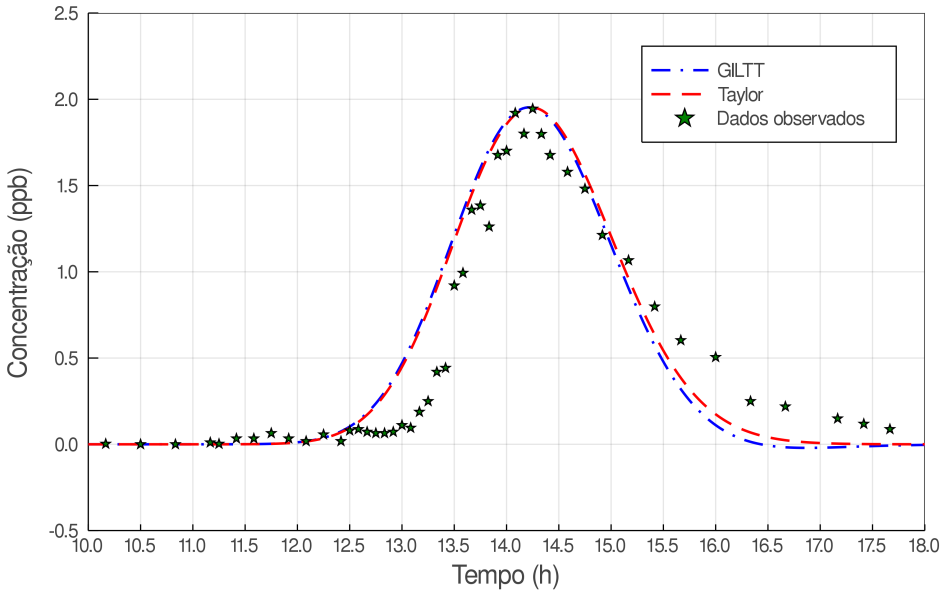

Figura 13: Curvas de distribuições das concentrações (traçador Uranina), métodos GILTT e Taylor, comparados com os dados observados na posição de 27.000 m - UHE Marmelos (S5) - campanha 1

Observa-se, nas Figuras 10 a 13, em todas as posições de medição apresentadas, que a solução GILTT mostra uma boa aproximação do processo de dispersão do traçador de Uranina, conforme dados observados do rio Paraibuna, assim como para as simulações apresentadas para o traçador de Amidorodamina dessa campanha de campo.

Nota-se que a simulação da Figura 10 (posição 7.600 m) apresenta maior aproximação com os dados experimentais que na Figura 13 (posição 27.000 m).

Observa-se uma mínima divergência entre os dados simulados e os dados observados na Figura 10, no período entre 4,5 horas e 5 horas. Já na Figura 13, ocorre uma maior divergência nos períodos entre 12,5 horas e 13,5 horas e entre 15,5 horas até 17,5 horas após injeção do traçador, acredita-se que isso aconteça por influência da difusão turbulenta.

Expõem-se agora as simulações elaboradas para dispersão do traçador de Uranina, campanha de campo 2. Para essas simulações, utilizou-se os dados de acordo com a Tabela 5, que apresenta as medidas experimentais da campanha.

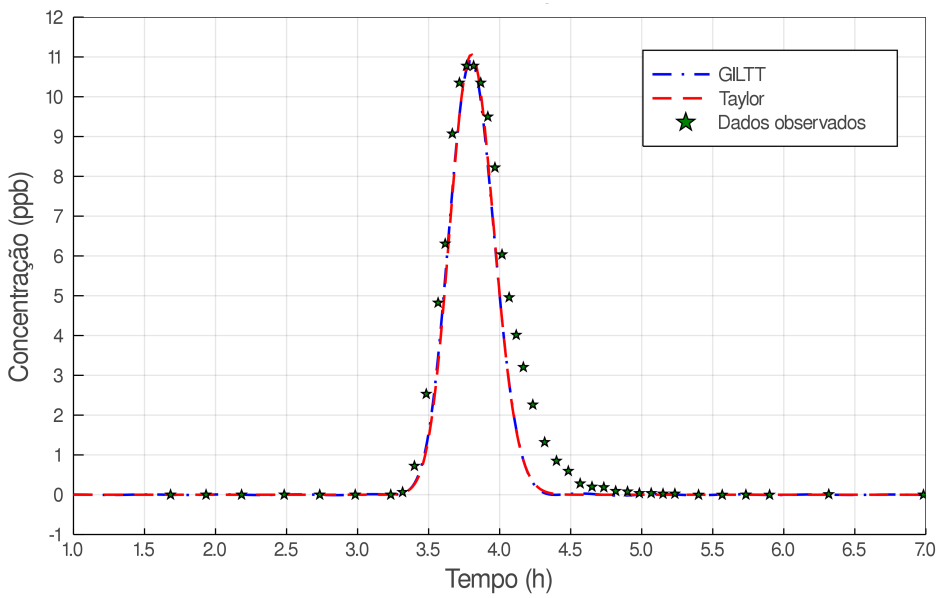

Figura 14: Curvas de distribuições das concentrações (traçador de Uranina), métodos GILTT e Taylor, comparados com os dados observados na posição de 7.600 m - Represa (S1) - campanha 2

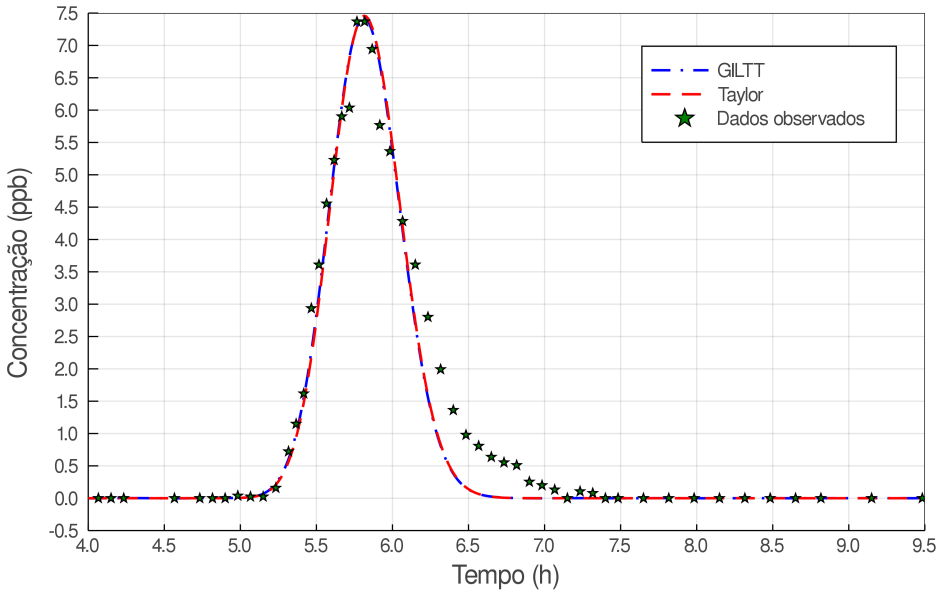

Figura 15: Curvas de distribuições das concentrações (traçador de Uranina), métodos GILTT e Taylor, comparados com os dados observados na posição de 12.100 m - Krambeck (S2)- campanha 2

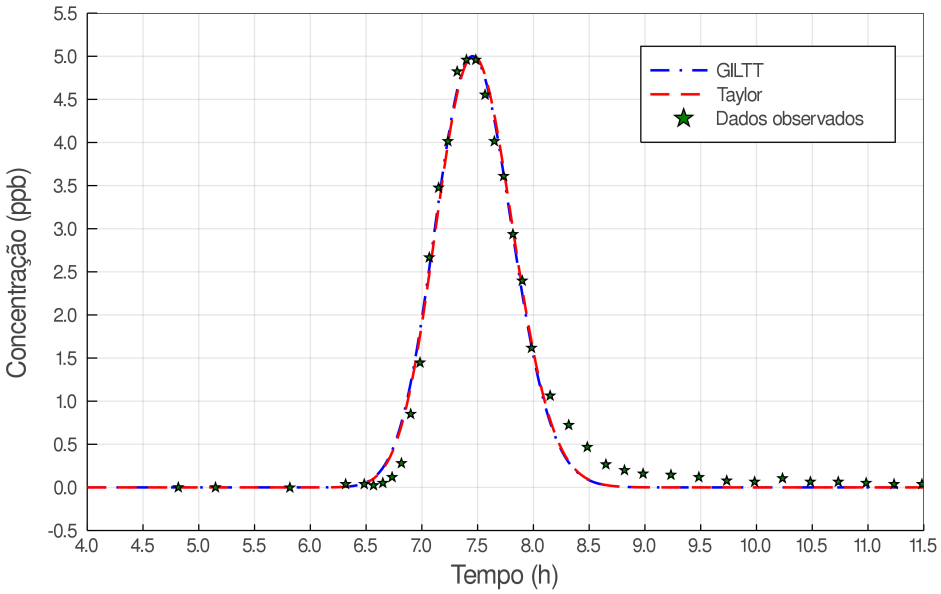

Figura 16: Curvas de distribuições das concentrações (traçador de Uranina), métodos GILTT e Taylor, comparados com os dados observados na posição de 16.000 m - Pontilhão (S3) - campanha 2

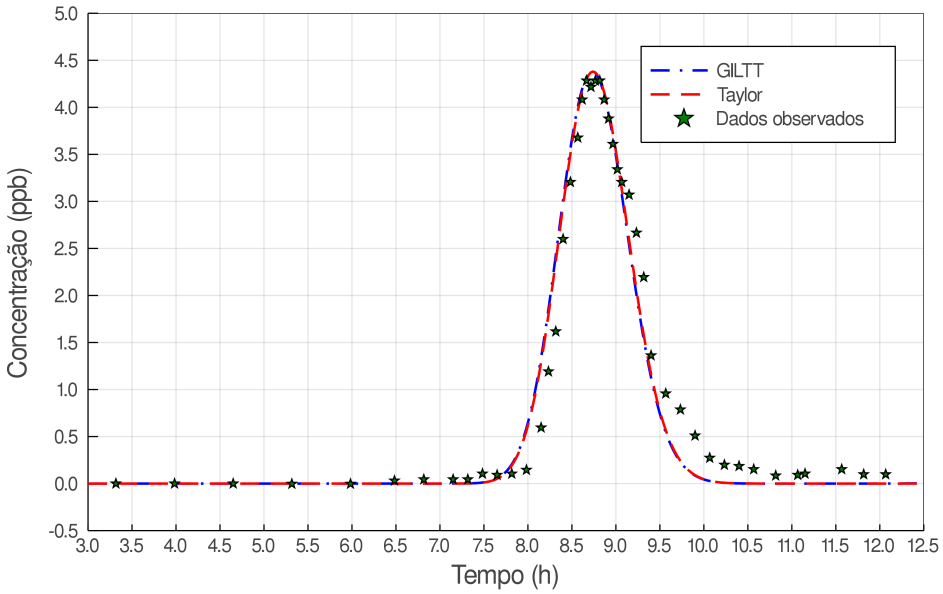

Figura 17: Curvas de distribuições das concentrações (traçador de Uranina), métodos GILTT e Taylor, comparados com os dados observados na posição de 20.000 m - Posto policial (S4) - campanha 2

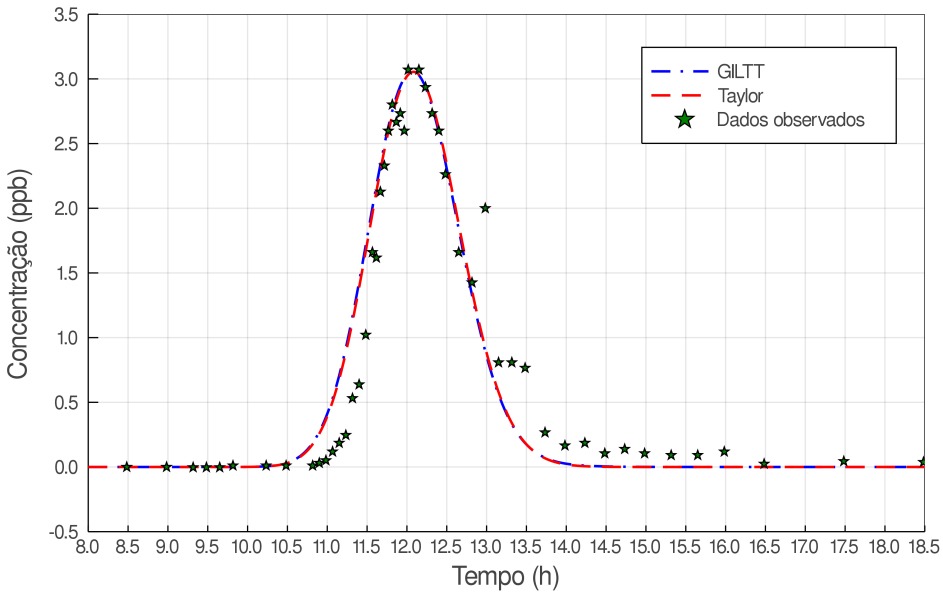

Figura 18: Curvas de distribuições das concentrações (traçador de Uranina), métodos GILTT e Taylor, comparados com os dados observados na posição de 27.000 m - UHE Marmelos (S5) - campanha 2

Nas Figuras 14 a 18, em todas as posições de medições apresentadas, verifica-se que a GILTT apresenta novamente uma boa aproximação do processo de dispersão do traçador de Uranina em comparação com os dados do experimento da campanha de campo 2. Isso mostra que a GILTT conseguiu modelar de forma satisfatória o fenômeno da dispersão de poluentes, apresentando resultados próximos aos resultados experimentais avaliados no rio Paraibuna, fornecido pelo artigo de Soares, Ribeiro e Guedes (2010).

Como um dos objetivos dos modelos de dispersão de poluentes é prever as zonas críticas de poluição, faz-se necessário ter conhecimento do local onde ocorre a máxima concentração do poluente em um determinado tempo. Sendo assim, apresentam-se nas Figuras 19, 20, 21 as curvas de passagem dos traçadores de Amidorodamina G Extra, campanha de campo 1 (Tabela 3) e Uranina, campanha de campo 1 e 2 (Tabelas 4 e 5) em relação a posição (km), para três diferentes instantes.

Mostra-se, também, nestas simulações, também as curvas de passagem para a solução por Taylor, as quais utilizaram-se parâmetros constantes ao longo da posição e para a solução via GILTT, para fins de diferenciação entre os métodos, realizou-se uma aproximação linear para obter os parâmetros variáveis: $D_x(x) = ax + b$ e $U_x(x) = cx + d$. Para obter as curvas interpoladoras de $D_x(x)$ e $U_x(x)$ utilizaram-se os dados de D_x e U_x apresentados nas Tabelas 3, 4 e 5.

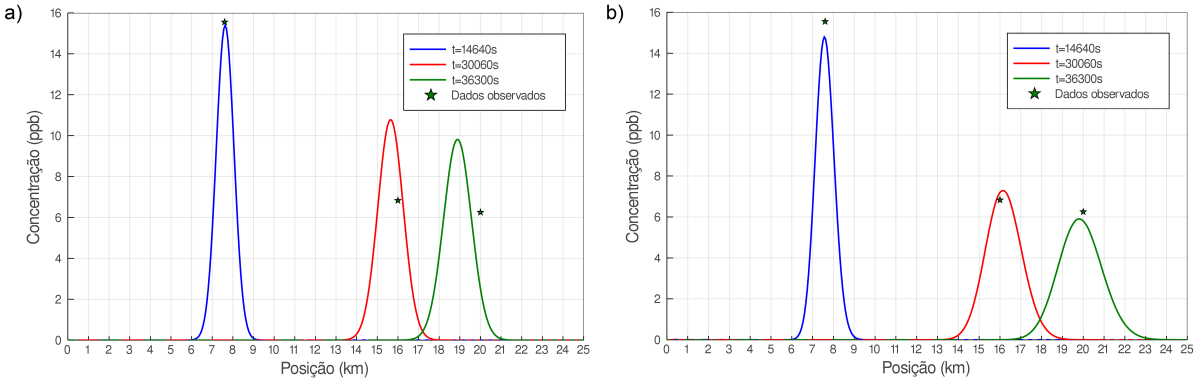

Figura 19: Comportamento das curvas de passagem do traçador de Amidorodamina G Extra - campanha de campo 1 para os métodos: a) Taylor e b) GILTT

A Figura 19 mostra as curvas com os picos de concentração da nuvem do traçador, sendo que na Figura 19 (a) observa-se o comportamento da curva obtida pelo método de Taylor com parâmetros constantes. Nessa simulação, o pico da concentração do poluente para o método de Taylor no tempo de $14640s$ após a injeção do poluente encontra-se praticamente na mesma posição do dado observado, porém a medida que a massa do traçador avança, os picos de concentração obtidos pelo método de Taylor não correspondem a mesma posição dos picos de concentração dos dados observados.

Já na Figura 19 (b), nota-se que o comportamento da curva, obtida pelo método GILTT, com parâmetros variáveis, os picos da concentração da nuvem do traçador ficam bem próximos aos picos dos dados observados. Por exemplo, no $t = 30060s$ o pico de concentração para o método GILTT está próximo a posição de 16 km e no $t = 36300s$ a concentração máxima fica próxima da posição de 20 km, assim como os dados observados.

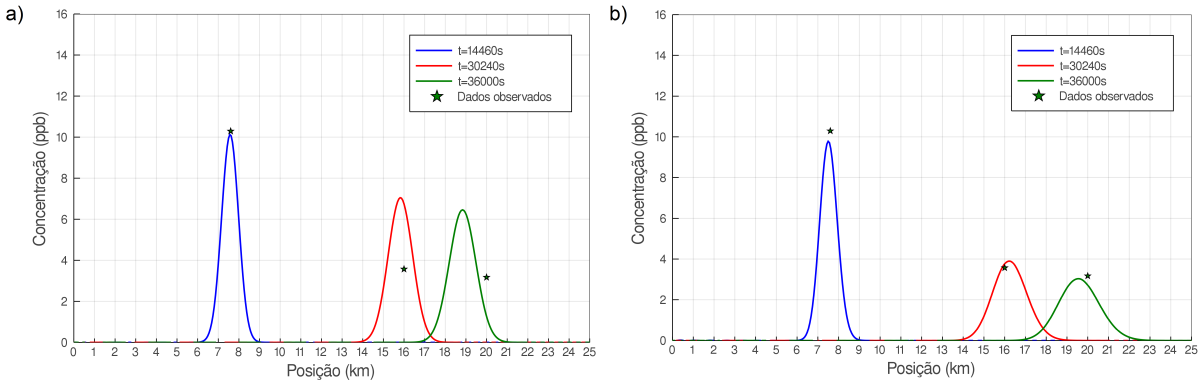

Figura 20: Comportamento das curvas de passagem do traçador de Uranina - campanha de campo 1 - para os métodos: a) Taylor e b) GILTT

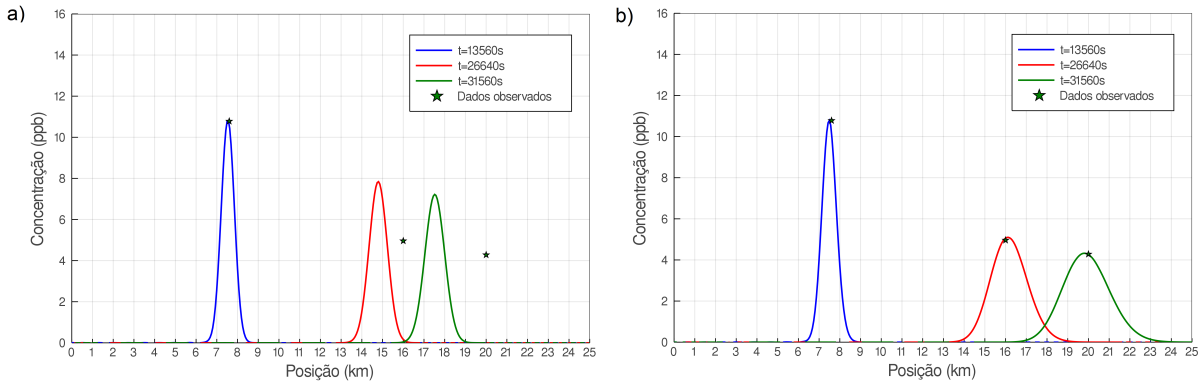

Figura 21: Comportamento das curvas de passagem do traçador de Uranina - campanha de campo 2 - para os métodos: a) Taylor e b) GILTT

Assim como na Figura 19, as Figuras 20 e 21 mostram as curvas de passagem, para o traçador de Uranina, sendo a Figura 20 para campanha de campo 1 e a Figura 21 com os dados observados para campanha de campo 2.

Na Figura 20 (a), apresentam-se as curvas de passagem comparando o método de Taylor aos experimentais, na qual nota-se que no primeiro instante o método consegue prever adequadamente a posição em que acontece a maior concentração da nuvem do traçador. Porém, à medida que vai se distanciando da fonte, os resultados preditos pelo método de Taylor mostram uma pequena variação em relação aos experimentais, assim como na Figura 21 (a).

Já na Figura 20 (b), para a abordagem GILTT, em que se considerou parâmetros variáveis, observa-se que todos os picos da concentração, mesmo os mais distantes da fonte, apresentam boa proximidade aos dados observados em estrela, ou seja, as simulações pelo método GILTT tiveram boas respostas para a localização do pico de concentração para os três instantes. Nota-se esse mesmo comportamento na Figura 21 (b).

Os resultados apresentados demonstram uma boa adequação do método GILTT, utilizando parâmetros variáveis, quando comparados aos dados observados no experimento e que traz para a abordagem uma certa vantagem quando comparada ao método de Taylor, que em sua solução somente permitem a utilização de parâmetros constantes.

Destaca-se que, mesmo as duas soluções sendo analíticas e bem próximas, a questão da variabilidade na utilização de parâmetros que a GILTT permite, torna as simulações geradas com a utilização da última abordagem, muito mais próximas das reais condições do rio.

4.1 Análise Estatística

Apresentam-se a seguir as tabelas com a análise estatística realizada com o objetivo de avaliar e confirmar o bom desempenho da abordagem GILTT.

Nas Tabelas 6 e 7, apresentam-se os valores dos índices estatísticos obtidos pelo método GILTT, para os traçadores de Amidorodamina G Extra e Uranina, campanha de campo 1 para as posições (7600 m, 16000 m, 20000 m e 27000 m) que representam respectivamente as seções da Represa (S1), Pontilhão (S3), Posto policial (S4) e UHE Marmelos (S5).

Tabela 6: Avaliação estatística do modelo GILTT para o traçador de Amidorodamina G Extra, campanha de campo 1.

Seção	COR	NMSE	FB	FS
S1	0,97	0,00	-0,06	-0,03
S3	0,96	0,02	-0,01	0,01
S4	0,96	0,03	-0,06	-0,02
S5	0,94	0,05	-0,12	-0,07

Tabela 7: Avaliação estatística do modelo GILTT para o traçador de Uranina, campanha de campo 1.

Seção	COR	NMSE	FB	FS
S1	0,97	0,00	-0,03	0,02
S3	0,97	0,02	-0,04	-0,04
S4	0,96	0,02	-0,06	-0,03
S5	0,93	0,06	-0,13	-0,09

Com base na análise estatística apresentada na Tabela 6, nota-se um NMSE bem próximos ao valor ótimo, um coeficiente de correlação (COR) aproximado a 1 que demonstra boa correlação entre os dados observados e os preditos. Os índices FB e

FS apresentaram resultados próximos de zero indicando bom desempenho. O mesmo observa-se na Tabela 7, na qual os índices estatísticos confirmam o bom resultado do modelo.

Mostra-se na Tabela 8 os valores dos índices estatísticos obtidos pelo método GILTT, para o traçador de Uranina na campanha de campo 2, para as posições (7600 m, 12100 m, 16000 m, 20000 m e 27000 m) que representam, respectivamente, as seções da Represa (S1), Krambeck (S2), Pontilhão (S3), Posto policial (S4) e UHE Marmelos (S5).

Tabela 8: Avaliação estatística do modelo GILTT para o traçador de Uranina, campanha de campo 2.

Seção	COR	NMSE	FB	FS
S1	0,95	0,05	0,25	0,07
S2	0,96	0,02	0,10	-0,03
S3	0,96	0,00	0,01	-0,01
S4	0,96	0,02	0,01	-0,03
S5	0,93	0,05	-0,04	-0,04

Na Tabela 8, verifica-se que os resultados da avaliação estatística obtidos pela solução GILTT, para o traçador de Uranina tem um NMSE muito próximo a zero (valor ideal), um coeficiente de correlação (COR) bem próximo ao valor ideal e um FB e FS próximos de zero, indicando novamente um bom desempenho do modelo.

A partir disso, pode-se afirmar que o modelo simula satisfatoriamente as concentrações observadas no rio Paraibuna com o uso dos traçadores fluorecentes.

5 CONCLUSÕES

Nesse trabalho, tendo em vista o problema da dispersão de poluentes em corpos d'água, buscou-se, através da modelagem matemática ambiental, que representa uma importante ferramenta de avaliação de impacto ambiental, representar e resolver o problema em questão.

Realizou-se a validação de um modelo matemático de advecção-difusão, utilizando dados de um experimento *in situ* no rio Paraibuna, fornecidos pelo artigo de Soares, Ribeiro e Guedes (2010), onde resolveu-se a equação pelo método GILTT e realizou-se as simulações e comparações com os dados do experimento. Dessa forma, é possível concluir que o objetivo principal desse estudo foi alcançado. Além disso, foi realizada uma comparação das simulações do modelo GILTT com o método de Taylor, utilizado no artigo que serviu de base de dados numéricos nessa pesquisa.

Observou-se que a solução GILTT tem comportamento semelhante à solução de Taylor e, em comparação com os dados experimentais, mostrou uma boa concordância entre o método e o experimento. Esse bom desempenho do modelo para prever as concentrações foi comprovado também através da análise estatística apresentada.

Salienta-se que era esperado a boa concordância entre os métodos, visto que as duas soluções são analíticas e, sem mérito de avaliação entre as duas abordagens, mas para fins de diferenciação, a solução por Taylor utiliza parâmetros constantes, enquanto a solução via GILTT permite a utilização de parâmetros variáveis, o que traz a última uma certa vantagem, conforme resultados apresentados das curvas de passagem com a comparação dos métodos.

Por fim, ressalta-se que esses resultados, que confirmam a boa concordância entre as soluções analíticas e os dados do experimento, não esgotam a necessidade da pesquisa. Isso se justifica pois o estudo de um modelo matemático, a execução e a confirmação dos experimentos com dados realísticos, são necessários ante o objetivo que é de propor formas de avaliar a dispersão de poluentes, assegurando sua aplicabilidade antes do uso real, pois estamos lidando com meio ambiente e com recurso necessário para nossa sobrevivência.

Observa-se na análise de trabalhos correlatos com área de modelagem ambiental, a necessidade de trabalhos com dados realísticos que expressem junto a modelagem o problema real dos ambientes estudados, como o caso da presente pesquisa.

Para trabalhos futuros, propõe-se realizar novos testes para o modelo de advecção-difusão em outros tipos de meios aquáticos, também avaliar outros poluentes, com outros parâmetros como massa e área. Isso se evidencia pois a técnica vem se mostrando promissora na avaliação da dispersão de poluentes em corpos hídricos.

REFERÊNCIAS

ALENCAR, F. L. S. de; NAVONI, J. A.; AMARAL, V. S. do. **BIORREMEDIAÇÃO**: educação em saúde e alternativas à poluição ambiental. Natal: IFRN, 2019. 80p.

ALENCAR, T. S.; OLIVEIRA, V. P. S.; OLIVEIRA, M. M.; SARAIVA, V. B. Contaminação por metais pesados e hidrocarbonetos de petróleo: uma ameaça para os manguezais. **Boletim do Observatório Ambiental Alberto Ribeiro Lamego**, Rio de Janeiro, v. 10, n. 2, p. 7–24, 2016.

ANDRADE, L. N. de. Autodepuração dos corpos d'água. **Revista da Biologia, Instituto de Biociências, USP**, Vitória, ES, v. 5, p. 16–19, 2010.

ARAUJO, J. P. C.; CASTRO, T. G. S.; SILVA, A. C.; MACHADO, P. J. A.; ZAIDAN, R. T. Aplicação de métodos e critérios para a determinação de rio principal: o caso da bacia hidrográfica do rio Paraibuna. **Simpósio nacional de geomorfologia - UFV**, Viçosa, p. 1–18, 2018.

ATANGANA, A. **Fractional operators with constant and variable order with application to geo-hydrology**. 1.ed. Londres: Elsevier, 2018. p.49–72.

BARROS, F. P. J. de. **Modelos Multidimensionais para Dispersão de Contaminantes em Rios e Canais**: Soluções Híbridas por Transformação Integral. 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Programa de Pós-graduação de Engenharia, Curso de Engenharia Mecânica Coppe, Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ, 2004. 133 f.

BASSANEZI, R. C. **Ensino aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002. 380p.

BRASIL. Lei n. 6.938, de 31 de agosto de 1981. Dispõe sobre a Política Nacional do Meio Ambiente, seus fins e mecanismos de formulação e aplicação, e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 1981. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil-03/LEIS/L6938.htm. Acesso em: 20 ago. 2020.

BRASIL. Lei n. 9.433, de 8 de Janeiro de 1997. Institui a Política Nacional de Recursos Hídricos, cria o Sistema Nacional de Gerenciamento de Recursos Hídricos. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 1997. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil-03/leis/l9433.htm. Acesso em: 20 jul. 2020.

BRASIL. Resolução n. 357, de 17 de março de 2005. Dispõe sobre a classificação dos corpos de água e diretrizes ambientais para o seu enquadramento, bem como estabelece as condições e padrões de lançamento de efluentes, e dá outras providências. Alterada pela Resolução 410/2009 e pela 430/2011. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 2005. Disponível em: http://www2.mma.gov.br/port/conama/legiabre.cfm?codlegi=459. Acesso em: 15 fev. 2021.

BRASIL. Lei n. 11.445, de 5 de janeiro de 2007. Estabelece as diretrizes nacionais para o saneamento básico; cria o Comitê Interministerial de Saneamento Básico. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 2007. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil-03/-ato2007-2010/2007/lei/l11445.htm. Acesso em: 20 jul. 2020.

BRASIL. Agência Nacional de Águas. Panorama das Águas: água no mundo. **ANA**, Brasília, DF, 2020. Disponível em: https://www.ana.gov.br/panorama-das-aguas/agua-no-mundo. Acesso em: 20 Ago. 2020.

BRASIL. Lei n. 14.026, 15 de julho de 2020. Atualiza o marco legal do saneamento básico e altera a Lei n. 9.984, de 17 de julho de 2000, para atribuir à Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (ANA) competência para editar normas de referência sobre o serviço de saneamento, a Lei n. 10.768, de 19 de novembro de 2003, para alterar o nome e as atribuições do cargo de Especialista em Recursos Hídricos, a Lei n. 11.107, de 6 de abril de 2005, para vedar a prestação por contrato de programa dos serviços públicos de que trata o art. 175 da Constituição Federal, a Lei n. 11.445, de 5 de janeiro de 2007, para aprimorar as condições estruturais do saneamento básico no País, a Lei n. 12.305, de 2 de agosto de 2010, para tratar dos prazos para a disposição final ambientalmente adequada dos rejeitos, a Lei n. 13.089, de 12 de janeiro de 2015 (Estatuto da Metrópole), para estender seu âmbito de aplicação às microrregiões, e a Lei nº 13.529, de 4 de dezembro de 2017, para autorizar a União a participar de fundo com a finalidade exclusiva de financiar serviços técnicos especializados. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 2020. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil-03/-ato2019-2022/2020/lei/l14026.htm. Acesso em: 01 abr. 2021.

BUSKE, D. **Solução analítica da equação de difusão-advecção pelo método GILTT aplicada à dispersão de poluentes atmosféricos**. 2004. Dissertação de mestrado — Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, RS, RS.

BUSKE, D. **Solução GILTT bidimensional em geometria cartesiana**: simulação da dispersão de poluentes na atmosfera. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia

Mecânica) — Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul., Porto Alegre, RS, 2008. 225 f.

BUSKE, D.; VILHENA, M. T.; TIRABASSI, T.; BODMANN, B. Air pollution steady-state advection-diffusion equation: the general three-dimensional solution. **Journal of Environmental Protection**, Rio Grande do Sul, v. 3, p. 10, 2012.

CARAPETO, C. **Poluição das águas**: Causas e efeitos. Lisboa: Universidade Aberta, 1999. 233p.

CERQUEIRA, G. A.; PINTO, H. S.; FARIA, I. D.; BATISTA, J. C. R.; KASS-MAYER, K.; SOUZA, L. B. G. d.; KOHLER, M. A.; ABBUD, O. A.; PINTO, V. C. A Crise Hídrica e suas Consequências. **Senado Federal, Núcleo de Estudos e Pesquisas (Boletim do Legislativo: n. 27)**, Brasília, 2015. Disponível em: https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/508678/Boletim-do-Legislativo-n.27-de-2015.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 16 out. 2019.

CHAPRA, S. C. **Surface water-quality modeling**. Long Grove, Illinois: Waveland Press, 2008. 844p.

CREMASCO, M. A. **Difusão Mássica**. São Paulo: Blucher, 2019. 284p.

DELGADO, C. Zona da Mata: no Dia Mundial da Água, conheça a história, os problemas e curiosidades do Rio Paraibuna em Juiz de Fora. **Editora G1**, Brasil, 2019. Disponível em: https://g1.globo.com/mg/zona-da-mata/noticia/2019/03/22/no-dia-mundial-da-agua-conheca-a-historia-os-problemas-e-curiosidades-do-rio-paraibuna-em-juiz-de-fora.ghtml. Acesso em: 31 Ago. 2020.

DERISIO, J. C. **Introdução ao controle de poluição ambiental**. São Paulo: Oficina de Textos, 2012. 228p.

FERREIRA, O.; SUHOGUSOFF, A.; TAVARES, T.; MACEDO, L. S.; BARBOSA, A. M.; BALLE, M. G. Determinação de parâmetros hidráulicos do aquífero São Paulo por meio de ensaios de laboratório com uranina. **Revista Águas Subterrâneas**, São Paulo, p. 1–4, 2018.

FLECK, L.; TAVARES, M. H. F.; EYNG, E. Conceitos e importância da modelagem matemática de qualidade da água para gestão dos recursos hídricos. **Ambiência**, Paraná, v. 9, n. 3, p. 487–503, 2013.

HANNA, S. R. Confidence limit for air quality models as estimated by bootstrap and jackknife resampling methods. **Atmospheric Environment**, v. 23, p. 1385–1395, 1989.

HENAO, C. A. A. **Uma Avaliação de Formulações Estabilizadas de Elementos Finitos Associadas ao Método de Rothe de Discretização Temporal**. 2011. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Coope, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2011. 123 f.

IBGE. Cidades e Estados. Juiz de Fora. MG. , Brasil, 2020. Disponível em: https://cidades.ibge.gov.br/brasil/mg/juiz-de-fora/panorama Acesso em: 23.03.2020.

LEITAO, A. Circular economy: a new management philosophy for the XXI century. **Portuguese Journal of Finance, Management and Accounting**, Portugal, v. 1, n. 2, 2015.

MACHADO, B.; BUSKE, D.; MELO, T.; WEYMAR, G.; KLEIN, R. Simulação de um modelo bidimensional transiente aplicado à dispersão de poluentes em um corpo hídrico. **Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia**, Brasília, n. 12, p. 321–334, 2019.

MACHADO, B. R. **Modelagem da dispersão de poluentes em rios e canais sob a perspectiva das abordagens GILTT e separação de variáveis**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ciências Ambientais) — Programa de Pós-graduação em Ciências Ambientais, Centro de Engenharias, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, RS, 2019. 60 f.

MACHADO, M. B. **Modelagem Tridimensional da Dispersão de Poluentes em Rios**. 2006. Tese (Doutorado em Engenharia Química) — Programa de Pós-graduação em Engenharia Química,Faculdade de Engenharia Química, Universidade Estadual de Campinas, SP, 2006. 165 f.

OLIVEIRA, R. E. de. **Dispersão de contaminantes em rios e canais através do método GILTT**. 2015. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) — Programa de Pós-graduação em Modelagem Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, RS, 2015. 61 f.

PEREIRA, C. E.; SALLA, M. R.; FRASSON, V. M.; ALAMY FILHO, J. E.; LIMA, G. d. Dispersion of pollutants in watercourses intercepted by highway BR-050, in the Triângulo Mineiro region, Minas Gerais, Brazil. **Acta Scientiarum. Technology**, Minas Gerais, v. 38, n. 2, p. 153–161, 2016.

SCHLICHTING, H.; GERSTEN, K. **Boundary Layer Theory**. New York: Springer Berlin Heidelberg, 2000. 802p.

SCHNOOR, J. L. **Fate of Pesticides and Chemicals in the Environment**. Iowa: John Wiley & Sons, 1992. 464p.

SEMAD. Secretaria de estado de meio ambiente e desenvolvimento sustentável. Solenidade marca cercamento de nascentes do Rio Paraibuna. , Minas Gerais, 2019. Disponível em: http://www.meioambiente.mg.gov.br/noticias/3875-solenidade-marca-cercamento-de-nascentes-do-rio-paraibuna. Acesso em: 31.08.2020.

SHIGUNOV NETO, A.; CAMPOS, L. M. S.; SHIGUNOV, T. **Fundamentos da Gestão Ambiental**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda, 2009. 295p.

SILVA, M. C. da. **Modelagem dinâmica da dispersão de efluentes no estuário da Lagoa dos Patos-RS, Brasil**. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Oceânica) — Programa de Pós-graduação em Engenharia Oceânica, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, RS, 2020. 92 f.

SOARES, J. H. P.; RIBEIRO, A. C.; GUEDES, H. A. **Avaliação da Capacidade de Transporte e Dispersão do Rio Paraibuna Utilizando Traçadores Fluorescentes**. 2006. Relatório EDT 159/05 — Universidade Federal de Juiz de Fora, MG.

SOARES, J. H. P.; RIBEIRO, A. C.; GUEDES, H. A. Avaliação da capacidade de transporte e dispersão do Rio Paraibuna utilizando traçadores fluorescentes: Trecho: Distrito Industrial a UHE Marmelos — Juiz de Fora/MG. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, Porto Alegre, v. 15, n. 3, p. 45–56, 2010.

SOFTWARE JULIA 1.4.1. , 2020. Disponível: http://https://julialang.org/. Acesso em: 20.03.2020.

SOUZA, M. F. de. **Qualidade da água do Canal São Gonçalo-RS/Brasil – uma avaliação hidroquímica considerando seus usos múltiplos**. 2015. Dissertação (Mestrado em Recursos Hídricos) — Programa de Pós-graduação em Recursos Hídricos, Centro de Desenvolvimento Tecnológico, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, RS, 2015. 104 f.

VIDAL, T. F.; CHAGAS, P. F.; SOUZA, R. O. d. Equação da dispersão de poluentes em rios, para diferentes fontes de lançamentos, considerando os diversos parâmetros hidráulicos do corpo hídrico. **Fórum Ambiental da Alta Paulista: Planejamento e gestão de recursos hídricos**, São Paulo, v. 11, p. 206–217, 2015.

XAVIER, C. F. **Avaliação da influência do uso e ocupação do solo e de características geomorfológicas sobre a qualidade das águas de dois reservatórios da região metropolitana de Curitiba – Paraná**. 2005. Dissertação (Mestrado em Ciências do Solo) — Programa de Pós-graduação em Ciências do Solo, Universidade Federal do Paraná, Curitiba,PR 2005. 167 f.

YANG, P.; MING, X.; GROVES, C.; SHENG, T. Impact of hotel septic effluent on the Jinfoshan Karst aquifer. **Hydrogeology Journal**, China, v. 27, p. 321–334, 2019.

Modelagem matemática de dispersão de contaminantes em corpos d'água: estudo de caso com dados do rio Paraibuna - MG – Silvana Barbosa Costa Garcia

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
Centro de Engenharias
Programa de Pós-Graduação em Ciências Ambientais

Dissertação

Modelagem matemática de dispersão de contaminantes em corpos d'água: estudo de caso com dados do rio Paraibuna - MG

SILVANA BARBOSA COSTA GARCIA

Pelotas, 2021