

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
Instituto de Física e Matemática
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática



Dissertação

**REALIDADE AUMENTADA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DOS
SÓLIDOS GEOMÉTRICOS**

Cauê Duarte

Pelotas, 2021

Cauê Duarte

Realidade aumentada no ensino e aprendizagem dos sólidos geométricos

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Rozane da Silveira Alves

Pelotas, 2021

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação na Publicação

D812r Duarte, Cauê

Realidade aumentada no ensino e aprendizagem dos sólidos geométricos / Cauê Duarte ; Rozane da Silveira Alves, orientadora. — Pelotas, 2021.

154 f.

Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2021.

1. Educação matemática. 2. Geometria espacial. 3. Sólidos geométricos. 4. Semiótica. 5. Realidade aumentada. I. Alves, Rozane da Silveira, orient. II. Título.

CDD : 510.7

Elaborada por Maria Inez Figueiredo Figs Machado CRB: 10/1612

Cauê Duarte

Realidade aumentada no ensino e aprendizagem dos sólidos geométricos

Dissertação aprovada, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Educação Matemática, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da defesa: 22/11/2021.

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Rozane da Silveira Alves (Orientadora)
Doutora em Educação pela Universidade Federal de Pelotas.

Profa. Dra. Thaís Philipsen Grützmänn
Doutora em Educação pela Universidade Federal de Pelotas.

Profa. Dra. Circe Mary Silva da Silva Dynnikov
Doutora em Educação pela Universität Bielenfeld, Alemanha.

Profa. Dra. Elci Alcione Almeida Santos
Doutora em Ensino de Matemática pela Universidade da Madeira, Portugal.

Agradecimentos

À minha orientadora, professora Rozane da Silveira Alves, agradeço pela paciência e carinho com que sempre me orientou e, principalmente, por me ensinar pelo seu exemplo de seriedade e dedicação a me tornar professor.

Aos docentes do PPGEMAT, em especial as professoras Circe Mary Silva da Silva Dynnikov, Denise Nascimento Silveira e Thaís Philipsen Grützmán, pelas enormes e indispensáveis contribuições para este trabalho.

Aos colegas de UFPel, Philippe Breide e Thaise Thurow Schaun, pelas longas conversas e apoio.

Aos colegas de Pró-Reitoria de Gestão da Informação e Comunicação (PROGIC), principalmente, Francisco de Paula Marques Rodrigues e José Hiram Salengue Noguez, pela disponibilidade e boa vontade em discutir a minha pesquisa.

Ao bolsista Christian Berny Volz pela grande ajuda na elaboração das atividades.

Aos estudantes que participaram como sujeitos da pesquisa.

À Roberta Corrêa, minha esposa, por todo incentivo.

E, finalmente, à Manuela Corrêa Duarte, minha filha, a alegria dos meus dias e aquela que faz todos os esforços valerem a pena.

Resumo

DUARTE, Cauê. **Realidade aumentada no ensino e aprendizagem dos sólidos geométricos**. Orientadora: Rozane da Silveira Alves. 2021. 154 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2021.

A presente pesquisa de caráter qualitativo define-se como uma pesquisa experimental e teve como objetivo investigar a utilização da Realidade Aumentada (RA) no ensino e aprendizagem dos sólidos geométricos por estudantes da Licenciatura em Matemática. Os sujeitos da pesquisa são alunos vinculados aos cursos de Licenciatura em Matemática oferecidos pela Universidade Federal de Pelotas: Integral, Noturno e a Distância. O texto discorre sobre Ensino e Aprendizagem de Geometria, Tecnologias Imersivas e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval. Foi oferecido um curso na modalidade a distância em que os participantes seguiram uma sequência didática sobre sólidos geométricos, utilizando Realidade Aumentada. Os dados foram coletados no curso oferecido, mediante o formulário de inscrição, formulário de avaliação, tarefas e atividades, observação das aulas síncronas e notas de campo do pesquisador. Por meio da análise de conteúdo de Bardin, observou-se as seguintes categorias: Infraestrutura e acesso às tecnologias que analisa as questões de dificuldade de acesso às tecnologias utilizadas, Formação em Geometria que analisa questões ligadas à formação em Geometria e uso de tecnologias e Percepção dos Alunos sobre RA que analisa como os alunos percebem a RA. Os resultados mostraram que os estudantes percebem a Realidade Aumentada como potencializadora do ensino e aprendizagem dos sólidos geométricos, através da visualização que ela proporciona. Também houve a apropriação pelos alunos da Calculadora 3D, pela ação instrumentada desenvolvendo o processo de mediação semiótica.

Palavras-chave: Educação Matemática. Geometria Espacial. Sólidos Geométricos. Semiótica. Realidade Aumentada.

Abstract

DUARTE, Cauê. **Augmented reality in teaching geometric solids**. Advisor: Rozane da Silveira Alves. 2021. 154 f. Dissertation (Master in Mathematical Education) – Graduate Program in Mathematical Education – Institute of Physics and Mathematics, Federal University of Pelotas, Pelotas, 2021.

This qualitative research follows the experimental research approach and looks at how undergraduate mathematics students use Augmented Reality (AR) to teach and learn geometric solids. The investigation subjects are students enrolled in the Mathematics teaching degree programs offered by the Federal University of Pelotas on a full-time, nighttime, and distance learning basis. The text discusses Geometry Teaching and Learning, Immersive Technologies, and Raymond Duval's Theory on the Record of Semiotic Representation. Participants were required to follow a didactic sequence about geometric solids using Augmented Reality by attending a distance-training course. Data was collected throughout the course using registration forms, evaluation forms, assignments, activities, observation of synchronous classes, and the researcher's field notes. Based on Bardin's content analysis, the following categories were observed: Infrastructure and access to technologies, which analyzes the issues concerning the difficulty to access the technologies used; Training in Geometry, which analyzes issues related to training in Geometry and the use of technologies; and Students' Perceptions of AR, which analyzes how students perceive AR. Results showed that students perceive Augmented Reality as enhancing the teaching and learning of geometric solids because of the visualization it provides. In addition to the appropriation by students of the 3D Calculator, through the instrumented action developing the semiotic mediation process.

Keywords: Mathematical Education. Spatial Geometry. Geometric Solids. Semiotics. Augmented Reality.

Lista de Figuras

Figura 1 – Representações de retas concorrentes perpendiculares	30
Figura 2 – Exemplo de apreensão sequencial.	31
Figura 3 – Organizações perceptivas de figuras	32
Figura 4 – Exemplo de apreensão discursiva.....	32
Figura 5 – Exemplo de apreensão operatória com o GeoGebra.....	33
Figura 6 – Representação simplificada do <i>Continuum</i> da realidade	35
Figura 7 – GeoGebra Classic	36
Figura 8 – Calculadora 3D com RA.....	44
Figura 9 – Projeção de imagens de animais com a ferramenta <i>Google</i>	47
Figura 10 – Gráfico do curso dos alunos.....	54
Figura 11 – Gráfico dos alunos que cursaram Geometria Plana na graduação	55
Figura 12 – Gráfico dos alunos que cursaram Geometria Espacial na graduação....	55
Figura 13 – Gráfico de acesso à internet	56
Figura 14 – Gráfico da qualidade do acesso à internet.....	56
Figura 15 – Compatibilidade do <i>smartphone</i> com tecnologia RA.....	62
Figura 16 – Projeção de esfera compartilhada.....	70
Figura 17 – Projeção de apótema da Pirâmide,	70

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Resultados das buscas na BDTD.....	17
Tabela 2 – Resultados das buscas em anais de eventos	21
Tabela 3 – Resultados de buscas em bases internacionais.....	23
Tabela 4 – Conteúdos abordados	46

Lista de Quadros

Quadro 1 – Dissertações selecionadas.....	18
Quadro 2 – Trabalhos selecionados em anais de eventos.....	21
Quadro 3 – Trabalhos selecionados em bases internacionais	23
Quadro 4 – Classificação das modificações da apreensão operatória.....	33
Quadro 5 – Aplicativos do GeoGebra.....	37
Quadro 6 – Materiais didáticos.....	47
Quadro 7 – Lista dos materiais de leitura auxiliar.....	48
Quadro 11 – Encontros síncronos.....	51

Siglas e Abreviaturas

ANPED	Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CEFET-RS	Centro Federal de Educação Tecnológica de Pelotas
CIBEM	Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
CBIE	Congresso Brasileiro de Informática na Educação
CLM	Curso de Licenciatura Matemática
CLMD	Curso de Licenciatura Matemática a Distância
CLMN	Curso de Licenciatura Matemática Noturno
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
EThOS	E-Theses Online Service
IBICT	Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia
INTEL	Integrated Eletronics
PAVE	Programa de Avaliação da Vida Escolar
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PRAE	Pró-Reitoria de Assuntos Estudantis
PROGIC	Pró-Reitoria de Gestão da Informação e Comunicação
PUC-SP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
RA	Realidade Aumentada
RCAAP	Repositórios Científicos de Acesso Aberto de Portugal
REUNI	Programa de Apoio a Planos de Reestruturação e Expansão das Universidades Federais
RM	Realidade Mista
RRS	Registros de Representação Semiótica
RV	Realidade Virtual
SIPEM	Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática
SISU	Sistema de Seleção Unificada
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TSM	Teoria da Mediação Semiótica
UAB	Universidade Aberta do Brasil
UFPeI	Universidade Federal de Pelotas
UFAM	Universidade Federal do Amazonas
UFV	Universidade Federal de Viçosa
UNESP	Universidade Estadual Paulista
UNOPAR	Universidade do Norte do Paraná
XR	Extended Reality

Sumário

1 Introdução	14
1.1 Objetivos e questão de pesquisa	15
1.2 Trajetória	15
2 Trabalhos relacionados	17
3 Referencial teórico	26
3.1 Ensino e aprendizagem da geometria	26
3.2 Representações semióticas	29
3.3 Tecnologias digitais e a calculadora 3D do GeoGebra	34
3.4 Sequência didática e a aprendizagem significativa	38
4 Metodologia	41
4.1 Alterações na proposta inicial devido à pandemia	42
4.2 <i>Locus</i> e sujeitos da pesquisa	42
4.3 Aplicativo selecionado	43
4.4 O desenvolvimento da pesquisa	44
4.5 Coleta de dados	52
4.6 A identificação dos sujeitos da pesquisa	52
5 Resultados	53
5.1 Perfil dos participantes do curso	53
5.2 As categorias	57
5.2.1 <i>Infraestrutura e acesso às tecnologias</i>	58
5.2.2 <i>Formação em geometria e uso de tecnologias</i>	63
5.2.3 <i>Percepção dos alunos sobre RA na aprendizagem e no ensino</i>	68
6 Conclusões	75
Referências	78
Apêndices	82
Apêndice A – Formulário de Inscrição	83
Apêndice B – Formulário de avaliação do curso	91
Apêndice C – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)	93

Anexos	94
Anexo A – Plano da disciplina de Geometria - Curso Diurno.....	95
Anexo B – Plano da disciplina de Geometria - Curso Noturno.....	96
Anexo C – Plano da disciplina Geometria Espacial - Curso a Distância.....	97
Anexo D – Texto sobre Cilindros	99
Anexo E –Texto sobre Cones	103
Anexo F – Texto sobre Prismas.....	110
Anexo G – Texto sobre Pirâmides	115
Anexo H – Texto sobre Esferas	122
Anexo I – Lista de smartphones Android compatíveis com ARCore	136
Anexo J – Lista de smartphones iOS compatíveis com ARCore	154

1 Introdução

Com o avanço das tecnologias digitais surgem novas ferramentas com potencial para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem. Tecnologias chamadas imersivas despontam como tendência nas tecnologias de vanguarda.

A Realidade Aumentada (RA), utilizada neste trabalho, é a inserção de uma ou mais camadas de informações sobre a realidade, através de algum dispositivo como óculos especiais ou câmeras de *smartphones*, por exemplo.

A tecnologia RA proporciona representações de gráficos e sólidos geométricos com imersão, podendo contribuir para o processo de ensino e aprendizagem, especialmente, quando se trata de situação que envolve representações em duas ou três dimensões, pois nos livros didáticos e na lousa ou quadro negro tradicionais esses sólidos são representados de forma plana, apenas indicando tridimensionalidade com ideia de profundidade.

Neste trabalho, foi analisado o uso da Realidade Aumentada para auxiliar no ensino e na aprendizagem do conteúdo de sólidos geométricos, no que tange a modificações entre as suas representações e na percepção dos resultados sugeridos por essas modificações.

O aplicativo utilizado como ferramenta de suporte à Realidade Aumentada foi a Calculadora 3D do GeoGebra e, assim, será denominada neste trabalho. Pois na loja virtual da *Apple*, para dispositivos *iOS*, é chamada Calculadora GeoGebra 3D, diferentemente da nomenclatura utilizada na loja virtual da Google, para dispositivos *Android*, onde chama-se Calculadora Gráfica GeoGebra 3D.

Cabe salientar que o aplicativo utilizado funciona em *smartphones*, o que dispensa a necessidade de um laboratório de informática com computadores para as atividades propostas.

Foi ofertado um curso para os alunos da Licenciatura em Matemática, na plataforma *Moodle*, com atividades assíncronas e encontros síncronos semanais, sobre sólidos geométricos com Realidade Aumentada.

Na escolha do tema da pesquisa se considerou a popularização dos dispositivos tecnológicos, o interesse do uso desses dispositivos por parte dos alunos

e fato de que, em geral, os sólidos são representados de forma bidimensional em livros ou quadro negro.

1.1 Objetivos e questão de pesquisa

Com a questão norteadora “Como a visualização potencializada pelo uso de Realidade Aumentada possibilita o ensino e a aprendizagem dos sólidos geométricos?”, a pesquisa teve como objetivo investigar a utilização do GeoGebra, em específico, na sua versão 3D com suporte a RA, para compreensão das representações gráficas em duas e três dimensões dos entes estudados nos conteúdos de Geometria Espacial.

Para tanto, são objetivos específicos:

- identificar práticas docentes concernentes à Geometria;
- investigar o potencial de representação semiótica da Realidade Aumentada no ensino e na aprendizagem de sólidos geométricos;
- investigar as dificuldades que os alunos apresentam no aprendizado dos sólidos geométricos.

1.2 Trajetória

A seguir, apresento a minha trajetória acadêmica e as escolhas que me trouxeram até este mestrado, por este motivo faço a narrativa na primeira pessoa do singular.

Durante o ensino fundamental já me interessava por informática e questões de lógica, porém os computadores na década de 1990 eram artigos de luxo, mas tive o privilégio de ter acesso a um microcomputador *Intel 386*.

Esses computadores não eram nem de perto o que são os computadores de hoje, nem em capacidade de processamento, qualidade gráfica ou mesmo conexão com a internet.

Com muita curiosidade sobre o funcionamento desse computador comecei a explorar suas funcionalidades. Então, muito cedo, tive contato com a linguagem *Basic*, uma linguagem de programação criada com fins didáticos que, entre outras coisas,

criava pequenos algoritmos para resolver os exercícios de Matemática das tarefas da escola para casa.

Cresci dentro da oficina de equipamentos eletrônicos do meu pai, que antes fora do meu avô, em uma era predominantemente analógica, em meio aos mais variados aparelhos eletrônicos, mas ainda não conseguia relacionar as grandezas físicas da eletrônica com o meu computador.

Em 1997 ingressei no Centro Federal de Educação Tecnológica de Pelotas (CEFET-RS) onde cursei na modalidade integral o ensino médio, juntamente com o curso de Técnico em Eletrônica. Durante o curso o que mais me despertava interesse era o entendimento no nível de processamento dos computadores, o conhecimento matemático inerente ao funcionamento dessas máquinas e a relação direta da Matemática e física com a computação.

Trabalhei por algum tempo na área de eletrônica aplicada, mas assim que possível comecei a trabalhar na área de *software* em empresas privadas por quase dez anos. Durante esse período voltei a estudar, optando pelo curso de Tecnologia em Análise e Desenvolvimento de Sistemas.

Junto ao término da graduação ingressei no cargo de Técnico de Tecnologia da Informação na Universidade Federal de Pelotas (UFPeI). Também iniciei uma pós-graduação *latu sensu* em Educação a Distância, o que me possibilitou atuar como tutor presencial no curso de Tecnologia em Análise e Desenvolvimento de Sistemas na Universidade do Norte do Paraná (UNOPAR), por seis anos. Nesse período, ministrei alguns cursos de lógica e programação, além de orientar trabalhos de graduação.

Acredito que a combinação dessas experiências despertou em mim uma vontade de me aproximar da docência e talvez poder ingressar nessa carreira, o que me levou a aproximação com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática na UFPeI, cursando uma disciplina como aluno especial. A experiência de cursar essa disciplina me proporcionou combinar Ensino de Matemática e Tecnologia.

Assim fiz a seleção e ingressei como aluno regular na Linha de Pesquisa de Tecnologias e Educação Matemática onde pude desenvolver essa pesquisa utilizando tecnologias para o ensino e aprendizagem dos sólidos geométricos.

2 Trabalhos relacionados

Este capítulo apresenta os trabalhos já desenvolvidos relacionados com o tema desta pesquisa. Foram realizadas buscas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) do Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT), em duas importantes revistas da Educação Matemática e em anais dos principais eventos de Educação Matemática no Brasil.

Primeiramente, a busca na BDTD pelos termos “Calculadora 3D”, “Geometria” e “Sólidos” na janela de tempo dos últimos cinco anos, de 2014 a 2019, não obteve resultados. A seguir, substituiu-se o termo “Geometria” por “Educação Matemática” e, novamente, nenhum resultado foi encontrado. Mantendo-se os termos “Geometria” e “Sólidos” e substituindo “Calculadora 3D” pelo termo genérico “GeoGebra”, no mesmo recorte de tempo, foram encontradas dez dissertações. A Tabela 1 apresenta as buscas realizadas pelos termos indicados.

Tabela 1 – Resultados das buscas na BDTD

Palavras-chave	Dissertações Encontradas	Teses Encontradas	Dissertações Selecionadas	Teses Selecionadas
Calculadora 3D, Sólidos e Geometria	0	0	0	0
Calculadora 3D, Sólidos e Educação Matemática	0	0	0	0
GeoGebra, Sólidos e Geometria	10	0	4	0

Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2020.

Foram lidos os resumos dos dez textos encontrados, e destes, quatro foram selecionados por terem relação com a pesquisa que se propõe. O Quadro 1 relaciona essas dissertações.

Quadro 1 – Dissertações selecionadas

Título	Autor/Orientador	Ano	D/T	Programa/IES
Estudo do volume de sólidos geométricos com a utilização do software GeoGebra.	Felipe dos Santos Pereira / Disney Douglas de Lima Oliveira	2017	D	Programa de Pós-Graduação em Matemática – UFAM
O uso de tecnologias digitais para a compreensão da construção de sólidos a partir de suas propriedades.	Celso Marquetti / Gerson Pastre de Oliveira	2015	D	Programa de Mestrado em Educação Matemática – PUC - SP
Volume e área de sólidos geométricos usando o princípio de Cavalieri	Antônio Fabiano Paiva / Mércio Botelho Faria	2015	D	Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática – UFV
Geometria e visualização: Ensinando com o <i>software</i> GeoGebra.	Raissa Samara Sampaio / Rosa Monteiro Paulo	2018	D	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – UNESP

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2020.

Em seguida, apresenta-se os aspectos mais relevantes de cada uma das dissertações selecionadas.

Pereira (2017) observa em sua experiência de mais de dez anos em educação Matemática no Ensino Fundamental, um distanciamento dos alunos em relação aos estudos envolvendo sólidos geométricos. Salaria que alguns dos fatores para tal afastamento são as abordagens mais abstratas do ensino matemático e a dificuldade por parte dos alunos em relacionar o conteúdo de Geometria dos sólidos com situações do cotidiano.

O autor faz um breve histórico do *software* GeoGebra, citando as plataformas em que ele funciona, além de apresentar alguns de seus recursos. Apresenta o uso do GeoGebra como ferramenta para os alunos associarem os conteúdos de Geometria, de sua forma formal para algo mais real.

Ele define e descreve diversos polígonos que serão trabalhados com os alunos. O autor disponibilizou todos os sólidos trabalhados na página do *GeoGebraTube*. Cita alguns empecilhos para utilizar este *software* com os alunos como a falta de

laboratórios adequados, mas complementa que em contrapartida é possível a utilização da versão para *smartphones*.

Paiva (2015) apresenta propostas educacionais envolvendo o Princípio de Cavalieri, tendo como ferramentas o *software* GeoGebra 3D e material concreto. O trabalho é uma revisão teórica e bibliográfica dos conceitos importantes para resolução de exercícios em sala de aula.

Analizando os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), verifica-se que os alunos não têm conhecimento pleno da Geometria Plana e Espacial. Explica que o ensino mecanizado, através de aplicação direta de fórmulas predeterminadas, produz uma grande rejeição aos conteúdos da Matemática, sendo que a escolha de recursos didáticos e a maneira de manipulá-los é importante para mudar tal rejeição.

Após apresentar um histórico da Geometria e seu ensino, explica que o método Cavalieri é uma ferramenta significativa para trabalhar com áreas e volumes e aponta que o método pode ser introduzido no segundo ano do ensino médio. O autor apresenta uma proposta de trabalho, resolvendo atividades do livro didático escolhido com o auxílio do GeoGebra, e conclui que o uso de *softwares* para o auxílio de solução de problemas, na construção e visualização dos sólidos torna os alunos mais interessados nos conteúdos trabalhados.

Marquetti (2015) investiga o uso de tecnologias em um grupo de estudantes do Ensino Médio, tendo por tema propriedades e elementos da Geometria Espacial, utilizando o *software* GeoGebra, explorando volumes de cubos e pirâmides. Explica as vantagens da visualização dos sólidos tridimensionais e sua manipulação no GeoGebra, em detrimento de utilizar quadro ou cartolina.

Utilizando uma abordagem qualitativa, submete cinco estudantes do ensino médio de uma escola particular a uma sequência didática composta de algumas atividades com sólidos. Quanto a modalidade, a pesquisa pode ser vista como um estudo de caso.

Por fim o autor cita vantagens como a facilidade de uso, dinamismo e recursos 3D, avaliando de forma positiva o uso do GeoGebra para melhor compreensão dos sólidos por parte dos alunos, através da mudança na forma de visualizar e interagir com os sólidos, o que proporciona uma melhor experimentação inerente à ferramenta.

Sampaio (2018) apresenta uma pesquisa desenvolvida com alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública, onde os alunos participaram de atividades sobre volume de sólidos com o uso do GeoGebra. O

trabalho tem por objetivo pesquisar como a visualização e compreensão das figuras geométricas podem e são potencializadas com o uso de tecnologias.

A autora apresenta uma revisão teórica sobre visualização na Geometria e sobre o uso de tecnologias em sala de aula. Faz, também, uma reflexão sobre o espaço e a percepção dos alunos sobre ele, situando o aluno não como observador, mas como aquele que vivencia o que experimenta na espacialização.

A partir das atividades elaboradas a proposta era levar os alunos à compreensão das ideias de volumes dos sólidos geométricos em que a percepção dos objetos é importante. Essas atividades foram propostas com o uso de tecnologias, permitindo a experimentação de hipóteses por parte dos alunos, validando ou refutando-as, aproximando o aluno dos objetos geométricos.

A abordagem metodológica escolhida no trabalho foi de uma pesquisa qualitativa, tentando responder à pergunta *como a visualização potencializada pelo software GeoGebra possibilita a aprendizagem geométrica*. A autora pretendeu compreender as possibilidades de o aluno aprender Geometria onde a visualização é relevante e recorre às potencialidades de um *software*. Por último, ela afirma que o uso de tecnologias auxilia o professor e coloca o aluno em um papel mais ativo na aula, tornando-o corresponsável por sua aprendizagem.

Considerando-se os periódicos científicos, foi feita uma busca nas revistas Zetetiké e Bolema, duas importantes revistas da Educação Matemática. Na pesquisa pelos termos “GeoGebra”, “Geometria” e “Sólidos” não foi obtido nenhum resultado nos últimos cinco anos, de 2014 a 2019.

Com os termos “GeoGebra”, “Geometria” e “Sólidos” no mesmo recorte de tempo de cinco anos, foram feitas buscas nos seguintes eventos: Encontro da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPED), Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), Congresso Iberoamericano de Educação Matemática (CIBEM) e Congresso Brasileiro de Informática na Educação (CBIE). Na Tabela 2 são mostrados os resultados obtidos.

Tabela 2 – Resultados das buscas em anais de eventos

Evento	Ano do evento	Encontrados	Selecionados
XII ENEM	2016	6	2
VI SIPEM	2015	0	0
VII SIPEM	2018	0	0
IV CBIE	2015	0	0
37 ANPED	2015	0	0

Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2020.

Após a leitura dos resumos foram selecionados dois entre os seis trabalhos encontrados, sendo destacados no Quadro 2.

Quadro 2 – Trabalhos selecionados em anais de eventos

Edição/Evento	Título	Autor(es)	Palavras-chave
XII ENEM	Explorando construções dos sólidos regulares no software GeoGebra	Wesley Djordan Filus; Emanueli Pereira	Mídias Tecnológicas; Sólidos Regulares; Software GeoGebra.
XII ENEM	Ensino de Geometria analítica através do patrimônio histórico de Belém utilizando o software GeoGebra	Millena Lopes de Paula Silva	Geometria Analítica; Educação patrimonial; GeoGebra.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2020.

Filus e Pereira (2016) apresentam em seu estudo teórico uma atividade formulada com o auxílio do *software* GeoGebra que explora a janela de visualização 3D na construção de sólidos geométricos.

Apoiam-se na ideia de que o *software* possa contribuir em diversos fatores no processo de ensino e aprendizagem, especificamente, no que tange à visualização dos sólidos e propõe uma série de atividades que envolvem construção de figuras geométricas, cálculos e sua manipulação, para melhor entendimento e interesse dos conceitos apresentados.

Finalizam apontando dois caminhos distintos nesse tipo de pesquisa: desenvolver ferramentas autorais ou formação docente para a utilização de ferramentas disponíveis.

Silva (2016) apresenta um trabalho com alunos do terceiro ano do ensino médio baseado em uma sequência de atividades de Geometria Analítica, analisando a Geometria presente no patrimônio histórico de Belém com o *software* GeoGebra. Explorando uma abordagem não convencional do ensino da Geometria, a autora propõe uma atividade em que os alunos descubram fórmulas ao invés de decorá-las.

A proposta é partir de uma aula expositiva sobre patrimônio histórico, arcos geométricos e o *software* GeoGebra, e iniciar a construção dos arcos no *software*. A autora conclui que o uso de GeoGebra é um facilitador na transposição do conteúdo, pois houve melhora significativa tanto na inserção dos conteúdos como na atenção e interesse dos alunos com essa abordagem.

A partir da análise dos trabalhos relacionados conclui-se que a utilização de *softwares* de apoio ao ensino e aprendizagem de Geometria pode ser um grande aliado no entendimento da visualização dos sólidos, devido à natureza dinâmica de construir e representar esses sólidos.

É importante que essas propostas acompanhem os projetos pedagógicos das disciplinas, pois torna os conteúdos mais interessantes e promove melhor entendimento dos conceitos trabalhados.

Na escolha do *software* deve-se levar em consideração diversas variáveis tais como: plataforma, gratuidade ou não da ferramenta e a aplicabilidade na investigação que se deseja fazer com o conteúdo. A possibilidade de manipulação e movimentação das figuras e sólidos geométricos pode ser um fator importante para explorar os conteúdos de Geometria, como pontuam Hoyles e Noss (2009, p. 130, tradução livre) “o que era possível de ser aprendido à luz das novas possibilidades da ferramenta”.

Dentre as diversas opções de *softwares* existentes no mercado, o GeoGebra já vem sendo utilizado com sucesso no ensino de Geometria. Sendo assim, a pesquisa foi ampliada em bases internacionais de acessos gratuito como Repositórios Científicos de Acesso Aberto de Portugal (RCAAP), *E-Theses Online Service* (EThOS), base de dados contendo teses de universidades britânicas, DART-Europe e no Portal de Periódicos da CAPES.

Foram utilizados os termos “Realidade Aumentada” e “Educação Matemática”, respectivamente traduzidos nos termos “*Augmented Reality*” e “*Mathematic Education*”. Não localizando trabalhos com essas palavras-chave ampliou-se a busca substituindo o termo “Educação Matemática” para “Educação”, consequentemente “*Mathematic Education*” para “*Education*”, sempre respeitando a janela temporal dos últimos cinco anos, de 2014 a 2019, conforme resultados apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Resultados de buscas em bases internacionais

Base	Trabalhos encontrados	Trabalhos selecionados
Repositórios Científicos de Acesso Aberto de Portugal (RCAAP)	16	0
Portal de Periódicos da CAPES	48	1
<i>E-Theses Online Service (EThOS)</i>	15	0
DART-Europe	39	2

Fonte: Elaborada pelo pesquisador, 2020.

Após leitura dos resumos, utilizando como critério de seleção o uso de Realidade Aumentada como tecnologia educacional para Geometria, foram selecionados os trabalhos dispostos no Quadro 3.

Quadro 3 – Trabalhos selecionados em bases internacionais

Título	Autor/es	Tipo	Base	Ano
Augmented Reality and MS-Kinect in the Learning of Basic Mathematics: KARMLS Case	Raúl Lozada-Yáñez, Nora La-Serna-Palomino e Fernando Molina-Granja	Artigo em Periódico	CAPES	2019
As tecnologias tridimensionais como contributo para a aprendizagem da Matemática no ensino superior	Teresa Coimbra	Tese	DART-Europe	2017
Ludismo, gamificação e realidade aumentada: desenvolvimento de recursos educativos na área das expressões multimédia	Cristina Gomes	Tese	DART-Europe	2016

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2020.

Lozada-Yáñez, La-Serna-Palomino e Molina-Granja (2019), em pesquisa realizada no Canadá, investigaram a aplicação de um sistema de computador chamado: “Sistema de Aprendizado de Matemática em Realidade Aumentada baseado em Kinect - KARMLS” com uma abordagem quantitativa experimental em 29 alunos, sendo 13 meninas e 16 meninos. Os autores destacam que as crianças ficaram motivadas e com atitudes positivas em relação ao uso do *software* analisado.

Os autores concluem que o sistema computacional aplicado teve efeito positivo quando usado como ferramenta suplementar em sala de aula e foi mais eficaz em crianças com baixo desempenho escolar no que com as com alto desempenho escolar.

Coimbra (2017) apresenta sua pesquisa realizada em Portugal alicerçada em três pontos: a aprendizagem da Matemática, o ensino superior e as tecnologias, nomeadamente as tridimensionais e, em particular, a realidade aumentada (RA) e coloca esses pontos como domínios pouco analisados, inclusive em Portugal. Procurou problematizar o papel dessas tecnologias no ensino e na aprendizagem da Matemática.

Nas questões metodológicas optou por uma abordagem mista (quantitativa e qualitativa), de índole descritiva, utilizando-se de observação participante e questionários, o que permitiu triangular os dados obtidos.

Em seus resultados salientou a autonomia proporcionada para aprender conceitos abstratos, tanto em sala de aula como em plataformas *online*, viabilizadas por essas tecnologias tridimensionais e também uma clara receptividade por parte dos estudantes ao integrar o uso de dispositivos móveis dando suporte a esse tipo de conteúdo.

Ainda afirma que o uso pelos docentes dessas tecnologias só não é mais amplo, devido ao tempo e ao próprio desconhecimento sobre elas. A autora finaliza que o estudo confirma a convicção de que o papel dessas tecnologias é significativo e relevante, e pretende continuar a recorrer à realidade aumentada como contributo para uma aprendizagem melhor e motivadora.

Gomes (2016), em sua pesquisa realizada em Portugal, propõe introdução de estratégias de gamificação por meio de objetos didáticos tecnológicos mediados por livros aumentados (*augmented books*) sugerindo uma parceria simbiótica entre o livro tradicional em formato de papel e uma abordagem pedagógica que se atualiza ao incorporar os mecanismos próprios dos jogos de vídeo.

Considerando o desejo inicial da pesquisa foram criados três protótipos para permitir testes nos efeitos das estratégias de uso das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem: a) um jogo educativo com o objetivo de trabalhar áreas como memória auditiva e discriminação de alturas; b) um conjunto de guias instrumentais interativas e c) uma aplicação de suporte chamada livro com voz com o recurso de Realidade Aumentada. Depois dos testes de usabilidade e aceitação das tecnologias envolvidas, os artefatos foram introduzidos com estratégia gamificada, incluindo um sistema de incentivo e de envolvimento emocional.

A investigação teve como principal propósito estudar o impacto que pedagogias lúdicas sustentadas por objetos didáticos não convencionais poderiam ter no processo de ensino e aprendizagem em uma disciplina de educação musical.

A autora conclui seu trabalho afirmando que parece seguro prever um porvir brilhante para a gamificação e para a Realidade Aumentada em educação, e encerra salientando que cabe às gerações vindouras encontrar formas otimizadas do potencial dessas tecnologias.

3 Referencial teórico

Neste capítulo discute-se alguns referenciais teóricos que fundamentam este trabalho, como o Ensino e Aprendizagem de Geometria, as Representações Semióticas, Tecnologias Imersivas e o aplicativo Calculadora 3D.

3.1 Ensino e aprendizagem da geometria

O ensino de Geometria tanto quanto sua aplicação é importante, pois possibilita um entendimento mais amplo dos objetos, suas localizações e distâncias, desenvolvendo maior controle sobre as operações geométricas. Segundo Fainguelernt (1996, p. 5), “A Geometria é considerada como uma ferramenta para compreender, descrever e interagir com o espaço em que vivemos; é, talvez, a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e real”.

Dos conteúdos matemáticos a Geometria destaca-se, pois nasce da necessidade humana de resolver questões práticas do cotidiano, seja na construção de casas e divisão de terras para formação de fronteiras, seja prevendo o movimento dos astros (LORENZATO, 2008).

A origem exata da Geometria é incerta; as primeiras unidades de medida se referiam ao corpo humano: pé, passo, braça. Boyer (2010) explica que o início da Geometria ocorreu antes da escrita, impossibilitando afirmações sobre sua origem. Documentos sobre as antigas civilizações mostram o uso da Geometria, predominantemente, ligado ao estudo dos astros.

Foi na Grécia que a Geometria surgiu com um saber matemático formalizado. Por volta de 300 a.C. Euclides normatizou o método axiomático até hoje utilizado. Seus estudos, segundo Eves (1995), eram conhecidos por todas as pessoas educadas até a metade do século XX.

Ainda segundo Eves (1995), Euclides em sua obra Os Elementos fornece um modelo rigoroso de suas ideias que atualmente é muito utilizado. O autor cita também Tales e destaca que o matemático contribuiu para estabelecer o método dedutivo-formal, juntamente, com a escola pitagórica grega.

No século XVII, Cavalieri foi um matemático muito influente que ao dar continuidade ao trabalho de Galileu Galilei, instigou um método mais apurado para o cálculo de volumes e áreas. Seu princípio básico era que uma figura plana seria constituída por infinitas cordas paralelas entre si e um sólido por infinitos planos paralelos. No século XVIII, Euler relaciona a quantidade de faces, vértices e arestas de um poliedro convexo (EVES, 1995).

A Geometria Espacial trata do estudo da Geometria do espaço tridimensional euclidiano, ou seja, dos objetos que possuem três dimensões e suas relações Matemáticas. Fainguelernt (1996, p.48) enfatiza a importância da Geometria no desenvolvimento do raciocínio visual e do pensamento espacial, “necessitando recorrer à intuição, à visualização, à percepção e à representação, que são habilidades essenciais para leitura do mundo e para que a visão da Matemática não fique distorcida”.

Gravina e Contiero (2011) refletem sobre a aprendizagem de Geometria em situações em que ela é ensinada, simplesmente, a partir da apresentação de conceitos. Neste cenário, os alunos não têm oportunidades de manusear as formas para explorá-las e compreendê-las, e assim, desenvolver o raciocínio geométrico. Ainda complementa que “os livros apresentam uma coleção de definições e as propriedades são tomadas como ‘fatos’, sem que haja uma maior explicação.” (GRAVINA; CONTIERO, 2011, p. 2).

Nesse sentido, Nascimento (2012) destaca a importância exagerada do livro didático em relação a outras práticas pedagógicas e explica que no livro didático o conteúdo é exposto sem nenhuma conexão com o cotidiano e com um apanhado de definições, propriedades e fórmulas. Mais recentemente, os conceitos geométricos foram adquirindo um nível maior de abstração e complexidade, e submetidos a métodos de Cálculo e Álgebra Abstrata.

Considerando seu aspecto enquanto estudo do espaço, com corpo de conhecimento estático, abstrato e algébrico, a Geometria torna-se disciplina propícia para uma abordagem racionalista-técnica de seu ensino. Mas, em contrapartida, uma abordagem com uma exploração mais informal tem potencial para contribuir em uma formação diferenciada, onde o próprio aluno descobre relações e desenvolve conceitos espaciais manipulando, comparando e transformando as figuras geométricas.

Diversas pesquisas apontam dificuldades de aprendizagem da Geometria durante o Ensino Fundamental e Médio, as quais são frequentemente relatadas e estudadas por pesquisadores, como por exemplo Rogensky (2015) e Machado (2003). Essas pesquisas tratam de dificuldades na visualização das figuras geométricas e nas relações existentes entre suas formas. O entendimento complica-se com cálculos de área e volume, pois os alunos os realizam mecanicamente, não entendendo novas situações diferentes do praticado em sala de aula.

Em relação à Geometria Plana, embora os estudantes apresentem dificuldades no entendimento das formas, estas por serem bidimensionais, estão mais próximas do aluno: o plano do caderno, o plano da lousa, o plano da tela do computador. Já em relação à Geometria Espacial os alunos têm dificuldades em visualizar as formas tridimensionais a partir de desenhos bidimensionais.

É esperado que o aluno, quando necessário, busque nas representações com desenhos, figuras e sólidos geométricos para auxiliá-lo na compreensão e solução de exercícios e problemas apresentados.

Estas dificuldades na visualização são um dos maiores problemas percebidos no aprendizado de Geometria Espacial. O mesmo acontece na aprendizagem de adultos, pois a dificuldade em visualizar no plano e no espaço as formas geométricas é um grande problema. Desta forma, Nacarato e Passos (2003) argumentam que o currículo de Matemática deve:

Incluir Geometria bi e tridimensional para que os alunos sejam capazes de descrever, desenhar e classificar figuras; de investigar e prever o resultado; de combinar, subdividir e transformar figuras; de desenvolver a percepção espacial; de relacionar ideias geométricas com ideias numéricas e de medição; de reconhecer e apreciar a Geometria dentro de seu mundo (NACARATO; PASSOS, 2003, p. 28).

O aprendizado torna-se mais fácil quando o aluno percebe a relação do seu cotidiano com as formas geométricas, utilizando a reflexão para aplicar e resolver problemas tanto de disciplinas quanto do seu dia a dia. Fainguelernt (1995) destaca:

A Geometria oferece um vasto campo de ideias e métodos de muito valor quando se trata do desenvolvimento intelectual do aluno, do seu raciocínio lógico e da passagem da intuição e de dados concretos e experimentais para os processos de absorção e generalização. A Geometria também ativa a passagem do estágio das operações concretas para o das operações abstratas. É, portanto, tema integrador entre as diversas partes da Matemática, bem como campo fértil para o exercício de aprender a fazer e aprender a pensar. Ela desempenha papel primordial no ensino, porque a intuição, o formalismo, a abstração e a dedução constituem a sua essência (FAINGUELERNT, 1995, p. 45).

As dificuldades no aprendizado dos sólidos geométricos ocorrem, porque a Geometria nem sempre é relacionada com outros conteúdos, gerando uma defasagem que acompanha o aluno até o ensino superior. Gravina (1996) explica que os alunos:

[...] chegam à universidade sem terem atingido os níveis mentais superiores de dedução e rigor, apresentando até mesmo pouca compreensão dos objetos geométricos, confundindo propriedades do desenho com propriedades do objeto; axiomas, definições, propriedades e teoremas são conceitos confusos, sem hierarquização e dificilmente estes alunos conseguem estruturar uma demonstração (GRAVINA, 1996, p. 02).

Somado a estes fatores temos ainda o processo de “desvisualização” que teve início no século XVII, com o advento da Geometria Analítica. Cifuentes (2005) esclarece que esse termo mostra a intensificação da utilização de equações em detrimento da representação gráfica das formas. Nesse processo há o gradativo abandono da representação gráfica utilizada na Geometria Euclidiana.

Como os objetos matemáticos não existem fisicamente convém salientar que a Matemática é baseada em “representações” que são estruturas para mostrar determinado objeto de diferentes formas (DUVAL, 2009). Logo, o ensino deve levar em consideração essas relações e suas diferentes representações.

Por este motivo a presente pesquisa voltou-se a investigar as formas tridimensionais, em especial, os seguintes sólidos: cilindro, cone, esfera, prisma e pirâmide, pois estes sólidos são estudados nos diferentes níveis de ensino: Fundamental, Médio e Superior.

3.2 Representações semióticas

A teoria dos Registros de Representação Semiótica (RRS), proposta pelo francês Raymond Duval, tem grande contribuição para a Educação Matemática. Sob sua ótica “ensinar Matemática é, antes de tudo, proporcionar o desenvolvimento do raciocínio, da análise e da visualização” (DUVAL, 2003, p. 11).

Para o autor as atividades Matemáticas dependem das representações semióticas, uma vez que os objetos matemáticos não são perceptíveis de forma direta pelos sentidos humanos. Para representar esses objetos precisa-se recorrer a anotações, códigos, tabelas, gráficos e esquemas, ou seja, recorrer aos registros

semióticos. Tais registros são de grande importância no ensino e aprendizagem da Matemática, pois estão diretamente relacionados com a compreensão dos conteúdos.

A diferenciação de “representação do objeto matemático” do próprio “objeto matemático” é um ponto importante na compreensão da Matemática. Segundo o autor, a percepção dos objetos matemáticos é apenas conceitual, mas é por meio dessas representações que atividades cognitivas são possíveis.

Duval (2011) afirma que a confusão entre objeto e representação é quase inevitável, porque a apreensão dos objetos matemáticos é conceitual. Porém, é somente por meio das representações semióticas que as atividades cognitivas sobre estes objetos são possíveis. Essa impossibilidade de acesso aos objetos matemáticos gera o *Paradoxo Cognitivo da Matemática*, que consiste na confusão entre o objeto e sua representação, sendo que só se tem acesso ao objeto por meio da representação.

É essencial jamais confundir os objetos matemáticos, como os números, as funções, as retas, etc., com suas representações, quer dizer, as escrituras decimais ou fracionárias, os símbolos, os gráficos, os traçados de figuras [...] porque um mesmo objeto matemático pode ser dado através de representações muito diferentes (DUVAL, 2009, p. 14).

Para Duval (2009), um registro de representação vem a ser um sistema semiótico quando permite formações de representações, tratamentos e conversões. Pelo registro de representação o sujeito descreve o que está observando sobre o objeto, podendo ser de forma simbólica, por meio de figuras ou, ainda, em linguagem natural, sendo que a única mudança nessas três representações é a forma de representar o mesmo conteúdo, conforme demonstrado na Figura 1.

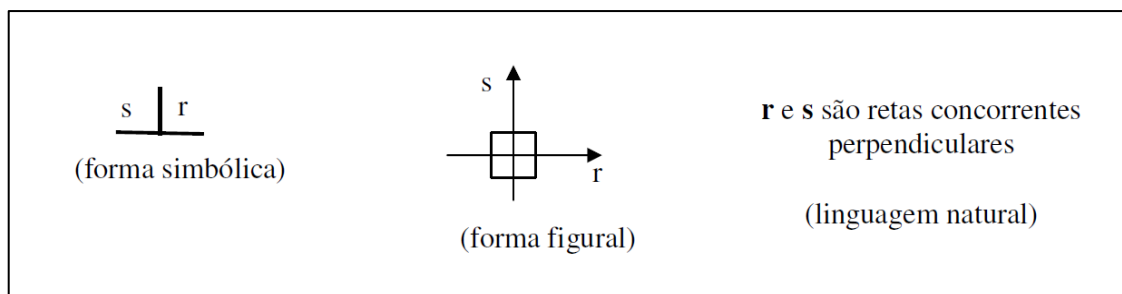


Figura 1 – Representações de retas concorrentes perpendiculares
Fonte: Dados da pesquisa, 2020.

Duval (2003) propõe uma abordagem que busca compreender e descrever os processos cognitivos relacionados ao ensino e aprendizagem de Matemática e a compreensão das dificuldades deste processo. O autor ainda destaca três atividades cognitivas fundamentais, ligadas às representações semióticas:

- **formação de uma representação identificável:** o enunciado deve ser compreensível em uma determinada língua natural ou qualquer outra representação válida;
- **tratamento de uma representação:** é a transformação de uma representação em outra representação dentro de um mesmo registro;
- **conversão de uma representação:** é a transformação de um registro para outro, conservando ao menos parte do objeto matemático original em questão.

Na resolução de problemas matemáticos o aluno precisa compreender os diferentes sistemas de representação, considerando que algum deles pode proporcionar maior clareza e simplicidade na sua resolução.

Nos problemas de Geometria Espacial é necessário interpretar a situação proposta; nesse sentido Duval descreve tipos de apreensão do conhecimento:

- **apreensão sequencial:** construção a partir da descrição onde o objetivo é a reprodução de uma figura, como pode ser visto na Figura 2;

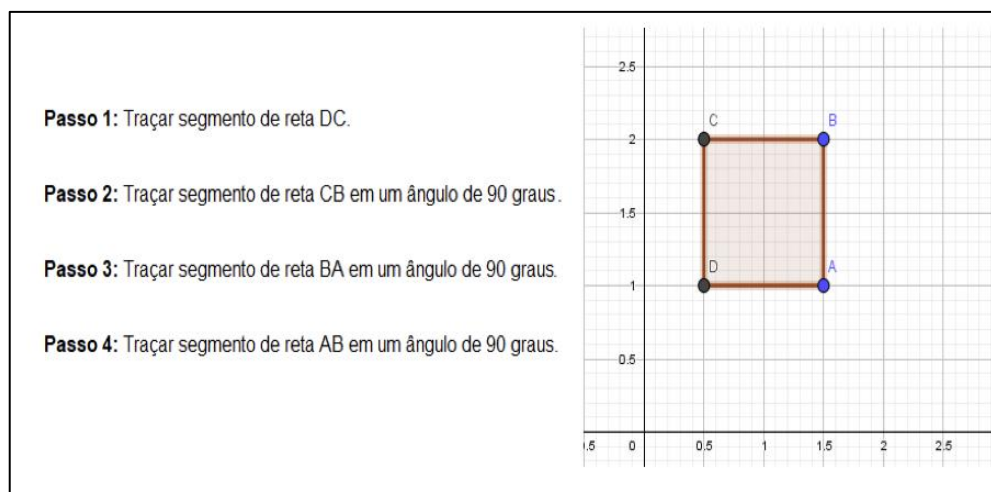


Figura 2 – Exemplo de apreensão sequencial.
Fonte: BURATTO, 2006.

- **apreensão perceptiva:** organização e interpretação de formas das figuras geométricas, podendo ocorrer de três formas: conforme Figura 3 (a) superposição de duas formas, Figura 3 (b) agrupamento de duas formas iguais e Figura 3 (c) repartição de uma forma;

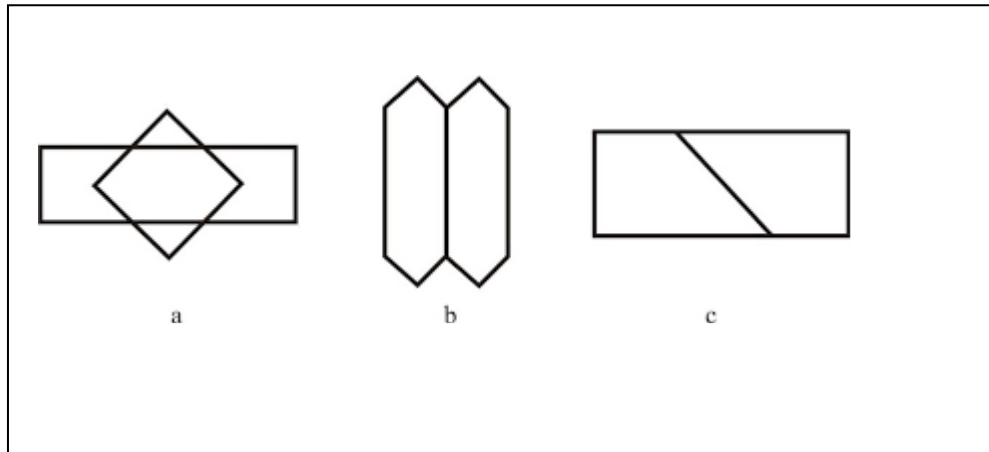


Figura 3 – Organizações perceptivas de figuras
Fonte: DUVAL, 2012, p. 121.

- **apreensão discursiva:** interpretação dos elementos de uma figura geométrica utilizando enunciados para sua compreensão, de acordo com a Figura 4;

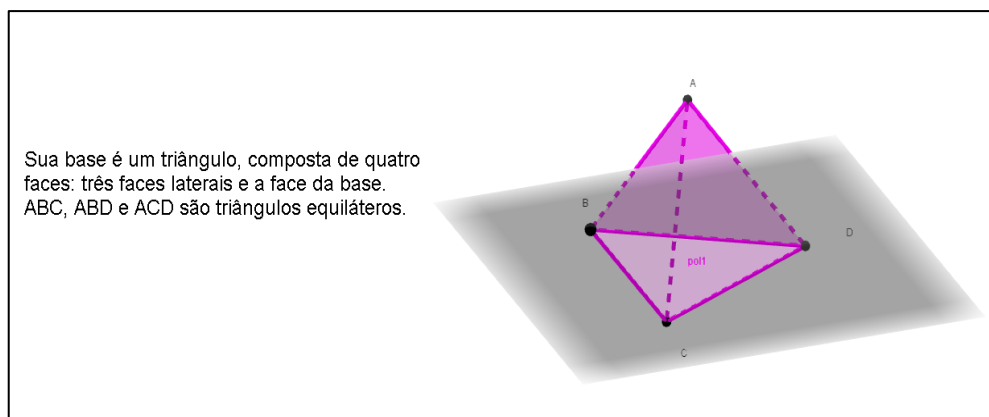


Figura 4 – Exemplo de apreensão discursiva
Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

- **apreensão operatória:** modificações de uma figura inicial e na percepção do resultado sugerido por essas modificações, ilustradas na Figura 5.

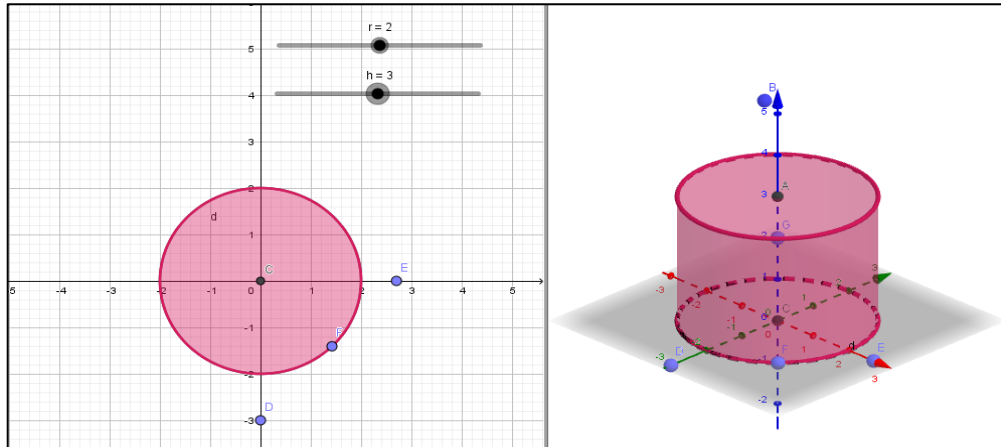


Figura 5 – Exemplo de apreensão operatória com o GeoGebra
Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

A apreensão operatória consiste, conforme Duval (2012), de tratamentos figurais através de modificações e reorganizações nas figuras em busca de soluções de problemas geométricos. Essas modificações figurais são classificadas como indicado no Quadro 4:

Quadro 4 – Classificação das modificações da apreensão operatória

Tipo de modificação figural	Operações que constituem a produtividade heurística	Fatores que interferem na visibilidade
Modificações mereológicas	- Reconfiguração intermediária - Mergulhamento	- Característica convexa ou não convexa das partes elementares.
Modificações óticas	- Superpossibilidade - Anamorfose	- Recobrimento parcial - Orientação
Modificações posicionais	- Rotação - Translação	- Estabilidade das referências do campo perceptivo para o suporte das figuras.

Fonte: DUVAL, 2012, p. 127.

Da classificação das modificações da apreensão operatória expostas no Quadro 4, destaca-se as modificações posicionais relacionadas à posição da figura em relação ao observador.

Duval (1993) explica que:

[...] a compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e esta coordenação se manifesta pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão (DUVAL, 1993, p. 57).

Nesse sentido, percebe-se a dependência das representações utilizadas para a compreensão da Matemática, proporcionando um potencial de trabalho pedagógico na disciplina de Geometria Espacial.

Já a Teoria da Mediação Semiótica (TSM), proposta por Bussi e Mariotti (2008), descreve e explica os processos de uso de artefato específico na realização de alguma tarefa, levando o aluno a apropriar-se do conteúdo matemático específico.

Por artefato, entende-se tanto um meio de realizar uma tarefa como uma ferramenta de mediação semiótica para o cumprimento de objetivos didáticos. Por meio do processo de transformação do artefato em instrumento, o significado matemático pode ser acessado. Sendo assim, o artefato tem dois papéis como meio de realizar tarefas e como ferramenta de mediação semiótica para efetivação de um objetivo didático (MARIOTTI; MAFFIA, 2018).

Ainda, de acordo com Mariotti e Maffia (2018), fica com o professor a tarefa de desenvolver o potencial semiótico do artefato, estimulando a produção de signos específicos e espontâneos durante as discussões coletivas, orientando a evolução desses signos para os signos matemáticos.

O ensino da Geometria sob a perspectiva semiótica abordada neste capítulo busca nas tecnologias digitais possibilidades de contribuições no aprendizado dos sólidos geométricos, mais especificamente, na Realidade Aumentada, através do seu potencial de fornecer diferentes representações semióticas destes sólidos geométricos.

3.3 Tecnologias digitais e a calculadora 3D do GeoGebra

As Tecnologias Digitais amplamente utilizadas para diversas finalidades cotidianas encontram-se, também, integradas ao dia a dia dos alunos. Essa popularização das tecnologias, segundo Borba, Silva e Gadanidis (2014), pode ser atrelada às práticas docentes com Realidade Aumentada à quarta fase das

Tecnologias Digitais na Educação Matemática, compostas por algumas características, como tecnologias móveis, telas de toque e interativas, novos *designs*, câmeras, etc.

Com investimentos massivos de grandes empresas da tecnologia que apostam no futuro das tecnologias imersivas, que permitem adicionar camadas de informações sobre a realidade ou a substituir por uma realidade desenvolvida em computadores, como: A Realidade Virtual (RV), Realidade Aumentada (RA) e Realidade Mista (RM).

A Realidade Aumentada (RA) sobrepõe conteúdo à realidade do mundo físico com elementos digitais ou digitalizados projetados na tela 2D de algum aparelho e pode trazer qualquer conteúdo para o usuário. Já a Realidade Virtual (RV) consiste em proporcionar uma nova realidade com visualização 360° baseada em uma experiência imersiva no cenário virtual, dependendo de óculos especial para tal, ou seja, causa o efeito de transportar o usuário para uma outra realidade digitalmente construída.

Percebe-se que RV e RA estão em pontos diferentes no mesmo espectro da realidade, como ilustrado por Milgram (1994) no *Continuum da Realidade* (Figura 6).

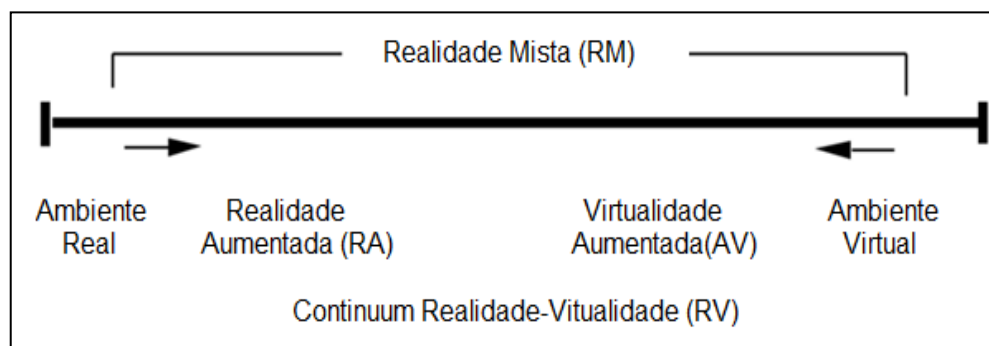


Figura 6 – Representação simplificada do *Continuum da Realidade*
Fonte: MILGRAM *et al.*, 1994, p. 283.

Talvez com o avanço dessas tecnologias a RM retire as limitações entre real e virtual via oclusão, significando que os objetos gerados por computador poderão ser visíveis em quaisquer superfícies.

Cita-se, ainda, o conceito de *Extended Reality* (XR) que se refere às diversas formas de realidades geradas por computadores, dispositivos e *wearables*, em que o “X” do termo XR representa uma variável para qualquer tecnologia de computação espacial ou futura. Cabe considerar sobre estas tecnologias, sua influência na

percepção do mundo físico com o digitalmente criado, inferindo informações ou até mesmo substituindo o mundo real.

Mas, independentemente da nomenclatura que se adote, uma vantagem incontestável destas tecnologias é a capacidade de reunir e partilhar informações seja com movimento ou olhares. O que torna esses dispositivos mais atraentes comparando com a interação tradicional por teclado, *mouse* e monitor.

Borba, Silva e Gadanidis (2014), complementam que as simulações expandiram seus limites dando dinamicidade às construções Matemáticas, devido ao seu caráter visual e interativo. Para Forte e Kirner (2009), o processo de aprendizado nas disciplinas que circundam a matemática tem maior sucesso quando envolvem experimentações e uma possibilidade de se fazer essa exploração acontece por meio da tecnologia RA.

O GeoGebra, na versão *Classic* (Figura 7), é um *software* para o desenvolvimento de atividades relacionadas à Matemática e Geometria em vários níveis de ensino: Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior.

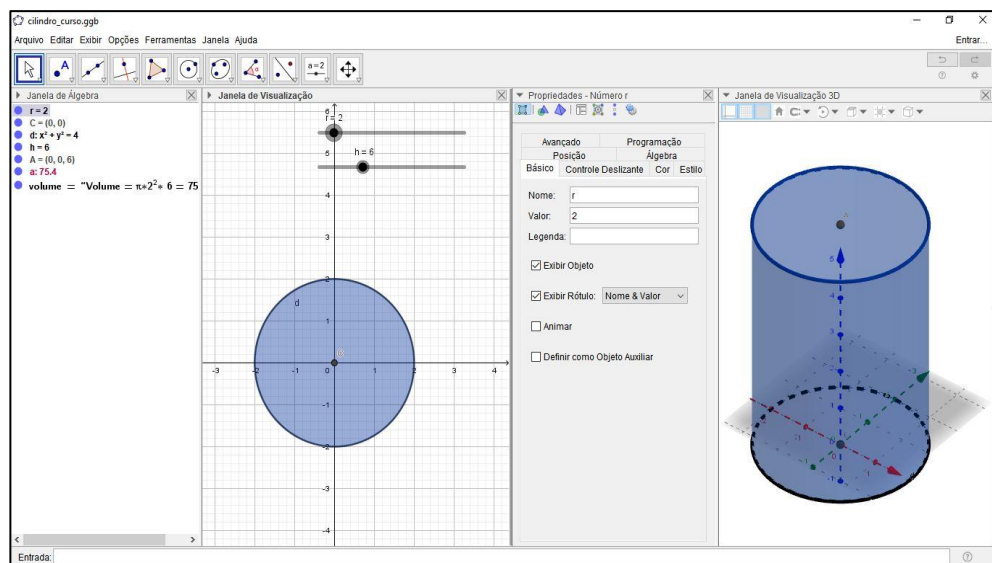


Figura 7 – GeoGebra Classic
Fonte: Dados da pesquisa, 2020.

Este *software* foi criado em 2001 por Markus Hohenwarter na linguagem Java, na Universität Salzburg-Austria, é multiplataforma, podendo funcionar em dispositivos com diversos sistemas operacionais.

Segundo GeoGebra ([s.d.]):

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar. O GeoGebra possui uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países.

Ele permite realizar construções geométricas utilizando pontos, retas, segmentos de retas, polígonos, álgebra e trabalha, também, com variáveis. Uma característica é o dinamismo e a possibilidade de modificar objetos construídos a qualquer tempo. Utilizando-se desta característica para gráficos, figuras e sólidos, o professor tem possibilidade de explorar a compreensão e melhor entendimento dos conceitos pelos alunos, por meio dessa visualização e diferentes representações dinâmicas dos objetos matemáticos trabalhados.

Desde a sua criação, com sua ampla abrangência na Matemática, o *software* foi ganhando diversas atualizações e uma família de produtos para finalidades diversas, são eles: Calculadora, Calculadora Gráfica, Calculadora 3D, Geometria, GeoGebra Clássico, Calculadora CAS, Calculadora Científica e GeoGebra *Augmented Reality* (Quadro 5).

Quadro 5 – Aplicativos do GeoGebra

Continua

Ícone	Nome do aplicativo	Função	Plataforma
	Calculadora	Calculadora para uso em desktop, reúne as calculadoras gráfica, 3D, Geometria, CAS e de Probabilidades. Permite desenhar gráficos, criar transformações além de encontrar derivadas e integrais.	Windows, Mac e Linux
	Calculadora Gráfica	Calculadora gráfica, interativa e dinâmica foi desenvolvida para desenhar gráficos e resolver equações.	Android e iOS
	Calculadora 3D	Possibilita o trabalho com modelagem matemática 3D de forma interativa para representar funções, superfícies e outros objetos.	Android e iOS
	Geometria	Permite a construção de figuras geométricas interativas, ângulos e transformações.	Windows, Mac, Linux, Android e iOS

	GeoGebra Clássico	Aplicativos reunidos para geometria, planilha, probabilidade e CAS. Permite exportação de imagens para outros aplicativos.	Windows, Mac e Linux
	Calculadora CAS	CAS é a sigla para Cálculos Simbólicos, utilizado para manipular e resolver operações matemáticas básicas e mais complexas como cálculos de derivadas e integrais.	Windows, Mac, Linux, Android e iOS
	Calculadora Científica	Calculadora científica para frações, funções trigonométricas, funções estatísticas, exponenciais e logaritmos.	Android e iOS
	Augmented reality	Permite colocar objetos matemáticos em qualquer superfície, andar ao redor deles e fazer capturas de tela de diferentes ângulos.	iOS

Fonte: GeoGebra, c2019.

Convém salientar que não foi utilizado o GeoGebra *Augmented Reality*, pois até o momento da realização desta pesquisa apenas a versão para iOS estava disponível, o que impossibilitaria o uso para a maioria dos alunos que não possuem dispositivos *Apple*.

Este trabalho utilizou, em uma sequência didática, a Calculadora 3D, lançada em 2015, que resolve problemas matemáticos em 3D, além de prover suporte para Realidade Aumentada.

3.4 Sequência didática e a aprendizagem significativa

Na busca por uma forma de trabalhar as atividades com os sujeitos da pesquisa, escolheu-se a sequência didática, que é uma abordagem que trata de forma significativa o ensino da Geometria.

Para Dolz e Schneuwly (2004, p. 96), é “um conjunto de módulos escolares organizados sistematicamente em torno de uma atividade de linguagem dentro de um projeto de classe”.

Os referidos autores esclarecem que:

As Sequências Didáticas são instrumentos que podem nortear os professores na condução das aulas e no planejamento das intervenções. A sequência de atividade pode ser concebida com base no que os alunos já sabem e, a cada etapa, é preciso aumentar o grau de dificuldade, ampliando os conhecimentos prévios desses estudantes (DOLZ; SCHNEUWLY, 2004, p. 97).

Portanto, sequências didáticas são atividades para a aprendizagem e avaliação dos conteúdos desenvolvidos em sala de aula, planejadas de forma sistemática.

A aprendizagem significativa proposta na teoria da aprendizagem de Ausubel (1963), propõe a construção de estruturas mentais por meio de mapas conceituais, hierarquicamente, dos mais gerais para os mais especializados.

Essas estruturas mentais se tornam possíveis pela interação entre o novo conhecimento com os conhecimentos prévios. A partir dessas interações, não literais e não arbitrarias, que os conhecimentos prévios e novos podem adquirir maior estabilidade cognitiva.

Em sua teoria, define algumas condições para que essa aprendizagem ocorra, como a predisposição para aprender, a existência de conhecimentos prévios adequados e materiais potencialmente significativos (MOREIRA, 2013).

As atividades das sequências didáticas são planejadas de forma sistemática, tendo por objetivo a aprendizagem e avaliação dos conteúdos trabalhados, o que permite uma gradual transformação dos conhecimentos. Para Dolz e Schneuwly (2004, p. 97), autores que com suas publicações tornaram esse conceito conhecido, as “sequências didáticas são um conjunto de atividades escolares organizadas, de maneira sistemática, em torno de um gênero textual oral ou escrito”.

A utilização de diversos recursos nas sequências didáticas se justifica na tentativa de construir estruturas mentais com os conhecimentos prévios do maior número de alunos.

As sequências didáticas constituem de etapas interligadas entre si e com começo, meio e fim. Para o seu sucesso alguns passos são obrigatórios:

- a) apresentação do projeto: apresentação aos alunos das tarefas e estudos a serem realizados;
- b) produção inicial: exposição dos alunos, já informados do projeto, sobre o que sabem e pensam acerca do assunto. É o momento em que o professor

conhece as dificuldades dos alunos e obtém meios de estabelecer quais atividades deverão ser empregadas na sequência didática;

- c) os módulos: são as atividades (exercícios e pesquisas) já planejadas tendo por finalidade desenvolver as capacidades do aluno;
- d) produção final: trata da avaliação do que foi entendido no decorrer da sequência didática; nesta etapa se compara a produção inicial e produção final).

4 Metodologia

Neste capítulo descreve-se a metodologia utilizada na presente pesquisa, justificando sua escolha, além de informar quem são os sujeitos participantes e o ambiente onde estão inseridos.

A pesquisa utilizou a abordagem qualitativa propondo o uso do aplicativo Calculadora 3D para auxiliar o aprendizado e o ensino de Geometria, mais especificamente, na representação de sólidos tridimensionais.

Minayo (2001) afirma que:

A pesquisa qualitativa trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis (MINAYO, 2001, p. 14).

Referente aos procedimentos, o trabalho de pesquisa pode ser qualificado como pesquisa experimental. A pesquisa experimental tem a finalidade de “proporcionar visão geral, de tipo aproximado, acerca de determinado fenômeno” (MOREIRA; CALEFFE, 2006, p. 69).

Este tipo de pesquisa tem por condição fundamental a prática docente, com o professor fazendo da sala de aula o seu laboratório, juntamente, com um plano que define como o seu experimento será conduzido.

Para isso, desenvolveu-se e propôs-se a aplicação de uma sequência didática utilizando o aplicativo mencionado, na forma de um curso em modalidade *on-line* para estudantes das Licenciaturas em Matemática, com o objetivo de compreender a situação que foi vivenciada.

Com o uso dessa metodologia e procedimentos, a pesquisa procurou responder a seguinte questão: “Como a visualização potencializada pelo uso de Realidade Aumentada possibilita o ensino e o aprendizado dos sólidos geométricos?”.

4.1 Alterações na proposta inicial devido à pandemia

Inicialmente, havia sido planejada uma intervenção presencial na disciplina de Geometria Espacial com alunos do Curso de Licenciatura em Matemática Noturno (CLMN) da Universidade Federal de Pelotas (UFPel).

Com a pandemia do COVID-19, as aulas presenciais de disciplinas obrigatórias foram suspensas no primeiro semestre letivo de 2020 e substituídas por ofertas de disciplinas optativas e participação em projetos de ensino e extensão, de modo remoto. Sendo assim, alterações foram feitas no planejamento e a sequência didática que seria aplicada em sala de aula presencial foi adaptada para um curso na modalidade a distância.

O curso foi todo desenvolvido na plataforma *Moodle* da própria instituição, para fins de pesquisa, ensino e extensão. Foram ofertadas 40 vagas para os alunos dos cursos presenciais da Licenciatura Matemática Integral (CLM), Noturno (CLMN) e, também, para o Curso de Licenciatura em Matemática a Distância (CLMD), tendo em vista atingir um número expressivo de alunos participantes.

4.2 *Locus* e sujeitos da pesquisa

A pesquisa foi realizada na Universidade Federal de Pelotas (UFPel), uma instituição de ensino superior pública brasileira, mantida pelo Governo Federal com sede administrativa na cidade de Pelotas, situada ao sul do estado do Rio Grande do Sul.

A UFPel oferece três cursos de Licenciatura em Matemática: o curso Integral com aulas presenciais diurnas (CLM); o curso Noturno (CLMN) também com aulas presenciais; e o curso com aulas na modalidade a distância (CLMD).

Os cursos de Licenciatura em Matemática Integral e Noturno são bastante semelhantes. O primeiro foi criado em 1991 e o segundo em 2010, pelo Programa de Apoio ao Plano de Reestruturação e Expansão das Universidades Federais (Reuni). Ambos oferecem 50 vagas anuais no regime semestral com carga horária de 3.225 horas e aceitam como forma de ingresso: a) Sistema de Seleção Unificada (SISU); b)

Programa de Avaliação da Vida Escolar (PAVE)¹; c) processo seletivo complementar como Reingresso, Transferência Voluntária e Portador de Diploma e ingresso por mobilidade acadêmica de reopção. Os dois cursos divergem no tempo de integralização máximo: o curso Integral considera o máximo de 14 semestres e o curso Noturno o máximo de 17 semestres.

O Curso de Licenciatura em Matemática a Distância (CLMD) não é um curso com ingresso regular, a oferta de vagas bem como os municípios polos onde as vagas são oferecidas, seguem a orientação do Programa da Universidade Aberta do Brasil (UAB), vinculado à Coordenação de Aperfeiçoamento do Ensino Superior (CAPES). No segundo semestre de 2020 houve o ingresso da sétima turma do Programa com oferta de 50 vagas para cada um dos polos localizados nos municípios de Cruz Alta, Hulha Negra, Jacuizinho, Jaguarão, Panambi e São Francisco de Paula, todos no Rio Grande do Sul. O curso funciona no regime semestral com carga horária total de 3.270 horas. Tem tempo de integralização mínimo de oito semestres e máximo de dez semestres. Aceita como formas de ingresso, vestibular, portador de título, transferência voluntária e desempenho no exame nacional do ensino médio.

As ementas das disciplinas oferecidas nas Licenciaturas Integral, Noturno e a Distância (Anexos A, B e C) contemplam, entre outros, o estudo dos sólidos geométricos, conteúdo trabalhado nesta pesquisa. Essa disciplina tem entre seus objetivos: desenvolver a visualização e representação tridimensional de sólidos geométricos, além de fornecer subsídios aos discentes a fim de que possam compreender e demonstrar problemas de Geometria Espacial, entre outros.

4.3 Aplicativo selecionado

A escolha da Calculadora 3D se deu pelo grau de maturidade do projeto GeoGebra e sua família de aplicativos e os sistemas operacionais para os quais ele foi desenvolvido.

A versão específica para Realidade Aumentada, GeoGebra *Augmented Reality*, funciona somente para *iOS*, dificultando a sua utilização na pesquisa, pois restringiria este estudo apenas a usuários desta plataforma.

¹ PAVE é uma modalidade alternativa de seleção da UFPel para cursos de graduação, constituindo-se em um processo seriado composto por três etapas que acontecem ao longo do Ensino Médio.

Ao delimitar o tema da pesquisa em Realidade Aumentada, automaticamente, limitou-se a plataforma para *mobile*, que por utilizarem *smartphones* possibilitam a aplicação das atividades sem o uso de laboratório de informática, pois a maioria dos dispositivos é compatível com esses sistemas operacionais.

Pesquisando a família de aplicativos do GeoGebra verificou-se que a Calculadora 3D GeoGebra possui suporte para a Realidade Aumentada; é compatível com os principais sistemas operacionais de *smartphones*: *Android* e *iOS*, além de importar projetos feitos no GeoGebra, como demonstra a Figura 8.

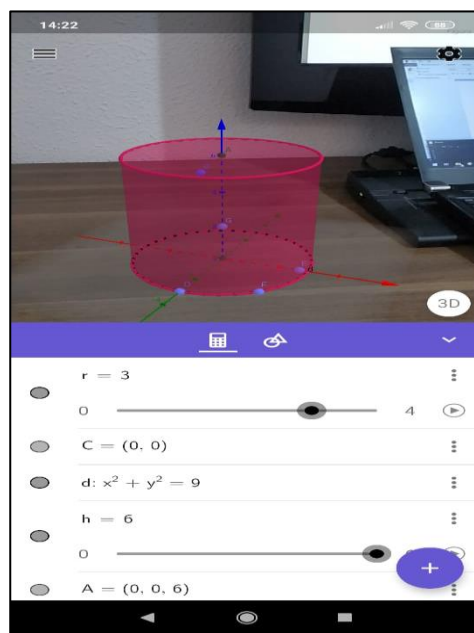


Figura 8 – Calculadora 3D com RA.
Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

Assim, utilizou-se a Calculadora 3D para representar e manipular os sólidos geométricos apresentados na pesquisa: cilindro; cone; esfera; prisma e pirâmide.

4.4 O desenvolvimento da pesquisa

A pesquisa foi organizada em duas etapas: a primeira de levantamento de dados, estudos e observações, e a segunda de intervenção por meio do curso.

Primeira etapa

Na primeira etapa foram elaboradas as seguintes atividades:

- a) definição do tema “Utilização da RA no ensino de Geometria”;
- b) busca de um referencial teórico que desse suporte à pesquisa;
- c) elaboração do Estado do Conhecimento sobre o tema para busca de pesquisas recentes na área;
- d) estudos sobre os aplicativos disponíveis para uso nas atividades a serem propostas e seleção do aplicativo Calculadora 3D;
- e) definição da disciplina de Geometria Espacial onde seria inicialmente feito a intervenção da pesquisa, uma vez que esta disciplina trabalha com o conteúdo previsto na sequência didática;
- f) observação da disciplina selecionada para conhecer o perfil dos alunos do curso e as práticas usuais dos professores que trabalham com a disciplina.

A observação foi realizada na turma da disciplina de Geometria Espacial no curso de Licenciatura em Matemática Noturno durante o segundo semestre de 2019 e teve por objetivo registrar de que forma o professor da turma apresenta os conteúdos, metodologias utilizadas e como os alunos interagem entre si e com o professor, proporcionando um melhor entendimento do problema de pesquisa.

Em todas as aulas observadas o procedimento foi o mesmo. Os sólidos eram apresentados com um desenho inicial no quadro, logo após realizava-se resolução de exercícios e, finalmente, o professor passava uma lista de exercícios para início de resolução em aula e, posteriormente, em casa. Os alunos interagiam poucas vezes entre eles e nenhuma vez com o professor sobre o conteúdo.

Através da observação de como a disciplina foi ministrada, foi possível aprimorar a seleção dos sólidos e a forma como a intervenção foi proposta e realizada.

A Tabela 4 apresenta as datas, número de horas e conteúdos trabalhados durante as visitas de observação. Neste período, o pesquisador registrou suas notas de campo para posterior reflexão e análise.

Tabela 4 – Conteúdos abordados

Data	Conteúdo	Aulas
02/09/2019	Prismas	2
05/09/2019	Paralelepípedos	2
09/09/2019	Cubos	2
16/09/2019	Exercícios sobre o conteúdo	2
19/09/2019	Correção dos exercícios e revisão para a prova	2
23/09/2019	Prova	2
10/10/2019	Pirâmides	2
31/10/2019	Resolução da prova	2

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2021.

Por ser um curso noturno, a turma, em sua maioria, era composta por alunos que trabalhavam durante o dia, residiam em cidades próximas ou as duas opções juntas. Durante as observações constatou-se que os estudantes pouco interagiam com o professor, limitando-se a reproduzir os exercícios propostos.

Segunda etapa

A segunda etapa consistiu na intervenção, por meio de um curso, onde foi aplicada a sequência didática referente aos sólidos: cilindro, pirâmide, cone, prisma e esfera. Logo após, foram definidas as atividades envolvendo os materiais elaborados.

As atividades foram dispostas em seis semanas, sendo que a primeira foi dedicada ao histórico, conceitos de RA e atividades introdutórias para o primeiro contato com a tecnologia. Nela foram projetadas imagens de animais em RA utilizando a busca disponibilizada na ferramenta *Google*, conforme exemplificado na Figura 9.



Figura 9 – Projeção de imagens de animais com a ferramenta *Google*
 Fonte: Dados da pesquisa, 2020.

Cada uma das cinco semanas seguintes foi utilizada para um sólido: cilindro, cone, prisma, pirâmide e esfera. Em cada semana seguiu-se a mesma ordem de materiais, conforme mostrado no Quadro 6.

Quadro 6 – Materiais didáticos

Material	Atividade
Material introdutório	Documento de texto contendo revisão dos principais conceitos sobre o sólido da semana.
Vídeos	Vídeo demonstrando passo a passo como criar os sólidos com dimensões fixas e ajustáveis na Calculadora 3D.
Atividades de visualização	<i>Applets</i> ² do GeoGebra com visualização dos principais elementos do sólido.
Atividades de cálculo	<i>Applets</i> com demonstrações dos cálculos referentes ao sólido.
Tarefas	Problemas envolvendo a visualização dos elementos para sua solução.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2021.

² *Applet* é um pequeno software que executa uma atividade específica dentro de outro programa, como por exemplo um navegador de internet, geralmente, como um complemento desse navegador. O termo foi introduzido pelo *AppleScript* em 1993.

O Quadro 7 lista os textos de apoio utilizados na consulta dos alunos durante as atividades. Tais materiais foram produzidos para a disciplina de Geometria Espacial do CLMD e contém os principais conceitos sobre os sólidos trabalhados no curso.

Quadro 7 – Lista dos materiais de leitura auxiliar

Sólido	Link do documento.
Cilindro	Anexo D
Cone	Anexo E
Prisma	Anexo F
Pirâmide	Anexo G
Esfera	Anexo H

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2021.

O Quadro 8 traz os links dos vídeos elaborados pelo pesquisador para apresentar a construção dos sólidos na Calculadora 3D.

Quadro 8 – Lista de vídeos elaborados para o curso

Sólido	Link do vídeo no Youtube	Descrição	Tempo (min)
Cilindro	https://www.youtube.com/watch?v=7HcUf51XCfk	Raio fixo	4:03
	https://www.youtube.com/watch?v=ywaaqwmSa9Q	Raio variável	3:46
	https://www.youtube.com/watch?v=alxhm0X5yJg	Raio e altura variáveis	4:08
Cone	https://www.youtube.com/watch?v=Bys68fS-tV4	Raio e altura fixos	3:44
	https://www.youtube.com/watch?v=ha3u4POZgEs	Raio e altura variáveis	4:35
Prisma	https://www.youtube.com/watch?v=XasRsJFEdn0	Base e altura fixas	2:57
	https://www.youtube.com/watch?v=IR_M2yI586Q	Base e altura variáveis	5:08
Pirâmide	https://www.youtube.com/watch?v=ei0WAYDUxsU	Base e altura fixas	3:29
	https://www.youtube.com/watch?v=a9IGRQiEbw0	Base e altura variáveis	3:51
Esfera	https://www.youtube.com/watch?v=8EuSRNtL7XI	Raio fixo	2:20
	https://www.youtube.com/watch?v=l-dwu3whyT8	Raio variável	2:28

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2021.

Os Quadros 9 e 10 apresentam as atividades de visualização e de cálculo, respectivamente, elaboradas na Calculadora 3D para utilização pelos participantes do curso. Estas atividades foram realizadas pelo pesquisador e pelo bolsista de Iniciação Científica, Christian Berny Volz.

As atividades de visualização tiveram como objetivo fornecer representações semióticas dos sólidos, pois de acordo com Duval (2003) se torna evidente a íntima ligação entre a atividade Matemática e as representações semióticas que se tem de um objeto matemático. Tais atividades estão listadas no Quadro 9, com os respectivos links.

Quadro 9 – Lista de atividades de visualização

Continua

Sólido	Link da atividade no GeoGebra	Descrição
Cilindro reto	https://www.GeoGebra.org/m/gkxrwfaw	Elementos
	https://www.GeoGebra.org/m/sv4bjv5r	Planificação
	https://www.GeoGebra.org/m/kcn4bmra	Volume
	https://www.GeoGebra.org/m/mvzrtmjx	Áreas
Cilindro oblíquo	https://www.GeoGebra.org/m/s245rhr7	Elementos
	https://www.GeoGebra.org/m/r5sgghvq	Volume
Cilindro revolução	https://www.GeoGebra.org/m/fv9wuzsy	Elementos
Cone	https://www.GeoGebra.org/m/waxm7xdn	Elementos
	https://www.GeoGebra.org/m/wrzejf34	Seções
	https://www.GeoGebra.org/m/kdgbt7hm	Planificação
	https://www.GeoGebra.org/m/hcssdnuz	Volume
	https://www.GeoGebra.org/m/yhkmbws	Elementos tronco
	https://www.GeoGebra.org/m/mfssg2vv	Volume tronco
	https://www.GeoGebra.org/m/qvtnrham	Revolução
Prisma	https://www.GeoGebra.org/m/rxb7sbgd	Elementos
	https://www.GeoGebra.org/m/parphbyj	Oblíquo
	https://www.GeoGebra.org/m/zjrjzjjz	Planificação
	https://www.GeoGebra.org/m/ax7upewq	Volume

Pirâmide	https://www.GeoGebra.org/m/ptwhhkvm	Elementos
	https://www.GeoGebra.org/m/kneznekt	Planificação
	https://www.GeoGebra.org/m/vtmyaz9d	Volume
	https://www.GeoGebra.org/m/pxewmeqw	Seção transversal
	https://www.GeoGebra.org/m/bazcr4vr	Tronco
Esfera	https://www.GeoGebra.org/classic/rnr6hd2k	Elementos

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2021.

Já nas atividades de cálculo o propósito foi apresentar como o cálculo de áreas e volumes é realizado, permitindo aos participantes do curso consultar os resultados a partir da alteração dos parâmetros envolvidos, conforme listados no Quadro 10.

Quadro 10 – Lista de atividades de cálculo

Sólido	Link da atividade no GeoGebra	Descrição
Cilindro reto	https://www.GeoGebra.org/classic/tydeurxx	Volume
Cilindro oblíquo	https://www.GeoGebra.org/m/a9jyhaw	Volume
Cone	https://www.GeoGebra.org/m/fg7c5hky	Seção
	https://www.GeoGebra.org/m/q5zeg9my	Áreas
	https://www.GeoGebra.org/m/tgvwuqdt	Volume
	https://www.GeoGebra.org/m/xr8aur7m	Tronco
Prisma	https://www.GeoGebra.org/m/hmjst5x	Áreas
	https://www.GeoGebra.org/m/ya97drct	Volume
Pirâmide	https://www.GeoGebra.org/m/yyhnq8f3	Área da base
	https://www.GeoGebra.org/m/jwxagsfb	Área lateral
	https://www.GeoGebra.org/m/f6yfvjzv	Volume
	https://www.GeoGebra.org/m/dnyxxv9b	Volume tronco
	https://www.GeoGebra.org/m/zhacahtv	Área tronco

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2021.

Em cada semana duas tarefas eram solicitadas. Uma delas era a resolução de um problema referente ao sólido que estava sendo estudado. A outra era um texto em que o participante narrava suas percepções ao trabalhar com os materiais. Neste texto o participante enumerava dificuldades encontradas e achados do aprendizado.

Foram organizados encontros *on-line* para auxiliar os alunos com dificuldade em executar as tarefas e trocar experiências sobre a realização das atividades da semana. Esses encontros ocorreram sempre aos domingos pela manhã com repetição na segunda à noite, como descrito no Quadro 11, para que a maioria dos alunos tivesse oportunidade de participar desses momentos síncronos.

Quadro 8 – Encontros síncronos

Semana	Encontros
O que é realidade aumentada	04/04/2021 e 05/04/2021
Cilindro	04/04/2021 e 05/04/2021
Cone	11/04/2021 e 12/04/2021
Prisma	18/04/2021 e 19/04/2021
Pirâmide	25/04/2021 e 26/04/2021
Esfera	02/05/2021 e 03/05/2021

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2021.

Além disso, foi criado um grupo no *whatsapp* para incentivar a interação e o debate tanto no uso da Calculadora 3D quanto no uso de RA para a visualização no auxílio da solução dos problemas propostos.

Neste grupo a interação era maior, pois nas palavras dos próprios alunos o *feedback* era mais rápido do que na plataforma *Moodle*, além de discutirem sobre as tarefas propostas e trocar experiências sobre as ferramentas e resolução das atividades de cada sólido.

4.5 Coleta de dados

No ato das inscrições do curso os alunos preencheram um formulário (Apêndice A) com informações do seu perfil e outros dados sobre experiências com o *smartphone* e o aprendizado de Geometria Espacial. Também foram coletados dados no grupo do *whatsapp*, no qual os participantes trocavam mensagens entre si e com o pesquisador.

Outra fonte de dados foram as tarefas semanais em que os participantes resolviam um problema e opinavam sobre os materiais disponibilizados, apontando dificuldades na manipulação e pontos que consideraram positivos.

A coleta de dados também aconteceu nos encontros síncronos, momento em que os participantes conversavam com o pesquisador relatando suas experiências.

E, por fim, o formulário de avaliação (Apêndice B) respondido pelos participantes que destacou a opinião sobre o curso e os materiais didáticos disponibilizados.

4.6 A identificação dos sujeitos da pesquisa

Na inscrição do curso, bem como no primeiro encontro, explicou-se para os alunos os detalhes da pesquisa, seus objetivos, e foram apresentados o pesquisador e sua orientadora. Todos foram informados da possibilidade de seguir participando ou desistir em qualquer momento durante o andamento do curso.

Enfatizou-se o compromisso do pesquisador com os dados e a garantia de anonimato dos participantes. Utilizou-se um documento do tipo Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), disponibilizado no Apêndice C. Todos compreenderam a proposta do trabalho e se prontificaram a participar do curso.

Participaram do curso 39 estudantes que foram numerados sequencialmente. Suas falas e manifestações nesta pesquisa estão identificados pelo número correspondente, evitando assim de citar seus nomes para que os estudantes não sejam identificados.

5 Resultados

A análise dos dados foi realizada em duas etapas. Na primeira, apresenta-se o perfil dos alunos inscritos no curso a partir de algumas questões do formulário disponibilizado no momento da inscrição. Na segunda etapa utilizou-se os demais dados coletados, nos quais foi utilizada a Análise de Conteúdo de Bardin para a indicação das categorias.

5.1 Perfil dos participantes do curso

A partir dos dados informados em algumas das questões do formulário de inscrição para o curso apresenta-se, inicialmente, a análise feita sobre o perfil dos alunos. As questões do formulário que não foram analisadas nesta etapa foram comentadas nas categorias elencadas no subcapítulo 5.2.

Participaram do curso 39 alunos, sendo 5 alunos do curso integral ou diurno, 14 do curso noturno e 20 alunos do curso a distância. Somente 13 dos 39 participantes concluíram o curso com o envio de todas as tarefas, condição necessária para obter o certificado do curso emitido pela Pró-Reitoria de Extensão da UFPel. Porém, muitos desistentes entraram em contato com o pesquisador informando que a sobrecarga de trabalho com as disciplinas em que estavam matriculados os impedia ou dificultava a realização das tarefas a serem entregues, embora tenham consultado o material disponibilizado no *Moodle*.

Como o curso sobre utilização de Realidade Aumentada foi ofertado na modalidade a distância, observou-se uma maior procura dos alunos do curso de Licenciatura em Matemática a Distância (CLMD) em relação aos cursos de Licenciatura em Matemática Integral (CLM) e Licenciatura em Matemática Noturno (CLMN), conforme destacado na Figura 10.

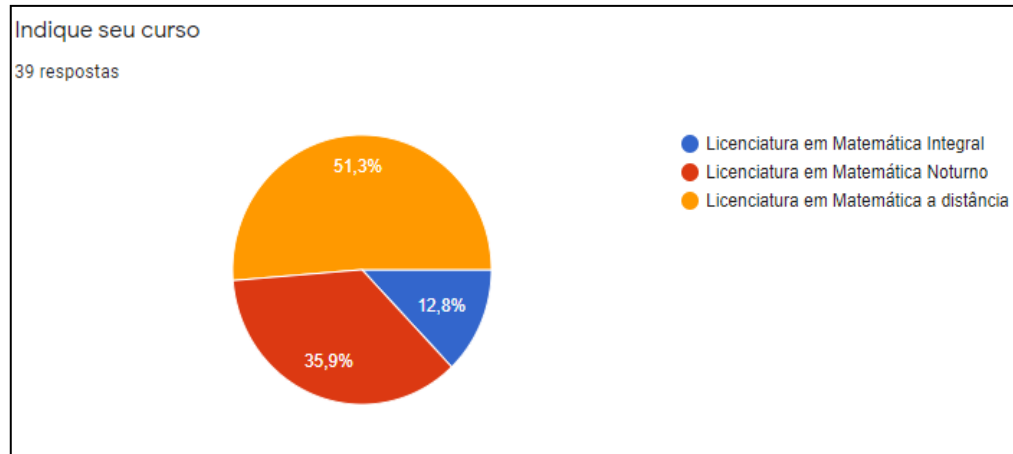


Figura 10 – Gráfico do Curso dos alunos
 Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2021.

Constatou-se entre os 20 alunos do CLMD, que seis deles cursavam os semestres finais, os demais eram alunos que estavam cursando o primeiro semestre.

Nos dois cursos presenciais a totalidade dos alunos que participaram da pesquisa eram concluintes e, por diversas vezes em suas manifestações, demonstraram a preocupação em aprender a utilizar as tecnologias pensando nas suas atuações como professores após concluírem a graduação, como se observa no comentário de um aluno quando questionado sobre sua futura prática na docência: *“vou recomendar aos alunos utilizarem a RA para auxiliar na resolução dos exercícios que eu vou propor” (ALUNO 14, 23 anos, CLM).*

Sobre a disciplina de Geometria Plana a Figura 11 mostra que 38,5 % dos alunos alegaram ainda não ter cursado esta disciplina durante a graduação. Este percentual de 38,5% (15 alunos dos 39 participantes) se distribuiu em 60% do total dos alunos do CLMD (12 alunos dos 20), 20% do total dos alunos do CLM (1 aluno dos 5) e 14,3% do total dos alunos do CLMN (2 alunos de 14).

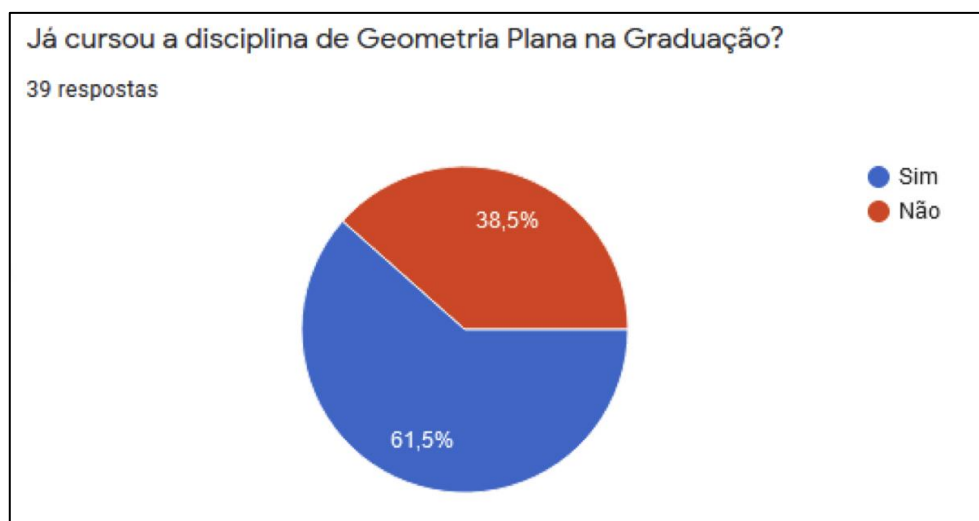


Figura 11 – Gráfico dos alunos que cursaram Geometria Plana na graduação
Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2021.

Sobre ter cursado a disciplina de Geometria Espacial durante a graduação, 46,2% do total de alunos (18 dos 39 participantes) alegaram ainda não terem cursado essa disciplina, o que se observa na Figura 12. Este percentual representa 65% do total de alunos do CLMD (13 alunos de 20), 20% do total dos alunos do CLM (1 aluno dos 5) e 28,6% do total dos alunos CLMN (4 alunos dos 14).

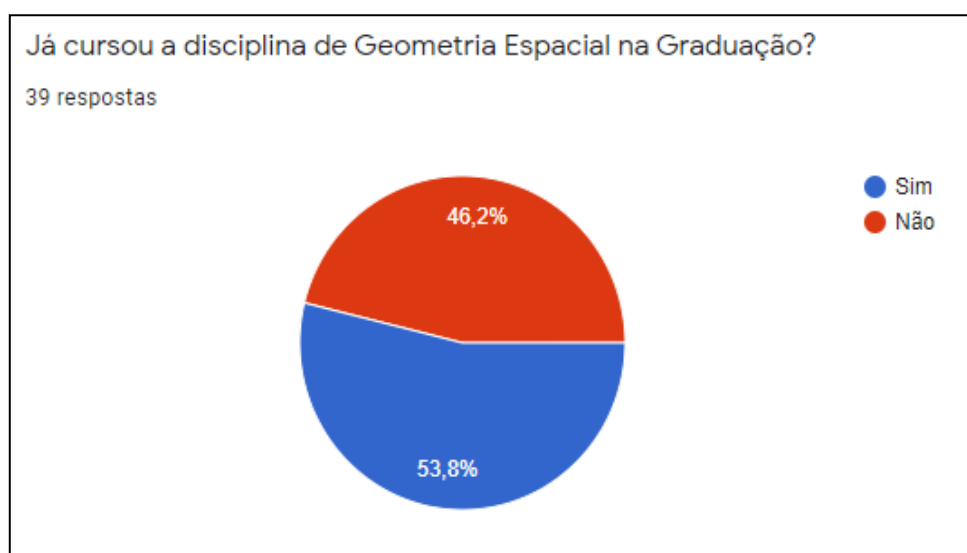


Figura 12 – Gráfico dos alunos que cursaram Geometria Espacial na graduação
Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2021.

As respostas do formulário de inscrição apontam que 70% dos alunos do CLMD estão cursando o primeiro semestre e, por este motivo, ainda não cursaram essas disciplinas. Já os alunos do CLM e CLMN estão matriculados em semestres intermediários e finais de seus currículos e cursaram ambas as disciplinas.

Em relação ao acesso à internet, a maior parte dos alunos (94,9%) afirma ter acesso à internet, conforme indicado na Figura 13.

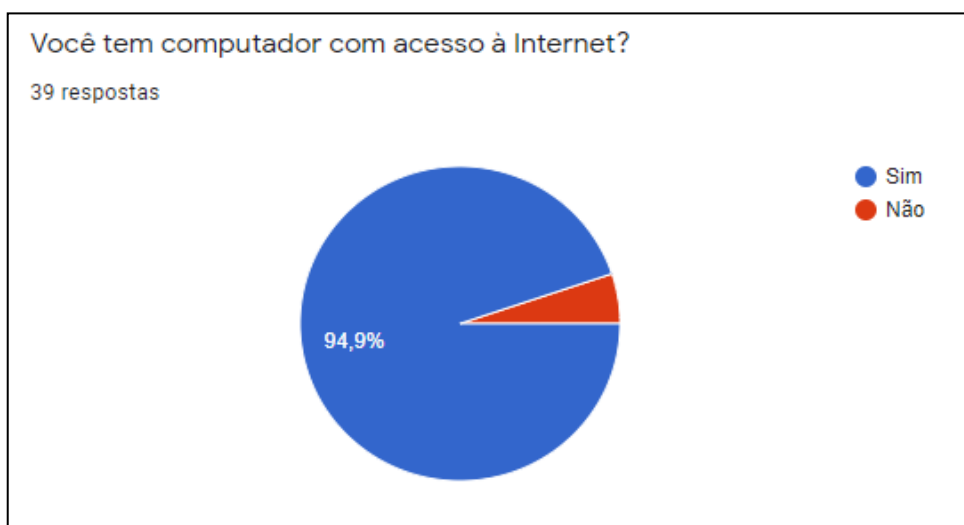


Figura 13 – Gráfico de acesso à internet
Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2021.

Sobre a qualidade de sua conexão de internet, todas respostas ficaram entre Regular e Ótima, conforme evidenciado na Figura 14.

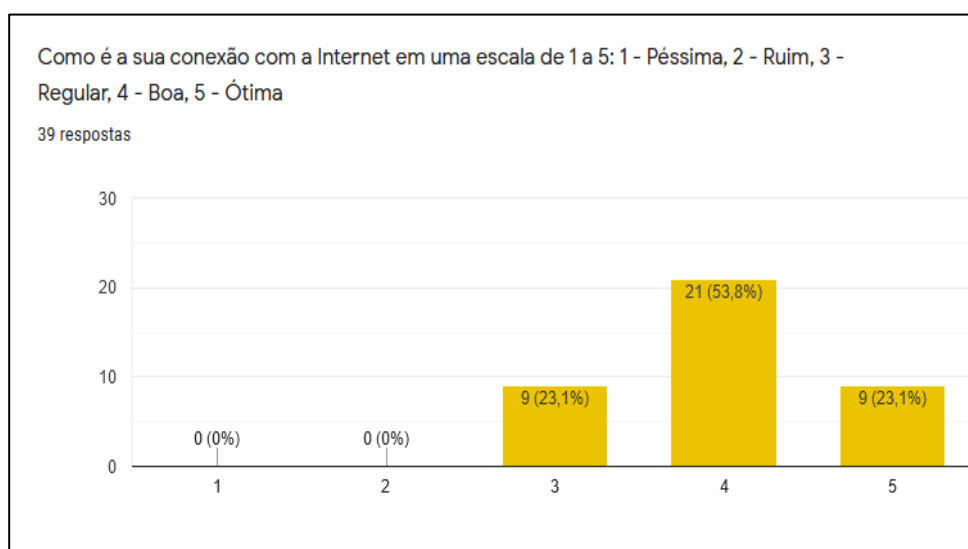


Figura 14 – Gráfico da qualidade do acesso à internet
Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2021.

Embora 94,9% dos alunos tenham internet, apenas 23,1% consideram sua internet ótima para o uso, o restante se divide entre boa com 53,8% e outros 23,1% com a qualidade da conexão regular.

Percebeu-se ao longo do curso um grande interesse dos alunos por formação em tecnologias para a educação que, talvez, não estejam encontrando nas disciplinas regulares da graduação. Analisando esse interesse dos alunos, nota-se o quanto é fundamental a atualização das práticas docentes, algo que desde sempre foi necessário, porém tornaram-se mais desafiadoras com as transformações sociais e, principalmente, tecnológicas dos últimos anos. Como afirma Imbernón (2010, p. 8), as mudanças tecnológicas foram especialmente bruscas e “deixaram muitos na ignorância, no desconcerto e, por que não dizer, numa nova pobreza (material e intelectual) devido à comparação possibilitada pela globalização de fatos e fenômenos”.

Essa necessidade de novos saberes, próprias da profissão docente, quando somadas a rápida evolução das tecnologias e as diversas dificuldades de acesso, repercute diretamente sobre a formação inicial de professores, exigindo um constante aperfeiçoamento na tentativa de acompanhar as mudanças sociais e tecnológicas.

5.2 As categorias

Para este estudo foi utilizado o método de análise de conteúdo que, segundo Bardin (1979), consiste em um conjunto de técnicas de análise de diversos tipos de comunicações com o objetivo de obter, de forma sistemática, indicadores. Esses indicadores, sejam quantitativos ou não, estão sujeitos à inferência de conhecimentos relativos às situações nas quais foram produzidas as comunicações, alvo da análise.

Bardin (1979) apresenta um rigor metodológico consistente que permite uma compreensão aprofundada do método científico, por meio de um caminho multifacetado. Este trabalho teve os dados coletados, organizados e analisados através desta metodologia. A organização dos dados, respectivas análises e conclusões seguiram, rigorosamente, as etapas propostas pela metodologia escolhida.

A seguir detalha-se essas etapas, passos e processos. Conforme sugere Bardin (1979), são três etapas na fase de análise de conteúdo: a) Pré-análise; b) Exploração do Material e Tratamento dos Resultados; c) Inferências e Interpretações.

Na primeira etapa, a de pré-análise, foram selecionados e organizados os documentos. O formulário de inscrição foi dividido em duas partes; na primeira, usou-se os dados de identificação para traçar o perfil do sujeito da pesquisa que foi apresentado no subcapítulo anterior. Os demais dados do formulário foram utilizados, juntamente com as respostas das atividades do curso, na elaboração das categorias apresentadas.

Na segunda etapa, exploração do material e tratamento dos resultados, Bardin (1979) sugere três formas de codificação: o recorte ou unidades; a enumeração (regras de contagem); a classificação e a agregação. Esta última foi a escolha adotada nesta pesquisa, o que possibilitou a indicação e organização para o tratamento de resultados em três categorias: **Infraestrutura e acesso às tecnologias, Formação em Geometria e uso de tecnologias e Percepção dos Alunos sobre RA na aprendizagem e no ensino dos sólidos geométricos**. A partir desta exploração foram estabelecidas relações com o objetivo geral buscando respostas para a questão de pesquisa.

A terceira etapa da análise, ou seja, Inferências e Interpretações, teve por objetivo responder à questão de pesquisa, sendo realizada após a análise das respostas dos questionários, das atividades e dos encontros síncronos desenvolvidos durante o curso.

A partir do que fora exposto, apresenta-se o resultado da análise dos materiais coletados.

5.2.1 Infraestrutura e acesso às tecnologias

Como consequência das medidas de restrições sociais adotadas como parte de estratégia de enfrentamento ao COVID-19, as tecnologias digitais tornaram-se importantes ferramentas para, além de entreter, cada vez mais auxiliar tanto no trabalho como na educação.

Por meio da observação das respostas às questões específicas dos questionários e relatos durante os encontros síncronos emergiu a presente categoria,

onde considerou-se alguns aspectos sobre a infraestrutura disponível para os estudantes distribuindo-os em duas subcategorias: Equipamentos disponíveis para o estudo e acesso à internet e Conhecimento dos estudantes sobre Tecnologias Digitais.

Equipamentos disponíveis para o estudo e o acesso à internet

Foram realizados seis encontros síncronos utilizando a plataforma *webconf*, vinculada ao ambiente virtual de aprendizagem *Moodle*, onde os materiais eram disponibilizados. Em todos eles houve relatos sobre questões ligadas a equipamentos e internet que dificultaram a participação de estudantes nos encontros, alguns utilizando computador ou *smartphones* emprestados, ou então, com uma internet que oscilava e, frequentemente, os obrigavam a reconectar várias vezes na plataforma.

Como esta plataforma é usada pelos professores para atender cerca de mil turmas oferecidas, semestralmente, na UFPel (no primeiro semestre de 2021, quando o curso foi realizado, foram exatamente 1.053 turmas), os encontros síncronos foram, então, realizados aos domingos pela manhã para que a plataforma *webconf* estivesse mais livre, o que facilitaria a conexão dos participantes desta pesquisa. O mesmo encontro era repetido na segunda-feira à noite para atender quem não conseguia participar no domingo.

Algumas vezes, devido à instabilidade do acesso na *webconf*, foi utilizada a plataforma *Zoom* para o encontro. Esta plataforma oferece acesso gratuito, porém a cada 40 minutos a reunião é encerrada e os participantes precisam se conectar a ela novamente.

Estas tecnologias digitais de comunicação e informação correspondem à quarta fase das Tecnologias Digitais na Educação Matemática, segundo Borba, Silva e Gadanidis (2014). Os autores, ao referirem-se a esta fase, levando em consideração as Tecnologias Móveis, afirmam que “os usos dessas tecnologias já moldam a sala de aula, criando novas dinâmicas, e transformam a inteligência coletiva, as relações de poder (de Matemática) e as normas a serem seguidas nessa mesma sala de aula” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p. 77).

Talvez esta afirmação pudesse ser melhor percebida se a pesquisa tivesse sido realizada com encontros presenciais, pois seria mais fácil disponibilizar aos participantes que não tivessem o equipamento adequado, alguns *smartphones* ou *tablets* compatíveis com a Realidade Aumentada para que eles pudessem acessar as atividades propostas.

Porém, neste período de distanciamento social que persistiu enquanto este trabalho foi finalizado, as escolas privadas e públicas, inclusive o ensino superior na Universidade Federal de Pelotas, tiveram que readequar suas atividades optando por alternativas como aulas e encontros disponibilizados em plataformas de Ensino a Distância, tanto síncronas como assíncronas.

Por este motivo, as atividades do curso foram oferecidas na forma de vídeos e atividades de visualização e cálculo gerados na Calculadora 3D para que fossem disponibilizadas no ambiente virtual de aprendizagem *Moodle*, porém o acesso ao material oferecido exigia *smartphones* mais sofisticados para a sua visualização. Alguns alunos declararam não ter equipamentos perfeitamente adequados para trabalhar com a tecnologia RA, no entanto solicitaram autorização para fazer o curso porque tinham muito interesse no assunto. Os pedidos foram autorizados, pois não se pretendia excluir nenhum estudante.

Cabe destacar que dados de pesquisa realizada pelo Centro Regional de Estudos para o Desenvolvimento da Sociedade da Informação (Cetic.br) e do Núcleo de Informação e Coordenação (NIC.br) sobre o acesso à internet no Brasil, indicam que um entre quatro brasileiros não tem acesso à internet (UNESCO, 2020). Além disso, quanto menor o grau de escolaridade e renda menor é o acesso à internet, e entre os analfabetos chega a apenas 16% (UNESCO, 2020). Esse estudo ainda mostra que aproximadamente 4,8 milhões de crianças e adolescentes de 9 a 17 anos vivem em domicílios sem acesso à internet.

Sobre a questão de acesso às tecnologias Borba, Silva e Gadanidis (2014), consideram que:

Sabemos que devemos suspeitar de soluções fáceis para problemas complexos. A pesquisa acadêmica sugere que a incorporação de amplas parcelas da população à escola, baixos salários dos professores, descaso de anos com o status da profissão docente, além das rápidas transformações tecnológicas que o mundo vive há cerca de cem anos, impactaram a escola de modo incessante (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p. 3).

Esta realidade foi mostrada ao longo do curso devido às dificuldades apresentadas pelos participantes. Na UFPel, durante a pandemia, dos 22 mil alunos matriculados, aproximadamente, em cursos de graduação e pós-graduação, segundo editais¹ da Pró-Reitoria de Assistência Estudantil (PRAE), 140 alunos foram contemplados com o auxílio *chip*, recurso para adquirir um cartão SIM² para o *smartphone* e 614 alunos com bolsa de inclusão digital para adquirir equipamentos em 2021, provavelmente, estes números atenderam apenas parte da demanda dos alunos da referida universidade.

Conhecimento dos estudantes sobre Tecnologias Digitais

Sobre o conhecimento dos estudantes em Tecnologias Digitais percebeu-se, entre alguns alunos participantes da pesquisa, a falta de familiaridade com conceitos referentes às Tecnologias Digitais.

Para acessar o curso e realizar as tarefas propostas os alunos necessitavam de computador com acesso à internet, preferencialmente, com *webcam* para os encontros síncronos e *smartphones Android* ou *iOS*, de preferência, com suporte à tecnologia *ARCore*. O *ARCore* é uma plataforma de Realidade Aumentada desenvolvida pelo *Google* e usada por desenvolvedores para criar experiências de RA para usuários *iOS* e *Android*. É a mesma plataforma que a Calculadora 3D do GeoGebra utiliza.

Para ser compatível com tal tecnologia, primeiramente, o *smartphone* deve executar versão *Android 7.0 (Nougat)* ou posterior ou *iOS (11)* ou posterior). Mas nem todos os dispositivos com essa configuração são compatíveis, a *Google* mantém uma lista de *smartphones* compatíveis com esse serviço. Nos Anexos I e J, são disponibilizadas estas listas para dispositivos *Android* e *iOS*. A não compatibilidade com o serviço de *ARCore* limita o dispositivo apenas a uma experiência tridimensional.

¹ Mais informações no site da PRAE. Disponível em: <https://wp.ufpel.edu.br/prae/>. Acesso em: 16 mai. 2021.

² O **cartão SIM** (**S**ubscriber **I**dentify **M**odule ou Módulo de Identificação do Assinante) é também conhecido como *chip* (no Brasil). É um circuito impresso do tipo cartão inteligente utilizado para identificar, controlar e armazenar dados de telefones **celulares** de tecnologia, responsável pela comunicação de dispositivos utilizando uma rede GSM (Global System of Mobile Communications, ou Sistema Global para Comunicações Móveis).

Nessa perspectiva, Borba e Lacerda (2015), apontam em seu trabalho que as atividades e pesquisas em Educação Matemática tendem a serem feitas nos equipamentos que lhes são familiares, na perspectiva de um *smartphone* por aluno. Sem a necessidade de se deslocar ou resolver outras questões de ordem técnica, pode tornar a realização de atividades ágil e eficiente.

No ato da inscrição foi disponibilizada uma lista com dispositivos compatíveis com a tecnologia RA utilizada na Calculadora 3D do GeoGebra. Somente 33,3% dos participantes afirmaram ter dispositivo compatível; o restante não soube responder se seu aparelho era compatível com a tecnologia RA, mesmo sendo viabilizada a lista de aparelhos compatíveis, como mostrado na Figura 15.

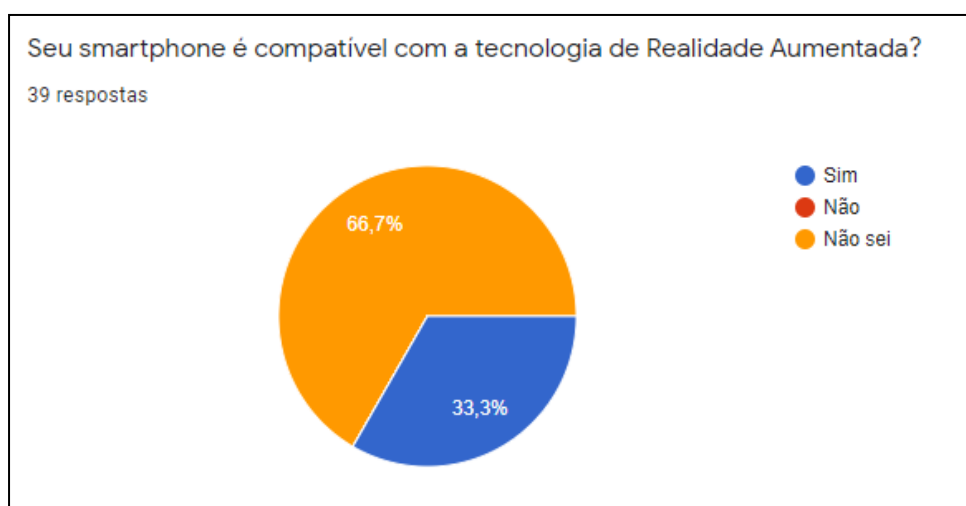


Figura 15 – Compatibilidade do *smartphone* com tecnologia RA
Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2021.

Buscando entender o uso do *smartphone*, os estudantes foram questionados sobre a utilização deste dispositivo nos estudos e 66,67% afirmaram positivamente. Um aluno comentou que:

Sim costumo, principalmente neste momento de pandemia. Mas utilizo bastante aplicativos de cálculos que resolvem integrais e derivadas, aplicativo de scanner para enviar resoluções de provas de cálculo por exemplo, e agora também a calculadora do GeoGebra que antes não utilizava por não conhecer as suas funcionalidades, porém com o curso passei a utilizar (ALUNO 11, 26 anos, CLMD).

Ainda sobre esta questão, 33,33% preferem não utilizar *smartphone* para estudar, como mostrado na resposta de um destes alunos: “*Prefiro lápis e papel. Quando uso alguma tecnologia é através do Notebook*” (ALUNO 14, 23 anos, CLM).

Nos primeiros encontros síncronos, mediados pela plataforma *Webconf*, alguns alunos não conseguiam uma experiência satisfatória nem sequer conectar por vídeo, seja pelo *hardware* do computador mais modesto ou qualidade de conexão de internet.

Ao longo dos demais encontros alguns alunos que tiveram problemas conseguiram conectar via *smartphone* e/ou utilizando conexão de internet de vizinhos ou familiares e da mesma forma utilizando computadores ou *notebooks* emprestados.

A partir das falas dos estudantes, percebe-se que mesmo alguns que têm acesso aos recursos tecnológicos não os utilizam: *“Preferia usar o computador, não sabia utilizar a calculadora GeoGebra”* (ALUNO 23, 31 anos, CLMD).

Por outro lado, alunos que já utilizam recursos tecnológicos querem ampliar o seu uso, como indica o aluno: *“Utilizo bastante o GeoGebra, acho bem interessante porque posso ter contato de certa forma com as figuras, visualizá-las melhor, mas tenho um pouco de dificuldade em lidar com as tecnologias”* (ALUNO 1, 21 anos, CLMN).

Diante das respostas e observações feitas nesta categoria percebe-se que o acesso a tecnologias digitais ainda não é plenamente realidade para os alunos que participaram do curso. E apesar de nem todos os alunos possuírem dispositivos e internet para participar de forma integral das atividades propostas, em geral, as falas dos alunos vão ao encontro da indicação de Borba, Silva e Gadaniadis (2014) que têm encontrado evidências sobre como o uso das tecnologias digitais móveis podem trazer possibilidades diferenciadas para a produção coletiva de conhecimentos.

5.2.2 Formação em geometria e uso de tecnologias

Esta categoria emergiu da observação da formação em Geometria relatada e apresentada pelos alunos. Durante o curso observou-se uma grande curiosidade e interesse por parte dos alunos, alguns relataram ter voltado a estudar depois de quase 20 anos, e que realizaram as atividades com o auxílio dos filhos. Esta categoria reuniu quatro subcategorias: *O aprendizado de geometria no ensino fundamental, no ensino médio, no ensino superior e o aprendizado de geometria com tecnologias digitais.*

O aprendizado de geometria no ensino fundamental

Questionados sobre o aprendizado de Geometria no Ensino Fundamental, dos 39 alunos inscritos, 16 afirmaram nunca ter trabalhado com Geometria neste nível de ensino. Alguns disseram não lembrar sobre este conteúdo ter sido ensinado ou por ter sido abordado de forma resumida como relatado por um aluno: *“Concluí o ensino fundamental e o ensino médio com EJA, portanto, se vimos algo foi bem por cima”* (ALUNO 8, 27 anos, CLM).

Outro motivo para a abordagem ser superficial ocorre quando o conteúdo dessa disciplina é deixado por último e nem sempre consegue ser visto com tempo e de forma adequada como explicado por outro aluno.

Eu lembro de ter visto pouquíssimo conteúdo de geometria no Ensino Fundamental! Porque lembro que os professores acabavam deixando esta matéria para última hora e acabava que não era possível ter uma grande compreensão da matéria! (ALUNO 9, 21 anos, CLMN).

As dificuldades citadas no aprendizado nesta etapa foram sobre a visualização das formas geométricas como indicado pelo aluno 29: *“Tive dificuldade para visualizar as formas geométricas”* (ALUNO 29, 26 anos, CLMD). Em outro caso, o aluno 32 relata que conseguia visualizar as formas geométricas, mas não conseguia associar essa visualização com as fórmulas de área.

Estudei Geometria inicialmente em artes e logo, em Matemática. Não me lembro de ter estudado geometria espacial, somente geometria plana. Minha maior dificuldade era com as fórmulas de área. Conseguia visualizar as imagens das formas geométricas nos problemas propostos e acredito que isso que foi fácil no meu aprendizado (ALUNO 32, 22 anos, CLMN).

Dos alunos que falaram de forma positiva do seu aprendizado no Ensino Fundamental, três alunos declararam que não tiveram dificuldades em visualizar as formas geométricas, conforme seus relatos:

Foi boa a minha experiência. Não enfrentei dificuldades. Sim, conseguia visualizar as imagens das formas geométricas. Tudo foi fácil (ALUNO 14, 23 anos, CLM); *No Ensino Fundamental os conteúdos que estudei de Geometria foram bastante claros. Não lembro de encontrar dificuldades no aprendizado* (ALUNO 17, 40 anos, CLMD); *Não tive grandes dificuldades, tenho uma boa capacidade de abstração e isso facilita muito as coisas* (ALUNO 6, 25 anos, CLMN).

Um dos alunos, referindo-se ao aprendizado no Ensino Fundamental, disse não lembrar do conteúdo de Geometria visto: *“Estudei. Mas não lembro muita coisa. Pois já faz muito tempo”* (ALUNO 35, 32 anos, CLMN).

O aprendizado de geometria no ensino médio

Sobre o aprendizado de Geometria no Ensino Médio, dos 39 alunos inscritos, 11 responderam que nunca trabalharam com Geometria neste nível de ensino e 3 alunos alegaram não lembrar de estudar tal conteúdo:

Não tenho certeza se tivemos geometria no ensino (ALUNO 8, 27 anos, CLM); Não lembro, faz muito tempo (ALUNO 33, 47 anos, CLMN); Tive algo bem superficial no Ensino Médio, não lembro nem mesmo dos conteúdos que eu vi (ALUNO 1, 21 anos, CLMN).

Um dos alunos lembrou apenas que teve dificuldades em Geometria no Ensino Médio, apesar de não lembrar exatamente quais foram: *“Tive muita dificuldade com Geometria no Ensino Médio, sempre ia mal na matéria e pegava exame. Não lembro quais pontos eram mais complicados, por fazer mais de 25 anos que concluí”* (ALUNO 4, 44 anos, CLMD).

Chama a atenção o relato de dois alunos do Ensino Médio que indicaram não conseguir entender o significado do cálculo de áreas, pois este é um conteúdo que deveria ter sido aprendido no Ensino Fundamental.

Sim, estudei. O mais fácil foi as distâncias. O mais difícil foi compreender a área (ALUNO 2, 41 anos, CLMD); [...] Confesso que havia alguns problemas que envolviam área que me deixavam confusa. Talvez se o professor tivesse utilizado um recurso para nos mostrar o que estávamos procurando, teria me ajudado! (ALUNO 9, 21 anos, CLMN).

Também a falta de tempo para desenvolver o conteúdo de forma adequada foi descrito pelo aluno 17, ou ainda, uma menor carga horária desta disciplina como no comentário do aluno 13:

No Ensino Médio, acredito que houve mais complexidade devido à falta de tempo para dedicação necessária. Mas o conteúdo foi dado de forma clara. (ALUNO 17, 40 anos, CLMD); Muito pouco no médio, pois fiz magistério e ele era mais voltado pra séries iniciais (ALUNO 13, 36 anos, CLMN).

Dos alunos que falaram não terem tido dificuldades no aprendizado de Geometria no Ensino Médio, percebe-se na declaração do aluno 3 que ele conseguia visualizar as formas envolvidas e o aluno 20 explicou ter feito atividades de confecção de sólidos, o que o ajudou no seu aprendizado.

A experiência foi boa, não tive dificuldades, também conseguia visualizar as imagens da forma geométrica envolvidas nos problemas propostos (ALUNO 3, 58 anos, CLMN); Foi fácil, pois a professora fez nós confeccionarmos os sólidos geométricos para melhor visualização (ALUNO 20, 39 anos, CLMD).

Aprendizado de geometria no ensino superior

Já sobre o ensino superior, 13 alunos afirmaram ainda não ter cursado as disciplinas de Geometria Plana e Espacial na graduação, pois estão cursando semestres iniciais.

Entre os que já cursaram as disciplinas alguns tiveram dificuldades no aprendizado, seja na visualização ou na relação entre visualização e demonstração, como indicado pelos alunos 8 e 3, respectivamente:

Tive um pouco de dificuldades, mas por estar no início da graduação, no que diz respeito a interpretação/visualização das formas e figuras geométricas (ALUNO 8, 27 anos, CLM); Quando ingressei no curso tive dificuldades de trabalhar de forma genérica com a geometria, mas depois consegui superar a dificuldade. É fácil perceber as formas geométricas, mas no caso de demonstrações genéricas ficavam abstratas (ALUNO 3, 58 anos, CLMN).

Entre os que afirmaram ter alguma dificuldade, o aluno 11 afirma que o uso de material manipulável está sendo uma boa experiência, pois é uma forma de estimular a visualização das figuras geométricas.

Meu primeiro contato com a geometria foi na graduação, confesso que levei um susto ao perceber o quanto fez falta os conceitos básicos na geometria. Desta forma achei difícil de visualizar as formas e também de estudar os axiomas, fórmulas. Porém, está sendo uma experiência muito boa participar do Pibid onde elaboramos oficinas com o uso do material manipulável para ensinar a geometria básica, assim acredito que para a próxima disciplina de geometria espacial o embasamento será maior (ALUNO 11, 26 anos, CLMN).

Alguns alunos também relataram não ter tido dificuldades, conseguindo visualizar os sólidos de forma adequada, como evidenciado em seus relatos: *Consigo*

visualizar as imagens sem maiores problemas (ALUNO 21, 49 anos, CLMD); Consigo visualizar quase todos (ALUNO 33, 47 anos, CLMN).

Observando o aprendizado de Geometria no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, percebe-se que um número expressivo de alunos, respectivamente, 41% e 28,2% não tiveram nenhum contato com essa disciplina.

Dentre os alunos que tiveram algum contato muitos relataram não lembrar dos conteúdos, ter tido abordagens superficiais, ter dificuldades na visualização e compreensão integral dos conteúdos. Estes relatos vêm ao encontro do que já foi destacado, anteriormente, por Gravina (1996), que os estudantes chegam aos níveis mais altos de estudos sem terem compreendido a geometria, muitas vezes confundindo os conteúdos pois, pelo grau de complexidade e por falta de assimilação, não conseguem estruturar seus pensamentos em relação ao objeto em estudo.

Então, pode-se constatar que parte da defasagem no aprendizado de Geometria que acompanha os alunos até o ensino superior, provém de conteúdos básicos não terem sido abordados ou, se o foram, devem ter sido de forma muito superficial.

O grupo de alunos que afirmou ter uma experiência satisfatória na aprendizagem de Geometria no Ensino Fundamental e Médio foram, respectivamente, 10,3% e 15,4 % dos alunos que participaram da pesquisa. O que confirma que a maioria dos alunos chegam ao Ensino Superior com defasagem, seja em maior ou menor grau. Defasagens que, segundo Gravina (1996), vão acompanhar o aluno em toda a sua vida acadêmica.

Esses comentários sobre dificuldades de aprendizagem e abordagens mais superficiais da geometria vão diretamente de acordo com os relatos de pesquisadores citados no referencial teórico, como Rogensky (2015) e Machado (2003). Esses autores discorrem sobre questões como dificuldade na visualização das figuras geométricas e sua relação com as formas, aumentando a falta de entendimento em cálculos de área e volume, pois boa parte dos casos de aprendizagem, quando existente, é feita por mecanização, repetição de aplicação de fórmulas, não envolvendo quaisquer situações diferentes das praticadas em aula, normalmente, oriundas de livro didático.

O aprendizado de geometria com tecnologias digitais

Sobre a utilização de Tecnologias Digitais na aprendizagem de Geometria Espacial, 17 alunos, entre os 39 participantes, afirmaram não usar tecnologias no aprendizado de Geometria. Um dos alunos disse ter usado a ferramenta *Sweet Home*; e os demais apontaram o GeoGebra como ferramenta mais utilizada, em menor ou maior grau, como nas declarações dos alunos a seguir:

O único software que usei eventualmente foi o GeoGebra (ALUNO 6, 25 anos, CLMN); Amo de paixão o GeoGebra! Me ajuda demais a visualizar por exemplo onde está a área que eu estou procurando, fora outras finalidades que ele tem! Acho incrível poder visualizar em 3D as figuras, os planos, etc! Mas não utilizei nenhum outro recurso a não ser o GeoGebra! (ALUNO 9, 21 anos, CLMN).

Em contrapartida, um aluno alegou já ter utilizado o *software* GeoGebra apesar de não compreender o seu uso: *“Só utilizei o GeoGebra. E não estou conseguindo entender muito” (ALUNO 35, 32 anos, CLMN).*

Uma expressiva parcela dos alunos, 43,6%, afirma não utilizar nenhum recurso tecnológico no aprendizado de Geometria. Entre os que utilizam alguma tecnologia, 38,5% afirmam utilizar o GeoGebra, mas 17,9% dos alunos afirmaram utilizar o GeoGebra muito pouco ou de forma muito superficial.

Conclui-se que os alunos são pouco estimulados durante o período em que são estudantes a utilizarem tecnologias para o aprendizado de Geometria Espacial. E, provavelmente, repliquem esse comportamento quando forem professores.

Segundo Lévy (2010), a utilização de recursos tecnológicos enriquece a educação, mas para isso o docente precisa ter protagonismo nesses novos saberes, domínio no uso das tecnologias para conduzir com senso crítico seu trabalho. Para viabilizar esse protagonismo é fundamental uma transformação significativa na compreensão sobre a relação das tecnologias na formação de professores.

5.2.3 Percepção dos alunos sobre RA na aprendizagem e no ensino

A categoria percepção dos alunos sobre RA na forma de visualização e entendimento sobre os sólidos geométricos emergiu da observação das respostas das

tarefas realizadas durante o curso e nas dificuldades relatadas em trabalhar com o GeoGebra e com a Calculadora 3D.

As dificuldades relatadas, excluindo a questão de compatibilidade com a tecnologia RA dos dispositivos já considerada na categoria 1, foram sobre utilização de recursos do GeoGebra nos conceitos de Geometria, como exposto pelo aluno 2.

Fazer a pirâmide [desenhar na Calculadora 3D] foi tranquilo, o que demorei para entender foi como colocar o apótema da base. Daí depois de muito pensar e tirar dúvidas fui em segmento de reta na calculadora e consegui incluir (ALUNO 2, 41 anos, CLMD).

Aqui percebe-se, de acordo com Mariotti e Maffia (2018), a importância do professor no desenvolvimento do potencial semiótico do artefato, ao auxiliar os alunos no uso da Calculadora 3D para traçar o apótema da pirâmide, estimulando a produção de signos específicos e espontâneos durante as discussões coletivas, orientando a evolução desses signos para os signos matemáticos.

Além de dúvidas na utilização de recursos da própria calculadora, como utilizar a projeção em RA e a ferramenta *zoom*, foi percebida no comentário do aluno 4.

Sim, consegui visualizar as imagens também em realidade aumentada seguindo as instruções dos vídeos. Porém, não foi possível colocar o cilindro próximo a mim, como em cima da mesa. Ele aparecia mais distante e no meio da sala (ALUNO 4, 44 anos, CLMD).

Houve, ainda, um relato de problemas no funcionamento do aplicativo: “O aplicativo possui alguns bugs no acesso às configurações, em alguns casos esse menu não abre. Nesse caso o bug é resolvido de maneira simples, fechando e abrindo o aplicativo” (ALUNO 10, 32 anos, CLMD).

Em contrapartida, vários alunos relataram não terem tido nenhum problema no uso da ferramenta, como indicado nos comentários:

Consegui ver em realidade aumentada. Consegui realizar todos os processos durante as aulas (ALUNO 8, 27 anos, CLM); Sim, muito interessante a gente poder visualizar a imagem 3D em cima da mesa ou no teclado do computador (ALUNO 7, 46 anos, CLMD); Sim usei um smartphone emprestado que é compatível, sendo assim consegui ver as imagens em realidade aumentada (ALUNO 28, 33 anos, CLMN).

Em diversas falas se percebeu o quanto os alunos se interessaram pela tecnologia apresentada e seus benefícios. No grupo criado no *whatsapp*, alunos que

possuíam *smartphones* compatíveis com RA, compartilharam imagens criadas com os colegas que não tinham esse recurso, como apresentado nas Figuras 16 e 17.



Figura 16 – Projeção de esfera compartilhada no grupo do *whatsapp*
Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

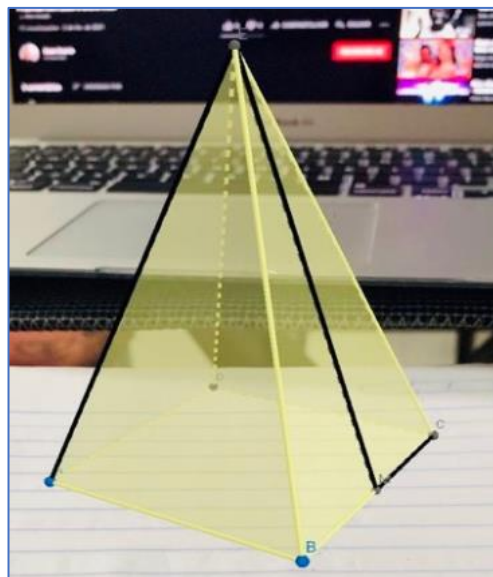


Figura 17 – Projeção de apótema da Pirâmide, compartilhada no grupo
Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Ao criar imagens dos sólidos podendo manipulá-las e inserindo-as em situações do cotidiano os alunos mostraram que tiveram seu aprendizado facilitado,

que vão ao encontro dos escritos de Fainguelernt (1995), ao afirmar que o aprendizado é facilitado quando o aluno passa a perceber relação do seu cotidiano com as formas geométricas.

Também se evidenciou a produção coletiva de conhecimento conforme evidências de Borba, Silva e Gadanidis (2014) em seus estudos sobre o uso das tecnologias móveis na perspectiva de trazer diferentes possibilidades na produção coletiva de conhecimentos, conforme declaração do aluno 9:

Estou gostando muito deste curso, achei os conteúdos desta semana sobre prisma muito bons, bem completos e de fácil entendimento. Acho bem interessante que os colegas compartilhem no grupo do whats as imagens dos sólidos que eles fazem em RA, pois eu não tenho como fazer isso (ALUNO 9, 21 anos, CLMN).

A seguir, a percepção dos estudantes foi apresentada em duas subcategorias, que versam sobre a percepção dos alunos do curso na aprendizagem e no ensino de geometria com RA.

Percepção da RA na aprendizagem dos sólidos geométricos

Diversos autores, como Gravina e Contiero (2011), ao falar sobre aprendizagem de Geometria apontam que os alunos não têm oportunidade de manuseio das formas para explorá-las, e assim, compreendê-las desenvolvendo o raciocínio geométrico. O que se pode confirmar pela explicação dos alunos, quando questionados, se as atividades em RA os auxiliaram no aprendizado dos sólidos:

A clareza de poder enxergar o cilindro sob todos os ângulos, seus elementos e volumes. Achei bem didática a utilização da ferramenta GeoGebra (ALUNO 4, 44 anos, CLMD); Eu achei ótimo, só tenho pontos positivos, o uso das imagens, da calculadora 3D do GeoGebra facilita o cálculo e nos mostra como o sólido geométrico é formado mostrando todas as suas faces, nos dando uma visualização total de suas propriedades (ALUNO 28, 33 anos, CLMN).

Indo ao encontro do conceito de Apreensão Operatória que, segundo Duval (2012), auxilia o aprendizado através de modificações e reorganizações nas figuras em busca de soluções de problemas geométricos, temos a seguinte fala: “É bastante interessante e conseguimos entender melhor a construção dos sólidos através dos

desenhos que podemos girar e visualizar de diversos ângulos” (ALUNO 1, 21 anos, CLMD).

Nesse sentido os esclarecimentos feitos pelos alunos indicam que a visualização e o entendimento dos sólidos utilizando RA é favorecida, confirmando as observações de Gravina e Contiero (2011) ao indicarem situações em que a Geometria é ensinada simplesmente a partir da apresentação de conceitos o que empobrece a aprendizagem dos alunos.

Também foi observado, nas palavras de dois alunos, a importância de proporcionar materiais potencialmente significativos (MOREIRA, 2013), para que a aprendizagem ocorra.

Achei bem interessante, o modo que foi abordado; os exercícios foram bem planejados pois juntam vários conceitos aprendidos ao longo do curso. Consegui visualizar os sólidos em 3D e em RA, e visualizar em RA torna bem mais interessante (ALUNO 11, 26 anos, CLMN); Assisti todos os vídeos que vocês colocaram aqui no Moodle e confesso que me surpreendi, achei fascinante esse recurso (que até então era desconhecido para mim). A tecnologia é incrível! (ALUNO 14, 23 anos, CLM).

A partir dessas interações com a Calculadora 3D percebeu-se, como descrito por Mariotti e Maffia (2018), que o artefato tem tanto o papel de meio de realizar tarefas como ferramenta de mediação semiótica para efetivação de um objetivo didático. Esta constatação está de acordo com a fala de Duval (2003) que afirma que ensinar Matemática, primeiramente, é proporcionar o desenvolvimento de raciocínio, análise e visualização.

Diante das respostas, interações nas aulas e no grupo do *whatsapp*, percebeu-se que os alunos se mostraram motivados e interessados ao realizar as tarefas do curso explorando a visualização através de RA com a Calculadora 3D do GeoGebra.

Percepção da RA no ensino dos sólidos geométricos

Sobre possuir experiência no ensino de Geometria em projetos de ensino, pesquisa ou extensão, ou como professor de alguma escola, em aulas particulares ou ensinando colegas, 69,2% dos alunos (27 dos 39 participantes) afirmaram não terem tido nenhum tipo de contato direto.

Um dos alunos é graduado em Arquitetura, cursa Licenciatura em Matemática, e atua como professor no ensino superior no curso de Arquitetura. Ele utiliza o *software Sketchup*, além de realizar atividades com sucatas para visualização dos sólidos. Ele também utiliza o *software Revit (autodesk)* para visualização de cortes, e relata dificuldade dos alunos em abstração e visualização:

Já tive a experiência de ensinar Geometria no ensino superior. Sou professor em um curso de arquitetura e urbanismo. Infelizmente não tive essa formação no ensino fundamental e médio, apenas na graduação em arquitetura e no mestrado em representação gráfica. Estou cursando o primeiro semestre da graduação em Matemática, ainda não chegamos nesse componente curricular, por isso respondi as perguntas anteriores de forma negativa. Na arquitetura utilizo o software sketchup para modelagem e visualização dos sólidos e os respectivos cortes, assim como atividades com sucatas (caixas de papel, cilindros, cones, etc...). Para Geometria cotada utilizo o Revit (autodesk) para os alunos visualizarem e fazerem trabalhos de cortes em terrenos/topografias. Observo dificuldades de abstração e visualização espacial (ALUNO 23, 31 anos, CLMD).

O aluno que participa do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência³ (Pibid), afirma que ensinar Geometria através da visualização com materiais manipuláveis torna o conteúdo mais compreensível:

No Pibid estou tendo oportunidade de trabalhar com a Geometria, ainda estamos no início do processo, mas já é possível notar que ensinar a Geometria através da visualização das formas com materiais manipuláveis é mais compreensível (ALUNO 11, 26 anos, CLMN).

Este depoimento corresponde à afirmação de Duval (1993) que a compreensão de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação e a rapidez e espontaneidade da atividade de conversão.

Dois alunos do curso relataram dificuldades de abstração e visualização das figuras geométricas em alunos particulares e de curso preparatório para o Enem:

As maiores dificuldades que notei em meus alunos particulares é a capacidade de abstração e relacionar dimensões geométricas com expressões algébricas (ALUNO 6, 25 anos, CLMN); Já trabalhei com Geometria no Desafio preparatório Enem, o qual é um curso de extensão, também no preparatório Auxilia Enem (também de extensão) e também em aulas particulares. Percebi que muitos alunos têm dificuldades de interpretar problemas envolvendo algumas das Geometrias, de visualizar as imagens da Geometria espacial. Creio que isso se deve a algum déficit de aprendizado da escola regular (ALUNO 3, 58 anos, CLMN).

³ Programa que oferece bolsas de iniciação à docência aos alunos de cursos presenciais que se dediquem ao estágio nas escolas públicas e que, quando graduados, se comprometam com o exercício do magistério na rede pública. Com essa iniciativa, o Pibid faz uma articulação entre a educação superior (por meio das licenciaturas), a escola e os sistemas estaduais e municipais.

A partir da manifestação dos estudantes foi possível perceber a vontade de utilizar recursos tecnológicos como a visualização dos sólidos geométricos em suas futuras atividades docentes.

Sobre ensinar com RA e a calculadora 3D do GeoGebra, os alunos se mostraram muito motivados em explorar essas tecnologias para o ensino, como pode se observar nas suas palavras sobre o material didático disponibilizado no curso:

Assisti todos os vídeos que vocês colocaram aqui no Moodle e confesso que continuo me surpreendendo e achando fascinante esse recurso. Com certeza será um facilitador no ensino e aprendizagem de Geometria espacial (ALUNO 14, 23 anos, CLM); Assim como a aula anterior, o material está muito bem elaborado e atraente. Só vejo pontos positivos, o entendimento é claro e a aplicabilidade em sala de aula é fantástica (ALUNO 5, 39 anos, CLMD).

No decorrer do curso, percebeu-se em diversos momentos, principalmente vindo dos alunos dos semestres finais da Licenciatura, uma preocupação com suas práticas como futuros docentes:

Acredito que está sendo muito valioso pra mim, porque quando chegar nessa matéria, ou quando for montar aulas, vai me favorecer bastante (ALUNO 2, 41 anos, CLMD); Achei a semana de ensino muito boa assim como as demais já estudadas; estão sendo muito válidas essas novas experiências estou adorando principalmente a realidade aumentada, ansiosa para colocar em prática com meus futuros alunos (ALUNO 16, 28 anos, CLMD); Gostei de observar os cilindros com o raio e altura variável, principalmente em RA, achei este recurso fascinante, com certeza é um ótimo recurso para ser utilizado nas aulas de Geometria, acredito que vá fazer com que os alunos enxerguem melhor os sólidos que estão estudando (ALUNO 14, 23 anos, CLM).

Neste contexto, constatou-se que os alunos perceberam a RA através da Calculadora 3D do GeoGebra como importante material de apoio para atividades de Geometria, especificamente, no estudo dos sólidos.

É relevante ressaltar que nos vídeos elaborados pelo pesquisador também foi mostrado aos alunos como os sólidos são desenhados na Calculadora 3D, assim, além de visualizarem as atividades propostas no curso, eles podem elaborar suas próprias atividades para aplicar com seus alunos quando estiverem ensinando.

Percebe-se, também, que os alunos que já tiveram algum contato com a docência, seja no PIBID ou no Programa de Residência Pedagógica, buscam em maior ou menor grau usar as tecnologias para o ensino de Geometria. Acredita-se que é uma decorrência do contato com alunos e a percepção das dificuldades destes no aprendizado de Geometria, e que explorar a visualização para ensino de Geometria auxiliará o aprendizado dos estudantes.

6 Conclusões

Essa pesquisa teve como objetivo investigar a utilização do GeoGebra, em específico sua versão 3D com suporte a RA, para compreensão das representações gráficas em duas e três dimensões dos entes estudados nos conteúdos de Geometria Espacial.

Para atingir este objetivo foi oferecido um curso sobre a utilização da Calculadora 3D do GeoGebra para alunos das graduações de Licenciatura em Matemática da UFPel.

Como o curso foi ofertado para graduandos que tivessem cursado ou não a disciplina de Geometria dos Sólidos utilizou-se, também, além dos conteúdos abordando o uso de RA, um texto com conteúdo introdutório para cada um dos cinco sólidos trabalhados: cilindro, cone, esfera, prisma e pirâmide.

Na busca por um aplicativo para oferecer a experiência de RA com os sólidos geométricos, testou-se diversos aplicativos. As principais desvantagens dos aplicativos testados foram o número limitado de sólidos disponíveis, a obrigatoriedade do uso de marcadores para a projeção em RA e o fato de alguns não serem compatíveis a *smartphones* com sistemas diferentes.

A escolha foi a ferramenta Calculadora 3D do GeoGebra, pois além de permitir a visualização tanto em 3D como em RA, possibilita desenhar os sólidos nos padrões do *software* GeoGebra. A qualidade da projeção RA foi importante diferencial para esta escolha.

Cabe destacar que alguns alunos, mesmo sabendo que seus dispositivos não eram compatíveis com a tecnologia RA, se propuseram a fazer o curso utilizando dispositivo emprestado de amigos e familiares.

Após o término das atividades do curso foi feita uma avaliação pelos alunos do curso sobre os conteúdos e os materiais propostos (Apêndice B). Esses dados foram separados dentro das categorias, mas todos os alunos avaliaram o curso e a tecnologia RA de forma positiva para o ensino e aprendizagem de Geometria.

Em relação aos objetivos específicos propostos no início da pesquisa, observou-se que todos foram alcançados, embora um deles, apenas de forma parcial, como descrito a seguir.

O objetivo específico ***identificar práticas docentes concernentes à Geometria*** foi proposto no início da pesquisa, anteriormente ao período de isolamento devido a pandemia do COVID-19. Nesta ocasião, o pesquisador iniciou a observação em uma turma da disciplina de Geometria Espacial e percebeu que, durante a mesma, a apresentação dos sólidos limitou-se ao uso da lousa para demonstrações e as ilustrações do livro didático. Com o início do ensino remoto, optou-se por não continuar as observações, pois esta modalidade de ensino não mostraria a prática usual no ensino presencial. Por este motivo, considerou-se que este objetivo foi alcançado parcialmente.

O objetivo específico ***investigar o potencial de representação semiótica da Realidade Aumentada no ensino e na aprendizagem de sólidos geométricos*** foi constatado nas manifestações dos alunos. Todos concordaram com a importância da visualização dos sólidos para um melhor entendimento dos conteúdos relacionados à Geometria. Além de afirmarem que a RA auxilia na percepção dos sólidos, percebeu-se uma grande motivação dos alunos em utilizar a tecnologia RA para aprender e na vontade de a utilizarem, também, para ensinar Geometria.

E por fim, o objetivo específico ***investigar as dificuldades que os alunos apresentam no aprendizado dos sólidos geométricos*** foi atingido de acordo com os relatos dos alunos. Uma das categorias decorrentes da análise foi sobre como os alunos perceberam seu aprendizado em Geometria nos níveis Fundamental, Médio e na Graduação, especificamente, a Geometria dos Sólidos, uma vez que é um assunto ensinado nestes três níveis de ensino.

A pesquisa mostrou que essas dificuldades partem de fatores como a superficialidade com que esses conteúdos são abordados no Ensino Fundamental e Médio, falta de material didático para a visualização dos sólidos ou, até mesmo, porque tais conteúdos não foram cumpridos.

Considerando a questão da pesquisa estabelecida durante o período de observação na disciplina de Geometria Espacial, foi levantada a hipótese de utilizar RA como auxílio na visualização dos conteúdos e estabeleceu-se a seguinte questão: “Como a visualização potencializada pelo uso de Realidade Aumentada possibilita a aprendizagem dos sólidos geométricos?”.

De forma geral, pode-se afirmar que a utilização de Realidade Aumentada, através da Calculadora 3D do GeoGebra, auxiliou os alunos na compreensão dos elementos dos sólidos trabalhados.

A utilização dessa tecnologia gerou interesse e motivação na solução das atividades propostas durante o curso, claramente percebida durante os encontros síncronos, nas interações no grupo de *whatsapp*, nas tarefas realizadas e, diretamente, na fala dos alunos sobre as atividades.

Da perspectiva do ensino e aprendizagem percebe-se que a tecnologia de RA permite aplicações específicas desenvolvidas no GeoGebra – aplicativo já consagrado no meio acadêmico e utilizado no mundo inteiro. Isso torna possível a compreensão dos conceitos estudados, mantendo o interesse dos alunos, visto o alto grau de interação com os objetos representados. Ainda, o aspecto lúdico intrínseco da tecnologia também é um fator a se destacar (FORTE; KIRNER, 2009).

Por meio da análise dos dados foi possível perceber a apropriação pelos alunos da Calculadora 3D, através da ação instrumentada, desenvolvendo o processo de mediação semiótica. As aulas síncronas, com mediação do pesquisador, foram determinantes para essa mediação.

Para trabalhos futuros, além do desenvolvimento de ferramentas autorais para o uso de Realidade Aumentada, um dos caminhos a ser explorado seria a oferta do curso para professores da Educação Básica de escolas públicas, mostrando a tecnologia e observando a criação de conteúdo e atividades em RA sugeridas por eles.

Referências

AUSUBEL, David Paul. **The psychology of meaningful verbal learning**. New York, Grune & Stratton, 1963.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1979.

BORBA, Marcelo de Carvalho; LACERDA, Hannah Dora Garcia. Políticas Públicas e Tecnologias Digitais: Um Celular por Aluno. *In: Educação Matemática e Pesquisa*, São Paulo, v.17, n. 3, p. 490-507, 2015.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da; GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. Prefácio de Isaac Asimov. Revista por Uta C. Merzbach. Tradução de Elza F. Gomide. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BURATTO, Ivone Catarina Freitas. **Representação semiótica no ensino da geometria: uma alternativa metodológica na formação de professores**. 2006. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

BUSSI, Maria Giuseppina Bartolini; MARIOTTI, Maria Alessandra. Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. *In: Handbook of International Research in Mathematics Education*, 2. ed., p 746-783. New York: Routledge, 2008.

CIFUENTES, José. Uma via estética de acesso ao conhecimento matemático. **GEPEM**, n. 46, p. 55-72. Rio de Janeiro, 2005.

COIMBRA, Teresa. **As tecnologias tridimensionais como contributo para a aprendizagem da matemática no ensino superior**. 2017. 341 p. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Doutoramento em Educação, Universidade Aberta, Portugal, 2017.

DOLZ, Joaquim; SCHNEUWLY, Bernard. Gêneros e progressão em expressão oral e escrita - elementos para reflexões sobre uma experiência suíça (francófona). *In: SCHNEUWLY, Bernard; DOLZ, Joaquim. Gêneros orais e escritos na escola*. Campinas: Mercado de Letras, 2004.

DUVAL, Raymond. **Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée**. Annales de Didactique et Sciences Cognitives. IREM – ULP, Strasbourg, v. 5., p. 37-65, 1993.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. *In: **Aprendizagem Matemática**: registros de representação semiótica*. Organização de Silvia Dias Alcântara Machado, p. 11-33. Campinas: Papirus, 2003.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano**: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. São Paulo: PROEM, 2009.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a Matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas. São Paulo: PROEM, 2011. 1 v.

DUVAL, Raymond. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. **REVEMAT**: Revista Eletrônica de Educação Matemática. Florianópolis, v. 07, n. 1, p. 118-138, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n1p118>. Acesso em: 16 mai. 2021.

EVES, Howard Whitley. **Introdução à história da Matemática**. Campinas: Unicamp, 1995.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. O Ensino de Geometria no 1º e 2º Graus. **A Educação Matemática em Revista** - SBEM, nº 4, p. 45. Blumenau. 1º semestre, 1995.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. **Representação do conhecimento geométrico através da informática**. [Rio de Janeiro] 1996. 249 f. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia de Sistemas e Computação) – Pós-Graduação em Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1996.

FILUS, Wesley Djordan; PEREIRA, Emanueli. Explorando construções dos sólidos regulares no software GeoGebra. *In: **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM***, Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo – SP, 13 a 16 jul. 2016.

FORTE, Cleberson Eugenio; KIRNER, Cláudio. Usando realidade aumentada no desenvolvimento de ferramenta para aprendizagem de física e Matemática. *In: **6º Workshop de Realidade Virtual e Aumentada***. Santos-SP: UNISANTA, 2009. p. 1-6.

GEOGEBRA. **Aplicativos matemáticos gratuitos**. (c2019). Disponível em: <https://www.GeoGebra.org/>. Acesso em: 16 nov. 2019.

GOMES, Cristina. **Ludismo, gamificação e Realidade Aumentada**: desenvolvimento de recursos educativos na área das expressões multimídia. [S.l.]: [s.n.], 2016. 288 p.

GRAVINA, Maria Alice. Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria. *In: Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação*, v. 1, p. 1-13. Porto Alegre-RS, 1996.

GRAVINA, Maria Alice; CONTIERO, Lucas de Oliveira. Modelagem com o GeoGebra: uma possibilidade para a educação interdisciplinar? **RENOTE – Revista de Novas Tecnologias na Educação**, v. 9, n. 1, Porto Alegre, 2011.

HOYLES, Celia; NOSS, Richard. The Technological Mediation of Mathematics and Its Learning. **Human Development**. v. 52, n. 2, p.129-147, Londres, 2009.

IMBERNÓN, Francisco. **Formação permanente do professorado**: novas tendências. Porto Alegre: Artmed, 2010. p. 08.

LÉVY, Pierre. **Cybercultura**. São Paulo: 34, 2010.

LORENZATO, Sergio. **Educação Infantil e percepção Matemática**. Campinas: Autores Associados, 2008.

LOZADA-YÁNEZ, Raúl; LA-SERNA-PALOMINO, Nora; MOLINA-GRANJA, Fernando. Augmented Reality and MS-Kinect in the Learning of Basic Mathematics: KARMLS Case. **International Education Studies**, v. 12, n. 9, p. 54-69, 2019.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática**: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003.

MARIOTTI, Maria Alessandra; MAFFIA, Andrea. From using artefacts to mathematical meanings: the teacher's role in the semiotic mediation process. **Didattica della Matematica. Dalle Ricerche Alle Pratiche d'Aula**, v. 3, p. 50-63, 2018. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/328601939_From_using_artefacts_to_mathematical_meanings_the_teacher%27s_role_in_the_semiotic_mediation_process. Acesso em: 20 dez. 2021.

MARQUETTI, Celso. **O uso de tecnologias digitais para a compreensão da construção de sólidos a partir de suas propriedades**. 2015 94 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

MILGRAM, Paul; TAKEMURA, Haruo; UTSUMI, Akira; KISHINO, Fumio. **Augmented reality**: A class of displays on the reality-virtuality continuum. Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering. Kyoto, Japan, 1994. p. 282-292. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/228537162_Augmented_reality_A_class_of_displays_on_the_reality-virtuality_continuum. Acesso em: 20 dez. 2021.

MINAYO, Maria Cecília de Sousa (Org.). **Pesquisa social**: Teoria, método e criatividade. Petrópolis: Vozes, 2001. 80 p.

MOREIRA, Herivelto; CALEFFE, Luiz Gonzaga. **Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador**. Rio de Janeiro: DP&A, 2006.

MOREIRA, Marco Antônio. Aprendizagem significativa em mapas conceituais. **Textos de apoio ao professor de física**, v. 24, n. 6, do PPGEEn Fis/IF-UFRGS, 2013.

NACARATO, Adair Mendes; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. **A geometria nas séries iniciais**: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCar, 151 p, 2003.

NASCIMENTO, Eimard Gomes Antunes do. **Avaliação do uso do software GeoGebra no ensino de geometria**: reflexão da prática na escola. GeoGebra Uruguay, 2012.

PAIVA, Antônio Fabiano. **Volume e área de sólidos geométricos usando o princípio de Cavalieri**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa/MG, 2015.

PEREIRA, Felipe dos Santos. **Estudo do volume de sólidos geométricos com a utilização do software GeoGebra**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2017.

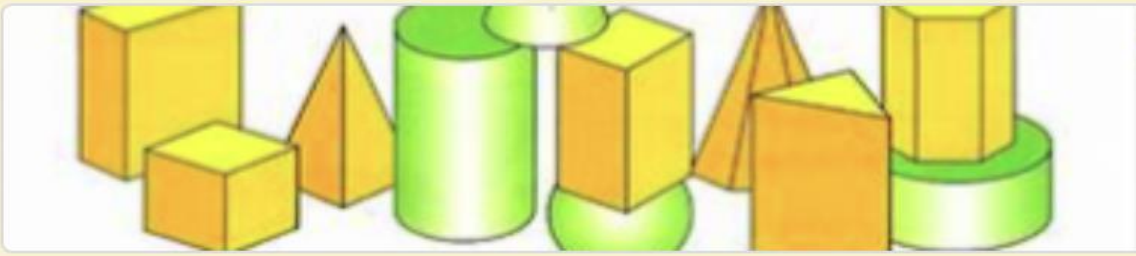
SAMPAIO, Raissa Samara. **Geometria e visualização**: ensinando volume com o software GeoGebra. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo, 2018.

SILVA, Millena Lopes de Paula. Ensino de geometria analítica através do patrimônio histórico de Belém utilizando o software GeoGebra. *In: Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM*, Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo – SP, 13 a 16 jul. 2016.

UNESCO. **Painel TIC COVID-19**. Pesquisa sobre o uso da internet no Brasil durante a pandemia do novo coronavírus. CETIC.br, NIC.br, CGI.br. 1. ed. 2020. Disponível em:
https://cetic.br/media/docs/publicacoes/2/20200817133735/painel_tic_covid19_1edio_livro%20eiletr%C3%B4nico.pdf. Acesso em: 20 ago. 2020.

Apêndices

Apêndice A – Formulário de Inscrição



Seção 1 de 4

Realidade Aumentada no ensino e aprendizagem de Sólidos Geométricos

Esta pesquisa é direcionada aos alunos dos cursos de Licenciatura em Matemática da UFPEL (Integral, Noturno e a Distância), e tem como objetivo oferecer um curso com atividades que utilizam Realidade Aumentada (RA) para visualizar sólidos geométricos, facilitando o aprendizado na graduação e o ensino deste conteúdo com o uso de tecnologias quando estiverem atuando como professores na Educação Básica. O curso será desenvolvido da seguinte forma:

- 1) A partir dos dados preenchidos neste formulário será criado o cadastro dos estudantes participantes da pesquisa;
- 2) Inicialmente os participantes irão realizar um quizz para que o pesquisador possa verificar se e como os estudantes percebem as imagens dos sólidos em 3D;
- 3) A seguir será oferecido um curso com 5 semanas de duração, de 19/abril a 23/maio, sobre utilização da Calculadora Gráfica 3D do Geogebra, e para isto é necessário que o estudante tenha um modelo de smartphone ou tablet com o sistema android ou IOS que preferencialmente suporte a visualização da Realidade Aumentada (RA).
- 4) O curso será realizado em parceria com o projeto de extensão Rede Colabora, que oferece a professores da Educação Básica e alunos da Licenciatura cursos de formação para o uso de tecnologias digitais no ensino. Quem concluir o curso receberá um certificado de 40 horas em extensão;
- 5) Durante o curso os participantes irão resolver exercícios de visualização dos sólidos geométricos usando a Calculadora Gráfica para visualizar as imagens em RA;
- 6) No final do curso os estudantes responderão novamente o teste inicial para que o pesquisador possa verificar se o aplicativo auxiliou na visualização dos sólidos e consequentemente no aprendizado;

7) Semanalmente, será realizado um encontro on-line para que o pesquisador possa auxiliar os participantes com a instalação e manuseio do aplicativo e outras dúvidas que possam surgir.

8) Mesmo que o seu smartphone não visualize imagens RA você poderá participar do curso e poderá visualizar os sólidos somente em 3D.

9) Foi criado um e-mail específico para atender os participantes da pesquisa, portanto qualquer dúvida, entre em contato pelo e-mail: redecolabora.pesquisa@gmail.com

Cauê Duarte - mestrando do PPGE-MAT

Seção 2 de 4

Identificação dos participantes



Os dados solicitados a seguir servirão para a inscrição no curso que será oferecido pelo Moodle e para que o pesquisador possa traçar um perfil dos participantes. Mas, no relato da pesquisa nenhum aluno será identificado, ou seja, a privacidade de todos será resguardada.

Confirme seu e-mail *



Texto de resposta curta

Informe o seu nome completo (como deverá constar no certificado) *

Texto de resposta curta

Informe seu CPF no formato xxx.xxx.xxx- *

Texto de resposta curta

Informe a data do seu nascimento *

Mês, dia, ano



Indique seu curso *

- ☐ Licenciatura em Matemática Integral
- ☐ Licenciatura em Matemática Noturno
- ☐ Licenciatura em Matemática a distância

Informe o seu número de matrícula *

Texto de resposta curta

Já cursou a disciplina de Geometria Espacial na Graduação? *

- ☐ Sim
- ☐ Não

Já cursou a disciplina de Geometria Plana na Graduação? *

- ☐ Sim
- ☐ Não

Você tem computador com acesso à Internet? *

☐ Sim

☐ Não

Como é a sua conexão com a Internet em uma escala de 1 a 5: 1 - Péssima, 2 - Ruim, 3 - Regular, 4 - Boa, 5 - Ótima *

1

2

3

4

5

☐☐☐☐☐

Neste curso você utilizará um smartphone para acessar as imagens em RA, indique a marca e o modelo do seu smartphone *

Texto de resposta curta

Seu smartphone é compatível com a tecnologia de Realidade Aumentada? *

☐ Sim

☐ Não

☐ Não sei

TCLE – Termo de consentimento livre e esclarecido

Pesquisador responsável: Cauê Duarte - caueduar@gmail.com
Orientadora: Prof. Rozane da Silveira Alves - rsalvex@gmail.com
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - PPGEMAT/ IFM
Instituição: Universidade Federal de Pelotas – UFPEL, Pelotas, RS
Endereço: Secretaria do PPGEMAT - Campus Porto, sala 306
Telefone: (53) 3284-3867, (53) 3284-3868, (53) 99981-5582
e-mail exclusivo para atender os participantes: redecolabora.pesquisa@gmail.com

Concordo em participar do estudo "Realidade Aumentada no ensino e aprendizagem de sólidos geométricos". Estou ciente de que estou sendo convidado(a) a participar voluntariamente do mesmo.

PROCEDIMENTOS: Fui informado(a) de que o objetivo geral será investigar como a Realidade Aumentada pode auxiliar no ensino e aprendizado de Geometria Espacial, mais especificamente dos sólidos geométricos.

Estou ciente de que a minha participação envolverá: 1) responder este formulário de inscrição, 2) participar de um curso onde terei acesso a atividades que envolvam Realidade Aumentada, com certificado de extensão de 40 horas, e 3) entrevista on-line. O levantamento de dados refere-se às experiências no ensino e aprendizado dos sólidos geométricos e de Geometria em geral.

RISCOS E POSSÍVEIS REAÇÕES:

Não há riscos envolvidos, a identidade dos sujeitos da pesquisa serão preservadas.

BENEFÍCIOS: Como meta da pesquisa, a partir dos dados coletados, pretende-se construir uma proposta de metodologia de trabalho para o ensino de Geometria, na modalidade a distância, que visa facilitar o processo de ensino/aprendizagem, e como consequência diminuir os índices de reprovação e infrequência. Serão beneficiados os alunos, professores de Geometria, Departamento de Matemática, Departamento de Educação Matemática e Pró-Reitoria de Graduação, todos eles buscando sempre uma solução para minimizar o índice de reprovações e abandonos e auxiliar os alunos a vencerem as dificuldades do aprendizado.

PARTICIPAÇÃO VOLUNTÁRIA: Como já me foi dito, minha participação neste estudo será voluntária e poderei interrompê-la a qualquer momento.

DESPESAS: Eu não terei que pagar por nenhum dos procedimentos, nem receberei compensações financeiras.

CONFIDENCIALIDADE: Estou ciente que a minha identidade permanecerá confidencial durante todas as etapas do estudo.

CONSENTIMENTO: Recebi claras explicações sobre o estudo, todas registradas neste formulário de consentimento. Os investigadores do estudo responderam e responderão, em qualquer etapa da investigação, a todas as minhas perguntas, até a minha completa satisfação. Portanto, estou de acordo em participar do estudo. Este formulário está sendo respondido pelo meu e-mail pessoal o que valida minha resposta em participar da Pesquisa e este Termo de Consentimento ficará arquivado na instituição responsável pela pesquisa.

DECLARAÇÃO DE RESPONSABILIDADE DO INVESTIGADOR: Expliquei a natureza, objetivos, riscos e benefícios deste estudo. Coloquei-me à disposição para perguntas e as respondi em sua totalidade. O participante compreendeu minha explicação e aceitou, sem imposições, em dar seu consentimento. Tenho como compromisso utilizar os dados e o material coletado para a publicação de relatórios e artigos científicos referentes a essa pesquisa. Se o participante tiver alguma dúvida ou preocupação sobre o estudo pode entrar em contato no e-mail redecolabora.pesquisa@gmail.com.

Cauê Duarte - caueduar@gmail.com
 Rozane da Silveira Alves - rsalvex@gmail.com

Li o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e *

- ☐ Aceito participar da pesquisa
- ☐ Não aceito

O pesquisador realizará entrevista on-line com alguns alunos do curso para discutir sobre o tema da pesquisa. Você aceitaria ser entrevistado(a) ? *

- ☐ Sim
- ☐ Não

O pesquisador durante o curso fará encontros semanais para que você possa esclarecer dúvidas, solicitar ajuda e discutir questões da pesquisa. Informe qual dia e horário é mais conveniente para você participar deste encontro: *

- ☐ Domingo das 10h às 11h30
- ☐ Segundas-feira das 17h às 18h30
- ☐ Segundas-feira das 20h30 às 22h

Seção 4 de 4

Sobre o aprendizado de Geometria



A seguir solicitamos que comente como tem sido o seu aprendizado em Geometria. Estas informações são muito importantes para a pesquisa por isso solicitamos que comente com detalhes o que é solicitado.

1) Geometria no Ensino Fundamental: Como foi sua experiência de aprendizado em Geometria Plana e Espacial durante o Ensino Fundamental (EF)? Enfrentou dificuldades com o conteúdo de Geometria? Conseguiu visualizar as imagens das formas geométricas envolvidas nos problemas propostos? Indique o que você considera que foi fácil e o que foi difícil no seu aprendizado. Se você não estudou

Texto de resposta longa

2) Geometria no Ensino Médio: como foi sua experiência de aprendizado em Geometria Plana e Espacial durante o Ensino Médio (EM)? Enfrentou dificuldades com o conteúdo de Geometria? Conseguiu visualizar as imagens das formas geométricas envolvidas nos problemas propostos? Indique o que você considera que foi fácil e o que foi difícil no seu aprendizado. Se você não estudou Geometria no

Texto de resposta longa

3) Geometria na graduação: como tem sido sua experiência de aprendizado em Geometria Plana e Espacial durante o curso de Licenciatura em Matemática? Está enfrentando dificuldades com as disciplinas de Geometria? Consegue visualizar as imagens das formas geométricas envolvidas nos problemas propostos? Indique o que você considera que está sendo fácil e o que está sendo difícil. Se você ainda não estudou Geometria informe AINDA NÃO ESTUDEI

Texto de resposta longa

4) Tecnologias Digitais (TD): Informe a sua experiência com Tecnologias Digitais no aprendizado de Geometria Espacial. Que softwares e/ou aplicativos você já usou? Comente a experiência positiva ou negativa. Se você nunca usou TD no aprendizado de Geometria Espacial informe NUNCA USEI. *

Texto de resposta longa

5) Experiência no Ensino de Geometria: Você já teve a experiência de ensinar Geometria em projetos de ensino, pesquisa ou extensão, ou como professor de alguma escola, em aulas particulares ou ensinando colegas? Qual a sua percepção do aprendizado desses alunos a quem você ensinou? Você observou dificuldades no aprendizado dos alunos? Você usou algum recurso didático para ensinar? Comente sua experiência ou então responda NÃO TIVE EXPERIÊNCIA. *

Texto de resposta longa

Apêndice B – Formulário de avaliação do curso



Nome: *

Texto de resposta curta

E-mail: *

Texto de resposta curta

1 - Você conseguiu visualizar todas as atividades em RA ou só visualizou em 3D? Comente *

Texto de resposta longa

2 - Você considera a visualização das figuras geométrica importantes para a disciplina de Geometria? *

Texto de resposta longa

3- Você costuma usar seu smartphone nos estudos? Caso afirmativo, descreva como. *

Texto de resposta longa

4 - Ao visualizar os objetos tridimensionais em Realidade Aumentada, você percebeu elementos de forma diferente de como percebia antes? Caso afirmativo, descreva como. *

Texto de resposta longa

5 - Você pretende utilizar o aplicativo como apoio para seus estudos no restante da disciplina ou em sua futura prática docente? Caso afirmativo, descreva como. *

Texto de resposta longa

6 - Colabore com o pesquisador indicando o que poderia ser melhorado no curso. *

Texto de resposta longa

Apêndice C – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

TCLE – Termo de consentimento livre e esclarecido

Pesquisador responsável: Cauê Duarte - caueduar@gmail.com
 Orientadora: Prof. Rozane da Silveira Alves - rsalvex@gmail.com
 Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - PPGE/MAT/ IFM
 Instituição: Universidade Federal de Pelotas – UFPEL, Pelotas, RS
 Endereço: Secretaria do PPGE/MAT - Campus Porto, sala 306
 Telefone: (53) 3284-3867, (53) 3284-3868, (53) 99981-5582
 e-mail exclusivo para atender os participantes: redecolabora.pesquisa@gmail.com

Concordo em participar do estudo "Realidade Aumentada no ensino e aprendizagem de sólidos geométricos". Estou ciente de que estou sendo convidado(a) a participar voluntariamente do mesmo.

PROCEDIMENTOS: Fui informado(a) de que o objetivo geral será investigar como a Realidade Aumentada pode auxiliar no ensino e aprendizado de Geometria Espacial, mais especificamente dos sólidos geométricos.

Estou ciente de que a minha participação envolverá: 1) responder este formulário de inscrição, 2) participar de um curso onde terei acesso a atividades que envolvam Realidade Aumentada, com certificado de extensão de 40 horas, e 3) entrevista on-line. O levantamento de dados refere-se às experiências no ensino e aprendizado dos sólidos geométricos e de Geometria em geral.

RISCOS E POSSÍVEIS REAÇÕES:

Não há riscos envolvidos, a identidade dos sujeitos da pesquisa serão preservadas.

BENEFÍCIOS: Como meta da pesquisa, a partir dos dados coletados, pretende-se construir uma proposta de metodologia de trabalho para o ensino de Geometria, na modalidade a distância, que visa facilitar o processo de ensino/aprendizagem, e como consequência diminuir os índices de reprovação e infrequência. Serão beneficiados os alunos, professores de Geometria, Departamento de Matemática, Departamento de Educação Matemática e Pró-Reitoria de Graduação, todos eles buscando sempre uma solução para minimizar o índice de reprovações e abandonos e auxiliar os alunos a vencerem as dificuldades do aprendizado.

PARTICIPAÇÃO VOLUNTÁRIA: Como já me foi dito, minha participação neste estudo será voluntária e poderei interrompê-la a qualquer momento.

DESPESAS: Eu não terei que pagar por nenhum dos procedimentos, nem receberei compensações financeiras.

CONFIDENCIALIDADE: Estou ciente que a minha identidade permanecerá confidencial durante todas as etapas do estudo.

CONSENTIMENTO: Recebi claras explicações sobre o estudo, todas registradas neste formulário de consentimento. Os investigadores do estudo responderam e responderão, em qualquer etapa da investigação, a todas as minhas perguntas, até a minha completa satisfação. Portanto, estou de acordo em participar do estudo. Este formulário está sendo respondido pelo meu e-mail pessoal o que valida minha resposta em participar da Pesquisa e este Termo de Consentimento ficará arquivado na instituição responsável pela pesquisa.

DECLARAÇÃO DE RESPONSABILIDADE DO INVESTIGADOR: Expliquei a natureza, objetivos, riscos e benefícios deste estudo. Coloquei-me à disposição para perguntas e as respondi em sua totalidade. O participante compreendeu minha explicação e aceitou, sem imposições, em dar seu consentimento. Tenho como compromisso utilizar os dados e o material coletado para a publicação de relatórios e artigos científicos referentes a essa pesquisa. Se o participante tiver alguma dúvida ou preocupação sobre o estudo pode entrar em contato no e-mail redecolabora.pesquisa@gmail.com.

Cauê Duarte - caueduar@gmail.com
 Rozane da Silveira Alves - rsalvex@gmail.com

Anexos

Anexo A – Plano da disciplina de Geometria - Curso Diurno

1. Identificação		Código
1.1. Disciplina: Geometria Euclidiana no Espaço		11100090
1.2. Unidade: IFM		11
1.3. Responsável: DME		10
1.4. Professor (a) responsável:		
1.5. Distribuição de carga horária semanal (h/a):	Teórica: 04 Prática: 00 Exercícios: 00 EAD: 00	1.6. Número de créditos: 4 1.8. Currículo: (X) semestral () anual
		1.7. Caráter: (X) obrigatória () optativa
1.9. Carga horária total, em (h): 60h, em (h/a): 72h/a		
1.10. Pré-requisito(s): Geometria Euclidiana Plana		
1.11. Ano /semestre: 6º semestre		
1.12 Objetivos Gerais:		
Estudar as propriedades das figuras geométricas Euclidianas espaciais com rigor matemático, aperfeiçoando a visão tridimensional de objetos geométricos e preparando o futuro professor à prática docente de tal conteúdo.		
1.13 Objetivos Específicos:		
Dar continuidade ao estudo de Geometria Euclidiana de forma axiomática, introduzindo definições, teoremas e suas demonstrações com rigor matemático, consolidando o raciocínio lógico-dedutivo em que se baseia a Geometria.		
1.14. Ementa:		
Paralelismo. Perpendicularismo. Prismas. Pirâmides. Distâncias. Esferas.		
1.15. Bibliografia básica:		
CARVALHO, P.C.P. Introdução à Geometria Espacial . Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (Coleção do Professor de Matemática). ISBN 9788585818739		
DOLCE, O.; POMPEO, J.N. Fundamentos de Matemática Elementar 10: geometria espacial: posição e métrica . São Paulo: Atual. ISBN 978853577587		
LIMA, E.L. Coordenadas no Espaço . Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (Coleção do Professor de matemática). ISBN 9788585818715		
1.16. Bibliografia complementar:		
FILHO, M.F.A. Geometria Euclidiana Espacial . Fortaleza: EdUECE. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/177804/2/Livro_Matematica_Geometria%20Euclidiana%20Espacial.pdf . Acesso em: 01 jul. 2019		
NACARATO, A.M. Aprendizagem em Geometria na Educação Básica . São Paulo:		
Autêntica. ISBN 9788582174586 [Livro eletrônico]		

Anexo B – Plano da disciplina de Geometria - Curso Noturno

1. Identificação			Código
1.1. Disciplina: Geometria Euclidiana no Espaço			11100090
1.2. Unidade: IFM			11
1.3. Responsável: DME			10
1.4. Professor (a) responsável:			
1.5. Distribuição de carga horária semanal (h/a):		1.6. Número de créditos: 4	1.7. Caráter: (X) obrigatória () optativa
Teórica: 04 Prática: 00	Exercícios: 00 EAD: 00	1.8. Currículo: (X) semestral () anual	
1.9. Carga horária total, em (h): 60h, em (h/a): 72h/a			
1.10. Pré-requisito(s): Geometria Euclidiana Plana			
1.11. Ano /semestre: 8º semestre			
1.12. Objetivo(s) Geral(ais): Estudar as propriedades das figuras geométricas euclidianas espaciais com rigor matemático, aperfeiçoando a visão tridimensional de objetos geométricos e preparando o futuro professor à prática docente de tal conteúdo.			
1.13. Objetivo(s) Específico(s): – Dar continuidade ao estudo de Geometria Euclidiana de forma axiomática, introduzindo definições, teoremas e suas demonstrações com rigor matemático, consolidando o raciocínio lógico-dedutivo em que se baseia a Geometria.			
1.14. Ementa: Paralelismo. Perpendicularismo. Prismas. Pirâmides. Distâncias. Esferas			
1.15. Bibliografia básica: CARVALHO, P.C.P. Introdução à Geometria Espacial . Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (Coleção do Professor de Matemática). ISBN 9788585818739 DOLCE, O.; POMPEO, J.N. Fundamentos de Matemática Elementar 10 : geometria espacial: posição e métrica. São Paulo: Atual. ISBN 978853577587 LIMA, E.L. Coordenadas no Espaço . Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (Coleção do Professor de matemática). ISBN 9788585818715			
1.16. Bibliografia complementar: FILHO, M.F.A. Geometria Euclidiana Espacial . Fortaleza: EdUECE. Disponível em: < https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/177804/2/Livro_Matematica_Geometria%20Euclidiana%20Espacial.pdf > NACARATO, A.M. Aprendizagem em Geometria na Educação Básica . São Paulo: Autêntica. ISBN 9788582174586 [Livro eletrônico]			

Anexo C – Plano da disciplina Geometria Espacial - Curso a Distância

1. Identificação		Código**
1.1. Componente Curricular: Geometria Espacial (GE)		NOVA
1.2. Unidade: IFM		
1.3. Responsável: *CLMD		
1.4. Professor(a) responsável:		
1.5. Distribuição de carga horária semanal, em (h) em (h/a):		1.6. Número de créditos: 4
Teórica: 4	Exercícios: 0	1.7. Caráter: (X) obrigatória () optativa
Prática: 0	EAD:	
		1.8. Currículo: (X) semestral () anual
1.9. Carga horária total, em (h): 60h, em (h/a) 72h/a		
1.10. Pré-requisito(s):		
1.11. Ano /semestre: 2º semestre		
1.12. Objetivo Geral: Introduzir e aprofundar conceitos envolvendo Geometria Espacial.		
1.13. Objetivos Específicos: - Fornecer subsídios aos discentes a fim de que o possam compreender e demonstrar problemas de geometria espacial; - Visualizar os sólidos e compreendê-los, utilizar estes conhecimentos como respaldo para resolver problemas e construir os sólidos a partir de suas definições.		
1.14. Ementa: Paralelismo de retas e planos, perpendicularidade de retas e planos, Poliedros, Prisma, Pirâmide, Cilindros, Cones, Esfera, volumes e áreas de sólidos de revolução. Uso de Softwares. História.		
1.15. Programa: Introdução - Conceitos primitivos - Determinação do plano - Interseção de planos Paralelismo - Paralelismo de retas - Paralelismo entre retas e planos - Duas retas reversas - Posições relativas entre retas e planos - Paralelismo entre planos - Posições relativas de dois planos - Ângulos de duas retas – retas ortogonais		

Perpendicularidade

- Reta e plano perpendiculares
- Planos perpendiculares

Poliedros Convexos

- Poliedros convexos
- Poliedros de Platão
- Poliedros regulares

Prismas**Pirâmides****Cilindro****Cone****Esfera****1.16. Bibliografia básica:**

CARVALHO, Paulo Cezar Pinto. **Introdução à geometria espacial**. 4.ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2005. 114 p. (Coleção do Professor de Matemática). ISBN 9788585818739.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de matemática elementar 10: geometria espacial: posição e métrica**. 7. ed. São Paulo: Atual, 2013. 472 p. ISBN 978853577587.

NETTO, Sérgio Lima. **Construções geométricas: exercícios e soluções**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2009. 142 p. (Coleção do Professor de matemática). ISBN 9788585818425.

1.17. Bibliografia complementar:

LIMA, Elon Lages et al. **Coordenadas no plano**. Rio de Janeiro: SBM, 1992.

LIMA, Elon Lages. **Coordenadas no espaço**. Rio de Janeiro: SBM, 1992.

MOISE, E. E. e DOWNS JUNIOR, F. L. **Geometria Moderna - Partes I e II**. Ed. Edgard Blücher Ltda. São Paulo, 1967.

RICH, Barnett. **Teoria e Problemas de Geometria**. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2003.

*Nome do departamento, câmara ou área - de acordo com a organização estrutural da unidade - onde a Componente Curricular está lotada.**Para Componente Curricular já existentes, sem mudança de carga horária e de ementa.

Anexo D – Texto sobre Cilindros

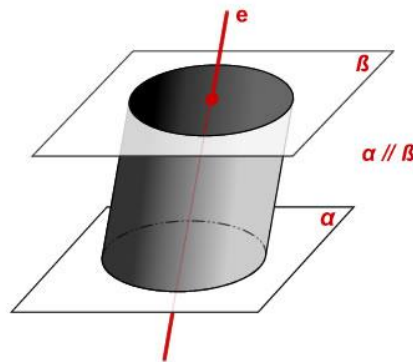


Universidade Federal de Pelotas
Curso de Licenciatura de Matemática a Distância

CILINDRO

DEFINIÇÃO:

Considere dois círculos de mesmo raio r contidos em planos paralelos e seja s a reta que passa pelos seus centros. Chama-se cilindro a reunião de todos os segmentos paralelos à reta s , cujas extremidades pertencem cada uma a um dos círculos considerados.

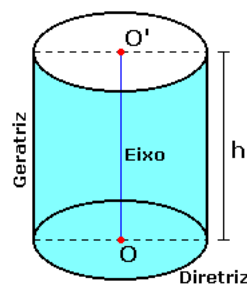


ELEMENTOS DO CILINDRO:

Bases: são os dois círculos citados na definição.

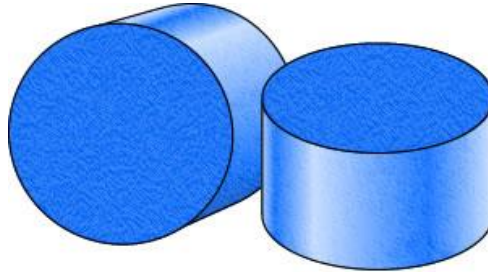
Eixo: é a reta s , que passa pelos centros das bases.

Geratriz: é qualquer segmento paralelo ao eixo, cujas extremidades pertencem às circunferências das bases.

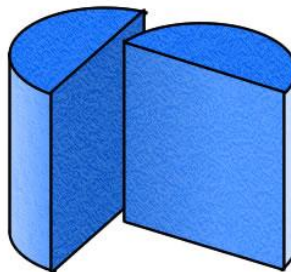


SECÇÕES DO CILINDRO:

Secção Transversal: é a intersecção (não vazia) de um cilindro com qualquer plano paralelo às bases.



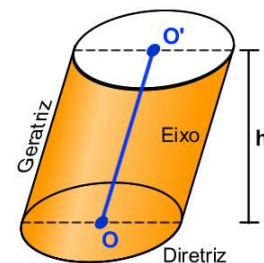
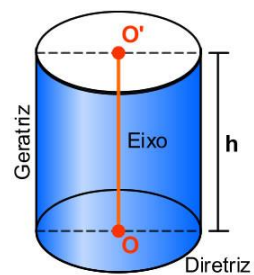
Secção Meridiana: é a intersecção de um cilindro com qualquer plano que contém seu eixo.



CLASSIFICAÇÃO DOS CILINDROS:

Cilindro reto: quando o eixo é perpendicular aos planos das bases.

Cilindro oblíquo: quando o eixo é oblíquo aos planos das bases.



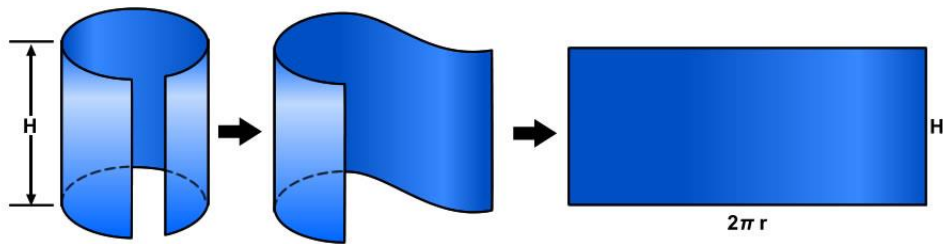
ÁREA LATERAL E ÁREA TOTAL:

Superfície Lateral é a reunião das geratrizes. A área desta superfície é chamada de área lateral.

Superfície Total é a superfície lateral acrescida da superfície das bases. A área da superfície total é chamada de área total.

Visualizamos estas superfícies fazendo a planificação do cilindro, e obtemos:

- um retângulo de comprimento $2\pi r$ e largura h , onde h é a altura do cilindro e $2\pi r$ é o comprimento da circunferência da base do cilindro.
ÁREA RETÂNGULO = $2\pi r \cdot h$
- 2 círculos de raio r que correspondem às bases.
ÁREA DE CADA CÍRCULO DA BASE = πr^2



ÁREA LATERAL = ÁREA DO RETÂNGULO

ÁREA LATERAL = $2\pi r \cdot h$

ÁREA TOTAL = ÁREA LATERAL + 2 . ÁREA DO CÍRCULO

ÁREA TOTAL = $2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2\pi r(h + r)$

ÁREA TOTAL = $2\pi r(h + r)$

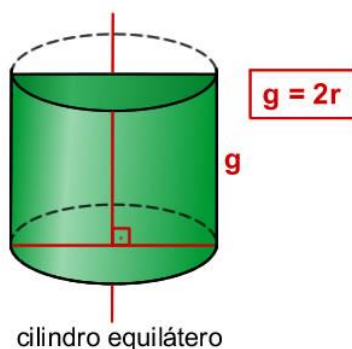
VOLUME DO CILINDRO:

O volume do cilindro é dado pelo produto da área da base pela altura.

$$V_{\text{CILINDRO}} = \pi r^2 \cdot h$$

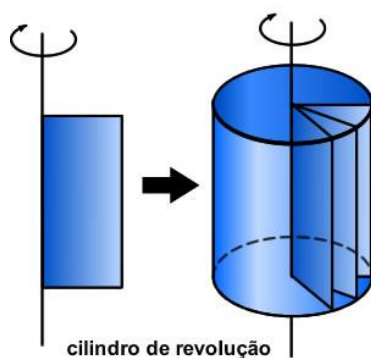
CILINDRO EQÜILÁTERO:

Quando as geratrizes são congruentes aos diâmetros das bases.



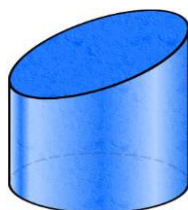
CILINDRO DE REVOLUÇÃO:

O cilindro reto pode ser definido como o sólido gerado pela rotação completa de um retângulo em torno de um dos seus lados.



TRONCO DE CILINDRO COM UMA BASE CIRCULAR:

Um plano α que intercepta obliquamente todas as geratrizes de um cilindro circular reto, separa-o em dois sólidos chamados de troncos de cilindro com uma base circular (a outra base de cada tronco é elíptica). Em cada um desses troncos, o menor segmento perpendicular à base circular e com extremos nos contornos da base é a geratriz menor do tronco, e o maior segmento nessas condições é a geratriz maior do tronco.



Anexo E –Texto sobre Cones

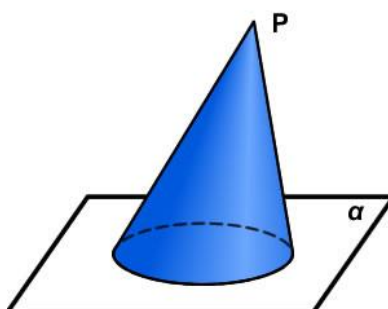


Universidade Federal de Pelotas
Curso de Licenciatura de Matemática a Distância

CONE

DEFINIÇÃO:

Considere um círculo contido num plano e um ponto **P** fora desse plano. Chama-se cone a reunião de todos os segmentos que têm uma extremidade em **P** e a outra num ponto qualquer do círculo.

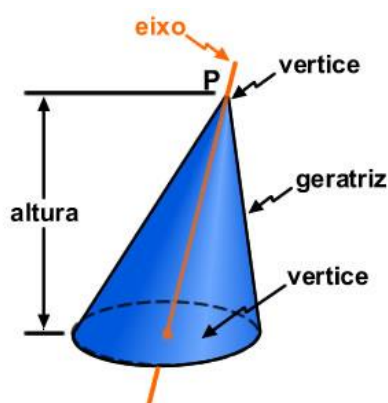


ELEMENTOS DO CONE:

BASE: é o círculo de centro **O** e raio **R**

GERATRIZES: são os segmentos com uma extremidade no ponto **P** e a outra nos pontos da circunferência da base.

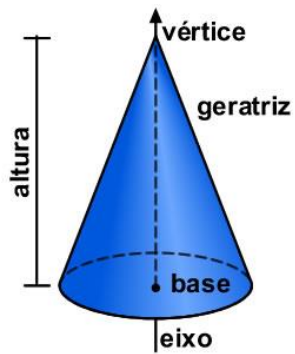
ALTURA: é a distância entre o vértice **P** e o plano da base.



SECÇÕES DO CONE:

Secção Transversal: é a intersecção (não vazia) de um cilindro com qualquer plano paralelo às bases.

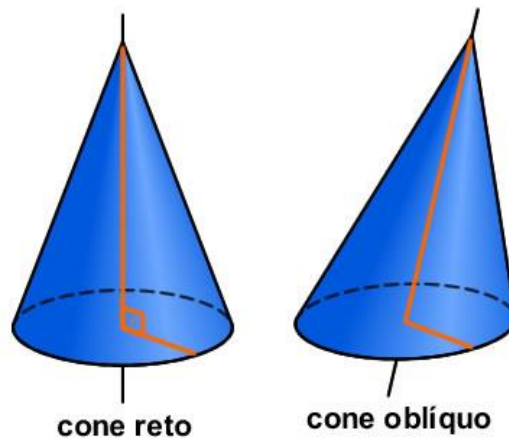
Secção Meridiana: é a intersecção de um cone com qualquer plano que contém seu eixo.



CLASSIFICAÇÃO DOS CONES:

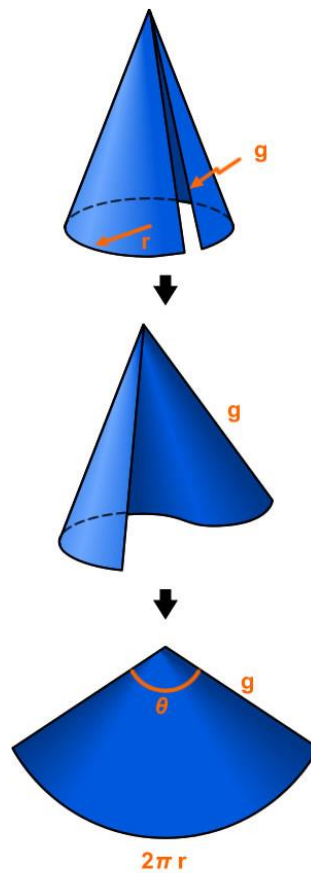
Cone reto: quando o eixo é perpendicular aos planos das bases.

Cone oblíquo: quando o eixo é oblíquo aos planos das bases.

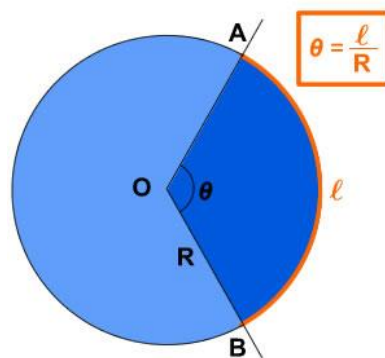


ÁREA LATERAL E ÁREA TOTAL:

Superfície Lateral de um cone circular reto ou cone de revolução de raio da base r e geratriz G é equivalente a um setor circular de raio g e comprimento do arco $\ell = 2\pi r$ (comprimento da circunferência da base do cone). A área deste setor é a área lateral do cone.



Lembrando que o ângulo central $\theta = \frac{\ell}{r} = \frac{2\pi r}{g}$



Portanto a área do setor circular $A_L = \theta \cdot \frac{r^2}{2} = \frac{2\pi r}{g} \cdot \frac{g^2}{2} \cdot \theta \cdot \frac{r}{2} \rightarrow A_L = \pi r g$

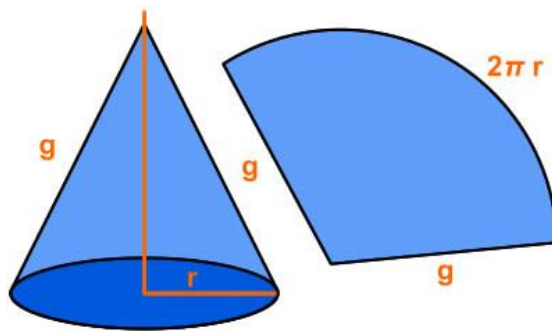
Superfície Total é a superfície lateral acrescida da superfície da base. A área da superfície total é chamada de área total.

$$A_T = A_L + A_{BASE}$$

Como $A_{BASE} = \pi r^2$ temos $A_T = \pi r g + \pi r^2$

Logo:

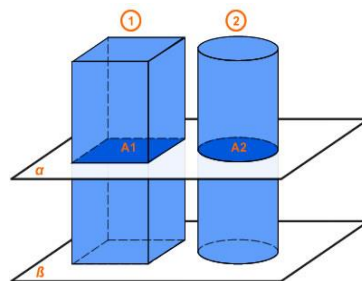
$$A_T = \pi r(g + r)$$



PRINCÍPIO OU POSTULADO DE CAVALIERI (Francesco Cavalieri, 1598 – 1647):

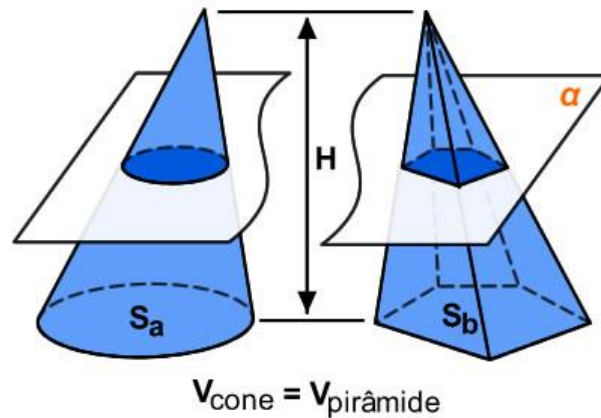
Dois sólidos, nos quais todo plano secante, paralelo a um dado plano, determina superfícies de áreas iguais (superfícies equivalentes), são sólidos de volumes iguais (sólidos equivalentes). Ou seja, dois sólidos com a mesma altura, têm o mesmo volume se as seções planas de igual altura tem a mesma área.

No desenho abaixo, sendo os planos α e β paralelos, e as áreas A_1 e A_2 iguais, então o prisma e o cilindro têm o mesmo volume.



VOLUME DO CONE

Utilizando o Princípio de Cavalieri, verificamos que um cone e uma pirâmide, cujas alturas são iguais e cujas bases têm áreas iguais, têm volumes iguais.



Consideremos um cone de altura H e área da base $= S_B$, temos então:

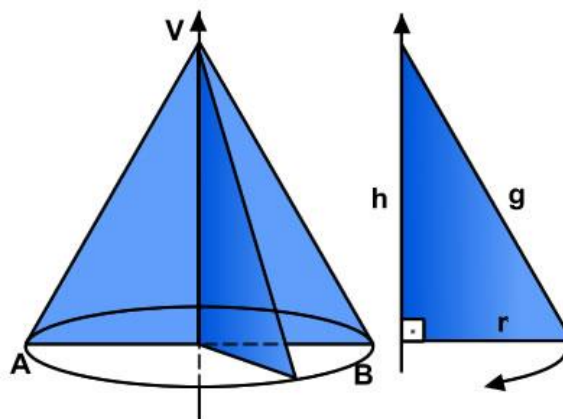
$$V_{\text{CONE}} = \frac{1}{3} \cdot S_B \cdot H$$

Sabemos que a base do cone é um círculo de raio r , logo $S_B = \pi r^2$

$$V_{\text{CONE}} = \frac{1}{3} \pi r^2 H$$

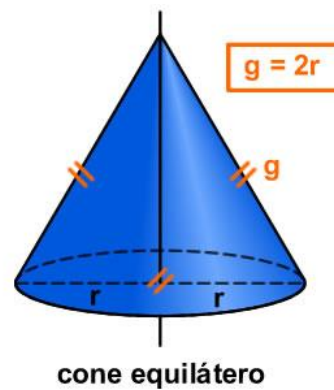
OBSERVAÇÕES:

CONE DE REVOLUÇÃO: é o cone gerado pela rotação de um triângulo retângulo em torno de um eixo que contém um de seus catetos.



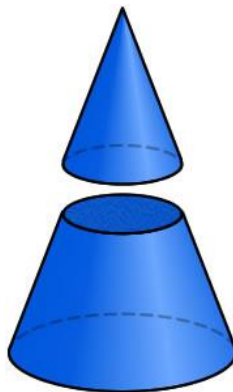
CONE EQUILÁTERO

O cone equilátero tem como secção meridiana um triângulo equilátero.



TRONCO DO CONE

Quando um plano paralelo à base secciona um cone, obtemos um novo cone com altura menor que o original e um tronco de cone.



PROPRIEDADE DAS SECÇÕES TRANSVERSAIS EM CONES:

Seja r o raio de uma secção transversal a uma distância h do vértice de um cone de raio r e altura h , conforme indica a figura:

S_B : área da base maior

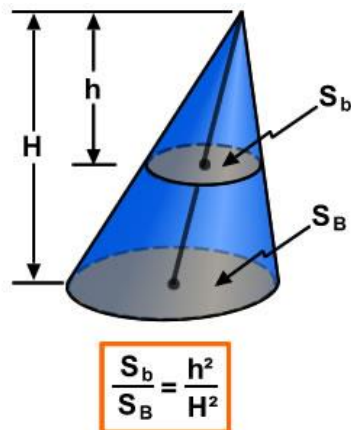
S_b : área da base menor

H : altura do cone maior

h : altura do cone menor

V_B : Volume do cone maior

V_b : Volume do cone menor



Podemos estabelecer as seguintes propriedades:

Propriedade 1	$\frac{r}{R} = \frac{h}{H}$
Propriedade 2	$\frac{S_b}{S_B} = \frac{h^2}{H^2}$
Propriedade 3	$\frac{V_b}{V_B} = \frac{h^3}{H^3}$

Anexo F – Texto sobre Prismas

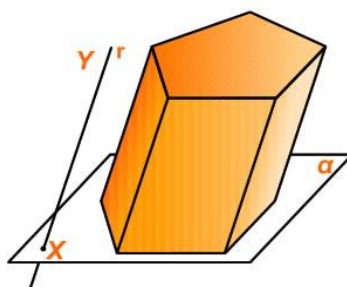


Universidade Federal de Pelotas
Curso de Licenciatura de Matemática a Distância

PRISMA

DEFINIÇÃO:

Considere dois planos α e β paralelos, um polígono P contido num deles e uma reta r concorrente com os dois. Chama-se **Prisma** a reunião de todos os segmentos paralelos a r e com extremidades no polígono P e no outro plano.



ELEMENTOS DO PRISMA:

Bases: são os polígonos citados na definição.

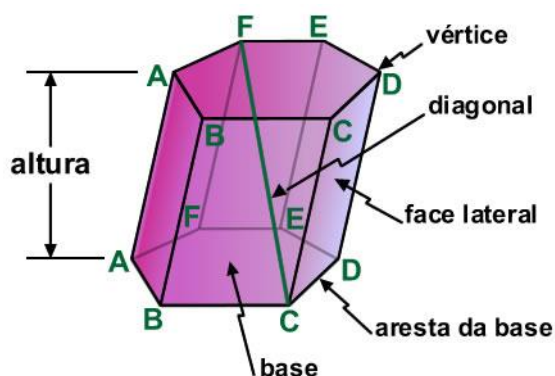
Faces laterais:

Eixo: é a reta r , que passa pelos centros das bases.

Aresta Lateral: são os lados das faces que não pertencem às bases.

Aresta da base: são os lados das bases.

Altura: distância entre os planos das bases

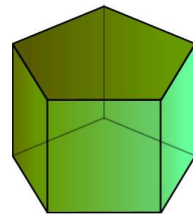
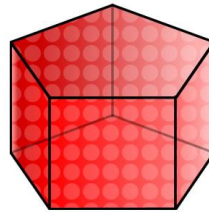
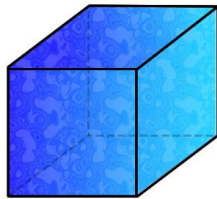
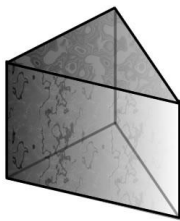


NOMENCLATURA:

O prisma recebe o nome de acordo com o polígono da base:

Se a base do prisma for:

- um triângulo → o prisma será triangular
- um quadrilátero → o prisma será quadrangular
- um pentágono → o prisma será pentagonal
- um hexágono → o prisma será hexagonal



SECÇÃO DO PRISMA:

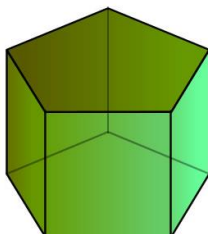
Secção de um Prisma: é a intersecção do prisma com um plano que intercepta todas as arestas laterais, portanto a secção de um prisma é um polígono com vértice em cada aresta lateral.

Secção Reta ou Normal: é uma secção cujo plano é perpendicular às arestas laterais.

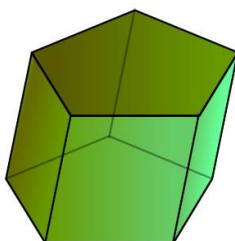


CLASSIFICAÇÃO DOS PRISMAS:

Prisma reto: quando as arestas laterais são perpendiculares aos planos das bases. Num prisma reto as faces laterais são retângulos.



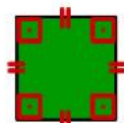
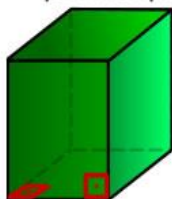
Prisma oblíquo: quando as arestas são oblíquas aos planos das bases.



PRISMA REGULAR:

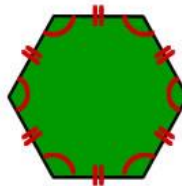
Prisma regular: é um prisma reto cujas bases são polígonos regulares.

prisma quadrangular regular



base = quadrado

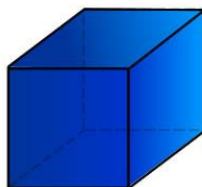
prisma hexagonal regular



base = hexágono regular

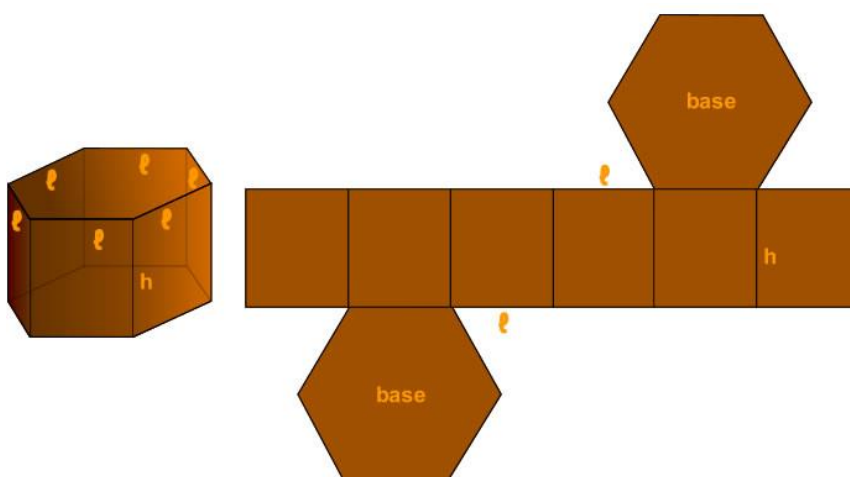
CUBO OU HEXAEDRO REGULAR:

Prisma regular cujas 6 faces são quadrados.



cubo ou hexaedro regular
(hexa = seis; edro = face)

PLANIFICAÇÃO DO PRISMA:



ÁREA LATERAL:

Em um prisma, distinguimos dois tipos de superfícies: as faces e as bases. Por isso consideremos as seguintes áreas:

Área de uma Face (A_F) : é a área de um dos paralelogramos que constituem as faces.

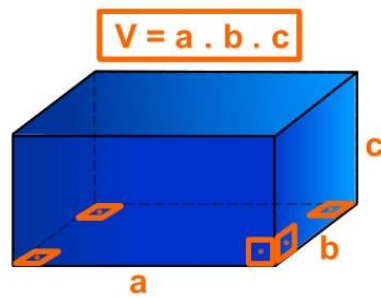
Área Lateral (A_L): é a soma das áreas dos paralelogramos que formam as faces do prisma.

ÁREA TOTAL:

ÁREA TOTAL = ÁREA LATERAL + 2 . ÁREA DA BASE

VOLUME DO PRISMA:

$V = S_{\text{BASE}} \cdot H$



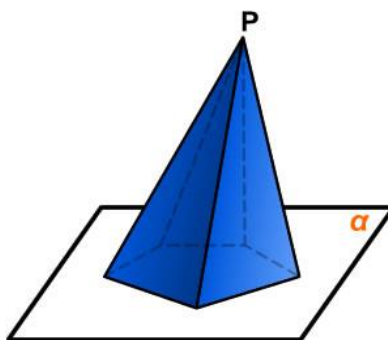
Anexo G – Texto sobre Pirâmides



Universidade Federal de Pelotas
Curso de Licenciatura de Matemática a Distância
PIRÂMIDE

DEFINIÇÃO:

Dados um polígono qualquer contido em um plano e um ponto P fora deste plano, chama-se Pirâmide a reunião de todos os segmentos que têm uma extremidade no ponto P e a outra extremidade em um ponto qualquer do polígono.



ELEMENTOS DA PIRÂMIDE:

Vértice da Pirâmide: é o ponto P dado

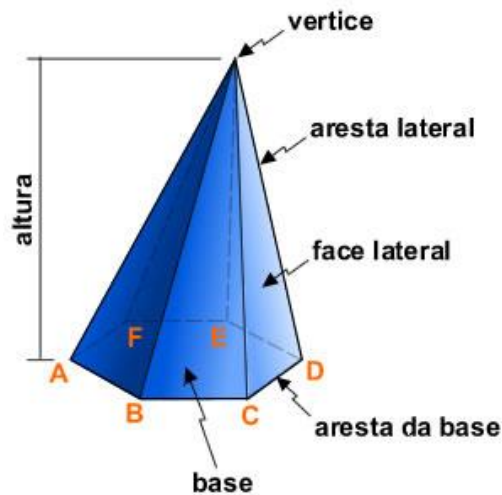
Base: é o polígono

Altura: é a distância do vértice ao plano da base

Aresta Lateral: é o segmento que vai do vértice a cada vértice do polígono da base

Face Lateral: são os triângulos formados pelo ponto P e por dois vértices consecutivos da base.

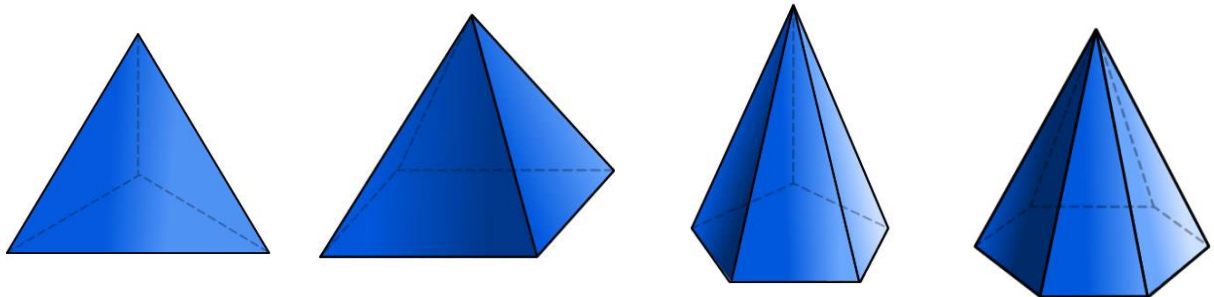
Aresta da Base: são os lados do polígono da base.



NOMENCLATURA:

A pirâmide recebe o nome de acordo com o polígono da base:

Pirâmide triangular (base é um triângulo), pirâmide quadrangular (base é um quadrado), pirâmide pentagonal (base é um pentágono etc)



PIRÂMIDE REGULAR:

É uma pirâmide cuja base é um polígono regular e a projeção ortogonal do vértice sobre o plano da base é o centro da base. Numa pirâmide regular as arestas laterais são congruentes e as faces laterais são triângulos isósceles congruentes.

Exemplo

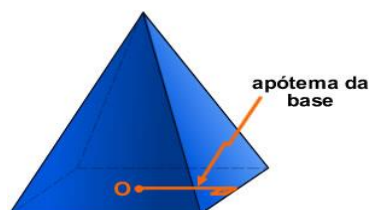
APÓTEMA DA PIRÂMIDE:

É o segmento que une o vértice da pirâmide ao ponto médio de qualquer um dos lados do polígono da base. Como na pirâmide regular, as faces laterais são formadas por triângulos isósceles, o apótema da pirâmide é a altura desses triângulos em relação à base.



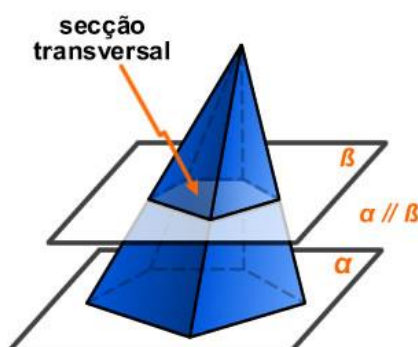
APÓTEMA DA BASE:

É o segmento que une o centro de um polígono regular ao ponto médio de qualquer um de seus lados.



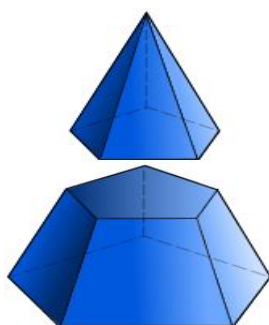
SECÇÃO TRANSVERSAL DA PIRÂMIDE:

É a intersecção (não vazia) de uma pirâmide com qualquer plano paralelo às bases.

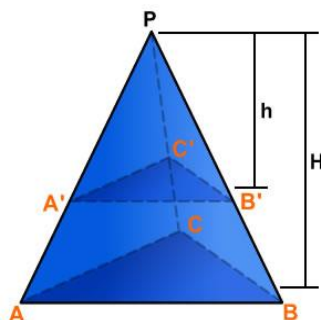


TRONCO DA PIRÂMIDE:

Quando um plano paralelo à base secciona uma pirâmide obtemos uma nova pirâmide com altura menor que a original e um tronco de pirâmide.

**TEOREMA:**

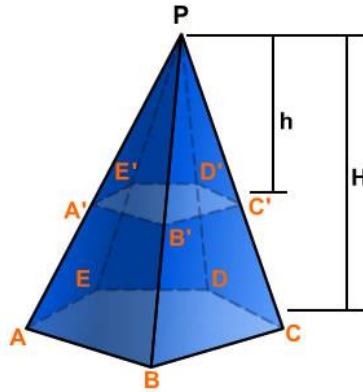
Em uma pirâmide triangular a secção transversal é um triângulo semelhante ao triângulo da base. Se a altura da pirâmide é H e a distância de seu vértice ao plano da secção transversal é h , a razão de semelhança desses triângulos é $k = \frac{h}{H}$.



Na figura acima, temos $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, portanto podemos escrever:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{h}{H}$$

Este teorema pode ser estendido para pirâmides de bases quaisquer. Supondo que $A'B'C'D'E'$ seja uma secção transversal da pirâmide abaixo, temos:



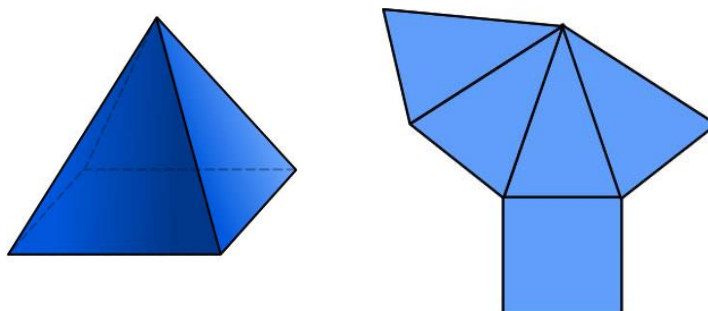
$$\frac{PA'}{PA} = \frac{PB'}{PB} = \dots = \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \dots = \frac{h}{H}$$

Estendemos ainda este teorema, pois como a razão entre as áreas de polígonos semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança, se S' e S representam a área da secção transversal e a área da base, temos então que:

$$\frac{S'}{S} = \frac{h^2}{H^2}$$

Se V' e V representam o volume da pirâmide menor e maior, respectivamente, verificamos que a razão entre os volumes da pirâmide menor e da pirâmide maior é:

$$\frac{V'}{V} = \frac{h^3}{H^3}$$

PLANIFICAÇÃO DA PIRÂMIDE:**ÁREA LATERAL:**

É a soma das áreas de todas as faces laterais da pirâmide.

ÁREA TOTAL:

É a soma das áreas lateral e área da base.

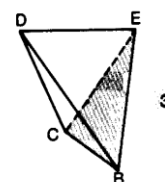
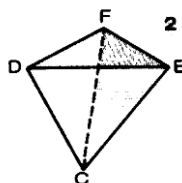
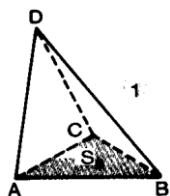
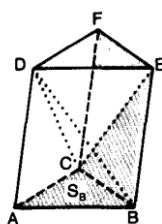
VOLUME:

Na figura é mostrado um prisma triangular ABCDEF que foi decomposto em três pirâmides triangulares (tetraedros) equivalentes entre si (de volumes iguais).

Tetraedro 1: obtido cortando o prisma pelo plano ACE

Tetraedro 2: obtido cortando o prisma pelo plano CDE

Tetraedro 3: obtido cortando o prisma pelo plano BCD



As pirâmides 1 e 2 têm volumes iguais, pois as bases ABC e DEF têm áreas iguais, e ambas as pirâmides têm alturas iguais.

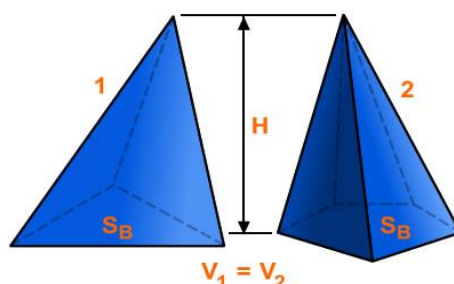
As pirâmides 2 e 3 tem bases FEC e BCE, que têm áreas iguais, pois a área de cada um desses triângulos é a metade da área da face BCFE do prisma. Além disso, estas 2 pirâmides têm alturas iguais (distância do vértice D ao plano da face BCFE do prisma).

Concluimos que $V_1 = V_2 = V_3$, assim:

$$V_1 = V_2 = V_3 = \frac{1}{3} S_B \cdot H$$

Esta fórmula pode ser facilmente generalizada para pirâmides com quaisquer tipos de bases. Vejamos na figura a seguir, onde são mostradas uma pirâmide qualquer e uma pirâmide triangular com a mesma altura H e cujas bases tenham a mesma área S_B .

Portanto as duas pirâmides têm volumes iguais.



CURIOSIDADES

O maior sólido geométrico feito pelo homem na Antiguidade é a Pirâmide de Quéops no Egito, e foi construída no século XXV a.C.

Esta construção é uma das sete maravilhas do Mundo e chegou quase intacta aos nossos dias.

Tem 147 metros de altura e a base quadrada tem de lado 230 metros. Foi feita com mais de dois milhões de blocos de pedra, pesando cada um deles, em média, 2,5 toneladas.



Anexo H – Texto sobre Esferas



Universidade Federal de Pelotas
Curso de Licenciatura de Matemática a Distância
SÓLIDO ESFÉRICO

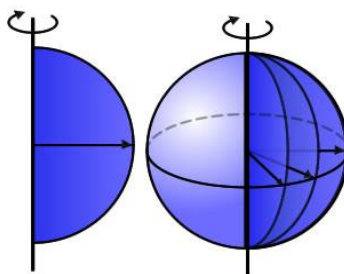
SÓLIDO ESFÉRICO:

Consideremos um ponto O e um segmento de medida R . Chama-se esfera de centro O e raio R ao conjunto de todos os pontos P do espaço, tais que a distância $\overline{OP}$ seja menor ou igual a R .



SÓLIDO ESFÉRICO DE REVOLUÇÃO:

O sólido esférico também é um sólido de revolução gerado pela rotação de um semicírculo em torno de um eixo que contém o diâmetro.



Uma esfera é um objeto tridimensional perfeitamente simétrico. Na matemática, o termo se refere à superfície de uma bola, mas geralmente se usa "esfera" para denominar um corpo maciço. Na maioria dos livros elementares sobre Geometria, a esfera é tratada como se fosse um sólido.

A esfera tem a menor superfície entre todos os sólidos de dado volume e tem o maior volume dentre todos os sólidos de determinada área.

SUPERFÍCIE ESFÉRICA:

Superfície da esfera de centro O e raio R é o conjunto dos pontos P do espaço, tais que a distância OP seja igual a R .

SUPERFÍCIE ESFÉRICA DE REVOLUÇÃO:

A superfície de uma esfera é também a superfície de revolução gerada pela rotação de uma semicircunferência com extremidades no eixo.

ELEMENTOS DA ESFERA:

Considerando a superfície de uma esfera de eixo E , temos:

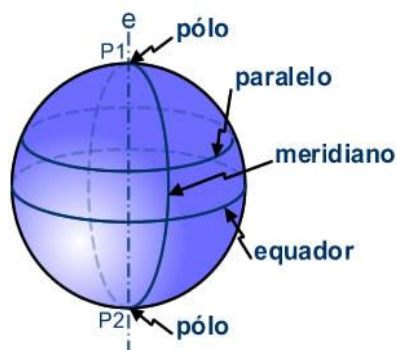
PÓLOS: são as intersecções da superfície com o eixo.

EQUADOR: é a secção (circunferência) perpendicular ao eixo, pelo centro da superfície.

PARALELO: é uma secção (circunferência) perpe.

MERIDIANO: é a maior circunferência de uma seção que passa pelo eixo.

HEMISFÉRIO: seccionando a esfera por um plano que passa exatamente no equador, dividimos a esfera em 2 partes, cada uma delas é um hemisfério da esfera.



CURIOSIDADES:

Considerando que a **esfera celeste** é uma esfera imaginária em cuja superfície as estrelas aparecem fixadas. Esta esfera para nós tem um raio que parece infinito. Nós nos encontramos no centro desta esfera.

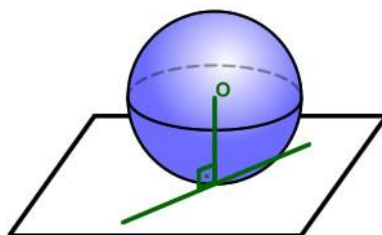
Vejamos o desenho a seguir onde podemos observar que os nomes dos elementos são usados em relação ao Planeta Terra:



Fonte do Desenho: <http://astro.if.ufrgs.br/esf.htm>

PLANO TANGENTE À ESFERA:

Um plano e uma esfera que têm um único ponto comum são tangentes. O raio que tem uma extremidade no ponto de tangência é perpendicular ao plano.



SEÇÃO ESFÉRICA:

Toda seção plana de uma esfera é um círculo. Se o plano secante passa pelo centro da esfera, temos como seção um círculo máximo da esfera.

Observemos na figura o triângulo retângulo que traçamos unindo o centro da esfera (O), o centro da seção esférica (M) e o ponto da superfície esférica (A).

Consideremos:

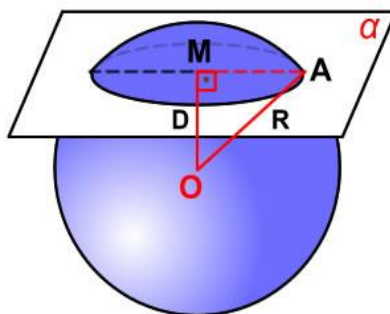
R é o raio da esfera,

D a distância do plano secante ao centro da esfera

S o raio da seção esférica obtida pelo plano.

$S^2 = R^2 - D^2$ é a relação obtida aplicando o Teorema de Pitágoras neste triângulo.

Podemos afirmar que: **“Quando um plano α secciona a esfera, obtém-se uma secção que é um círculo. O raio deste círculo (s) depende do raio da esfera (R) e a distância da secção ao centro da esfera (D) e podemos calculá-lo usando a relação: $S^2 = R^2 - D^2$**

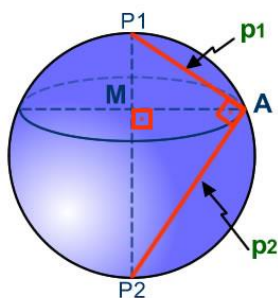


DISTÂNCIA POLAR:

É a distância de um ponto qualquer de um paralelo ao pólo. Um ponto A da superfície de uma esfera tem duas distâncias polares: P_1A e P_2A .

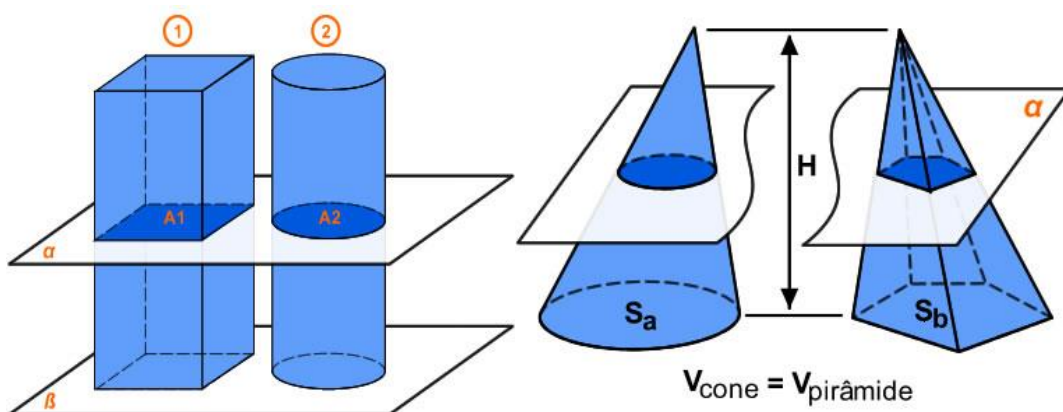
Lembremos que:

- o segmento $\overline{P_1P_2}$ é o diâmetro da esfera
- todo triângulo inscrito numa semicircunferência que tem um lado igual ao diâmetro é retângulo.
- portanto o triângulo com os vértices P_1 , P_2 e A é retângulo e podemos usar o Teorema de Pitágoras para calcular as distâncias polares.



PRINCÍPIO DE CAVALIERI:

Considere dois sólidos e um plano α . Suponha que todo plano paralelo a α , que intercepte um dos sólidos, intercepte também o outro e determine secções transversais de áreas iguais. Nessas condições os dois sólidos têm volumes iguais.



VOLUME DA ESFERA:

Vamos usar o Princípio de Cavalieri comparando o volume da esfera com o sólido chamado **Anticlépsidra**.

CLÉPSIDRA: Na figura temos um cilindro com dois cones dentro dele. Cada cone tem altura igual a metade da altura do cilindro, e o diâmetro da base de cada cone é igual ao diâmetro da base do cilindro.

Quando o cilindro é equilátero, ou seja, o diâmetro da base é igual a altura, chamamos de Clepsidra o sólido formado pelos dois cones no interior do cilindro.



Volume da Clépsidra:

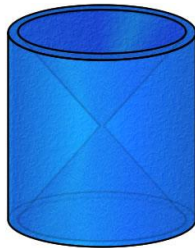
$$V_{\text{CLÉPSIDRA}} = 2\left(\frac{1}{3} \cdot \pi R^2 \cdot \frac{h}{2}\right) \Rightarrow V_{\text{CLÉPSIDRA}} = \frac{\pi R^2 h}{3}$$

Como o cilindro é equilátero $h = 2R$

$$V_{\text{CLÉPSIDRA}} = \frac{\pi R^2 \cdot 2R}{3} \Rightarrow V_{\text{CLÉPSIDRA}} = \frac{2\pi R^3}{3}$$

ANTICLÉPSIDRA: é o sólido obtido a partir do cilindro equilátero do qual retiramos o clépsidra.

Volume da Anticlépsidra:



$$V_{\text{CILINDRO}} = \pi R^2 \cdot h$$

$$V_{\text{ANTICLÉPSIDRA}} = \pi R^2 \cdot h - \frac{\pi R^2 h}{3} \Rightarrow V_{\text{ANTICLÉPSIDRA}} = \frac{2\pi R^2 h}{3}$$

Como $h = 2R$

$$V_{\text{ANTICLÉPSIDRA}} = \frac{2\pi R^2 \cdot 2R}{3} \Rightarrow V_{\text{ANTICLÉPSIDRA}} = \frac{4\pi R^3}{3}$$

Sabendo que na figura o cilindro é equilátero, isto é, a altura é igual a $2R$, vamos calcular o volume da esfera, de raio R , sendo P' plano paralelo ao plano P .

Fazendo a intersecção do plano P' com a esfera, obtemos um círculo de área:

$$r^2 + h^2 = R^2 \Rightarrow r^2 = R^2 - h^2 \Rightarrow \pi r^2 = \pi(R^2 - h^2)$$

Fazendo a intersecção do plano P' com a anticlépsidra, obtemos uma coroa circular de área:

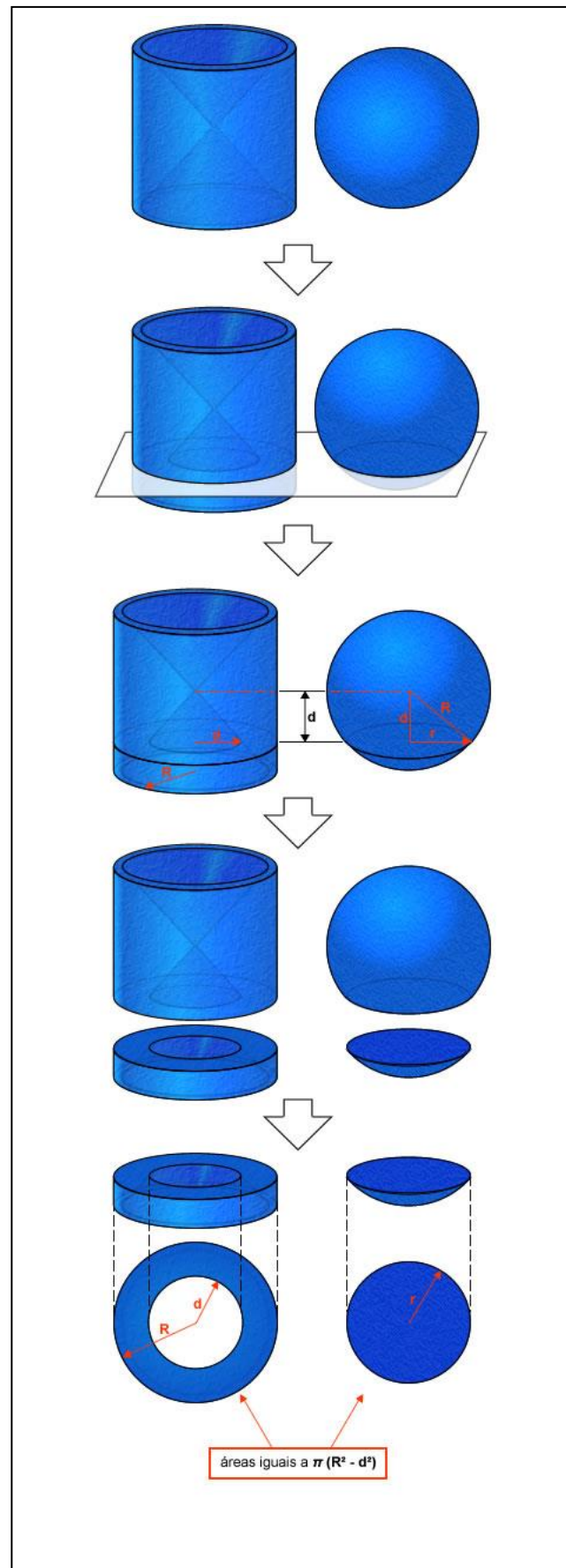
$$\pi R^2 - \pi h^2 \Rightarrow \pi(R^2 - h^2)$$

Como podemos ver a área do círculo obtido pela intersecção da esfera com o plano P' é igual a área da secção deste mesmo plano com a anticlépsidra, portanto pelo princípio de Cavalieri podemos

afirmar que: $V_{\text{ESFERA}} = \frac{4\pi R^3}{3}$

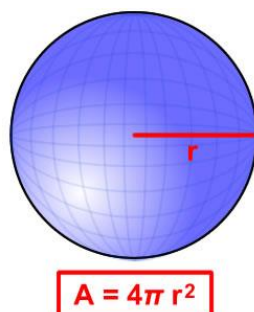
Lembrando que um cone com **raio da base igual a R** e **altura igual ao raio R** tem $V_{\text{CONE}} =$

$\frac{\pi R^3}{3}$, podemos dizer que uma **esfera de raio R** tem $V_{\text{ESFERA}} = 4.V_{\text{CONE}}$

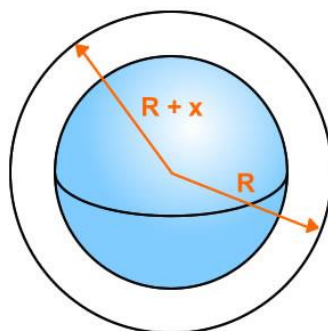


ÁREA DA SUPERFÍCIE ESFÉRICA:

Fonte: <http://www.lec.ufrgs.br/~dani/geo2-old/arquivos/geo06.doc>
Fundamentos de Matemática Elementar volume 10 página 264.



A esfera não pode ser planificada sem sofrer algum tipo de deformação. A dedução da fórmula da superfície esférica é “matematicamente consistente” somente quando utilizamos os conhecimentos de Cálculo, assim, vamos apenas apresentar uma argumentação que nos mostra a origem da expressão $4\pi r^2$.



Consideremos 2 esferas com mesmo centro. A menor tem raio R e a maior tem raio $R+x$. região compreendida entre as duas esferas é a reunião dos segmentos de reta de comprimento x (a diferença entre os raios). Cada um desses segmentos é perpendicular a superfície das duas esferas.

Intuitivamente podemos escrever que o volume desta casca é aproximadamente igual a $S_e \cdot x$, onde S_e é a superfície da esfera de raio R e também é igual ao volume da esfera maior menos o volume da esfera menor:

$$V = \frac{4}{3}\pi(R+x)^3 - \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi[(R+x)^3 - R^3]$$

$$V = \frac{4}{3}\pi[3R^2x + 3Rx^2 + x^3]$$

$$V = \frac{4}{3} \pi x (3R^2 + 3Rx + x^2)$$

$$\frac{V}{x} = \frac{4}{3} \pi (3R^2 + 3Rx + x^2)$$

Então, para $x \rightarrow 0$, temos: $\frac{V}{x} = A$

Logo:

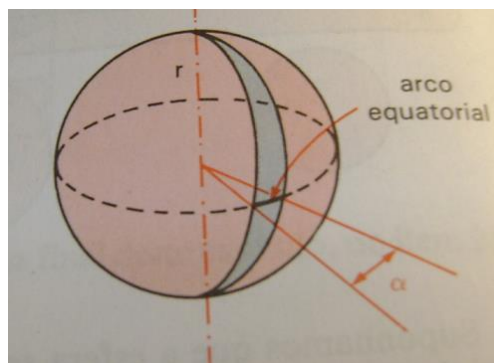
$$A = \frac{4}{3} \pi (3R^2 + 3R \cdot 0 + 0^2)$$

$$A = 4\pi R^2$$

Lembrando que a área da secção esférica que passa exatamente pelo equador, isto é, a maior secção esférica de uma esfera de raio R é $A_{\text{SECÇÃO}} = \pi R^2$, podemos dizer que a área da superfície esférica de uma esfera de raio R é: $A_{\text{SUPERFÍCIE_ESFÉRICA}} = 4 \cdot A_{\text{SECÇÃO}}$

FUSO ESFÉRICO:

É a intersecção da superfície de uma esfera com um diedro cuja aresta contém um diâmetro dessa superfície esférica. O ângulo α , medida do diedro, medido na secção equatorial, é o que caracteriza o fuso.



ÁREA DO FUSO:

Como a esfera tem um ângulo central de 360° ou 2π radianos ($A_{\text{ESFERA}} = 4\pi r^2$), e o fuso é caracterizado pelo ângulo α , medida do diedro, encontramos a área do fuso através de uma regra de três:

a) com α em graus:

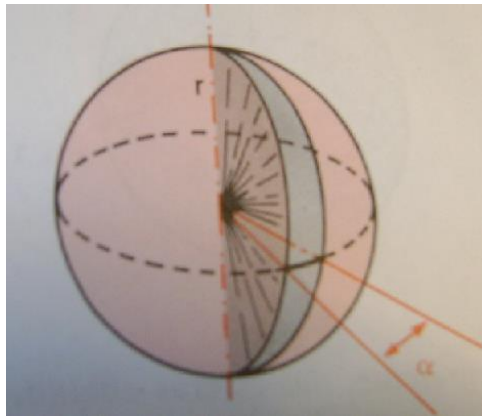
$$\left\{ \begin{array}{l} 360^\circ \rightarrow 4\pi r^2 \\ \alpha^\circ \rightarrow A_{FUSO} \end{array} \right\} \Rightarrow A_{FUSO} = \frac{(4\pi r^2)(\alpha)}{360}$$

b) com α em radianos:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\pi \rightarrow 4\pi r^2 \\ \alpha \rightarrow A_{FUSO} \end{array} \right\} \Rightarrow A_{FUSO} = \frac{(4\pi r^2)(\alpha)}{2\pi}$$

CUNHA ESFÉRICA:

É a intersecção de uma esfera com um diedro cuja aresta contém o diâmetro da esfera. A cunha é caracterizada pelo raio da esfera e pela medida do diedro.



VOLUME DA CUNHA ESFÉRICA:

Como a esfera tem um ângulo central de 360° ou 2π radianos ($V_{ESFERA} = \frac{4\pi r^3}{3}$), e a cunha é caracterizada pelo ângulo α , medida do diedro, encontramos o volume da cunha através de uma regra de três:

a) com α em graus:

$$\left\{ \begin{array}{l} 360^\circ \rightarrow \frac{4}{3}\pi r^3 \\ \alpha^\circ \rightarrow V_{CUNHA} \end{array} \right\} \Rightarrow V_{CUNHA} = \frac{\frac{4\pi r^3}{3} \cdot \alpha}{360}$$

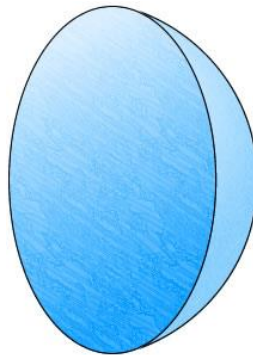
b) com α em radianos:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\pi \rightarrow \frac{4}{3}\pi r^3 \\ \alpha \rightarrow V_{CUNHA} \end{array} \right\} \Rightarrow V_{CUNHA} = \frac{\frac{4\pi r^3}{3} \cdot \alpha}{2\pi}$$

SEGMENTO ESFÉRICO DE UMA BASE:

É cada uma das partes de uma esfera separadas por um plano que a intersecta, sendo o círculo a base do segmento esférico.

O contorno de um segmento esférico de uma base é formado por um círculo.



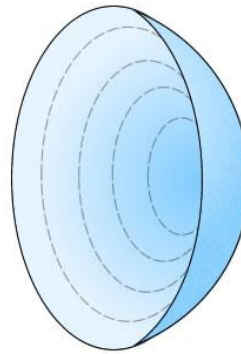
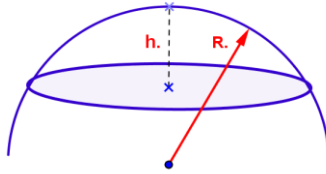
VOLUME DO SEGMENTO ESFÉRICO DE UMA BASE:

$$V = \frac{\pi h}{6} [3r^2 + h^2]$$

CALOTA ESFÉRICA:

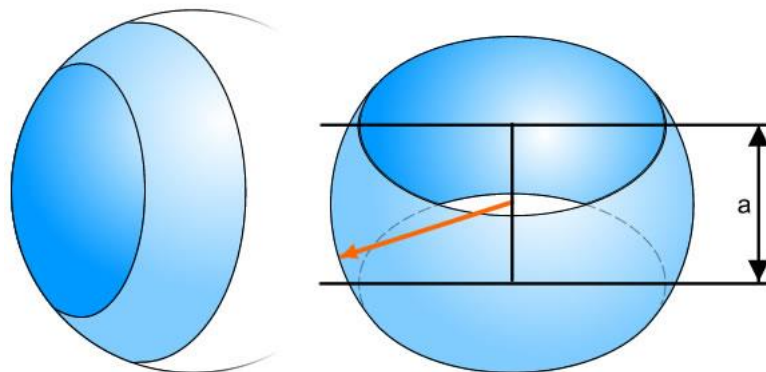
É a superfície esférica de um segmento esférico.

$$A_{\text{CALOTA}} = 2\pi R h_{\text{CALOTA}}$$



SEGMENTO ESFÉRICO DE DUAS BASES:

É a porção de esfera compreendida entre dois planos paralelos que intersectam a esfera, sendo o círculo a base desse segmento esférico.



VOLUME DO SEGMENTO ESFÉRICO DE 2 BASES:

$$V = \frac{\pi h}{6} [3(r_1^2 + r_2^2) + h^2]$$

Onde:

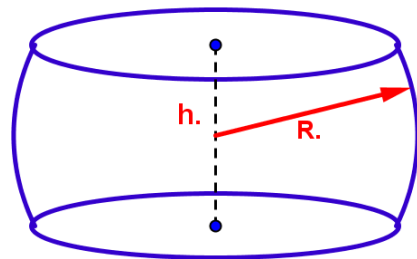
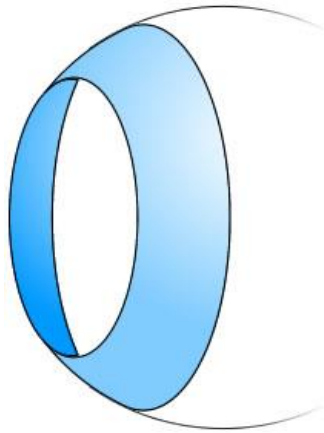
r_1 é o raio de uma das bases

r_2 é o raio da outra base

h é a altura do segmento esférico

ZONA ESFÉRICA:

É a superfície esférica compreendida entre as bases de um segmento esférico de duas bases.



$$A_{ZONA} = 2\pi Rh$$

Anexo I – Lista de smartphones Android compatíveis com ARCore



Universidade Federal de Pelotas
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
Curso Ensino e Aprendizagem dos Sólidos geométricos com RA

SISTEMA ANDROID - TUTORIAL DE VERIFICAÇÃO SE O SMARTPHONE SUPORTA RA

Observe a lista abaixo. Verifique se o modelo de seu *smartphone* ou *tablet* (sistema Android) está nesta lista. Se estiver, o seu smartphone suporta a tecnologia de Realidade Aumentada.

Manufacturer	Model	Notes
Asus	ROG Phone	
Asus	ROG Phone II	
Asus	ROG Phone III	Supports Depth API
Asus	Zenfone 6	
Asus	Zenfone 7/7 Pro	
Asus	Zenfone AR	
Asus	Zenfone ARES	
Fujitsu	Arrows 5G	Supports Depth API
Fujitsu	Arrows NX9 F-52A	Supports Depth API
General Mobile	GM 9 Plus	
Google	Nexus 5X	Requires Android 8.0 or later Not currently included in the CSV file provided by the Google Play Console
Google	Nexus 6P	Requires Android 8.0 or later
Google	Pixel	
Google	Pixel XL	
Google	Pixel 2	Supports 60 fps camera capture frame rate on the rear-facing camera Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API

Manufacturer	Model	Notes
Google	Pixel 2 XL	Supports 60 fps camera capture frame rate on the rear-facing camera Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
Google	Pixel 3	Supports 60 fps camera capture frame rate on the rear-facing camera When 60 fps camera capture mode is active, the camera uses fixed focus Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
Google	Pixel 3 XL	Supports 60 fps camera capture frame rate on the rear-facing camera When 60 fps camera capture mode is active, the camera uses fixed focus Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
Google	Pixel 3a	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
Google	Pixel 3a XL	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
Google	Pixel 4	Supports 60 fps camera capture frame rate on the rear-facing camera on Android 10 Dec 2019 OTA or later Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
Google	Pixel 4 XL	Supports 60 fps camera capture frame rate on the rear-facing camera on Android 10 Dec 2019 OTA or later Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
Google	Pixel 4a	Supports Depth API
Google	Pixel 4a 5G	Supports Depth API
Google	Pixel 5	Supports 60 fps camera capture frame rate on

Manufacturer	Model	Notes
		the rear-facing camera Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
HMD Global	Nokia 3.4	
HMD Global	Nokia 5.4	
HMD Global	Nokia 6 (2018)	Also known as Nokia 6.1
HMD Global	Nokia 6.1 Plus	
HMD Global	Nokia 6.2	Requires Android 10.0 or later
HMD Global	Nokia 7 Plus	
HMD Global	Nokia 7.1	
HMD Global	Nokia 7.2	Requires Android 10.0 or later
HMD Global	Nokia 8	Requires Android 8.0 or later
HMD Global	Nokia 8 Sirocco	
HMD Global	Nokia 8.1	
HMD Global	Nokia 8.3 5G	
Huawei	Honor 8X	
Huawei	Honor 10	Supports multiple GPU texture resolutions - 1440x1080, 1280x960, 480p Supports Depth API
Huawei	Honor View 10 Lite	
Huawei	Honor V20	Supports multiple GPU texture resolutions - 1440x1080, 1280x960, 480p Supports Depth API
Huawei	Mate 20 Lite	Supports Depth API
Huawei	Mate 20	Supports Depth API
Huawei	Mate 20 Pro	Supports Depth API
Huawei	Mate 20 X	Supports Depth API
Huawei	Nova 3	Supports multiple GPU texture resolutions - 1440x1080, 1280x960, 480p Supports Depth API

Manufacturer	Model	Notes
Huawei	Nova 3i	Supports Depth API
Huawei	Nova 4	Supports multiple GPU texture resolutions - 1440x1080, 1280x960, 480p Supports Depth API
Huawei	P20	Supports multiple GPU texture resolutions - 1440x1080, 1280x960, 480p Supports Depth API
Huawei	P20 Pro	Supports multiple GPU texture resolutions - 1440x1080, 1280x960, 480p
Huawei	P30	Supports multiple GPU texture resolutions - 1440x1080, 1280x960, 480p Supports Depth API
Huawei	P30 Pro	Supports multiple GPU texture resolutions - 2048x1536, 1280x960, 480p Supports Depth API
Huawei	Porsche Design Mate RS	
Huawei	Porsche Design Mate 20 RS	
Huawei	Y9 2019	
Infinix Mobile	Note 6	
Infinix Mobile	Note 7	
Infinix Mobile	Zero 8	
Kyocera	Torque G04	
LG	G6	Requires Android 8.0 or later
LG	G7 Fit	
LG	G7 One	
LG	G7 ThinQ	ARCore uses the wide angle fixed focus rear facing camera for AR tracking
LG	G8 ThinQ	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
LG	G8S ThinQ	
LG	G8X ThinQ	Supports Depth API
LG	G Pad 5 10.1 FHD	

Manufacturer	Model	Notes
LG	K81	
LG	K71	
LG	K92	Supports Depth API
LG	Q6	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
LG	Q70	
LG	Q8	
LG	Q92	Supports Depth API
LG	style2	ARCore uses the wide angle fixed focus rear facing camera for AR tracking
LG	style3	
LG	Stylo 5	
LG	Stylo 6	
LG	V30	Requires Android 8.0 or later ARCore uses the wide angle fixed focus rear facing camera for AR tracking
LG	V30+	Requires Android 8.0 or later ARCore uses the wide angle fixed focus rear facing camera for AR tracking
LG	V30+ JOJO	Requires Android 8.0 or later ARCore uses the wide angle fixed focus rear facing camera for AR tracking
LG	LG Signature Edition 2017	Requires Android 8.0 or later ARCore uses the wide angle fixed focus rear facing camera for AR tracking
LG	V35 ThinQ	ARCore uses the wide angle fixed focus rear facing camera for AR tracking Supports Depth API
LG	LG Signature Edition 2018	ARCore uses the wide angle fixed focus rear facing camera for AR tracking
LG	V40 ThinQ	ARCore uses the wide angle fixed focus rear facing camera for AR tracking
LG	V50 ThinQ	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p

Manufacturer	Model	Notes
LG	V50S ThinQ	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
LG	LG Signature Edition 2019	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
LG	V60 ThinQ 5G	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
LG	VELVET 5G	Supports Depth API
LG	WING 5G	Supports Depth API
Motorola	moto g ^{2s} plus	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Motorola	moto g ⁸	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Motorola	moto g ⁸ plus	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Motorola	moto g ⁷	
Motorola	moto g ⁷ play	
Motorola	moto g ⁷ plus	
Motorola	moto g ⁷ power	
Motorola	moto g ⁷ play	
Motorola	moto g ⁸	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Motorola	moto g ⁸ play	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Motorola	moto g ⁸ plus	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Motorola	moto g ⁸ power	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Motorola	moto g ⁸ power lite	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Motorola	moto g ⁸ play	
Motorola	moto g ⁸ plus	Supports Depth API

Manufacturer	Model	Notes
Motorola	moto g ⁸ power	Supports Depth API
Motorola	moto g 5G	Supports Depth API
Motorola	moto g power	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Motorola	moto g pro	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Motorola	moto g stylus	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Motorola	moto g stylus (2020)	Supports Depth API
Motorola	motorola edge	Supports Depth API
Motorola	motorola edge plus	Supports Depth API
Motorola	motorola one	
Motorola	motorola one 5G	Supports Depth API
Motorola	motorola one action	
Motorola	motorola one fusion	Supports Depth API
Motorola	motorola one fusion+	Supports Depth API
Motorola	motorola one hyper	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Motorola	motorola one macro	
Motorola	motorola one power	
Motorola	motorola one vision	
Motorola	motorola one zoom	
Motorola	moto x ⁺	Requires Android 8.0 or later
Motorola	moto z ² force	Requires Android 8.0 or later
Motorola	moto z ³	
Motorola	moto z ³ play	
Motorola	moto z ⁴	
OnePlus	OnePlus 3T	Requires Android 8.0 or later
OnePlus	OnePlus 5	

Manufacturer	Model	Notes
OnePlus	OnePlus 5T	
OnePlus	OnePlus 6	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
OnePlus	OnePlus 6T	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
OnePlus	OnePlus 7	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
OnePlus	OnePlus 7 Pro	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
OnePlus	OnePlus 7 Pro 5G	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
OnePlus	OnePlus 7T	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
OnePlus	OnePlus 7T Pro	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
OnePlus	OnePlus 8	Supports Depth API
OnePlus	OnePlus 8 Pro	Supports Depth API
OnePlus	OnePlus 8T	Supports Depth API
OnePlus	OnePlus Nord	Supports Depth API
Oppo	A52	
Oppo	A72	
Oppo	A72 5G	
Oppo	A92	
Oppo	A92s	
Oppo	F11 Pro	
Oppo	F15	

Manufacturer	Model	Notes
Oppo	F17 Pro	
Oppo	Find X2	Supports Depth API
Oppo	Find X2 Pro	Supports Depth API
Oppo	K3	Supports multiple GPU texture resolutions - 1440x1080, 1280x960, 480p
Oppo	K5	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Oppo	R17 Pro	
Oppo	Reno	
Oppo	Reno2	Supports multiple GPU texture resolutions - 1440x1080, 1280x960, 480p
Oppo	Reno2 F	
Oppo	Reno2 Z	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Oppo	Reno3	
Oppo	Reno3 5G	Supports Depth API
Oppo	Reno3 A	
Oppo	Reno3 Pro	
Oppo	Reno3 Pro 5G	
Oppo	Reno4 4G	
Oppo	Reno 10x Zoom	Supports multiple GPU texture resolutions - 1440x1080, 1280x960, 480p
Oppo	Reno A	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Oppo	Reno Z	
realme	5	
realme	5 Pro	
realme	6	
realme	6 Pro	
realme	7	

Manufacturer	Model	Notes
realme	7i	
realme	7 Pro	
realme	Narzo 20 Pro	
realme	Q	
realme	X	
realme	X Lite	
realme	XT	
realme	X2	
realme	X2 Pro	
realme	X3 Super Zoom	
realme	X7 5G	
realme	X7 Pro 5G	
realme	X50 Pro	
realme	X50t 5G	
realme	V5 5G	
Samsung	Galaxy A3 (2017)	Requires Android 8.0 or later ARCore always runs with auto focus mode enabled on the rear facing camera Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Samsung	Galaxy A5 (2017)	Supports multiple GPU texture resolutions - 1440x1080, 960x720, 480p
Samsung	Galaxy A6 (2018)	
Samsung	Galaxy A7 (2017)	Some models only support OpenGL ES 3.0 and earlier
Samsung	Galaxy A7 (2018)	Some models only support OpenGL ES 3.0 and earlier Requires Android 9.0 or later
Samsung	Galaxy A8	
Samsung	Galaxy A8+ (2018)	
Samsung	Galaxy A20	

Manufacturer	Model	Notes
Samsung	Galaxy A20s	
Samsung	Galaxy A20e	
Samsung	Galaxy A30	
Samsung	Galaxy A30s	
Samsung	Galaxy A31	
Samsung	Galaxy A40	
Samsung	Galaxy A41	
Samsung	Galaxy A50	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Samsung	Galaxy A50s	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Samsung	Galaxy A51	
Samsung	Galaxy A51 5G	Supports Depth API
Samsung	Galaxy A60	
Samsung	Galaxy A70	
Samsung	Galaxy A70s	Requires Android 10 or later
Samsung	Galaxy A71	
Samsung	Galaxy A71 5G	Supports Depth API
Samsung	Galaxy A80	Supports Depth API
Samsung	Galaxy A90 5G	Supports Depth API
Samsung	Galaxy Fold	
Samsung	Galaxy Z Fold2 5G	Supports Depth API
Samsung	Galaxy J5 (2017)	SM-J530 models Some models only support OpenGL ES 3.0 and earlier Supports multiple GPU texture resolutions - 960x720, 480p
Samsung	Galaxy J5 Pro	SM-J530 models Some models only support OpenGL ES 3.0 and earlier Supports multiple GPU texture resolutions -

Manufacturer	Model	Notes
		960x720, 480p
Samsung	Galaxy J7 (2017)	SM-J730 models Some models only support OpenGL ES 3.0 and earlier Certain models only support OpenGL ES 3.1 and earlier
Samsung	Galaxy J7 Pro	SM-J730 models Some models only support OpenGL ES 3.0 and earlier Certain models only support OpenGL ES 3.1 and earlier
Samsung	Galaxy M20	Requires Android 10 or later
Samsung	Galaxy M21	
Samsung	Galaxy M30s	
Samsung	Galaxy M31	
Samsung	Galaxy M31s	
Samsung	Galaxy M51	
Samsung	Galaxy Note8	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
Samsung	Galaxy Note9	Supports Depth API
Samsung	Galaxy Note10	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
Samsung	Galaxy Note10 5G	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
Samsung	Galaxy Note10+	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
Samsung	Galaxy Note10+ 5G	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
Samsung	Galaxy Note10 Lite	
Samsung	Galaxy Note20 5G	Supports Depth API

Manufacturer	Model	Notes
Samsung	Galaxy Note20 Ultra 5G	Supports Depth API
Samsung	Galaxy S7	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Samsung	Galaxy S7 edge	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Samsung	Galaxy S8	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
Samsung	Galaxy S8+	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
Samsung	Galaxy S9 Exynos	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
Samsung	Galaxy S9 Qualcomm	Supports multiple GPU texture resolutions - 2048x1536, 1280x960, 480p Supports Depth API
Samsung	Galaxy S9+ Exynos	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
Samsung	Galaxy S9+ Qualcomm	Supports multiple GPU texture resolutions - 2048x1536, 1280x960, 480p Supports Depth API
Samsung	Galaxy S10e Exynos	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
Samsung	Galaxy S10e Qualcomm	Supports multiple GPU texture resolutions - 1440x1080, 1280x960, 480p Supports Depth API
Samsung	Galaxy S10 Exynos	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
Samsung	Galaxy S10 Qualcomm	Supports multiple GPU texture resolutions - 1440x1080, 1280x960, 480p Supports Depth API
Samsung	Galaxy S10+ Exynos	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p

Manufacturer	Model	Notes
		Supports Depth API
Samsung	Galaxy S10+ Qualcomm	Supports multiple GPU texture resolutions - 1440x1080, 1280x960, 480p Supports Depth API
Samsung	Galaxy S10 5G	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p Supports Depth API
Samsung	Galaxy S10 Lite	
Samsung	Galaxy S20	Supports Depth API
Samsung	Galaxy S20 5G	Supports Depth API
Samsung	Galaxy S20+	Supports Depth API
Samsung	Galaxy S20+ 5G	Supports Depth API
Samsung	Galaxy S20 Fan Edition	
Samsung	Galaxy S20 Fan Edition 5G	
Samsung	Galaxy S20 Ultra 5G	Supports Depth API
Samsung	Galaxy Tab A7	
Samsung	Galaxy Tab Active 3	
Samsung	Galaxy Tab Active Pro	
Samsung	Galaxy Tab S3	ARCore always runs with auto focus mode enabled on the rear facing camera
Samsung	Galaxy Tab S4	Supports multiple GPU texture resolutions - 1440x1080, 960x720, 480p
Samsung	Galaxy Tab S5e	
Samsung	Galaxy Tab S6	
Samsung	Galaxy Tab S6 Lite	
Samsung	Galaxy Tab S7	Supports Depth API
Samsung	Galaxy Tab S7+	Supports Depth API
Samsung	Galaxy XCover Pro	
Samsung	Galaxy Z Flip	
Samsung	Galaxy Z Flip 5G	Supports Depth API

Manufacturer	Model	Notes
Sharp	AQUOS R3	
Sharp	AQUOS R5G	
Sharp	AQUOS sense3	
Sharp	AQUOS sense3 basic	
Sharp	AQUOS sense3 plus	
Sharp	AQUOS sense4	Supports Depth API
Sharp	AQUOS sense4 basic	Supports Depth API
Sharp	AQUOS sense4 lite	Supports Depth API
Sharp	AQUOS zero2	
Sharp	AQUOS zero5G basic	Supports Depth API
Sharp	AQUOS zero5G basic DX	Supports Depth API
Sharp	S7	
Sony	Xperia XZ Premium	Requires Android 8.0 or later Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Sony	Xperia XZ1	Requires Android 8.0 or later
Sony	Xperia XZ1 Compact	Requires Android 8.0 or later
Sony	Xperia XZ2	Requires Android 8.0 or later with software update after Aug 2018 (security patch level 2018-08-05 or later) Supports Depth API
Sony	Xperia XZ2 Compact	Requires Android 8.0 or later with software update after Aug 2018 (security patch level 2018-08-05 or later) Supports Depth API
Sony	Xperia XZ2 Premium	Requires Android 8.0 or later with software update after Aug 2018 (security patch level 2018-08-05 or later) Supports Depth API
Sony	Xperia XZ3	Supports Depth API
Sony	Xperia 1	
Sony	Xperia 1 Professional Edition	

Manufacturer	Model	Notes
Sony	Xperia 1 II	Supports Depth API
Sony	Xperia 5	Supports Depth API
Sony	Xperia 5 II	Supports Depth API
TCL	10 5G UW	Supports Depth API
Tecno	Camon 12 Pro	
Tecno	Camon 16 Premier	
Tecno	Camon 16 Pro	
Tecno	Phantom 9	
Umx(Ultimate Mobile Experience)	U3AR	Device without Front Camera, doesn't support ARCore Front Camera
Vivo	Nex 3	Supports multiple GPU texture resolutions - 1440x1080, 1280x960, 480p
Vivo	Nex 3 5G	Supports multiple GPU texture resolutions - 1440x1080, 1280x960, 480p
Vivo	NEX S	
Vivo	NEX Dual Display Edition	
Vivo	iQOO 3 4G	
Vivo	iQOO 3 5G	
Vivo	V17	
Vivo	V20	
Vivo	V20 Pro	
Vivo	X23	
Vivo	X50	
Vivo	X50 Pro	
Vivo	X50e 5G	
Wiko	View 3 Pro	
Xiaomi	Mi 8	
Xiaomi	Mi 8 SE	

Manufacturer	Model	Notes
Xiaomi	Mi 9	
Xiaomi	Mi 9 Lite	
Xiaomi	Mi 9 SE	
Xiaomi	Mi 10	
Xiaomi	Mi 10 Lite 5G	Supports Depth API
Xiaomi	Mi 10 Lite Zoom	
Xiaomi	Mi 10 Pro	Supports Depth API
Xiaomi	Mi 10T Pro	
Xiaomi	Mi A3	
Xiaomi	Mi Mix 2S	Supports multiple GPU texture resolutions - 1920x1440, 1280x960, 480p
Xiaomi	Mi Mix 3	
Xiaomi	Mi Note 10	
Xiaomi	Mi Note 10 Lite	
Xiaomi	Pocophone F1	Supports Depth API
Xiaomi	POCO X2	
Xiaomi	POCO X3	
Xiaomi	POCO X3 NFC	
Xiaomi	POCO M2 Pro	
Xiaomi	Redmi K20	
Xiaomi	Redmi K20 Pro	
Xiaomi	Redmi K30	4G version only
Xiaomi	Redmi K30 Pro	
Xiaomi	Redmi Note 7	Supports multiple GPU texture resolutions - 1080p, 720p, 480p
Xiaomi	Redmi Note 7 Pro	
Xiaomi	Redmi Note 8	
Xiaomi	Redmi Note 8 Pro	

Manufacturer	Model	Notes
Xiaomi	Redmi Note 8T	
Xiaomi	Redmi Note 9 Pro	
Xiaomi	Redmi Note 9 Pro Max	
Xiaomi	Redmi Note 9S	
Zebra	ET51s 8" Enterprise Tablet	Supports Depth API
Zebra	ET56s 8" Enterprise Tablet	Supports Depth API
Zebra	TC52 WLAN Touch Computer	
Zebra	TC52x WLAN Touch Computer	Supports Depth API
Zebra	TC57 WWAN Touch Computer	
Zebra	TC57x WWAN Touch Computer	Supports Depth API
Zebra	TC72 WLAN Touch Computer	
Zebra	TC77 WWAN Touch Computer	

Anexo J – Lista de smartphones iOS compatíveis com ARCore



Universidade Federal de Pelotas
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
Curso Ensino e Aprendizagem dos Sólidos geométricos com RA

SISTEMA IOS - TUTORIAL DE VERIFICAÇÃO SE O SMARTPHONE SUPORTA RA

Observe a lista abaixo. Verifique se o modelo de seu *smartphone* ou *tablet* da Apple (sistema IOS) está nesta lista. Se estiver, o seu smartphone suporta a tecnologia de Realidade Aumentada.

Product	Model
iPhone	iPhone 11
iPhone	11 Pro
iPhone	11 Pro Max
iPhone	iPhone XR
iPhone	iPhone XS and XS Max
iPhone	iPhone X
iPhone	iPhone 8 and 8 Plus
iPhone	iPhone 7 and 7 Plus
iPhone	iPhone 6S and 6S Plus
iPhone	iPhone SE
IPad	IPad Air 3rd Generation
IPad	IPad mini 5th Generation
IPad	12.9-In. IPad Pro (1st Generation)
IPad	12.9-In. IPad Pro (2nd Generation)
IPad	12.9-In. IPad Pro (3rd Generation)
IPad	11-In. IPad Pro
IPad	10.5-In. IPad Pro
IPad	9.7-In. IPad Pro
IPad	IPad (7th Generation)
IPad	IPad (6th Generation)
IPad	IPad (5th Generation)
iPod	iPod touch (7th Generation)