

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
Centro de Desenvolvimento Tecnológico
Programa de Pós-Graduação em Computação

Dissertação

Uma Contribuição ao Int-FLBCC Explorando Consenso Fuzzy via Funções de Penalidade

Guilherme Bayer Schneider

Pelotas, 2022

Guilherme Bayer Schneider

Uma Contribuição ao Int-FLBCC Explorando Consenso Fuzzy via Funções de Penalidade

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Computação do Centro de Desenvolvimento Tecnológico da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

Orientador: Profa. Dra. Renata Hax Sander Reiser
Coorientador: Prof. Dr. Adenauer Corrêa Yamin

Pelotas, 2022

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação na Publicação

S358c Schneider, Guilherme Bayer

Uma contribuição ao Int-FLBCC explorando consenso fuzzy via funções de penalidade / Guilherme Bayer Schneider ; Renata Hax Sander Reiser, orientadora ; Adenauer Corrêa Yamin, coorientador. — Pelotas, 2022.
98 f.

Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Computação, Centro de Desenvolvimento Tecnológico, Universidade Federal de Pelotas, 2022.

1. Lógica fuzzy valorada intervalarmente. 2. Computação em nuvem. 3. Computação verde. 4. Análise de consenso. I. Reiser, Renata Hax Sander, orient. II. Yamin, Adenauer Corrêa, coorient. III. Título.

CDD : 005

Guilherme Bayer Schneider

Uma Contribuição ao Int-FLBCC Explorando Consenso Fuzzy via Funções de Penalidade

Dissertação aprovada, como requisito parcial, para obtenção do grau de Mestre em Ciência da Computação, Programa de Pós-Graduação em Computação, Centro de Desenvolvimento Tecnológico, Universidade Federal de Pelotas.

Data da Defesa: 13 de Abril de 2022

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Marilton Sanchotene de Aguiar (UFPel)

Doutor em Computação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Prof. Dr. Renato Marques Dilli (IFSul)

Doutor em Computação pela Universidade Federal de Pelotas.

Profa. Dra. Renata Hax Sander Reiser (UFPel) - Orientadora

Doutora em Computação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Prof. Dr. Adenauer Corrêa Yamin (UFPel) - Coorientador

Doutor em Computação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Dedico este trabalho principalmente minha família que me apoiou incondicionalmente em todo o desenvolvimento e também aos meus colegas que me auxiliaram em toda minha trajetória.

RESUMO

SCHNEIDER, Guilherme Bayer. **Uma Contribuição ao Int-FLBCC Explorando Consenso Fuzzy via Funções de Penalidade**. Orientador: Renata Hax Sander Reiser. 2022. 98 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Centro de Desenvolvimento Tecnológico, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2022.

A consolidação dinâmica de recursos nas infraestruturas disponibilizadas pelas Nuvens Computacionais é uma estratégia bastante utilizada para melhorar a eficiência energética na Computação em Nuvem (CN). Determinar quando é melhor realocar Máquinas Virtuais (MVs) de hosts sobrecarregados, ou que estejam com uma carga muito baixa, é um aspecto que influencia diretamente na utilização de recursos e na qualidade de serviço oferecida pela infraestrutura de CN. Enquanto etapa importante dos esforços de estudo e pesquisa, foi realizada uma Revisão Sistemática da Literatura através da formulação de uma string de pesquisa, um critério de inclusão e quatro critérios de exclusão. Ao final desta etapa, foram selecionados oito trabalhos, sendo apresentadas suas principais características e as estratégias usadas para o gerenciamento de recursos na CN. Considerando este contexto, este trabalho tem por objetivo a concepção de uma abordagem para a consolidação de recursos em um ambiente de CN, que considere o tratamento de informações relacionadas ao Poder Computacional, Custo de Comunicação e Consumo de Memória RAM. Para tal, a abordagem proposta estende o *Int-FLBCC*, que consiste em uma abordagem de Lógica Fuzzy Valorada Intervalarmente, acrescentando um grau de confiabilidade aos resultados obtidos com uma avaliação através de medidas de consenso. Foram feitas avaliações explorando duas frentes: (i) onde são exploradas medidas de consenso e penalidades em valores fuzzy, a partir das funções de pertinência; e (ii) que considera a imprecisão inerente aos conjuntos fuzzy valorados intervalarmente referente às variáveis de entrada e saída. As avaliações realizadas apontam resultados promissores no tratamento da imprecisão através das funções desenvolvidas no *Int-FLBCC*, e ainda, em virtude da exploração do consenso fuzzy, é gerada uma maior confiabilidade no tratamento da incerteza presente nas informações capturadas de uma infraestrutura típica de CN.

Palavras-chave: Lógica Fuzzy Valorada Intervalarmente. Computação em Nuvem. Computação Verde. Análise de Consenso.

ABSTRACT

SCHNEIDER, Guilherme Bayer. **A Contribution to the Int-FLBCC Exploring Fuzzy Consensus via Penalty Functions**. Advisor: Renata Hax Sander Reiser. 2022. 98 f. Dissertation (Masters in Computer Science) – Technology Development Center, Federal University of Pelotas, Pelotas, 2022.

The dynamic consolidation of resources in the infrastructures provided by Computing Clouds is a widely used strategy to improve energy efficiency in Cloud Computing. Determining when it is best to relocate Virtual Machines (VMs) from overloaded hosts, or that are under a very low load, is an aspect that directly influences resource utilization and the quality of service offered by the CN infrastructure. As an important step in the study and research efforts, a Systematic Literature Review was carried out through the formulation of a search string, an inclusion criterion and four exclusion criteria. At the end of this stage, eight works were selected, presenting their main characteristics and the strategies used to manage resources in the NC. In this scenario, this work aims to design an approach for the consolidation of resources in a NC environment, which considers the treatment of information related to Computing Power, Communication Cost and RAM Consumption. Based on these features, the proposed approach extends the *Int-FLBCC*, which consists of an Interval Valued Fuzzy Logic approach, adding a degree of reliability to the results obtained with an evaluation through consensus measures. Evaluations were carried out exploring two fronts: (i) where consensus measures and penalties in fuzzy values are explored, based on membership functions; and (ii) which considers the imprecision inherent to the Interval Valued Fuzzy Sets related to input and output variables. The resulted evaluations point to promising results in the treatment of imprecision through the functions developed in *Int-FLBCC*, and also, due to the exploitation of fuzzy consensus, greater reliability is generated in the treatment of the uncertainty present in the information captured from an infrastructure typical of Cloud Computing.

Keywords: Interval Valued Fuzzy Logic. Cloud Computing. Green Computing. Consensus Analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Serviços oferecidos em CN (BATISTA, 2016)	21
Figura 2	Arquitetura de Camadas do CloudSim. Adaptado de (HOUSSEIN et al., 2021)	24
Figura 3	Taxonomia do gerenciamento de recursos. Adaptado de (BELO-GLAZOV, 2013)	25
Figura 4	Fluxograma das Etapas da RSL	44
Figura 5	Modelo adotado para as Funções de Pertinência dos Conjuntos Fuzzy.	63
Figura 6	Visão geral das funcionalidades do <i>Int-FLBCC</i>	64
Figura 7	Visão geral das entradas e saídas do <i>Int-FLBCC</i>	65
Figura 8	PC na escala padrão	66
Figura 9	RAM na escala padrão	67
Figura 10	CC na escala padrão	68
Figura 11	U na escala padrão	68
Figura 12	Processo de Fuzzificação do <i>Int-FLBCC</i>	69
Figura 13	Processo de Inferência do <i>Int-FLBCC</i>	71
Figura 14	Fluxograma dos processos operacionais do <i>Int-FLBCC</i>	72
Figura 15	Análise Consensual para T1FS via agregação por média aritmética.	76
Figura 16	Análise consensual para T1FS com agregação pela média exponencial.	76
Figura 17	C_{AM} para a Modelagem Fuzzy T2 e Diferentes REF.	78
Figura 18	C_{exp} para a Modelagem Fuzzy T2 e Diferentes REF.	78
Figura 19	Consensos entre Conjuntos Fuzzy para a mesma VL e para os Valores Superiores e Inferiores considerando os Agregadores AM (a) e exp (b) para a $Ref_{f_{ }}(x, y)$	80
Figura 20	Análise consensual via penalidade, aplicando a função $Ref_{I_{LK}}(x, y)$ e agregador AM	81
Figura 21	Penalidade da função $Ref_{f_{ }}(x, y)$ utilizando o agregador AM	84

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Comparação dos Trabalhos Considerando Estratégia, Problema, Melhoria e as Limitações de cada Projeto	50
Tabela 2	Comparação dos Trabalhos Considerando Ferramentas Utilizadas, Variáveis de Entrada (Ent) e Saída (Sai), Métodos de Fuzzificação (Fuz), Inferência (Inf) e Defuzzificação (Def), e ainda, Conectivos (Con) Utilizados em Cada Aplicação.	51
Tabela 3	Funções de Pertinência PC	66
Tabela 4	Funções de Pertinência RAM	67
Tabela 5	Funções de Pertinência CC	68
Tabela 6	Funções de Pertinência U	69
Tabela 7	Base de Regras Int-FLBCC	70
Tabela 8	Análise Consensual para T1FS com média aritmética como método de agregação	75
Tabela 9	Análise Consensual para T1FS com média exponencial como método de agregação	75
Tabela 10	Análise Consensual para IVFS com Média Aritmética como método de agregação.	77
Tabela 11	Análise Consensual para IVFS e com Média Exponencial Como Método de Agregação.	79
Tabela 12	Intervalos utilizados para definir os pesos.	81
Tabela 13	Penalidade da função $Ref_{LK}(x, y)$ utilizando o agregador AM	81
Tabela 14	Análise consensual via penalidade, aplicando $Ref_{f_{ }}(x, y)$ e agregador AM.	83

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CN	Computação em Nuvem
CC	Custo de Comunicação
CPU	<i>Central Processing Unit</i>
CE	Critérios de Exclusão
CI	Critérios de Inclusão
DOI	<i>Digital Object Identifier</i>
DTFA	<i>Dynamic Threshold-based Fuzzy Approach</i>
DVFS	<i>Dynamic Voltage and Frequency Scaling</i>
EAF	<i>Extended Aggregation Function</i>
FS-FCM	<i>Fuzzy Consensus Measures for Fuzzy Set</i>
I/O	<i>Input/Output</i>
IVFL	Lógica Fuzzy Valorada Intervalarmente
LF	Lógica Fuzzy
LFT1	Lógica Fuzzy tipo-1
LFT2	Lógica Fuzzy tipo-2
MIPS	<i>Millions of Instructions Per Second</i>
MV	Máquina Virtual
MCDM	<i>Multiple criteria decision making</i>
PC	Poder Computacional
QAM	<i>Quasi-Arithmetic Mean</i>
QoS	<i>Quality of Service</i>
RAM	<i>Random Access Memory</i>
REF	<i>Restricted Equivalence Functions</i>
RSL	Revisão Sistemática da Literatura
SLA	<i>Service Level Agreement</i>
SLO	<i>Service Level Objective</i>

SO	Sistema Operacional
TCF	Teoria dos Conjuntos Fuzzy
U	Utilização

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Objetivos	16
1.2	Organização do texto	17
2	COMPUTAÇÃO EM NUVEM: CONCEITOS E TECNOLOGIAS	19
2.1	Principais Características	19
2.2	Estruturação dos Modelos de Serviço	20
2.3	Desafios de Pesquisa Relevantes	21
2.3.1	Provisionamento automatizado de serviços	21
2.3.2	Migração de Máquina Virtual	22
2.3.3	Consolidação de servidores	22
2.3.4	Gerenciamento de Energia	22
2.4	Simuladores	22
2.4.1	Simulador CloudSim	24
2.5	Gerenciamento de Recursos para Eficiência Energética	25
3	LÓGICA FUZZY: FUNDAMENTOS CONCEITUAIS	27
3.1	Lógica Fuzzy	28
3.1.1	Conectivos da Lógica Fuzzy	28
3.1.2	Funções de Agregações	30
3.2	Funções de Equivalência Restritas	33
3.2.1	Geração de Operadores $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF	34
3.3	Medidas de Consenso	37
3.4	Medidas de Consenso sobre Conjuntos Fuzzy	40
3.4.1	$\mathcal{L}_{\mathcal{F}_X}$ -FCM via Funções de Agregação	41
4	TRABALHOS RELACIONADOS	42
4.1	Explorando a RSL na Construção do Estado da Arte	42
4.2	Caracterização dos Trabalhos Relacionados	44
4.3	Discussão dos Trabalhos Relacionados	49
5	INT-FLBCC: VISÃO GERAL E MODELAGEM	52
5.1	Estratégias e Métodos	52
5.1.1	FCM-Metodologias: Conceituação Formal de Funções de Penalidades	53
5.1.2	FS-FCM Metodologias: Construção de Medidas de Consenso no Reti- culado de Valores Fuzzy	57
5.1.3	$\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM via Somas Convexas	57
5.1.4	$\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM via Automorfismos	57

5.1.5	$\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM via Agregações de Funções $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF	57
5.1.6	$\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM via Funções de Quase-overlap e Implicações Fuzzy	59
5.1.7	$\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM via Agregação de Funções de Penalidades	60
5.2	Modelagem do Sistema Fuzzy	62
5.2.1	Base de Dados e Definição das Funções de Pertinência	63
5.2.2	Fuzzificação	68
5.2.3	Base de regras	69
5.2.4	Inferência	71
5.2.5	Defuzzificação	71
5.3	Visão Geral dos Procedimentos Operacionais do Int-FLBCC	72
6	INT-FLBCC: AVALIAÇÃO VIA ANÁLISE CONSENSUAL	74
6.1	Estudo de Caso 1: Análise tipo-1 via FS-FCM Metodologias	74
6.2	Estudo de Caso 2: Análise tipo-2 via FS-FCM Metodologias	77
6.3	Estudo de Caso 3: Análise dos Conjuntos Fuzzy via FS-FCM Metodologias	79
6.4	Estudo de Caso 4: Análise via Metodologia FS-FCM baseada em Funções de Penalidades	80
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	85
7.1	Principais Contribuições	85
7.1.1	Estudo de Tendências e Princípios da Computação em Nuvem	85
7.1.2	Revisão Sistematizada de Trabalhos Relacionados no Contexto da CN	85
7.1.3	Estruturação Lógica Multivalorada para Modelagem da Incerteza e Imprecisão no Contexto da CN	86
7.1.4	Consolidação do Componente Inf-FLBCC via Análise Consensual	86
7.2	Publicações Realizadas	88
7.2.1	Congressos	88
7.2.2	Revistas	89
7.3	Trabalhos Futuros	89
	REFERÊNCIAS	91

1 INTRODUÇÃO

A sinergia tanto das principais tecnologias para processamento e armazenamento de dados bem como das comunicações entre organizações e pessoas via redes de computadores está fortemente focada na busca pela eficiência energética. E, tem-se incentivado pesquisas em torno de alternativas para o gerenciamento de recursos no paradigma da computação em nuvem (CN).

Neste contexto, a CN consolida-se como um modelo computacional permeando acesso conveniente, ubíquo e sob demanda de agrupamento de recursos em redes computacionais, promovendo armazenamento e desenvolvimento de aplicações e serviços que podem ser rapidamente alocados e/ou liberados e também, minimizando custo via grande potencial de interação confiável e eficiente com provedores (GOURISARIA et al., 2020).

Contudo, o gerenciamento eficiente de energia na CN trouxe novos desafios de pesquisa (MAENHAUT et al., 2020), destacando-se o provisionamento automatizado de serviços, a migração de máquinas virtuais (MV) e a consolidação de servidores. Aliado a tais desafios, tem-se ainda a necessidade da implementação de sistemas robustos à incerteza para tratamento das informações extraídas do ambiente de CN, sendo essa uma área de pesquisa relevante para consolidação de recursos computacionais Tariq et al. (2020).

Com a demanda para o tratamento do conhecimento incerto (impreciso e possivelmente ubíquo) em ambientes de CN, faz-se necessário a formal caracterização de modelos lógicos matemáticos para raciocínio dedutivo.

De acordo com Sola et al. (2015), Zadeh formaliza a teoria dos conjuntos fuzzy em 1965 considerando a noção de graus de pertinência dos elementos de um universo de contexto. No desenvolvimento das aplicações, surge a indeterminação associada ao valor exato para grau de pertinência de cada elemento em um conjunto fuzzy.

O tema de pesquisa desta dissertação foca na integração de três contextos, descritos logo a seguir:

- (i) Desenvolvimento de ambiente controlado para CN, explorando o recurso de simulação, visando robustez e otimizações na utilização dos recursos computacio-

nais. Consideramos então a aplicação de simuladores para validação via testes confiáveis e de fácil reprodutibilidade para algoritmos de gerenciamento da área;

- (ii) Abordagem lógica para tratamento da incerteza. Consideramos neste contexto a fundamentação da Lógica Fuzzy e de aplicações que fazem uso de suas extensões multivaloradas, como a Lógica Fuzzy Valorada Intervalarmente (IVFL), integrando conceitos da Teoria dos Conjuntos Fuzzy (FST) e da Matemática Intervalar (HICKEY; JU; EMDEN, 2001),
- (iii) Análise consensual fuzzy via grupos de especialistas, abordando a tomada de decisão baseada em múltiplos critérios relativos a atributos e variáveis associadas a CN. Esta abordagem será formalizada por medidas de consenso, via agregadores fuzzy e relações de equivalência restrita, e funções de penalidades.

Para alcançar as vantagens no desenvolvimento de simuladores para implementação de ambientes controlados da CN, como descrito em (MANSOURI; GHAFARI; ZADE, 2020), destacam-se os seguintes desafios:

- (i) Minimizar custos operacionais, pela a validação e desenvolvimento de testes via software;
- (ii) Promover maior diversidade de testes, repetíveis e controláveis;
- (iii) Fornecer uma avaliação baseada em ambientes heterogêneos, que façam tratamento de incertezas e imprecisões de forma consensual e realística.

Dentre os simuladores citados em (BYRNE et al., 2017), nossas escolhas foram motivadas pelo seguintes aspectos:

- (i) Aplicação ampla em propostas científicas;
- (ii) Disponibilização e acessibilidade ao referencial teórico do simulador; e, principalmente,
- (iii) Viabilidade e abrangência quanto ao ponto principal da proposta incluindo a apresentação de modelo energético consolidado.

As avaliações dos métodos propostos são implementadas via CloudSim (CALHEIROS et al., 2011), com suporte à simulação energética, com baixa utilização de memória, possibilitando a simulação de grandes *data centers* contendo, nativamente, diversas políticas de alocação e escalonamento de MV, que podem ser integradas a sistemas de inferência fuzzy e extensões valoradas intervalarmente.

Em (SAMBUC, 1975), os conjuntos fuzzy valorados intervalarmente são apresentados como formalizações matemáticas que podem contribuir significativamente para

o problema de determinação dos valores exatos de pertinência dos elementos, interpretando dados intervalares em um sistema de inferência fuzzy.

O desafio nesta abordagem lógica é determinar o grau de pertinência dentro do intervalo unitário $[0, 1]$, via uso de múltiplos especialistas e considerando diversos atributos. Nos sistemas de inferência baseados em IVFL, cada intervalo indica que os especialistas podem diferir em suas opiniões, mas é possível identificar um limite inferior e superior para o grau de pertinência de um elemento em cada conjunto fuzzy, embora não possam concordar em determinar exatamente um único valor. Quanto mais próximas as opiniões, menor o diâmetro do intervalo e maior a acordância das avaliações.

E assim, tal contexto de modelagem da incerteza na especificidade e determinação das funções de pertinência associadas às variáveis em contexto é plenamente compatível com os modelos para CN.

Na fundamentação da IVFL e correspondente a análise consensual (ALCALDE-UNZU; VORSATZ, 2011) via aplicação de medidas de consenso (BELIAKOV; CALVO; JAMES, 2014a), o desafio está em contribuir para modelos baseados em múltiplos atributos baseada em grupo de especialistas, nas avaliações e critérios para consolidação de recursos na CN.

E ainda, na comparação em listas de prioridades de recursos valoradas por intervalos, o componente uso de ordens admissíveis (ZAPATA et al., 2017) e comparação de resultados para tomada de decisão. Outro desafio da proposta integra a modelagem de ambiente de simulação para CN, promovendo ao usuário que espera uma experiência satisfatória do serviço, e no outro lado, as empresas, que não desejam ter gastos desnecessários em energia.

1.1 Objetivos

Esta dissertação tem como objetivo geral o desenvolvimento de uma abordagem para análise consensual fuzzy.

A Consolidação de uma avaliação consensual para a inferência fuzzy, focando na etapa de fuzzificação das variáveis via CN-contexto, a qual será validada junto ao componente *Int-FLBCC* (MOURA et al., 2019/08) – ambiente responsável por verificar as prioridades de nível de host no balanceamento de carga em ambiente de computação em nuvem.

Esta extensão do componente *Int-FLBCC* visa a consolidação dinâmica de recursos em um ambiente de CN, explorando a alocação de MV a partir da avaliação consensual e tratamento das informações relacionadas ao poder computacional (PC), custo de comunicação (CC) e consumo de RAM nos recursos computacionais envolvidos.

Para tal, essa abordagem empregou Lógica Fuzzy Valorada Intervalarmente, juntamente com uso de ordens admissíveis, medidas de consenso e funções de penalidades, tratando tanto o regime de incerteza destas informações, quanto a imprecisão das computações envolvidas.

Considerando este objetivo geral, os objetivos específicos que se destacaram são listados na sequência:

- Caracterizou-se os principais conceitos sobre Lógica Fuzzy, considerando o contexto do trabalho a ser desenvolvido;
- Sistematizaram-se conceitos referentes ao gerenciamento de recursos na CN;
- Foi concebido, empregando o simulador Juzzy, o sistema de inferência fuzzy intervalar com o uso de medidas de consenso;
- Foi explorado o simulador CloudSim os modelos computacionais a serem concebidos para as diferentes infraestruturas da CN a serem empregadas na avaliação da pesquisa;
- Sistematizar trabalhos relacionados aplicados a consolidação de recursos num ambiente de CN que empreguem LF, construindo o estado da arte na área;
- Divulgar ante a comunidade científica os resultados atingidos pela pesquisa através de publicações em eventos e/ou jornais especializados da área.

1.2 Organização do texto

Este trabalho está organizado em sete capítulos. No Capítulo 2 são apresentados os principais conceitos, características, desafios, modelos de serviço e simuladores da CN.

O Capítulo 3 introduz conceitos sobre a teoria de conjuntos fuzzy, funções de equivalência restritas, funções de penalidade fuzzy, teoria dos conjuntos fuzzy valorados intervalarmente e sistemas baseados em regras fuzzy.

O Capítulo 4 apresenta a revisão sistemática da literatura desenvolvida pelo grupo, onde são identificados alguns trabalhos que propõem estratégias fuzzy para o gerenciamento de recursos na computação em nuvem empregando a consolidação dinâmica de servidores. Além disso, são apresentadas as principais características de cada trabalho selecionado, sendo realizada uma análise comparativa entre eles.

Na continuidade, o Capítulo 5 apresenta a concepção da estratégia Int-FLBCC, proposta dessa dissertação, onde é apresentados os conceitos de medidas de consenso com penalidade e penalidade ponderada. Também é descrita a base arquitetural do

Int-FLBCC, onde destacamos os principais aspectos para a concepção, modelagem e prototipação do sistema fuzzy.

O Capítulo 6 apresenta a avaliação do Int-FLBCC, que foi dividida em quatro estudos de caso.

Concluindo este texto, no Capítulo 7 são feitas as considerações finais, onde é apresentado as principais conclusões, publicações realizadas e as sugestões de trabalhos futuros.

2 COMPUTAÇÃO EM NUVEM: CONCEITOS E TECNOLOGIAS

Com o rápido desenvolvimento das tecnologias de processamento e armazenamento da informação juntamente com a busca por maximizar o consumo energético dos provedores, intensificam-se a pesquisa por novas alternativas frente aos paradigmas antigos de computação.

Neste contexto, surgem modelos computacionais para Computação em Nuvem, nos quais recursos são disponibilizados de acordo com o tempo de usabilidade. Sendo assim, tem-se a possibilidade de haver minimizar custos e flexibilidade de compartilhamento. Como no caso, por exemplo, de um determinado servidor ser utilizado por um determinado número de horas, associando-se o custo pelo período de uso predeterminado, e não por uma mensalidade prefixada.

Apesar do atual destaque dado a pesquisa em CN, seus fundamentos e suas tecnologias já vem sendo discutidos pela comunidade acadêmica, desenvolvedores e profissionais da computação e das engenharias (HAMDAQA; TAHVILDARI, 2012). Observa-se que, já em 1960, John McCarthy acreditava que um dia corporações conseguiriam vender recursos computacionais como “commodity” (HOLICK et al., 2011).

O surgimento da CN causou um grande impacto nas indústrias de tecnologias, em especial distribuição e gerenciamento de informação. Neste aporte, grandes empresas, como Google, Amazon e Microsoft, constantemente batalham para terem um ambiente de CN mais potente e confiável e, mais recentemente, com relevância na pesquisa que busca a eficiente energeticamente.

O objetivo deste capítulo é apresentar um estudo sobre a CN, suas características, definições, desafios e simuladores.

2.1 Principais Características

A NIST (National Institute of Standards and Technology) em “The NIST Definition of Cloud Computing” (MELL; GRANCE, 2011) define a CN nos termos abaixo:

"A Computação em Nuvem é um modelo que permite o acesso conveniente, ubíquo

e sob demanda de um agrupamento de recursos computacionais, como por exemplo, rede, servidores, armazenamento, aplicações e serviços que podem ser rapidamente alocados e liberados com esforço mínimo de gerenciamento ou interação com o provedor de serviços."

Este modelo de CN é composto de cinco características essenciais, três modelos de serviço e quatro modelos de desenvolvimento.

Em (MELL; GRANCE, 2011) os autores descrevem a CN como composta de cinco características essenciais, que são reapresentadas nessa seção.

- **Autoatendimento Sob Demanda:** Um consumidor pode provisionar unilateralmente recursos de computação, como tempo do servidor e armazenamento de rede, conforme necessário, sem exigir interação com cada provedor de serviços.
- **Ampla acesso à rede:** Os recursos estão disponíveis na internet e são acessados através de mecanismos padrões que possibilitam o uso em plataforma heterogêneas (integrando, telefones celulares, tablets, notebooks e estações de trabalho).
- **Agrupamento de recursos:** Os recursos de computação do provedor são agrupados para atender a vários consumidores usando um modelo de multilocação, com diferentes recursos físicos e virtuais atribuídos e reatribuídos dinamicamente de acordo com a demanda do consumidor.
- **Elasticidade Rápida:** Os recursos podem ser provisionados e liberados elasticamente, em alguns casos automaticamente, de acordo com a demanda. Para o consumidor, os recursos disponíveis para provisionamento geralmente parecem ilimitados e podem ser apropriados em qualquer quantidade e a qualquer momento.
- **Serviços mensurados:** O uso de recursos que podem ser monitorados, controlados e relatados, proporciona transparência tanto para o fornecedor quanto para consumidor do serviço utilizado.

2.2 Estruturação dos Modelos de Serviço

A CN em provê serviços sob demanda por meio da Internet (CHIEU et al., 2009). Para prover esses serviços a CN é dividida em três categorias as quais são apresentadas na Figura 1 e detalhadas logo a seguir.



Figura 1 – Serviços oferecidos em CN (BATISTA, 2016)

- **Software as a Service (Saas)**

Modelo em que o *software* é oferecido por um provedor de serviços, disponível sob demanda, geralmente por meio de um navegador *Web*.

- **Platform as a Service (PaaS)**

Modelo intermediário em que o software é normalmente desenvolvido através de API's fazendo com que o foco se concentre somente no desenvolvimento do software, salvo algumas configurações necessárias no ambiente.

- **Infrastructure as a Service (IaaS)**

Modelo em que o hardware é abstraído do usuário através de MVs, fazendo com que o usuário não precise se preocupar com aspectos relacionados a parte física, como servidores e redes.

2.3 Desafios de Pesquisa Relevantes

Apesar da CN estar amplamente presente na indústria e no desenvolvimento tecnológico, diversas propostas de pesquisa vem sendo consideradas. Nesta seção são apresentados principais desafios da área abordados na literatura (ZHANG; CHENG; BOUTABA, 2010).

2.3.1 Provisionamento automatizado de serviços

Consiste em alocar e realocar MV de acordo com a necessidade do cliente. As realocações devem ser feitas respeitando os *SLO (Service Level Objective)* do ambiente e buscando minimizar o custo operacional. Contudo, não é fácil determinar como

mapear SLOs para cumprir requisitos de QoS, como por exemplo, definir a utilização da CPU e memória, pois essas oscilam a cada segundo. Justifica-se a necessidade de constantes atualizações e otimizações no sistema *online* para lidar com esses provisionamentos.

2.3.2 Migração de Máquina Virtual

A virtualização trouxe diversas vantagens para a CN, como a possibilidade da criação de MVs com o intuito de balancear a carga por todo o *data center*, e ainda, possibilitando robustez e rápida resposta de provisionamento em *data centers*.

Os principais benefícios da migração de MVs são otimizar uso dos recursos, no entanto, isso não é uma tarefa simples. Atualmente, a detecção de picos de carga de trabalho e o início de uma migração não têm a agilidade necessária para responder às mudanças súbitas e dinâmicas de carga de trabalho.

2.3.3 Consolidação de servidores

A consolidação de servidores é uma maneira eficaz de maximizar a utilização de recursos enquanto minimizamos o consumo energético do ambiente de CN. A técnica de migrar MV em tempo real é constantemente utilizada para consolidar MVs que estão alocadas em múltiplos servidores, frequentemente subutilizados. A migração para um único servidor, viabiliza que os outros servidores possam ser desligados. Contudo, o problema de consolidação de servidores em um data center é constantemente avaliado como uma variante do problema do empacotamento (*bin-packing*), apresentado com um problema computacional NP-Difícil (FERDAUS et al., 2014) e amplamente conhecido.

2.3.4 Gerenciamento de Energia

Melhorar a eficiência energética é outra questão importante na CN. E empresas de TI estão sobre constante pressão, visando novas tecnologias que permitem diminuir o consumo energético, não só pela questão financeira mas sobretudo para cumprir as regulamentações governamentais e os padrões ambientais.

2.4 Simuladores

Uma das desvantagens da CN está na sua modelagem de ambientes de testes. O usuário final, que espera uma experiência satisfatória do serviço, e no outro lado, as empresas, que não desejam ter gastos desnecessários em energia ou compra demasiada de equipamentos.

Com o intuito de solucionar esse problema foram desenvolvidos simuladores para auxiliar na implementação de ambientes de CN controlados. Há muitos benefícios em

utilizarmos simuladores como bem descrito em (AHMED; SABYASACHI, 2014), com destaque nos apresentados na sequência:

- (i) Custo Mínimo: considere o desenvolvimento via software, gerando muito menor custo quando comparando com hardware.
- (ii) Repetível e controlável: podemos testar diversificando os testes por várias vezes até obtermos a saída desejável.
- (iii) Ambientes heterogêneos: fornece avaliação para cenário diversificados sob diferentes cargas de trabalho e medição de custos.

Dentre os simuladores citados em (AHMED; SABYASACHI, 2014), nossas escolhas foram motivadas pelo seguintes aspectos: (i) ter amplo emprego científico, (ii) disponibilizar referencial teórico, e principalmente abranger o ponto principal, (iii) apresentar um modelo energético consolidado. Os três simuladores e suas principais características são ressaltadas a baixo:

- GreenCloud, Proposto em (KLIASOVICH; BOUVRY; KHAN, 2012) e apresentando um simulador projetado para cálculo do consumo de energia em qualquer componente específico do *data center* como *link*, *switch*, *gateway*, etc. Porém, requerendo muita memória e tempo de simulação sendo, então recomendado somente para pequenos *data centers*;
- CloudAnalyst, Proposto em (WICKREMASINGHE; CALHEIROS; BUYYA, 2010) e apresentado um simulador projetado para avaliar a performance e o custo de grandes ambientes de CN distribuídos em diferentes locais e manipulando enorme carga de trabalho do usuário, tem uma interface gráfica que facilita a visualização dos dados através de gráficos
- CloudSim, Proposto em (CALHEIROS et al., 2011) e apresentado como simulador com a maior popularidade no contexto de uma comunidade ativa, possibilitando a modelagem e criação de grandes *data centers*, número ilimitado de MVs e suportando o importante recurso do modelo, referido como *pay-as-you-go* da CN.

Com o estudo dos simuladores atuais, em especial os três citados acima o simulador escolhido para implementação foi o CloudSim (CALHEIROS et al., 2011) devido ao seu suporte a simulação energética, baixa utilização de memória possibilitando a simulação de grandes *data centers* e por já conter nativamente diversas políticas de alocação e escalonamento de MVs.

2.4.1 Simulador CloudSim

A Figura 2 mostra o projeto de várias camadas da estrutura do software CloudSim e seus componentes de arquitetura. O CloudSim suporta várias funcionalidades, como enfileiramento e processamento de eventos, criação de entidades do ambiente de CN, como: serviços, *hosts*, *data center*, *broker*, MVs, incluindo ainda comunicação entre componentes e gerenciamento do relógio de simulação.

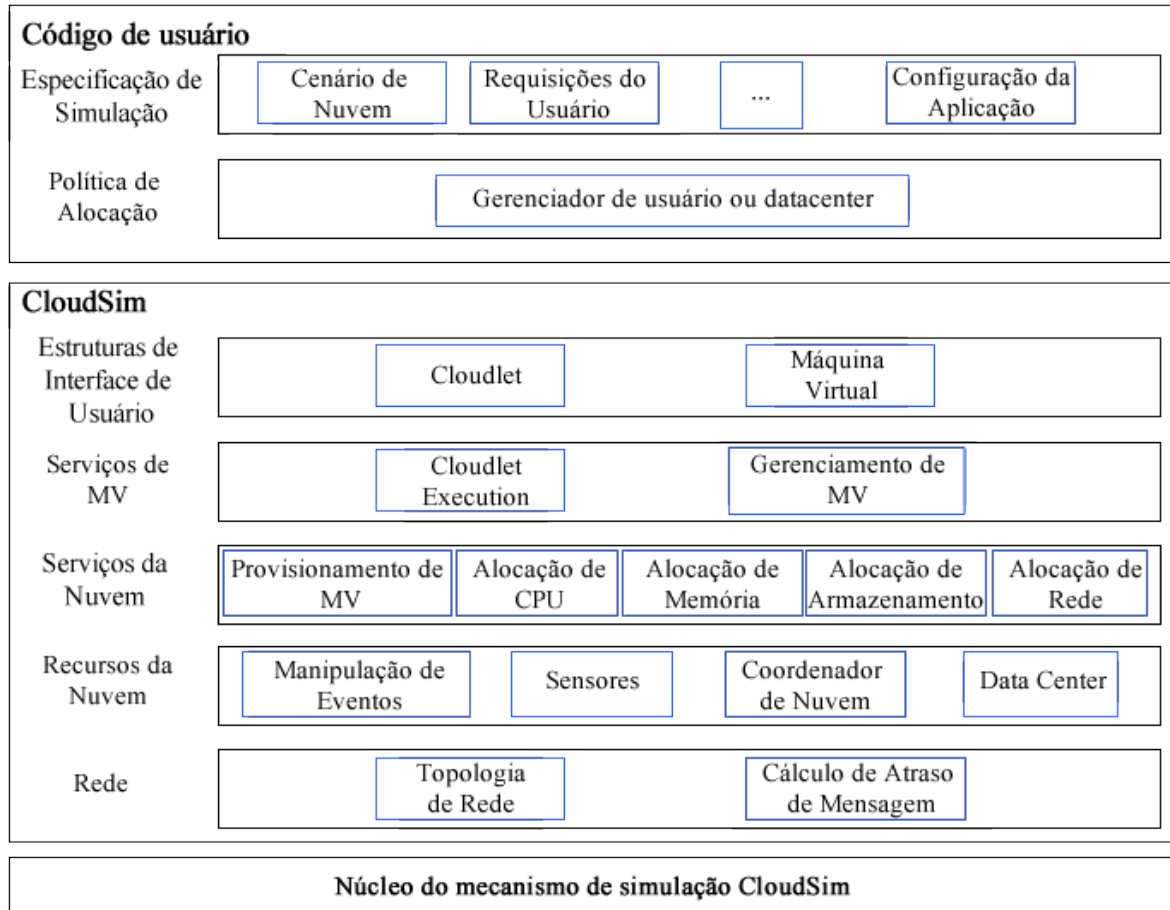


Figura 2 – Arquitetura de Camadas do CloudSim. Adaptado de (HOUSSEIN et al., 2021)

A camada de simulação do CloudSim fornece suporte para modelagem e simulação de ambientes de *data center* virtualizados baseados em nuvem, incluindo interfaces de gerenciamento dedicadas para MVs, memória, armazenamento e largura de banda. Os problemas fundamentais, como provisionamento de hosts para MVs, gerenciamento de execução de aplicativos e monitoramento do estado dinâmico do sistema, também são tratados por essa camada.

Além destes recursos, esta camada também expõe as funcionalidades para o desenvolvimento de aplicativos, executando perfis de carga de trabalho complexos e estudos de desempenho de aplicativos. A camada mais superior na pilha do CloudSim é o Código de usuário, disponibilizando entidades básicas para hosts como (número de máquinas, suas especificações e outras), suporte a aplicativos (número de tarefas

e seus requisitos), MVs, número de usuários e seus tipos de aplicativo e políticas de escalonamento.

O CloudSim foi escolhido para emprego neste trabalho considerando sua ampla aceitação e uso pela comunidade científica. Além disto, fornece em sua estrutura as funcionalidades para o emprego na avaliação energética, da mesma forma proporciona facilidade no controle do ambiente simulado.

2.5 Gerenciamento de Recursos para Eficiência Energética

Em (BELOGLAZOV, 2013), define-se uma taxonomia das técnicas para gerenciamento de ambiente de CN que busca a eficiência energética. Essa taxonomia é reapresentada na Figura 3. A taxonomia está dividida em duas principais classes na qual fazem o tratamento do consumo energético de duas formas distintas. (i) modo estático, e (ii) dinâmico.

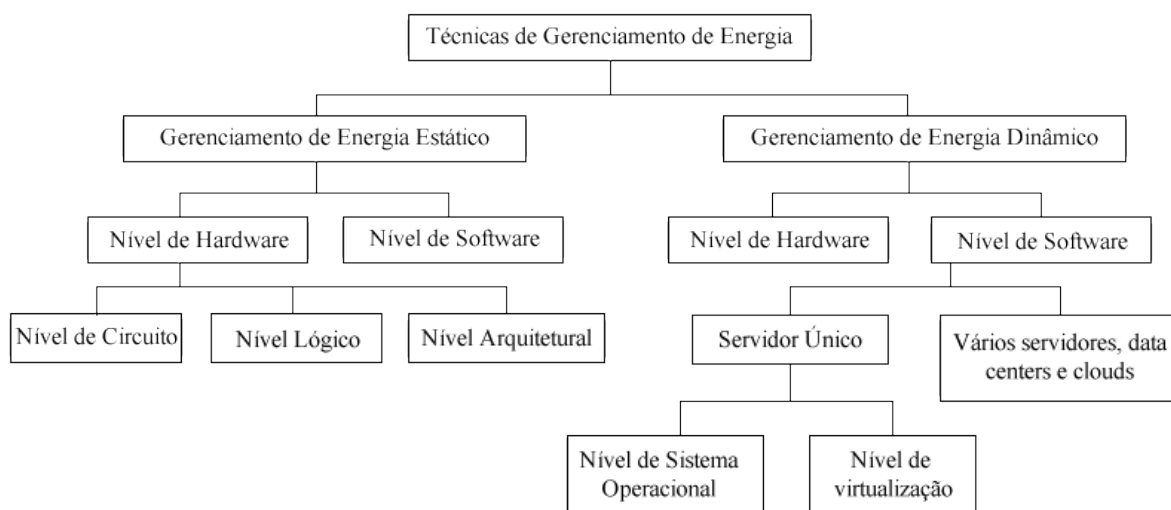


Figura 3 – Taxonomia do gerenciamento de recursos. Adaptado de (BELOGLAZOV, 2013)

As técnicas estáticas contêm todas aquelas otimizações que são implementadas a nível de hardware, sendo estas desenvolvidas no projeto dos circuitos, da parte lógica, arquitetônica ou sistêmica.

Aprimoramentos a nível de circuito tem como objetivo a redução da alteração do estado (ligado/desligado) de transistores e portas lógicas, essas otimizações são obtidas através do desenvolvimento de projetos complexos de desenho de portas, e incluindo o redimensionamento dos transistores.

Otimizações a nível lógico tem como objetivo diminuir a redução da alteração do estado (ligado/desligado) dos circuitos sequenciais. Otimizações a nível arquitetônico incluem análise do desenho do sistema para posterior aplicação de técnicas de otimização energética. Porém, para essas otimizações a nível de hardware surtirem efeito

é essencial considerar a implementação de programas específicos para serem executados, pois mesmo com otimizações a nível de hardware, um programa que não satisfaz as propriedades desse hardware pode trazer degradação de desempenho, e redução da eficiência energética.

Como apresentado na Seção 2.1, a CN tem como objetivo abstrair a manipulação física dos servidores aos usuários e dar liberdade sobre como utilizarão o ambiente, criando heterogeneidade do ambiente, tanto nas cargas de trabalho, quanto no tipo de operação (CPU, RAM, I/O).

Para obter eficiência energética, é necessário o desenvolvimento de técnicas que se adaptam às necessidades e aos comportamentos diferentes do ambiente, são desenvolvidas técnicas que tratam o ambiente de modo dinâmico, adaptando-se de acordo com o comportamento do ambiente, estas técnicas, são ainda divididas nas seguintes sub-categorias: (i) dinâmicas em nível de hardware, e (ii) software.

Técnicas dinâmicas a nível de hardware normalmente podem ser classificadas em técnicas de escalonamento dinâmico de desempenho, variação de tensão e escala de frequência, ou ainda, desligamento parcial ou completo de componentes em determinados períodos. Já técnicas a nível de software possibilitam ao administrador do ambiente optar por diferentes políticas de acordo com a necessidade.

A camada de software é dividida em outras duas, que são as camada de Sistema Operacional (SO) e Virtualização. Técnicas dinâmicas que operam no nível de Sistema Operacional tem como intuito fazer com que a camada de software auxilie na obtenção de determinados objetivos, podendo eles serem: (i) adaptar a aplicação ao ambiente, (ii) otimizar a utilização dos recursos do sistema, (iii) aplicar técnicas de economia de energia, e (iv) manipular as cargas de trabalho.

A outra camada é a de virtualização, que acrescenta uma camada de abstração entre o sistema operacional e o hardware, possibilitando a criação de MVs com o intuito de otimizar a utilização dos recursos.

Finalmente, tem-se a camada de múltiplos servidores e *data centers* foco da pesquisa neste trabalho. Técnicas nesse nível tem por objetivo usufruir da heterogeneidade presente nesses ambientes, estendendo as práticas de um único servidor para diversos servidores. Normalmente, tem-se um gerenciador global e algumas operações sendo realizadas internamente nas máquinas para evitar sobrecarga do gerenciador global.

3 LÓGICA FUZZY: FUNDAMENTOS CONCEITUAIS

A Lógica Fuzzy está fundamentada na Teoria dos Conjuntos Fuzzy (TCF) introduzida por Zadeh (ZADEH, 1965, 2008), estendendo os conceitos da Lógica Clássica. Diferentemente da bivalência da Lógica Booleana na avaliação de argumentos, a LF promove a flexibilidade da relação de pertinência, ao considerar graus intermediários para pertinência dentro do intervalo unitário $[0, 1]$.

Esta flexibilização vem incrementando o uso de técnicas poderosas de modelagem para o tratamento de informações vagas ou imprecisas, em várias extensões. Entre as muitas contribuições mais relevantes focando na abordagem multivalorada da Lógica Fuzzy. Entre tantas propostas (BUSTINCE et al., 2016), destacamos os seguintes trabalhos pioneiros:

- Extensão definida por *Type-2 Fuzzy Sets* (T2FS), introduzida em (ZADEH, 2008, 1975) e que considera conjuntos fuzzy no intervalo unitário $[0, 1]$ como graus de pertinência e, em particular, os conjuntos fuzzy valorados intervalarmente;
- Extensão definida por *Set-Valued Fuzzy Sets* (SVFS), propostos em (GRATTAN-GUINNESS, 1976) expressando os graus de pertinência como subconjuntos do intervalo intervalo;
- Extensão indicada por Atanassov's Intuitionistic Fuzzy Sets (A-IFS) (BELIAKOV et al., 2011), considerando não somente o grau de pertinência mas também a abordagem dual, referente ao grau de não-pertinência dos conjuntos fuzzy modelados;
- Extensão referida por Hesitant Fuzzy Sets (HFS) (TORRA, 2010) e Typical Hesitant Fuzzy Elements (THFE) (BEDREGAL et al., 2014), na qual o grau de pertinência de um conjunto fuzzy é dada por subconjuntos finitos do intervalo unitário.
- Extensão denominada Multidimensionais Fuzzy Sets (MDFS) (LIMA et al., 2021) e n -Dimensionais Fuzzy Sets (nDFS) (ZANOTELLI; REISER; BEDREGAL, 2020) modelando a incerteza por tuplas ordenadas de conjuntos e valores fuzzy, respectivamente.

Esta seção apresenta a fundamentação teórica a partir de conceitos da LF, fazendo correlação entre LF e lógica clássica. Reporta-se também uma extensão dos conjuntos fuzzy, os conjuntos fuzzy valorados intervalarmente.

Na Lógica Clássica só é possível assumir dois valores para a pertinência de um elemento a um conjunto: verdadeiro (1) e falso (0). Entretanto, na abordagem fuzzy pode-se assumir valores num intervalo de 0 a 1, flexibilizando a modelagem e, também, a aplicação dos valores podem ser expressos em termos linguísticos, aproximando-os da linguagem natural. Alguns exemplos são as expressões: alto, baixo, médio, muito alto, muito baixo, pouco alto, pouco baixo, etc. Esse tipo de modelagem, em processos mais complexos, permite resultados mais acurados, melhorando o desempenho quando da tomada de decisão (*Multiple criteria decision making* - MCDM).

3.1 Lógica Fuzzy

A Lógica Fuzzy está baseada na Teoria dos Conjuntos Fuzzy, incorporando o conceito de pertinência, onde os elementos tem um grau de pertinência a um conjunto fuzzy.

Formalmente um conjunto fuzzy A é caracterizado por uma função de pertinência $\mu_A : \chi \rightarrow [0, 1]$, a qual associa a cada elemento de um universo $\chi \neq \emptyset$, um número real no intervalo unitário $[0, 1]$:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in \chi \text{ e } \mu_A(x) \in [0, 1]\}, \quad (1)$$

e, para $x \in \mathbb{U}$, $\mu_A(x)$ representa o grau de pertinência de x em A .

3.1.1 Conectivos da Lógica Fuzzy

Neste trabalho, os principais conectivos estudados são as negações fuzzy, funções de agregação e as implicações fuzzy.

3.1.1.1 Negações Fuzzy

Nesta Seção, conceitos e propriedades de negações fuzzy em $\mathcal{L}$ são abordados.

Definição 3.1.1 (PALMEIRA et al., 2018) Uma função $\mathcal{N} : \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}$ é uma negação fuzzy, em $\mathcal{L}$, ou simplesmente $\mathcal{L}$ -negação, se as propriedades forem verificadas:

$$N1: \mathcal{N}(\perp_{\mathcal{L}}) = \top_{\mathcal{L}} \text{ e } \mathcal{N}(\top_{\mathcal{L}}) = \perp_{\mathcal{L}}; \text{ e}$$

$$N2: \text{ Se } a \leq_{\mathcal{L}} b \text{ então } \mathcal{N}(a) \geq_{\mathcal{L}} \mathcal{N}(b), \forall a, b \in \mathcal{L}.$$

Uma $\mathcal{L}$ -negação $\mathcal{N}$ é estritamente decrescente sempre que

$$N3: \text{ Se } a <_{\mathcal{L}} b \text{ então } \mathcal{N}(b) >_{\mathcal{L}} \mathcal{N}(a), \text{ para todo } a, b \in \mathcal{L}.$$

Adicionalmente, uma $\mathcal{L}$ -negação $\mathcal{N}$ é forte se ela for involutiva,

$$N4: \mathcal{N}(\mathcal{N}(a)) = a, \forall a \in \mathcal{L}.$$

3.1.1.2 Dualidade e complementaridade

Seja $\mathcal{N}$ uma negação fuzzy forte no reticulado $\mathcal{L}$. A ação de $\mathcal{N}$ sobre uma função $f : \mathcal{L}^n \rightarrow \mathcal{L}$, resulta na função $f_{\mathcal{N}} : \mathcal{L}^n \rightarrow \mathcal{L}$ denominada função N -dual de f e, para $a_1, \dots, a_n \in \mathcal{L}$, $f_{\mathcal{N}}$ é dada pela expressão logo a seguir:

$$f_{\mathcal{N}}(a_1, \dots, a_n) = \mathcal{N}(f(\mathcal{N}(a_1), \dots, \mathcal{N}(a_n))). \quad (2)$$

O complemento do conjunto fuzzy $X \in \mathcal{F}_{\mathcal{X}}$ em relação à negação fuzzy N no reticulado $\mathcal{L}_{[0,1]}$, para todo $u \in \mathcal{X}$, é dado como segue:

$$X^N = \{(u, \mu_{X^N}(u)) : \mu_{X^N}(u) = \mathcal{N}(\mu_X(u)) \in [0, 1]\} \in \mathcal{F}_{\mathcal{X}}. \quad (3)$$

Exemplo 3.1.1 Seja $N : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ uma negação fuzzy forte sobre o reticulado de valores fuzzy $\mathcal{L}_{[0,1]}$. No reticulado de todos os conjuntos fuzzy $\mathcal{L}_{\mathcal{F}_{\mathcal{X}}}$, a função $\mathcal{N}_N : \mathcal{L}_{\mathcal{F}_{\mathcal{X}}} \rightarrow \mathcal{L}_{\mathcal{F}_{\mathcal{X}}}$ dada por

$$\mathcal{N}_N(X) = \{(u, N(\mu_X(u))) : u \in \mathcal{X}\} \quad (4)$$

é uma negação em $\mathcal{L}_{\mathcal{F}_{\mathcal{X}}}$, chamada de negação forte $\mathcal{N}_N$ induzida pela negação N .

Exemplo 3.1.2 Seja N uma negação no reticulado $\mathcal{L}_{[0,1]}$. Cada negação fuzzy forte é estrita mas o inverso não é válido. A negação fuzzy $N(x) = 1 - \sqrt{x}$ é estrita mas não é forte. A negação fuzzy forte padrão é a negação $N_S(x) = 1 - x$, denominada negação de Zadeh. Para todo $k, l \in \{1, \dots, n\}$, considere $\psi_{k,l}, \phi_k \in \text{Aut}([0, 1])$ dados por:

$$\begin{aligned} \psi_{k,l}(x) &= x^{\frac{l}{k}} \quad \text{e} \quad \psi_{k,l}^{-1}(x) = x^{\frac{k}{l}}; \\ \phi_k(x) &= \frac{(kx + 1)^2 - 1}{k(k + 2)} \quad \text{e} \quad \phi_k^{-1}(x) = \frac{\sqrt{(k^2 + 2k)x + 1} - 1}{k}. \end{aligned}$$

Seja uma função $f : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$. As funções $f^{\psi_{k,l}}, f^{\phi_k} : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$, definidas por:

$$\begin{aligned} f^{\psi_{k,l}}(x_1, \dots, x_n) &= (f((x_1)^{\frac{l}{k}}, \dots, (x_n)^{\frac{l}{k}}))^{\frac{k}{l}}; \\ f^{\phi_k}(x_1, \dots, x_n) &= \frac{1}{k} \left(\left((k^2 + 2k)f \left(\frac{(kx_1 + 1)^2 - 1}{k(k + 2)}, \dots, \frac{(kx_n + 1)^2 - 1}{k(k + 2)} \right) + 1 \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right); \end{aligned}$$

são, respectivamente, funções $\psi_{k,l}$ -conjugada e ϕ_k -conjugada de f . Em particular,

quando $f = N_S$, as funções $N_S^{\psi_{k,l}}$, $N_S^{\phi_k} : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ são respectivamente dadas por:

$$N_S^{\psi_{k,l}}(x) = \left(1 - x^{\frac{l}{k}}\right)^{\frac{k}{l}};$$

$$N_S^{\phi_k}(x) = \frac{1}{k} \left(\left((k^2 + 2k) \left(1 - \frac{(kx + 1)^2 - 1}{k(k+2)}\right) + 1 \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right).$$

3.1.2 Funções de Agregações

As definições, principais propriedades e exemplos de agregações em $\mathcal{L}_{[0,1]}$ são apresentados (GRABISCH et al., 2009).

Definição 3.1.2 (BELIAKOV; PRADERA; CALVO, 2007) Uma função $A : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ é uma AF n -ária se verifica as seguintes propriedades:

A1: Se $x_i \leq y_i, \forall i \in \mathbb{N}_n$ implica $A(x_1, \dots, x_n) \leq A(y_1, \dots, y_n)$, então A é isotônica (crescente), $\forall x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n \in [0, 1]$;

A2: Se $A(0, \dots, 0) = 0$ e $A(1, \dots, 1) = 1$, então A verifica as condições de borda.

Neste trabalho, as seguintes propriedades adicionais para AF são consideradas:

A3: Se $A(x_1, \dots, x_n) = A(x_{(1)}, \dots, x_{(n)})$, para todo $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$ e cada permutação $(\cdot) : \mathbb{N}_n \rightarrow \mathbb{N}_n$, então A é simétrica”

Propriedades adicionais são consideradas neste trabalho:

A4: Se existe $k \in \mathbb{N}$ tal que $\alpha^k A(x_1, \dots, x_n) = A(\alpha x_1, \dots, \alpha x_n)$, $\forall \alpha, x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$, então A verifica a k -homogeneidade;

A5: Se $A(x_1, \dots, x_n) + A(y_1, \dots, y_n) = A(x_1 + y_1, \dots, x_n + y_n)$, para cada $x_i, y_i \in [0, 1]$ tal que $x_i + y_i \leq 1, \forall i \in \mathbb{N}_n$, então A é aditiva-isotônica;

A6: Se $A(x, 1, \dots, 1) = x$, para cada $x \in [0, 1]$, então A verifica a dominância da verdade;

A7: Se $A(x_1, \dots, x_n) = 1 \Leftrightarrow x_1 = \dots = x_n = 1$, para cada $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$, então A verifica a 1-condição de borda;

A8: Se $A(x_1, \dots, x_n) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0$ ou $\dots$ ou $x_n = 0$ então, para cada $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$, A verifica a 0-condição de borda forte;

A8(a): Se $A(x, \dots, x) = x$ para cada $x \in [0, 1]$, então A é idempotente.

Definição 3.1.3 (PAIVA et al., 2021) Uma função de quase-overlap $A : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ é uma AF que verifica as propriedades A3, A7 e A8.

Nas condições dadas pela Definição 3.1.3, as funções de *quasi-overlap* $A : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ que satisfazem a continuidade em $[0, 1]$ são chamadas de funções de *overlap* (MEZZOMO et al., 2020).

Exemplo 3.1.3 (PAIVA et al., 2021) *Seja $a \in]0, 1[$, a função $O_a : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ dada por*

$$O_a(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{se } x = 0 \text{ ou } y = 0 \\ 1, & \text{se } x = y = 1 \\ a, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

é uma função quasi-overlap.

Exemplo 3.1.4 *Outros exemplos de funções bivariantes e (quasi-)overlap são apresentados em (ELKANO et al., 2018) e reportados logo a seguir:*

$$T_p(x, y) = x \cdot y \quad (5)$$

$$O_p(x, y) = x^p \cdot y^p, \text{ se } p > 0; \quad (6)$$

$$O_{\frac{1}{2}, \min}(x, y) = \min(\sqrt{x} \cdot \sqrt{y}) \quad (7)$$

$$O_k(x, y) = \min(x^k \cdot y, x \cdot y^k) \quad (8)$$

Definição 3.1.4 *Uma função $A : \bigcup_{n=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ é uma função de agregação estendida (EAF¹) se as seguintes condições são verificadas:*

(i) $A \upharpoonright [0, 1]^n : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ é uma AF, $\forall n \in \mathbb{N}^{+2} = \{2, 3, \dots\}$; e

(ii) $A(x) = x, \forall x \in [0, 1]$.

Assim, a partir da Definição 3.1.4, pode-se identificar qualquer EAF A com uma família de funções $(A_n)_{n \in \mathbb{N}^{+2}}$, tal que $A_n : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ é uma função AF.

Outras duas propriedades também são consideradas para uma EAF A :

A9: Se $A(x_1, \dots, x_n) = A(x_1, \dots, x_n, \dots, x_1, \dots, x_n)$ então A é invariante para replicações;

A10: Se $A(x_1, \dots, x_n) = A(x_1, \dots, x_i, 1, x_{i+1}, \dots, x_n)$ então A é 1-invariante.

Exemplo 3.1.5 *Seja $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1] \in \text{Aut}(\mathcal{L}_{[0,1]})$. A função $M_\phi : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$, denominada média quase aritmética (QAM²) gerada por um automorfismo $\phi : [0, 1] \rightarrow$*

¹Sigla proveniente do termo original em língua inglesa *Extended Aggregation Function*.

²Sigla proveniente do termo original em língua inglesa *Quasi-Arithmetic Mean*.

$[0, 1]$ é definida pela expressão:

$$M_\phi(x_1, \dots, x_n) = \phi^{-1} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \phi(x_i) \right). \quad (9)$$

Assim, M_ϕ e correspondente EAF $M_\phi : \bigcup_{n=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ são ambas AF que verificam as propriedades A_k , para $k \in \{3, 4, 5, 6\}$. Detalhes podem ser obtidos no trabalho de (BELIAKOV; PRADERA; CALVO, 2007). Nesta classe de QAM, duas são as funções consideradas neste trabalho e estão apresentadas logo a seguir nesta exemplificação:

- A média aritmética $AM : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$, dada por

$$AM(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i) \quad (10)$$

é a QAM gerada por $\phi = Id_{[0,1]}$ e, portanto, é uma AF que verifica A_3 , A_6 , A_7 e A_8 . Detalhes adicionais podem ser obtidos em (GRABISCH et al., 2009).

- A média exponencial, $\exp_\alpha : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ que, para $\alpha \in (0, 1]$, é dada por

$$\exp_\alpha(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{e^{\alpha x_1} + \dots + e^{\alpha x_n}}{n}, \quad (11)$$

é a QAM gerada por $\phi_\alpha(x) = \frac{e^{\alpha x} - 1}{e^\alpha - 1}$, e, portanto, é uma AF que verifica A_3 , A_6 , A_7 e A_8 , como discutido em (GARCÍA-LAPRESTA et al., 2010).

3.1.2.1 Implicações Fuzzy em $\mathcal{L}_{[0,1]}$

Uma função $I : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ é um *implicador* se I atende às condições de borda:

$$I0(a): I(1, 1) = I(0, 1) = I(0, 0) = 1; \quad I0(b): I(1, 0) = 0;$$

Definição 3.1.5 (FODOR; ROUBENS, 1994, Definição 1.15) Um implicador $I : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ é uma fuzzy implicação se I também satisfaz às condições:

I1: Se $x \leq x'$ então $I(x, y) \geq I(x', y)$ (antitonicidade no primeiro argumento);

I2: Se $y \leq z$ então $I(x, y) \leq I(x, z)$ (isotonicidade no segundo argumento).

Propriedades adicionais consideradas neste trabalho são listadas a seguir:

I3: $I(x, y) = 1 \Leftrightarrow x \leq y$ (princípio da ordem);

I4: $I(x, y) = I(N(y), N(x))$ (princípio da contra-posição em relação à negação fuzzy N);

I5: $I(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ e } y = 0$.

Além disso, se uma função $I : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ satisfaz *I1*, *I3*, *I4* e *I5* então também satisfaz *I0* e *I2*.

Detalhes adicionais podem ser vistos nos trabalhos de (BACZYŃSKI; JAYARAM, 2008; REISER; BEDREGAL; BACZYŃSKI, 2013).

Exemplo 3.1.6 *Os exemplos de implicações fuzzy considerados neste trabalho estão apresentados na sequência:*

$$I_0(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \leq y, \\ \max(1 - x, y), & \text{caso contrário;} \end{cases} \quad (12)$$

$$I_{LK}(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \leq y, \\ 1 - x + y, & \text{caso contrário;} \end{cases} \quad (13)$$

$$I_{RB}(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \leq y, \\ 1 - x + xy, & \text{caso contrário;} \end{cases} \quad (14)$$

$$I_{30}(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \leq y, \\ \max(1 - x, y, 0.5), & \text{se } 0 < y < x < 1, \\ \max(1 - x, y), & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (15)$$

3.2 Funções de Equivalência Restritas

O conceito de REF (BUSTINCE; BARRENECHEA; PAGOLA, 2006) é proposto como extensão das funções de equivalência, no sentido proposto em (FODOR; ROUBENS, 1994). A Seção apresenta, ainda, funções de dissimilaridade restritas, suas principais propriedades e exemplificação (BUSTINCE; BARRENECHEA; PAGOLA, 2008).

Definição 3.2.1 (PALMEIRA et al., 2018, Definição 2.16) *Seja $\mathcal{N}$ um operador de negação no reticulado $\mathcal{L} \equiv (\mathcal{L}, \leq_{\mathcal{L}})$. Uma função de equivalência restrita sobre $\mathcal{L}$ ($\mathcal{L}$ -REF) $f : \mathcal{L}^2 \rightarrow \mathcal{L}$, em relação à negação $\mathcal{N}$, verifica as seguintes propriedades:*

$$REF1: f(a, b) = f(b, a), \forall a, b \in \mathcal{L};$$

$$REF2: f(a, b) = \top_{\mathcal{L}} \Leftrightarrow a = b, \forall a, b \in \mathcal{L};$$

$$REF3: f(a, b) = \perp_{\mathcal{L}} \Leftrightarrow (a = \top_{\mathcal{L}} \text{ e } b = \perp_{\mathcal{L}}) \text{ ou } (a = \perp_{\mathcal{L}} \text{ e } b = \top_{\mathcal{L}});$$

$$REF4: f(a, b) = f(\mathcal{N}(a), \mathcal{N}(b)), \forall a, b \in \mathcal{L};$$

$$REF5: a \leq b \leq c \Rightarrow f(a, b) \geq f(a, c) \text{ e } f(b, c) \geq f(a, c), \forall a, b, c \in \mathcal{L}.$$

Ao considerar uma construção dual $\mathcal{N}$ sobre $\mathcal{L} \equiv (\mathcal{L}, \leq_{\mathcal{L}})$, o conceito de uma função de dissimilaridade restrita foi estudado, principalmente conectado com funções de penalidade (BUSTINCE et al., 2016, 2014; RICCI, 2015). O conceito de $\mathcal{L}$ -RDF, baseado em estudos anteriores, é apresentado a seguir (PALMEIRA et al., 2018):

Definição 3.2.2 (PALMEIRA et al., 2018, Definição 5.1) *Uma função $h_{\mathcal{L}} : \mathcal{L}^2 \rightarrow \mathcal{L}$ é chamada de função de dissimilaridade restrita sobre $\mathcal{L}$ ($\mathcal{L}$ -RDF) quando satisfaz, para todo $a, b, c \in \mathcal{L}$, as seguintes condições:*

$$RDF1: h_{\mathcal{L}}(a, b) = h_{\mathcal{L}}(b, a);$$

$$RDF2: h_{\mathcal{L}}(a, b) = \top_{\mathcal{L}} \text{ se e somente se } \{a, b\} = \{\top_{\mathcal{L}}, \perp_{\mathcal{L}}\};$$

$$RDF3: h_{\mathcal{L}}(a, b) = \perp_{\mathcal{L}} \text{ se e somente se } a = b;$$

$$RDF4: \text{ se } a \leq_{\mathcal{L}} b \leq_{\mathcal{L}} c, \text{ então } h(a, b) \leq_{\mathcal{L}} h(a, c) \text{ e } h(b, c) \leq_{\mathcal{L}} h(a, c).$$

Quando uma $\mathcal{L}$ -RDF h verifica a condição

$$RDF5: h(a, b) = h(\mathcal{N}(a), \mathcal{N}(b)), \forall a, b \in \mathcal{L}.$$

com respeito a uma $\mathcal{L}$ -negação, então dizemos que h é $\mathcal{L}$ -RDF com respeito a $\mathcal{N}$.

3.2.1 Geração de Operadores $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF

Nesta Seção serão estudadas as funções de equivalência restritas e suas construções duais, assim como as funções de dissimilaridade restritas, com ênfase no reticulado de valores fuzzy $\mathcal{L}_{[0,1]}$ e no reticulado $\mathcal{L}_{\mathcal{F}_X}$ dos conjuntos fuzzy definidos no universo X .

Proposição 3.2.1 *Seja $\mathcal{N}$ uma $\mathcal{L}$ -negação forte e $h : \mathcal{L}^2 \rightarrow \mathcal{L}$ é uma $\mathcal{L}$ -RDF se, e somente se, a função $h_{\mathcal{N}} : \mathcal{L}^2 \rightarrow \mathcal{L}$ é uma função $\mathcal{L}$ -REF em relação a $\mathcal{N}$. Assim, $(h, h_{\mathcal{N}})$ fornece um par de funções $\mathcal{N}$ -duais.*

A próxima proposição explora as condições verificadas no reticulado $[0, 1]$, as quais permitem obter, de uma $\mathcal{L}$ -REF quasi-côncava uma $\mathcal{L}$ -RDF quasi-conexa, considerando sua construção $\mathcal{N}$ -dual.

Proposição 3.2.2 *Seja $\mathcal{N} : \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}$ uma negação forte no reticulado $[0, 1]$. Uma função $\mathcal{L}$ -REF $f : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ é quase-côncava, ou seja, $\forall a, b, a', b \in [0, 1]$, tem-se que*

$$QCO: f(\lambda(a, b) + (1 - \lambda)(a', b')) \leq \max(f(a, b), f(a', b'))$$

se, e somente se, a correspondente função $\mathcal{N}$ -dual $\mathcal{L}$ -RDF, indicada por $f_{\mathcal{N}}$, é uma função quase-convexa, ou seja, $\forall a, b, a', b \in [0, 1]$, tem-se que

QCE: $f_N(\lambda(a, b) + (1 - \lambda)(a', b')) \geq \min(f_N(a, b), f_N(a', b'))$.

Exemplo 3.2.1 *Seja $\mathcal{L}_{[0,1]} = ([0, 1], \leq, \vee, \wedge, 1, 0)$ o reticulado de todos os valores fuzzy. De acordo com (YAGER; RYBALOV, 1997) as funções $F_2, H_2 : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ dados por*

$$F_2(x, y) = 1 - (x - y)^2 \text{ e } H_2(x, y) = (x - y)^2, \quad (16)$$

são funções $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF e $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF, ambas em relação à negação N_S , significando que (F_2, H_2) é um par de funções N_S -duais que satisfazem as propriedades QCE e QCO, respectivamente.

Exemplo 3.2.2 *De acordo com (BUSTINCE; FERNANDEZ; BURILLO, 2017), as funções $f_{||}, h_{||} : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ dadas por*

$$f_{||}(x, y) = 1 - |x - y| \text{ e } h_{||}(x, y) = |x - y|, \quad (17)$$

são operadores $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF e $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF, ambos em relação à negação N_S e satisfazem as propriedades QCE e QCO, respectivamente.

Exemplo 3.2.3 *As funções $f_{\mathcal{L}_{[0,1]}^n}, h_{\mathcal{L}_{[0,1]}^n} : [0, 1]^n \times [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]^n$, dadas por*

$$f_{\mathcal{L}_{[0,1]}^n}(\vec{x}, \vec{y}) = (f_{||}(x_1, y_1), \dots, f_{||}(x_n, y_n)), \text{ e} \quad (18)$$

$$h_{\mathcal{L}_{[0,1]}^n}(\vec{x}, \vec{y}) = (h_{||}(x_1, y_1), \dots, h_{||}(x_n, y_n)), \quad (19)$$

são operadores $\mathcal{L}_{[0,1]}^n$ -REF e $\mathcal{L}_{[0,1]}^n$ -RDF em relação à $N_S^n = (N_S(x_1), \dots, N_S(x_n))$. Além disso, pelo Exemplo 3.2.2, as $f_{||}, h_{||} : [0, 1]^n \times [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]^n$ são definidas por

$$f_{||}(\vec{x}, \vec{y}) = \vec{1} - |\vec{x} - \vec{y}| = (1 - |x_1 - y_1|, \dots, 1 - |x_n - y_n|); \quad (20)$$

$$h_{||}(\vec{x}, \vec{y}) = |\vec{x} - \vec{y}| = (|x_1 - y_1|, \dots, |x_n - y_n|). \quad (21)$$

e também são operadores $\mathcal{L}_{[0,1]}^n$ -REF e $\mathcal{L}_{[0,1]}^n$ -FDR em relação à negação N_S^n .

Exemplo 3.2.4 *Sejam f e d funções $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF e $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF, respectivamente. As funções $f_{\mathcal{L}_{\mathcal{F}_X}}, d_{\mathcal{L}_{\mathcal{F}_X}} : \mathcal{F}_X^2 \rightarrow \mathcal{F}_X$,*

$$f_{\mathcal{L}_{\mathcal{F}_X}}(X, Y) = \{f((u, f(\mu_X(u), \mu_Y(u)))) : u \in \chi\} \quad (22)$$

$$d_{\mathcal{L}_{\mathcal{F}_X}}(X, Y) = \{d((u, d(\mu_X(u), \mu_Y(u)))) : u \in \chi\} \quad (23)$$

forneem o par $(f_{\mathcal{L}_{\mathcal{F}_X}}, d_{\mathcal{L}_{\mathcal{F}_X}})$ dos operadores $\mathcal{L}_{\mathcal{F}_X}$ -REF e $\mathcal{L}_{\mathcal{F}_X}$ -RDF. Neste contexto, as

funções $d_{||}, f_{||} : \mathcal{F}_\chi^2 \rightarrow \mathcal{F}_\chi$ dado por

$$f_{||}(X, Y) = \|X - Y\| = \{(u, |\mu_X(u) - \mu_Y(u)|) : u \in \chi\} \mathbf{e} \quad (24)$$

$$d_{||}(X, Y) = \vec{1} - \|X - Y\| = \{(u, 1 - |\mu_X(u) - \mu_Y(u)|) : u \in \chi\}, \quad (25)$$

são $\mathcal{L}_{\mathcal{F}_\chi}$ -REF e $\mathcal{L}_{\mathcal{F}_\chi}$ -RDF em relação à negação fuzzy dada por N_S , indicada por $\mathcal{N}_{N_S}$.

3.2.1.1 $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF via automorfismos

Na sequência desta Seção, consideram-se negações estritas em $[0, 1]$, seguindo a caracterização dada em (FODOR, 1993). Outros trabalhos também contemplam o estudo de negações fuzzy estritas, veja Proposição 2.5 em (BEDREGAL, 2010).

Proposição 3.2.3 (BUSTINCE et al., 2014, Proposição 1) *Seja $\phi_1, \phi_2 \in \text{Aut}([0, 1])$ e F uma REF em relação à negação N . Quando $N(x) = \phi_2(1 - \phi_1(x))$, garantindo que N é estrita por (FODOR, 1993), então $F^{\phi_1, \phi_2} : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ dada por*

$$F^{\phi_1, \phi_2}(x, y) = \phi_1(F(\phi_2(x), \phi_2(y))). \quad (26)$$

é uma função $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF em relação a negação estrita N . Adicionalmente, se $\phi = \phi_2 = \phi_1$, é a conjugação ϕ de F , $F^{\phi_1, \phi_2} \equiv F^\phi$.

Exemplo 3.2.5 *Alguns exemplos de operadores $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF obtidos a partir da Eq.(17) ilustrando a Proposição 3.2.3 são apresentados a seguir:*

- *Seja $\phi_2(x) = \phi_{l,k}(x) = x^{\frac{l}{k}}$ e $\phi_1(x) = \phi_{l,k}^{-1}(x) = x^{\frac{k}{l}}$ em $\text{Aut}([0, 1])$. Tomando a negação fuzzy $N_S^{\phi_{l,k}}(x) = \left(1 - x^{\frac{l}{k}}\right)^{\frac{k}{l}}$, a conjugada $\phi_{l,k}$ de $f_{||}$, $f_{||}^{\phi_{l,k}} : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ é uma REF definida como segue:*

$$f_{||}^{\phi_{l,k}}(x, y) = \left(1 - |x^{\frac{l}{k}} - y^{\frac{l}{k}}|\right)^{\frac{k}{l}}; \quad (27)$$

- *Sejam outros membros de operadores $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF, tomando automorfismos em $\text{Aut}([0, 1])$, dados pelas expressões:*

$$F_2(x, y) = (1 - |x - y|)^2, \text{ em relação a } N_2(x) = 1 - x^2; \quad (28)$$

$$F_{\frac{1}{2}}(x, y) = (1 - |x - y|)^{\frac{1}{2}}, \text{ em relação a } N_{\frac{1}{2}}(x) = 1 - x^{\frac{1}{2}}; \quad (29)$$

3.2.1.2 $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF via Somas Convexas

Esta Seção estuda as principais propriedades dos operadores $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF preservados por uma soma convexa realizada sobre dois operadores $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF, F_1 e F_2 .

Proposição 3.2.4 *Sejam F_1 e F_2 $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF em relação a mesma negação fuzzy forte N , e seja um escalar $\lambda \in [0, 1]$. Então, a função dada por $F_\lambda : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$*

$$F_\lambda(x, y) = \lambda F_1(x, y) + (1 - \lambda) F_2(x, y). \quad (30)$$

é uma função REF em relação à negação fuzzy N .

3.2.1.3 $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF via composição de funções quase-overlap em implicações fuzzy

Os próximos resultados seguem diretamente do (PALMEIRA; BEDREGAL; VARGAS, 2018, Teorema 1) no reticulado $\mathcal{L}_{[0,1]}$, estudando as propriedades de uma função de quase-overlap (PAIVA et al., 2021) e uma implicação fuzzy, que permite obter um operador $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF, no sentido da Definição 3.2.1.

Proposição 3.2.5 *Seja $M : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ uma função de quase-overlap, $N : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ uma negação fuzzy forte e, $I : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ uma função. A função $f_{M,I} : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ definida como segue*

$$f_{M,I}(x, y) = M(I(x, y), I(y, x)) \quad (31)$$

é uma $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF em relação à negação fuzzy N se I é uma função que verifica as propriedades I1, I3, I4 (em relação a N) e I5.

3.3 Medidas de Consenso

Medidas de consenso fuzzy promovem um modelo consensual para obtenção de uma análise formal de concordância para variáveis de um sistema fuzzy. Elas são frequentemente empregadas em contextos de tomada de decisão em várias extensões (SOUZA OLIVEIRA et al., 2022; MATZENAUER et al., 2022).

O estudo formal sobre medidas de consenso elege uma indicação, sempre que uma avaliação global reflete uma visão geral alcançada, aplicada sobre um termo linguístico identificando um conjunto fuzzy. Estabelece ainda limites mínimo/máximo de consenso e promove a decisão final sobre os termos consensuais.

As medidas de consenso fuzzy, de acordo com (BELIAKOV; CALVO; JAMES, 2014b), são funções definidas no intervalo unitário $[0, 1]$ modelando a acordância relacionada de valores, frequentemente fornecidos por um grupo de especialistas, na modelagem de um conjunto fuzzy. Essa análise de consenso se preocupa essencialmente com as duas propriedades fundamentais:

- (i) a unanimidade, interpretando o consenso completo por uma função onde todas as entradas são iguais; e

(ii) o consenso mínimo, resultando em um consenso nulo sempre que as entradas da função forem os extremos (0 e 1) no intervalo unitário $[0, 1]$.

Uma conceituação formal para medidas de consenso foi apresentada em (BELIAKOV; CALVO; JAMES, 2014b, Definição 7), sendo reportada logo a seguir:

Definição 3.3.1 *Uma função $C : \bigcup_{n=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ é uma FCM ($\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM) se forem verificadas as seguintes propriedades:*

$C1 : C(x, x, \dots, x) = 1, \forall x \in [0, 1]$ (*unanimidade*);

$C2 : C(0, 1) = C(1, 0) = 0$ (*consenso mínimo para $n = 2$*).

Em casos onde precisamos salientar a definição estrita da propriedade de unanimidade, tem-se o seguinte conceito de medidas de consenso fuzzy:

Definição 3.3.2 *Uma função $C : \bigcup_{n=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ é uma medida de consenso fuzzy estrita se C verifica $C2$ e a propriedade da unanimidade estrita dada por:*

$C1(a): C(x_1, \dots, x_n) = 1$ se, e somente se, $x_i = x_j$ para $i, j \in \mathbb{N}_n$ e $\mathbb{N}_n = \{1, 2, \dots, n\}$.

A fim de avaliar o comportamento dos indivíduos em grupos, de tamanhos possivelmente diferentes, é relevante considerar medidas de consenso (estritas) com propriedades adicionais. No contexto deste trabalho, propriedades como simetria, dissensão máxima, reciprocidade, monotonicidade e replicação em invariância são estendidas, considerando a abordagem proposta em (BELIAKOV; CALVO; JAMES, 2014b).

$C3$: Uma medida de consenso C é simétrica se, para todas as permutações $(\cdot) : \mathbb{N}_n \rightarrow \mathbb{N}_n$ e $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]^n$, tem-se a igualdade: $C(x_1, x_2, \dots, x_n) = C(x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)})$ (*simetria*);

$C4$: C satisfaz a propriedade de dissensão máxima se, para todo n par e $\forall x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$ tal que $\#\{i : x_i = 0\} = \#\{i : x_i = 1\} = n/2$, para $i \in \mathbb{N}_n$, tem-se a igualdade $C(x_1, \dots, x_n) = 0$.

$C5$: C é invariante para replicações se, $\forall \vec{x} \in [0, 1]^n$, tem-se a igualdade: $C(x) = C(x, x) = C(x, x, x) = \dots = C(x, x \dots x)$, significando que para qualquer vetor de entrada $x \in [0, 1]^n$, ao replicar estas entradas m -vezes, para qualquer inteiro positivo m , o nível de consenso é preservado.

$C6$: C satisfaz a propriedade da reciprocidade relativa a uma negação fuzzy forte N se, para qualquer inteiro positivo n e $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n) \in [0, 1]^n$, tem-se a igualdade $C(x_1, x_2, \dots, x_n) = C(N(x_1), N(x_2), \dots, N(x_n))$.

C7: C satisfaz a monotonicidade em relação à maioria e relacionado a $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF, $d : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, se a metade das avaliações forem iguais, tomando-se, por exemplo, $\vec{a} = (a, a, \dots, a) \in [0, 1]^k$, para todo $\vec{x} = (x_1, \dots, x_k), \vec{y} = (y_1, \dots, y_k) \in [0, 1]^k$ tal que, $d(a, x_j) \leq d(a, y_j), \forall j \in \mathbb{N}_k$, o que implica $C(\vec{a}, \vec{x}) \geq C(\vec{a}, \vec{y})$, para qualquer permutação de entradas.

C8: Para um operador de agregação estendido A , C satisfaz a A -monotonicidade em relação à $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF $d : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, se, para qualquer inteiro positivo n , e $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n \in [0, 1]$, tem-se que:

$$d(x_i, A(x_1, \dots, x_n)) \leq d(y_i, A(y_1, \dots, y_n)), \forall i \in \mathbb{N}_n \Rightarrow C(y_1, \dots, y_n) \leq C(x_1, \dots, x_n).$$

Pode-se observar que, se A é idempotente e $x_1 = \dots = x_n$ então para $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF $d : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1], \forall i \in \mathbb{N}_n$ temos que $d(x_i, A(x_1, \dots, x_n)) = 0$ e $C(x_1, \dots, x_n) = 1$ e então a A -propriedade da monotonicidade é verificada.

Exemplos de medidas de consenso apresentados em (BELIAKOV; CALVO; JAMES, 2014b) que também verificam as propriedades $Ck, \forall k \in \{3, 4, 5, 6\}$, são reportados logo a seguir, ilustrando as definições previamente reportadas.

Exemplo 3.3.1 Considerando a média aritmética da distância entre os pares, a função $C_{SK}^d : \bigcup_{i=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$, definida pela expressão a seguir

$$C_{SK}^d(x_1, \dots, x_n) = 1 - \frac{2}{n^2} \sum_{\forall i,j | i \neq j}^n d(x_i, x_j); \quad (32)$$

é uma medida de consenso que satisfaz C7, em relação a $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF definida por $d : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, onde $d(x, y) = (x - y)^2$.

Exemplo 3.3.2 A função $C_{Tastle} : \bigcup_{i=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ dada por

$$C_{Tastle}(x_1, \dots, x_n) = 1 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log_2(1 - |x_i - \bar{x}|) \quad (33)$$

define uma medida de consenso relacionada à média aritmética sobre o operador logaritmo aplicada à diferença entre 1 e a $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF $d : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ definida como $d(x, y) = |x - y|$. Ambos os operadores C_{SK}^d e C_{Tastle} verificam C6 em relação a $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF d e C8 em relação à média aritmética AM.

Exemplo 3.3.3 Em (BELIAKOV; CALVO; JAMES, 2014b, Definição 14) uma classe do consenso de Beonferroni com a média aritmética AM é dada como segue:

$$BCA_{AM,I}(x_1, \dots, x_n) = AM_{i=1}^n (I(x_i, AM_{j=1, i \neq j}^n x_j), I(AM_{j=1, i \neq j}^n x_j, x_i)),$$

e também ilustra uma medida de consenso fuzzy.

3.4 Medidas de Consenso sobre Conjuntos Fuzzy

Esta seção contribui de forma significativa nesta pesquisa teórica ao introduzir metodologias para construir medidas de consenso sobre conjuntos fuzzy, indicadas por $\mathcal{L}_{\mathcal{F}_\chi}$ -FCM.

Estas metodologias podem ser aplicadas sobre coleções de conjuntos fuzzy relacionadas a um universo não-vazio, estendendo as propriedades inerentes à definição de uma medida de consenso restrita a valores fuzzy. As propriedades C1 a C8, como apresentadas na Seção 5.1.1, são estendidas do reticulado $\mathcal{L}_{[0,1]}$ para o reticulado $\mathcal{L}_{\mathcal{F}_\chi}$.

Cada uma das $\mathcal{L}_{\mathcal{F}_\chi}$ -FCM permite a análise consensual entre dois ou mais grupos de conjuntos fuzzy tipo-1, possivelmente dados como números fuzzy e/ou imagens de funções de pertinência associadas a conjuntos fuzzy.

Definição 3.4.1 *Seja $\mathcal{F}_\chi$ uma família de conjuntos fuzzy definidos sobre um universo χ . A função $\mathcal{C} : \bigcup_{n=1}^{\infty} (\mathcal{F}_\chi)^n \rightarrow [0, 1]$ define uma medida de consenso sobre conjuntos fuzzy ($\mathcal{L}_{\mathcal{F}_\chi}$ -FSCM) em $\mathcal{F}_\chi$ se as seguintes condições são satisfeitas:*

C1: $\mathcal{C}(X, \dots, X) = 1$, para todo $X \in \mathcal{F}_\chi$;

C2: $\mathcal{C}(X_\chi, X_\emptyset) = \mathcal{C}(X_\emptyset, X_\chi) = 0$, tal que $\mu_{X_\chi}(u) = 1, \mu_{X_\emptyset}(u) = 0, \forall u \in \chi$.

A partir dos operadores da Definição 3.4.1, propriedades adicionais $\mathcal{L}_{\mathcal{F}_\chi}$ -FSCM podem ser exigidas. Sejam $X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_n \in \mathcal{F}_\chi$, relacionados a um conjunto finito não vazio χ .

C3: $\mathcal{C}(X_1, \dots, X_n) = \mathcal{C}(X_{(1)}, \dots, X_{(n)})$, para cada permutação $() : \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, n\}$;

C4: $\mathcal{C}(X_1, \dots, X_n) = 0$, se $X_i \in \{X_\emptyset, X_\chi\}$ e $\#\{i \in \mathbb{N}_n : X_i = X_\emptyset\} = \#\{i \in \mathbb{N}_n : X_i = X_\chi\}$;

C5: $\mathcal{C}(X_1, \dots, X_n) = \mathcal{C}(X_1, \dots, X_n, \dots, X_1, \dots, X_n)$, o que significa que, para qualquer entrada $(X_1, \dots, X_n)$, replicando as entradas l -vezes, para qualquer inteiro positivo l , não altera o nível de consenso de conjunto fuzzy;

C6: $\mathcal{C}(X_1, \dots, X_n) = \mathcal{C}(X_1^N, \dots, X_n^N)$, para todo $X_1, \dots, X_n \in \mathcal{F}_\chi$, sempre que X^N indica a complementaridade do conjunto fuzzy $X \in \mathcal{F}_\chi$ em relação a uma negação fuzzy N .

C7: Para cada $n = 2k$ sendo metade das avaliações iguais, digamos Z , e tomando $\vec{Z} = (Z, Z, \dots, Z) \in \mathcal{F}_\chi$, para todo $\vec{X} = (X_1, \dots, X_k), \vec{Y} = (Y_1, \dots, Y_k) \in \mathcal{F}_\chi$ tal que, $d(Z, X_j) \leq_{\mathcal{F}_\chi} d(Z, Y_j), \forall j \in \mathbb{N}_k$ com d sendo uma $\mathcal{L}_{\mathcal{F}_\chi}$, implica que $\mathcal{C}(\vec{Z}, \vec{X}) \geq \mathcal{C}(\vec{Z}, \vec{Y})$;

C8: Para qualquer inteiro positivo n , uma permutação $() : \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, n\}$, uma $\mathcal{L}_{\mathcal{F}_\chi}$ -RDF d e uma $\mathcal{L}_{\mathcal{F}_\chi}$ -EAF $\mathcal{A}$, sempre que, para todo $X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_n \in \mathcal{F}_\chi$ tal que $\mu_{X_i}(u_j) = X_{ij} \in [0, 1]$ para $i \in \mathbb{N}_n$ e $j \in \mathbb{N}_m$, a seguinte condição é verificada,

$$d_{\mathcal{F}_\chi}(X_{(i)}, \mathcal{A}(X_{(1)}, \dots, X_{(n)})) \leq_{\mathcal{F}_\chi} d_{\mathcal{F}_\chi}(Y_{(i)}, \mathcal{A}(Y_{(1)}, \dots, Y_{(n)}))$$

então isso implica que $\mathcal{C}(X_1, \dots, X_n) \leq_{\mathcal{F}_\chi} \mathcal{C}(Y_1, \dots, Y_n)$.

3.4.1 $\mathcal{L}_{\mathcal{F}_\chi}$ -FCM via Funções de Agregação

Nesta seção, as medidas de consenso de conjuntos fuzzy são obtidas a partir de funções de agregação aplicadas a um conjunto de medidas de consenso fuzzy definidas sobre um universo finito e não vazio χ_m .

Proposição 3.4.1 *Seja A uma função de agregação m -ária e $C : \bigcup_{n=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ uma $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM que verifica Ci , para $i \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $C6$ em relação a uma negação fuzzy N , $C7$ e $C8$ considerando $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF d . A função $\mathcal{C}_{A,C} : \bigcup_{n=1}^{\infty} (\mathcal{F}_{\chi_m})^n \rightarrow [0, 1]$ dada por*

$$\mathcal{C}_{A,C}(X_1, \dots, X_n) = A(C(\mu_{X_1}(u_1), \dots, \mu_{X_n}(u_1)), \dots, C(\mu_{X_1}(u_m), \dots, \mu_{X_n}(u_m))) \quad (34)$$

é uma $\mathcal{L}_{\mathcal{F}_{\chi_m}}$ -FCM que verifica Ci , para $i \in \{3, 4, 5\}$, $C6$ em relação à negação fuzzy N , $C7$ e $C8$ relacionada a $\mathcal{L}_{\mathcal{F}_{\chi_m}}$ -RDF $d_{\mathcal{L}_{\mathcal{F}_\chi}}$ como dada na Eq.(23).

4 TRABALHOS RELACIONADOS

Este capítulo tem com o intuito apresentar a Revisão Sistemática da Literatura (RSL) realizada e a discussão dos trabalhos relacionados encontrados. Ele é dividido em duas partes principais onde (i) é apresentado os passos realizados na implementação da RSL e (ii) é feita uma breve discussão dos principais trabalhos relacionados encontrados junto com uma correlação entre os trabalhos encontrados e o trabalho desenvolvido nessa dissertação.

4.1 Explorando a RSL na Construção do Estado da Arte

A RSL é uma metodologia de pesquisa que prevê a execução de uma série de passos para construir o estado da arte em uma área de pesquisa, ou seja, identificar um conjunto de artigos que traz uma prospecção criteriosa do tema de pesquisa abordado (KEELE et al., 2007). Uma característica desta metodologia de pesquisa é que todos os seus procedimentos são registrados, permitindo que o estudo realizado seja reproduzível por outros pesquisadores.

Para seleção dos projetos utilizou-se uma metodologia definindo um protocolo de pesquisa considerando as bases a serem consultadas, e a formulação da *string* de busca, que contemplou a seguinte estrutura e termos chaves:

- (“Allocating Virtual Machine” OR “Scheduling Virtual Machine” OR “Resource Management”) AND (“Fuzzy Logic” OR “Fuzzy”) AND (“Cloud Computing”).

Para a seleção dos artigos foi definido o seguinte Critérios de Inclusão (CI):

- CI 1 - Através da análise do título, resumo e palavras-chave, com base na *string* de busca é possível identificar que o artigo apresenta uma solução de gerenciamento de recursos na computação em nuvem usando Lógica Fuzzy.

E, para a eliminação dos artigos foram definidos os Critérios de Exclusão (CE), que são eles:

- CE 1 - Artigo com título ou *Digital Object Identifier* (DOI) duplicado;

- CE 2 - Através da análise do título, resumo, palavras-chave, solução proposta, resultados e conclusão é possível identificar que o artigo não apresenta uma solução de consolidação dinâmica de servidores usando Lógica Fuzzy;
- CE 3 - A modelagem da abordagem fuzzy não considera ao menos uma das variáveis: Custo de Comunicação (CC), Poder Computacional (PC) e utilização de *Random access Memory* (RAM);
- CE 4 - Leitura integral do artigo e remoção dos artigos que não empregavam técnicas para determinar o nível de utilização do host com lógica fuzzy.

A primeira etapa foi a aplicação da *string* de pesquisa, nesta fase, o processo de revisão utilizou as seguintes bibliotecas digitais devido à sua reputação e reconhecimento na comunidade acadêmica, além da grande quantidade de artigos científicos publicados:

- IEEE Xplore Digital Library (ieeexplore.ieee.org)
- ACM Digital Library (dl.acm.org)
- Science Direct (sciencedirect.com)
- Springer Link (link.springer.com)
- Scopus (scopus.com)

Na segunda etapa foi realizado o primeiro filtro, o qual considerou-se selecionar artigos que contemplaram o CI 1. Durante esta etapa, foram identificados trabalhos com relação a área de gerenciamento de recursos em nuvens computacionais e pesquisas secundárias (*surveys* e *reviews*), neles foi realizada uma busca pelo termo “Fuzzy”, com o intuito de identificar trabalhos não localizados na primeira etapa, por não estarem indexados nas bases científicas de acordo com a *string* de busca utilizada, e também nesta fase, artigos foram eliminados considerando o CE 1.

A terceira etapa considerou eliminar artigos aplicando o CE 3, filtrando somente os artigos com relação a consolidação dinâmica de servidores que utilizam Lógica Fuzzy.

Na quarta etapa, foram analisados os artigos resultantes da fase anterior aplicando o CE 3, eliminando trabalhos que não tratam ao menos uma das variáveis: PC, CC e RAM na modelagem do sistema fuzzy.

Na quinta etapa, todos os artigos resultantes da quarta etapa foram lidos integralmente, e um resumo sintetizando da abordagem de cada trabalho foi concebido.

A extração dos artigos nas bases científicas foi realizada na data de 7 de Agosto de 2020 aplicando a busca avançada, e as ferramentas lógicas disponíveis em cada base de dados, considerando o período entre os anos de 2011 a 2020. A Figura 4 mostra

um fluxograma do processo de execução da RSL, começando desde a obtenção dos artigos nas bases de dados científicas, até a fase de leitura integral dos artigos.

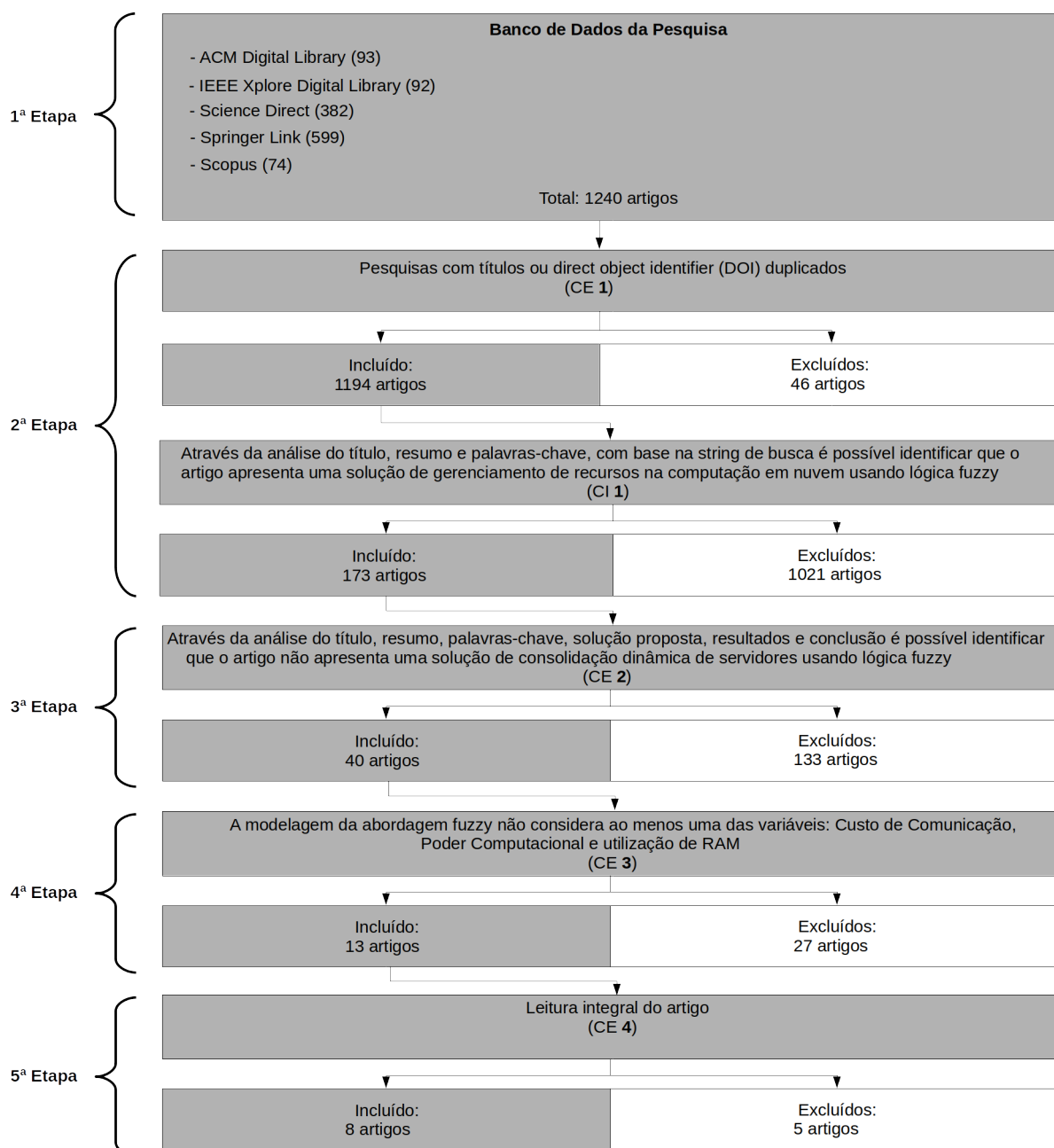


Figura 4 – Fluxograma das Etapas da RSL

4.2 Caracterização dos Trabalhos Relacionados

Nesta seção serão caracterizados os principais projetos que propõem estratégias fuzzy nas etapas de consolidação dinâmica de servidores na CN.

As estratégias, métodos e características das implementações são brevemente descrita e comparadas na Tabela 2.

(1) - Em Hussein; Alkabani; Mohamed (2014) é apresentada uma proposta com

o objetivo de melhorar a eficiência energética aplicando abordagem fuzzy nas etapas que constituem a consolidação de máquinas virtuais. O algoritmo é baseado em um sistema de inferência fuzzy, onde as MV são alocadas em diferentes *hosts*. O conhecimento sobre alocação é introduzido na forma de regras fuzzy, as entradas são os conjuntos fuzzy, e os critérios de otimização compreendem a minimização do consumo de energia.

Na primeira etapa, são analisados os *hosts* da infraestrutura da nuvem. O algoritmo percorre todos os *hosts* da nuvem computacional verificando se o *host* possui recursos suficiente para receber uma MV. Para isso, são obtidas as informações dos *hosts*, e enviadas ao modelo fuzzy definido para obter a potência esperada do consumo do *host*. Na verificação do limite definido, se o limite for ultrapassado, o próximo *host* é verificado, e assim por diante.

Na segunda etapa, é definido o algoritmo baseado em Lógica Fuzzy para a detecção de *hosts* sobrecarregados, as variáveis consideradas nesta etapa são as seguintes: (i) o total de MIPS solicitado pela MV, (ii) largura de banda, (iii) potência do *host* e (iv) utilização de CPU, a saída gerada é consumo energético.

São utilizadas funções de pertinência do tipo Gaussiana para concepção dos conjuntos fuzzy, e aplicando a abordagem de Mamdani para o sistema de inferência.

Um algoritmo de seleção de MV com base em LF seleciona a MV a ser migrada para reduzir a utilização do *host*. As entradas do algoritmo são: (i) utilização atual de CPU da MV, (ii) média do histórico de utilização de CPU da MV, e o (iii) tempo restante de execução estimado para executar a carga de trabalho. Gerando como saída o nível de utilização da MV candidata para migração. Nesta fase, também foi utilizada a modelagem das funções de pertinência Gaussiana, e sistema de inferência de Mamdani.

(2) - Em (SON et al., 2017) é abordado um esquema fuzzy com base em multi-critérios para determinar o estado das MV para migração, com objetivo da obtenção da eficiência energética. Para definir o estado da MV e determinar o gatilho de migração, foi considerada a LF tratando as seguintes variáveis: (i) nível de utilização de CPU, (ii) RAM, (iii) largura de banda, (iv) *Power*, (v) Número de MV e (vi) tempo de espera.

Para avaliar a eficiência energética, foi utilizada a ferramenta de simulação CloudSim. A modelagem e implementação fuzzy empregou a biblioteca jFuzzyLogic (CINGOLANI; ALCALÁ-FDEZ, 2012). As políticas de migração usadas nas avaliações foram: *Threshold Policy* (THR), *Inter Quartile Range* (IQR), *Median Absolute Deviation* (MAD), *Linear Regression* (LR). Segundo os autores o esquema proposto apresentou ganho no desempenho representado 9.5% em relação aos demais.

(3) - Em (SALIMIAN; SAFI ESFAHANI; NADIMI-SHAHRAKI, 2016) é proposto um algoritmo baseado em limites fuzzy adaptativo para detectar *hosts* sobrecarregados e sub-carregados, visando a redução do consumo energético, violação do SLA e o

número de migrações, com objetivo de melhorar a utilização dos recursos aplicando a tomada de decisão fuzzy adaptativa.

Para a obtenção do nível de utilização atual dos recursos foram consideradas as métricas: (i) consumo de energia, (ii) violação de SLA, (iii) número de migrações e (v) dados de carga de trabalho.

O algoritmo proposto gera regras dinamicamente e atualiza as funções de pertinência para adaptar-se as mudanças das cargas de trabalho.

A validação empregou cargas de trabalho do PlanetLab e CloudSim. Os resultados da simulação demonstraram que o algoritmo proposto superou algoritmos existentes na literatura.

(4) - Em (ALSADIE et al., 2018) é apresentada uma proposta para ajuste dinâmico do valor limite de subutilização e sobre-utilização dos *hosts* físicos visando minimizar o número de migrações em diferentes ambientes de carga de trabalho.

A proposta denominada *Dynamic Threshold-based Fuzzy Approach* (DTFA) é baseada em limite fuzzy usado para ajustar os valores dos índices limítrofes indicadores de carga das máquinas físicas no ambiente da nuvem.

Com isso, a abordagem busca reduzir o número de migrações causadas pela sobrecarga, e cumprir os SLA, aplicando um sistema de inferência fuzzy que recebe como entrada a capacidade restante dos recursos computacionais, e temperatura do *host* físico analisado.

Esses valores são calculados a partir da utilização atual, e prevista dos recursos computacionais. O valor previsto é obtido através da utilização do método de média móvel integrada auto-regressiva, do inglês *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA).

O sistema de inferência fuzzy utilizado por DTFA é com base em Mamdani, modelando os conjuntos fuzzy através de funções de pertinência trapezoidais e triangulares. Na fase de defuzzificação é empregado o método do centro da área.

Três conjuntos de experimentos com diferentes cargas de trabalho foram realizados para validar a abordagem proposta. Os resultados obtidos demonstraram que o DTFA superou soluções existentes em média de 22,52%, 45,63% e 56,68%, no que trata consumo energético, número de migração de MV e violações de SLA, respectivamente.

(5) - Em (RAMEZANI; NADERPOUR; LU, 2016) é proposto um modelo de otimização multi-objetivo para resolver o problema de migração de MV. Os objetivos estão compreendidos em minimizar o consumo de energia, maximizar a utilização de recursos (ou minimizar recursos ociosos), e minimizar o tempo de transferência da MV.

A otimização do algoritmo do enxame de partículas fuzzy, *Fuzzy Particle Swarm Optimization* (FPSO) foi projetada, visando melhorar a eficiência do PSO convencional usando abordagem de sistemas de Lógica Fuzzy, buscando tratar as incertezas

associadas a (i) utilização de memória, (ii) CPU e (iii) tamanho da MV, aplicando no processo de fuzzificação funções de pertinência triangulares, e o sistema de inferência de Mamdani, gerando como saída a correção do peso da inércia dos *hosts* físicos.

Na realização dos testes o modelo foi implementado no simulador de nuvem CloudSim para analisar o desempenho.

(6) - Em (MONIL; RAHMAN, 2016) é proposta uma heurística que explora a LF para consolidação de MV. O principal objetivo é manter o equilíbrio de QoS e eficiência energética. O método de seleção de MV fuzzy foi proposto para obter a MV de um *host* sobrecarregado.

Além disso, foi incorporado o controle de migração no método de seleção de MV fuzzy. Com base na técnica de consolidação dinâmica, o estado da MV é verificado a cada intervalo de escalonamento. Para cada intervalo o algoritmo de detecção de sub-carga é executado e os *hosts* menos utilizados são colocados no modo suspensão, transferindo todas as MV a eles associadas para outros *hosts*.

A detecção de sobrecarga é executada e os *hosts* sobrecarregados são identificados. Posteriormente, as MV são selecionadas nos *hosts* sobrecarregados para serem migradas. Logo após, essas MV são alocadas nos *hosts* disponíveis ou, se necessário são ativados os *hosts* que estão no modo suspensão. Após cada iteração, um *log* é mantido a fim de calcular o consumo energético e a QoS.

O sistema fuzzy considera como entradas: (i) a quantidade de memória usada pela MV, (ii) a correlação entre o nível de uso de recursos por aplicativo em execução no servidor, e uma métrica de controle de migração que considera o consumo constante como um fator de não migração.

As funções de pertinência do sistema de inferência fuzzy são do tipo trapezoidal, empregando um total de quatro variáveis linguísticas.

Para calibragem dos conjuntos fuzzy com as funções de pertinência, foram considerados dados coletados de simulações. Os conjuntos fuzzy concebidos foram: RAM, correlação de uso dos recursos por aplicativo e Desvio Padrão, todos com os termos linguísticos: (Baixo, Médio, Alto); e seleção MV considerando os termos: (Baixo, Médio, Alto e Muito Alto).

Para execução dos testes foi utilizado o kit de ferramentas CloudSim na simulação e avaliação de desempenho do algoritmo proposto, empregando arquivos de traços de carga de trabalho da infraestrutura PlanetLab.

(7) - Em (ARIANYAN; TAHERI; KHOSHDEL, 2017) é proposto um novo procedimento de consolidação com tensão dinâmica e escalonamento de frequência (*Dynamic Voltage and Frequency Scaling - DVFS*) para eliminar as inconsistências entre as técnicas de consolidação e DVFS, e também novos algoritmos de DVFS para os quatro subproblemas da consolidação *online*, bem como um novo regulador DVFS.

Os quatro subproblemas de consolidação são (1) determinação das máquinas físi-

cas sobre-carregadas, (2) determinação das máquinas físicas sub-carregadas, (3) seleção de MV que devem ser migradas de máquinas físicas sobre-carregadas e (4) alocação de MV migrantes em máquinas físicas (BELOGLAZOV; BUYYA, 2012). Neste sentido, o trabalho considera os seguintes critérios: (i) utilização de CPU, (i) RAM e (iii) largura de banda da rede em todos os algoritmos propostos. E ainda, propõem um novo algoritmo multifuncional de alocação que possibilita aos administradores de recursos aplicar a importância a diferentes critérios utilizando pesos fuzzy para as variáveis.

Os resultados de experimentos obtidos a partir de avaliação das políticas propostas na ferramenta CloudSim mostraram que a abordagem superou o gerenciamento de recursos de soluções existentes, no que trata à otimização simultânea de critérios importantes no processo de tomada de decisão.

Nesta pesquisa ficou concluído que a combinação das políticas propostas para o processo de gerenciamento de recursos em *data centers* da nuvem obteve notável redução nas métricas de consumo energético, violação de SLA e número de migrações.

(8) - Em (BRAIKI; YOUSSEF, 2020) é proposta uma abordagem multi-objetivo com base na heurística *Best-Fit-Decreasing* (BFD) (PIRES; BARÁN, 2013) para o problema de realocação de MV. A formulação multi-objetivo considera o consumo energético dos servidores físicos definido pela utilização de CPU, modelada como uma função linear do uso de CPU, a utilização de recursos é expressa como uma soma da utilização normalizada de CPU, RAM e capacidade de armazenamento dos servidores.

A Lógica Fuzzy foi empregada para combinar os dois objetivos em uma função de objetivo único, visando a maximização da utilização geral dos recursos, e minimização do consumo de energia da infraestrutura da CN. Na formulação da função multi-objetivo fuzzy, duas variáveis de entrada são definidas: (i) consumo energético contemplando os conjuntos fuzzy (alto, médio e baixo); e a (ii) utilização de recursos, com os conjuntos fuzzy (baixa, média e alta).

Para representar a saída foram concebidos os conjuntos fuzzy para a variável denominada, solução, como (baixo, médio e alto) consumo energético. As funções de pertinência empregadas na etapa de fuzzificação foram do tipo trapezoidal para todas as variáveis. No que trata a inferência a abordagem de Mamdani foi usada empregando operadores compensatórios *orlike* e *andlike* (YAGER, 1988; YAGER; FILEV, 1994) no contexto da técnica de agregação, permitindo que todos os elementos do critério influenciem o resultado do operador.

Resultados são obtidos por simulações usando CloudSim, destacando que a abordagem multi-objetivo baseada em fuzzy do BFD leva a soluções melhores no que diz respeito à consumo energético e utilização de recursos. Os resultados mostram uma melhoria de até 30% a 40% do consumo de energia e 30% da utilização de recursos quando comparados com heurísticas que minimizam apenas o consumo energético,

como *Power-Aware* BFD (PABFD) e Round-Robin, usando cinco cargas de trabalho reais da infraestrutura PlanetLab.

4.3 Discussão dos Trabalhos Relacionados

A literatura mostrou que a consolidação dinâmica de MV é uma estratégia eficaz para melhorar a eficiência energética na CN. Em geral, este método se constitui em quatro etapas, que são elas: (1) determinação de *hosts* sobrecarregados; (2) seleção de MV; (3) detecção de *host* subutilizados; e (4) alocação de MV.

O objetivo é consolidar as MV dinamicamente de forma a otimizar o *trade-off* entre desempenho e eficiência energética.

A estrutura de alocação de recursos na CN com eficiência energética ganhou grande popularidade nos últimos tempos, dedicando-se atenção ao gerenciamento de recursos na CN de forma maximizar a utilização dos recursos, ao mesmo tempo buscando minimizar os custos com energia e contribuindo com os padrões ambientais.

A Tabela 1 destaca uma análise das propostas para gerenciamento de recursos na CN aplicando técnicas relacionadas a consolidação dinâmica de servidores, isso mostra a importância deste método. São identificados os principais objetivos de cada abordagem, os sub-problemas tratados na consolidação de servidores, a melhoria proposta e as limitações de cada projeto.

Com base na Tabela 1 constata-se que as estratégias em sua maioria não abordam o tratamento de maneira conjunta para as variáveis: PC, CC e RAM, portanto, não existe uma estratégia que possa atender de forma satisfatória as etapas da consolidação dinâmica de servidores aplicando a Lógica Fuzzy.

Dentre as propostas, algumas utilizam abordagem fuzzy para definição dinâmica do índice para determinação dos limites de sobrecarga e sub-carga de *hosts* físicos e MV, ajuste dinâmico da base de regras e funções de pertinência, visando adaptar o modelo a flutuação das cargas de trabalho, seleção de MV candidatas para migração, alocação de MV e, seleção de *hosts* físicos para recebimento de MV migrantes.

Em relação as melhorias buscadas pelos projetos, nota-se que em parte as abordagens que tratam de maneira única as questões de eficiência energética, não manipulam o uso de RAM, como em (SON et al., 2017), isso porque o uso de RAM não têm uma relação forte com o consumo energético.

Porém, este argumento vai ao encontro das limitações desta categoria de projetos, que em geral não conseguem de forma satisfatória obter ganhos nas questões de desempenho e, em parte não fazem a avaliação do SLA.

No caso do trabalho de (SEDDIKI et al., 2014) que não aborda o uso de RAM e CC para tratar o problema de alocação de MV, e visa como principal objetivo a melhoria no desempenho, expõe essa questão como deficiência do modelo, pois o emprego

Tabela 1 – Comparação dos Trabalhos Considerando Estratégia, Problema, Melhoria e as Limitações de cada Projeto

Projeto	Estratégia	Problema	Melhoria	Limitações
(1)	Algoritmo baseado em sistema de inferência fuzzy para consolidação dinâmica de máquinas virtuais	Sobrecarga dos hosts físicos e Seleção de MV candidata para migração	Nível de utilização do host e Eficiência Energética	Não aborda utilização de RAM
(2)	Esquema fuzzy multi-critérios para determinar o estado das MV	Migração de MV	Eficiência energética	Não avalia o SLA
(3)	Algoritmo fuzzy para consolidação de MV	Sobrecarga e sub-carga dos hosts físicos	Eficiência energética, SLA e número de migrações	Não trata custo de comunicação e uso de RAM
(4)	Algoritmo para ajuste dinâmico dos índices de subutilização e sobre-utilização dos hosts físicos	Sobrecarga e sub-carga dos hosts físicos	Minimizar número de migrações de MV cumprindo SLA	Não aborda eficiência energética e memória RAM
(5)	Modelo de otimização multi-objetivo com o algoritmo fuzzy particle swarm optimization (FPSO)	Migração de MV, eficiência energética	Maximizar uso dos recursos, Minimizar tempo de transferência da MV	Não trata custo de comunicação
(6)	Heurística fuzzy para consolidação de MV	Migração de MV	Equilíbrio entre QoS e eficiência energética	Não trata custo de comunicação
(7)	Algoritmo DVFS multi-funcional usando pesos fuzzy para gerenciamento de recursos	Sobrecarga e sub-carga dos hosts físicos, seleção e migração de MV	Eficiência energética, SLA e número de migrações	Somente Pesos Fuzzy
(8)	Algoritmo fuzzy multi-objetivo best-fit-decreasing (BFD)	Alocação de MV	Eficiência energética e utilização de recursos	Não trata custo de comunicação

destas variáveis são de crucial importância para as definições da alocação de MV, visto que MV que tem nível alto de utilização de RAM são boas candidatas para não migração.

No processo de migração para manter a MV ativa, as páginas de memória da MV são transferidas em várias iterações (BHARDWAJ; RAMA KRISHNA, 2018). Assim, há um aumento na exigência de consumo de recursos da rede durante o processo de migração. No entanto, a alocação imprecisa de largura de banda para uma solicitação de migração de MV pode levar à degradação do desempenho.

Sobre os projetos que tratam as questões para minimizar o número de migrações de MV visando maximizar o uso de recursos, e minimizar o tempo de migração de MV, como em (RAMEZANI; NADERPOUR; LU, 2016; MONIL; RAHMAN, 2016), estes não

tratam o uso dos canais de comunicação, que são causadores de gargalos no sistema quando estão congestionados, e conseqüentemente também podem conduzir para desempenho insatisfatório.

Tabela 2 – Comparação dos Trabalhos Considerando Ferramentas Utilizadas, Variáveis de Entrada (Ent) e Saída (Sai), Métodos de Fuzzificação (Fuz), Inferência (Inf) e Defuzzificação (Def), e ainda, Conectivos (Con) Utilizados em Cada Aplicação.

Projeto	Referência	Ferramentas	Ent/Sai	Fuzzificação	Inferência	Defuzzificação	Conectivos
(1)	(HUSSEIN; ALKABANI; MOHAMED, 2014)	♠ △	4/1	FP Gau	Ma	CoA	AND
(2)	(SON et al., 2017)	♠ △	6/1	FP Tri	Ma	ND	AND
(3)	(SALIMIAN; SAFI ESFAHANI; NADIMI-SHAHRAKI, 2016)	♠ △	2/1	FP Tri	TS	CoG	AND
(4)	(ALSADIE et al., 2018)	♠ △	2/1	FP Tri/Tra	Ma	CoA	AND
(5)	(RAMEZANI; NADERPOUR; LU, 2016)	♠	3/1	FP Tri	Ma	CoA	AND
(6)	(MONIL; RAHMAN, 2016)	♠ △	3/1	FP Tra	Ma	ND	AND
(7)	(ARIANYAN; TAHERI; KHOSHDEL, 2017)	♠	8/1	FP Tri	TOPSIS	TOPSIS	TOPSIS
(8)	(BRAIKI; YOUSSEF, 2020)	ND	2/1	FP Tra	Ma	ND	AND/OR
Int-FLBCC	(MOURA et al., 2021)	♥ ◇ ♠	3/1	FP Tra	Ma	CoA	AND

♠ CloudSim ♣ RealCloudSim ◇ Matlab △ JFuzzyLogic ♥ Juzzy (FP) Função de Pertinência (FP Gau) Gaussiana (FP Tri) Triangular (FP Tra) Trapezoidal (TS) Takagi-Sugeno (Ma) Mamdani (CoG) Center of Gravity (CoA) Center of Area (TOPSIS) Technique for Order Performance by Similarity to Ideal (ND) Informação não disponível

Em resumo, as principais características dos trabalhos relacionados são apresentadas na Tabela 2, mostrando que: CloudSim e JFuzzyLogic são as ferramentas mais utilizadas; o número de variáveis de entrada é geralmente 2 ou 3, com apenas 1 saída; o método de fuzzificação mais utilizado é o de funções de pertinência Triangular e Trapezoidal baseado na inferência de Mandani; a defuzzificação é feita com diversos métodos; e o conectivo mais utilizado é o AND.

Oportuno ressaltar, que a análise dos oito artigos decorrentes da Revisão Sistemática da Literatura permitiu identificar que, no que diz respeito ao tema abordado, apesar de serem exploradas estratégias que tratam o conjunto das variáveis: PC, CC e RAM, estas não abordam o tratamento para as imprecisões mensuradas a partir da infraestrutura da CN.

Também não foram encontrados trabalhos que tragam uma abordagem com a aplicação da Lógica Fuzzy tipo-2 para a consolidação dinâmica de servidores, e além do mais, munida de técnicas para realizar o tratamento de valores intervalares. Além disso, também não foram encontrados trabalhos que utilizem técnicas de consenso e penalidade para avaliar as funções de pertinência desenvolvidas.

As análises dos trabalhos relacionados resultaram na identificação de uma lacuna em relação a criação de uma abordagem que explorasse medidas de consenso e penalidades em sistemas fuzzy tipo-1 tanto quanto em sistemas tipo fuzzy-2. Como medidas de consenso fuzzy vem se mostrando relevantes no processo de tomada de decisão, surge a motivação de aplicar consenso no modelo-Int-FLBCC.

5 INT-FLBCC: VISÃO GERAL E MODELAGEM

Este capítulo apresenta a concepção do sistema fuzzy para o Int-FLBCC, três metodologias para medir o nível de consenso do sistema fuzzy e também uma proposta metodológica para sua aplicação em um simulador de CN.

5.1 Estratégias e Métodos

Esta seção apresenta a concepção da estratégia do Int-FLBCC para análise consensual via medidas de consenso fuzzy, que são constituídas por funções de agregação, negação e implicações fuzzy, incluindo penalidades e relações fuzzy de equivalência restrita.

As metodologias são estruturadas em três contextos:

- (1) Medidas de consenso fuzzy aplicadas sobre o reticulado de valores fuzzy $\mathcal{L}_{[0,1]}$. Os métodos agregam a termos linguísticos referentes a uma função de pertinência definindo um conjunto fuzzy. Esse é um método consensual tradicional, onde são interpretadas as opiniões de diversos especialistas sobre a imagem das funções, tendo como saída um nível de consenso para cada termo linguístico.
- (2) Medidas de consenso fuzzy aplicadas sobre o reticulado de conjuntos fuzzy $\mathcal{L}_{\mathcal{F}_X}$. Neste caso é feita a correlação dos valores das medidas de consenso das funções de pertinência, sobre o qual correspondem os conjuntos fuzzy. Ao considerar famílias de conjuntos fuzzy, esta metodologia provê uma análise mais abrangente, destacando-se as seguintes possibilidades:
 - (i) Aplicação sobre vários conjuntos fuzzy tipo-1, onde cada conjunto fuzzy refere-se a um termo linguístico de uma mesma variável linguística;
 - (ii) Aplicação sobre conjuntos fuzzy tipo-2, focando (mas não restritamente) na abordagem da IVFL, consolidando uma análise consensual sobre um conjunto fuzzy valorado intervalarmente $\mathbb{A}$, pela ação de medidas de consenso nas suas projeções, indicadas por $\sup(\mathbb{A})$ e $\inf(\mathbb{A})$.

- (3) Medidas de consenso fuzzy com o emprego de funções de penalidade aplicadas sobre o reticulado de valores fuzzy $\mathcal{L}_{[0,1]}$. Este contexto é semelhante ao primeiro, porém com o emprego de funções de penalidade com o intuito de dissuadir resultados extremos que podem prejudicar a análise consensual.

5.1.1 FCM-Metodologias: Conceituação Formal de Funções de Penalidades

Funções de penalidade tem sido amplamente estudadas no contexto da análise de consenso em sistemas fuzzy baseados na tomada de decisão (CALVO; BELIAKOV, 2010; BELIAKOV; CALVO; JAMES, 2014b). Funções de penalidade podem dissuadir os tomadores de decisão de fazerem julgamentos extremos que inviabilizem os resultados consensuais (YAGER; RYBALOV, 1997).

Métodos de agregação baseados em penalidades também são capazes de propor diferentes pesos, adaptando a análise de consenso à situação específica e desde a modelagem do problema (CALVO; MESIAR; YAGER, 2004; BUSTINCE; PAGOLA; BARRENECHEA, 2007).

A aplicação e uso das funções de penalidade não se restringe apenas à agregação de opiniões de especialistas, mas podem ser aplicadas a medidas de distância visando um consenso em experimentos de *benchmarking* (HORNICK; MEYER, 2006) em atuais aplicações via simulações (MARTÍNEZ-PANERO, 2011; ELKANO et al., 2018).

A diversidade de definições de funções de penalidade fuzzy tem-se formalizado via relações de preferência (BUSTINCE et al., 2014), *fuzzy subsethood measures* (SANTOS et al., 2019), pré-agregações (DIMURO et al., 2018) e tantos outros agregadores fuzzy (BUSTINCE; FERNANDEZ; BURILLO, 2017). Neste trabalho, considera a definição de função de penalidades proposta em (WILKIN; BELIAKOV, 2015).

Definição 5.1.1 (BUSTINCE et al., 2016, Definição 4.1) *A função $P : [0, 1]^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}^+$ é uma função de penalidade se, e somente se, existe $c \in \mathbb{R}^+$, tal que as seguintes condições são satisfeitas:*

P1: $P(\vec{x}, y) \geq c, \forall \vec{x} \in [0, 1]^n, y \in [0, 1];$

P2: $P(\vec{x}, y) = c \Leftrightarrow x_i = y, \forall i \in \mathbb{N}_n;$

P3: *P é uma função quasi-convexa, ou seja,*

$$P(\lambda \vec{x} + (1 - \lambda) \vec{x}') \leq \max(P(\vec{x}, y), P(\vec{x}', y')), \forall \vec{x}, \vec{x}' \in [0, 1]^n, y, y' \in [0, 1]; \text{ e}$$

P4: *P é uma função semicontínua inferior em $y \in [0, 1]$, ou seja,*

$$\liminf_{y \rightarrow y_0} P(\vec{x}, y) \geq P(\vec{x}, y_0), \forall \vec{x} \in [0, 1]^n.$$

Observe que a Definição 5.1.1, considera $c \in \mathbb{R}^+$, neste caso, são funções de penalidades que admitem valores não-negativas.

Consideramos a definição apresentada em (BUSTINCE; FERNANDEZ; BURILLO, 2017, Definição 10) e (BUSTINCE et al., 2016, Definição 3.7), de uma p -função restrita ao reticulado $\mathcal{L}([0, 1])$.

Definição 5.1.2 (BUSTINCE et al., 2016, Definição 4.2) *Seja P uma função de penalidade no sentido da Definição 5.1.1. A função $f_P : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ é denominada uma função baseada em penalidades (P -função) se, $\forall \vec{x} \in [0, 1]^n$, tem-se que*

$$f(\vec{x}) = \arg \min_y P(\vec{x}, y), \quad (35)$$

se y é o único minimizador, e $y = \frac{1}{2}$ se o conjunto de minimizadores é o intervalo $]0, 1[$ (ou $[0, 1]$).

De acordo com (BUSTINCE et al., 2016, Ex. 2.2), para cada função de penalidade P , busca-se definir o número $y \in [0, 1]$ que indica o valor de fusão dos n dados de entrada, interpretados por $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$, de forma a otimizar a função baseada em penalidade f . Neste sentido, ao minimizar y , tem-se a otimização de f .

Na Definição 5.1.2, sendo a função P é quasi-convexa e semicontínua inferior em $y \in [0, 1]$, tem-se a garantia de que o conjunto de máximos para a P -função, indicada por f_P , ou é unitário ou é um intervalo.

Teorema 5.1.1 (BUSTINCE et al., 2016) *Uma função $f : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ é uma P -função no sentido da Definição 5.1.2 se, e somente se, f é idempotente.*

Logo, tem-se a possibilidade de obter uma P -função contínua no sentido da Definição 5.1.2, sempre que f é idempotente.

Proposição 5.1.1 (BUSTINCE et al., 2016) *Seja $M : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ uma função crescente. M é uma média se, e somente se, M é uma P -função no sentido da Definição 5.1.2.*

Na sequência, apresentamos as funções de penalidades discutidas nas exemplificações 3.2.1 e 3.2.2, em (BUSTINCE et al., 2016) as quais foram também estudados nos resultados apresentados em (BUSTINCE; FERNANDEZ; BURILLO, 2017). Estas funções de penalidade serão consideradas também neste trabalho.

Exemplo 5.1.1 *A função $F_2^\alpha : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, definida por $F_2^\alpha(x, y) = (x^\alpha - y^\alpha)^2$ é uma função $\mathcal{L}([0, 1])$ -REF quasi-conexa. Para uma crescente permutação $(\cdot) : \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, n\}$, $\alpha \in \mathbb{R}^+$, a função $P_2^\alpha : [0, 1]^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por*

$$P_2^\alpha(x_1, \dots, x_n, y) = \sum_{i=1}^n (x_{(i)}^\alpha - y^\alpha)^2, \quad (36)$$

é uma função de penalidade. De acordo com os resultados apresentados em (YAGER; RYBALOV, 1997), o valor de fusão para a função de penalidade é P_2^α é dado pela expressão a seguir:

$$y = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^\alpha \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (37)$$

- Observe que, para $\alpha = 1$, a função $P_2 : [0, 1]^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}$, é dada por

$$P_2(x_1, \dots, x_n, y) = \sum_{i=1}^n (x_{(i)} - y)^2, \quad (38)$$

e o valor de fusão para P_2 se refere à média aritmética dos valores observados. Assim, $y = AM(x_1, \dots, x_n)$ é o valor que minimiza P_2 :

$$P_2(x_1, \dots, x_n, y) = \sum_{i=1}^n (x_{(i)} - AM)^2. \quad (39)$$

Exemplo 5.1.2 A função $f_{||}^\alpha(x, y) = |x^\alpha - y^\alpha|$ é $\mathcal{L}([0, 1])$ -REF quasi-conexa. E, para uma crescente permutação $() : \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, n\}$ e $\alpha \in \mathbb{R}^+$, a função $P_{||}^\alpha : [0, 1]^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}$, dada pela expressão

$$P_{||}^\alpha(x_1, \dots, x_n, y) = \sum_{i=1}^n f_{||}^\alpha(x_{(i)} - y) = \sum_{i=1}^n |x_{(i)}^\alpha - y^\alpha|, \quad (40)$$

é uma função de penalidade em $\mathcal{L}([0, 1])$ e o correspondente valor de fusão se refere à mediana dos valores observados, $y = Med(x_1^\alpha, \dots, x_n^\alpha)$, ou seja, a mediana corresponde ao valor de fusão que minimiza $P_{||}^\alpha$ (YAGER; RYBALOV, 1997).

- E, para $\alpha = 1$, tem-se a função de penalidade $P_{||} : [0, 1]^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por

$$P_{||}(x_1, \dots, x_n, y) = \sum_{i=1}^n f_{||}(x_{(i)} - y) = \sum_{i=1}^n |x_{(i)} - Med(x_1, \dots, x_n)|, \quad (41)$$

A definição das funções de penalidades ponderadas obtidas por meio de médias ponderadas que serão aplicadas neste trabalho está ilustrado nos exemplos apresentados logo a seguir.

Exemplo 5.1.3 Sejam os escalares normalizados, $w_i \in [0, 1]$ tais que $\sum_{i=1}^n w_i = 1$. A função $(F_w)_2 : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, definida por $(F_w)_2(x_1, x_2) = (w_1 x_1 - w_2 x_2)^2$ é uma função $\mathcal{L}([0, 1])$ -REF quasi-conexa. Para uma crescente permutação $() : \{1, \dots, n\} \rightarrow$

$\{1, \dots, n\}$, $\alpha \in \mathbb{R}^+$, a função $(P_{Fw})_2 : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$

$$(P_{Fw})_2(x_1, \dots, x_n, y) = \sum_{i=1}^n (w_i x_{(i)} - y)^2, \quad (42)$$

é uma função de penalidade. De acordo com os resultados apresentados em (YAGER; RYBALOV, 1997), o valor de fusão para $(P_{Fw})_2$ é dado pela média aritmética ponderada:

$$AM_w = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n w_i x_i^\alpha \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (43)$$

Ou seja, tem-se a expressão para esta função de penalidade ponderada:

$$(P_{Fw})_2(x_1, \dots, x_n, y) = \sum_{i=1}^n (x_{(i)} - AM_w)^2. \quad (44)$$

Exemplo 5.1.4 Sejam os escalares normalizados, $w_i \in [0, 1]$ tais que $\sum_{i=1}^n w_i = 1$. A função ponderada $(F_w)_{||}(x_1, x_2) = |w_1 x_1 - w_2 x_2|$ é $\mathcal{L}([0, 1])$ -REF quasi-conexa. Então, para uma crescente permutação $() : \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, n\}$, tem-se que a função $(P_{Fw})_{||} : [0, 1]^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}$, dada pela expressão

$$(P_{Fw})_{||}(x_1, \dots, x_n, y) = \sum_{i=1}^n f_{||}(w_i x_{(i)} - y) = \sum_{i=1}^n |w_i x_{(i)} - y|, \quad (45)$$

é uma função de penalidade em $\mathcal{L}([0, 1])$ e o correspondente valor de fusão se refere à mediana ponderada $Med_w : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$, definida pela expressão:

$$Med_w(x_1, \dots, x_n) = x_{(k)}, \text{ tal que } \begin{cases} T_{k-1} = \sum_{j=1}^{k-1} w_j < 0.5, \text{ e} \\ T_k = \sum_{j=1}^k w_j \geq 0.5. \end{cases} \quad (46)$$

ou seja, a mediana ponderada dada na Eq.(46) corresponde ao valor de fusão que minimiza $(P_{Fw})_{||}$ (YAGER; RYBALOV, 1997).

Outras contribuições envolvendo novos estudos de classes de funções de penalidade, discussão de suas propriedades, apresentação de generalizações e diferentes aplicações estão descritas na literatura (YAGER; RYBALOV, 1997; BUSTINCE et al., 2016; BUSTINCE; FERNANDEZ; BURILLO, 2017).

5.1.2 FS-FCM Metodologias: Construção de Medidas de Consenso no Reticulado de Valores Fuzzy

Nas seções mostramos que operadores como soma convexa, função conjugada, relações de equivalência e funções de penalidades são construtores de FCM, discutimos as condições que preservam suas principais propriedades.

5.1.3 $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM via Somas Convexas

Proposição 5.1.2 *Considere uma negação fuzzy N . Sejam $C_1, C_2 : \bigcup_{n=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ medidas de consenso fuzzy em $[0, 1]$ que satisfazem $C_i, \forall i \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, C_6 (em relação a N), C_7 relacionada com $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF $d : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ e C_8 , considerando uma $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -EAF A . Para $\lambda \in [0, 1]$, a função $C_1 +_{\lambda} C_2 : \bigcup_{n=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ dada por*

$$C_1 +_{\lambda} C_2(x_1, \dots, x_n) = \lambda C_1(x_1, \dots, x_n) + (1 - \lambda) C_2(x_1, \dots, x_n) \quad (47)$$

também é uma medida de consenso fuzzy em $[0, 1]$ que verifica C_i , para o mesmo $i \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, C_6 (em relação a N), C_7 relacionada com $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF d e C_8 considerando a EAF AM .

5.1.4 $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM via Automorfismos

Agora, a definição e exemplos que ilustram um método para gerar uma nova medida de consenso C^{ϕ} pela ação de um automorfismo $\phi : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ sobre uma medida de consenso fuzzy C são discutidos, mostrando C^{ϕ} como uma ϕ -propriedade de preservação da medida de consenso C .

Proposição 5.1.3 *Considere uma negação fuzzy N . Seja $\phi \in \text{Aut}([0, 1])$ e $C : \bigcup_{n=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ uma $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM que verifica C_i , para $i \in \{3, 4, 5, 6, 7\}$, C_6 (em relação a N) e C_7 relacionado a uma $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF $d : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$. A função conjugada $C^{\phi} : \bigcup_{n=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ dada por*

$$C^{\phi}(x_1, \dots, x_n) = \phi^{-1}(C(\phi(x_1), \dots, \phi(x_n))) \quad (48)$$

é uma $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM que verifica C_i para $i \in \{3, 4, 5, 6, 7\}$, C_6 (em relação a N^{ϕ} , ϕ -conjugada de N) e C_7 relacionado a d .

5.1.5 $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM via Agregações de Funções $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF

O próximo teorema introduz a metodologia $C_{A,f}$ para construir $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM baseadas em funções de agregação (A) e funções de equivalência estrita (f).

Teorema 5.1.2 *Sejam N uma negação fuzzy forte, $f : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ uma $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF com respeito a N e com um operador N -dual dado por $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF $d : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$*

e A uma EAF que verifica as propriedades A3, A4, A6 e A9. Para a permutação $(\cdot) : \mathbb{N}_n \rightarrow \mathbb{N}_n$, a função $C_{A,f} : \bigcup_{n=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ dada por

$$C_{A,f}(x_1, \dots, x_n) = A(f(x_{(1)}, x_{(n)}), \dots, f(x_{(n)}, x_{(1)})) = A_{i=1}^n f(x_{(i)}, x_{(n-i+1)}) \quad (49)$$

é uma $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM que verifica C4, C5, C6 (em relação a N) juntamente com C7 e C8 (relacionado a d).

Nos corolários a seguir, é apresentada uma metodologia para obter as medidas de consenso a partir de agregações como a média aritmética (AM) e a média exponencial (exp_{α}), ambas relacionadas a valores fuzzy obtidos por uma $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF f .

Corolário 5.1.1 *Seja $f : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ a $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF dada na Eq.(16), em relação à negação fuzzy padrão N_s e $d : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ sua função N_s dual $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF. A função $C_{AM,f} : \bigcup_{n=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ dada por*

$$C_{AM,f}(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_{(i)}, x_{(n-i+1)}) \quad (50)$$

é uma FCM em relação a N_s sobre $d : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ dada por $d(x, y) = |x - y|$, verificando Ci, para todo $i \in \{3, 4, 5\}$, C6 em relação a N_s , C7 e C8, ambas com respeito a d .

Uma nova classe de medidas de consenso fuzzy pode ser obtida a partir do Corolário 5.1.1 e da Proposição 5.1.3 a partir da ação de um automorfismo $\phi \in Aut(\mathcal{L}_{[0,1]})$ sobre operadores $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM, como apresentado a seguir.

Exemplo 5.1.5 *Seja $F^{\phi_{l,k}} : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ a $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF dada na Eq.(27) em relação à negação fuzzy $N_S^{\phi_{l,k}} : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$. Sejam $l, k \in \mathbb{N}^*$, então a função $C_{AM, F^{\phi_{l,k}}} : \bigcup_{n=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ dada por*

$$C_{AM, F^{\phi_{l,k}}}(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(1 - |x_{(i)}^{\frac{l}{k}} - x_{(n-i+1)}^{\frac{l}{k}}| \right)^{\frac{k}{l}} \quad (51)$$

é uma medida de consenso fuzzy que verifica Ci, para todo $i \in \{3, 4, 5\}$, C6 em relação a negação $N_S^{\phi_{l,k}}$, C7 e C8, ambas relacionadas à $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF $d : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, $d(x, y) = |x - y|$. Em particular, se $l = k$ tem-se

$$C_{AM, f_{||}}(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (1 - |x_{(i)} - x_{(n-i+1)}|) \quad (52)$$

Corolário 5.1.2 *Seja $F : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ uma $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF dada pela Eq.(17), em relação à negação fuzzy padrão N_S . A função $C_{\exp_\alpha, F} : \bigcup_{n=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ definida por*

$$C_{\exp_\alpha, F}(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{\alpha} \ln \sum_{i=1}^n \frac{e^{F(x_i, x_{(n-i+1)})}}{n} \quad (53)$$

é uma medida de consenso fuzzy em relação a N_S sobre a $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF $d : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ dada por $d(x, y) = |x - y|$, que verifica C_i , para todo $i \in \{3, 4, 5\}$, $C6$, em relação a N_S e $C7$ relacionada à $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF $d : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, $d(x, y) = |x - y|$.

Como ilustração, este estudo considera o operador de agregação média exponencial, representado por $\exp_\alpha$, e os operadores $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF para obter outra classe de $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM.

Exemplo 5.1.6 *Seja F a $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF dada pela Eq.(17) e seja $\exp_\alpha$ a agregação média exponencial. A função $C_{\exp_\alpha, F} : \bigcup_{n=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ dada por*

$$C_{\exp_\alpha, F}(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{\alpha} \ln \sum_{i=1}^n \frac{e^{1-|x_i - x_{(n-i+1)}|}}{n} \quad (54)$$

é uma $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM que verifica $C3$, $C4$, $C5$, $C6$, em relação à negação fuzzy N_S e $C7$ relacionada à $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF $d : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, $d(x, y) = |x - y|$.

Exemplo 5.1.7 *Seja $C_{AM, F}, C_{\exp_\alpha, F} : \bigcup_{n=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ uma $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM em relação a negação fuzzy N_S dada nos Exemplos 5.1.5 e 5.1.6, respectivamente. A partir da Proposição 5.1.2, a função*

$$C_{AM, F} +_\lambda C_{\exp_\alpha, F} : \bigcup_{n=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$$

também é uma $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM que verifica C_i , para todo $i \in \{3, 4, 5\}$, $C6$, em relação a N_S e $C7$ relacionada a $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF $d : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, dada por $d(x, y) = |x - y|$.

5.1.6 $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM via Funções de Quase-overlap e Implicações Fuzzy

Estendemos os resultados da Seção 3.2, os quais promovem a aplicação de $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF a partir de funções de quase-overlap, reportadas na Definição 3.1.3), e de implicações fuzzy.

Este estudo considera a preservação das mesmas condições estabelecidas com relação às propriedades destes operadores ao definir novos métodos de obter $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM via as classes de funções de overlap e de implicações fuzzy.

Proposição 5.1.4 *Sejam $M : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ uma função de quase-overlap, $N : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ e $I : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ uma função binária verificando as propriedades I1, I3, I4 (em relação a N) e I5. A partir destas funções, considera-se a $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF $f_{M,I} : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ definida pela Eq.(31) e uma EAF A verificando as propriedades A3, A4, A6 e A9 e define-se a função $C_{A,f_{M,I}} : \bigcup_{n=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ pela expressão*

$$C_{A,f_{M,I}}(x_1, \dots, x_n) = A_{i=1}^n(f_{M,I}(x_{(i)}, x_{(n-i+1)})) \quad (55)$$

como uma $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM que verifica Ci, para todo $i \in \{3, 4, 5\}$, C6 em relação à negação fuzzy N e C7 relacionada à $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF d .

Exemplo 5.1.8 *Baseado nos resultados apresentados na Proposição 5.1.4, e considerando $p \in \{0.5, 1, 2\}$, tem-se que as seguintes medidas de consenso fuzzy em $\mathcal{L}_{[0,1]}$:*

(i) $C_{AM,f_{O_{0.5},I_{LK}}}(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n f_{O_{0.5},I_{LK}}(x_{(i)}, x_{(n-i+1)})$ é uma função $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM, onde

$$Ref_{O_{0.5},I_{LK}}(x, y) = \begin{cases} \sqrt{1-x+y}, & \text{se } x > y, \\ \sqrt{1-y+x}, & \text{se } x < y, \\ 1, & \text{se } x = y. \end{cases} \quad (56)$$

(ii) $C_{AM,f_{I_{LK}}}(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n f_{O_1,I_{LK}}(x_{(i)}, x_{(n-i+1)})$ é uma função $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM, onde

$$Ref_{I_{LK}}(x, y) = \begin{cases} 1-x+y, & \text{se } x > y, \\ 1-y+x, & \text{se } x \leq y, \\ 1, & \text{se } x = y. \end{cases} \quad (57)$$

(iii) $C_{AM,f_{O_2,I_{LK}}}(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n f_{O_2,I_{LK}}(x_{(i)}, x_{(n-i+1)})$ é uma função $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM, onde

$$Ref_{O_2,I_{LK}}(x, y) = \begin{cases} (1-x+y)^2, & \text{se } x > y, \\ (1-y+x)^2, & \text{se } x \leq y, \\ 1, & \text{se } x = y. \end{cases} \quad (58)$$

5.1.7 $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM via Agregação de Funções de Penalidades

Baseados nos resultados apresentados na Seção 5.1.1, introduzimos a metodologia para obter $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM a partir de funções de penalidades.

Proposição 5.1.5 *Seja $M : \bigcup_{n=1}^{\infty} [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ uma EAF e $C : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ uma $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM. Então, $C_{M,n} : \bigcup_{i=2}^{\infty} [0, 1]^i \rightarrow [0, 1]$ definida pela expressão $n \geq 1$*

$$C_{M,n}(x_1, \dots, x_n, y) = M(C(x_1, y), \dots, C(x_n, y)), \forall n > 1, \quad (59)$$

é uma $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM. E ainda, se M verifica A9 e $C_{M,n}$ também satisfaz a unanimidade estrita dada por $C1(a)$, então $C_{M,n}$ verifica C7.

O próximo teorema garante as condições para obter funções de penalidade a partir de medidas de consenso.

Teorema 5.1.3 *Seja $N : [0,1] \rightarrow [0,1]$ uma negação fuzzy forte e $C : \bigcup_{i=1}^n [0,1]^i \rightarrow [0,1]$ uma $\mathcal{L}$ -FCM que satisfaz $C1(a)$ e é uma função quasi-côncava, ou seja, para $x_1, \dots, x_n, y, x'_1, \dots, x'_n, y' \in [0,1]$,*

$$C(\lambda(x_1, \dots, x_n, y) + (1 - \lambda)(x'_1, \dots, x'_n, y')) \geq \min(C(x_1, \dots, x_n, y), C(x'_1, \dots, x'_n, y')).$$

Então, a função $P_{N,C} : [0,1]^{n+1} \rightarrow [0,1]$ definida pela expressão

$$P_{N,C}(x_1, \dots, x_n, y) = N(C(x_1, \dots, x_n, y)) \quad (60)$$

é uma função de penalidade fuzzy com valor de fusão em y , no sentido da Definição 5.1.1.

Corolário 5.1.3 *Seja A uma EAF que verifica A9 e $C : [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ uma função $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM, quasi-côncava que verifica C3. A função $P_{N,C_A} : [0,1]^n \rightarrow [0,1]$ dada por*

$$P_{N,C_A}(x_1, \dots, x_n, y) = N(C_A(x_1, \dots, x_n, y)) \quad (61)$$

é uma função de penalidade fuzzy, no sentido da Definição 5.1.1.

As exemplificações apresentadas logo a seguir foram aplicadas no Capítulo 6 na tomada de decisão para recomendação de migração de páginas, considerando a **Abordagem Int-FLBCC**, na consolidação da Estratégia **CDM**.

Exemplo 5.1.9 *Considerando o Exemplo 5.1.1 de uma função de penalidade, tem-se*

$$P_{N_S, C_{fsq}}(x_1, \dots, x_n, AM(x_1, \dots, x_n)) = N_S(C_{fsq}(x_1, \dots, x_n, AM(x_1, \dots, x_n))).$$

Ou ainda, a função de penalidade dada na Eq. (44) pode ser definida via Eq. (61)

$$\begin{aligned} P_{N_S, C_{fsq}}(x_1, \dots, x_n, AM(x_1, \dots, x_n)) &= \sum_{i=1}^n (x_i - AM(x_1, \dots, x_n))^2 \\ &= P_2(x_1, \dots, x_n, AM(x_1, \dots, x_n)), \end{aligned} \quad (62)$$

sendo neste caso, o ponto de fusão obtido a partir da média aritmética dos valores de entrada, $x_1, \dots, x_n \in [0,1]$.

Exemplo 5.1.10 Considerando o Exemplo 5.1.2 de uma função de penalidade, tem-se

$$P_{N_S, C_{f_{||}}}(x_1, \dots, x_n, \text{Med}(x_1, \dots, x_n)) = N_S(C_{f_{||}}(x_1, \dots, x_n, \text{Med}(x_1, \dots, x_n))).$$

Nesta expressão, a função de penalidade tem seu ponto de fusão y obtido a partir da mediana dos valores de entrada $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$. De acordo com Eq. (41), a função de penalidade $P_{N_S, C_{f_{||}}}$ pode ser indicada pela expressão:

$$\begin{aligned} P_{N_S, C_{f_{||}}}(x_1, \dots, x_n, \text{Med}(x_1, \dots, x_n)) &= \sum_{i=1}^n |x_{(i)} - \text{Med}(x_1, \dots, x_n)| \\ &= P_{||}(x_1, \dots, x_n, \text{Med}(x_1, \dots, x_n)) \end{aligned} \quad (63)$$

E logo a seguir, na construção reversa, o próximo teorema garante as condições para obter de medidas de consenso via funções de penalidade em $\mathcal{L}([0, 1])$.

Teorema 5.1.4 Sejam $N : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ uma negação fuzzy forte e $P : [0, 1]^{n+1} \rightarrow [0, 1]$ uma função de penalidade fuzzy, quasi-convexa com valor de fusão y , como na Definição 5.1.1. Então, a expressão da função $C_{A, P} : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$, dada por

$$C_{N, P}(x_1, \dots, x_n, y) = N(P(x_1, \dots, x_n, y)) \quad (64)$$

caracteriza-se como uma $\mathcal{L}$ -FCM, quasi-côncava.

5.2 Modelagem do Sistema Fuzzy

Esta seção apresenta a concepção, modelagem e prototipação do sistema fuzzy do Int-FLBCC, um módulo para auxiliar na tomada de decisão sobre as migrações de MVs em um ambiente de CN baseado em LF tipo-2, e caracterizado principalmente pela capacidade em lidar com as incertezas presentes nas variáveis do ambiente.

O Int-FLBCC foi desenvolvido para lidar com incertezas referentes a utilização de CPU, memória custo de comunicação nos computadores físicos presentes num ambiente de CN. Esta seção enfatiza os ganhos que o escalonador obteve com o auxílio do Int-FLBCC em situações as quais incertezas são presentes devido a oscilação nos valores das variáveis.

O Int-FLBCC considera que a disponibilidade dos valores de CPU, memória e rede são dadas por números fuzzy. O componente devolve ao escalonador uma lista de valores referentes ao nível de utilização de cada uma das máquinas físicas do ambiente.

Considera-se que os números fuzzy utilizam funções trapezoidais, para reproduzir situações em que o erro na medida extraída da infraestrutura da CN pode ser tanto positiva como negativa. Assim, o poder computacional de um computador no ambiente

é representado, utilizando a notação de números fuzzy, que representa a incerteza em torno do nível de utilização de processamento naquele momento.

De modo similar, para o valor de utilização da memória RAM de um computador no ambiente é representado, utilizando da notação de números fuzzy, que representa a incerteza em torno do nível de utilização da memória naquele momento.

Também, a largura de banda disponível entre os computadores utiliza a notação de números fuzzy, que representa a incerteza em torno do nível de utilização da largura de banda naquele momento.

5.2.1 Base de Dados e Definição das Funções de Pertinência

Antes de começar a trabalhar com as informações de entrada, fez-se necessário estudá-las juntamente com um especialista da área com a finalidade de determinar o comportamento do sistema a fim de obter valores de saída satisfatórios, de acordo com a necessidade do ambiente.

Nesta etapa, ocorre o processo de transformação de sentenças linguísticas em CFs. Também são determinados quantos e quais CF estão associados a cada variável do sistema. Ocorrendo desta forma, o processo de representação gráfico e análise funcional do comportamento das variáveis fuzzy, tanto de entrada como de saída.

Conforme a Figura 5, neste projeto a modelagem dos CFs das variáveis são formadas por funções de pertinência trapezoidais, devido ao fato de representarem adequadamente o comportamento das variáveis dentro do T2FS.

Outra questão que também teve de ser estudada com o auxílio de especialistas, foi a definição dos pontos de intersecção entre os CFs de uma mesma variável. A intersecção destes conjuntos é essencial no desenvolvimento do sistema utilizando LF, com determinados valores de entrada mostrem pesos distintos em mais de um CF. Assim o sistema poderá aplicar a técnica de defuzzificação utilizada adequadamente para obtenção das saídas desejadas.

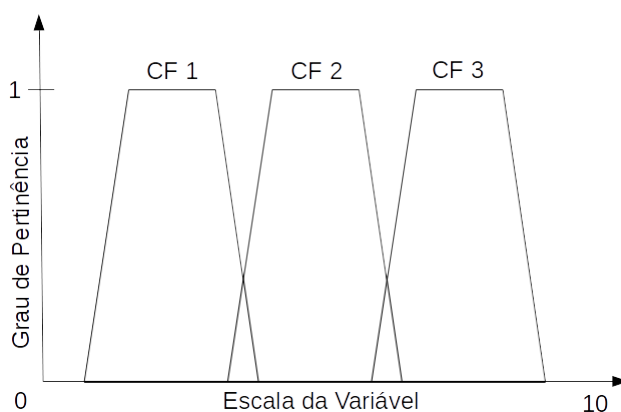


Figura 5 – Modelo adotado para as Funções de Pertinência dos Conjuntos Fuzzy.

O tratamento de incerteza e precisão utilizando a LF, foi possível dar maior robustez

às informações obtidas, tornando a saída do escalonador mais confiável contribuindo para uma maior eficiência energética ao mesmo tempo mantendo desempenho.

Os processos executados pelo *Int-FLBCC*, expostos no fluxograma da Figura 6, representam a forma como ocorre a seleção dos recursos, na seguinte sequência: (i) na primeira etapa é realizada a coleta de informações sobre os recursos, (ii) depois estas informações são tratadas com uso da LF, que por fim (iii) é retornada uma lista com os valores referentes ao nível de utilização de cada máquina física do ambiente.

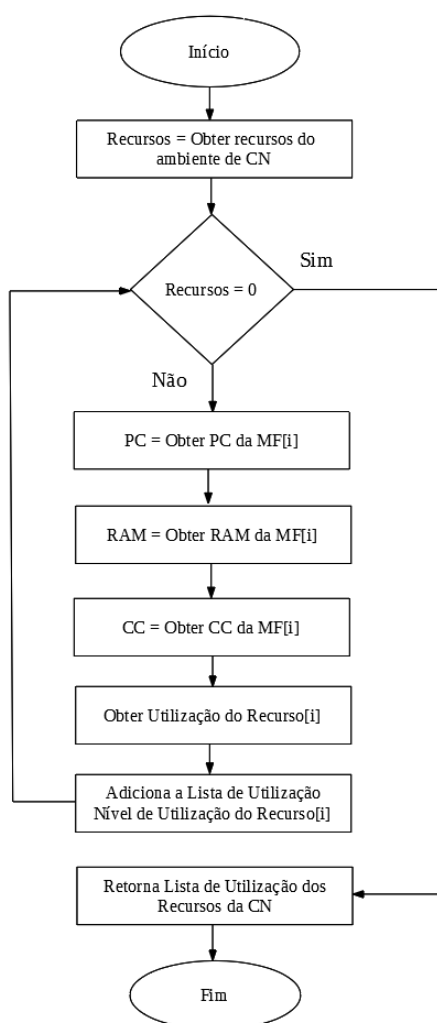


Figura 6 – Visão geral das funcionalidades do *Int-FLBCC*.

Posteriormente, cabe ao escalonador realizar o mapeamento das MFs, determinando quais precisam que suas MVs sejam migradas e quais podem receber novas MVs, de acordo com os valores de utilização apresentados pelo *Int-FLBCC*.

Como os ambientes de CN possuem uma série de recursos a serem mensurados,

este projeto focou em três recursos: Poder Computacional (PC), Memória RAM (RAM) e Custo de Comunicação (CC). Tais recursos são considerados relevantes nesse contexto e estão destacados na Figura 7.

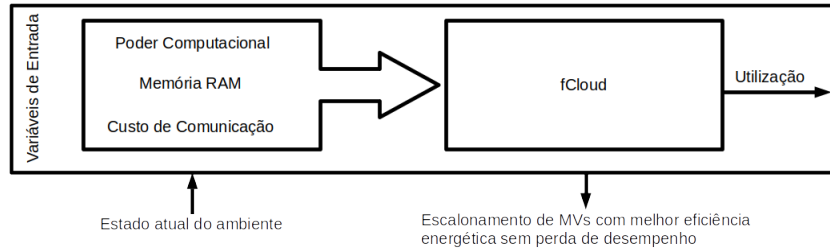


Figura 7 – Visão geral das entradas e saídas do *Int-FLBCC*.

O *Int-FLBCC* é responsável pela análise das MFs de um ambiente heterogêneo de CN e, para isso, faz o uso de um sistema fuzzy com uma base de regras atuando em três etapas: (i) Fuzzificação, (ii) Inferência e (iii) Defuzzificação e abrangendo um módulo especial de Redutor de Tipos. Este sistema retorna como saída o nível de utilização de cada máquina.

O estudo das variáveis teve como suporte as experiências do especialista em CN, as variáveis linguísticas relativas a cada uma das variáveis de incerteza foram transformadas em CFs, usando uma representação gráfica trapezoidal para suas funções de pertinência. Na modelagem do sistema concedeu-se o emprego da ferramenta Juzzy (WAGNER, 2013).

Para mensurar o PC, RAM e o CC é realizada a leitura das configurações do ambiente de CN simulado no CloudSim. Esses valores são então ajustados a uma escala padrão, considerando o intervalo $[0; 10]$, e aplicando as equações:

$$PC = (h_i(MM)/MaxPC * 10) \quad (65)$$

$$CC = ((10 * h_i(UoB))/MinCC) \quad (66)$$

$$RAM = (h_i(UoR)/MaxRam) * 10 \quad (67)$$

De acordo com os seguintes parâmetros:

- h_i representando o $host(i)$ do ambiente da nuvem;
- MM as Máximo de MIPS disponível no host i considerando todos os Processing Elements (PE);
- UoB representando a utilização de largura de banda do host i ;
- UoR o uso de memória RAM no host i ;
- $MaxPC$, valor total em MIPS do melhor host do ambiente da nuvem;

- $MinCC$ o menor custo de comunicação no ambiente da nuvem;
- $MaxRAM$ o valor de RAM do melhor host.

As equações (65), (66) e (67) estão associadas as funções de pertinência das Figuras 8, 9, 10 complementando as variáveis PC, CC e RAM, respectivas. Os Termos Linguísticos (TLs) definidos para os CFs da variável PC são: “Limitado” (PCL), “Razoável” (PCR) e “Elevado” (PCE - melhor caso). Sendo que para $PC = a$ e $a \in [0; 10]$, têm-se as Funções de Pertinência da Tabela 3, as quais são graficamente descritas na Figura 8.

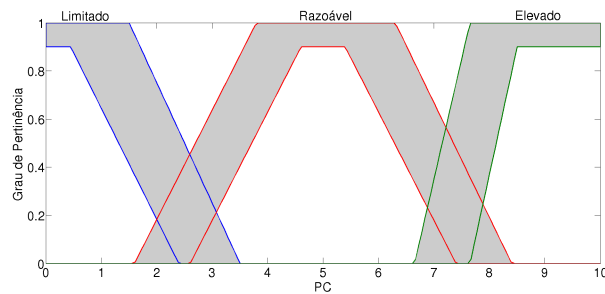


Figura 8 – PC na escala padrão

Tabela 3 – Funções de Pertinência PC

PC	$\mu_A(x)$	$\mu_A(x)$
PCL	$\begin{cases} 1, & \text{se } 0 \leq x < 1.5 \\ \frac{-x+3.5}{2}, & \text{se } 1.5 \leq x < 3.5 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$	$\begin{cases} 0.9, & \text{se } 0 \leq x < 0.45 \\ -0.46x + 1.1, & \text{se } 0.45 \leq x < 2.4 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
PCR	$\begin{cases} \frac{x-1.6}{2.2}, & \text{se } 1.6 \leq x < 3.8, \\ 1, & \text{se } 3.8 \leq x < 6.3, \\ \frac{-x+8.4}{2.1}, & \text{se } 6.3 \leq x < 8.4, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$	$\begin{cases} 0.45x - 1.17, & \text{se } 2.6 \leq x < 4.6, \\ 0.9, & \text{se } 4.6 \leq x < 5.4, \\ -0.45x + 3.33, & \text{se } 5.4 \leq x < 7.4, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
PCE	$\begin{cases} x - 6.65, & \text{se } 6.65 \leq x < 7.65, \\ 1, & \text{se } 7.65 \leq x < 10, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{18x}{17} - 8.1, & \text{se } 7.65 \leq x < 8.5, \\ 0.9, & \text{se } 8.5 \leq x < 10, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

A variável RAM reporta-se, a porcentagem de utilização de memória RAM de uma máquina em determinado momento. Os TLs para os CFs definidos para essa variável são: “Baixo” (RAMB), “Médio” (RAMM) e “Grande” (RAMG - melhor caso). Sendo que para $RAM = b$ e $b \in [0; 10]$, têm-se as Funções de Pertinência da Tabela 4 que, graficamente estão descritas na Figura 9.

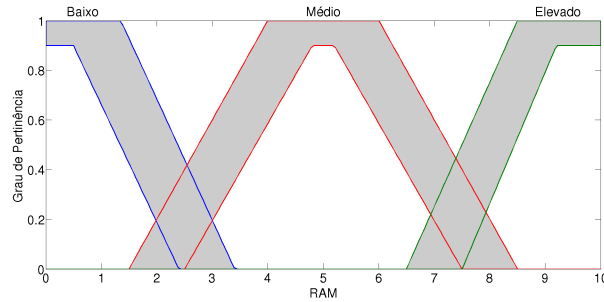


Figura 9 – RAM na escala padrão

Tabela 4 – Funções de Pertinência RAM

RAM	$\mu_A(x)$	$\mu_A(x)$
RAMB	$\begin{cases} 1, & \text{se } 0 \leq x < 1.5 \\ \frac{-x+3.5}{2}, & \text{se } 1.5 \leq x < 3.5 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$	$\begin{cases} 0.9, & \text{se } 0 \leq x < 0.45 \\ -0.4615x + 1.1076, & \text{se } 0.45 \leq x < 2.4 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
RAMM	$\begin{cases} \frac{x-1.6}{2.2}, & \text{se } 1.6 \leq x < 3.8, \\ 1, & \text{se } 3.8 \leq x < 6.3, \\ \frac{-x+8.4}{2.1}, & \text{se } 6.3 \leq x < 8.4, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$	$\begin{cases} 0.45x - 1,17, & \text{se } 2.6 \leq x < 4.6, \\ 0.9, & \text{se } 4.6 \leq x < 5.4, \\ -0.45x + 3.33, & \text{se } 5.4 \leq x < 7.4, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
RAMG	$\begin{cases} x - 6.65, & \text{se } 6.65 \leq x < 7.65, \\ 1, & \text{se } 7.65 \leq x < 10, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{18x}{17} - 8.1, & \text{se } 7.65 \leq x < 8.5, \\ 0.9, & \text{se } 8.5 \leq x < 10, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

A variável CC reporta-se a porcentagem de utilização de banda da máquina sobre o máximo que essa suporta. Os TLs para os CFs definidos para essa variável são: “Pequeno” (CCP - melhor caso), “Médio” (CCM) e “Grande” (CCG). Sendo que para $CC = c$ e $c \in [0; 10]$, têm-se as Funções de Pertinência da Tabela 5 que, estão descritas graficamente na Figura 10.

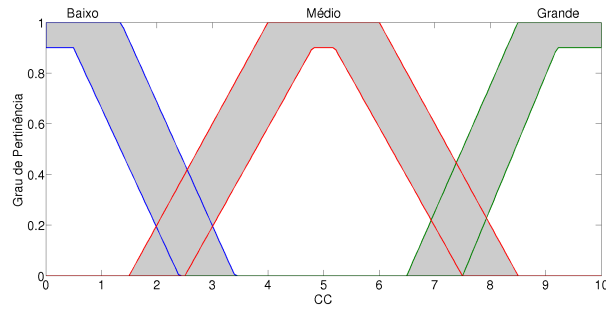


Figura 10 – CC na escala padrão

Tabela 5 – Funções de Pertinência CC

CC	$\overline{\mu_B \tilde{X}}$	$\underline{\mu_B \tilde{X}}$
CCP	$\begin{cases} 1, & \text{se } 0 \leq x < 1.35, \\ \frac{-x+3.4}{2.05}, & \text{se } 1.35 \leq x < 3.4, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$	$\begin{cases} 0.9, & \text{se } 0 \leq x < 0.5, \\ \frac{-0.9x+2.16}{1.9}, & \text{se } 0.5 \leq x < 2.4, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
CCM	$\begin{cases} \frac{x-1.5}{2.5}, & \text{se } 1.5 \leq x < 4, \\ 1, & \text{se } 4 \leq x < 6, \\ \frac{-x+8.5}{2.5}, & \text{if } 6 \leq x < 8.5, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{0.9x-2.25}{2.3}, & \text{se } 2.5 \leq x < 4.8, \\ 0.9, & \text{se } 4.8 \leq x < 5.2, \\ \frac{-0.9x+6.75}{2.3}, & \text{se } 5.2 \leq x < 7.5, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
CCG	$\begin{cases} \frac{x-6.5}{2}, & \text{se } 6.5 \leq x < 8.5, \\ 1, & \text{se } 8.5 \leq x < 10, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{18x-13.5}{3.4}, & \text{se } 7.5 \leq x < 9.2, \\ 0.9, & \text{se } 9.2 \leq x < 10, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

A saída U, que define o nível de utilização das máquinas em determinado momento, também é adaptada para uma escala padrão, conforme mostra a representação gráfica das correspondentes funções de pertinência na Figura 11. Os TLs para os CFs usados nesse caso são: “Baixa” (UB), “Média” (UM) e “Alta” (UA). Sendo $U = d$ e $d \in [0; 10]$, têm-se as Funções de Pertinência da Tabela 6.

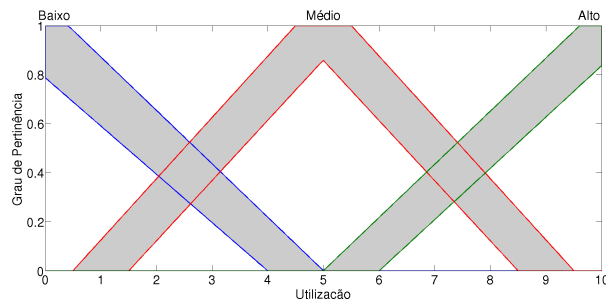


Figura 11 – U na escala padrão

5.2.2 Fuzzificação

Nessa etapa, ocorre o mapeamento dos valores de entrada (já ajustados para escala observada na Seção 5.2) para o domínio fuzzy, como pode ser observado na

Tabela 6 – Funções de Pertinência U

U	$\overline{\mu_C \tilde{x}}$	$\underline{\mu_C \tilde{x}}$
UB	$\begin{cases} 1, & \text{se } 0 \leq x < 0.4, \\ -0.2178x + 1.089, & \text{se } 0.4 \leq x < 5, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$	$\begin{cases} -0.225x + 0.9, & \text{se } 0 \leq x < 4, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
UM	$\begin{cases} 0.25x - 0.125, & \text{se } 0.5 \leq x < 4.5, \\ 1, & \text{se } 4.5 \leq x < 5.5, \\ -0.25x + 2.375, & \text{se } 5.5 \leq x < 9.5, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$	$\begin{cases} 0.257x - 0.3855, & \text{se } 1.5 \leq x < 5, \\ -0.257x + 2.185, & \text{se } 5 \leq x < 8.5, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
UA	$\begin{cases} 0.222x - 1.11, & \text{se } 5 \leq x < 9.5, \\ 1, & \text{se } 9.5 \leq x, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$	$\begin{cases} 0.225x - 1.35, & \text{se } 6 \leq x < 10, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

Figura 12.

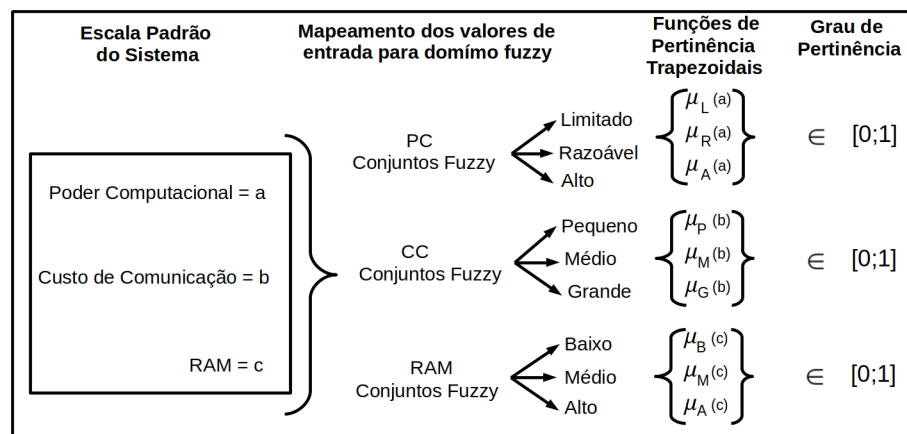


Figura 12 – Processo de Fuzzificação do Int-FLBCC

5.2.3 Base de regras

A Base de Regras (BR) do *Int-FLBCC* é desenvolvida com o intuito de ser facilmente compreensível e editável, visto que não há dificuldade em adicionar novas regras, caso seja desejado adicionar variáveis de entrada. A BR, observada na Tabela 7, leva em conta que o bom desempenho do sistema fuzzy está condicionado às regras que descrevem a estratégia de controle de forma consistente (KLIR, 2005). Leva-se em conta três fatores para sua construção:

- Modelando o sistema mais perto do **mundo real**;
- São utilizadas conexões lógicas do tipo “AND” para criar a relação entre as variáveis de entrada;

- As implicações são do tipo *modus ponens* (modo afirmativo):

Se ((x é A) e (y é B) e (z é C)) então t é D.

Tabela 7 – Base de Regras Int-FLBCC

Regra	PC	CC	RAM	Utilização
1	limitado	pequeno	baixo	alto
2	limitado	pequeno	médio	médio
3	limitado	pequeno	alto	médio
4	limitado	médio	baixo	alto
5	limitado	médio	médio	médio
6	limitado	médio	alto	médio
7	limitado	alto	baixo	alto
8	limitado	alto	médio	alto
9	limitado	alto	alto	alto
10	razoável	baixo	baixo	médio
11	razoável	baixo	médio	médio
12	razoável	baixo	alto	médio
13	razoável	médio	baixo	alto
14	razoável	médio	médio	médio
15	razoável	médio	alto	baixo
16	razoável	alto	baixo	alto
17	razoável	alto	médio	médio
18	razoável	alto	alto	médio
19	alto	baixo	baixo	médio
20	alto	baixo	médio	baixo
21	alto	baixo	alto	baixo
22	alto	médio	baixo	médio
23	alto	médio	médio	médio
24	alto	médio	alto	médio
25	alto	alto	baixo	alto
26	alto	alto	médio	alto
27	alto	alto	alto	médio

5.2.4 Inferência

No processo de Inferência, ocorrem as operações entre os CFs, com combinação dos antecedentes das regras e aplicação de implicações utilizando o operador *modus ponens generalizado*. Este processo ocorre em três etapas detalhadas a seguir.

- (i) **Aplicação da Operação Fuzzy:** nesta etapa, ocorre a aplicação dos operadores fuzzy sendo que a entrada consta de três valores resultantes da fuzzificação. Como as regras são formadas pelo operador fuzzy “AND”, a aplicação utiliza o método MIN (mínimo) sobre os dois valores retornados da fuzzificação;
- (ii) **Aplicação do Método de Implicação Fuzzy:** nesta etapa, é realizada uma combinação entre o valor obtido na aplicação do operador fuzzy e os valores do CF de saída da regra, utilizando o método IMP (implicação) sobre estas combinações;
- (iii) **Aplicação do Método de Agregação Fuzzy:** nesta etapa, ocorre a composição dos resultados fuzzy de saída de cada regra, utilizando o método MAX (máximo), assim criando uma única região fuzzy para ser analisada pelo próximo processo do módulo fuzzy.

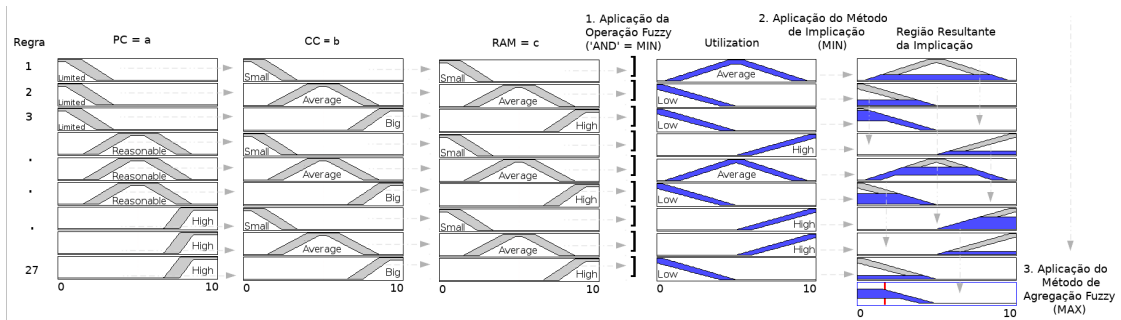


Figura 13 – Processo de Inferência do Int-FLBCC

5.2.5 Defuzzificação

Nessa etapa, ocorre a transformação da região resultado da Inferência em um valor discreto que representa a Utilização (U). Essa transformação foi feita no *Int-FLBCC* através do emprego do método centro da área. Esse método calcula o centroide (x) da área composta pela saída fuzzy do sistema de Inferência, o qual considera a união de todas as contribuições de regras discutidas nas seções 5.2.3 e 5.2.4. A expressão analítica da centroide é dada pela equação

$$u = \frac{\sum_{i=1}^N u_i \mu_{OUT}(u_i)}{\sum_{i=1}^N \mu_{OUT}(u_i)} \quad (68)$$

5.3 Visão Geral dos Procedimentos Operacionais do Int-FLBCC

Nesta seção, a visão geral dos procedimentos relacionados à operação do Int-FLBCC é discutida, apresentando de forma integrada todas as etapas descritas na Seção 5.

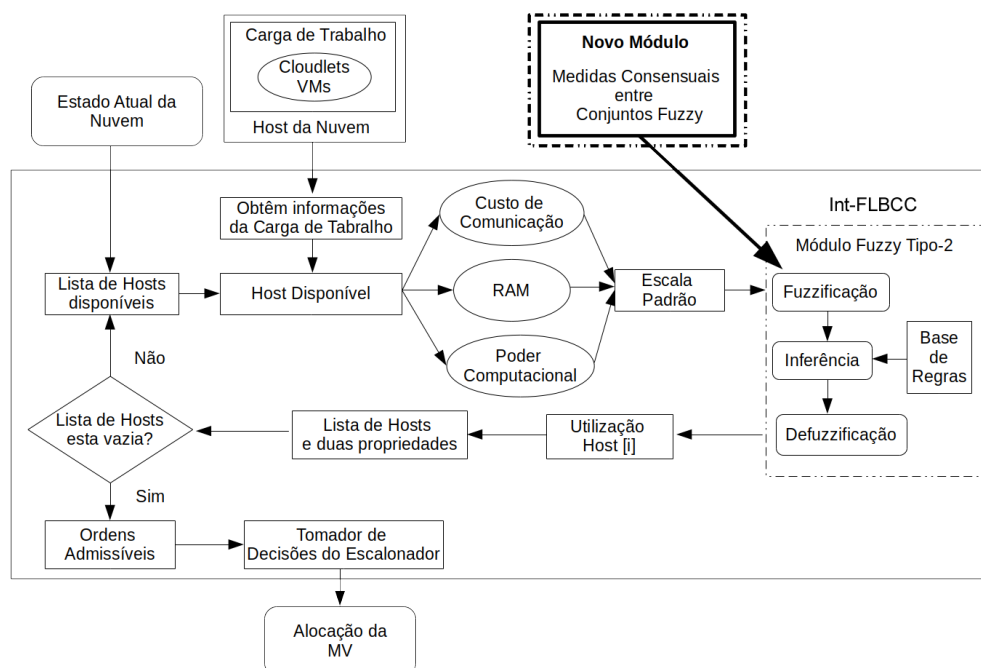


Figura 14 – Fluxograma dos processos operacionais do Int-FLBCC.

A visão geral dos processos envolvidos na operação do *Int-FLBCC* é descrita pelo fluxograma apresentado na Figura 14. O mesmo recebe como entrada o estado atual dos recursos da nuvem computacional, e a carga de trabalho a ser atribuída ao ambiente da nuvem.

Na sequência duas variáveis são identificadas (i) o estado atual do ambiente da CN; (ii) as máquinas que estão disponíveis, sendo ambas armazenadas em uma lista. A seguir são coletadas as informações de CC, RAM e PC de cada máquina disponível, adaptando-os para uma Escala Padrão, onde estarão prontas para ingressarem no Módulo Fuzzy Tipo-2. O módulo fuzzy tem a composição de três etapas: (i) Fuzzificação, (ii) Inferência e (iii) Defuzzificação, desta forma obtendo o intervalo correspondente ao nível de utilização de cada máquina disponível, armazenando estes em uma Lista de Níveis de Utilização, e após é verificado se ainda há alguma máquina disponível não analisada. Enquanto houver, analisa os dados e armazena na lista de Níveis de Utilização. Assim obtêm-se a lista contendo os intervalos de nível de uso de cada host do ambiente da CN. A seguir, a Lista de Níveis de Utilização entra na etapa de ordenação, onde são aplicados os métodos das Ordens Admissíveis: (i) Lex1; (ii) Lex2 e (iii) Xu and Yager. Neste caso, têm-se uma solução para o problema de incompatibilidade dos intervalos no procedimento. Nem sempre uma lista de intervalos pode

ser ordenada por métodos convencionais (ordenação usual dos intervalos reais). Esta lista é enviada ao Tomador de Decisões do Escalonador que, por sua vez, irá mapear quais os hosts que devem ter MVs realocadas, e quais podem receber MVs, isto ocorre de acordo com os níveis de utilização e o método de ordenação selecionado. Onde máquinas com valores de utilização muito baixo podem ter suas MVs realocadas, e serem desligadas, visando um menor consumo energético. No caso das máquinas com valores de utilização muito alto, poderá ocorrer a realocação de suas MVs na tentativa de evitar perda de desempenho do ambiente. Desta forma, as máquinas disponíveis, que estiverem entre esses dois casos, serão as primeiras a receberem MVs.

Agregando a esse fluxograma, esta dissertação introduz uma análise consensual nas funções de pertinência que são implementadas no processo de fuzzificação, acrescentando um grau de confiabilidade aos resultados obtidos com uma avaliação através de medidas de consenso.

6 INT-FLBCC: AVALIAÇÃO VIA ANÁLISE CONSENSUAL

Este capítulo tem como objetivo apresentar as avaliações realizadas, considerando aspectos relevantes para o trabalho de pesquisa desenvolvido.

As avaliações foram divididas em 4 estudos de caso. Os estudos de caso 1 e 2 são direcionados a mensurar o impacto do uso de medidas de consenso sobre valores fuzzy em relação as funções de pertinência do tipo-1 e tipo-2 intervalar, respectivamente. Já o Estudo de Caso 3 consiste na avaliação do emprego de medidas de consenso sobre conjuntos fuzzy. Por fim, no Estudo de Caso 4, são realizadas discussões referentes ao uso de medidas de consenso baseadas em funções de penalidade.

6.1 Estudo de Caso 1: Análise tipo-1 via FS-FCM Metodologias

Este Estudo de Caso, tendo por base as definições das funções de pertinência apresentadas nas Tabelas 3, 4, 5 e 6, tem como objetivo central o cálculo das medidas de consenso para a modelagem fuzzy tipo-1.

Os resultados referentes ao grau de consenso para as diferentes VL/TL, são mostrados nas Tabelas 8 e 9.

Na tabela 8 são apresentados os resultados com as funções que utilizam a *AM* como método de agregação, são essas as funções $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM $C_{AM,f_{O_1},I_{LK}}$, $C_{AM,f_{O_{0.5}},I_{LK}}$, $C_{AM,f_{O_2},I_{LK}}$, C_{SK} e C_{Tastle} , definidas respectivamente em Eq.(52), Eq.(56), Eq.(58), Eq.(54), Eq.(32) e Eq.(33).

Já na Tabela 9 são apresentados os resultados para as funções que utilizam o *exp* como método de agregação, são essas as funções $C_{exp,f_{O_1},I_{LK}}$, $C_{exp,f_{O_{0.5}},I_{LK}}$ e $C_{exp,f_{O_2},I_{LK}}$ definidas respectivamente em Eq.(54), Eq.(56) e Eq.(58).

Nas Figuras 15 e 16 são apresentados os valores das Tabelas 8 e 9 de maneira gráfica.

Também é possível observar o mesmo comportamento tanto para as variáveis de entrada (Poder Computacional, Consumo de RAM e Custo de Comunicação) quanto para a de saída (Utilização), para ambos os métodos de agregação os maiores valores ficaram nos termos linguísticos médios, em seguida nos baixos e por fim, os menores

Tabela 8 – Análise Consensual para T1FS com média aritmética como método de agregação

X	C_{AM}				
	$p = 1.0$	$p = 0.5$	$p = 2$	C_{SK}	C_{Tastle}
PC_L	0.6600	0.8713	0.7884	0.6020	0.4988
PC_R	0.9800	0.9949	0.9900	0.3060	0.2519
PC_E	0.5100	0.7711	0.7550	0.3061	0.2375
RAM_B	0.6351	0.8551	0.7801	0.5533	0.4530
RAM_M	0.9938	0.9969	0.9938	0.3457	0.2837
RAM_A	0.5900	0.8279	0.7618	0.4811	0.3874
CC_B	0.6351	0.8713	0.7884	0.5533	0.4530
CC_M	0.9938	0.9984	0.9938	0.3457	0.2837
CC_A	0.5900	0.8279	0.7618	0.4811	0.3874
U_B	0.5200	0.8280	0.6917	0.5435	0.4425
U_M	0.9800	0.9950	0.9803	0.4940	0.4114
U_A	0.5000	0.8180	0.6817	0.5533	0.4530

Tabela 9 – Análise Consensual para T1FS com média exponencial como método de agregação

X	C_{exp}		
	$p = 1.0$	$p = 0.5$	$p = 2.0$
PC_L	0.7245	0.9006	0.8447
PC_R	0.9803	0.9950	0.9812
PC_E	0.5956	0.8301	0.8069
RAM_B	0.7070	0.8906	0.8397
RAM_M	0.9938	0.9984	0.9939
RAM_A	0.6717	0.8729	0.8272
CC_B	0.7070	0.8906	0.8397
CC_M	0.9938	0.9984	0.9939
CC_A	0.6717	0.8729	0.8272
U_B	0.5755	0.8601	0.7624
U_M	0.9801	0.9950	0.9806
U_A	0.5560	0.8528	0.7544

valores, ficaram nos altos.

Para os casos em que o valor dos pesos eram alterados é possível notar um mesmo padrão para todos os casos, quando a variável p foi diminuído de 1 para 0.5 o valor de consenso aumentou, sendo o maior dentre os 3 valores testados, já para os casos em que o p foi aumentado para 2.0 ele ficou maior que com o p padrão 1.0 mas inferior que o menor p 0.5.

No caso do método de agregação AM foram implementados complementarmente duas funções, a função C_{SK} e C_{Tastle} . Essas funções resultaram em valores mais baixos de consenso, devido as suas propriedades.

Ao analisar a representação gráfica para as funções de pertinência, desenvolvidas na modelagem do *Int-FLBCC*, é possível observar valores de consenso maiores para T1FS associados à variável linguísticas PC_R , RAM_M , CC_M e U_M . Tais conjuntos apresentam uma maior simetria dos gráficos os descrevem, o que justifica o maior

grau de consenso nestes casos, nos métodos aplicados.

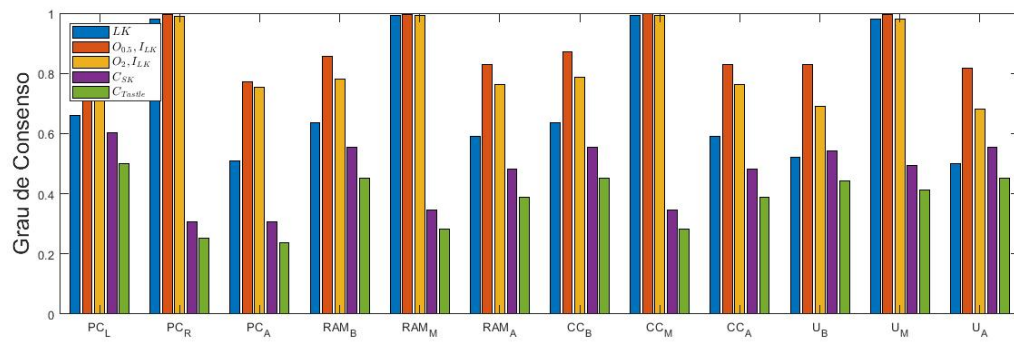


Figura 15 – Análise Consensual para T1FS via agregação por média aritmética.

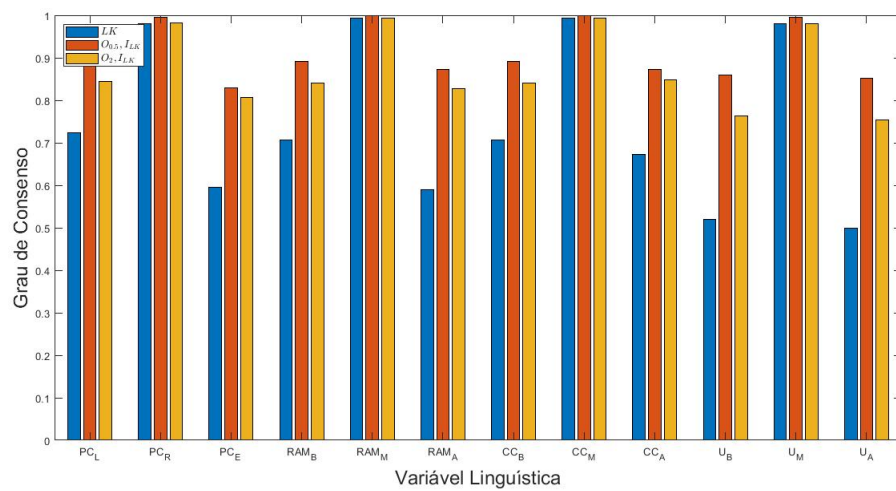


Figura 16 – Análise consensual para T1FS com agregação pela média exponencial.

6.2 Estudo de Caso 2: Análise tipo-2 via FS-FCM Metodologias

Este segundo estudo também considera a FS-FCM Metodologia e a Metodologia FS-FCM, já considerados no primeiro estudo, tendo como foco aplicar tanto o agregador AM como o agregador exp para IVFS.

Similarmente à análise consensual dos valores fuzzy referentes às funções de pertinência tipo-1 que definem a etapa de fuzzyificação da Abordagem *Int-FLBCC*, este trabalho estende esta avaliação ao considerar a análise consensual para projeções de IVFS, para a Abordagem *Int-FLBCC*, totalizando seis métodos para a análise consensual proposta.

Os resultados mostrados na Tabela 10, para esta modelagem, considera as funções que utilizam a AM como método de agregação, são essas as funções $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM $C_{AM,f_{O_1},I_{LK}}$, $C_{AM,f_{O_{0.5}},I_{LK}}$, $C_{AM,f_{O_2},I_{LK}}$, C_{SK} e C_{Tastle} , definidas respectivamente em Eq.(52), Eq.(56), Eq.(58), Eq.(54), Eq.(32) e Eq.(33).

Tabela 10 – Análise Consensual para IVFS com Média Aritmética como método de agregação.

X	$[X, \bar{X}]$	$p = 1$	$p = 0.5$	C_{AM} $p = 2$	C_{SK}	C_{Tastle}
PC_L	$\underline{L}_{In}$	0.7546	0.8369	0.6775	0.7512	0.6572
	$\bar{L}_{In}$	0.5100	0.5758	0.4435	0.4220	0.3331
PC_R	$\underline{R}_{In}$	0.9640	0.9816	0.9312	0.5834	0.4754
	$\bar{R}_{In}$	0.9900	0.9950	0.9803	0.2518	0.3710
PC_E	$\underline{E}_{In}$	0.9142	0.7397	0.5858	0.8998	0.1511
	$\bar{E}_{In}$	0.4200	0.4537	0.3865	0.2543	0.8070
RAM_B	$\underline{B}_{In}$	0.7526	0.8352	0.6753	0.7481	0.6539
	$\bar{B}_{In}$	0.5100	0.5758	0.4435	0.4220	0.3331
RAM_M	$\underline{M}_{In}$	0.9880	0.9939	0.9766	0.7168	0.5719
	$\bar{M}_{In}$	0.9700	0.9875	0.9525	0.2915	0.2392
RAM_A	$\underline{A}_{In}$	0.6442	0.7418	0.4839	0.5379	0.4485
	$\bar{A}_{In}$	0.4200	0.3685	0.2563	0.2543	0.1930
CC_B	$\underline{B}_{In}$	0.7480	0.7911	0.5353	0.7391	0.6448
	$\bar{B}_{In}$	0.5351	0.4515	0.2985	0.4523	0.3592
CC_M	$\underline{M}_{In}$	0.9820	0.9944	0.9828	0.6156	0.5029
	$\bar{M}_{In}$	0.9800	0.9903	0.9668	0.3575	0.2941
CC_A	$\underline{A}_{In}$	0.6921	0.7651	0.4988	0.6368	0.5401
	$\bar{A}_{In}$	0.4900	0.4195	0.2748	0.3820	0.2996
U_B	$\underline{B}_{Out}$	0.6490	0.8044	0.5292	0.7299	0.6138
	$\bar{B}_{Out}$	0.4692	0.5581	0.2647	0.5524	0.4478
U_M	$\underline{M}_{Out}$	0.9824	0.9936	0.9772	0.6484	0.5319
	$\bar{M}_{Out}$	0.9800	0.9864	0.9354	0.5477	0.4523
U_A	$\underline{A}_{Out}$	0.6940	0.8208	0.5356	0.8013	0.1987
	$\bar{A}_{Out}$	0.4405	0.5346	0.2489	0.5024	0.4051

Na Figura 19 são apresentados os valores da Tabela 10 de maneira gráfica. A representação gráfica dos resultados deixa claro que os maiores valores ficaram nos termos linguísticos médios. Similarmente ao Estudo de Caso 1, só que neste caso para as funções de pertinência superior e inferior do sistema intervalar do *Int-FLBCC*, quando o p foi diminuído de 1 para 0.5 o valor de consenso aumentou, sendo o maior dentre os 3 valores de peso testado, já para os casos em que o p foi aumentado para 2.0 ele ficou maior que com o p padrão 1.0 mas menor que o menor p 0.5.

No caso do método de agregação *AM* foram implementados complementarmente duas funções, a função C_{SK} e C_{Tastle} . Como nas funções de pertinência tipo-1, os valores de consenso foram menores.

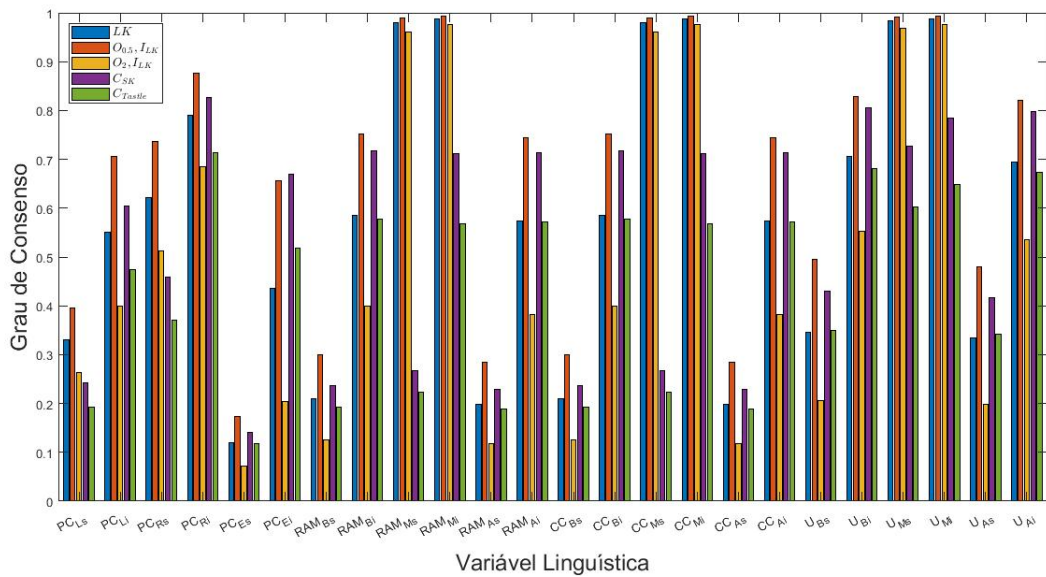


Figura 17 – C_{AM} para a Modelagem Fuzzy T2 e Diferentes REF.

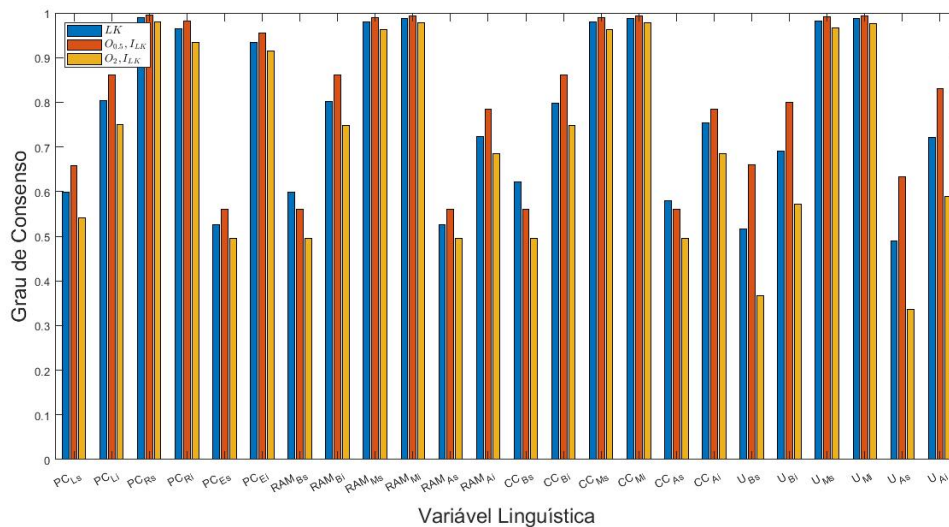


Figura 18 – C_{exp} para a Modelagem Fuzzy T2 e Diferentes REF.

Tabela 11 – Análise Consensual para IVFS e com Média Exponencial Como Método de Agregação.

X	$[\underline{X}, \overline{X}]$	C_{EXP}		
		$p = 1.0$	$p = 0.5$	$p = 2.0$
PC_L	$\underline{L}_{In}$	0.8028	0.8616	0.7496
	$\overline{L}_{In}$	0.5989	0.6585	0.5413
PC_R	$\underline{R}_{In}$	0.9649	0.9818	0.9345
	$\overline{R}_{In}$	0.9901	0.9950	0.9807
PC_E	$\underline{A}_{In}$	0.9339	0.9542	0.9147
	$\overline{A}_{In}$	0.5267	0.5597	0.4959
RAM_B	$\underline{B}_{In}$	0.8013	0.8602	0.7478
	$\overline{B}_{In}$	0.5989	0.5597	0.4959
RAM_M	$\underline{M}_{In}$	0.9882	0.9940	0.9775
	$\overline{M}_{In}$	0.9803	0.9899	0.9621
RAM_A	$\underline{A}_{In}$	0.7229	0.7851	0.6848
	$\overline{A}_{In}$	0.5267	0.5597	0.4959
CC_B	$\underline{B}_{In}$	0.7981	0.8602	0.7478
	$\overline{B}_{In}$	0.6215	0.5597	0.4959
CC_M	$\underline{M}_{In}$	0.9822	0.9940	0.9775
	$\overline{M}_{In}$	0.9802	0.9899	0.9621
CC_A	$\underline{A}_{In}$	0.7542	0.7851	0.6848
	$\overline{A}_{In}$	0.5798	0.5597	0.4959
U_B	$\underline{B}_{Out}$	0.6900	0.7997	0.5720
	$\overline{B}_{Out}$	0.5169	0.6601	0.3662
U_M	$\underline{M}_{Out}$	0.9824	0.9637	0.9754
	$\overline{M}_{Out}$	0.9801	0.9912	0.9657
U_A	$\underline{A}_{Out}$	0.7209	0.8309	0.5896
	$\overline{A}_{Out}$	0.4886	0.6332	0.3363

6.3 Estudo de Caso 3: Análise dos Conjuntos Fuzzy via FS-FCM Metodologias

Este Estudo de Caso, tem como contribuição a realização de uma análise consensual a partir do cálculo do grau de consenso entre conjuntos fuzzy, e não sobre as projeções das funções de pertinência, como apresentado na Seção 3.4, para a mesma variável linguística, considerando os agregadores AM e exp para as funções $Ref_{f_{||}}(x, y)$, $Ref_{I_{LK}}(x, y)$ e $Ref_{O_p, I_{LK}}(x, y)$, integralizando a análise consensual. Os resultados são apresentados na Figura 19.

A Figura 19 mostra as medidas referentes aos graus de consenso obtidos entre os conjuntos das VLs (PC, RAM, CC e U). Também foram avaliados os valores referentes as funções superiores e inferiores de cada uma dessas VLs. Para essa avaliação foram utilizados dois agregadores: AM e exp .

Neste caso, para cada uma das VLs foi feito o consenso entre os 3 termos linguísticos que representam aquela função. Os valores superiores e inferiores das funções

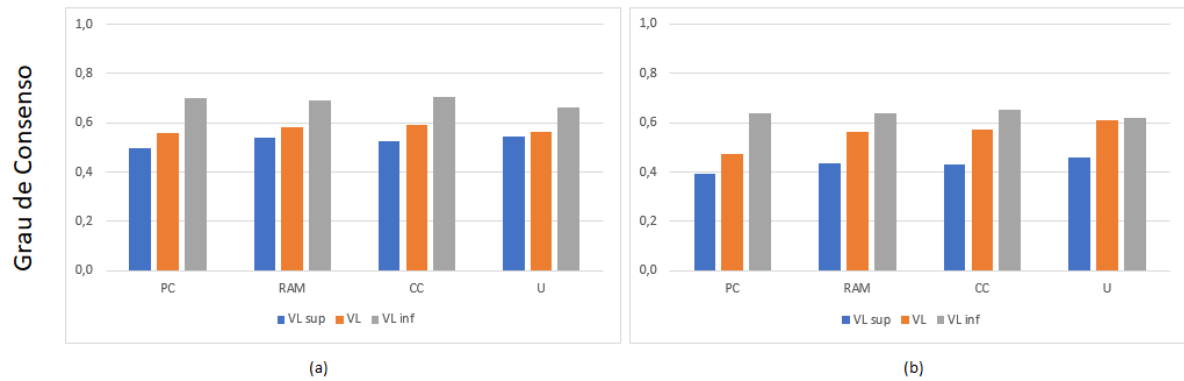


Figura 19 – Consensos entre Conjuntos Fuzzy para a mesma VL e para os Valores Superiores e Inferiores considerando os Agregadores AM (a) e exp (b) para a $Ref_{f_{||}}(x, y)$.

foram obtidos a partir das funções de pertinência do sistema fuzzy tipo-2 intervalar, correspondente de cada uma das VLs.

Por exemplo, no caso da variável PC, os valores superiores foram obtidos a partir das entradas superiores para os diferentes termos linguísticos desta variável. É possível observar que os valores fuzzy estão compreendidos entre os valores superiores e inferiores para todas as VL, em ambos agregadores.

Observa-se que em todos os casos os maiores valores de consenso ficaram nas funções inferiores e os menores nas funções superiores, devido a simetria das funções de pertinência. Também observa-se que no caso do agregador exp os valores ficaram menores comparados com o agregador AM , devido a natureza do agregador penalizar mais os valores.

6.4 Estudo de Caso 4: Análise via Metodologia FS-FCM baseada em Funções de Penalidades

Por fim, neste Estudo de Caso, é explorado o uso de funções de penalidades para obter a análise consensual aplicada sobre conjuntos fuzzy tipo-1, considerando as três VL de entrada, poder computacional, consumo de RAM e custo de comunicação, bem como a VL de saída, nível de utilização. Foram empregados dois métodos de penalidade onde um se baseia na média aritmética e o outro na média aritmética ponderada.

Para cada um dos três termos linguísticos associados às VL, foram calculados os consensos baseados no método $FS-FCM$, aplicando métodos descrito pelas Eqs. (44) e (41).

Para o método de penalidade baseado em média aritmética ponderada foram empregados pesos em determinados pontos de acordo com os intervalos apresentados na Tabela 12. Esses pesos foram definidos por especialistas e tem como objetivo realçar os valores em pontos relevantes para as equações e onde deve-se dar maior

atenção.

Tabela 12 – Intervalos utilizados para definir os pesos.

Y	$Peso$
$y < 0.2$	1
$0.2 < y \leq 0.6$	2
$0.6 < y \leq 1$	3

Os resultados referentes ao grau de consenso para o agregador AM com a função $Ref_{ILK}(x, y)$ na modelagem fuzzy tipo-1 e os casos onde foram consideradas as penalidades estão mostrados na Tabela 13.

Tabela 13 – Penalidade da função $Ref_{ILK}(x, y)$ utilizando o agregador AM

X	C_{AM}	$C_{Penalidade}$	$C_{Ponderado}$
PC_l	0.6600	0.4940	0.7241
PC_r	0.9800	0.5250	0.7161
PC_e	0.4900	0.2550	0.8500
RAM_b	0.6351	0.4442	0.7156
RAM_m	0.9938	0.5489	0.7125
RAM_a	0.5900	0.3550	0.7167
CC_b	0.6351	0.4442	0.7156
CC_m	0.9938	0.5489	0.7125
CC_a	0.5900	0.3725	0.7167
U_b	0.5200	0.5761	0.7350
U_m	0.9800	0.6711	0.7313
U_a	0.5000	0.5705	0.7311

Na Figura 20 é feita a representação gráfica dos valores de penalidade com a função $Ref_{ILK}(x, y)$. Nela é possível observar que os maiores valores ficaram nas variáveis médias, seguido das variáveis baixas e os piores valores nas altas. No caso da média aritmética foram obtidos valores perto de 1 (consenso máximo) nas variáveis médias, já nas variáveis baixas e altas os valores ficaram perto de 0.5, e o menor no TL elevado do PC.

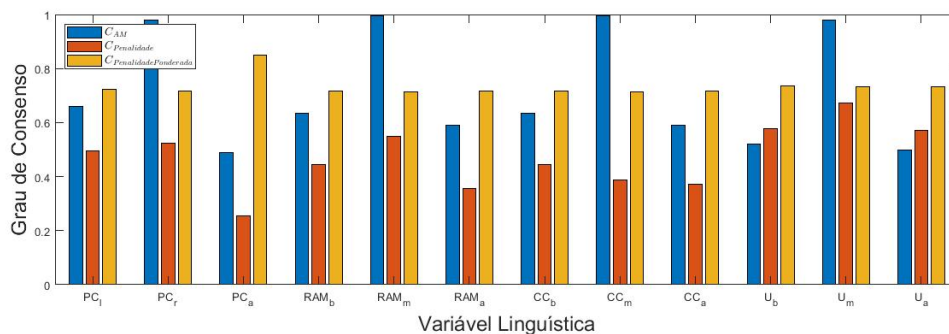


Figura 20 – Análise consensual via penalidade, aplicando a função $Ref_{ILK}(x, y)$ e agregador AM.

Já nos valores da penalidade com média aritmética é possível observar uma diminuição nos valores de consenso. Contudo, mesmo com essa diminuição, seguiu-se o

padrão, onde os maiores valores ficaram nos TL médio, seguido dos TL baixos e por fim os TL altos. Devido a penalidade aplicada o maior e menor valor de consenso foi 0.67 e 0.25, respectivamente.

No caso dos valores da penalidade com média aritmética ponderada é possível observar que os valores ficaram mais próximos um dos outros e com um consenso alto. Nesse método não houve um padrão entre os TL, nesse caso o maior e menor valor de consenso foi 0.85 e 0.7125, respectivamente.

Os resultados referentes ao grau de consenso para o agregador AM com a função $Ref_{f_{||}}(x, y)$ na modelagem T1FS e os casos onde foram consideradas as penalidades estão mostrados na Tabela 14.

Tabela 14 – Análise consensual via penalidade, aplicando $Ref_{f_{||}}(x, y)$ e agregador AM .

X	C_{AM}	$C_{Penalidade}$	$C_{Ponderado}$
PC_l	0.7432	0.7273	0.9007
PC_r	0.9990	0.7492	0.8892
PC_e	0.5230	0.4725	0.9050
RAM_b	0.7101	0.6888	0.8942
RAM_m	0.9999	0.7699	0.8925
RAM_a	0.6565	0.6201	0.8900
CC_b	0.7101	0.6888	0.8942
CC_m	0.9999	0.7699	0.8925
CC_a	0.6565	0.6415	0.8900
U_b	0.6566	0.7926	0.9072
U_m	0.9994	0.8598	0.9050
U_a	0.6366	0.7874	0.9048

Na Figura 21 é feita a representação gráfica dos valores de penalidade com a função $Ref_{f_{||}}(x, y)$. Observa-se que nesse caso aconteceu o contrário que com os valores da função $Ref_{I_{LK}}(x, y)$, naquele caso houve uma penalização nos valores de consenso, nesse aqui os valores de consenso aumentaram devido a característica da função.

No caso da penalidade com média aritmética, essa função retornou valores médios de consenso, o maior valor ficou no TL médio da U e o menor valor ficou no TL elevado do PC , com valores de 0.8598 e 0.4725, respectivamente. Também é possível notar que em todos os casos os maiores valores ficaram nos TLs médios, seguidos dos TLs baixos e por fim, os menores valores, ficaram nos TLs baixos.

Já no caso da penalidade com média aritmética ponderada, os valores ficaram maiores na maioria dos casos, o maior valor foi no TL baixo da U e o menor valor foi no TL regular do PC , com valores de 0.9072 e 0.8892, respectivamente. Outro detalhe que os valores também ficaram próximos e maiores que os valores da média aritmética, comportamento semelhante ao da função $Ref_{I_{LK}}(x, y)$ apresentado na Figura 20.

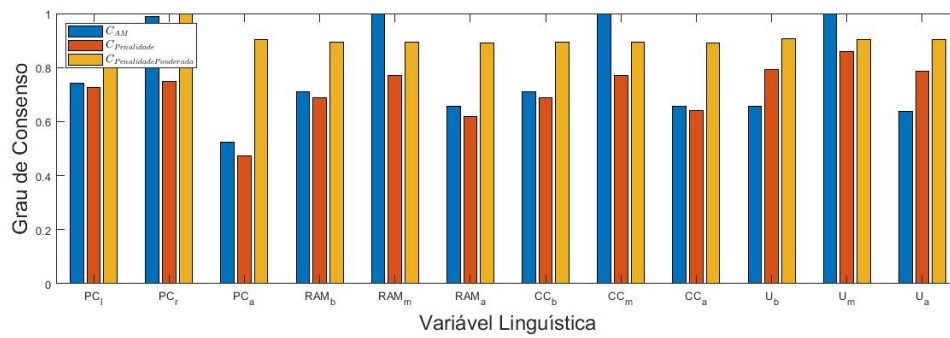


Figura 21 – Penalidade da função $Ref_{f||}(x, y)$ utilizando o agregador AM.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresenta as principais contribuições decorrentes da extensão do Int-FLBCC, as publicações realizadas e, por fim, os trabalhos futuros, como alternativas para a continuidade do trabalho.

7.1 Principais Contribuições

As contribuições científicas e tecnológicas deste trabalho podem ser evidenciadas em diferentes contextos e estão resumidos nas próximas sessões.

7.1.1 Estudo de Tendências e Princípios da Computação em Nuvem

Na perspectiva do gerenciamento de ambientes de CN, foi possível observar a importância das fases da consolidação, envolvendo provisionamento automatizado de serviços, dinâmica de migração e alocação de máquinas virtuais na CN e gerenciamento de energia, diretamente relacionadas com determinação das máquinas físicas sobre-carregadas (sub-carregadas). Assim, diversas estratégias foram investigadas e selecionadas as que vêm sendo mais discutidas na literatura, caracterizando a relevância e atualidade da área.

O trabalho também contribui no sentido de apontar algumas tendências para a área, dentre as quais destacaram-se o autoatendimento sob demanda, amplo acesso a rede, agrupamento de recursos, elasticidade rápida e mensuração de serviços. Para atendimento destas tendências identificamos como relevantes as categorias de serviços denominadas *software* SaaS, plataforma PaaS, infraestrutura IaaS. Por sua vez, nestas categorias são apontados como principais desafios o provisionamento automatizado de serviços, migração/alocação de MV, consolidação de servidores e gerenciamento de energia.

7.1.2 Revisão Sistematizada de Trabalhos Relacionados no Contexto da CN

Para atender as demandas no gerenciamento de recursos na CN, e com base na RSL foram identificados oito trabalhos relacionados ao tema desta dissertação. O

projeto colaborou para apresentação e comparação destes trabalhos, considerando estratégias de desenvolvimento e problemas de pesquisa, reportando ainda melhorias e limitações de cada projeto do contexto da CN.

Verificou-se que os trabalhos, em sua maioria, não tratam aspectos relacionados às imprecisões das variáveis, como custo computacional, poder computacional e utilização de RAM, todas estas extraídas do contexto da CN.

Além disso, não foram encontrados trabalhos com a aplicação de Lógica Fuzzy Tipo-2 para estruturação do sistema de inferência. Assim, este projeto considerou uso da Lógica Fuzzy e Lógica Fuzzy Valorada Intervalarmente para modelagem tanto incerteza dos parâmetros como a imprecisão das computações, visando melhor interpretação das informações incertas extraídas do contexto da CN, para contribuir no gerenciamento e consolidação dinâmica de servidores da nuvem.

Foram também não foram identificadas estratégias que consideram análise consensual baseada em informações incertas de especialistas, no contexto da CN. Portanto, tornou-se prioritário a adoção de metodologias baseadas em medidas de consenso para prover uma avaliação das funções de pertinência associadas às entradas do sistema de inferência. E, além disso, visando uma avaliação mais realística, foram consideradas medidas de consenso baseadas em classes funções de penalidade para os valores manipulados a partir das abordagens fuzzy.

7.1.3 Estruturação Lógica Multivalorada para Modelagem da Incerteza e Imprecisão no Contexto da CN

Na sua concepção formal, esta dissertação considerou os fundamentos matemáticos da Lógica Fuzzy e extensões multivaloradas. Para discussão dos princípios e conceitos essenciais, foi apresentada uma visão geral sobre os conectivos de Lógica Fuzzy tipo-1, incluindo funções de agregação, funções quase-overlap, operadores e construtores de equivalências restritas e de dissimilaridades restritas.

O estudo de medidas de consenso fuzzy contribui para tomada de decisão, já que promovem um modelo para obtenção de uma análise de concordância entre as diferentes variáveis no contexto da CN.

As propriedades inerentes às medidas de consenso fuzzy foram estudadas, Sobre tais conceitos, e metodologias aplicamos as medidas de consenso, as quais foram desenvolvidas em duas abordagens: medidas de consenso sobre valores fuzzy e medidas de consenso entre conjuntos fuzzy.

7.1.4 Consolidação do Componente Inf-FLBCC via Análise Consensual

Uma das principais contribuições para desenvolvimento tecnológico foi colaborar para a consolidação do componente *Int-FLBCC* no sentido de incrementar a o aumento da precisão dos Termos Linguísticos dos conjuntos fuzzy e, com isso, aumentar

a eficiência energética, evitando ao máximo a deterioração de seu desempenho frente às demandas e serviços. Resultados obtidos apresentam aumento da eficiência energética, mostrando o potencial da Lógica Fuzzy no tratamento da incerteza presente na CN.

Considerando esta motivação foi desenvolvido uma estratégia para caracterizar a análise consensual via medidas de consenso fuzzy para auxílio da tomada de decisão. Essa estratégia, validada junto ao componente do Int-FLBCC permitiu avaliações das funções de pertinência, explorando duas frentes:

- (i) uso de medidas de consenso e funções de penalidades sobre as funções de pertinência dos conjuntos fuzzy tipo-1, gerados por três variáveis de entrada (PC, CC e RAM da CN) e uma variável de saída (U), e considerando ainda os três termos linguísticas associadas a cada um destes conjuntos fuzzy;
- (ii) uso de medidas de consenso sobre as projeções (inf e sup) das funções de pertinência que definem os conjuntos fuzzy valorados intervalarmente, associados às mesmas variáveis de entrada e saída, e considerando os correspondentes termos linguísticos.

As avaliações foram divididas em 4 estudos de caso com diferentes metodologias. No primeiro Estudo de Caso foram utilizadas as funções de consenso sobre T1FS do componente Int-FLBCC, onde os resultados foram descritos em duas classes, identificadas pelas correspondentes funções de agregação:

- (i) estratégia que considera a média aritmética AM e métodos em $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM, distinguidos por aplicações de 04 $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF e correspondentes $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF identificados por $C_{AM,f_{O1},I_{LK}}$, $C_{AM,f_{O0.5},I_{LK}}$, $C_{AM,f_{O2},I_{LK}}$, C_{SK} e C_{Tastle} ;
- (ii) estratégia que considera a média exponencial exp e métodos em $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -FCM, distinguidos por aplicações de 04 $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -REF e correspondentes $\mathcal{L}_{[0,1]}$ -RDF identificados por $C_{exp,f_{O1},I_{LK}}$, $C_{exp,f_{O0.5},I_{LK}}$ e $C_{exp,f_{O2},I_{LK}}$.

O segundo Estudo de Caso foi desenvolvido de forma similar ao primeiro Estudo de Caso, porém foi feita uma abordagem intervalar onde são obtidos os valores de consenso para as funções superiores e inferiores do módulo que definem os IVFS do componente Int-FLBCC.

O terceiro Estudo de Caso foi desenvolvida uma análise consensual sobre conjuntos fuzzy, e não somente sobre a projeção das funções de pertinência. Os resultados deste Estudo de Caso foram divididos pelos dois métodos de agregação, similarmente ao primeiro Estudo de Caso.

E por fim, o quarto Estudo de Caso consiste em uma análise consensual empregando dois métodos de penalidade, onde um se baseia na média aritmética e o outro

na média aritmética ponderada, para cada um três termos linguísticos associados as VL de entrada e saída.

As avaliações realizadas nos quatro estudos de caso resultaram em valores promissores, apontando que o emprego de consenso fuzzy pode contribuir consideravelmente no tratamento da incerteza presente nos processos de tomada de decisão, principalmente no módulo *Int-FLBCC*.

7.2 Publicações Realizadas

Nesta Seção estão elencadas as publicações decorrentes da pesquisa desenvolvida até o momento e estão ordenadas por ano de publicação.

7.2.1 Congressos

- Bruno, M. P.; SCHNEIDER, GUILHERME B. ; YAMIN, ADENAUER C. ; PILLA, MAURICIO L. ; REISER, RENATA H. S. . **Allocating Virtual Machines exploring Type-2 Fuzzy Logic and Admissible Orders**. In: IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZIEEE), 2019, New Orleans.
- Bruno, M. P.; SCHNEIDER, GUILHERME B. ; YAMIN, ADENAUER C. ; PILLA, MAURICIO L. ; REISER, RENATA H. S. **Type-2 Fuzzy Logic Approach for Overloaded Hosts in Consolidation of Virtual Machines in Cloud Computing**. In: 11th Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT 2019), 2019, Prague.
- Schneider, G. B., de Moura, B. M. P., Yamin, A. C., Reiser, R. H. S. (2020). **Balanceamento de Carga em Nuvens Computacionais empregando Lógica Fuzzy tipo-2 e Ordens Admissíveis**. Em: **WEIT 2019 - V Workshop-Escola de Informática Teórica**. Passo Fundo - RS: WEIT, 2019.
- de Moura, R. C., de Souza Oliveira, L., Schneider, G. B., Pilla, M. L., Yamin, A. C., Reiser, R. H. S. **Int-FLBCC: Uma Proposta Para Gerência de Memórias Híbridas Explorando Lógica Fuzzy**. Em: **WEIT 2019 - V Workshop-Escola de Informática Teórica**. Passo Fundo - RS: WEIT, 2019.
- de Moura, R. C., Schneider, G. B., de Souza Oliveira, L., Pilla, M. L., Yamin, A. C., Reiser, R. H. S. (2020, July). **Int-FLBCC: A Fuzzy-based Approach for Decision Support in Hybrid Memory Management**. In 2020 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE) (pp. 1-8). IEEE.
- Oliveira, L. D. S., De Moura, R. C., Schneider, G. B., Pilla, M. L., Yamin, A. C., Reiser, R. H. S., Bedregal, B. R. C. (2021, July). **Toward a Fuzzy Logic-**

Based Consensus Analysis in Hybrid Memory Management. In 2021 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE) (pp. 1-6). IEEE.

- Schneider, G. B., de Moura, B. M. P., Yamin, A. C., Reiser, R. H. S. (2021). **Empregando Medidas de Consenso Fuzzy para Gerenciamento de Recursos em Nuvens Computacionais** Em: **CBSFuzzy 2021 - VI Congresso Brasileiro de Sistemas Fuzzy.**
- Schneider, G. B., de Moura, B. M. P., Yamin, A. C., Reiser, R. H. S. (2021). **Aplicando Análise Consensual Fuzzy para Tomada de Decisão na Alocação de Recursos em Nuvem Computacionais** Em: **WEIT 2021 - VI Workshop-Escola de Informática Teórica.**

7.2.2 Revistas

- Moura, B. M., Schneider, G. B., Yamin, A. C., Santos, H., Reiser, R. H., Bedregal, B. (2021). **Interval-valued Fuzzy Logic approach for overloaded hosts in consolidation of virtual machines in cloud computing.** Fuzzy Sets and Systems.
- Schneider, G. B., de Moura, B. M. P., Yamin, A. C., Reiser, R. H. S. (2020). **Int-FLBCC: Model for Load Balancing in Cloud Computing using Fuzzy Logic Type-2 and Admissible Orders.** Revista de Informática Teórica e Aplicada, 27(3), 102-117.
- de Moura, R. C., de Souza Oliveira, L., Schneider, G. B., Pilla, M. L., Yamin, A. C., Reiser, R. H. S. (2021). **Int-FLBCC: Page migration in hybrid memories considering cost efficiency.** Sustainable Computing: Informatics and Systems, 29, 100466.

7.3 Trabalhos Futuros

Dentre as diversas alternativas para a continuidade da pesquisa desenvolvida nesta dissertação, destacamos as seguintes frentes de trabalho:

- Expansão da análise consensual considerando classes de funções de penalidade ponderadas, e nesta extensão, buscar uma análise dos pontos de fusão para as diferentes classes geradas;
- Extensão do sistema de inferência do componente Int-FLBCC, considerando novos algoritmos de alocação de cargas e novas variáveis e ainda, de acordo com os novos resultados obtidos, reorganizar a base de regras;

- Avaliação de diferentes funções nas diferentes etapas das estratégias apresentadas, tais como expansão do grupo de funções de agregação, funções *overlap/grouping*, coimplicações/implicações fuzzy para seleção de novas funções de dissimilaridade/equivalência restrita;
- Consolidação da análise consensual, empregando funções de penalidade ponderadas e diferentes relações de dualidade objetivando uma análise consensual mais realística.
- Introdução de uma abordagem intervalar para análise consensual.

Além destes trabalhos futuros, artigos estão sendo escritos direcionados a eventos e revistas da área para divulgar os últimos resultados obtidos junto LUPS/PPGC/UFPEL, grupo de pesquisa junto ao qual foram desenvolvidos os esforços de estudo e pesquisa desta dissertação.

REFERÊNCIAS

AHMED, A.; SABYASACHI, A. S. Cloud computing simulators: A detailed survey and future direction. In: ADVANCE COMPUTING CONFERENCE (IACC), 2014 IEEE INTERNATIONAL, 2014. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2014. p.866–872.

ALCALDE-UNZU, J.; VORSATZ, M. Measuring Consensus: Concepts, Comparisons, and Properties. In: HERRERA-VIDEIRA, E. et al. (Ed.). **Consensual Processes**. [S.l.]: Springer, 2011. p.195–211. (Studies in Fuzziness and Soft Computing, v.267).

Alsadie, D. et al. DTFA: A Dynamic Threshold-Based Fuzzy Approach for Power-Efficient VM Consolidation. In: IEEE 17TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON NETWORK COMPUTING AND APPLICATIONS (NCA), 2018., 2018. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2018. p.1–9.

ARIANYAN, E.; TAHERI, H.; KHOSHDEL, V. Novel fuzzy multi objective DVFS-aware consolidation heuristics for energy and SLA efficient resource management in cloud data centers. **Journal of Network and Computer Applications**, [S.l.], v.78, p.43 – 61, 2017.

BACZYŃSKI, M.; JAYARAM, B. **Fuzzy Implications**. [S.l.]: Springer, 2008. (Studies in Fuzziness and Soft Computing, v.231).

BATISTA, B. G. **Modelos de negócio para ambientes de computação em nuvem que consideram atributos de qos relacionados a desempenho e a segurança**. 2016. Tese (Doutorado em Ciência da Computação) — Universidade de São Paulo.

BEDREGAL, B. R. C. On interval fuzzy negations. **Fuzzy Sets Syst.**, [S.l.], v.161, n.17, p.2290–2313, 2010.

BEDREGAL, B. R. C.; REISER, R.; SOLA, H. B.; TORRA, C. L. and bVicenç. Aggregation functions for typical hesitant fuzzy elements and the action of automorphisms. **Inf. Sci.**, [S.l.], v.255, p.82–99, 2014.

BELIAKOV, G.; CALVO, T.; JAMES, S. Consensus measures constructed from aggregation functions and fuzzy implications. **Knowledge-Based Systems**, [S.l.], v.55, p.1 – 8, 2014.

BELIAKOV, G.; CALVO, T.; JAMES, S. Consensus measures constructed from aggregation functions and fuzzy implications. **Knowledge-Based Systems**, [S.l.], v.55, p.1–8, 2014.

BELIAKOV, G. et al. On averaging operators for Atanassov's intuitionistic fuzzy sets. **Information Sciences**, [S.l.], v.181, n.6, p.1116–1124, 2011.

BELIAKOV, G.; PRADERA, A.; CALVO, T. **Aggregation Functions: A Guide for Practitioners**. [S.l.]: Springer, 2007. (Studies in Fuzziness and Soft Computing, v.221).

BELOGLAZOV, A. **Energy-efficient management of virtual machines in data centers for cloud computing**. 2013. Tese (Doutorado em Ciência da Computação) — .

BELOGLAZOV, A.; BUYYA, R. Optimal Online Deterministic Algorithms and Adaptive Heuristics for Energy and Performance Efficient Dynamic Consolidation of Virtual Machines in Cloud Data Centers. **Concurr. Comput. : Pract. Exper.**, Chichester, UK, v.24, n.13, p.1397–1420, Sept. 2012.

BHARDWAJ, A.; RAMA KRISHNA, C. Efficient multistage bandwidth allocation technique for virtual machine migration in cloud computing. **Journal of Intelligent & Fuzzy Systems**, [S.l.], v.35, n.5, p.5365–5378, 2018.

BRAIKI, K.; YOUSSEF, H. Fuzzy-logic-based multi-objective best-fit-decreasing virtual machine reallocation. **The Journal of Supercomputing**, [S.l.], v.76, n.1, p.427–454, 2020.

BUSTINCE, H.; BARRENECHEA, E.; PAGOLA, M. Restricted equivalence functions. **Fuzzy Sets and Systems**, [S.l.], v.157, n.17, p.2333–2346, 2006.

BUSTINCE, H.; BARRENECHEA, E.; PAGOLA, M. Relationship between restricted dissimilarity functions, restricted equivalence functions and normal E_N -functions: Image thresholding invariant. **Pattern Recognition Letters**, [S.l.], v.29, n.4, p.525–536, 2008.

BUSTINCE, H.; FERNANDEZ, J.; BURILLO, P. Penalty Function in Optimization Problems: A Review of Recent Developments. In: **Soft Computing Based Optimization and Decision Models**. [S.l.]: Springer International Publishing, 2017. p.275–287.

BUSTINCE, H. et al. Consensus in multi-expert decision making problems using penalty functions defined over a Cartesian product of lattices. **Information Fusion**, [S.l.], v.17, p.56–64, 2014.

BUSTINCE, H. et al. A Historical Account of Types of Fuzzy Sets and Their Relationships. **IEEE Trans. Fuzzy Syst.**, [S.l.], v.24, n.1, p.179–194, 2016.

BUSTINCE, H. et al. On the definition of penalty functions in data aggregation. **Fuzzy Sets and Systems**, [S.l.], 2016. <http://dx.doi.org/10.1016/j.fss.2016.09.011>.

BUSTINCE, H.; PAGOLA, M.; BARRENECHEA, E. Construction of fuzzy indices from fuzzy DI-subsethood measures: Application to the global comparison of images. **Information Sciences**, [S.l.], v.177, n.3, p.906–929, 2007.

BYRNE, J. et al. A review of cloud computing simulation platforms and related environments. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON CLOUD COMPUTING AND SERVICES SCIENCE, 2017. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2017. v.2, p.679–691.

CALHEIROS, R. N. et al. CloudSim: a toolkit for modeling and simulation of cloud computing environments and evaluation of resource provisioning algorithms. **Software: Practice and experience**, [S.l.], v.41, n.1, p.23–50, 2011.

CALVO, T.; BELIAKOV, G. Aggregation functions based on penalties. **Fuzzy Sets Syst.**, [S.l.], v.161, n.10, p.1420–1436, 2010.

CALVO, T.; MESIAR, R.; YAGER, R. R. Quantitative weights and aggregation. **IEEE Trans. Fuzzy Syst.**, [S.l.], v.12, n.1, p.62–69, 2004.

CHIEU, T. C.; MOHINDRA, A.; KARVE, A. A.; SEGAL, A. Dynamic scaling of web applications in a virtualized cloud computing environment. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON E-BUSINESS ENGINEERING, 2009., 2009. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2009. p.281–286.

CINGOLANI, P.; ALCALÁ-FDEZ, J. jFuzzyLogic: a robust and flexible Fuzzy-Logic inference system language implementation. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS, 2012., 2012. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2012. p.1–8.

DIMURO, G. P. et al. Penalty-Based Functions Defined by Pre-aggregation Functions. In: INFORMATION PROCESSING AND MANAGEMENT OF UNCERTAINTY IN KNOWLEDGE-BASED SYSTEMS. THEORY AND FOUNDATIONS - 17TH INTERNATIONAL CONFERENCE, IPMU 2018, CÁDIZ, SPAIN, JUNE 11-15, 2018, PROCEEDINGS, PART II, 2018. **Anais...** Springer, 2018. p.403–415. (Communications in Computer and Information Science, v.854).

ELKANO, M. et al. Consensus via penalty functions for decision making in ensembles in fuzzy rule-based classification systems. **Appl. Soft Comput.**, [S.l.], v.67, p.728–740, 2018.

FERDAUS, M. H.; MURSHED, M.; CALHEIROS, R. N.; BUYYA, R. Virtual machine consolidation in cloud data centers using ACO metaheuristic. In: EUROPEAN CONFERENCE ON PARALLEL PROCESSING, 2014. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2014. p.306–317.

FODOR, J. C. A new look at fuzzy connectives. **Fuzzy Sets and Systems**, [S.l.], v.57, n.2, p.141–148, July 1993.

FODOR, J. C.; ROUBENS, M. **Fuzzy Preference Modelling and Multicriteria Decision Support**. [S.l.]: Springer, 1994. (Theory and Decision Library, v.14).

GARCÍA-LAPRESTA, J. L.; VEGA, C. L. de la; PEREIRA, R. A. M.; URRUTIA, A. M. A Class of Poverty Measures Induced by the Dual Decomposition of Aggregation Functions. **Int. Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems**, [S.l.], v.18, n.4, p.493–511, 2010.

GOURISARIA, M. K. et al. An Extensive review on cloud Computing. In: **Data Engineering and Communication Technology**. [S.l.]: Springer, 2020. p.53–78.

GRABISCH, M.; MARICHAL, J.; MESIAR, R.; PAP, E. **Aggregation Functions (Encyclopedia of Mathematics and Its Applications)**. 1st.ed. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2009.

GRATTAN-GUINNESS, I. Fuzzy Membership Mapped onto Intervals and Many-Valued Quantities. **Mathematical Logic Quarterly**, [S.l.], v.22, n.1, p.149–160, 1976.

HAMDAQA, M.; TAHVILDARI, L. Cloud computing uncovered: a research landscape. In: **Advances in Computers**. [S.l.]: Elsevier, 2012. v.86, p.41–85.

HICKEY, T.; JU, Q.; EMDEN, M. Interval arithmetic: from principles to implementation. **Journal of the ACM**, [S.l.], v.48, n.5, p.1038–1068, 2001.

HOLICK, M. F. et al. Evaluation, treatment, and prevention of vitamin D deficiency: an Endocrine Society clinical practice guideline. **The Journal of Clinical Endocrinology & Metabolism**, [S.l.], v.96, n.7, p.1911–1930, 2011.

HORNIK, K.; MEYER, D. Deriving Consensus Rankings from Benchmarking Experiments. In: ADVANCES IN DATA ANALYSIS, PROCEEDINGS OF THE 30TH ANNUAL CONFERENCE OF THE GESELLSCHAFT FÜR KLASSIFIKATION E.V., FREIE UNIVERSITÄT BERLIN, MARCH 8-10, 2006, 2006. **Anais...** Springer, 2006. p.163–170. (Studies in Classification, Data Analysis, and Knowledge Organization).

HOUSSEIN, E. H.; GAD, A. G.; WAZERY, Y. M.; SUGANTHAN, P. N. Task scheduling in cloud computing based on meta-heuristics: Review, taxonomy, open challenges, and future trends. **Swarm and Evolutionary Computation**, [S.l.], v.62, p.100841, 2021.

Hussein, S. R.; Alkabani, Y.; Mohamed, H. K. Green cloud computing: Datacenters power management policies and algorithms. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER ENGINEERING SYSTEMS (ICCES), 2014., 2014. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2014. p.421–426.

KEELE, S. et al. **Guidelines for performing systematic literature reviews in software engineering**. [S.l.]: Technical report, Ver. 2.3 EBSE Technical Report. EBSE, 2007.

KLIAZOVICH, D.; BOUVRY, P.; KHAN, S. U. GreenCloud: a packet-level simulator of energy-aware cloud computing data centers. **The Journal of Supercomputing**, [S.l.], v.62, n.3, p.1263–1283, 2012.

KLIR, G. J. **Uncertainty and Information: Foundations of Generalized Information Theory**. [S.l.]: Wiley-Interscience Malden, USA, 2005.

LIMA, A. A. de; PALMEIRA, E. S.; BEDREGAL, B. R. C.; BUSTINCE, H. Multidimensional Fuzzy Sets. **IEEE Trans. Fuzzy Syst.**, [S.l.], v.29, n.8, p.2195–2208, 2021.

MAENHAUT, P.-J.; VOLCKAERT, B.; ONGENAE, V.; DE TURCK, F. Resource management in a containerized cloud: Status and challenges. **Journal of Network and Systems Management**, [S.l.], v.28, n.2, p.197–246, 2020.

MANSOURI, N.; GHAFARI, R.; ZADE, B. M. H. Cloud computing simulators: A comprehensive review. **Simulation Modelling Practice and Theory**, [S.l.], v.104, p.102144, 2020.

MARTÍNEZ-PANERO, M. Consensus Perspectives: Glimpses into Theoretical Advances and Applications. In: HERRERA-VIDEIRA, E. et al. (Ed.). **Consensual Processes**. [S.l.]: Springer, 2011. p.179–193. (Studies in Fuzziness and Soft Computing, v.267).

MATZENAUER, M. et al. On admissible total orders for typical hesitant fuzzy consensus measures. **Int. J. Intell. Syst.**, [S.l.], v.37, n.1, p.264–286, 2022.

MELL, P.; GRANCE, T. **The NIST Definition of Cloud Computing**. [S.l.]: Special Publication (NIST SP), National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD, 2011.

MEZZOMO, I.; FRAZÃO, H.; BEDREGAL, B. R. C.; SILVA MENEZES, M. da. On the Dominance Relation Between Ordinal Sums of Quasi-Overlap Functions. In: IEEE

INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS, FUZZ-IEEE 2020, GLASGOW, UK, JULY 19-24, 2020, 29., 2020. **Anais...** IEEE, 2020. p.1–7.

MONIL, M. A. H.; RAHMAN, R. M. VM consolidation approach based on heuristics, fuzzy logic, and migration control. **Journal of Cloud Computing**, [S.l.], v.5, n.1, p.8, Jul 2016.

MOURA, B. M. et al. Interval-valued Fuzzy Logic approach for overloaded hosts in consolidation of virtual machines in cloud computing. **Fuzzy Sets and Systems**, [S.l.], 2021.

MOURA, B. et al. Type-2 Fuzzy Logic Approach for Overloaded Hosts in Consolidation of Virtual Machines in Cloud Computing. In: CONF. EUROPEAN SOCIETY FOR FUZZY LOGIC AND TECHNOLOGY (EUSFLAT 2019), 11., 2019/08. **Anais...** Atlantis Press, 2019/08. p.668–675.

PAIVA, R.; PALMEIRA, E. S.; SANTIAGO, R. H. N.; BEDREGAL, B. R. C. Lattice-valued Overlap and Quasi-Overlap Functions. **Information Sciences**, [S.l.], v.562, p.180–199, 2021.

PALMEIRA, E. S.; BEDREGAL, B. R. C.; VARGAS, R. R. de. Characterization of Lattice-Valued Restricted Equivalence Functions. In: FUZZY INFORMATION PROCESSING - 37TH CONFERENCE OF THE NORTH AMERICAN FUZZY INFORMATION PROCESSING SOCIETY, NAFIPS 2018, FORTALEZA, BRAZIL, JULY 4-6, 2018, PROCEEDINGS, 2018. **Anais...** Springer, 2018. p.167–178. (Communications in Computer and Information Science, v.831).

PALMEIRA, E. S. et al. Application of two different methods for extending lattice-valued restricted equivalence functions used for constructing similarity measures on L -fuzzy sets. **Information Sciences**, [S.l.], v.441, p.95–112, 2018.

Pires, F. L.; Barán, B. Multi-objective Virtual Machine Placement with Service Level Agreement: A Memetic Algorithm Approach. In: IEEE/ACM 6TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON UTILITY AND CLOUD COMPUTING, 2013., 2013. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2013. p.203–210.

RAMEZANI, F.; NADERPOUR, M.; LU, J. A multi-objective optimization model for virtual machine mapping in cloud data centres. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS (FUZZ-IEEE), 2016., 2016. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2016. p.1259–1265.

REISER, R. H. S.; BEDREGAL, B. R. C.; BACZYŃSKI, M. Aggregating fuzzy implications. **Information Sciences**, [S.l.], v.253, p.126–146, 2013.

RICCI, R. G. Penalty functions based upon a general class of restricted dissimilarity functions. **European Journal of Operational Research**, [S.l.], v.241, n.3, p.806–814, 2015.

SALIMIAN, L.; SAFI ESFAHANI, F.; NADIMI-SHAHRAKI, M.-H. An adaptive fuzzy threshold-based approach for energy and performance efficient consolidation of virtual machines. **Computing**, [S.l.], v.98, n.6, p.641–660, Jun 2016.

SAMBUC, R. **Fonctions ϕ -floues. Application l'aide au diagnostic en pathologie thyroïdienne**. 1975. Tese (Doutorado em Ciência da Computação) — Univ. Marseille, Marseille.

SANTOS, H. S. et al. Similarity measures, penalty functions, and fuzzy entropy from new fuzzy subethood measures. **Int. J. Intell. Syst.**, [S.l.], v.34, n.6, p.1281–1302, 2019.

SEDDIKI, M.; PRADO, R. P. de; MUNOZ-EXPÓSITO, J. E.; GARCÍA-GALÁN, S. Fuzzy Rule-Based Systems for Optimizing Power Consumption in Data Centers. In: IMAGE PROCESSING AND COMMUNICATIONS CHALLENGES 5, 2014, Heidelberg. **Anais...** Springer International Publishing, 2014. p.301–308.

SOLA, H. B. et al. Interval Type-2 Fuzzy Sets are Generalization of Interval-Valued Fuzzy Sets: Toward a Wider View on Their Relationship. **IEEE Trans. Fuzzy Syst.**, [S.l.], v.23, n.5, p.1876–1882, 2015.

SON, A. et al. Energy efficiency oriented migration scheme in cloud data center. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON CYBERNETICS AND COMPUTATIONAL INTELLIGENCE (CYBERNETICSCOM), 2017., 2017. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2017. p.108–113.

SOUZA OLIVEIRA, L. de et al. Exploring fuzzy set consensus analysis in IoT resource ranking. **Eng. Appl. Artif. Intell.**, [S.l.], v.109, p.104617, 2022.

TARIQ, M. I. et al. An analysis of the application of fuzzy logic in cloud computing. **Journal of Intelligent & Fuzzy Systems**, [S.l.], n.Preprint, p.1–15, 2020.

TORRA, V. Hesitant fuzzy sets. **Int. Journal of Intelligent Systems**, [S.l.], v.25, p.529–539, 2010.

WAGNER, C. Juzzy - A Java based toolkit for Type-2 Fuzzy Logic. In: IEEE SYMPOSIUM ON ADVANCES IN TYPE-2 FUZZY LOGIC SYSTEMS (T2FUZZ), 2013., 2013. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2013. p.45–52.

WICKREMASINGHE, B.; CALHEIROS, R. N.; BUYYA, R. Cloudanalyst: A cloudsim-based visual modeller for analysing cloud computing environments and applications. In: ADVANCED INFORMATION NETWORKING AND APPLICATIONS (AINA), 2010 24TH IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON, 2010. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2010. p.446–452.

WILKIN, T.; BELIAKOV, G. Weakly Monotonic Averaging Functions. **Int. J. Intell. Syst.**, [S.l.], v.30, n.2, p.144–169, 2015.

YAGER, R. R. On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decisionmaking. **IEEE Transactions on systems, Man, and Cybernetics**, [S.l.], v.18, n.1, p.183–190, 1988.

YAGER, R. R.; FILEV, D. P. Parameterized and-uke and or-like owa operators. **International Journal of General System**, [S.l.], v.22, n.3, p.297–316, 1994.

YAGER, R. R.; RYBALOV, A. UNDERSTANDING THE MEDIAN AS A FUSION OPERATOR. **International Journal of General Systems**, [S.l.], v.26, n.3, p.239–263, Aug. 1997.

ZADEH, L. A. Fuzzy Sets. **Information and Control**, [S.l.], n.8, p.338–358, 1965.

ZADEH, L. A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning—I. **Information sciences**, [S.l.], v.8, n.3, p.199–249, 1975.

ZADEH, L. A. Is there a need for fuzzy logic? **Information sciences**, [S.l.], v.178, n.13, p.2751–2779, 2008.

ZANOTELLI, R. M.; REISER, R.; BEDREGAL, B. R. C. n -Dimensional (S, N) -implications. **Int J Approx Reason**, [S.l.], v.126, p.1–26, 2020.

ZAPATA, H. et al. Interval-valued implications and interval-valued strong equality index with admissible orders. **International Journal of Approximate Reasoning**, [S.l.], v.88, p.91–109, 2017.

ZHANG, Q.; CHENG, L.; BOUTABA, R. Cloud computing: state-of-the-art and research challenges. **Journal of internet services and applications**, [S.l.], v.1, n.1, p.7–18, 2010.