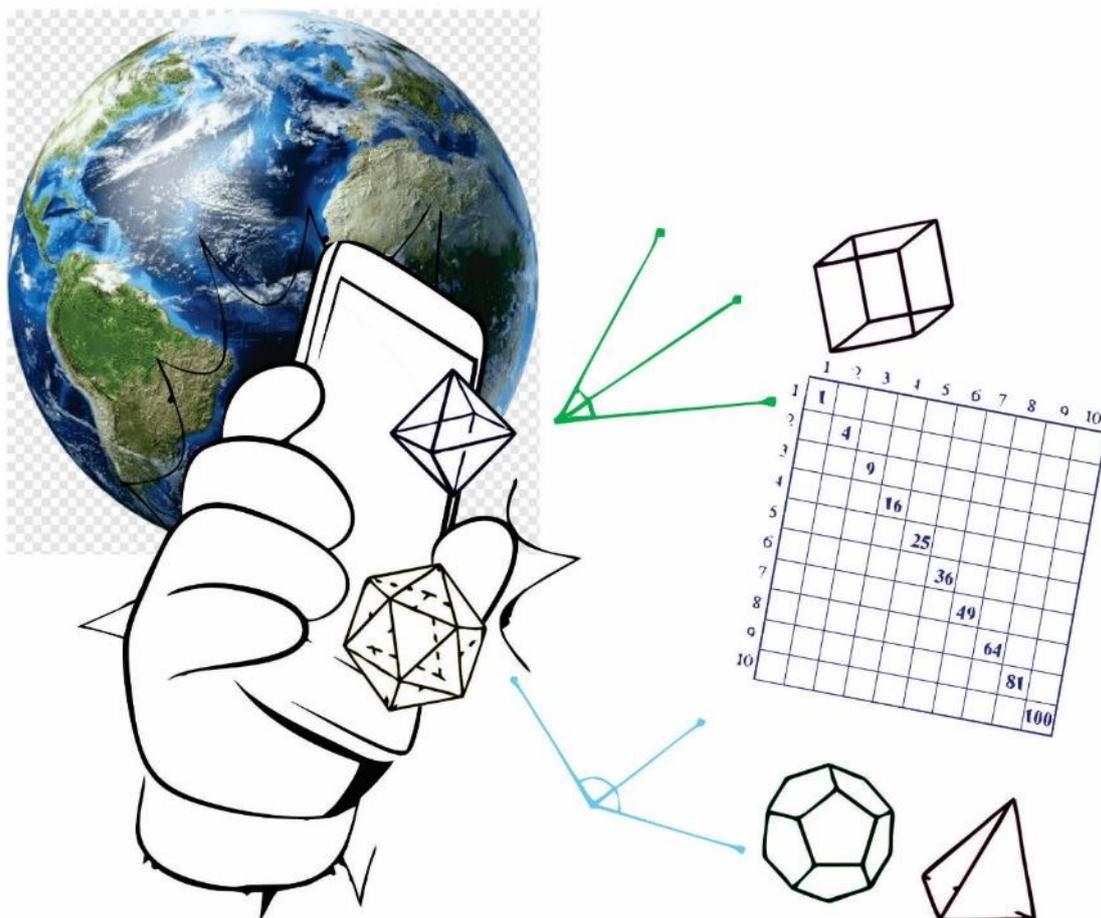


UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
Produto Educacional



da Aritmética à Geometria: aprendizagens lúdicas e fotográficas

Autora: Evanir Erdmann

Orientadora Prof.^a Dr.^a Rosária Ilgenfritz Sperotto

Evanir Erdmann

Da Aritmética à Geometria:

aprendizagens lúdicas e fotográficas

Produto apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Mestrado Profissional – da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Rosária Ilgenfritz Sperotto

Pelotas, 2022

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Pano quadriculado.....	12
Figura 2 – Demonstração geométrica da potência elevado ao quadrado.....	15
Figura 3 – Tabela de Pitagórica associada a potenciação.....	15
Figura 4 – Muros quadrados.....	16
Figura 5 – Caderno de matemática do aluno.....	18
Figura 6 – Material do Power Point.....	19
Figura 7 – Janela da sala de aula e o ângulo reto.....	21
Figura 8 – Fotos da Sala de aula.....	21
Figura 9 – Varão da cortina e ângulo raso.....	21
Figura 10 – Abordagem de aprendizagem do jardim da infância.....	23
Figura 11 – Construindo linhas poligonais.....	23
Figura 12 – Colaboração na construção linhas poligonais.....	24
Figura 13 – Registrando em seu diário o que acharam da aula.....	24
Figura 14 – Polígono Regular e Irregular.....	25
Figura 15 – Alunos constroem polígonos regulares e irregulares	26
Figura 16 – Interações sobre os polígonos regulares e irregulares	26
Figura 17 – Cartaz sobre Polígono Regular	27
Figura 18 – Alunos construindo os poliedros.....	28
Figura 19 – Construção do Icosaedro.....	28
Figura 20 – Primeiro Icosaedro construído	29
Figura 21 – Segundo Icosaedro construído	29
Figura 22 – 1º tentativa do Dodecaedro.....	30
Figura 23 – 2º tentativa na construção dodecaedro	30
Figura 24 – Poliedros de Platão, Prismas e Pirâmides, secando ao fundo da sala de aula	31
Figura 25 - Prisma Pentagonal.....	32
Figura 26 – Poliedros de Platão, Prismas e Pirâmides, no refeitório da Escola	33
Figura 27 – Prova com Fotografias	35
Figura 28 – Fotografia I	37
Figura 29 – Fotografia II	38
Figura 30 – Fotografia III	38
Figura 31 – Fotografia IV	39
Figura 32 – Fotografia V	39
Figura 33 – Fotografia VI	40
Figura 34 – Fotografia VII	40
Figura 35 – Fotografia VIII	41
Figura 36 – Fotografia IX	41
Figura 37 – Fotografia X	42
Figura 38 – Fotografia XI	42
Figura 39 – Fotografia XII	43

Figura 40 – Fotografia XIII	43
Figura 41 – Fotografia XIV	44
Figura 42 – Fotografia XV	44
Figura 43 – Fotografia XVI	45
Figura 44 – Fotografia XVII.....	45
Figura 45 – Fotografia XVIII	46
Figura 46 – Fotografia XIX	46
Figura 47 – Fotografia XX	47
Figura 48 – Exemplificando as leituras visuais com partes retiradas do paninho	54
Figura 49 – Modelo de Tabela Pitagórica	55
Figura 50 – Representação visual da potenciação $5^2 = 5 \times 5 = 25$	55
Figura 51 – Percepção do ângulo obtuso no quadro	60
Figura 52 – Ventilador e o ângulo de 360°	60
Figura 53 – Suporte da cortina e ângulo de 180°	60
Figura 54 – Aluno demonstrando seus trabalhos prontos	62
Figura 55 – Alunos demonstrando seus trabalhos prontos	63
Figura 56 – Alunos concentrado na construção de polígonos regulares ..	65
Figura 57 – Estande da turma 62, na feira do conhecimento	66
Figura 58 – Fotografia 9 da prova com fotografias	70
Figura 59 – Fotografia 1 da prova com fotografias	71
Figura 60 – Fotografia 6 da prova com fotografias.....	72
Figura 61 – Fotografia 7 e 8 da prova com fotografias.....	73
Figura 62 – Outra descrição sobre fotografia 7 e 8 da prova com fotografias.....	73
Figura 63 – Fotografia 5 da prova com fotografias.....	74
Figura 64 – Outra descrição da fotografia 9 da prova com fotografias.....	75
Figura 65 – Fotografia 3 da prova com fotografias.....	76

SUMÁRIO

1. Prefácio.....	06
2. Foco, Ação: registrando as experiências.....	08
2.1 Fase Pré-Fotográfica	09
2.2 Fase Fotográfica e Pós-Fotográfica.....	33
2.3 Galeria de fotografias.....	37
3. Explorando as práticas e resultados	48
3.1 Fase Pré-Fotográfica – educação do olhar entre as aprendizagens.....	48
3.2 Fase Fotográfica – a Percepção da Geometria.....	69
3.3 Fase Pós-Fotográfica – olhares para a geometria, percepções e descrições	78
Referências	83
Apêndices.....	87
Anexos	94

1. Prefácio

Este produto educacional refere-se ao resultado da pesquisa de mestrado na linha de pesquisa Estratégias Metodológicas e Recursos Educacionais para o Ensino de Ciências e Matemática, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Mestrado Profissional – da UFPel, com o título de **“Da Aritmética à Geometria: a educação do olhar entre aprendizagens lúdicas e fotográficas”**.

Os sujeitos dessa pesquisa foram 27 alunos do 6º ano e a pesquisa se desenvolveu durante as aulas de matemática em 2019. A base metodológica está ancorada nas proposições de metodologias ativas (MORAN, 2018; 2000) e na aprendizagem criativa (RESNICK, 2020; 2014; 2007), que possibilitaram experiências (LAROSSA, 2011) de ensino e aprendizagem com o propósito de desenvolver a educação do olhar (TEIXEIRA, 2018) dos alunos para a geometria, com o eixo de uma engrenagem cíclica de produção de conhecimento, começando pela aritmética ligada às figuras geométricas planas, contextualizadas com o cotidiano dos alunos.

Desenvolveram-se aulas práticas com objetos concretos a fim de favorecer a abstração e desenvolver a iniciação da alfabetização visual (DONDIS, 2015; 2003), intencionando explorar a percepção do olhar, direcionado para a geometria contida nas fotografias de imagens do cotidiano dos alunos. A análise dos resultados demonstrou que as metodologias envolvidas pelos 4Ps de Resnick (projeto, pensar brincando, pares, paixão), e a captura fotográfica, além de qualificar o processo de aprendizagem dos conteúdos matemáticos de forma lúdica e criativa, permitiu que os alunos vivenciassem experiências que corroboram para um processo de iniciação da alfabetização visual onde há a sensibilização para a educação do olhar relacionado à aritmética associada com figuras geométricas, resultando na percepção e constatação de que a geometria faz parte de suas vidas.

A questão problematizadora da investigação foi elaborada a partir da indagação: Como desenvolver no aluno a educação do olhar para a aprendizagem da geometria?

O objetivo geral da pesquisa foi o de implementar uma prática educativa como estratégia para aprendizagem da geometria, partindo da alfabetização visual como uma estratégia para o desenvolvimento da educação do olhar. E os objetivos específicos foram: identificar as dissertações e teses que abordam a temática investigada; implementar uma prática de ensino de aritmética e de geometria,

utilizando as metodologias ativas como recurso de ensino e aprendizagem; oportunizar aos alunos o acesso a instrumentos pedagógicos que possibilitem a percepção da geometria em seu cotidiano; constatar se a captura fotográfica, a ser realizada pelos alunos, demonstra os conteúdos estudados em sala de aula; construir um livro digital que poderá servir a outros educadores como uma fotografia da experiência realizada.

O capítulo 2 desse produto, encontra-se, na dissertação, no capítulo 7, enquanto o atual capítulo 3, por sua vez, era o capítulo 8.

Com o intuito de orientar a leitura e a utilização desse material, sugerimos a seguir algumas possibilidades.

Pode se realizar uma leitura sequencial conforme o sumário ou intercalar os capítulos 2 e 3.

A segunda sugestão de leitura deve partir das aulas ministradas, contidas no item **2.1 Fase Pré-Fotográfica**, e na sequência realizar a leitura do capítulo 3, com a respectiva análise do item **3.1 Fase Pré-Fotográfica** – a educação do olhar – educação do olhar entre as aprendizagens. Ao finalizar esta etapa, indicamos retornar ao subcapítulo **2.2 Fase Fotográfica e Pós-Fotográfica**, podendo o leitor dirigir-se às análises contidas nos subcapítulos **3.2 Fase Fotográfica** – a Percepção da Geometria e **3.3 Fase Pós-Fotográfica** – olhares para a geometria, percepções e descrições.

Este material contém uma espécie de “fotografia da experiência realizada”, uma investigação que partiu da apresentação de componentes curriculares em sala de aula.

Desejamos que a pesquisa realizada possa servir como ponto de partida para a elaboração de outras práticas de ensino e aprendizagem da Matemática, onde a criatividade e a ludicidade possam estar presentes no dia a dia da sala de aula.

2. Foco, Ação: registrando as experiências

A elaboração das doze aulas, que compõem essa investigação, oportunizou experiências de aprendizagem com a manipulação de objetos concretos e lúdicos: paninho quadriculado, palitos, canudinhos, um conjunto de instrumentos manipuláveis, os quais possibilitaram aprender a “pensar brincando” individualmente ou em colaboração; uma aprendizagem entre “pares”, como afirma Resnick (2007). Consideramos que as atividades realizadas pelos alunos podem ser pensadas como atos que oportunizaram a vivência do que Larossa (2011, p.7) designa como “experiência”. A experiência, em primeiro lugar, é um passo, uma passagem, um percurso”. O mesmo autor assinala que à palavra ‘passar’ se pode atribuir princípios: “princípio de passagem” e “princípio de paixão (LAROSSA, 2011, p. 8).

Ressaltamos que a existência da “paixão” é, também, uma parte integrante dos 4Ps citados por Resnick (2007) – projeto, pensar brincando, pares, paixão – como elementos valiosos para promover a aprendizagem.

A Aprendizagem Criativa é uma metodologia ativa. De acordo com Moran e Bacich (2018):

Podemos combinar tempos e espaços individuais e grupais, presenciais e digitais, com mais ou menos supervisão. Aprendemos melhor quando conseguimos combinar três processos de forma equilibrada: a aprendizagem personalizada (em que cada um pode aprender o básico por si mesmo – com a aprendizagem prévia, aula invertida); a aprendizagem com diferentes grupos (aprendizagem entre pares, em redes) e a aprendizagem mediada por pessoas mais experientes (professores, orientadores, mentores) (MORAN; BACICH, 2018, p. 66).

Este processo foi um caminho longo durante o ano letivo, onde aconteceram muitas outras aulas que não estão aqui citadas. Porém, as que foram selecionadas mantiveram a perspectiva de buscar “um reforço visual de nosso conhecimento por muitas razões; a mais importante delas é o caráter direto da informação, a proximidade da experiência real” (DONDIS, 2003, p. 6).

A abstração foi trabalhada através da percepção de sentido da teoria com a imagem visual. Por exemplo: a aritmética e representação em forma visual, visualização dos ângulos na sala de aula, a construção de material concreto, os polígonos e poliedros. Levando a educação do olhar em três fases: pré-fotográfica, ou

seja, através de práticas com instrumentos concretos, depois no momento fotográfico: onde se utilizou do ato de capturar fotografias como mais um instrumento de estudo e a fase pós-fotográfica, quando os alunos fizeram as descrições de sua percepção da geometria nas fotografias. Antes das capturas fotográficas, não houve estudo sobre conhecimentos de técnicas profissionais para fotografar. E as descrições dos alunos foram focadas nos conceitos de geometria.

As aulas são identificadas por Aula1, 2, 3, etc., as quais representam miniprojetos de ensino com conteúdo, objetivos e desenvolvimento. No entanto, não foram contabilizadas quantas horas/aula foram utilizadas. Nestas aulas os projetos foram elaborados especificamente para os alunos do 6º ano, nas aulas de matemática durante o ano letivo, com instrumentos e práticas considerando algumas proposições teóricas de Papert (1980), Resnick (2007; 2014; 2020) entre outros, encontrados no estado do conhecimento, para guiar o trabalho de pesquisa rumo a possíveis respostas para a questão problematizadora: **como instigar no aluno a educação do olhar para a relevância dos conceitos da geometria em seu cotidiano?**

Na sequência, descreveremos o processo de desenvolvimento das três fases mencionadas, bem como das aulas realizadas.

2.1 Fase Pré-Fotográfica

Para introduzir esta etapa de intervenção, partimos apresentando os conceitos de tabuada, múltiplos, divisores, potenciação, raiz quadrada, número composto, número primo, ângulos, linhas poligonais, polígonos regulares e irregulares e Poliedros de Platão, com ajuda de diferentes recursos pedagógicos: paninho quadriculado, tabela pitagórica, folha quadriculada, palitos, canudinhos, massa de modelar, massa de biscoito.

O trabalho realizado oportunizou aos alunos o desenvolvimento de uma “educação para o olhar” (TEIXEIRA, 2018), instigando o reconhecimento das formas geométricas e identificando-as em diferentes conteúdos aritméticos. Buscou-se ancoragem no referencial teórico dos pressupostos metodológicos da Aprendizagem Criativa, onde a ludicidade é um aspecto que deve ser incentivado no processo de aprendizagem, conforme salienta Resnick (2007):

Do modo como vejo, a abordagem do jardim da infância tradicional é idealmente a mais adequada às necessidades do século 21. Em uma sociedade caracterizada pela incerteza e por mudanças rápidas, a capacidade de pensar de forma criativa está se tornando a chave para o sucesso e a satisfação, tanto no âmbito profissional como no pessoal. Para as crianças de hoje, não há nada mais importante do que aprender a pensar de forma criativa – aprender a criar soluções inovadoras para situações inesperadas que inevitavelmente vão surgir em suas vidas (RESNICK, 2007, p. 2)

A Aprendizagem Criativa serviu como um meio para o ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, propiciando um processo com características lúdicas e atrativas. Os alunos, então, foram estimulados a perceber a geometria através da observação e interação.

Constatou-se que a proposta da nova Base Nacional Comum Curricular (BNCC) se refere à utilização da geometria como uma forma espiral de construção e representação de outros conhecimentos matemáticos: “as ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência” (BRASIL, 2018, p. 269).

Papert (1980) e Piaget (1967) afirmam que o conhecimento é ativamente construído pelas crianças na sua interação com o mundo. Partindo desse pressuposto é possível inferir que o professor, ao utilizar um procedimento pedagógico que oferece tais oportunidades aos alunos, propicia um maior envolvimento destes em ações com explorações práticas que alimentem o processo construtivo do conhecimento (PAPERT, 1980; PIAGET, 1967 apud ACKERMAN, 2002).

Aula 1

*** Conteúdos: tabuada, propriedades da multiplicação, geometria e área, grandezas e medidas.**

* Objetivo: mostrar a construção da tabuada através das figuras geométricas do retângulo e do quadrado.

* Instrumentos pedagógicos: Tabela Pitagórica e paninho quadriculado.

* Desenvolvimento: Hobold e Rosa (2017) relataram o ensino da tabuada com ações. Na proposta de Davýdov (2009) se trabalha a tabuada e associa a ideia de espaço geométrico de diferentes formas. Apesar das inspirações de Davýdov, houve uma adaptação na proposta da experiência didática da Tabela Pitagórica alinhada com o ensino da tabuada e a geometria, associando apenas duas formas geométricas: o retângulo, para tabuadas de fatores diferentes, e o quadrado, para os fatores iguais.

Isso foi feito pensando nas aulas futuras, onde se iria progredir com os estudos de potências de expoente dois e raiz quadrada, trabalhando a geometria associada com a forma geométrica de quadrado. Reforçando que os alunos já conhecem, das séries iniciais do ensino fundamental, quadrado e retângulo, agregando um ensino em espiral onde o eixo central é a geometria.

Os alunos receberam uma Tabela Pitagórica vazia e foram instruídos a raciocinar o seu potencial para contagem e construção da tabuada do 1 até o 10. Ao concluírem, a professora fez alguns questionamentos como: A tabuada 6×7 é igual ao 7×6 ? Eles visualizavam na Tabela Pitagórica que sim. Neste momento foi explicada a propriedade comutativa da multiplicação, induzindo os alunos a olharem e perceberem que se formava um retângulo em ambos os casos com a mesma quantidade de quadradinhos, o que matematicamente chamamos de área, só que este quadrado alternava a largura e comprimento. Esta propriedade é muito importante para não memorizar toda a tabuada: “[...] visto que a comutatividade nos permite dar saltos qualitativos no ensino com significação, sem, no entanto, ter que recorrer a memorização” (MICHELS, 2009, p. 43).

A propriedade distributiva também foi ressaltada e apresentada na Tabela Pitagórica como uma forma de não precisar memorizar toda ela e também justificar que os alunos poderiam ter feito somente a metade da tabuada. Apenas fazendo relações como $7 \times 8 = 4 \times 8 + 3 \times 8$, essas práticas favorecem a compreensão da propriedade distributiva muito importante para “estabelecer relações entre os resultados das tabuadas mais simples como os mais complexo e desenvolver estratégias para efetuar os cálculos” (MICHELS, 2009, p. 43).

Para aguçar a curiosidade optou-se por um material concreto, viável para utilizar todos os dias e que fugisse do tradicional e que, além de estimular a percepção visual, fosse maleável e não tivesse o resultado da tabuada escrito, mas sim proporcionasse a construção abstrata. Partindo dessa premissa foi costurado um pano de 10×10 , com quadradinhos para cada aluno (FIGURA 1). Esse foi o material de apoio para construir o conceito da tabuada, uma vez que poderiam contar os quadradinhos, bem como associar duas colunas e três linhas ou o inverso, formando a mesma figura geométrica de um retângulo de seis quadradinhos. Ressaltou-se que quando as linhas e colunas são iguais, por exemplo: 2×2 ou 6×6 , elas criam uma forma quadrada. Nesse momento não se abordou nada em relação a área, porém, no

terceiro trimestre, isso foi retomado, uma vez que o intuito foi o de oportunizar a familiaridade com a palavra “área e a visualização”.

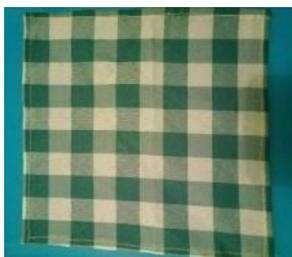


Figura 1 - Paninho quadriculado
Fonte: acervo da autora

Esse paninho quadriculado foi utilizado em muitas aulas como apoio aos exercícios de sala de aula, nas operações básicas. O aluno poderia usar como apoio nas aulas e nas avaliações, já que a resposta não está explícita. Precisavam reconhecer a forma do retângulo ou quadrado correspondente a tabuada que procuravam, para contar o resultado. Precisavam abstrair, ao visualizar o paninho quadriculado, e construir a tabuada, isto é, aprender o significado da tabuada e não meramente sua memorização. Esta ferramenta se tornou um apoio nas atividades, respeitando o tempo de cada aluno nesse processo do concreto para o abstrato. A perspectiva era de que, logo que a memorização ocorresse, o aluno parasse de utilizá-lo.

Compreender é fundamental. É inconcebível exigir que os alunos recitem: "duas vezes um, dois; duas vezes dois, quatro;," sem que tenham entendido o significado do que estão dizendo. Na multiplicação, bem como em todas as outras operações, a noção de número e o sistema de numeração decimal, precisam ser construídos e compreendidos (PRIETO, 2006, p. 1).

Alguns dos eixos norteadores de Manoel (2019) para metodologias de ensino de geometria foram identificados nos instrumentos pedagógicos e práticas desenvolvidas nessa aula.

Nestes instrumentos pedagógicos e práticas desenvolvidas foi possível avaliar quais os eixos existentes para o ensino da geometria na aula em questão. Manoel (2019) elenca as cinco habilidades cognitivas de Hoffer (1981) como importantes categorias que podem ser analisadas e descrições dessas são feitas por Bressan, Bogisic e Crego (2010). Entre elas as habilidades: visual, de desenho e construção e da lógica que são trabalhadas nessa aula, diante do desenvolvimento metodológico acima.

O eixo denominado por Manoel (2019) de currículo também foi observado durante o planejamento da aula, pois os conteúdos ensinados são do 6º ano: tabuada, propriedades da multiplicação, geometria e área, grandezas e medidas de uma forma cíclica, conforme a BNCC prevê. O eixo se refere a apreciação estética, tendo em vista que “os educandos podem elaborar, reproduzir ou analisar produções artísticas nas aulas de Geometria” (MANOEL, 2019, p. 20), uma vez que tanto na Tabela Pitagórica, quanto no pano quadriculado foram observadas e analisadas por parte dos alunos. O eixo criatividade também pode ser citado¹.

Aula 2

*** Conteúdos: múltiplos, tabuada, grandezas e medidas.**

* Objetivos: utilizarem a Tabela Pitagórica e o paninho quadriculado para encontrar os múltiplos e perceber que a figura geométrica mantém uma das medidas e altera a outra a cada novo múltiplo de um determinado número.

* Instrumentos pedagógicos: Tabela Pitagórica e pano quadriculado.

* Desenvolvimento: no primeiro momento desta aula conclui-se as reflexões da aula anterior, permitindo que os alunos fizessem questionamentos. Na sequência, no estudo sobre múltiplos, atentou-se que na Tabela Pitagórica, os múltiplos de 4 por exemplo, estavam escritos na linha ou coluna do número 4, ou seja, é a tabuada do número. E no paninho quadriculado seria necessário fixar a quarta linha e ampliar a coluna. Ou fixar a quarta coluna e ampliar a linha. Por não estarem escritos os números no paninho quadriculado, necessitaria a contagem dos quadradinhos, para obtenção do resultado. Outro exemplo: para conhecer os múltiplos de 7, deveriam contar sempre de 7 em 7 quadradinhos no sentido linha ou coluna, que assim iriam chegar no resultado. E conforme aumentavam a contagem o retângulo, aumentava uma dimensão e a outra mantinha os 7 que era os múltiplos procurados nesse exemplo proposto.

Para o desenvolvimento desta aula seguimos as recomendações propostas por Manoel (2019) de operar com os eixos, partindo da apreciação estética, currículo,

¹ Qualidade ou característica de quem ou do que é criativo. 2. inventividade, inteligência e talento, natos ou adquiridos, para criar, inventar, inovar, quer no campo artístico, quer no científico, esportivo etc. Disponível em: <https://www.google.com/search?q=significado+de+criatividade&oq=significado+de+criatividade+&aqs=chrome..69i57.6624j0j7&sourceid=chrome&ie=UTF-8>. Acesso em: 07 nov. 21

criatividade e habilidades cognitivas subdivididas em: visual, desenho e construção e de transferência.

Entre as habilidades a serem aprimoradas, destacamos a visualização e o desenvolvimento geométrico, ressaltadas por Machado (2017), teorizadas e problematizadas pelo autor que se referencia a Van Hiele (1986), Fainguelernt (1999), Costa (2000), Flores, Wagner e Buratto (2012).

Sobre a habilidade de 'visualização' o autor conclui: que "a visualização não significa apenas 'ver com os olhos', mas está relacionada à capacidade de analisar o que se percebe como parte do mundo real e memorizar aspectos que caracterizem os objetos vistos" (MACHADO, 2017, p. 18).

Teixeira (2018) assinala que a visualização vai além do ver com os olhos, e, portanto, os alunos são capazes de relacionar conceitos matemáticos e geométrico num processo de novas assimilações a cada nova proposta de atividade, construindo, assim, uma educação do olhar. Sendo "um processo de formar imagens mentais, com a finalidade de construir e comunicar determinado conceito matemático, com vistas a auxiliar na resolução de problemas analíticos ou geométricos" (LEIVAS, 2009, p. 111).

Os exercícios teóricos foram apresentados aos alunos, usando o quadro branco existente na sala de aula, e os alunos podiam consultar a Tabela Pitagórica e/ou o pano quadriculado para encontrar os múltiplos.

Aula 3

*** Conteúdo: tabuada, geometria, potência de expoente 2**

* Objetivo: ensinar a potência de base 2 produzindo sentido com a relação visual do quadrado.

* Instrumentos pedagógicos: Tabela Pitagórica e paninho quadriculado.

* Desenvolvimento: seguindo com o conteúdo do primeiro trimestre: "potências", foi utilizado como instrumento pedagógico o paninho quadriculado, intencionando, no concreto, que o expoente quadrado é assim denominado por formar justamente um quadrado. Após definição no quadro de potência foram mostrados os exemplos com a Tabela Pitagórica que linha e coluna iguais, ou seja, 1×1 ; 2×2 ; 3×3 ; são potências de expoente 2, e visualmente tem a forma quadrada. Aliás característica única dessas tabuadas, as demais são retângulos. Aproveitando para evidenciar no quadro o cálculo correto da potência e, concomitante, os alunos visualizavam a forma geométrica, pois muitos alunos erroneamente calculam a

potenciação fazendo a multiplicação da base pelo expoente. Nesse sentido acredita-se que a geometria é mais uma aliada no processo de ensino e aprendizagem.

Exemplo correto = forma um quadrado $3^2 = 3 \times 3 = 9$ **Exemplo errado = forma um retângulo,**
 $3^2 = 3 \times 2 = 6$

1	2	3
2	4	6
3	6	9

1	2	3
2	4	6

Figura 2 - Demonstração geométrica da potência elevado ao quadrado.
 Fonte: acervo da autora

Os conceitos matemáticos foram apresentados de forma cíclica com a geometria, criatividade e apreciação estética, para trabalhar as habilidades cognitivas dos conteúdos do currículo de matemática (MANOEL, 2019), tornando as atividades mais agradáveis, menos abstratas e com sentido, em busca da aprendizagem satisfatória.

E, por fim, os alunos receberam a sugestão de pintar as potências, pois a diagonal formada pelas potências divide ao meio a tabuada e os números acima e abaixo dela estão de forma espelhada, conforme visto em aulas anteriores, a propriedade comutativa da multiplicação. Segue um exemplo:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Figura 3: Tabela de Pitagórica associada a potenciação
 Fonte: <https://incrivel.club/inspiracao-dicas/como-aprender-la-tabla-de-multiplicar-y-ahorrarte-un-monton-de-nervios-277760/>. Acesso em: 07 nov. 2021.

Aula 4

* **Conteúdos: tabuada, potência, raiz quadrada, geometria**

* **Objetivo: construir o conceito de raiz quadrada e associar a forma geométrica do quadrado.**

* Instrumentos pedagógicos: folha de ofício quadriculada, lápis de cor, tesoura, cola.

* Desenvolvimento: no início da aula de “raiz quadrada”, cada aluno recebeu uma folha quadriculada, onde foi solicitado que pintassem um muro quadrado de 4 quadradinhos, 9 quadradinhos, 16 quadradinhos e assim sucessivamente, com o objetivo de que percebessem a relação com a tabuada (pano quadriculado), uma vez que a característica de largura e comprimento são iguais, por isso quadrado.

A tarefa seguinte foi para que pintassem de vermelho a base do muro, fazendo uma analogia à nomenclatura de base na potência, facilitando a visualização da relação das operações, da potência e raízes, sendo elas operações inversas. Quando construíram o conceito de que o “total de quadradinhos do muro” representa o radicando, na raiz quadrada, e a potência, na operação de potenciação com expoente 2. Buscando a compreensão de que a resposta da raiz quadrada é o número que está na base da potência de expoente 2 assim como foi pintada de vermelho na base do muro.

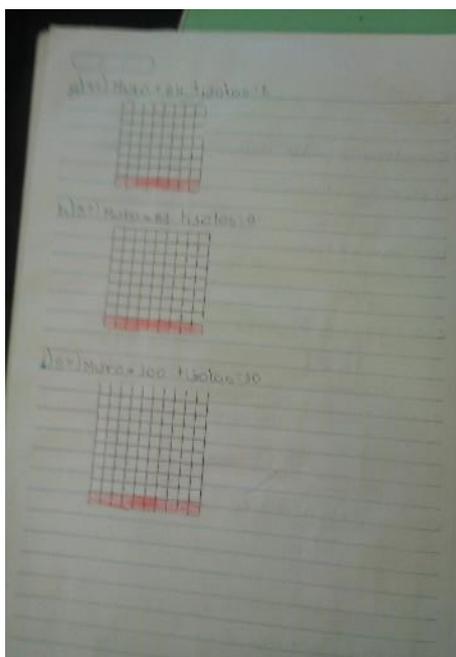


Figura 4 - Muros quadrados
Fonte: acervo da autora

Os eixos que norteiam as metodologias de ensino da geometria, abordados nessa aula foram: habilidades cognitivas diversas, currículo, apreciação estética e criatividade, conforme Manoel (2019).

Aula 5

* **Conteúdo: tabuada, divisores, números compostos, números primos, geometria.**

* **Objetivo:** investigar porque são números compostos e primos através da pintura de retângulos e do conhecimento da tabuada.

* **Instrumentos pedagógicos:** folha quadriculada, lápis de cor, cola, Tabela Pitagórica e/ou paninho quadriculado.

* **Desenvolvimento:** foi perguntado aos alunos: o que seria o retângulo? Surgiram muitas respostas como: a largura e o comprimento não são iguais, outros complementavam comparando que no quadrado é diferente porque tem os quatro lados iguais. Seguindo os questionamentos: o que são números compostos e números primos? Os alunos não sabiam. A proposta da aula seria investigar a resposta através da geometria. Entregou-se uma folha quadriculada e a primeira atividade foi proposta: os alunos deveriam construir, pintando todos os retângulos possíveis, utilizando 12 quadradinhos. Muitos construíram retângulos de 3 x 4 ou 2 x 6. Foi alertado que faltava uma opção, de construção dos retângulos, todavia alguns alunos perceberem que não haviam marcado essa opção de 1 x 12. Também foi possível questioná-los se fazia diferença 3 x 4 ou 4 x 3. Eles logo lembraram que não fazia diferença, logo não precisava desenhar duas vezes esse retângulo.

A segunda atividade foi repetir o processo de descobrir quantos e quais retângulos poderiam ser pintados, para as quantidades de 18 e 21 quadradinhos. A constatação dos alunos foi a de que a largura e o comprimento eram as possibilidades dos divisores dos números. Na sequência, indagou-se se havia uma característica comum em todos os números. Responderam: sim, há vários números como divisores.

A próxima e última atividade foi a de solicitar para os alunos pintarem no papel quadriculado as possibilidades de retângulos utilizando apenas 2, 3, 5, 7 quadradinhos, e assim foram descobrindo que só havia uma possibilidade para formar retângulos com essas quantidades. Logo a característica comum encontrada pelos alunos foi que tinham dois divisores apenas. Com essa constatação veio a seguinte pergunta: o que mais? Lançada a indagação os alunos ficaram em silêncio. Um aluno manifestou-se dizendo: o número 1 é sempre um dos divisores e o outro é ele mesmo. Sua resposta estava correta e, por isso, esses números que apresentam tais características são chamados números primos. Diferentemente da primeira e segunda

atividade, onde conseguiram pintar vários retângulos, pois os números 12 e 18 possuem vários divisores, denominando-os de números compostos.



Figura 5- Caderno de matemática do aluno
Fonte: acervo da autora

Analisando a metodologia utilizada nessa aula, estão presentes alguns dos eixos norteadores no ensino da geometria de Manoel (2019): currículo, habilidades cognitivas, outras áreas de conhecimento, apreciação estética, criatividade e afetividade. Sendo essa última responsável pela “utilização da geometria como motivador e facilitador dos conteúdos de Matemática [...]” (MANOEL, 2019, p. 28).

Aula 6

* **Conteúdos: introdução à geometria: ponto, reta, plano**

* **Objetivo:** ensinar os conceitos através do processo do aprender a ler imagens.

* **Instrumentos pedagógicos:** retroprojeter, lápis, borracha, caderno.

* **Desenvolvimento:** utilizou-se o data show para projetar imagens e conceitos básicos de geometria como: ponto, reta, plano e também exercícios intitulados como desafio.

A professora comprou um material pedagógico em *pendrive*, denominado: *Smart professor pendrive*, utilizando a Figura 9 para realizar a atividade proposta nesta aula.

O critério de escolha da imagem foi com o intuito de representar um quarto de criança da mesma faixa etária dos alunos.

Partindo do princípio de sondagem para verificar se os alunos visualizavam o conteúdo de geometria trabalhado em sala de aula, também avaliando o que sabiam de geometria do 5º ano.

Apresentou-se a imagem aos alunos com o seguinte questionamento: o que enxergam de geometria? Obtendo como respostas: quadrados, retângulo de diferentes tamanhos, plano e bola.



Figura 6 – Material do Power Point
Fonte: Smart professor pendrive

Após o estudo dos conceitos básicos de geometria, a Figura 6 foi apresentada mais uma vez a fim de mostrar ponto, reta e plano.

Em relação a essa estratégia de ensino, utilizando imagens, Maciel (2015) enfatiza que as imagens fotográficas, contidas nos livros didáticos, têm uma função ilustrativa e comunicativa. Dessa forma, a imagem de um quarto de criança provoca o pensamento e produz lembranças relacionadas às suas experiências de vida.

A Figura 6 serviu para mediar o processo de ensino do conteúdo, facilitando a visualização e interpretação dos conceitos matemáticos de forma projetada.

A função epistêmica media, colabora, remete, apoia a construção de objetos; a ilustrativa chama atenção para um determinado conteúdo matemático; a comunicativa estabelece uma ligação entre imagem e o leitor para através desta transmitir alguma informação e a decorativa adorna, enfeita, embeleza, torna mais atraente o livro didático (MACIEL, 2015, p. 124).

Instigou-se o processo de “educação do olhar” de Teixeira (2018) e Maciel (2015) por meio de imagens fotográficas.

Nessa aula não foi utilizada uma fotografia do cotidiano dos alunos. A estratégia para a introdução da educação do olhar foi a de trazer fotografias escolhidas pela investigadora.

Os eixos instigadores situações problemas e criatividade foram explorados (MANOEL, 2019). Uma vez que o conteúdo pertinente ao currículo foi empregado para estimular a educação do olhar, indagou-se novamente aos alunos: o que enxergam de geometria na fotografia?

Ressalta-se que, ao introduzir a fotografia como um instrumento para a aprendizagem da geometria, intencionou-se frisar que a imagem fotográfica pode ser um meio, um

veículo para o desenvolvimento de habilidades e competências tais como a percepção espacial e a resolução de problemas (escolares ou não), uma vez que ela oferece aos alunos 'as oportunidades de olhar, comparar, medir, adivinhar, generalizar e abstrair' (FONSECA *et al.*, 2002, p. 92).

Aula 7

*** Conteúdos: conceito de ângulos, ângulo reto, ângulo agudo, ângulo raso, ângulo obtuso.**

* Objetivo: ensinar os conceitos de ângulo, visualizando-os em sua sala de aula;

* Instrumentos pedagógicos: retroprojetor, transferidor, lápis, borracha, caneta, canetinha, folha de ofício.

* Desenvolvimento: iniciou-se a aula pela introdução do estudo sobre ângulos, utilizando o retroprojetor para expor os conceitos, exemplos e orientações sobre a utilização do transferidor e respectivas classificações dos ângulos. O primeiro exercício foi de modo tradicional numa folha de ofício, onde individualmente mediram os ângulos com o transferidor. Esse exercício é válido para ensinar o conceito de ângulo e treinar a utilização do transferidor. Porém, com as contribuições dos estudos de Rocha (2017), onde o autor traz as reflexões de Diniz e Smole (2008) sobre as pesquisas de Piaget, que entendem que apenas exercícios com uma visão estática dificulta a percepção global do conceito, pois é necessário, em alguns contextos, que o ângulo seja percebido como um movimento, como o de giro ou rotação (ROCHA, 2017).

Estando a aula amparada pelos pressupostos expostos acima, foi proposto um exercício prático que atendesse ao aperfeiçoamento do conceito de ângulo de uma forma mais ampla e favorável a visualização. Recorreu-se à execução de atividades

“mão-na-massa” e “interação entre pares” propostas por Resnick (2014), onde a professora pesquisadora atuou como mediadora de forma ativa e colaborativa no processo de construção do conceito de ângulo.

O exercício prático foi a culminância dos estudos de ângulo, onde foi proposto que, em grupos, os alunos discutissem as nomenclaturas dos ângulos: reto, raso, agudo e obtuso e, após, visualizassem na sala de aula onde encontravam esses ângulos, os quais deveriam desenhar e colar no local onde localizaram os ângulos na sala.



Figura 7 - Janela da sala de aula e o ângulo reto
Fonte: acervo da autora



Figura 8- Fotos da Sala de aula
Fonte: acervo da autora



Figura 9 - Varão da cortina e ângulo raso
Fonte: acervo da autora

Rocha (2017, p. 112) destaca a relevância da integração de materiais manipulativos no ensino de ângulos em sua dissertação, onde se conclui que “a mobilização da noção de ângulo em diferentes contextos e a utilização de diferentes

materiais manipulativos pode contribuir para a construção do conceito geométrico de ângulo”. Acredita-se que o cenário da sala de aula com o qual convivem todos os dias, possa ser um contexto atrativo para ser explorado de uma forma inusitada, estimulando a “curiosidade” (SELBACK, 2010), favorecendo o processo de visualização.

Empregamos nessa aula a metodologia de projetos, proposta por Moran (2018), agregando os eixos norteadores: habilidades cognitivas, currículo, cotidiano, apreciação estética e criatividade.

Aula 8

*** Conteúdos: linhas poligonais e suas classificações e polígono convexo e não convexo.**

* Objetivo: estudar sobre as linhas poligonais e construí-las com material concreto.

* Instrumentos pedagógicos: folha de ofício, palitos de dente, canudinhos de refrigerante, durex, tenaz.

* Desenvolvimento: o conceito de linhas poligonais e suas classificações foi apresentado aos alunos por meio de material impresso em uma folha de ofício, seguido de uma explicação oral. Na sequência foi proposta uma atividade individual, em que os alunos poderiam trocar ideias, imaginar um exemplo de acordo com as classificações: linhas poligonais fechadas (simples ou com cruzadas), linhas poligonais abertas (simples ou com cruzamento). Com palitos de dentes e canudinhos de refrigerante deveriam construir linhas em uma folha de ofício.

Em outra folha de ofício, solicitou-se que, novamente, utilizassem os palitos de dente e/ou canudinhos, e que imaginassem e criassem um exemplo de polígono convexo e não convexo.

Ao optarmos pela utilização do material concreto a intenção foi proporcionar, além do ensino e aprendizagem de forma lúdica, estimular diferentes habilidades cognitivas: raciocínio lógico, imaginação, visualização mental do espaço e forma e coordenação motora fina. Possibilitando ao aluno ser protagonista ativo no processo de construção do conhecimento e a professora dando suporte quando necessário ou inclusive estimulando oralmente. Os materiais concretos ou manipulativos colaboram para expressar a imaginação sobre o conceito geométrico aprendido, de acordo com Maciel (2015).

Ao invés de propor um questionário, para que o aluno reproduza graficamente o conceito, acredita-se que a criação da linha poligonal ou polígono promoveu uma melhor definição conceitual e reflexão a respeito do que os alunos entenderam. Além de esta metodologia desenvolver, segundo Lorenzato (1995, p. 11), “a visualização, exploração, experimentação, análise, imaginação, criatividade”, caracterizando um contexto da aprendizagem do jardim da infância (RESNICK, 2007), que acaba tornando um exercício matemático em um brinquedo geométrico.

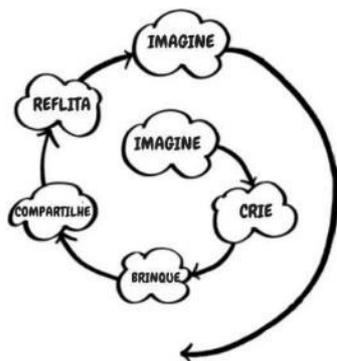


Figura 10 - Abordagem de aprendizagem do jardim da infância

Fonte: <http://web.media.mit.edu/~mres/papers/kindergarten-learning-approach.pdf>



Figura 11 - Construindo linhas poligonais

Fonte: acervo da autora



Figura 12 - Colaboração na construção linhas poligonais
Fonte: acervo da autora

A interação entre os pares: aluno com aluno, aluno com a professora/pesquisadora, seja nas ações manuais ou discussões orais, são fundamentais, pois o material concreto por si só não produz conhecimento matemático e nem geométrico: “Não é o uso específico do material concreto, mas, sim, o significado da situação, as ações da criança e sua reflexão sobre essas ações que são importantes na construção do conhecimento matemático (SCHLIEMANN; SANTOS; COSTA, 1992, p. 101).

Durante o terceiro trimestre os alunos seguiram sendo desafiados a construir seus conhecimentos, pois as aulas foram planejadas pelas metodologias ativas. Ao final de cada aula, deveriam registrar, no diário, como foram as atividades práticas, quais os pontos positivos e/ou negativos.



Figura 13 - Registrando em seu diário o que acharam da aula
Fonte: acervo da autora

Aula 9

* **Conteúdos: polígonos regulares e irregulares.**

* **Objetivo:** construir polígonos regulares e irregulares com material concreto.

* **Instrumentos pedagógicos:** folha de ofício, palitos de dente, massa de modelar.

* **Desenvolvimento:** foi entregue para cada dupla de alunos um pedaço pequeno de papel escrito a próprio punho com dois nomes, um era polígono regular e a outro irregular e seus respectivos números de lados que deveria conter o polígono. A tarefa consistia em imaginá-los e construir o polígono solicitado com palitos de dente unindo-os com massa de modelar. Segundo Moran (2018), o aluno deve ser estimulado a pesquisar sobre o conteúdo, utilizando os conhecimentos prévios, as interações com os colegas e materiais. Além de descobrir a forma correta do polígono, a atividade estimula diversas habilidades como coordenação motora fina, imaginação, calma, concentração, persistência e o trabalho em união. Várias duplas precisaram refazer a atividade mais de uma vez, até que ficasse certa, entretanto não perderam a motivação, já que estavam apoiadas pelas colaborações da professora-pesquisadora. “Alunos motivados aprendem e ensinam, avançam mais, ajudam o professor a ajudá-los melhor” (MORAN, 2000, p. 17).

Somente após a maioria dos alunos ter terminado a atividade foi entregue a eles uma folha com exemplos de polígonos regulares e irregulares para que pudessem comparar com os que fizeram, e, assim, em duplas, aluno com aluno, aluno com professora, ou oralmente com todos, fosse possível interagir para discutir sobre as características dos polígonos e a lógica do material concreto utilizado, ajustando conceitos teóricos com a prática. Uma vez que “o conhecimento se dá fundamentalmente no processo de interação, de comunicação” (MORAN, 2000, p. 24).



Figura 14 - Polígono Regular e Irregular
Fonte: acervo da autora

A avaliação da professora-pesquisadora foi durante o processo de construção da atividade, a qual envolveu as seguintes etapas: empenho, parcerias, respeito,

além do resultado final do trabalho. Respeitou-se as questões conceituais trabalhadas.



Figura 15 - Alunos constroem polígonos regulares e irregulares
Fonte: acervo da autora



Figura 16 - Interação sobre os polígonos regulares e irregulares
Fonte: acervo da autora

À medida que os alunos concluíam as atividades, foram convidados a organizar um painel com as devidas quantidades de lados, para depois servir para colocar o material produzido.



Figura 17 - Cartaz sobre Polígono Regular
Fonte: acervo da autora

Aula 10

*** Conteúdos: Poliedros de Platão**

* Objetivo: Construir poliedros de Platão com material concreto.

* Instrumentos pedagógicos: folha de ofício, palitos de dente, massa de biscuit

* Desenvolvimento:

A evolução do estudo seguiu para os poliedros de Platão. Foi disponibilizado, às duplas de alunos, palitos de dente e o nome do poliedro com a quantidade de faces no formato de polígonos regulares, orientando-os que os unissem com a massinha de biscuit. Deveriam ficar em forma de “3D”, em formato de poliedro.

Após ser proposta a atividade, os alunos partiram para a confecção do poliedro de Platão. As crianças demonstraram interesse, inclusive os alunos com dificuldades de aprendizagem e aqueles que possuíam distorção idade/série, que normalmente não querem estudar. Diante das propostas práticas e desafiadoras todos se engajaram.



Figura 18 - Alunos construindo os poliedros
Fonte: acervo da autora

Queriam saber como ficava o poliedro, pediam para ver fotos deles prontos, mas tiveram de fazer várias tentativas até obter êxito. Primeiro aqueles que tinham o tetraedro (4 triângulos), depois os que tinham o octaedro (8 triângulos). Muitos levantavam, iam até os colegas, olhavam, analisavam, trocavam ideias e hipóteses entre suas duplas e os vizinhos. Percebe-se que algumas duplas que tiveram mais dificuldades, foram as que ganharam a missão de construir o dodecaedro (12 faces de hexágonos regulares) e o icosaedro (20 faces triangulares). Mas eram motivados ao ouvirem que era os poliedros mais bonitos, que pareciam uma bola depois de pronto, essa dica da bola, ajudou as duplas do icosaedro. Quando a primeira dupla conseguiu fazer o icosaedro, a professora comemorou com eles, pediu palmas e tirou fotos.

A seguir a fase de construção do primeiro icosaedro:



Figura 19 - Construção do Icosaedro
Fonte: acervo da autora



Figura 20 - Primeiro Icosaedro construído
Fonte: acervo da autora

Conforme Figura 20, o primeiro icosaedro pronto estimulou a outra aluna a solicitar auxílio da colega que havia concluído a tarefa. Tal movimento de colaboração da colega demonstra colaboração e partilha de conhecimento entre pares Resnick (2007). Vejam na Figura 21 a aluna sendo ajudada a fazer o seu icosaedro.



Figura 21 - Segundo Icosaedro construído
Fonte: acervo da autora

O desafio de construir um dodecaedro foi proposto para uma dupla de alunos. A primeira tentativa de construção foi de fazê-lo com as seis faces pentagonais regulares, com intenção de uni-las às outras seis, entretanto não obtiveram sucesso (FIGURA 22). Na segunda tentativa de construção (FIGURA 23), construíram as 12 faces pentagonais regulares separadamente, objetivando uni-las para formar o dodecaedro. Foi notável a persistência, colaboração e interação entre a dupla em busca de estratégias, mas infelizmente não conseguiram finalizar. Se equivocaram no

modo de agrupar as faces e, ao desagrupá-las, e ao recomeçar pela terceira vez, o tempo da aula finalizou, não oportunizando a realização da atividade.



Figura 22 - 1º tentativa do Dodecaedro

Fonte: acervo da autora



Figura 23 - 2º tentativa na construção dodecaedro

Fonte: acervo da autora

Quando a maioria finalizou a atividade foi oferecido aos alunos uma folha de ofício contendo os desenhos dos poliedros regulares, irregulares e prismas e pirâmides (ANEXO A).

Ao terminarem, os poliedros deveriam ser posicionados ao fundo da sala de aula, sobre classes vazias, com devidas nomenclaturas, quantidade de arestas, vértices e faces.

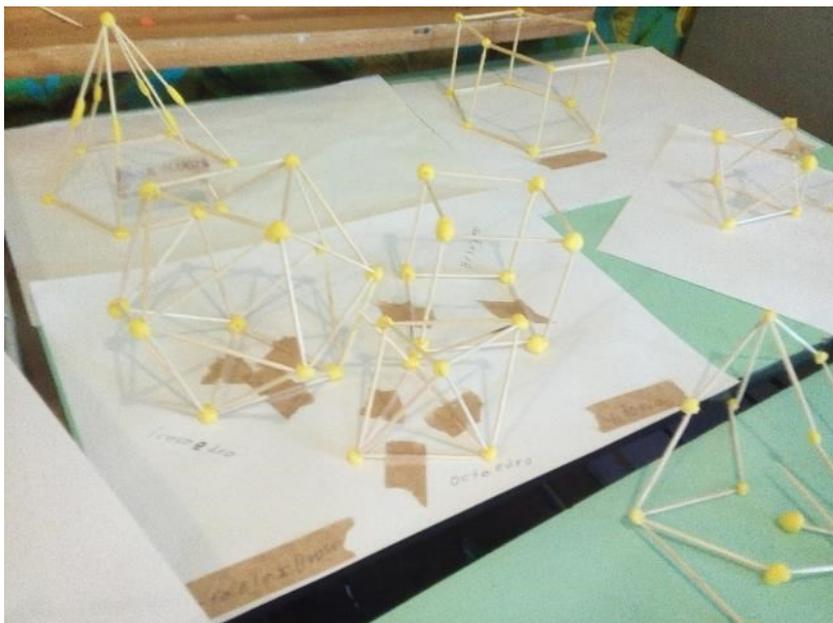


Figura 24 - Poliedros de Platão, Prismas e Pirâmides, secando ao fundo da sala de aula
Fonte: acervo da autora

Na sequência, foi solicitado que construíssem, com palitos de dente e massa de biscoito, os prismas e pirâmides, apenas foi explicado o porquê da nomenclatura e distribuído entre as duplas o nome escrito num papel de um prisma e de uma pirâmide para serem construídos. Percebe-se que já estavam mais familiarizados com os materiais concretos e com a lógica tridimensional, além de visualizarem na folha os desenhos (ANEXO A). A solicitação possibilitou que todos os alunos interagissem com motivação para realizar as atividades que lhe foram propostas. Foi promovida uma aprendizagem de forma prazerosa e lúdica. Ao terminarem as produções, estas foram fotografadas.



Figura 25 - Prisma Pentagonal
Fonte: acervo da autora

Os poliedros, prismas e pirâmides ficaram secando no fundo da sala de aula, durante a noite. E, no outro dia, foram expostos no refeitório da escola, para divulgar aos demais alunos, professores e funcionários da escola o que os alunos da turma 62 haviam realizado nas aulas de matemática. Como as imagens a seguir evidenciam:





Figura 26 - Poliedros de Platão, Prismas e Pirâmides, no refeitório da Escola
Fonte: acervo da autora

2.2 Fase Fotográfica e Pós-Fotográfica

Aula 11

* **Conteúdos:** ponto, reta, plano, triângulo, quadriláteros, polígonos, poliedros de Platão, Prismas, Pirâmides.

* **Objetivo:** demonstrar em suas respostas o entendimento sobre a geometria desenvolvida no trimestre.

* **Instrumentos pedagógicos:** avaliação

* **Desenvolvimento:**

Maciel (2015) enfatiza “a importância da imagem fotográfica e o seu uso como recurso pedagógico” e, portanto, afirma que

a importância da imagem cuja função vai além dos aspectos estético e de registro temporal, colocando-a no patamar de instrumento comunicante e epistêmico, tal qual a escrita. Portanto, seria a escola o cenário adequado para a realização de tal consciência, a partir do processo de educação do olhar (MACIEL, 2015, p. 49)

Em uma aula foi utilizada, como instrumento avaliativo, uma atividade denominada “prova com fotografias da escola”. Constam para análise, nesta pesquisa, apenas as duas primeiras páginas da prova; nelas há fotos do entorno da escola, tiradas pela professora e selecionadas para verificar se houve aprendizagem.

As demais questões teóricas foram corrigidas e somaram-se à nota da prova, para construir a média do aluno no boletim, porém, não foram analisadas nesta

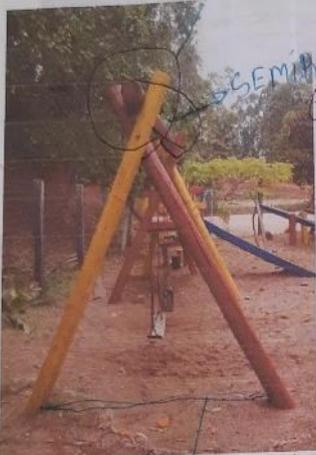
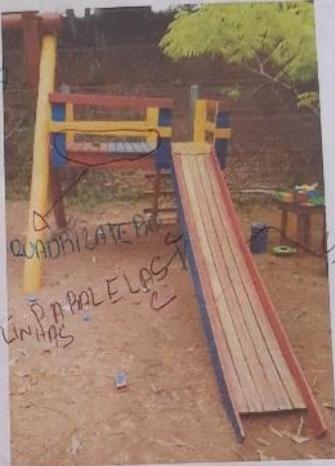
dissertação. Segue abaixo fotos do resultado de algumas provas respondidas pelos alunos:

ESCOLA MUNICIPAL DE ENSINO FUNDAMENTAL SADY HAMMES
Coqueiro – São Lourenço do Sul/RS
2ª Avaliação de Matemática do 3º trimestre / Individual sem consulta
ALUNO: [redacted] Turma: 62 DATA: 20/11/20
PROFESSORA: Evanir Erdmann TOTAL DA AVALIAÇÃO: 40 NOTA DO ALUNO: [redacted]
Assinatura do responsável: [redacted]

1) Pense em todos os conhecimentos aprendidos no trimestre sobre geometria, depois analise as fotografias tiradas do entorno da escola Sady Hammes e responda. Você pode sinalizar na foto o nome e o local que energe, ou se preferir só descrever, desde que fique compreensível.

a) O que você energe de geometria nessas fotografias?

Fotografia: 1 Fotografia: 2

Fotografia: 3 Fotografia: 4




Linha com Cruzamento.

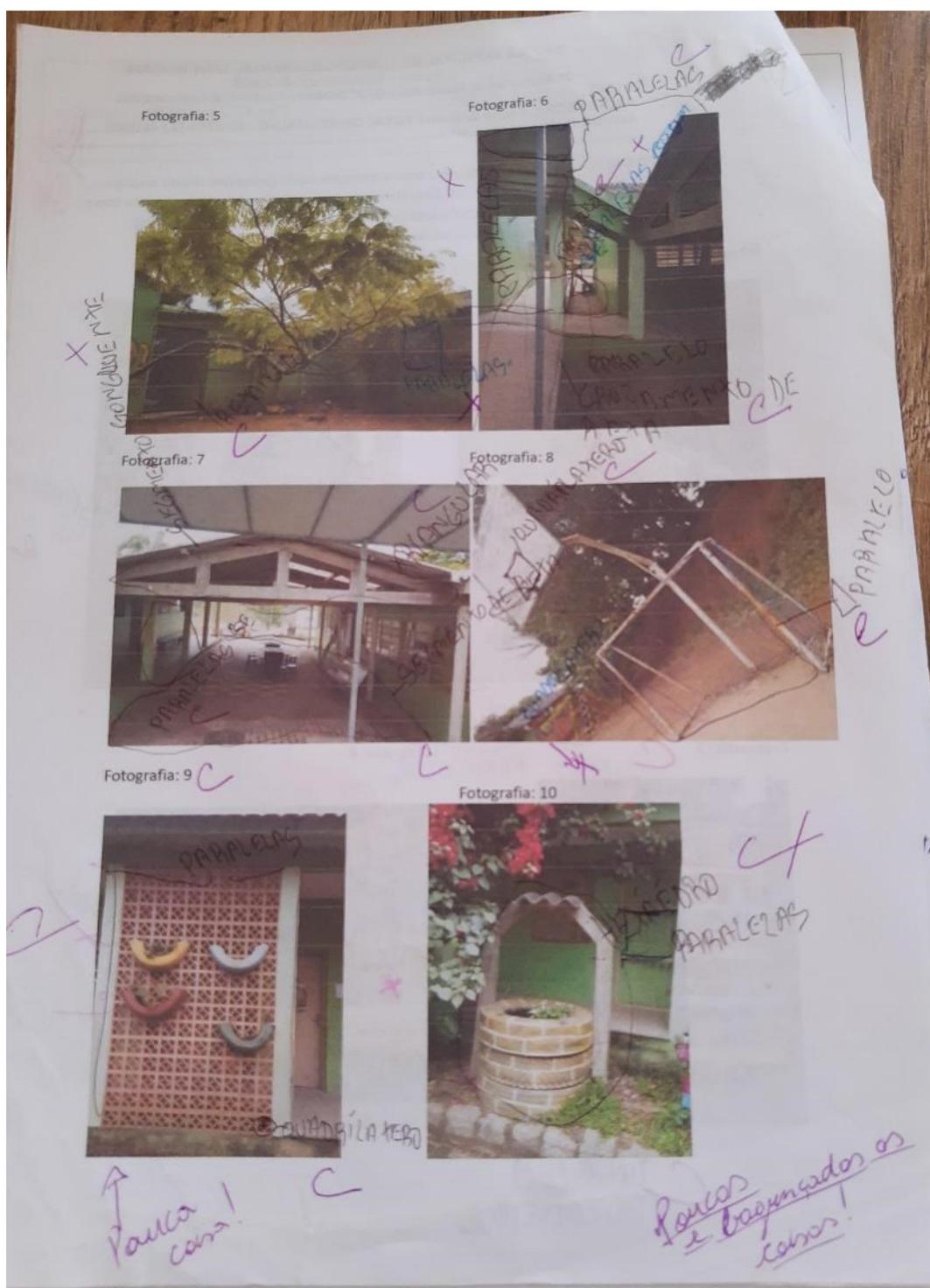


Figura 27 - Provas com Fotografia
Fonte: acervo da autora

Foram feitas algumas correções e observações e, embora houvesse pouca produção escrita, o fato não desqualificou as inúmeras descrições corretas sobre a geometria e muitas foram surpreendentes, pois o aluno conseguiu perceber detalhes

ao fundo da foto, enquanto outras que estavam bem visíveis, e em destaque na foto, não foram percebidas, evidenciando como a percepção é muito subjetiva.

Orientou-se que eles fizessem setas indicando o local na foto e o que representava na geometria, então o quesito organização foi escolhido pelos alunos. Não havia espaços definidos para respostas para não induzir o olhar. Por isso a opção de apenas colocar as fotos e numerá-las.

Aula 12

*** Conteúdos: ponto, reta, plano, triângulo, quadriláteros, polígonos, poliedros de Platão, Prismas, Pirâmides.**

* Objetivo: fotografar, de acordo com o seu interesse, o ambiente em que vivem e descrever a sua percepção da geometria.

* Instrumentos pedagógicos: celular, *whatsapp*, Messenger, *pendrive*, folha do caderno, caneta.

* Desenvolvimento:

Para a conclusão do trimestre e realização da avaliação final foi proposta como atividade a captura de fotografias. Os alunos deviam fazer uso de seus telefones celulares para fotografar duas imagens de livre escolha. O critério de escolha da imagem foi que houvesse uma espécie de representação de seu dia a dia fora do ambiente escolar.

Realizada a captura fotográfica, cada imagem deveria ser descrita, destacando como viam a geometria em suas fotografias. O intuito de tal atividade foi apurar como os alunos “educaram o seu olhar” e de que modo perceberam os conteúdos trabalhados ao longo do ano letivo em diferentes contextos.

Observou-se que houve uma caminhada pedagógica até essa aula, evidenciando a preocupação com o planejamento e a inserção da tecnologia dos *smartphones* (CORTELLA, 2014), como recurso pedagógico. O celular não foi utilizado apenas pelo fato de fugir das aulas tradicionais, mas para que colaborasse no desenvolvimento e representação dos conhecimentos teóricos de geometria, agregando aspectos atrativos e lúdicos, que favorecem a curiosidade (SELBACH, 2010).

2.3 Galeria de fotografias

A seguir, demonstraremos uma coletânea de fotografias produzidas pelos alunos, capturadas no contexto onde vivem seu dia a dia quando não estão na escola. As imagens fotográficas estão acompanhadas das descrições individuais e coletivas feitas pelos alunos, onde referem as formas geométricas percebidas na imagem.

Uma das intenções dessa proposição educativa foi a de oportunizar que a aprendizagem da geometria incluísse o contexto cotidiano dos alunos.

As fotografias selecionadas para serem analisadas nesta pesquisa atenderam ao critério de seleção de possuírem ambas descrições: tanto a individual, quanto a coletiva. Optou-se pela apresentação dessas fotografias e descrições dentro de um porta-retrato, como forma de valorização do trabalho realizado pelos alunos.

As descrições individuais do aluno referenciado como 'descrições do fotógrafo' foram realizadas fora da sala de aula e enviadas junto com a fotografia, via *Whatsapp*, *Messenger* do *Facebook* ou, ainda, por *Bluetooth*, utilizando o *Wi-fi* da escola.

A descrição coletiva foi realizada em sala de aula. Os alunos tiveram a possibilidade de expressarem as suas percepções e ampliá-las por meio do entrecruzamento de diferentes pontos de vista e de olhares.



Figura 28 - Fotografia I
Fonte: acervo da autora



Figura 29 - Fotografia II
Fonte: acervo da autora



Figura 30- Fotografia III
Fonte: acervo da autora



Figura 31 - Fotografia IV
 Fonte: acervo da autora



Figura 32 - Fotografia V
 Fonte: acervo da autora



Figura 33 - Fotografia VI
Fonte: acervo da autora



Figura 34 - Fotografia VII
Fonte: acervo da autora



Figura 35 - Fotografia VIII
Fonte: acervo da autora



Figura 36 - Fotografia IX
Fonte: acervo da autora



Figura 37 - Fotografia X
Fonte: acervo da autora



Figura 38 - Fotografia XI
Fonte: acervo da autora



Figura 39 - Fotografia XII
Fonte: acervo da autora



Figura 40 - Fotografia XIII
Fonte: acervo da autora



Figura 41 - Fotografia XIV
Fonte: acervo da autora



Figura 42 - Fotografia XV
Fonte: acervo da autora



Figura 43 - Fotografia XVI
Fonte: acervo da autora



Figura 44 - Fotografia XVII
Fonte: acervo da autora



Figura 45 - Fotografia XVIII
Fonte: acervo da autora



Figura 46 - Fotografia XIX
Fonte: acervo da autora



Figura 47 - Fotografia XX
Fonte: acervo da autora

3. Explorando as práticas e resultados

O processo de investigação-ação (TRIPP, 2005), exposto no Diagrama 1, é composto de três fases. A primeira fase de “planejamento” e o “agir” foram descritos pela professora/investigadora durante o desenvolvimento das aulas. A partir de agora será abordada a segunda fase: “descrever os efeitos da ação” e a terceira fase: “avaliar os resultados da ação” no processo de ensino e aprendizagem. Serão descritas as ações dos sujeitos, livres de “preconceitos” e “predisposições” (CHIZZOTTI, 2018).

Essa compreensão será alcançada com uma conduta participante que partilhe da cultura, das práticas, das percepções e experiências dos sujeitos da pesquisa, procurando compreender a significação social por eles atribuída ao mundo que os circunda e aos atos que realizam (CHIZZOTTI, 2018, p. 82).

As análises se constituem por uma “descrição minudente, cuidadosa e atilada e muito importante; uma vez que deve captar o universo das percepções, das emoções e das interpretações dos informantes em seu contexto” (CHIZZOTTI, 2018, p.82). Nesta investigação, optou-se por restringir o foco, criando uma categorização temporal com determinados critérios a serem explorados e avaliados de acordo com os dados obtidos e teorias entremeadas com o conjunto teórico que ancora a investigação.

A seguir as fases temporais: pré-fotográfica, fotográfica, pós-fotográfica e seus respectivos critérios de análise, bem como as respectivas observações e reflexões de cada etapa.

3.1 Fase Pré-Fotográfica – educação do olhar entre as aprendizagens

A caminhada de intervenção partiu das orientações da BNCC: promover práticas pedagógicas que oportunizem conectar diferentes conteúdos matemáticos, promovendo o desenvolvimento de habilidades.

Optou-se por iniciar pela aritmética, posteriormente, apresentou-se as formas geométricas básicas, já conhecidas pelos alunos (por exemplo, retângulo e quadrado). “Essas situações precisam articular múltiplos aspectos dos diferentes conteúdos, visando ao desenvolvimento das ideias fundamentais da matemática, como equivalência, ordem, proporcionalidade, variação e interdependência” (BRASIL, 2018, p. 298).

Essas fundamentações da matemática não estavam previstas na BNCC, mas foram lembradas e apresentadas visualmente. Os alunos manipularam tais formas geométricas através de atividades mão na massa (RESNICK, 2020), um modo de aprender brincando.

a) O processo cíclico da aritmética e geometria.

Os instrumentos pedagógicos foram: Tabela Pitagórica e o paninho quadriculado estrategicamente planejados como recursos para aprender conceitos sobre: tabuada, múltiplos, potenciação, raiz quadrada, números primos e compostos, concomitantemente com as formas geométricas do retângulo e do quadrado.

A construção dos conceitos ao invés de dar respostas prontas, instiga a “curiosidade” do aluno (SELBACH, 2010) e provoca a necessidade do aluno de pensar, olhar mais de uma vez e, por correlações diferentes, ensina a se concentrar, a testar e refazer até obter o processo de aprendizagem no qual o aluno tem um processo de aprendizagem de acordo com o percurso de raciocínio e habilidades individuais, o que compõe a experiência individual particular de cada um junto a outros momentos coletivos de construir um “saber da experiência é um saber particular, subjetivo, relativo, contingente, pessoal” (LAROSSA, 2002, p.27).

A possibilidade de que o aluno visualize as formas geométricas dá sentido à aritmética respondendo os “porquês” e favorecendo a abstração (LORENZATO, 2010).

A diversidade de idades entre os alunos e os diferentes estágios cognitivos (PIAGET, 2007) justificam o porquê de alguns alunos preferirem a Tabela Pitagórica, enquanto outros já conseguiam abstrair apenas com o paninho as respostas. O passo seguinte no processo de aprendizagem foi percebido gradativamente ao longo do ano letivo, logo, conforme aprendiam a tabuada, devolviam o paninho para a professora. Curiosamente apenas um aluno o utilizou durante praticamente o ano todo, inclusive sua mãe, que é colega professora na escola, comentou que o paninho havia sido um instrumento importante que facilitou o aprendizado e entendimento dos resultados da tabuada. Permanecer com o paninho ao lado, indica que o aluno necessita de apoio do material concreto para resolver o problema matemático.

Como “o conhecimento não é fragmentado mas interdependente, interligado, intersensorial” (MORAN, 2000, p. 18), buscou-se, com o mesmo recurso do paninho quadriculado, o estudo e o ensino da tabuada interligando ideias como: a) a ordem

dos fatores na tabuada e como, visualmente, interfere nas dimensões de largura e comprimento da figura geométrica, mas a quantidade de quadradinhos dentro do retângulo são equivalentes, b) construir a tabuada de um número equivale a obter seus múltiplos e visualmente construíram retângulos com um lado fixado sua medida e o outro será ampliado, mantendo a mesma orientação (coluna - vertical ou linha - horizontal). “Conhecemos mais e melhor conectando, juntando, relacionando, acessando o nosso objeto de todos os pontos de vista, por todos os caminhos, integrando-os da forma mais rica possível” (MORAN, 2000, p. 18). O paninho quadriculado, por ser maleável, poderia ser dobrado e desdobrado favorecendo a aprendizagem.

Na aula 3 (FIGURA 2) trabalhamos a interdependência da nomenclatura do expoente dois da potência, ao ser chamado de quadrado, com a visualização geométrica do quadrado.

A Figura 3, demonstra que os alunos pintaram as potências de expoente dois e, ao mesmo tempo, dividiram a tabela pitagórica ao meio, obtendo dois triângulos com mesmos números. A ação dos alunos reforça “visualmente” a teoria da propriedade comutativa da multiplicação.

Para auxiliar a aprendizagem foram utilizados diversos instrumentos pedagógicos de apoio: tabela pitagórica, paninho quadriculado, folha de ofício quadriculada, todos com uma característica em comum, possuir quadrados.

Tais instrumentos, oportunizaram oferecer recursos de apoio facilitadores para a aprendizagem, tendo em vista que os integrantes da turma de alunos se encontram em diferentes estágios de desenvolvimento cognitivo, pensamento concreto ou abstrato.

Na aula 4, ao propor que construísem um muro quadrado com bases estipuladas, sem olhar a tabela pitagórica, com o apoio do paninho quadriculado, intencionou-se explorar a imagem mental do quadrado. Obteve-se como resultante dessa ação a “revelação” da compreensão do conceito matemático.

Na aula 5, a proposta novamente valorizou a abordagem do brincar no processo cíclico: imagine, crie, brinque, compartilhe, reflita (RESNICK, 2007). Os alunos foram desafiados a imaginar como formariam diferentes retângulos possuindo o número de quadradinhos estipulado, e depois pintariam a folha quadriculada, formando retângulos. O ato de pintar, em uma aula de matemática, foge do tradicional e torna-se lúdico. A oportunidade de compartilhar com os colegas suas percepções

provoca o pensamento e a percepção. Novamente quem conhece a tabuada, facilita o trabalho, mas, para isso, é preciso também ter compreendido que largura e comprimento do retângulo são os fatores diferentes na multiplicação e estes, os divisores do número natural pintado. Ao concluir a pintura e formar os retângulos, precisavam demonstrar uma interpretação visual, construindo conexões das dimensões da forma geométrica com os números, buscando, nas visualizações geométricas, o sentido do que antes era apenas conceitos abstratos da aritmética.

Além de favorecer a compreensão de conceitos da aritmética, “a visualização matemática é entendida como uma expressão do pensamento uma forma de olhar e de pensar” (FLORES, 2010, p. 274), trabalhando as habilidades visuais, educando o olhar e promovendo “experiências” com “princípio da transformação” (LAROSSA, 2011), estimulando “a visualização como uma experiência do olhar e do pensar” (FLORES, 2010, p. 274).

Os conteúdos não são simplesmente ensinados aleatoriamente, são “parte de um todo que necessita sempre se ligar ao que foi mostrado antes e aos assuntos que virão depois” (SELBACK, 2010, p. 135). Seguindo essa lógica de interdependência, a partir da aula 6 a ideia foi promover aulas para aprofundar o ensino e aprendizagem da geometria plana, ampliando para a construção dos Poliedros de Platão de forma sequenciada e estimulando o olhar através das construções.

b) Como se desenvolveu a “educação do olhar” para a aprendizagem da geometria

Uma das atribuições da escola é alfabetizar a criança, ensinar a leitura e a escrita, o que Dondis (2003) denomina de “alfabetismo verbal”, contudo, ela também pode ser instigada a perceber. Alfabetização verbal é um processo que leva tempo e aprimoramento até que a pessoa tenha condições de interpretar a níveis mais complexos. Com relação ao “alfabetismo visual”, apesar de não ter uma sintaxe tão estruturada e rígida, também é complexo e possível de ser ampliado ao longo do tempo.

Ao aprender a ler e a escrever, começamos sempre pelo nível elementar e básico, decorando o alfabeto. Esse método tem uma abordagem correspondente no ensino do alfabetismo visual. Cada uma das unidades mais simples da informação visual, os elementos, deve ser explorada e aprendida sob todos os pontos de vista de suas qualidades e de seu caráter e potencial expressivo (DONDIS, 2003, p. 228).

De acordo com Dondis (2003, pp. 30, 31), os elementos do alfabetismo visual são: “linha, cor, forma, direção, textura, escala, dimensão e movimento” e estes, quando utilizados com técnicas específicas, potencializam aquilo que se quer transmitir em termos de mensagens visuais. Objetos transmitem mensagens visuais e acionam memórias.

O modo como cada pessoa enxerga os objetos está relacionado à diferentes fatores (cultura, ambiente, etc). Como também está associado a formação escolar e a constituição subjetiva de cada pessoa: “A visão é natural; criar e compreender mensagens visuais é natural até certo ponto, mas a eficácia, em ambos os níveis, só pode ser alcançada através do estudo” (DONDIS, 2003, p. 16).

Os sujeitos podem aprimorar sua inteligência visual (DONDIS, 2003) em vários níveis, de acordo com o aprofundamento dos estudos sobre os elementos visuais implícitos e explícitos que conduzem a um alfabetismo visual.

Optou-se por trabalhar de forma implícita alguns elementos que promovem o alfabetismo visual, na escolha dos recursos e metodologias das aulas, entretanto os alunos não foram instruídos da nomenclatura ‘alfabetismo visual’. O propósito foi de que os alunos percebessem o sentido e a interdependência entre os conceitos da aritmética e geometria.

Observou-se que o estímulo visual da perspectiva foi apresentado de modo introdutório. Outro elemento priorizado foi a percepção, levando em conta a subjetividade e intuição desses alunos, focando na aprendizagem da geometria.

Instigar a percepção do olhar a construir uma leitura dos objetos (paninho quadriculado, tabela pitagórica, folha quadriculada, fotografias) que foram os recursos pedagógicos utilizados.

Gomes (2008) chama a atenção que, para haver a leitura de um objeto, a partir das leis da Gestalt, se faz necessário observar: unidades, segregação, unificação, fechamento, boa continuação, semelhança e/ou proximidade e pregnância da forma. A seguir estas leis serão identificadas nas aulas, pois são elementos que desenvolvem a percepção, logo integram a educação do olhar.

Quando os alunos preencheram a tabela pitagórica realizaram um exercício de construção da tabuada e não sua cópia ou memorização. Ao pintarem as linhas e colunas de mesmo valor estimularam a leitura visual através da “textura” (DONDIS, 2003, p. 70), pois “é possível que uma textura não apresente qualidades táteis, mas

apenas óticas, como no caso das linhas de uma página impressa, dos padrões de um determinado tecido ou dos traços superpostos de um esboço”, logo, criando a forma geométrica para criar dependência com a aritmética.

A opção de utilizar, como instrumento de apoio, o paninho quadriculado se dá não só pelo fato de ser manipulável. A característica de possuir “linhas” que dão a “forma” quadriculada e possuir dois tons de verde foram elementos do alfabetismo visual utilizados intencionalmente para, de forma inconsciente, explorar nos alunos, o que a Gestalt chama de campo psicológico. “O ‘**campo psicológico**’ é entendido como um campo de força que nos leva a procurar a boa forma” (BOCK; FURTADO; TEIXEIRA, 2001, p. 81, grifo da autora).

Para que os alunos elaborassem a tabuada, precisaram trabalhar a relação de “**fechamento, simetria e regularidade** dos pontos que compõem uma figura” (BOCK; FURTADO; TEIXEIRA, 2001, p. 78 grifo da autores). formando linhas ou colunas. Quando há a visualização de unidades semelhantes caracterizando aspectos importantes que permitiram uma percepção visual, onde aparecem destacadas em forma de imagens.

“Unificação se verifica quando os princípios de harmonia e equilíbrio visual e, sobretudo, a coerência de estilo formal das partes ou todo estão presentes num objeto ou numa composição” (GOMES, 2008, p. 26), logo, constituir “a sensação de fechamento visual da forma pela continuidade em uma ordem estrutural definida, ou seja, por meio de agrupamento de elementos de maneira a constituir uma figura total mais fechada ou mais completa” (GOMES, 2008, p. 27), mentalmente os alunos precisavam agrupar as unidades, os quadradinhos nas linhas formando retângulos-exemplo 2 x 3.

Ao trabalhar a capacidade de unir quadradinhos para formar quadrados maiores de, por exemplo, 5 x 5, busco empregar Gomes (2088, p. 26) que diz: “ancorado pelas Leis da Gestalt, foi criado o suporte sensível e racional, espécie de abecê da leitura visual, que vai permitir e favorecer toda e qualquer articulação analítica e interpretativa da forma do objeto”. A “unidade” e “fechamento” é possível porque, no caso em estudo, existe quadradinhos pequenos que serão a unidade que se une aos demais, formando uma figura de dimensões diferentes com um significado aritmético diferente.

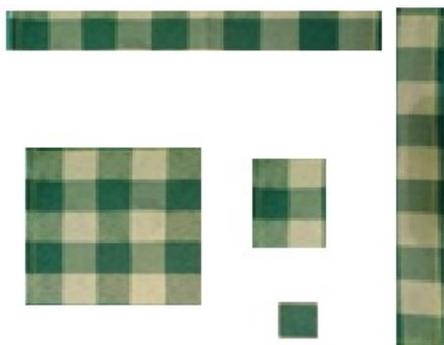


Figura 48: Exemplificando as leituras visuais com partes retiradas do paninho.
Fonte: acervo da autora

“As unidades são percebidas por meio da verificação de relações – formas, dimensionais, cromáticas etc. – que se estabelecem entre si na configuração do objeto como um todo, ou em partes desse objeto” (GOMES, 2008, p. 24). “O fator fechamento estabelece ou concorre para a formação de unidades. As forças de organização de forma dirigem-se espontaneamente para uma ordem espacial que tende à formação de unidades em todos fechados” (GOMES, 2008, p. 27).

A Tabela Pitagórica foi um instrumento pedagógico com intuito de favorecer o aprendizado e foi o objeto para estimular a alfabetização visual. A primeira impressão ao olhar para o todo pode ser apenas perceber um colorido de linhas e colunas que se encontram em um número. Muitos alunos entenderam logo que havia a mesma quantidade de largura e comprimento. Entretanto, o objetivo era apoiar o aluno para que ele conseguisse perceber que cada linha e coluna de mesma cor era uma parte do quadrado. Conforme Gomes (2008):

Configuração do objeto como um todo, ou em partes desse objeto. Uma ou mais unidades formais são percebidas dentro de um todo por meio de pontos, linhas, planos, volumes, cores, sombras, brilho, texturas e outros atributos-isolados ou combinados entre si. No caso de um objeto ser constituído por um conjunto de numerosas unidades, para proceder à análise e interpretação visual da forma, pode-se adotar o critério de se eleger unidades principais desde que sejam suficientes para realizar a leitura (GOMES, 2008, p. 24).

Para que aconteça a interpretação visual se faz necessária a existência de conexões mentais para que aconteça a visualização dos quadrados como se estivessem sobrepostos, ou seja, várias camadas nessa ordem: quadrado rosa; quadrado lilás; quadrado laranja, quadrado amarelo, quadrado lilás, quadrado verde claro, quadrado verde escuro, quadrado azul claro, quadrado azul escuro, quadrado laranja. Uma sugestão para facilitar a visualização foi afastar a tabela do campo de

visão.

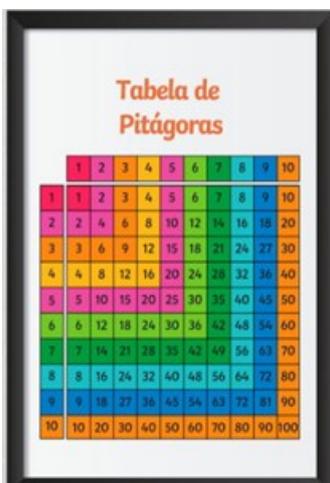


Tabela de Pitágoras

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Figura 49 - Modelo de Tabela Pitagórica

Fonte: https://www.elo7.com.br/quadro-pedagogico-tabela-de-pitagoras/dp/132CF3C_
Acesso em: 10 mar. 2019.

Essa sobreposição seria instantaneamente visível se tivesse sido feita com os quadrados de mesma cor em diferentes folhas de ofício. Mas justamente a intenção foi trabalhar essa desconstrução de partes do todo para ampliar a percepção visual, pois “na malha quadrada em que se observa a continuidade do alinhamento formal dos quadradinhos [...]” (GOMES, 2008, p. 28) independente de alteração da cor. Observe um exemplo:



1	2	3	4	5
2	4	6	8	10
3	6	9	12	15
4	8	12	16	20
5	10	15	20	25

Figura 50 - Representação visual da potenciação $5^2 = 5 \times 5 = 25$

Bock, Furtado e Teixeira (2001) sinalizam que, às vezes, uma pessoa olha e não enxerga sentido, entretanto ocorre um “insight”, ou seja “uma compreensão imediata, enquanto uma espécie de “entendimento interno”” ((BOCK; FURTADO; TEIXEIRA, 2001, p. 83).

A busca por trabalhar esses elementos sensoriais de modo a criar conjecturas que favoreçam a abstração é um meio de possibilitar que o aluno possa vivenciar a aprendizagem como uma experiência (LAROSSA, 2011).

A aprendizagem, como uma experiência, aciona memórias e sensações das aprendizagens anteriores. A diferença dessa estratégia de aprendizagem é a de que o recurso da folha quadriculada em branco, pode parecer apenas uma folha de ofício com linhas horizontais e verticais que se cruzam num ponto formando malha quadrada, entretanto o ato de pintar e cortar estará resgatando práticas lúdicas e mão na massa estimulando o desenvolvimento da coordenação motora fina, experienciados nas séries iniciais, sendo um recurso para que os alunos construam noções de espaço, medidas, números primos, números composto e divisores através da contagem, observação visual e reflexões em colaboração com os colegas, já que as vezes as dinâmicas eram dupla ou grupo.

Na aula 6, respeitou-se as premissas de sondagem sobre o nível de conhecimento do aluno sobre geometria, como sugere a BNCC. As respostas dos alunos sobre a pergunta: “o que enxergam de geometria?” mostram que os alunos não visualizaram: retas paralelas, perpendiculares, semirretas, ângulos presentes na imagem projetada, pois não aprenderam os conteúdos na 5ª série.

As aulas que saem do tradicional, tendem a agradar mais os alunos, conforme a escrita de um aluno, presente em seu diário de bordo: “*Foi muito legal e diferente ter uma aula com power point!*” (Descrição do diário de bordo do Aluno “A”)

Ao analisar o desenvolvimento da aula 6, houve a projeção de uma imagem, intencionando que os alunos verbalizassem qual forma geométrica enxergavam nela, com o intuito de que enxergassem a geometria na imagem projetada em sala de aula. Essa imagem não fazia parte do cotidiano escolar, logo não era possível, levar os alunos ao local fotografado e assim poder comparar com a imagem fotográfica e repetir a mesma pergunta (o que enxergam de geometria?) onde seria possível abrir as discussões a respeito das diferenças entre a realidade e o que está na fotografia. Durante a projeção da imagem no Power Point, o elemento do alfabetismo visual “dimensão” foi discutido (DONDIS, 2003). Na imagem escolhida (FIGURA 6) foram discutidos os móveis: balcão, balcão, bidê, banco e a cama. Estes foram capturados estrategicamente por uma perspectiva que possibilitou enxergá-los em três dimensões, pois a imagem fotográfica, ao contrário, é plana e, portanto, bidimensional.

A representação da dimensão em formatos visuais bidimensionais também depende da ilusão. A dimensão existe no mundo real. Não só podemos senti-la, mas também vê-la, com auxílio de nossa visão estereotipa e binocular. Mas em nenhuma das representações bidimensionais da realidade, como o desenho, a pintura, a fotografia, o cinema e a televisão, existe uma dimensão real; ela é apenas implícita. A ilusão pode ser reforçada de muitas maneiras,

mas o principal artifício para simulá-la é a convenção técnica da perspectiva (DONDIS, 2003, p. 75).

A descrição abaixo é um fragmento do diário de bordo. Trata-se de um exemplo de como está alterando o modo de interpretar o que enxergam. Conclui-se que os alunos olharam a imagem fotográfica pela ótica da geometria e não pela função do objeto no cotidiano. Propostas como essa são caminhos que facilitam a aprendizagem, conforme salientado por Moran (2000).

Aprendemos quando descobrimos novas dimensões de significação que antes se nos escapavam, quando vamos ampliando o círculo de compreensão do que nos rodeia, quando, como numa cebola, vamos descascando novas camadas que antes permaneciam ocultas à nossa percepção, o que nos faz perceber de uma outra forma (MORAN, 2000, p. 23).

Observem a anotação de um dos diários de bordo escritos pelos alunos:

“Atividades de elementos básicos da geometria: cada lugar tem uma forma, mas não é a mesma forma que a gente pensa, é uma forma diferente. Como: a) puxador da gaveta é um plano; b) fios do móvel são uma reta/ segmento de reta. c) pé do banquinho é ponto.” (Descrição do diário de bordo do Aluno “B”)

O conteúdo e a forma constituem a manifestação; o mecanismo perceptivo é o meio para sua interpretação. O *input* visual é fortemente afetado pelo tipo de necessidade que motiva a investigação visual, e também pelo estado mental ou humor do sujeito. Vemos aquilo que precisamos ver (DONDIS, 2003, p. 133).

Na aula intitulada 7, foi explicado como se faz a medição. Primeiramente, o manuseio do transferidor, pois, apesar de alguns alunos conhecerem o instrumento, não sabiam utilizá-lo para medir ângulos. *“Usar o transferidor não é fácil, porém é possível e se tornou uma atividade legal.”* (Descrição do diário de bordo do Aluno “A”)

Na sequência foram propostos os exercícios para exercitar a utilização do transferidor, com intuito de treinar a utilização do transferidor na folha plana. Os alunos além de participarem das aulas registravam em seu diário suas reflexões, opiniões, reações e dificuldades.

No diário de bordo, o aluno pode fazer a reflexão de maneira mais reservada, revelar através da escrita como foi o processo de ensino e aprendizagem que experimentaram através das estratégias pedagógicas que foram propostas em cada

aula. Digo reservadas, pois os cadernos não precisavam ser identificados com o nome do aluno e somente a professora/investigadora iria ler. Essa oportunidade de o aluno refletir sobre suas percepções, sensações a partir da experiência das aulas que tiveram, pode ser entendido como “princípio de reflexividade” é porque esse *me* de “o que *me* passa” é um pronome reflexivo” (LAROSSA, 2011, p. 6). Para refletir é preciso parar, pensar e permitir se envolver para torna-se ‘o sujeito da experiência, se exteriorizando em relação ao acontecimento, que se altera, que se aliena’ (LAROSSA, 2011, p. 7).

“02/10/2019 - A professora está explicando como medir com o transferidor, logo no começo aprendi. Nas próximas aulas vamos fazer um monte de exercícios.

08/10/2019 – Hoje fizemos duas folhas de exercícios, consegui terminar rápido, pois estava fácil, aprendi bem a matéria.

09/10/2019- A professora deu um trabalho de procurar os ângulos nos objetos da sala de aula, foi um pouco fácil até.” (Descrição do diário de bordo do Aluno “C”)

Conforme a descrição acima: “foi um pouco fácil até”, fica implícito que houve uma primeira expectativa sobre a atividade ser difícil, entretanto foi um desafio possível de realizar pelos alunos que precisavam encontrar, na sala de aula, ângulos agudos, obtusos, retos, rasos e até de 360° graus. Talvez fosse uma audaciosa proposta para uma turma de 27 alunos. Logo causou agitação na turma, pois eles caminhavam pela sala, conversavam uns com os outros, mas de uma forma colaborativa e produtiva para a aprendizagem.

Os ângulos retos percebidos, conforme as fotos postadas das aulas, foram: canto da parede (FIGURA 8), canto na janela (FIGURA 7). O ângulo de 180° ou também denominado de ângulo raso, “meia volta” (FIGURA 9), encontrado e sinalizado na sala, necessitou de uma sensibilidade no olhar, pois o gancho que sustenta a vara da janela é no alto e escondido, dificultando a visão.

Novamente as descrições dos diários abaixo exemplificam “*me*” do “o que *me* passa” pela ótica dos alunos, representando a experiência como expressão da subjetividade, uma vez que a bagagem de conhecimento trazida é reflexo da constituição de cada aluno, pois “a experiência é, para cada um, a sua, que cada um faz ou padece sua própria experiência, e isso de um modo único, singular, particular,

próprio” (LAROSSA, 2011, p. 7). As descrições abaixo sinalizam a educação do olhar, pelo fato de o aluno transformar o modo como observa e percebe a teoria estudada em sala de aula. Olharam e enxergaram ângulos presentes na sala, proporcionando mais sentido para os conceitos. Houve o “princípio de transformação” porque esse sujeito sensível, vulnerável e exposto é um sujeito aberto a sua própria transformação. Ou a “transformação de suas palavras, de suas ideias, de seus sentimentos, de suas representações, etc.” (LAROSSA, 2011, p. 7)

“09/10/2019 – Nossa aula foi muito legal, porque procuramos ângulos na nossa sala de aula. Nunca tinha parado para observar a sala dessa forma.”
(Descrição do diário de bordo dos Alunos “D”)

“16/10/2019- Terminamos o trabalho de procurar grau nos objetos da sala de aula, nunca tinha observado os ângulos obtusos, reto, raso, agudo.”
(Descrição do diário de bordo dos Alunos “C”)

Pelas descrições no diário do bordo, percebe-se que os conteúdos estudados foram aprendidos e percebidos em seu cotidiano. Estas observações são reforçadas pelos relatos ouvidos durante a aula, enquanto os alunos olhavam para todos os lados da sala de aula em busca de ângulos, assim como pela empolgação quando os achavam, quando corriam para contar ao colega e começar a desenhar.

Os alunos estavam surpresos em perceber como havia vários ângulos de 90° graus pela sala de aula. Um exemplo foi na porta onde encontraram o ângulo agudo. Neste momento lhes foi perguntado: onde estão os ângulos obtusos? – Não tem ângulo obtuso! Responderam vários alunos. Olhavam e caminhavam pela sala até que uma menina chamou a professora: olha aqui o meu desenho! A professora, ao visualizar, ficou encantada com o olhar da aluna e respondeu: - Está certo o seu ângulo obtuso, levante, cole o seu desenho e explique para os colegas, como pensou! Os colegas ficaram admirados e atentos. Essas reações de pararem tudo que estavam fazendo ou falando para prestar atenção no que o outro colega tem para ensinar, assim como vibrar pelo encontro do ângulo em determinado lugar da sala de aula, constituem os alunos como sujeitos protagonistas de uma experiência nos moldes de Larossa (2002), onde tiveram uma:

“maneira de “ex-pormos”, com tudo o que isso tem de vulnerabilidade e de risco. Por isso é incapaz de experiência aquele que se põe, ou se opõe, ou se impõe, ou se propõe, mas não se “ex-põe”. É incapaz de experiência aquele a quem nada lhe passa, a quem nada lhe acontece, a quem nada lhe sucede,

a quem nada o toca, nada lhe chega, nada o afeta, a quem nada o ameaça, a quem nada ocorre.” (LAROSSA, 2002, p.25)



Figura 51 - Percepção do ângulo obtuso no quadro
Fonte: acervo da autora

Percebe-se que, para muitos, só nesse momento entenderam o sentido do ângulo obtuso. Com a explicação da colega, numa linguagem de igual para igual e ainda com a reprodução do canto do quadro branco, desenhado pela aluna, verificaram o ângulo obtuso e que sua soma com o ângulo reto de 90° , forma 360° graus.

“16/10/2019 – Atividade de procurar na sala de aula os ângulos. Foi legal, mas um pouco difícil, porque eu demorei para encontrar. Mas encontrei o ângulo obtuso no ventilador. Não tinha percebido esses ângulos anteriormente à essa aula.” (Descrição do diário de bordo do Aluno “A”)

Descrição e imagem revelam o momento que identificaram, no teto, o ventilador e o ângulo obtuso de 360° graus. Outros encontraram, na lixeira, o ângulo de 360° .



Figura 52 - Ventilador e o ângulo de 360°
Fonte: acervo da autora



Figura 53 - Suporte da cortina e ângulo de 180°
Fonte: acervo da autora

As práticas em sala de aula abordaram o estudo da geometria, conforme a BNCC, ao orientar as ideias fundamentais que colaboraram para o desenvolvimento desse estudo.

estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência (BRASIL, 2018, p. 271).

Seguindo nesse viés foram desenvolvidas práticas com intuito de trabalhar a construção e representação nas aulas: de linhas poligonais fechadas e abertas, dos polígonos convexo e não convexo, dos polígonos regulares e irregulares, dos Poliedros de Platão ou das pirâmides. Estes proporcionaram um contato manual, buscando a “consciência tátil”. Amparado pela colaboração, trocas de opiniões e percepções entre os alunos, ou seja, os pares foram fundamentais para reconhecer como fazer as construções e obter a compreensão do estudo por tornar visível o significado das nomenclaturas e características que as constituem. Com relação ao alfabetismo visual:

A primeira experiência por que passa uma criança em seu processo de aprendizagem ocorre através da consciência tátil. Além desse conhecimento “manual”, o reconhecimento inclui o olfato, a audição e o paladar, num intenso e fecundo contato com o ambiente. Esses sentidos são rapidamente intensificados e superados pelo plano icônico - a capacidade de ver, reconhecer e compreender, em termos visuais, as forças ambientais e emocionais (DONDIS, 2003, p. 5).

Com intuito de ampliar a capacidade de ver e reconhecer, foi necessário buscar o significado de conhecer: “conhecer significa compreender todas as dimensões da realidade, captar e expressar essa totalidade de forma cada vez mais ampla e integral” (MORAN, 2000, p. 18). Optou-se pelo conhecer, colocando mais uma vez “mão na massa”, de acordo com Resnick (2007), através de diferentes materiais como: canudinho de refrigerante, palitos de dente, massa de modelar e massa de biscoito. Contribuindo, assim, para o desenvolvimento de um trabalho lúdico para o processo de representação concreta dos conteúdos abordados em cada aula.

Na aula 8 foi possível desenvolver as habilidades motoras com material

concreto: canudinhos de refrigerante, palitos, concreto, durex, tesoura, para explorar diferentes estratégias e criatividade para a solução na construção das linhas poligonais abertas e fechadas ou simples e cruzamento. Algumas dificuldades foram vistas, entretanto, mesmo assim, demonstram satisfação com a proposta ofertada:

“22/10/2019 – Hoje foi um “show”, pois as atividades de construção de linhas poligonais e polígonos convexos e não convexos, foram utilizando palitos de dente, uma proposta diferente e divertida. Tive dificuldades da construção das linhas poligonais fechadas simples e facilidade nas poligonais abertas com cruzamento.” (Descrições do diário de bordo dos Alunos “E”)

“22/10/2019 – Linhas poligonais e polígonos convexos e não convexos. A atividade foi muito legal, apesar de ter dificuldade de construir as linhas poligonais com cruzamento.” (Descrições do diário de bordo dos Alunos “A”)

“22/10/2019 – Hoje um trabalho de linhas poligonais, onde tive mais dificuldade em construir as linhas poligonais fechadas simples, porém o material concreto foi importante para alcançar a aprendizagem.” (Descrições do diário de bordo dos Alunos “C”)

Os conceitos foram exemplificados, colocando um exemplo de cada tipo no quadro. Os alunos não podiam copiar dos exemplos dados no quadro, apenas utilizá-los como base para criar novos exemplos, com a movimentação dos canudinhos ou palitos. Pouquíssimos desrespeitaram a condição, como foi o caso de um aluno que, provavelmente por ter déficit de embasamento em sua aprendizagem, relacionada aos conteúdos que são indispensáveis para o entendimento da proposta a ser executada.



Figura 54 - Aluno demonstrando seus trabalhos prontos
Fonte: acervo da autora

Além das descrições no diário, foi possível ouvir as discussões e sugestões entre as duplas, assim como foi a colaboração de um colega segurando canudinhos (FIGURA 12) enquanto o outro colava. Cada aluno foi responsável pela elaboração da atividade, mas essa colaboração é uma rica experiência e desperta o trabalho em equipe, tão importante para o futuro profissional. Alguns alunos optaram por desenhar primeiro no caderno, e depois analisavam e chamavam a professora para ela conferir se estava correto. Somente então cortavam e colavam o material. Outros com mais facilidade de abstrair, já foram cortando e colando de acordo com a imagem mental e depois chamavam a professora para conferir.

Muitos alunos levantavam e vinham ao encontro da professora para mostrar, corrigir e fotografar o seu trabalho. “Alunos curiosos e motivados facilitam enormemente o processo, estimulam as melhores qualidades do professor, tomam-se interlocutores lúcidos e parceiros de caminhada do professor-educador” (MORAN, 2000, p. 17). Aqueles que por ventura a professora só olhasse e corrigisse oralmente e não tirasse foto, questionavam e pediam a foto. E aqueles que faziam errado, não ficavam brabos, refaziam empolgados, atitude interessante, pois se fosse um exercício “tradicional” do caderno, normalmente ficariam zangados de apagar e refazer.

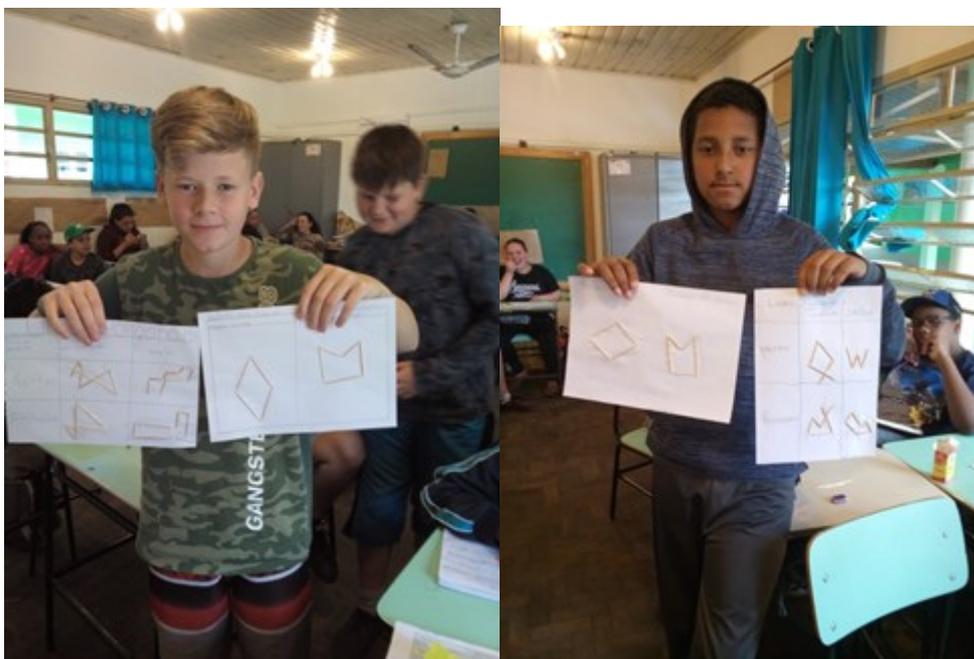


Figura 55 - Alunos demonstrando seus trabalhos prontos
Fonte: acervo da autora

Tais acontecimentos observados interferem no processo de ensino e

aprendizagem, permitindo uma análise qualitativa da investigação, exemplificando com registros fotográficos o quanto os alunos estavam motivados, refletindo na vontade de mostrar o resultado de seu trabalho.

A aula 9 de construção de polígonos regulares e irregulares gerou diferentes dificuldades como: a) prender um palito no outro com a massa de modelar. Ficou evidente que a massa não foi um material ideal a ser utilizado, já que não secava, e os alunos tiveram que colocar sobre uma folha para reserva-los ao fundo da sala; b) não conseguir imaginar e construir com os palitos, então precisaram utilizar as estratégia de antes desenhar numa folha para depois ir para a construção propriamente dita com os palitos (FIGURA 15)

“No dia 29/10/2019 a proposta da aula foi uma atividade muito legal, aprendemos sobre polígonos irregulares e regulares, construindo com palitos de dente, no início estava difícil, então busquei a estratégia de primeiro desenhar no caderno e depois utilizar os palitos e assim conseguir realizar com sucesso.” (Descrição do diário de bordo do Aluno “F”)

A explicação sobre a definição do conceito de ser polígonos regulares ou irregulares foi fornecida apenas oralmente, havendo a necessidade de fazer silêncio e prestar atenção. A estratégia pedagógica de dar apenas os nomes dos polígonos e a quantidade de lados escritas num papel, sem mostrar a imagem, foi intencional, buscando estimular a abstração visual, a imaginação para criar de acordo com as instruções escritas e orais. Alguns alunos demoraram a compreender a relação da nomenclatura regular e irregular se referir, respectivamente, aos lados do polígono terem mesma medida ou medidas diferentes e precisaram de mais orientações (FIGURA 14). “Aprendemos mais quando estabelecemos pontes entre a reflexão e a ação, entre a experiência e a conceituação, entre a teoria e a prática; quando ambas se alimentam mutuamente” (MORAN, 2000, p. 23).

“Polígonos regulares e irregulares – Eu e minha colega fizemos dois exemplos de polígonos regular e irregular. Para construir o polígono regular, não tínhamos ideia de como fazer então resolvemos desenhar no papel e assim apagando e tentando novamente conseguimos encontrar o caminho, para depois passar para a construção com os palitos. Já os polígonos irregulares precisamos pedir ajuda da professora, que esclareceu novamente a definição de irregulares o que nos ajudou a construir sem precisar desenhar, fomos direto para a construção com os palitos.” (Descrição do diário de bordo do Aluno “B”)

Assim como foi exposto acima os polígonos regulares foram realizados com mais facilidade e as dificuldades foram os polígonos irregulares, porque não entenderem que a nomenclatura irregular se refere a lados de medidas diferentes. Levando a seguinte sugestão: podem utilizar mais de um palito para cada lado! Após questionaram: podemos quebrar o palito? Ao receberem o sim, as dúvidas foram resolvidas.

Ainda sobre a aula 9, a possibilidade de colaboração entre os “pares” (RESNICK, 2014), ou seja, em duplas e trios, permitiu trocas e compartilhamento de conhecimentos, o que possibilitou o esclarecimento de dúvidas.

“29/10/2019 – A experiência nova com a utilização da macinha de modelar foi muito divertido, nem precisei desenhar no caderno antes, facilitou muito poder trocar ideias com as colegas e praticando com os palitos ficou muito fácil.”
(Descrição do diário de bordo do Aluno “G”).

Surpreendentemente, os alunos com dificuldades de aprendizagem e autistas, estavam concentrados na construção dos polígonos, incentivando com carinho e sendo prestativos em colaborar com o colega.



Figura 56 - Alunos concentrado na construção de polígonos regulares
Fonte: acervo da autora

Os trabalhos produzidos foram expostos na feira do conhecimento da escola, permitindo que os alunos apresentassem o que estudaram na sala de aula e como aprenderam a matemática.



Figura 57 - Estande da turma 62, na feira do conhecimento
Fonte: acervo da autora

A visitação era aberta para a comunidade escolar: pais, responsáveis, demais alunos, o que aguçou a curiosidade de outras crianças de séries iniciais conforme relato:

“Gostei muito das atividades de construção dos polígonos regulares e irregulares, pois achei interessante, ver na exposição dos polígonos que construímos, os alunos de outras séries ficaram admirando e curiosos pelo nosso trabalho” (Descrição do diário de bordo do Aluno “H”)

Na aula 10, **construção dos Poliedros de Platão e Prismas**, usou-se os pressupostos metodológicos e de intervenção da Aprendizagem Criativa, envolvendo os 4Ps: projeto, pares, paixão, pensar brincando. A aula foi planejada de modo que os alunos fossem os protagonistas na construção do conhecimento através de atividades práticas que englobaram o pensar e refletir com suas duplas, além de ampliar os conhecimentos da geometria plana. Foram exploradas as relações humanas como a cooperação e discussões sobre as estratégias para construir os poliedros e prismas. Algumas habilidades foram indispensáveis para a execução da tarefa, entre elas: coordenação motora e controle emocional, que foram necessários para a realização da atividade.

As metodologias precisam acompanhar os objetivos pretendidos. Se queremos que os alunos sejam proativos, precisamos adotar metodologias em que os alunos se envolvam em atividades cada vez mais complexas, em que tenham que tomar decisões e avaliar os resultados, com apoio de

materiais relevantes (MORAN, 2005, p. 17).

As colocações mostradas abaixo deixam claro o engajamento na construção dos objetos, mesmo esta sendo complexa, por vezes, e havendo a necessidade de buscar soluções para os problemas encontrados. Os alunos optaram pela colaboração dos colegas e, juntos, exercitaram o processo cíclico (FIGURA 10).

“18/11/2019 – Eu gostei muito de fazer poliedros, apesar de que na primeira aula só ter conseguido fazer um exemplo. Na aula seguinte dia 19/11, ficamos em grupo de três alunos, tive a ajuda de um desses colegas que me ensinou e a partir daí ficou fácil e mais divertido, juntos fizemos 6 poliedros.” (Descrições do diário de bordo dos Aluno “I”)

“Atividade de poliedros – Achei legal mas complicada no início, tive dificuldade para construir com os palitos, precisei ter muita paciência, para finalmente conseguir. Eu fiquei tão feliz por ter superado a dificuldade e construído os meus poliedros, e após finalizar os meus, fui ajudar outra colega que estava com dificuldades.” (Descrições do diário de bordo dos Aluno “J”)

As Figuras 19, 20 e 21 demonstram o engajamento na construção do Icosaedro, figura assim denominada pela referência das suas 20 faces com triângulos equiláteros (arestas de mesma medida), 30 arestas (palitos) e 12 vértices (bolinha de massa de biscuit). As Figuras 22 e 23 revelam o processo de tentativa da dupla de alunos na construção do Dodecaedro, composto por 12 faces pentagonais (pentágonos), 30 arestas (palitos) e 20 vértices (bolinha de massa de biscuit).

Esta exploração do conhecimento através da construção, podendo manusear instrumentos concretos (palitos), e instrumentos maleáveis (massa de biscuit), permitindo a visualização em 3D, possibilitou entender os conceitos na prática, ao invés de meras leituras numa folha ou memorizações. Traçando uma comparação, foi possível perceber semelhanças entre esta atividade e a criação de esculturas por ser um “processo de construção que utiliza materiais maleáveis, como a argila ou a cera” (DONDIS, 2003, p. 191).

Seguindo nessa perspectiva, para esclarecer o quanto as aulas de construção dos Poliedros e Prismas favoreceram o processo de educação do olhar dos alunos antes da proposta de fotografar e identificar a geometria presente, utilizou-se, como analogia, o exemplo da escultura.

A essência da escultura consiste no fato de ser construída com materiais sólidos e existir em três dimensões. A maioria das outras formas de arte visual-pintura, desenho, artes gráficas, fotografias, cinema- apenas sugere as três dimensões através de uma utilização extremamente sofisticada da perspectiva e da luz e sombra do claro-escuro. As pontas de nossos dedos colocadas sobre uma foto ou pintura não nos dariam nenhuma informação sobre a configuração física do tema representação, mas a evolução da representação bidimensional de objetos tridimensionais nos condicionou a aceitar a ilusão de uma forma que, na verdade, é apenas sugerida (DONDIS, 2003, p. 189).

Esses aspectos sobre a fotografia ser uma representação, dependendo do ângulo do fotógrafo, para condicionar e levar a interpretação, foram citados oralmente em sala de aula.

O trabalho da dupla que não conseguiu fazer o dodecaedro dentro do tempo da aula foi avaliado como “ótimo” e não “máximo”. Por utilizar como referência o fato de que “máximo” significa o maior de todos, o que está “acima de todos os de sua espécie” e “ótimo” expressa “o melhor possível”. Essas duas palavras representam pontos cruciais em uma reflexão sobre a avaliação da aprendizagem (ANTUNES, 2013, p. 29).

No sistema tradicional de educação, o erro é punitivo e visto como uma falha humana. Na aprendizagem criativa, é visto como parte natural do processo de aprendizagem. Diretamente ligado à liberdade de arriscar, o erro reflete o entendimento atual que temos do mundo e serve de base para novas reflexões e explorações (DAC, 2019, p. 8).

As diversas estratégias utilizadas pela dupla nas tentativas de construção do Dodecaedro não podem ser desvalorizadas, pois houve aprendizagem e “o saber da experiência: o que se adquire no modo como alguém vai respondendo ao que vai lhe acontecendo ao longo da vida e no modo como vamos dando sentido ao acontecer do que nos acontece” (LAROSSA, 2002, p.27). Nesse caso, ao longo das tentativas de construção, cada aluno respondeu de modo particular e subjetivo pela busca do controle emocional, quanto da geometria, mesmo com o erro na posição dos palitos. “O processo de Imaginar, Criar, Brincar, Compartilhar e Refletir inevitavelmente leva a novas ideias, que levam de volta ao Imaginar, recomeçando um novo ciclo” (RESNICK, 2007, p. 11). Foi possível observar a paixão pelo aprender e a vontade de cooperação entre a dupla de alunos, que dialogavam sobre a teoria e a prática, pois “aprendemos quando equilibramos e integramos o sensorial, o racional, o emocional, o ético, o pessoal e o social” (MORAN, 2000, p. 23). Eles utilizaram a folha explicativa com o desenho de como ficaria pronta a atividade (ANEXO A), facilitando a abstração. Foram então, para a última tentativa, onde até posicionaram o estojo como apoio,

entretanto, faltou tempo para a conclusão, já que o tempo da aula estava prestes a chegar ao fim.

Em relação a construção dos Poliedros de Platão e as Pirâmides, houve relatos de que as pirâmides foram mais difíceis, pois precisava unir as pontas em cima. Na descrição do diário de bordo também apareceu essa questão. Entretanto a experiência continuou agradando.

“Fizemos pirâmides e prismas, o mais complicado foi construir as pirâmides, pois as pontas precisam estar todas juntas no final, mas mesmo assim a experiência foi muito boa” (Descrição do diário de bordo do Aluno “K”)

3.2 Fase Fotográfica - a Percepção da Geometria

Essa fase foi realizada em dois momentos: captura de fotografias, no pátio da escola, pela professora-pesquisadora, e o segundo momento, quando os alunos fotografaram o local onde viviam, entretanto, em ambas as etapas, não houve orientação sobre “técnicas visuais e estratégias de comunicação” (DONDIS, 2003) para fotografar. Produzir imagem é, antes de tudo, interferir sobre os modos de olhar, de sentir, de compartilhar e, assim, é um ato educativo por excelência, com forte impacto sobre o que já somos e o que ainda podemos vir a ser. (TEIXEIRA, 2018, p.13).

Essa fase foi o momento de verificar se aconteceu a “‘educação do olhar’, como uma estratégia de formação estética, onde o olhar é retirado de sua função meramente instrumental de natureza físico-biológica e se instala no seio da produção cultural contemporânea.” (TEIXEIRA, 2018, p.66).

Nas considerações acerca da prova com fotografias, percebeu-se que houve divergências relacionadas a considerar fácil ou difícil a interpretação visual, porém, independentemente de como adjetivaram a prova, os alunos descreveram que gostaram desse estilo. O colorido das fotografias tornou a apresentação da proposta avaliativa atraente aos alunos, uma vez que as imagens se referiam ao ambiente físico onde vivem. Tal estratégia educativa visou estimular a percepção visual da geometria, contida nas imagens a serem observadas.

“19/11/2019 – Eu gostei muito da prova com fotografias, ela estava muito colorida, pode fazer mais vezes assim! Tive alguns brancos na hora de

escrever os nomes, talvez não me saia tão bem. Mas obrigada de verdade!
“(Descrições do diário de bordo dos Alunos “J”)

“Eu adorei a prova de matemática com as imagens fotográficas, pode ter mais provas assim! Na hora de escrever os nomes das figuras geométricas eu não lembrei de todas, mas botei vários.” (Descrições do diário de bordo dos Alunos “M”)

13/11/2019 – A prova com fotos da escola foi muito interessante, localizei várias geometrias. Gostei muito, parabéns! (Descrições do diário de bordo dos Alunos “N”)

“Gostei muito da atividade prática de construção dos poliedros e da prova com fotografias, pois ambas fizeram exercitar o meu pensamento.” (Descrição do diário de bordo do Aluno “O”)

O pátio da escola foi fotografado pela professora-pesquisadora. O ambiente foi observado, de modo que, ao se perceber a geometria, era feito um registro fotográfico, do mesmo ângulo visualizado, para conferir se a imagem estava representando a mesma interpretação do real. Após isso, algumas fotos foram inseridas na prova. Nesta os alunos descreveram conceitos da geometria plana, incluindo aqueles não observados anteriormente pela própria professora-pesquisadora ao fazer os registros fotográficos.

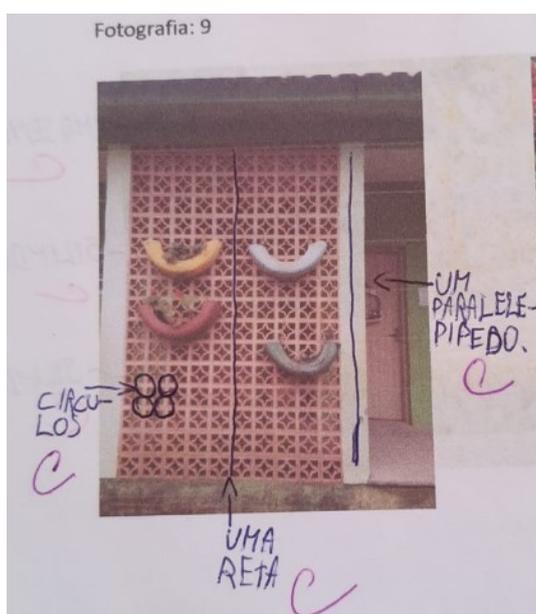


Figura 58 - Fotografia 9 da prova com fotografias
Fonte: acervo da autora

Na figura acima, por exemplo, a identificação do paralelepípedo não era prevista, pois, pela perspectiva da foto, não continha esse sentido, e sim de um plano retangular. Entretanto, considerou-se correto, pois se levou em consideração o conhecimento prévio do aluno, uma vez que ele enxerga todos os dias essa parede ao sair da escola e ali tem um pilar, justificando a sua descrição.

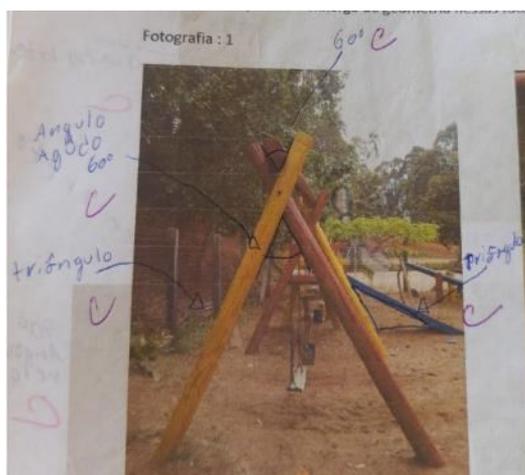


Figura 59 – Fotografia 1 da prova com fotografias
Fonte: acervo da autora

A Figura 59 traz a fotografia 1 da prova e mostra a percepção de um triângulo (um lado é o azul, o outro o amarelo e, o chão, representa o terceiro lado). A constatação do aluno pode ser analisada a partir da segunda lei de Gestalt, o “fechamento”. “Importante não confundir a sensação de fechamento sensorial, de que esta lei da Gestalt, com o fechamento físico, contorno real, presente em praticamente todas as formas dos objetos” (GOMES, 2008, p. 27).

Outros descreveram tanto figuras que estavam dentro das possibilidades de respostas previstas, quanto as que não estavam. Exemplo:

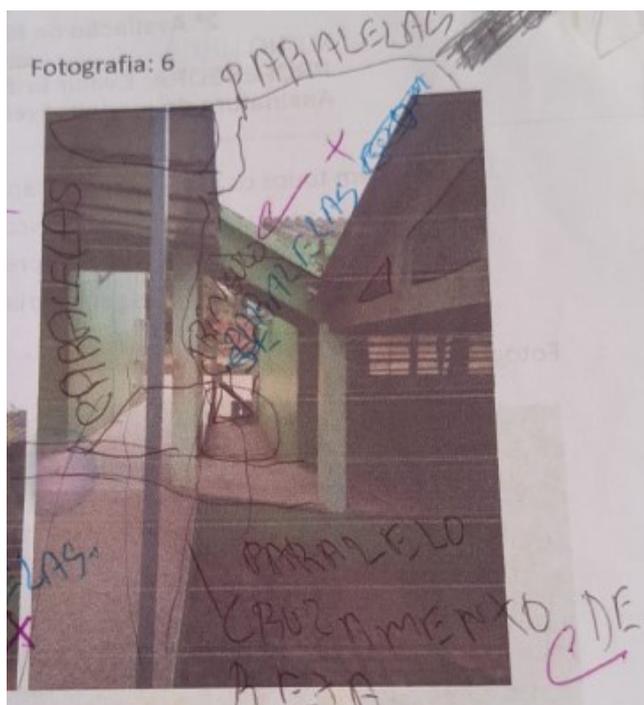


Figura 60 – Fotografia 6 da prova com fotografias
Fonte: acervo da autora

A Figura 60 é um outro exemplo da lei de Fechamento, pois o triângulo assinalado no fundo da fotografia evidencia o “fechamento” (GOMES, 2008). Outra constatação foi a percepção da lei da continuidade (GOMES, 2008) das divisões do piso no corredor, onde o aluno assinalou cruzamento de reta. Como também demonstrou que a lateral do piso forma uma linha paralela, já que o corredor possui o mesmo piso e a mesma distância entre as linhas.

As opções esperadas de respostas, de identificar linhas paralelas, os ferros da estrutura do telhado, do corredor do meio e o triângulo e quadrilátero, no outro telhado que o aluno sinalizou com a caneta, também foram uma evidência do quanto ele se apropriou do que foi trabalhado em sala de aula.

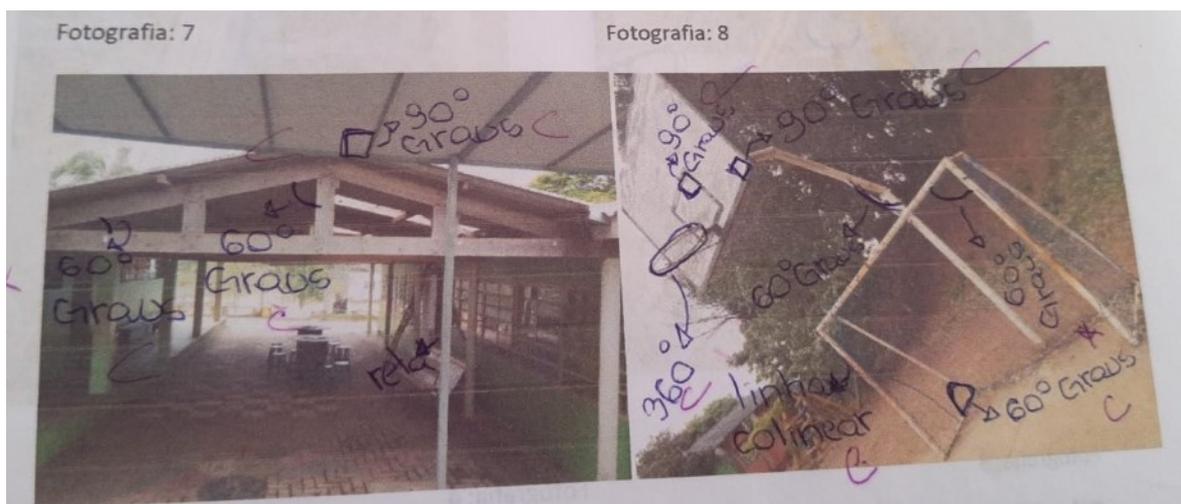


Figura 61 – Fotografia 7 e 8 da prova com fotografias
Fonte: acervo da autora

No exemplo acima, não era previsto que os alunos medissem os ângulos. Contudo, ao invés de chamar “ângulo de 90° graus”, que indicou no telhado e no canto do quadrilátero, previa-se que ele fosse dizer ângulo reto pelas retas serem perpendiculares. Outro fato que chama a atenção é que o aluno enxerga praticamente somente ângulos. Talvez isso seja indicativo que a aula onde mediram os ângulos da sala foi atrativa e estimulou a sua memorização desse conteúdo.

Assim como alguns alunos atenderam a proposição intencionada pela fotógrafa, ou seja, a professora. Corroboram com essa constatação:



Figura 62 – Outra descrição sobre fotografia 7 e 8 da prova com fotografias
Fonte: acervo da autora

A Figura 62 justamente se refere às mesmas fotos da figura anterior, porém este aluno enxergou o triângulo e o paralelepípedo. Características importantes como: pelo ângulo da fotografia fica representado que se trata de um pilar, portanto considera-se correta a resposta; o aluno sinalizou a circunferência², mas descreveu círculo³ (justamente a intenção ao fotografar era perceber se os alunos haviam entendido a diferença entre esses conceitos); o aluno sinalizou o quadrado, mesmo estando na fotografia faltando um pedaço, pois a descrição da percepção do aluno pode ser analisada com a lei de “fechamento” da Gestalt (GOMES, 2008), mas curiosamente ele não aplicou o mesmo para o quadrado pequeno.

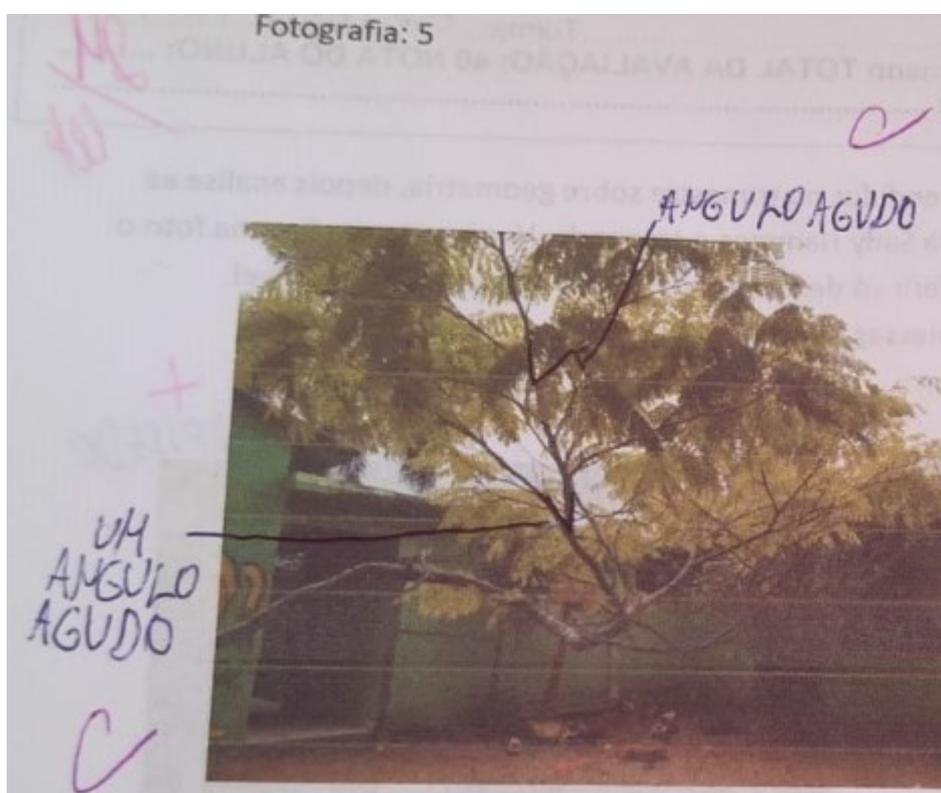


Figura 63 – Fotografia 5 da prova com fotografias.
Fonte: acervo da autora

Na fotografia da árvore acima, os alunos tiveram a mesma percepção objetivada pela autora, em relação à identificação dos ângulos.

² Contorno de um círculo. (Em um círculo, a relação da circunferência ao diâmetro é constante, e designada pela letra grega pi.). Contorno, periferia. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/circunferencia/>. Acesso em: 23 fev. 2022

³ Superfície plana que se limita por uma circunferência; essa circunferência ou linha curva. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/circulo/>. Acesso em: 23 fev. 2022.

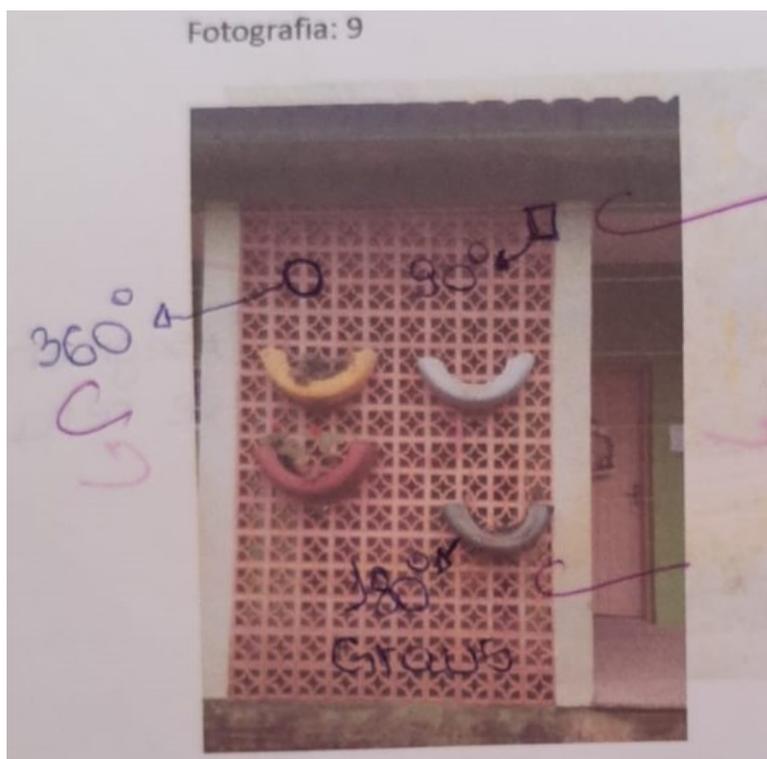


Figura 64 – Outra descrição da fotografia 9 da prova com fotografias.
Fonte: acervo da autora

O aluno que descreveu sobre a Figura 64 observou quase todos os elementos possíveis. Faltou apenas o quadrado onde está a circunferência de 360° graus, as linhas paralelas e perpendiculares. Comparando com a descrição de outro aluno da Figura 58 sobre a mesma imagem é possível verificar as diferenças de percepções em função da sensibilidade e subjetividade do olhar de cada aluno.

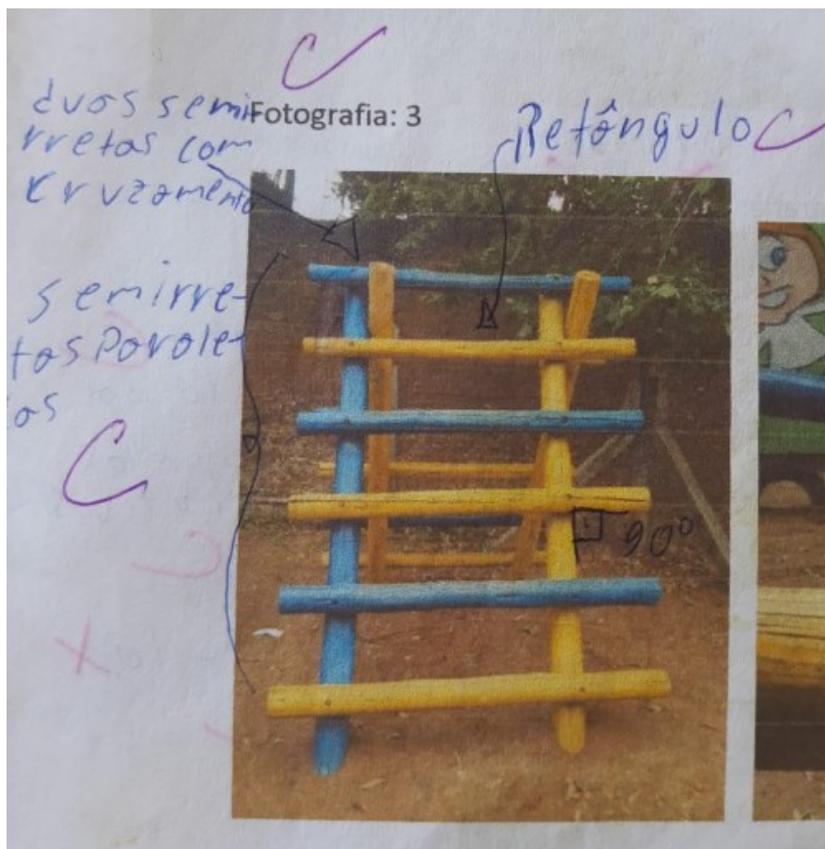


Figura 65 – Fotografia 3 da prova com fotografias.
Fonte: acervo da autora

A descrição foi fiel ao registro fotográfico, pois não confundiu o fato de, na verdade, serem troncos de madeira em forma de cilindro (azul e amarelo,) e correspondeu às respostas e objetivos previstos quando o brinquedo foi fotografado. Percebemos que houve coerência nas descrições e aprendizagem sobre a geometria. O aluno demonstrou a capacidade de “fechamento” (Lei de Gestalt) para representar o retângulo, e teve a interpretação que forma um ângulo de 90° graus, já que os azuis e amarelos são paralelos, bem como fez a escolha correta da nomenclatura de semirreta, pois ela tem início e fim.

Salienta-se que, como critério para mensurar a nota da prova, foi considerada qualquer marcação que demonstrasse uma mínima capacidade de visualização da geometria nas fotografias. A fotografia foi como um texto possível de se fazer a leitura. “O texto, que aqui funciona como acontecimento, como o *isso* do “isso que me passa”, tem que ter alguma dimensão de exterioridade, de alteridade, de alienação” (LAROSSA, 2011, p.9)

Ou seja, se o aluno realizou uma leitura visual da imagem fotográfica, observando e descrevendo os conceitos geométricos, essa “experiência” evidencia a educação do olhar.

Ainda quanto à nota da avaliação, considerou-se, exclusivamente, o quesito figuras geométricas visualizadas (se estão corretas ou não). As descrições feitas pelos alunos indicam aprendizagens sobre a geometria.

Lembrando que os sujeitos da investigação integram uma turma com 27 alunos, sendo que a prova aplicada possuía 10 fotografias (mais considerações poderão ser buscadas no Anexo F). Logo, a produção total de dados fotográficos foi de 270 imagens. Analisar todas seria inviável, então se optou por colocar 10 imagens que contribuíssem para reflexões, atendendo à fase e categoria pré-estabelecida para análise: Fase Fotográfica: a percepção da geometria.

Seguindo para o segundo momento, os alunos utilizaram a câmera dos *smartphones* como um recurso para fotografar o que viam, de modo a denunciar o que ficou guardado em suas memórias sobre a geometria estudada em sala de aula (LAROSSA, 2011).

“A educação através da imagem, mais propriamente, a educação do olhar, tem a capacidade de provocar efeitos em nossas formas de pensar, agir e ser. Alimentando a crescente modulação das narrativas de si como histórias inspiradas nos códigos audiovisuais e informáticos, que permeiam e recreiam a sociedade midiática, a educação pode interferir sobre as visualidades de modo crítico de modo a aguçar nosso olhar para novas percepções.” (TEIXEIRA, 2018, p.65)

Dondis (2003) salienta a importância de os docentes estarem atentos às tecnologias que fazem sentido na vida dos alunos para aproveitá-las a seu favor, no processo de ensino e aprendizagem.

Os alunos não foram questionados com relação a qual ordem das ações optaram: a) se olharam para o entorno buscando geometria e ao enxergarem utilizaram a captura fotográfica, conforme essa visualização do real, e logo fizeram as descrições; b) se fotografaram o que estava em sua zona de interesse e depois buscaram olhar e interpretar a geometria presente na fotografia. Essas ações podem ter influenciado no ângulo e nas referências que utilizaram para fazer as descrições e será explorado nas análises no momento pós-fotográfico.

Independentemente da ordem executada pelos alunos, ao registrar as imagens, a proposta pedagógica de fotografar, após a fase das experiências com instrumentos concretos, trouxe estímulos para os alunos tornarem-se protagonistas do processo,

como fotógrafos. Onde suas “fotos servem como testemunho” (SONTAG, 1979, p.9) das experiências que os tocaram durante o processo de ensino e aprendizagem no período pré-fotográfico onde experimentaram diferentes estímulos visuais, concretos. Ao mesmo tempo, as fotografias revelam um recorte da realidade social e cultural em que esse aluno da zona rural está inserido. Vivemos, atualmente, em um mundo que muitas pessoas estão compulsivas em tirar fotos e desse modo “ter uma experiência se torna idêntico a tirar dela uma foto, e participar de um evento público tende, cada vez mais, a equivaler a olhar para ele, em forma fotografada.” (SONTAG, 1979, p.18).

Um desafio designado ao professor é o de instigar a curiosidade do aluno, de modo que as imagens registradas possam conter um sentido para ele, ou seja, uma experiência comum a todos alunos da sala de aula, mas provocando cada aluno a produzir de acordo com o “saber da experiência” (LAROSSA, 2002).

Se a experiência não é o que acontece, mas o que nos acontece, duas pessoas, ainda que enfrentem o mesmo acontecimento, não fazem a mesma experiência. O acontecimento é comum, mas a experiência é para cada qual sua, singular e de alguma maneira impossível de ser repetida. O saber da experiência é um saber que não pode separar-se do indivíduo concreto em quem encarna. Não está, como o conhecimento científico, fora de nós, mas somente tem sentido no modo como configura uma personalidade, um caráter, uma sensibilidade ou, em definitivo, uma forma humana singular de estar no mundo, que é por sua vez uma ética (um modo de conduzir-se) e uma estética (um estilo). (LAROSSA, 2002, p.27)

No subcapítulo, a seguir, será relatado e detalhado como foi o processo de avaliação das percepções da geometria, conforme as descrições feitas pelos alunos.

3.3 Fase Pós-Fotográfica – Olhares para a Geometria, percepções e descrições

Análise da descrição individual

As experiências de vida, bem como o contexto sociocultural, podem ser observadas no material produzido pelas crianças. “A fotografia, nesse contexto, como registro e materializada em imagem, constrói a idealização dessa realidade, através da construção de uma linguagem e do olhar do fotógrafo, tornando-se prova e memória social.” (TEIXEIRA, 2018, p.10).

O fotógrafo, nesse caso, são crianças do 6º ano do Ensino Fundamental, que trazem consigo marcas das experiências vividas, influenciadas pelo contexto familiar, social e cultural. É possível dizer que essas variáveis constituem as suas subjetividades. Subjetividades em constante processo de constituição, onde as

influências culturais interferem na percepção e no modo de aprender. “Os processos de conhecimento dependem profundamente do social, do ambiente cultural onde vivemos, dos grupos com os quais nos relacionamos. A cultura onde mergulhamos interfere em algumas dimensões da nossa percepção” (MORAN, 2000, p. 26).

O modo como encaramos o mundo quase sempre afeta aquilo que vemos. O processo é, afinal, muito individual para cada um de nós. O controle da psique é frequentemente programado pelos costumes sociais. Assim como alguns grupos culturais comem coisas que deixariam outros enojados, temos preferências visuais arraigadas. O indivíduo que cresce no moderno mundo ocidental condiciona-se às técnicas de perspectiva que apresentam um mundo sintético e tridimensional através da pintura e da fotografia, meios que, são planos e bidimensionais (DONDIS, 2003, p. 19).

De acordo com as suas vivências e hábitos cotidianos, o que interessa aos alunos integra as suas experiências (LAROSSA, 2011) de vida. Provavelmente os alunos tiveram contato físico e visual com os objetos antes de fotografá-los, e estes podem interferir nas formas de olhar para as fotografias, na hora de perceber a geometria, pois “quem olha traz as marcas da sua cultura, profissão, personalidade e interage com o que é observado de forma a tecer uma cumplicidade” (TEIXEIRA, 2018, p. 83).

Foi possível perceber que os alunos descreveram suas percepções sobre a geometria, levando em conta que a imagem fotográfica foi um recorte da realidade em que estão inseridos, conforme enfatizado a seguir:

a) Considerar a árvore de natal, da Figura 29, como uma representação de pirâmide, provavelmente seja em função do que trazem das experiências da união dos vértices que formaram a ponta na aula de construções de pirâmides com palitos e massa de biscuit, mas na fotografia não tem elementos para afirmar que sua base é pentagonal.

b) A mola de um banco da bicicleta da Figura 30 é uma descrição com base na realidade. Provavelmente este aluno gosta de andar de bicicleta, justificando essa memória automática do que tem fisicamente nela, independentemente de ser possível ver ou não na fotografia.

c) Na Figura 35, foi identificado como retângulo o portão e foi considerado correto, pois os alunos não receberam orientações técnicas de fotografia, que explicam sobre como o ângulo da captura fotográfica pode interferir na interpretação visual da mesma.

d) Que possivelmente a bicicleta tenha o quadro em forma de um triângulo, não foi possível visualizar na Figura 37 em vista de se olhar para a fotografia sem ter a referência do contexto do aluno.

e) Figura 41 não foi questionado se os ângulos de 30° e 60° graus foram medidos na própria bicicleta ou na fotografia. As rodas de uma bicicleta são uma circunferência, logo é verdade que possui 360° graus, mas o fotógrafo deveria ter tirado em outro ângulo, para que essa visualização correspondesse com a fotografia.

f) Na figura 43, o ângulo de 70° graus não foi respondido se foi medido no violão ou na fotografia do violão.

g) Na figura 44, novamente o ângulo de 80° graus não foi discutido com o aluno se ele mediu na caixa de som ou na fotografia.

Essas confusões entre a realidade e a fotografia, analisadas nas descrições acima, não desqualificam o processo, pois as crianças trouxeram seus saberes extra-sala de aula, de acordo com as “experiências pessoais” (LAROSSA, 2002) do cotidiano, somado com os conhecimentos geométricos. Elas demonstraram que não só olharam, mas sentiram, deram tempo para o pensar e até olhar novamente se fosse necessário e, por fim, realizar as descrições do ver, atendendo à educação do olhar (TEIXEIRA, 2018). Em consequência, os alunos se mostraram capazes de olhar e ver, para identificar formas e conceitos geométricos, cientes de estarem na iniciação da alfabetização visual, onde esclarece melhor essa questão de:

quando vemos, fazemos muitas coisas ao mesmo tempo. Vemos através de um movimento de cima para baixo e da esquerda para a direita. Com relação ao que isolamos em nosso campo visual, impomos não apenas eixos implícitos que ajustem o equilíbrio, mas também um mapa estrutural que registre e meça a ação das forças compositivas, tais vitais para o conteúdo e, conseqüentemente, para o *input* e o *output* da mensagem. Tudo isso acontece ao mesmo tempo em que decodificamos todas as categorias de símbolos (DONDIS, 2003, p. 25).

Outros alunos fotografaram do mesmo ângulo que os olhos viram, uma vez que a lente vê como veem os olhos, em todos os detalhes, e com o apoio absoluto de todos os meios visuais (DONDIS, 2003, p. 52).

A lente, esse olho supostamente imparcial, permite que todas as deformações possíveis da realidade, dado que o caráter da imagem se faça determinado cada vez mais pela maneira de ver do fotógrafo e das exigências de seus comandos. Portanto, a importância da fotografia não só reside no fato de que é uma criação e sim um dos meios mais eficazes de moldar nossas ideias e influir em nosso comportamento. (TEIXEIRA, 2018, p.64-65)

Ao capturar a imagem, os alunos, provavelmente, estavam posicionados em ângulo favorável a mostrar, através dessa perspectiva, dimensões tridimensionais, já que a fotografia é plana e bidimensional, embora possa apresentar elementos como: sombra, textura, linhas que levam a representações do volume e dimensões reais do ambiente.

a) Na figura 28 descreveram “paralelepípedo nas prateleiras”. Estas são formas 3D. Pelas linhas ou sombras é possível identificar a profundidade assim como pela sobreposição dos porta-retratos.

b) As esferas das bolinhas da árvore de natal, na Figura 29, são perceptíveis pela textura e sombra.

A seguir uma análise sobre a nomenclatura descrita na fotografia:

a) Na Figura 43, houve um equívoco na nomenclatura, o contorno do violão é uma curva fechada simples, não convexa, mas o aluno chamou de polígono não convexo, para ser polígono tinha que ter segmentos de retas unidos e não linha curva.

As demais descrições não foram analisadas, pois atendem à interpretação da geometria na fotografia.

a) Análise das descrições coletivas

As análises das fotografias, quando realizadas coletivamente, divergem da que o proponente da imagem realizou, o que demonstra a expressão de diferentes modos de perceber o contexto, efeito da multiculturalidade do grupo de alunos. Há, desse modo, um alargamento do olhar. Efeito de uma construção de aprendizagem coletiva, com exceções das Figuras 37 e 39. Nas demais, houve uma quantidade maior de percepções de geometria em cada fotografia nas descrições coletivas do que a descrição individual do fotógrafo. E isto não está relacionado a quantidade de alunos que responderam, pois não foram registradas descrições iguais. Assim como a descrição individual do fotógrafo era livre e poderia perceber diversas formas geométricas.

Quando a fotografia foi apresentada em sala de aula, os colegas perceberam e verbalizaram as formas não identificadas pelo autor da fotografia. O que diferencia a percepção são as condições e possibilidades de olhar a imagem, direcionando o pensamento para uma resposta única e exclusivamente referenciada nos conceitos da geometria, explicados em sala de aula.

Tais variações ocorrem pela diferenciação da subjetividade de cada aluno, ou seja, pela variação de percepção. O que, para o autor da Figura 34 era uma linha com

cruzamento, para os demais colegas, tornou-se fundo. Tais diferenças são justificadas pela lei da Gestalt:

Acontece, às vezes, de estarmos olhando para uma figura que não tem sentido para nós e, de repente, sem que tenhamos feito nenhum esforço especial para isso, a relação figura-fundo elucida-se. A esse fenômeno a Gestalt dá o nome de insight (BOCK; FURTADO; TEIXEIRA, 2001, p. 83).

Moran (2000) corrobora com a citação anterior, salientando que:

Pela interação entramos em contato com tudo o que nos rodeia; captamos as mensagens, revelamo-nos e ampliamos a percepção externa. Mas a compreensão só se completa com a interiorização, com o processo de síntese pessoal, de reelaboração de tudo o que captamos por meio da interação (MORAN, 2000, p. 25).

As análises das imagens realizadas em sala de aula oportunizaram a ampliação das percepções dos alunos. Há uma outra forma de apropriação e, conseqüentemente, alteram as subjetividades individuais. A percepção dos colegas promove, instiga a aprendizagem e amplia a percepção. Em alguns momentos há opiniões divergentes sobre uma determinada forma e ambas podem estar certas, como, por exemplo, um aluno diz quadrilátero e o outro retângulo. Aprenderam, pelo pensamento divergente, por meio da tensão, da busca, e pela convergência, pela organização, pela integração (MORAN, 2000, p. 23).

Se todos nós lemos um poema, o poema é, sem dúvida, o mesmo, porém a leitura em cada caso é diferente, singular para cada um. Por isso poderíamos dizer que todos *lemos e não lemos* o mesmo poema. É o mesmo desde o ponto de vista do texto, mas é diferente desde o ponto de vista da leitura (LAROSSA, 2011, p. 16)

Larossa (2011) alerta que experimento não é a mesma coisa que experiência. “Se um experimento tem que ser repetível, é dizer que, tem que significar o mesmo em cada uma de suas ocorrências, uma experiência é, por definição, irrepetível” (LAROSSA, 2011, p. 16). Tal definição é atribuída ao “princípio da subjetividade”, ou seja, as mesmas fotografias expostas, em um outro momento, provavelmente não dariam a garantia de reproduzir as mesmas descrições individuais e coletivas. Isso pois:

“Toda foto tem múltiplos significados; de fato, ver algo na forma de uma foto é enfrentar um objeto potencial de fascínio. A sabedoria suprema da imagem fotográfica é dizer: “Aí está a superfície. Agora, imagine — ou, antes, sinta, intua — o que está além, o que deve ser a realidade, se ela tem este aspecto”. (SONTAG, 1979, p.18),

Com isso realizamos a conclusão do capítulo no qual se explora as práticas e resultados produzidos pelos dados obtidos durante a pesquisa. Caso o leitor esteja

lendo a versão física e queira ler a pesquisa, na íntegra, favor buscar no site do **PPGECM/UFPEL**, na aba defesas e dissertações.

Referências

ACKERMAN, E. **O Construtivismo de Piaget e o Construcionismo de Papert: Qual é a diferença?** (2002). (Disponível em: Português BR, Inglês)
Traduzido do original: Piaget's Constructivism and Papert's Constructionism: what's the difference? Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1O_OJnWooFmq7xf6-ndDd5jPc_vDA6gAj/view. Acesso em: 12 mai. 2019.

ANTUNES, C. **A avaliação da aprendizagem escolar**: fascículo11 / Celso Antunes. 10^a.ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>. Acesso em 05 ago. 2019.

BRESSAN, A. M.; BOGISIC, B. Y CREGO K. **Razones para enseñar geometría en la educación básica**. Mirar, construir, decir y pensar... Novedades Educativas. Buenos Aires. 2010.

BOCK, Ana Mercês Bahia; FURTADO, Odair; TEIXEIRA, Maria de Lourdes Trassi. **Psicologias**: Uma introdução ao estudo de Psicologia. São Paulo: Editora Saraiva, 2001.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa em Ciências Humanas e Sociais**. São Paulo: Cortez, 2018.

COSTA, C. Visualização: veículo para a educação em Geometria. In: **Encontro de investigação em educação matemática, ensino e aprendizagem de geometria**, 2000, Fundação/ES. Anais...Disponível em: <http://www.spce.org.pt/sem/CC.pdf>. Acesso em 30 out. de 2019.

CORTELLA, M. S. **Educação, escola e docência**: novos tempos, novas atitudes. São Paulo: Cortez, 2014.

DAC. **Desafio da Aprendizagem Criativa 2018**. E-book. Rede Brasileira de Aprendizagem Criativa, Fundação Lemann [e outros] Data de publicação: 01 abr. 2019

DAVÝDOV, V. V. et al. **Matemática. 3º ano**: livro didático e de exercícios do ensino fundamental. 7. ed. Tradução de Ediséia Suethe Faust Hobold e Josélia Euzébio da Rosa. Moscú: Vita- Press, 2009.

DINIZ, M. I. S. V.; SMOLE, K. C. S. **O conceito de ângulo e o ensino de Geometria**. São Paulo: CAEM-IME/USP, 2008.

DONDIS, D. A. **Sintaxe da linguagem visual**. Trad. Jefferson Luiz Camargo. São Paulo: Fontes, 2015.p.85-106.

DONDIS, D. A. **Sintaxe da linguagem visual**. Trad. Jefferson Luiz Camargo. São Paulo: Fontes, 2003.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação Matemática: representação e construção em Geometria**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul,1999.

FLORES, C. R.; WAGNER, D. R.; BURATTO, I. C. F. Pesquisa em visualização na Educação Matemática: conceitos, tendências e perspectivas. **Revista Educação Matemática e Pesquisa**, v. 14, n. 1, p. 31-45, 2012.

FLORES, C. R. Cultura visual, visualidade, visualização matemática. **ZETETIKÉ**, Campinas, v.18, Número temático, p. 271–293, 2010

FONSECA, M. C. F. R. et al. **O ensino de Geometria na Escola Fundamental – Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

GOMES FILHO, JOÃO **Gestalt do objeto: sistema de leitura visual da forma**. São Paulo, Escrituras Editora, 2008.

HOBOLD, E. S. F; ROSA, J. E. **O ensino da tabuada no contexto das ações de estudo propostas por Davýdov e colaboradores**. 2017. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-24782017000400213&lang=pt. Acesso em 27 jul. 2019.

HOFFER, A. *Geometry is more than proof*. **The Mathematics Teachers**, vol 74, nº1, USA, Janeiro 1981.

LAROSSA, J. B. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. **Revista Brasileira de Educação**, Campinas, v. 19, 2002

LAROSSA, J. B. **Revista Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, v.19, n2, p.04-27, jul./dez. 2011.

LEIVAS, J. C. P. **Imaginação, intuição e visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de Matemática**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba. 2009.

LORENZATO, S. A. Por que não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista**, Blumenau: SBEM, ano III, n. 4, p. 3-13, 1995.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 3. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados Ltda, 2010.

- MACHADO, R. de S. **Geometria plana no ensino fundamental: uma proposta utilizando o modelo de Van Hiele articulando espaço formal e não formal.** Universidade Franciscana, Santa Maria, 2017. Disponível em: https://docs.google.com/viewerng/viewer?url=http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/bitstream/UFN-DTD/766/5/Dissertacao_RosanaDeSouzaMachado.pdf. Acesso em 20 jun. 2019.
- MACIEL, A. de M. **Possibilidades pedagógicas do uso da imagem fotográfica no âmbito do livro didático de matemática.** João Pessoa, 2015. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/tede/8622/2/arquivototal.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2019.
- MANOEL, W. A. **Uma proposta de ensino para a geometria nos anos finais do ensino fundamental.** Universidade Federal de São Carlos – UFSCar. Sorocaba, 2019.
- MICHELS, J. **O processo ensino aprendizagem da tabuada: Desvendando práticas e criando possibilidades.** Criciúma: UNESC, 2009.
- MORAN, J.; BACICH, L. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática [recurso eletrônico] / Organizadores, Lilian Bacich, José Moran.** Porto Alegre: Penso, 2018 e-PUB.
- MORAN, J. Mudando a educação com metodologias ativas. In: SOUZA, Carlos Alberto de; MORALES, Ofelia Elisa Torres (orgs.). **Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens.** Vol. II Ponta Grossa: PROEX/UEPG, 2015.
- MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica.** Campinas: Papyrus, 2000.
- PAPERT, S. **Mindstorms, Children, Computers and Powerful Ideas.** New York: Basic books. 1980.
- PIAGET, J. & INHELDER, B. (1967). **The Child's Conception of Space. See especially "Systems of Reference and Horizontal-Vertical Coordinates."** p. 375-418. New York: W. W. Norton & Co.
- PIAGET, J. **Seis estudos de Psicologia.** Trad. Maria Alice Magalhães e Paulo Sergio Lima Silva, 24. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2007.
- PRIETO, A. C. S. **A tabuada deve se entendida ou memorizada?** Discutindo um velho dilema da matemática. 2006. Disponível em: <https://acervo.plannetaeducacao.com.br/portal/impressao.asp?artigo=639>. Acesso em 07 nov. 2021.

RESNICK, M. **Dê uma chance aos P's**: Projetos, Pares, Paixão, Pensar Brincando. 2014. Traduzido do original: Give P's a Chance: Project, Peers, Passion, Play. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1CGuzOFMiyL7ftlb7hK5LND3Tz4IWGoYc/view>. Acesso em: 29 mai. 2019.

RESNICK, M. **Jardim da Infância para a Vida toda**: Por uma Aprendizagem Criativa, Mão na Massa e Relevante para todos. Editora: Selo Penso, Grupo A Educação, 2020.

RESNICK, M. **Tudo o Que Eu Preciso Saber (Sobre Pensamento Criativo) Eu Aprendi (Estudando Como as Crianças Aprendem) no Jardim da Infância**. 2007. (Disponível em: Português BR, Inglês) Traduzido do original: All I Really Need to Know (About Creative Thinking) I Learned (By Studying How Children Learn) in Kindergarten.

ROCHA, M. R. **Construindo o conceito de ângulo a partir da sua mobilização em diversos contextos e da utilização de materiais manipulativos**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2017. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6091021. Acesso em 19 jun. 2019.

SCHLIEMANN, A. D.; SANTOS, C. M.; COSTA, S. C. Da compreensão do sistema decimal à construção de algoritmos. In: ALENCAR, Eunice S. (Org.). **Novas Contribuições da Psicologia aos Processos de Ensino e Aprendizagem**. São Paulo: Cortez, 1992. p. 97-117.

SELBACH, S. **Matemática e didática**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

SONTAG, S. **On Photography**. London, England: Penguin Books Ltd. 1979.

TEIXEIRA, E.de F. **Educação para o olhar e a formação estética**: reflexões a partir do uso da rede social pelos acadêmicos do curso de fotografia. 2018. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade La Salle, Unilasalle, Canoas, 2018.

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez. 2005.

VAN HIELE, P. **Structure and insight**. Orlando: Academic Press, 1986.

Apêndice A: Prova aplicada no terceiro trimestre

	ESCOLA MUNICIPAL DE ENSINO FUNDAMENTAL SADY HAMMES	
	Coqueiro – São Lourenço do Sul/RS	
	2ª Avaliação de Matemática do 3º trimestre / Individual sem consulta	
	ALUNO:.....	Turma:.....
PROFESSORA: Evanir Erdmann TOTAL DA AVALIAÇÃO: 40 NOTA DO ALUNO:		
Assinatura do responsável:		

- 1) Pense em todos os conhecimentos aprendidos no trimestre sobre geometria, depois analise as fotografias tiradas do entorno da escola Sady Hammes e responda. Você pode sinalizar na foto o nome e o local que enxerga, ou se preferir só descrever, desde que fique compreensível.
- a) O que você enxerga de geometria nessas fotografias?

Fotografia : 1



Fotografia: 2



Fotografia: 3



Fotografia: 4



Fotografia: 5



Fotografia: 6



Fotografia: 7



Fotografia: 8



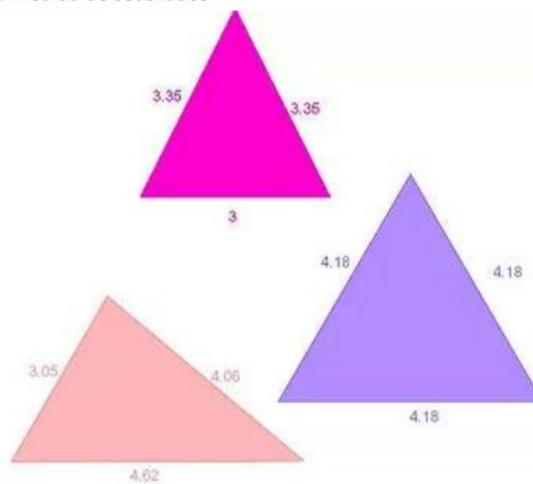
Fotografia: 9



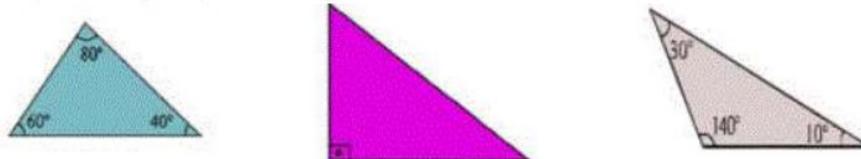
Fotografia: 10



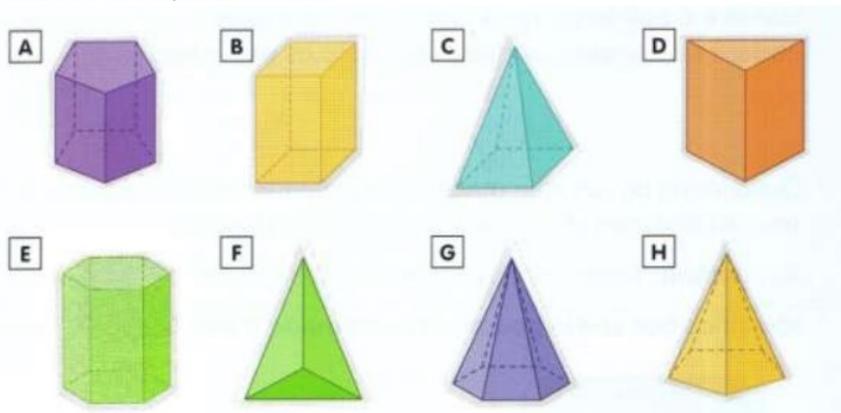
2) Classifique os triângulos quanto a medida de seus lados:



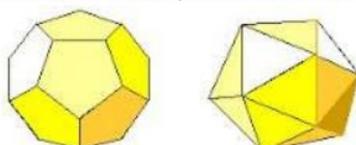
3) Classifique os triângulos quanto aos ângulos:



4) Como chamamos os poliedros abaixo?



5) Como chamamos os poliedros de Platão abaixo?



Ótima avaliação! Forte abraço!

Apêndice B: Autorização para uso de imagem e voz



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE
PELOTAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-
GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL**



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO⁴

O presente termo vem solicitar sua colaboração através da participação na pesquisa da acadêmica EVANIR ERDMANN. Tal pesquisa faz parte das atividades de dissertação do Programa de Pós – Graduação em Ensino de Ciências e Matemática Profissional – PPGECM da Universidade Federal de Pelotas – UFPEL.

Para sua realização, será necessário: sala de aula, datashow, celular, entre outros, permanecendo o sigilo e a identidade dos participantes e da instituição colaboradora.

A pesquisa estará sob a orientação da professora Rosária Ilgenfritz Sperotto.

Ao concordar em participar o sujeito da pesquisa declara que está de acordo com este termo e que está ciente:

- da liberdade de participar ou não da pesquisa, bem como do seu direito em deixar de participar do estudo, sem que isto traga qualquer prejuízo;
- da garantia de receber resposta a qualquer dúvida acerca dos procedimentos e outros assuntos relacionados com a pesquisa;
- da segurança de que não haverá divulgação de dados pessoais e que se manterá o caráter confidencial das informações registradas;
- que as informações fornecidas serão arquivadas sem identificação pessoal junto à Coordenação/Orientação responsável pelo Trabalho de Pesquisa.
- autorizo que as fotografias tiradas pelos alunos e enviadas para a professora, assim como as fotos e filmagens que incluam meu/minha filho (a) e sejam feitas e utilizadas, nas seguintes situações:
 - a) Pela professora para fins pedagógicos;
 - b) Para fins de divulgação do trabalho da escola (informativos, encartes, folders, jornais internos e/ou semelhantes).
 - c) Para fins de publicação site, blog e ou e_book;
 - d) Para fins de divulgação nas redes sociais;

⁴ O presente Termo terá duas vias, uma ficará com o(a) pesquisador(a) e outra via com o participante da pesquisa.

e) Desenvolvimento da pesquisa que está sendo desenvolvida pela professora e que será publicada como dissertação de mestrado, em eventos científicos, em forma de artigos, em revistas ou livros (impressos e/ou digitais).

Tendo certeza de vossa colaboração, agradecemos.

Atenciosamente,

PROFESSORA
ORIENTADORA Dr. ROSÁRIA ILGENFRITZ SPEROTTO

Eu me comprometo a utilizar as informações para fins acadêmicos e a não divulgar sua identidade.

PROFESSORA ORIENTADORA ACADÊMICA EVANIR ERDMANN
Dr. ROSÁRIA ILGENFRITZ SPEROTTO

Eu aceito colaborar com a realização da pesquisa de livre e espontânea vontade.

CONSENTIMENTO DO PARTICIPANTE DA PESQUISA

(Professor, aluno, pais e/ou funcionários)

Em caso de dúvida entrar em contato:

Coordenador Professor Dr. Robledo Lima Gil

Professora Orientadora Dr. ROSÁRIA ILGENFRITZ SPEROTTO

Universidade Federal de Pelotas – UFPEL.

Mestrado Profissional em Ciências e Matemática

Secretaria do PPGECM: (53) 3284-5540

Faculdade de Educação, Alberto Rosa, 154, 2º andar, Centro, Pelotas, RS – 96170.000

Apêndice C: Questionário



UNIVERSIDADE FEDERAL DE
PELOTAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-
GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL



QUESTIONÁRIO PARA OS ALUNOS DO 6º ANO DE 2019,

DA ESCOLA MUNICIPAL DE ENSINO FUNDAMENTAL SADY HAMMES, PARA PESQUISA E ANÁLISE
NO PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA MESTRADO
PROFISSIONAL

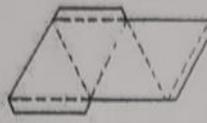
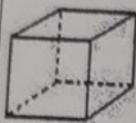
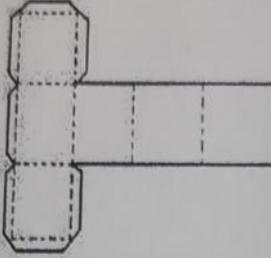
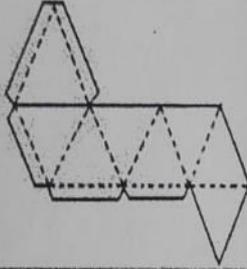
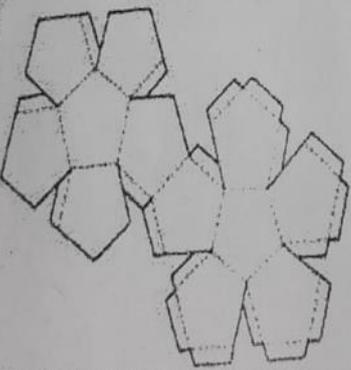
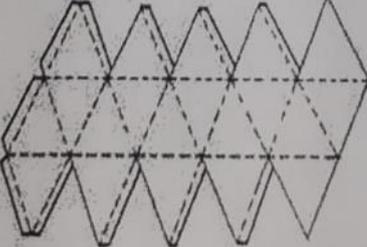
- 1) Qual a sua idade? _____
- 2) Moram na : () cidade () zona rural
- 3) Seus pais ou responsáveis são: () proprietários de pequenas propriedades rurais
() empregados de fazendas
() funcionários de empresas privadas (exemplos: posto de gasolina, frigoríficos, restaurantes entre outros)
() Outro. Qual? _____
- 4) Quando tem tempo disponível para lazer, qual ou quais atividades preferidas?
- 5) Como realizam os estudos em casa, na disciplina de matemática?
() lêem o conteúdo e refazem as questões;
() apenas lêem o conteúdo e os exercícios;
() precisam fazer resumos e colocar em lugares visíveis;
() não estudam de forma nenhuma;
() outra forma. Qual? _____
- 6) Nas series iniciais do pré ao 5º ano, tiveram o conteúdo de geometria?
- 7) Se teve conhecimentos, com geometria lembram do quê?
- 8) Você tem celular com câmera? () sim () não
- 9) Você tem *WhatsApp*? () sim () não
- 10) Está no grupo de *WhatsApp* da turma? () sim () não
- 11) Vocês costumam tirar fotos? () sim () não
- 12) Se tiram fotos, do que mais gostam de fotografar?

13) Quando crescerem, qual ou quais as profissões que gostariam de conhecer e ou exercer?

14) Qual o desenho animado ou filme que mais gostam?

Anexo A: Poliedros de Platão

Poliedros de Platão

Poliedro	Planificação	Elementos
 Tetraedro		4 faces triangulares 4 vértices 6 arestas
 Hexaedro		6 faces quadrangulares 8 vértices 12 arestas
 Octaedro		8 faces triangulares 6 vértices 12 arestas
 Dodecaedro		12 faces pentagonais 20 vértices 30 arestas
 Icosaedro		20 faces triangulares 12 vértices 30 arestas

Fonte: <https://www.estudokids.com.br/poliedros/>. Acesso em: 10 ago. 2019