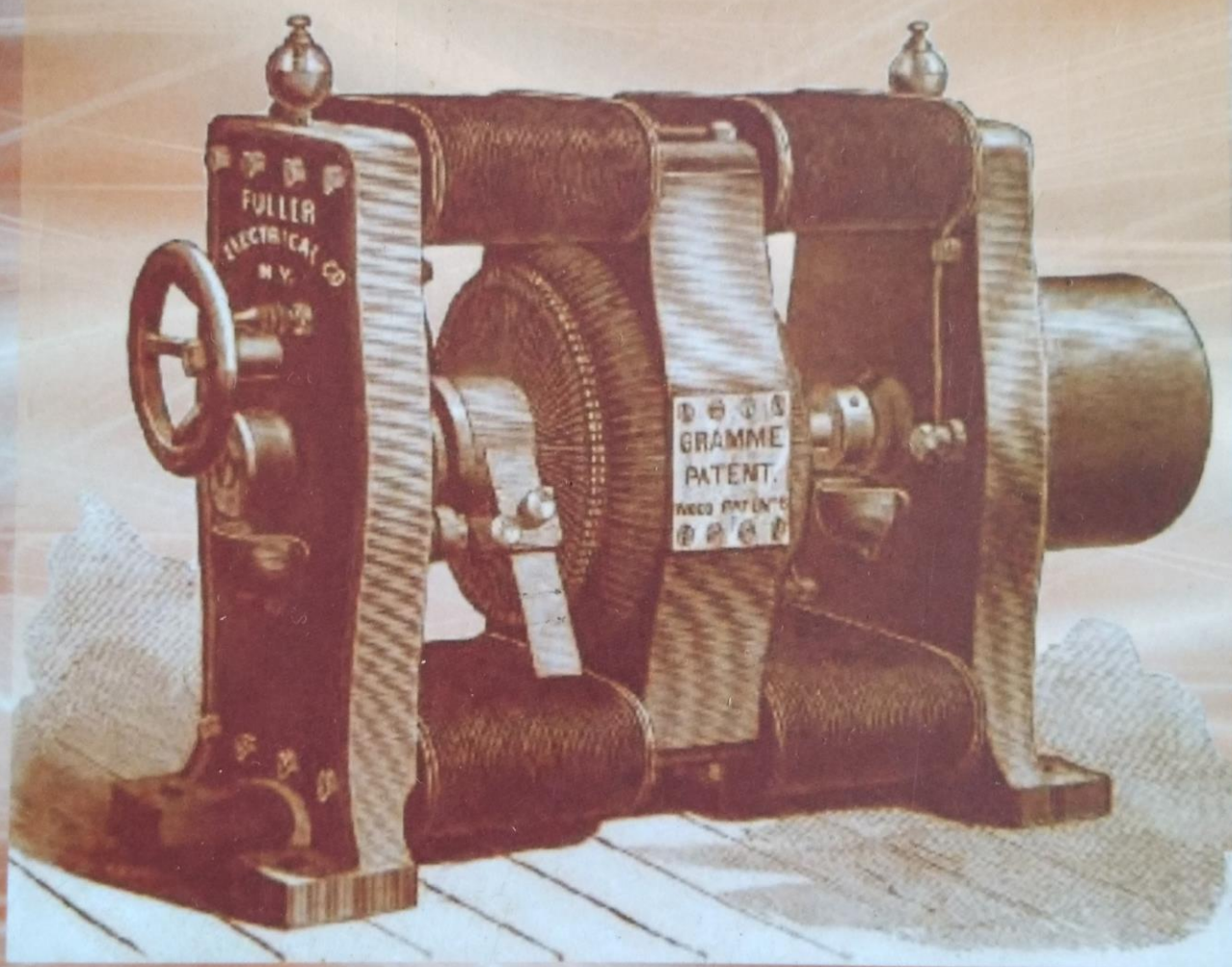


Alvacir Alves Tavares



ELETRICIDADE, MAGNETISMO
E CONSEQUÊNCIAS

Alvacir Alves Tavares

Eletricidade, magnetismo e consequências

2011

Eletricidade, magnetismo e consequências

Alvacir Alves Tavares

Técnico em Eletrotécnica - IFSul

Engenheiro Eletricista - UCPel

Licenciado em Disciplinas Especializadas do 2º Grau – Eletricidade - UFPel

Mestre em Engenharia Elétrica - UFSC

Professor de Eletromecânica / Eletrotécnica: IFSul – 1974 – 2009

Professor de Tecnologia em Sistemas de Telecomunicações / Automação Industrial: IFSul –
2001 - 2009

Gerente de Processos de Ensino Profissionalizante de Nível Tecnológico: IFSul -1999-2005

Professor de Engenharia Elétrica e Eletrônica: UCPel – 1983 -2010

Professor de Engenharia Eletrônica e Engenharia de Controle e Automação: UFPel - 2010 - atual



Obra publicada pela Universidade Federal de Pelotas

Reitor: Prof. Dr. Antonio Cesar Gonçalves Borges
Vice-Reitor: Prof. Dr. Manoel Luiz Brenner de Moraes
Pró-Reitor de Extensão e Cultura: Prof. Dr. Luiz Ernani Gonçalves Ávila
Pró-Reitora de Graduação: Prof. Dra. Eliana Póvoas Brito
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação: Prof. Dr. Manoel de Souza Maia
Pró-Reitor Administrativo: Prof. Ms. Élio Paulo Zonta
Pró-Reitor de Planejamento e Desenvolvimento: Tânia Marisa Rocha Bachilli
Pró-Reitor de Recursos Humanos: Admin. Roberta Trierweiler
Pró-Reitor de Infra-Estrutura: Mario Renato Cardoso Amaral
Pró-Reitora de Assistência Estudantil: Assistente Social Carmen de Fátima de Mattos do Nascimento

CONSELHO EDITORIAL

Profa. Dra. Carla Rodrigues	Prof. Dr. Carlos Eduardo Wayne Nogueira
Profa. Dra. Cristina Maria Rosa	Prof. Dr. José Estevan Gaya
Profa. Dra. Flavia Fontana Fernandes	Prof. Dr. Luiz Alberto Brettas
Profa. Dra. Francisca Ferreira Michelin	Prof. Dr. Vitor Hugo Borba Manzke
Profa. Dra. Luciane Prado Kantorski	Prof. Dr. Volmar Geraldo da Silva Nunes
Profa. Dra. Vera Lucia Bobrowsky	Prof. Dr. William Silva Barros



Editora e Gráfica Universitária
R Lobo da Costa, 447 – Pelotas, RS – CEP 96010-150
Fone/fax: (53) 3227 8411
e-mail: editora@ufpel.edu.br

Diretor da Editora e Gráfica Universitária: Carlos Gilberto Costa da Silva
Gerência Operacional: João Henrique Bordin

Impresso no Brasil
Edição: 2011
ISBN : 978-85-7192-776-6
Tiragem: 300 exemplares

Dados de Catalogação na Fonte Internacional: (Bibliotecária Daiane Schramm – CRB-10/1881)

G971a Tavares, Alvacir Alves
Eletricidade, magnetismo e consequências / Alvacir Alves Tavares –
Pelotas: Ed. e Gráfica Universitária - UFPEL, 2011.
296p. : il.

ISBN : 978-85-7192-776-6

1. Eletricidade 2. Circuitos Elétricos 3. Capacitores 4. Eletromagnetismo
5. Circuitos magnéticos 6. Indução Eletromagnética 7. Corrente alternada
8. Circuitos trifásicos I. Título

CDD 664.07

PREFÁCIO

O objetivo desta obra é atender prioritariamente às pessoas que necessitam do conhecimento de eletricidade e magnetismo, mas que ainda não têm a base de cálculo integral e de números complexos. Esta clientela inclui alunos e profissionais de nível técnico assim como os alunos ingressantes nos cursos superiores de Tecnologia e de Engenharia.

Os assuntos são apresentados a partir de seus princípios físicos, evoluindo no nível de dificuldade até chegar a conclusões que sejam plenas e úteis para a atividade técnica.

A metodologia adotada é a exploração dos princípios teóricos, dedução das equações, resolução de exemplos, mostra de aplicações e proposição de problemas com soluções.

Nos cursos, e na bibliografia em geral, esses conteúdos estão distribuídos em seções chamadas comumente de **Eletricidade Básica, Eletromagnetismo e Corrente Alternada**.

A **Eletricidade Básica** será estudada em quatro etapas: **Eletrostática, Eletrodinâmica, Circuitos Elétricos de Corrente Contínua e Capacitores**.

A **Eletrostática** trata de situações em que as cargas elétricas encontram-se tipicamente em repouso, enquanto que a **Eletrodinâmica** estuda a corrente elétrica e seus efeitos.

A etapa de **Circuitos Elétricos CC** estuda apenas circuitos com resistores e fontes CC.

O estudo de **Capacitores**, ainda alimentados em CC, foi deixado para o final dessa seção para facilitar a sua compreensão.

A seção de **Eletromagnetismo** começa com as definições das grandezas magnéticas e é analisada a produção de campos magnéticos a partir da corrente elétrica. A seguir é vista a geração de eletricidade através de campos magnéticos variantes e os fenômenos associados.

Na seção de **Corrente Alternada**, os diversos componentes elétricos, já estudados sob CC, são agora alimentados por fonte de CA, tanto monofásica quanto trifásica. Essa seção é permeada de exemplos de aplicações da energia elétrica no uso doméstico e industrial.

Expresso minha gratidão aos ex-colegas do Instituto Federal Sul-rio-grandense, professores Mário Luiz Falkenberg Lamas, José Luiz Lopes Iturriet, Renato Neves Allemand e Paulo Eduardo Mascarenhas Ugoski que, gentilmente, cederam arquivos que deram origem a vários capítulos desta obra.

Reconheço também que os alunos de Eletromecânica e de Eletrotécnica do IF Sul, usando as apostilas anteriores por três décadas, foram essenciais para o aperfeiçoamento deste trabalho.

Grande esforço foi despendido no sentido de apontar a bibliografia consultada. No entanto, algumas referências ficaram perdidas ao longo do tempo, por isso peço compreensão aos autores se alguma informação não lhes foi corretamente creditada.

Por fim, agradeço a Deus, que me deu o dom para executar este trabalho, e a minha família, que me apoiou em todos os momentos.

4ª revisão: Agosto de 2014.

Prof. Alvacir Alves Tavares

“Lâmpada para os meus pés é a Tua palavra, e luz para os meus caminhos.” Sl 119.105

ELETRICIDADE, MAGNETISMO E CONSEQUÊNCIAS

Sumário

Seção I – Eletricidade Básica

1 - CARGA ELÉTRICA

1.1 – Eletromagnetismo: Um pouco de história	I - 1
1.2 – Cargas elétricas e forças de interação	I - 1
1.3 – Teoria eletrônica da matéria	I - 2
1.4 – Eletrização e ionização	I - 4
1.5 – Condutores e isolantes	I - 5
1.6 – Processos eletrostáticos de eletrização	I - 6
1.7 – Processos de separação de cargas - fontes elétricas	I - 9
1.8 – A carga é quantizada	I - 13

2 - LEI DE COULOMB E CAMPO ELÉTRICO

2.1 – Lei de Coulomb	II - 1
2.2 – Campos gravitacional e magnético	II - 3
2.3 – Campo elétrico	II - 3
2.4 – Rigidez dielétrica	II - 7
2.5 – Poder das pontas	II - 8
2.6 – Blindagem eletrostática	II - 9

3 - DIFERENÇA DE POTENCIAL ELÉTRICO

3.1 – Energia e trabalho	III - 1
3.2 – Diferença de potencial	III - 2
3.3 – Tipos de tensão e medições	III - 6
3.4 – Potencial elétrico de um ponto	III - 7
3.5 – Fontes de energia	III - 7
3.6 – Rigidez Dielétrica	III - 11
3.7 – Tensões eletrostáticas	III - 11

4 - CORRENTE ELÉTRICA

4.1 – Conceito	IV - 1
4.2 – Intensidade da corrente elétrica	IV - 2
4.3 – Sentido da corrente elétrica	IV - 3
4.4 – Tipos de corrente elétrica	IV - 4
4.5 – Efeitos da corrente elétrica	IV - 5

5 - RESISTÊNCIA ELÉTRICA E LEI DE OHM

5.1 – Resistência elétrica	V - 1
5.2 – Definição de resistência e métodos de medição	V - 2
5.3 – Resistência e resistividade	V - 3
5.4 – Supercondutividade	V - 6
5.5 – Resistores	V - 7
5.6 – Lei de Ohm	V - 12
5.7 – Condutores ôhmicos ou lineares	V - 13
5.8 – Condutores não-ôhmicos ou não-lineares	V - 13

6 - POTÊNCIA ELÉTRICA

6.1 – Noções de potência elétrica	VI - 1
6.2 – Definição de potência elétrica	VI - 2
6.3 – Valores nominais	VI - 5
6.4 – Equações de potência elétrica	VI - 5
6.5 – Efeito Joule	VI - 6
6.6 – Transmissão de energia elétrica em alta tensão	VI - 8

7 - CIRCUITOS ELÉTRICOS

7.1 – Circuito elétrico simples	VII - 1
7.2 – Circuito elétrico série	VII - 3
7.3 – Circuito elétrico paralelo	VII - 9
7.4 – Circuito elétrico misto	VII - 15
7.5 – Fontes elétricas	VII - 21

8 - LEIS DE KIRCHHOFF

8.1 – Definições operacionais	VIII - 1
8.2 – Primeira Lei de Kirchhoff	VIII - 2
8.3 – Segunda Lei de Kirchhoff	VIII - 2
8.4 - Solução de circuitos básicos	VIII - 4

9 - CAPACITORES

9.1 – Definições iniciais	IX - 1
9.2 – A influência do dielétrico	IX - 3
9.3 – Transitórios de carga e descarga de capacitores	IX - 6
9.4 – Energia armazenada num capacitor	IX - 8
9.5 – Testes em capacitores	IX - 8
9.6 – Associação de capacitores	IX - 9
9.7 – Tipos e tecnologias de capacitores	IX - 12

Seção 2 – Eletromagnetismo

10 – CAMPO MAGNÉTICO DA CORRENTE ELÉTRICA

10.1 - Histórico do magnetismo	X - 1
10.2 - Ímãs naturais e artificiais	X - 1
10.3 - Polos de um ímã. Forças de atração e repulsão	X - 2
10.4 - Magnetismo terrestre	X - 2
10.5 - Representação do campo magnético	X - 2
10.6 - Teoria molecular do magnetismo	X - 3
10.7 - Processos de magnetização e desmagnetização	X - 4
10.8 - Início do eletromagnetismo	X - 5
10.9 - Dispositivos clássicos de criação de campos magnéticos	X - 5
10.10 - Comparação entre ímãs permanentes e eletroímãs	X - 7
10.11 - Fluxo magnético e indução magnética	X - 7
10.12 - Força sobre carga elétrica em movimento	X - 9
10.13 - Força mecânica sobre condutor reto percorrido por corrente	X - 10
10.14 - Intensidade de campo magnético e permeabilidade magnética	X - 12
10.15 - Relações entre a corrente e a intensidade de campo magnético	X - 15
10.16 - Força entre condutores paralelos no ar	X - 18
10.17 - Curvas de magnetização dos materiais ferromagnéticos	X - 19
10.18 - Perdas por histerese	X - 21
10.19 - Características de materiais para ímãs e eletroímãs	X - 22

11 – CIRCUITOS MAGNÉTICOS

11.1 - Lei de Hopkinson	XI - 1
11.2 - Analogia entre circuito magnético e circuito elétrico	XI - 2
11.3 - Aplicação da lei de Ampère a circuitos magnéticos clássicos	XI - 3
11.4 - Dispersão, empilhamento e espraiamento	XI - 7
11.5 - Tipos básicos de eletroímãs	XI - 9
11.6 - Força de atração dos eletroímãs	XI - 10

12 – INDUÇÃO ELETROMAGNÉTICA

12.1 - Introdução histórica	XII - 1
12.2 - Lei de Faraday	XII - 1
12.3 - Lei de Lenz	XII - 3
12.4 - Indução de f.e.m. por movimento de condutor em campo magnético	XII - 4
12.5 - Equações da f.e.m. induzida por movimento de condutor	XII - 5
12.6 - Indução de f.e.m. por variação de corrente	XII - 9

13 – AUTOINDUÇÃO E INDUÇÃO MÚTUA

13.1 - Fluxo concatenado	XIII - 1
13.2 - Indutância	XIII - 2
13.3 - Indutância mútua	XIII - 4
13.4 - Autoindução	XIII - 5
13.5 - Agrupamento de indutores	XIII - 6
13.6 - Energia armazenada no campo magnético	XIII - 8
13.7 - Indução mútua	XIII - 9
13.8 - Perdas nos circuitos magnéticos	XIII - 10

Seção 3 – Corrente Alternada

14 - PRINCÍPIOS DA CORRENTE ALTERNADA

14.1 - Introdução	XIV - 1
14.2 - Medidas da velocidade de variação das grandezas alternadas	XIV - 3
14.3 - Medidas da intensidade de grandezas alternadas	XIV - 4
14.4 - Representação fasorial de grandezas alternadas	XIV - 7

15 - SISTEMAS MONOFÁSICOS E POLIFÁSICOS

15.1 - Sistema monofásico	XV - 1
15.2 - Sistema trifásico	XV - 2
15.3 - Usos dos sistemas monofásicos e trifásicos	XV - 3
15.4 - Agrupamento das fases em estrela	XV - 4
15.5 - Agrupamento das fases em triângulo	XV - 6
15.6 - Comparação entre a ligação estrela e triângulo	XV - 8
15.7 - Usos do sistema estrela e triângulo	XV - 8
15.8 - Transformação estrela-triângulo	XV - 8

16 - CIRCUITOS DE CORRENTE ALTERNADA MONOFÁSICOS

16.1 - Circuito resistivo puro	XVI - 1
16.2 - Circuito indutivo puro	XVI - 4
16.3 - Circuito capacitivo puro	XVI - 8
16.4 - Circuito RLC série	XVI - 12
16.5 - Circuito RLC paralelo e misto	XVI - 23

17 - POTÊNCIA E ENERGIA EM C.A.

17.1 - Potência ativa, reativa e aparente	XVII - 1
17.2 - Fator de potência	XVII - 4
17.3 - Demanda ativa e demanda reativa	XVII - 5
17.4 - Potência nos circuitos trifásicos	XVII - 9
17.5 - Classificação dos usos da energia elétrica	XVII - 11
17.6 - Correção do fator de potência	XVII - 12
17.7 - Localização dos capacitores	XVII - 16
17.8 - Aspectos práticos na especificação de capacitores	XVII - 16

18 - TARIFICAÇÃO DA ENERGIA ELÉTRICA

18.1 - Definições técnicas e comerciais	XVIII - 1
18.2 - Estruturas tarifárias	XVIII - 2
18.3 - Condições de contratação	XVIII - 3
18.4 - Faturamento de energia e de demanda ativa	XVIII - 4
18.5 - Faturamento de energia e de demanda reativa excedente	XVIII - 6

Referências Bibliográficas

Créditos das imagens e textos

Apêndices

Capítulo I - CARGA ELÉTRICA

Benjamin Franklin (1706-1790)

O primeiro para-raios da história foi construído pelo cientista, inventor e político norteamericano Benjamin Franklin no século XVIII. O dispositivo era uma haste pontiaguda de metal, ligada por um fio a terra. Mas até chegar a essa invenção, ele realizou uma experiência perigosa e bastante incomum. Benjamin observou uma grande semelhança entre as centelhas produzidas por placas eletrizadas em seu laboratório e os raios que "desciam" das nuvens. Mas como aquelas descargas poderiam ser produzidas? Ele então imaginou que ocorreria algum fenômeno entre as nuvens que produzisse eletricidade.

Com essa hipótese surgia um problema: como provar sua teoria? Ele não poderia voar até as nuvens com algum dispositivo, primeiro porque o avião ainda não tinha sido inventado; e segundo que mesmo hoje tal procedimento é muito arriscado. Sua única saída foi empinar uma pipa em um dia tempestuoso e esperar que sua ideia desse certo ou ele morreria eletrocutado pela descarga altíssima dos raios. Durante uma forte tempestade, o cientista inventor ligou o fio da pipa a alguns aparelhos de seu laboratório e esperou para ver o que acontecia. Se a sua teoria estivesse certa, os aparelhos ficariam carregados eletricamente ou, caso contrário, nada aconteceria. Para sua alegria, os aparelhos começaram a adquirir cargas elétricas e, como eles não estavam ligados a nenhum outro meio elétrico, verificou que sua teoria estava certa, as nuvens produziam eletricidade.

Nessa época os cientistas conheciam o fenômeno do poder das pontas e, aproveitando desse conhecimento, Benjamin Franklin resolveu montar um dispositivo que pudesse protegê-los dos efeitos perigosos dos raios. Foi então que ele montou o primeiro para-raios da História.

[<http://ciencia3m.blogspot.com/>]



1.1 - ELETROMAGNETISMO: UM POUCO DE HISTÓRIA

Estudiosos gregos, em torno de 600 a.C., já sabiam que, atritando-se um pedaço de âmbar, ele atraía pequenos pedaços de palha ou outros pequenos fragmentos. Como o âmbar em grego é dito **ἤλεκτρον** (ήλεκτρον), daí surgiu o nome da ciência eletricidade.

Também os gregos sabiam que algumas pedras naturais se atraíam. Essas pedras hoje são chamadas de magnetita, pois eram encontradas na Magnésia (região da Grécia), que quer dizer "lugar das pedras mágicas". Esses fatos são considerados o berço do magnetismo.

Essas duas ciências foram se desenvolvendo timidamente, de forma independente uma da outra, até que Hans Christian Oersted, em 1820, descobriu que uma corrente elétrica causava a deflexão da agulha magnética de uma bússola. Poucos anos depois Michael Faraday descobriu que o magnetismo pode dar origem à corrente elétrica.

Mais tarde, no mesmo século, James Clerk Maxwell introduziu novos conceitos e lhe deu um sólido embasamento matemático (as Equações de Maxwell), que rege todos os dispositivos eletromagnéticos modernos, como motores, aparelhos de comunicação, copiadoras, microscópios, etc.

Há uma divisão dentro do eletromagnetismo onde as cargas estão paradas (ou em movimento quase-estático) que é chamada de **Eletrostática**. Neste caso, os fenômenos magnéticos são nulos ou desprezíveis.

1.2 - CARGAS ELÉTRICAS E FORÇAS DE INTERAÇÃO

Para o estudo da **eletrostática** (e da eletricidade em geral) são indispensáveis certas noções mínimas a respeito da estrutura da matéria. Assim, devemos recorrer a uma análise das características das partículas elementares

que compõem a matéria. Explicaremos, em função dessa análise, as propriedades elétricas que observamos diretamente ou com o auxílio de instrumentos.

Vamos inicialmente analisar algumas situações, denominadas de fenômenos eletrostáticos, para chegarmos finalmente aos fatos de natureza elétrica dos quais o mundo moderno está totalmente dependente.

A seguir estão indicadas algumas experiências que foram realizadas com o objetivo de estudar certos fenômenos elétricos.

Na Figura 1.1 está representado um bastão de **plástico** que é atritado com pedaço de **seda**. Após o atrito, o bastão foi afastado e partido em dois pedaços, sendo ambos colocados próximos um do outro. Percebe-se que ocorre uma repulsão entre os dois pedaços de plástico.

Na segunda experiência realizada, um bastão de **vidro** é atritado com **seda**. Em seguida, repetiu-se a sequência da experiência anterior, sendo que novamente se percebeu o fenômeno da repulsão elétrica entre os dois pedaços de **vidro**.

Na terceira experiência, resolveu-se colocar o bastão de **plástico** próximo ao bastão de **vidro** e notou-se que entre os bastões existia uma certa atração.

Em função dessas experiências, concluiu-se que, ao serem atritados, os bastões adquirem eletricidades (cargas elétricas), sendo que as mesmas originam forças elétricas. Essas forças elétricas são de repulsão, quando os materiais aproximados possuem o mesmo tipo de carga elétrica, sendo as forças de atração, quando as cargas elétricas são diferentes.

Deduz-se que o bastão de plástico, quando atritado com seda, adquire certo tipo de carga elétrica; e que o bastão de vidro, quando atritado com a seda, adquire um outro tipo de carga.

Convencionalmente, vamos chamar de **carga negativa (-)** a eletricidade adquirida pelo plástico quando atritado com a seda; e de **carga positiva (+)** a eletricidade adquirida pelo vidro

quando atritado com a seda. Todas as eletricidades manifestadas por um corpo serão identificadas como negativa ou positiva através da comparação com as cargas citadas acima.

A **Regra de Du Fay** resume esta primeira parte:

“Cargas elétricas de mesmo sinal se repelem e de sinais opostos se atraem”.

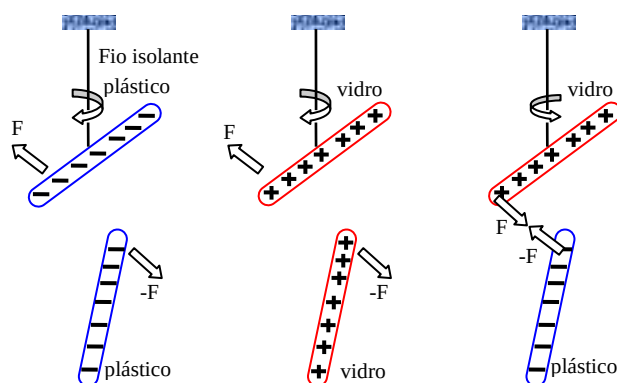


Fig.1.1 – Forças entre dois corpos eletrizados.

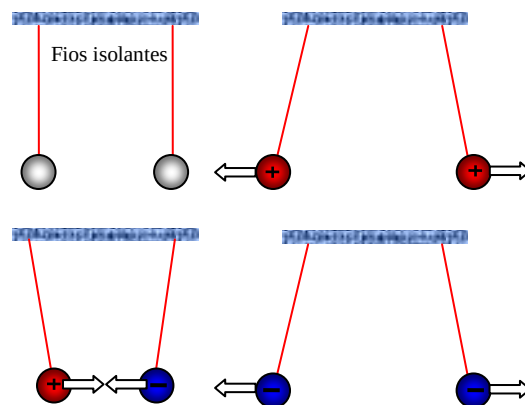


Fig.1.2 - Forças de atração e repulsão entre cargas elétricas

1.3 - TEORIA ELETRÔNICA DA MATÉRIA

Sabe-se que toda matéria é formada de moléculas. Como exemplo, podemos citar a água, cuja molécula é H_2O , ou seja, dois átomos de hidrogênio e um átomo de oxigênio. Os átomos constituem a menor porção da matéria, que conserva as propriedades do elemento em seu estado normal. Cada átomo possui uma zona

central e uma região que a circunda, sendo ambas denominadas de, respectivamente, núcleo e eletrosfera.

No núcleo estão os prótons e os nêutrons e na eletrosfera situam-se os elétrons.

Essas três **partículas elementares**, apesar de não serem as únicas, são as principais para o estudo da eletricidade e magnetismo.

Ao elétron foi atribuída uma **carga negativa** devido à descoberta de que o bastão de plástico, quando atritado com seda, ficava com predominância destas partículas. No caso do bastão de vidro atritado com a seda, as partículas elementares que predominam nele são os prótons e, de acordo com a convenção feita, foi atribuída a essas partículas uma **carga positiva**.

Atribui-se a Benjamin Franklin a denominação de positiva e negativa para as cargas elétricas.

ELÉTRON → CARGA NEGATIVA (-)

PRÓTON → CARGA POSITIVA (+)

NÊUTRON → CARGA NULA

Na Figura 1.3, está representado o modelo atômico. O núcleo, devido à presença dos prótons, possui uma carga positiva, a qual é responsável pela força de atração que mantém os elétrons girando nas suas respectivas trajetórias.

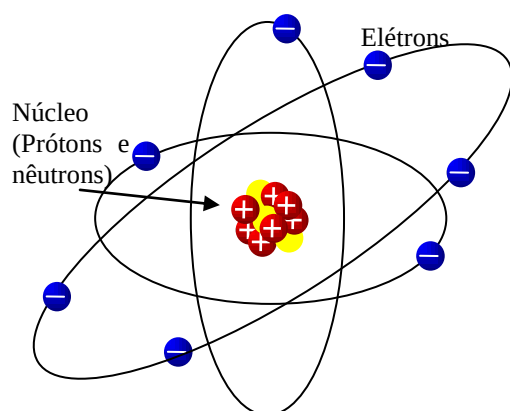


Fig.1.3- Modelo atômico simplificado

As minúsculas partículas que giram em torno do núcleo (elétrons) são submetidas a

forças elétricas que variam de elétron para elétron, dependendo da posição destes.

A eletrosfera possui várias camadas. Em cada camada existem alguns elétrons, sendo a mais importante, para o estudo das propriedades elétricas, a camada mais externa, chamada “camada de valência”.

O núcleo é o responsável pela manutenção dos elétrons no átomo. Essa força de atração exercida pelo núcleo sobre os elétrons depende muito da distância, pois, quanto mais distante do núcleo estiverem os elétrons, menor será a força de atração e mais facilmente eles poderão deslocar-se para outro átomo.

Os elétrons que estão situados na última camada são mais fracamente ligados ao seu respectivo núcleo e poderão se tornar **elétrons livres ou de condução**, dependendo do material.

Como os prótons são partículas que estão fixas no núcleo e os elétrons podem se transferir de um átomo para outro, no nosso estudo vamos nos preocupar sempre com “**a falta ou o excesso de elétrons**” nos átomos ou nos corpos.

Nos experimentos mencionados anteriormente, a seda, inicialmente, estava neutra, de modo que ela possuía o mesmo número de prótons e elétrons. Ao ser atritada com o vidro, este ficou com carga positiva, devido ao número de elétrons ser inferior ao de prótons. Estes elétrons cedidos pelo vidro foram ganhos pela seda, na qual existe agora um número de elétrons superior ao de prótons.

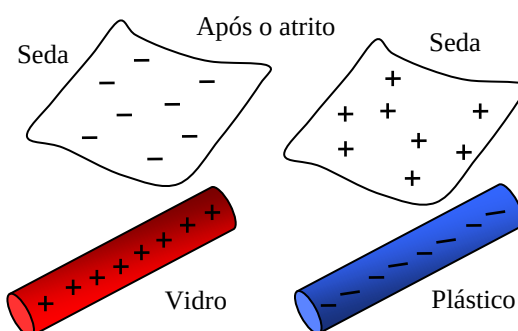


Fig.1.4 – A carga adquirida depende do material dos corpos atritados

Logo, a seda ficará carregada negativamente (excesso de elétrons).

No caso do bastão de plástico atritado com a seda, esta se carregou positivamente.

Logo, ela cedeu elétrons para o plástico, o qual ficou carregado negativamente (excesso de elétrons).

Neste exemplo, percebe-se que a seda pode ganhar ou ceder elétrons, ou seja, um mesmo corpo pode carregar-se positivamente ou negativamente, dependendo da substância com a qual ele é atritado.

1.4 - ELETRIZAÇÃO E IONIZAÇÃO

Na Figura 1.5, estão indicados um próton nas proximidades de uma carga positiva (carga de prova) e um elétron nas proximidades da mesma carga de prova.

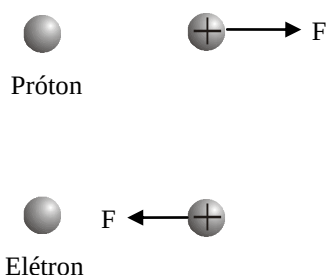


Fig.1.5 – Carga elétrica do próton e do elétron

Tanto o próton como o elétron atuam sobre a carga de prova positiva, ocasionando nela a mesma força elétrica, porém de sentidos contrários.

A carga de prova fica, então, submetida a uma mesma força elétrica, sendo que, no primeiro caso, ela tende a deslocar-se para a direita com certa velocidade.

No segundo caso, a carga de prova tende a deslocar-se também com a mesma velocidade, porém para a esquerda.

Disso deduz-se que as duas partículas elementares, o próton e o elétron, possuem a mesma quantidade de eletricidade (mesma carga elétrica), mas de sinais opostos.

A carga elétrica será representada pela letra **q**, sendo que sua unidade de medida (Sistema Internacional de Unidades) é o **Coulomb (C)**.

A quantidade de carga elétrica de um próton é igual, em módulo (valor numérico sem sinal), à quantidade de carga elétrica de um elétron.

Em condições normais, prótons e elétrons estão em igual número, isto é, a cada elétron corresponde um próton. Logo, num corpo nessas condições a carga elétrica será nula.

“Para um corpo neutro eletrizar-se é necessário que ele perca ou ganhe elétrons.”

Na Figura 1.6a percebe-se que o número de prótons é igual ao número de elétrons.

Assim, a barra está neutra, pois ela é constituída de átomos eletricamente neutros.

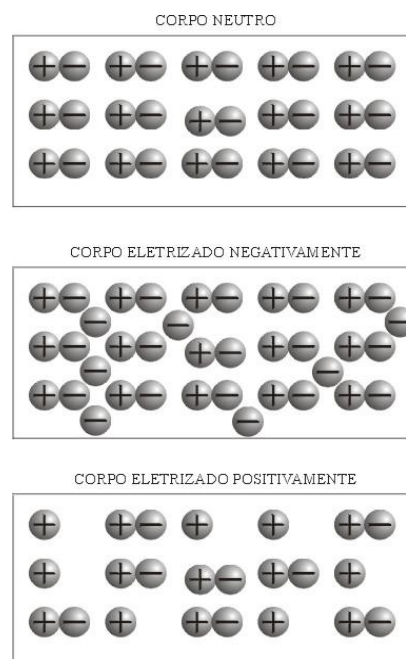


Fig.1.6 – Corpos eletrizados ganharam ou perderam elétrons

Na Figura 1.6b nota-se que a barra ganhou alguns elétrons.

Os átomos que os receberam eletrizam-se negativamente constituindo-se em “íons negativos” (**ânions**).

Na Figura 1.6c nota-se que a barra perdeu vários elétrons havendo o predomínio dos prótons.

Cada átomo que se eletrizou positivamente constitui-se num “íon positivo” (**cátion**).

O processo de ganhar ou perder elétrons num átomo é chamado de “**ionização**”.

Devemos salientar que um corpo neutro (por exemplo, um pente) quando ganha ou perde elétrons fica carregado eletricamente e esse processo é denominado de “**eletrização**”.

Se fôssemos analisar **um átomo** desse pente, deveríamos afirmar que ele sofreu um processo de uma ionização.

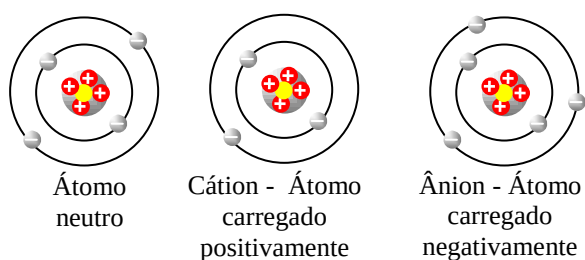


Fig. 1.7 – Átomo neutro e átomos ionizados

Conforme o observado anteriormente, pode-se deduzir que cargas elétricas não podem ser criadas, nem destruídas.

Como essas cargas podem ser apenas transferidas de um corpo para outro ou de uma parte para outra de um mesmo corpo, conclui-se também que a carga elétrica de um corpo isolado será sempre a mesma.

Se um determinado corpo possui uma carga $q = (+)25C$ e se o mesmo se mantiver isolado, sua carga elétrica será sempre positiva, valendo $25 C$.

Esse fato é conhecido como Princípio da Conservação da Carga.

1.5 - CONDUTORES E ISOLANTES

Existem materiais que permitem o

deslocamento de cargas elétricas através de si e outros que não permitem tal deslocamento.

Logo, vamos classificar os materiais em **condutores** e **isolantes**.

Na Figura 1.8 temos um isolante feito de plástico e um cabo condutor constituído de cobre.

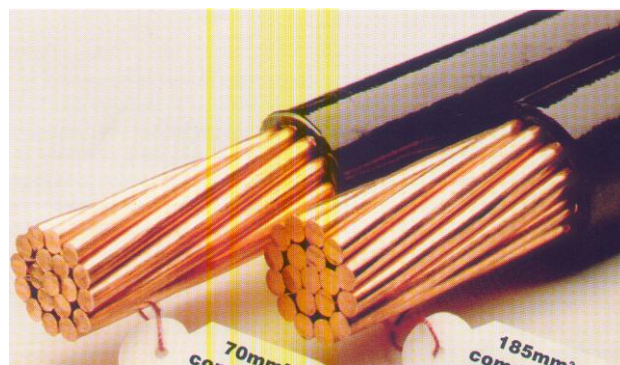


Fig.1.8 - Condutores e isolantes comuns

No caso de utilizarmos pedaços de cobre num experimento de eletricidade, teremos um deslocamento de grande quantidade de cargas elétricas através de sua estrutura.

Isso ocorre porque o cobre, e os metais em geral, possuem abundância de elétrons livres.

O cobre, por exemplo, apresenta cerca de 10^{23} elétrons livres por cm^3 , portanto ele é classificado como material **condutor**.



Fig.1.9 – Distribuição das cargas na superfície de condutores eletrizados

Numa esfera condutora eletrizada, as forças de repulsão, que agem entre as cargas de mesmo sinal, fazem com que elas se distribuam uniformemente na sua superfície, conforme ilustrado na Figura 1.9.

Assim como na esfera, a distribuição das cargas elétricas em qualquer corpo condutor se dá nas superfícies de tais corpos.

Os condutores podem ser sólidos, líquidos ou gasosos, sendo que o tipo de carga que se movimenta em cada um deles é característico de cada espécie de condutor.

Nos condutores sólidos (cobre, alumínio, etc) as cargas livres são os elétrons. Esses elétrons livres possuem muita facilidade de se deslocarem ao longo do material.

Nos condutores líquidos (soluções aquosas de ácidos, bases e sais) temos movimento de íons positivos e íons negativos (cátions e ânions).

Nos condutores gasosos (lâmpadas de vapor de mercúrio, fluorescentes) ocorre o deslocamento de íons positivos, íons negativos e elétrons.

No caso de utilizarmos pedaços de borracha num experimento de eletricidade, não teremos um fácil deslocamento de cargas elétricas através dela.

A borracha será classificada como material **isolante**, pois é um material onde há carência ou inexistência de elétrons livres.

A força elétrica não é suficiente para retirar os elétrons de suas órbitas normais.

Um isolante tem, em média, menos que um elétron livre por cm^3 . Isso, no entanto, não quer dizer que um corpo isolante não possa ser eletrizado.

Nos isolantes, as cargas elétricas permanecem na região em que apareceram.

Como exemplo de isolantes sólidos podemos citar: algodão, papel, seda, madeira, vidro, porcelana, mica, etc.

O isolante é tanto melhor quanto mais elevada for a voltagem que ele suporta sem conduzir e deteriorar-se.

Existem também isolantes líquidos, sendo que um dos mais conhecidos é o óleo, que é muito usado em transformadores e disjuntores de alta tensão. O óleo também pode ser usado para impregnar substâncias sólidas como papel e seda, de maneira a melhorar suas características isolantes.



Fig.1.10 – Exemplos de materiais isolantes

Os isolantes gasosos também são muito usados, sendo o exemplo típico o ar. O único limite das propriedades de isolamento dos gases é constituído pela descarga que pode ocorrer. Do contrário, mantém-se um isolamento quase perfeito como no caso de condutores de linhas aéreas.

1.6 - PROCESSOS ELETROSTÁTICOS DE ELETRIZAÇÃO

1.6.1 – Introdução

Definiremos eletrização como o desequilíbrio elétrico de um corpo, ou seja, a desigualdade entre a quantidade de prótons e elétrons no corpo. Os processos eletrostáticos são geralmente associados a grandes voltagens e com descargas de curtíssima duração.

1.6.2 – Eletrização por atrito

Na Figura 1.11 temos o atrito entre dois corpos de materiais diferentes, onde se retiram alguns elétrons das órbitas dos átomos de um dos corpos, enquanto que o outro trata de aprisionar esses elétrons. O material que recebe os elétrons (bastão de plástico) adquire carga negativa e o que perde elétrons (seda) fica com carga positiva. Percebe-se que, no processo por atrito, a quantidade de carga elétrica resultante no bastão de plástico é igual, em módulo, à quantidade de carga elétrica resultante na seda.

CARGAS POSITIVAS E ELÉTRONS ESTÃO PRESENTES EM QUANTIDADES IGUAIS NO BASTÃO E NA SEDA

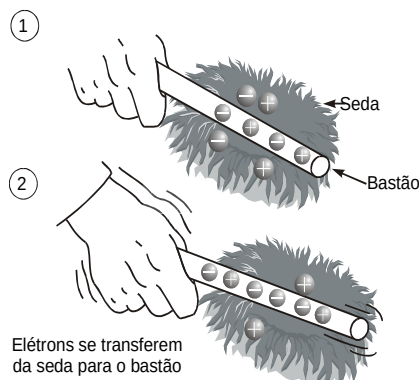


Fig.1.11 – Eletrização clássica por atrito

Como exemplos práticos de eletrização por atrito podemos citar os seguintes casos: uma caneta de plástico eletriza-se ao ser atritada com seda e atrai pedacinhos de papéis; um pente se eletriza ao ser passado nos cabelos atraindo-os; uma roupa de nylon eletriza-se ao atritar-se com nosso corpo; um veículo em movimento se eletriza pelo atrito com o ar; um tubo de PVC esfregado num tecido de lã se carrega e atrai pedacinhos de isopor.

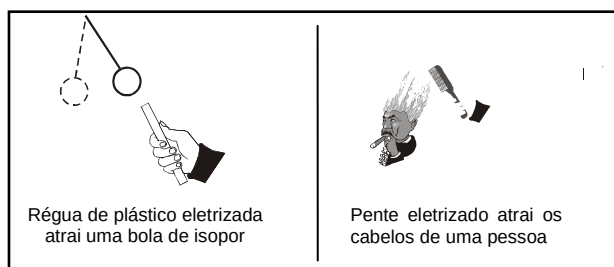


Fig.1.12 – Exemplos domésticos de eletrização por atrito

1.6.3 – Eletrização por contato

Na Figura 1.13 temos o processo de eletrização por contato. Se um corpo possuir certa carga elétrica, influenciará outros objetos próximos. Essa influência poderá ser exercida através do contato. Carga positiva significa falta de elétrons e sempre atrai elétrons, ao passo que carga negativa significa excesso de elétrons e sempre os repele. Se você tocar com um bastão carregado positivamente numa barra

metálica sem carga, elétrons da barra serão atraídos para o local do contato.

Alguns dos elétrons deixarão a barra e entrarão no bastão, carregando a barra positivamente e diminuindo a carga positiva do bastão. Percebe-se que um objeto carregado ao tocar num corpo neutro perderá parte de sua carga.

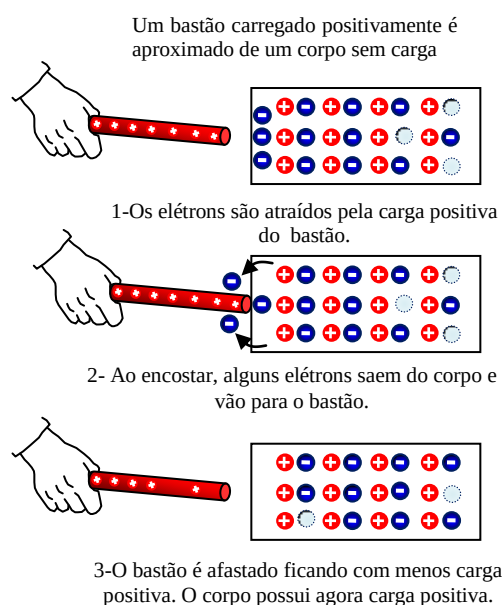


Fig.1.13 – Eletrização por contato

No processo de eletrização por contato, a quantidade de carga total (carga do bastão + carga da barra) antes do contato é igual à quantidade da carga depois do contato.

Contato com a Terra - aterramento

Em termos de manifestações elétricas, a Terra é considerada como um enorme elemento neutro. Dessa forma, quando um condutor eletrizado é colocado em contato com ela, há uma redistribuição de cargas elétricas proporcionais às dimensões, à forma, e ao tipo de substância do corpo eletrizado e da Terra, ficando, na realidade, ambos eletrizados. Porém, como as dimensões do corpo são desprezíveis, quando comparadas com as da Terra, a carga elétrica que nele permanece, após o contato, é tão pequena que pode ser considerada nula. Assim, ao se ligar um condutor à Terra, dizemos que ele se descarrega, isto é, fica neutro.

Na prática pode-se considerar a Terra como um enorme reservatório de cargas. Então, ao ligarmos outro condutor eletrizado à Terra, ele se **descarrega** de uma das formas apresentadas a seguir.

Condutor com carga positiva: Os elétrons da Terra são atraídos para o condutor, devido à atração das cargas positivas.

Condutor com carga negativa: Os elétrons em excesso no condutor escoam para a Terra, devido à repulsão entre eles.

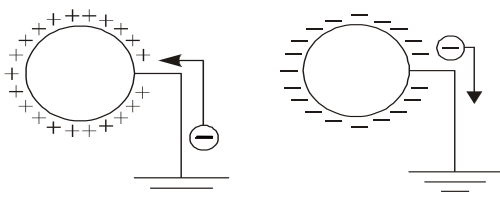


Fig.1.14 – Ação do aterramento sobre as cargas positivas e negativas

1.6.4 - Eletrização por indução eletrostática

Já vimos que, ao tocarmos uma barra metálica com um bastão carregado positivamente, elétrons da barra se transferem para o bastão, ficando a barra eletrizada positivamente.

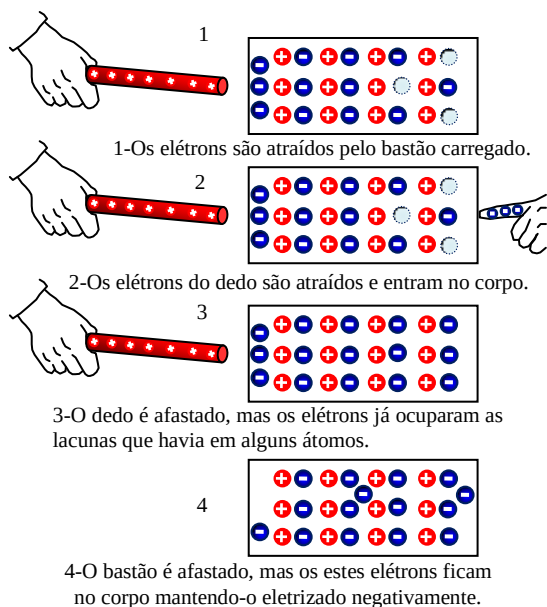


Fig.1.15 – Eletrização por indução eletrostática

Agora, ao invés de tocarmos a barra com o bastão carregado positivamente, nós apenas

aproximaremos o bastão (**indutor**) da barra (**induzido**).

Neste caso (1), os elétrons da barra serão atraídos à parte mais próxima do bastão, produzindo uma carga negativa nesta parte. O extremo oposto da barra ficará sem elétrons e, portanto, carregado positivamente. Existirão, então, três cargas: a carga positiva do bastão, carga negativa na parte da barra mais próxima do bastão e a carga positiva no outro extremo da barra. Tal situação permite que os elétrons de uma fonte externa (seu dedo, por exemplo) entrem no extremo positivo da barra (caso 2), neutralizando a carga desse extremo, fazendo com que a barra fique eletrizada negativamente.

O método de transferência de carga, que acabamos de ver, é chamado de indução eletrostática, porque a distribuição de carga é induzida (provocada) pela presença do bastão carregado e não pelo contato físico. Na eletrização por indução o induzido eletriza-se com carga de sinal contrário à do indutor. A carga do indutor não se altera.

Como um corpo eletrizado pode atrair um corpo neutro? Você já sabe que um bastão de vidro, ao ser atritado com a seda, eletriza-se positivamente. Mas como ele pode atrair, por exemplo, pequenas bolinhas de isopor que estão neutras?

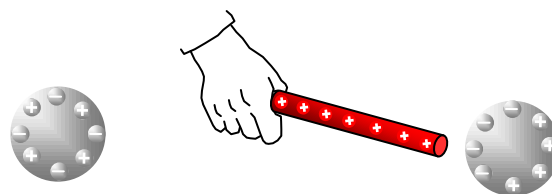


Fig.1.9 – a) Corpo originalmente neutro; b) corpo já neutro influenciado por bastão carregado.

Acontece assim: Os elétrons existentes no isopor são atraídos levemente para o lado mais próximo do bastão de vidro (positivo), ficando o outro lado do isopor com excesso de cargas positivas. A força de atração entre o bastão e o lado negativo do isopor, devido à menor distância, é mais intensa do que a força de repulsão entre o bastão e o lado positivo do isopor. A força resultante, portanto, é de atração.

1.6.5 – Descargas eletrostáticas - aterramento

Você já deve ter percebido que, ao ligar um aparelho de TV, os pelos do seu braço ficam eriçados se você estiver próximo da tela. Também deve ter notado alguns estalos e até faíscas (no escuro) ao despir uma blusa, após usá-la por algum tempo. Esses fenômenos, conhecidos como descargas eletrostáticas (**ESD – EletroStatic Discharge**), podem tornar-se extremamente perigosos em ambientes industriais, em áreas onde se utilizam materiais inflamáveis e em bancadas de produção de placas de circuitos eletrônicos onde são usados componentes ultrasensíveis como os circuitos integrados.

A descarga eletrostática pode causar tanto a destruição total de um componente como danificá-lo parcialmente, diminuindo o seu tempo de vida útil.

Outro fator que influencia a concentração de eletricidade estática é a umidade relativa do ar, sendo que, no caso dela ser elevada, favorecerá a descarga dessas cargas elétricas para a terra diminuindo o problema.

Existe uma série de dispositivos que podem ser utilizados como proteção contra **ESD**. Como exemplo, podemos citar a estação de solda, pulseira de aterramento e a calcanheira.

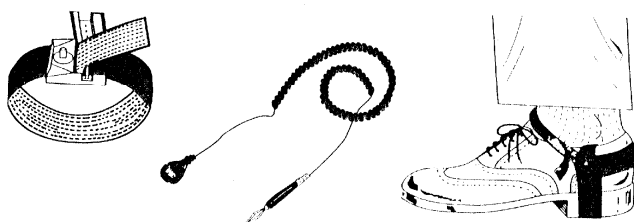


Fig.1.17 – Equipamentos de proteção individual contra eletricidade estática

Se você aproximar corpos com cargas elevadas, os elétrons poderão pular do corpo com carga negativa para o corpo com carga positiva, antes dos dois entrarem em contato. Neste caso, você verá de fato a descarga sob a forma de **centelha** (faísca). Quando houver cargas acumuladas muito elevadas, a

eletricidade estática poderá ser descarregada entre grandes espaços, causando centelhas de muitos centímetros de comprimento.

Automóveis, caminhões e aviões podem adquirir cargas estáticas em consequência do atrito de sua estrutura com o ar. Quando um veículo está conduzindo um líquido inflamável, como a gasolina, ou quando um avião está reabastecendo de combustível, haverá a probabilidade de incêndio ou explosão se a carga estática se descarregar sob a forma de faísca.

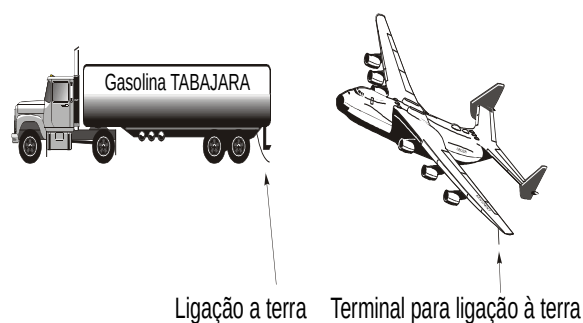


Fig.1.18 – Aterramento: Solução universal para as descargas eletrostáticas

Para evitar que isso aconteça, os veículos que transportam combustíveis dispõem de uma corrente ou de uma tira impregnada de metal, ligada à carroceria, e que se arrasta pelo solo para descarregar, continuamente, a carga acumulada. Hoje em dia, existem pneus especiais, constituídos de materiais condutores para efetuarem essa descarga eletrostática. Os aviões, antes de serem reabastecidos, são ligados ao solo por meio de um dispositivo especial que propicia tal descarga.

1.7 - PROCESSOS DE SEPARAÇÃO DE CARGAS - FONTES ELÉTRICAS

1.7.1 – Introdução

Nestes casos a separação de cargas ocorre dentro de um mesmo corpo e é mantida ao longo do tempo às custas de outra forma de energia, podendo ocorrer movimentação de cargas por tempo indeterminado, como ocorre nas fontes elétricas.

1.7.2 - Efeito piezelétrico

Piezoelétricidade é a capacidade de alguns cristais de produzirem separação de cargas como resposta a uma pressão mecânica. O termo deriva da palavra grega *piezein*, que quer dizer espremer ou pressionar. A voltagem produzida entre as placas dependerá da intensidade da pressão exercida. Os cristais mais utilizados são os de quartzo, embora cristais sintetizados estejam se tornando cada vez mais populares. Apesar do uso da pressão como fonte de eletricidade ser limitado a aplicações de pequenas potências, você a encontrará em diversos tipos de equipamentos como microfones de cristal, algumas balanças eletrônicas, ignitores de gás, medidores de pressão, osciladores de cristal, etc.

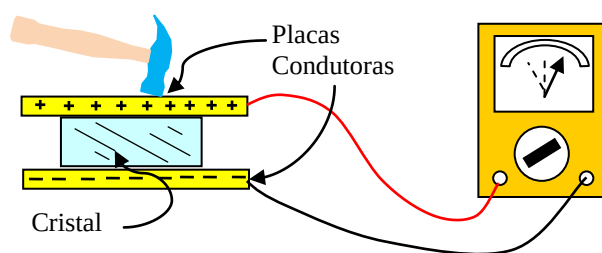


Fig.1.19 – Geração de piezoelétricidade

O cristal piezolétrico também pode funcionar de forma invertida, ou seja, ao receber uma tensão ele se deforma permitindo o seu uso como atuador. Como exemplo temos as microbombas das impressoras jato de tinta, aparelhos de ultrassom e altofalantes.¹

1.7.3 – Termoeletricidade

A termoeletricidade é a conversão direta de calor em eletricidade, pelo aquecimento da junção de dois metais diferentes. Apesar de não ser linear, a voltagem produzida aumenta com a diferença de temperatura entre a junção e as extremidades opostas dos dois fios. Esse fenômeno foi descoberto por Thomas Seebeck em 1822 (Berlim), dando-lhe o nome de Efeito Seebeck.

Uma junção desse tipo é denominada de par termoeletrico, termocuplo ou termopar e gera eletricidade enquanto o calor estiver sendo aplicado. Existem muitos tipos de termopares e produzem uma voltagem em torno de algumas dezenas de miliVolts². Os termopares são usados normalmente como termômetros.

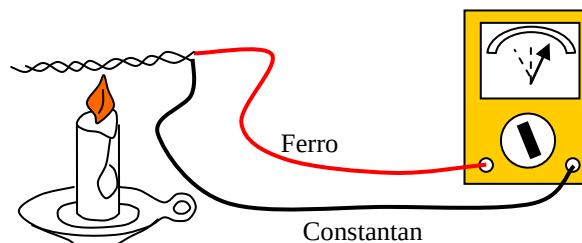


Fig.1.20 – Termoeletricidade – efeito Seebeck

A termoeletricidade também tem o funcionamento invertido, chamado de Efeito Peltier. Aplicando-se corrente elétrica a uma pastilha Peltier obtém-se o esfriamento de uma face e o aquecimento da outra com uma diferença de temperatura na ordem de 60° C. Um dos usos atuais é a refrigeração de microprocessadores em combinação com coolers e dissipadores.³

1.7.4 – Efeito fotovoltaico

Pode-se gerar eletricidade usando-se a luz como fonte de energia. Certas substâncias ao serem atingidas pela luz são capazes de converter diretamente a energia luminosa em energia elétrica. A célula é um "sanduíche" metálico composto de três camadas de forma circular.

Uma das camadas externas é de metal e a outra se compõe de película de material translúcido, que permite entrada de luz. A camada central é feita de uma liga de selênio. As camadas externas atuam como contato. Quando a luz incide na liga de selênio, através do material translúcido, há uma separação de cargas elétricas entre as camadas externas. Se um medidor for ligado a essas camadas, a quantidade de eletricidade poderá ser medida.

¹ Disponível em: http://www.demar.eel.usp.br/eletrônica/2010/Sensores_atuadores_piezoelétricos.pdf

² Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Termopar>

³ <http://www.peltier.com.br/produtos.htm>

O uso clássico desse tipo de célula é em fotômetros, luxímetros, calculadoras, relógios, etc. Há, modernamente, o uso de células fotovoltaicas como fonte de energia para aplicações maiores (iluminação, comunicação, etc) através dos painéis solares capazes de gerar 35W (2,15 A e 16,2 V) com uma dimensão de aproximadamente 0,40 m². [Boylestad, p.106]

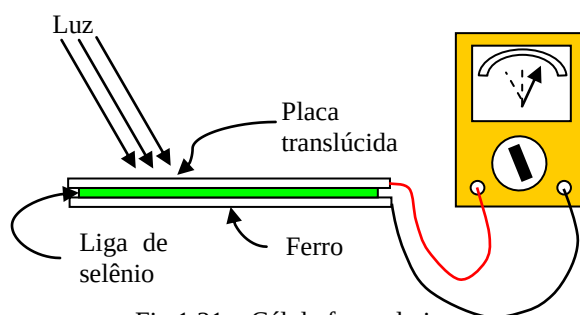


Fig.1.21 – Célula fotovoltaica

1.7.5 - Efeito eletroquímico

Todo o dispositivo que fornece energia elétrica através da ação química chama-se pilha elétrica. Um conjunto de pilhas é chamado de bateria. Uma pilha elétrica consiste em um recipiente, dois eletrodos de materiais diferentes e um eletrólito (líquido, pastoso ou gelatinoso) entre os eletrodos⁴. A ação química resultante faz com que um dos eletrodos fique carregado positivamente (falta de elétrons) e outro fique carregado negativamente (excesso de elétrons).

Existem dois tipos de pilhas. O primeiro tipo é a pilha primária, que depois de gasta é levada para reciclagem. Ela se gasta porque o processo químico que produz eletricidade é essencialmente irreversível e, portanto, não pode ser recarregada. O segundo tipo é a pilha secundária e é recarregável porque a reação química que produz eletricidade nessa pilha pode ser invertida, aplicando-se corrente no sentido oposto, para recarregar a pilha.

Esse tipo pode ser usado por um número

elevado de vezes.

Também se classificam as pilhas em secas ou úmidas. Na realidade, as pilhas secas não são secas, pois o eletrólito se apresenta como uma pasta ou gelatina. As pilhas úmidas usam eletrólito líquido.

Pilhas não recarregáveis

Destacam-se, entre outras, as seguintes pilhas e baterias não recarregáveis: pilhas e baterias secas de zinco-carvão, pilhas e baterias alcalinas de dióxido de manganês, pilhas e baterias de óxido de mercúrio, pilhas e baterias de óxido de prata, pilhas de lítio.

Será apenas abordada a pilha seca de zinco-carvão, por ser de uso muito comum.

A tensão de uma pilha zinco-carvão padrão é de 1,5 V. A pilha usa um cátodo de zinco (placa negativa) que é o próprio invólucro da pilha, um ânodo de dióxido de manganês (placa positiva) envolvendo um coletor que é um bastão de carvão e um eletrólito de cloreto de amônio e cloreto de zinco dissolvidos em água.

Quando a pilha seca fornece eletricidade, o recipiente de zinco e o eletrólito são gradualmente consumidos. Após o término do zinco utilizável e do eletrólito, a pilha não fornece mais carga e não é recarregável.

Devido ao baixo custo e ao pequeno peso e volume, são usadas em aparelhos e equipamentos portáteis. A Figura 1.22 a seguir detalha a construção de uma pilha zinco-carvão.

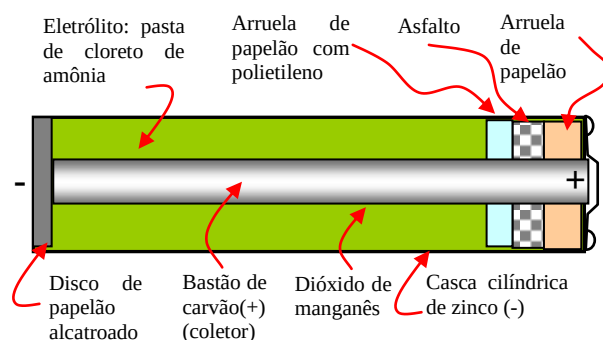


Fig.1.22 – Corte de uma pilha zinco-carvão

⁴ http://www.duracell.com.br/que_es_bateria.aspx#preg1
Van Valkenburgh - Eletrônica Básica do Estado Sólido;
Van Valkenburgh - Eletricidade Básica;
Gray-Wallace- Eletrotécnica - Princípios e Aplicações.

Pilhas recarregáveis

Apesar de haver diversas pilhas recarregáveis, será dada atenção apenas para a pilha chumbo-ácida que é universalmente usada em veículos automotores por armazenar grande quantidade de energia. O nome bateria chumbo-ácida se deriva do fato de possuir diversas pilhas (ou vasos) associados internamente.

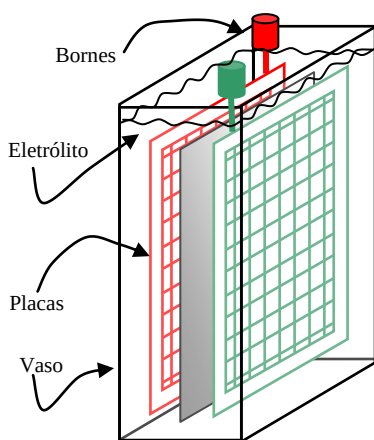


Fig.1.23 – Pilha chumbo-ácida

A placa positiva é de peróxido de chumbo, a negativa é de chumbo, e o eletrólito é o ácido sulfúrico produzindo cerca de 2 V cada vaso. A associação de 6 vasos em série produz a tensão padronizada de 12 V usada nos automóveis. Entre uma placa negativa e outra positiva, é colocado material isolante e inerte que serve para evitar contato acidental entre as placas.

O recipiente do acumulador chumbo-ácido é feito de ebonite ou plástico especial possuindo um espaço no fundo do vaso para coleta o sedimento formado pelo uso.

Durante a descarga, o ácido se enfraquece e as duas placas se transformam em sulfato de chumbo. Para carregar a bateria é aplicada corrente elétrica contínua em sentido contrário ao da descarga, e as placas e o ácido retornam à situação descrita acima.

1.7.6 - Indução eletromagnética

Até este momento, todos os processos de geração de eletricidade estudados possibilitam a obtenção de pequena quantidade de energia.

Para conseguir grande quantidade de energia elétrica ininterruptamente o processo utilizado é o da indução eletromagnética.

Quase toda a energia elétrica utilizada atualmente, é originada nos geradores rotativos das usinas sendo acionados por turbinas e motores Diesel. Em qualquer caso a energia elétrica que ele produz é resultante da ação de campo magnético sobre os condutores.

Um dos métodos pelos quais o magnetismo produz eletricidade é pelo movimento de um ímã nas proximidades de um condutor fixo. Se você ligar um instrumento sensível nas extremidades do condutor e movimentar um ímã nas proximidades, o ponteiro do medidor sofrerá uma deflexão. A deflexão do ponteiro indicará a produção de eletricidade no condutor.

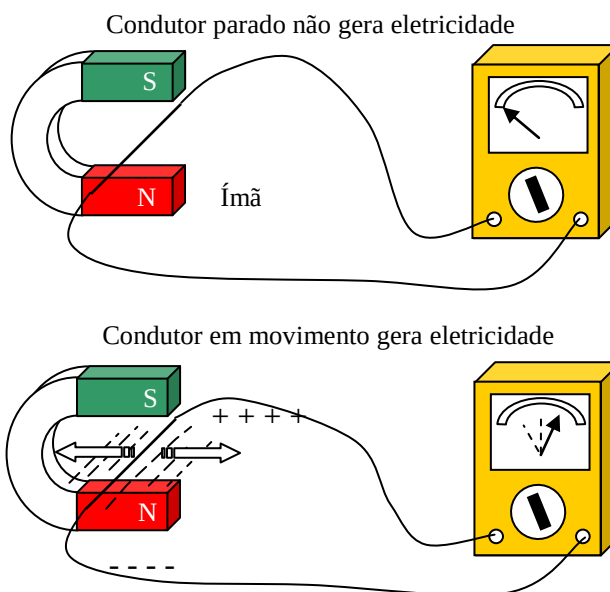


Fig.1.24 – Geração de eletricidade pela indução eletromagnética

Repetindo esse movimento e observando com maior atenção o medidor, você concluirá que só há deflexão do ponteiro quando o ímã é movimentado perto do condutor.

Colocando o ímã perto do condutor sem movimentá-lo, você observará que não haverá deflexão do ponteiro. Deslocando-se, entretanto, o ímã dessa posição, o medidor se movimentará e assim estará provado que ímã e condutor sozinhos não são capazes de produzir eletricidade. A fim de deslocar o ponteiro é necessário o movimento do ímã.

O movimento é necessário, porque o campo magnético do ímã só produz uma corrente elétrica em um condutor quando o campo magnético “corta” o condutor. Quando o ímã e o seu campo estiverem fixos, o campo não “cortará” o condutor e não provocará o movimento de elétrons.

As máquinas que usam este princípio são chamadas de geradores de CC (ou dínamos) ou geradores de CA (alternadores).

1.8 - A CARGA ELÉTRICA É QUANTIZADA

Sabe-se que em módulo (valor sem sinal) a carga elétrica de um próton é igual à carga elétrica de um elétron. Essa quantidade de carga elétrica, por constituir-se na menor porção de eletricidade existente num corpo, é denominada “**Carga elétrica elementar**”, a qual será representada pela letra **e**.

$$e \cong 1,6 \times 10^{-19} \text{C}$$

Assim, todas as outras quantidades de cargas elétricas serão múltiplos inteiros da quantidade de carga elétrica elementar. Por isso, dizemos que a carga elétrica é **quantizada**, isto é, é formada por um número inteiro de cargas elementares.

A partir do conhecimento da quantidade de carga elétrica elementar, podemos determinar a quantidade de carga elétrica de um corpo qualquer. Na Figura 1.25, a barra superior tem 5 elétrons e 2 prótons. No esquema inferior, a barra foi dividida em duas partes, A e B. Na parte A, o número de prótons é igual ao número de elétrons, de modo que a quantidade de carga elétrica correspondente é nula. Na parte B, estão indicados apenas os elétrons restantes, os quais

serão os responsáveis pelas manifestações elétricas.

Se tivéssemos apenas 1 elétron predominando, a quantidade de carga elétrica seria $1,6 \times 10^{-19} \text{C}$. Como temos 3 elétrons, basta multiplicarmos o valor anterior por 3, obtendo-se daí o valor da quantidade de carga elétrica do corpo, ou seja, uma carga negativa $q = (-) 4,8 \times 10^{-19} \text{C}$. Entre parênteses indica-se o sinal dessa carga (excesso de elétrons $\Rightarrow$ carga negativa).

Fazendo-se uma análise destes cálculos, notamos que a quantidade de carga elétrica de um corpo está associada à diferença entre o número de prótons e o número de elétrons que existem no corpo. Em função disto, podemos deduzir a seguinte expressão para o cálculo da quantidade de carga elétrica.

$$q = n \cdot e \quad (1.1)$$

Onde: q = quantidade de carga elétrica do corpo ou valor da carga elétrica (C);
 n = nº de elétrons (ou prótons) que o corpo tem em falta ou em excesso;
 e = carga elétrica elementar ($1,6 \times 10^{-19} \text{C}$).

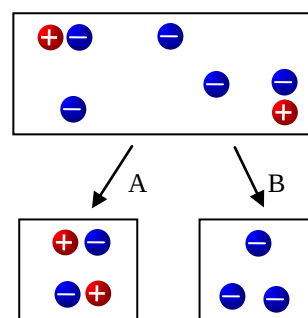


Fig.1.25 – A carga elétrica é quantizada

Devido às cargas elétricas e outras grandezas da eletricidade e do magnetismo serem representadas por números muito pequenos ou muito grandes, é apresentada a seguir uma tabela de múltiplos e submúltiplos que será extremamente útil.

Tabela 1.1 – Múltiplos e submúltiplos

Prefixo	Símbolo	Fator Multiplicador
Tera	T	10^{12}
Giga	G	10^9
Mega	M	10^6
quilo	k	10^3
hecto	h	10^2
deca	da	10^1
unidade	-	1
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}

Exemplo Resolvido 1.1:

Um certo corpo possui 100 prótons e 80 elétrons. Determine o valor da quantidade da carga elétrica existente no corpo.

$$N_p = 100$$

$$n_e = 80 \quad q = n \cdot e$$

$$n = n_p - n_e = 100 - 80 = 20$$

$$q = 20 \cdot 1,6 \times 10^{-19} \text{C}$$

$$q = 32 \times 10^{-19} \text{C}$$

Exemplo Resolvido 1.2: Um determinado corpo foi eletrizado por atrito, ficando com uma quantidade de carga final de $q = (-) 320 \mu\text{C}$. Determine qual o tipo e qual o número de partículas que predominam neste corpo.

$$Q = (-) 320 \mu\text{C} = (-) 320 \times 10^{-6} \text{C}$$

Como a carga é negativa, predominam os elétrons.

$$q = n \cdot e \Rightarrow n = q/e =$$

$$n = 320 \times 10^{-6} \text{C} / 1,6 \times 10^{-19} \text{C} =$$

$$n = 200 \times 10^{13} \text{ elétrons}$$

Questões e problemas

1.1 - Complete as lacunas a seguir:

a) Para que um corpo neutro se eletrize é necessário que ele _____ ou _____ elétrons.

b) Atritando-se um bastão de vidro com um pedaço de seda, ocorre uma passagem de _____ da(o) _____ para a(o) _____.

1.2 - Assinale, dentro dos parênteses, verdadeiro (V) ou falso (F).

- a) () Os elétrons situados na camada mais distante do núcleo podem vir a ser livres.
- b) () A carga elétrica do núcleo de um átomo é positiva.
- c) () Mesmo desprezando-se o sinal, a quantidade de carga elétrica de um próton é diferente da quantidade de carga elétrica de um elétron.
- d) () A eletrosfera de um átomo é uma região eletrizada positivamente.
- e) () Quando um átomo eletriza-se positivamente, é sinal de que ele ganhou prótons.

1.3 - Responda as perguntas a seguir:

- a) Enuncie a Regra de Du Fay.
- b) Cite os processos possíveis de se eletrizar um corpo.
- c) Cite três aplicações para o uso da piezoelectricidade.
- d) Descreva um termopar e cite suas aplicações.
- e) Cite o processo de geração de eletricidade para uso urbano.
- f) Dê o significado da expressão “carga elétrica elementar”.

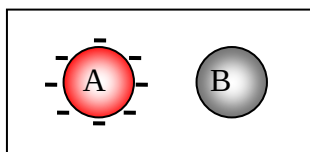
1.4 - Numere a coluna da direita de acordo com a da esquerda.

1 – unidade de carga elétrica	()	Cátion
2 – íon positivo	()	Ânion
3 – íon negativo	()	Átomo neutro
4 – nº de elétrons = nº de prótons	()	Coulomb
5 – carga elétrica elementar	()	$1,6 \times 10^{-19} \text{C}$

1.5 - Assinale a afirmativa errada:

- () O que determina a quantidade de carga elétrica de um corpo é a diferença entre o nº de nêutrons e o nº de prótons.
- () A quantidade de carga elétrica de um corpo isolado é constante.
- () Na eletrização por atrito, de dois corpos neutros, a quantidade de carga elétrica final nos corpos é a mesma, em módulo.
- () A quantidade de carga elétrica é quantizada, pois ela varia sempre em múltiplos inteiros da carga elétrica elementar.
- () Um corpo neutro isolado não tem condições de se eletrizar.

1.6 - Ao lado temos duas esferas “A” e “B”, sendo que A está eletrizada negativamente e B



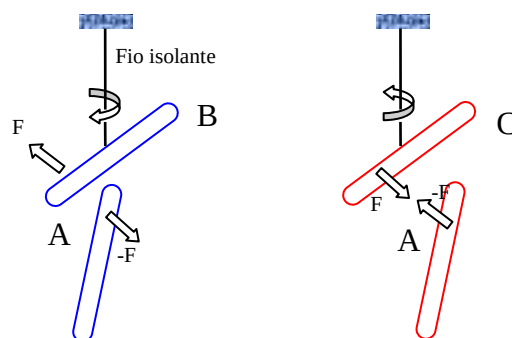
está neutra. Se elas forem colocadas em contato, podemos afirmar que:

- B** irá eletrizar-se positivamente;
- Toda a carga de **A** passará para **B**;
- B** continuará sem carga elétrica;
- A carga da esfera **A** diminuirá um pouco;
- A carga total do sistema mudará.

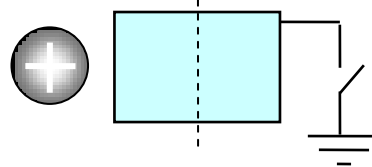
1.7 - Faça as transformações solicitadas a seguir:

- $500 \text{mC} = \text{___} \text{C}$
- $0,004 \text{C} = \text{___} \text{mC}$
- $0,00002 \text{C} = \text{___} \mu\text{C}$
- $0,001 \times 10^{-6} \text{C} = \text{___} \text{nC}$

1.8 - Na figura dada, os três bastões (A, B e C) estão eletrizados. O bastão **B** é repelido pelo bastão **A**, enquanto o bastão **C** é atraído pelo mesmo bastão. O que acontecerá se aproximarmos o bastão **B** do bastão **C**?



1.9 - No desenho abaixo temos uma esfera eletrizada com carga positiva elevada.



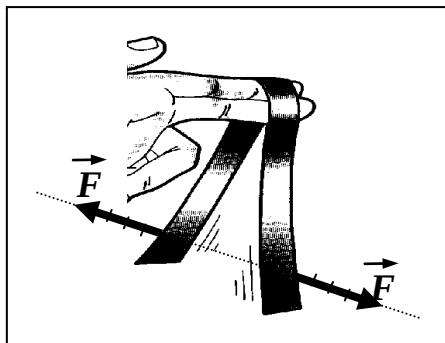
a) Indique no objeto neutro (retângulo) à direita o posicionamento aproximado dos elétrons e prótons.

b) Se, num segundo momento, fizermos um contato com a terra, haverá algum deslocamento de elétrons pelo fio terra? Em caso afirmativo, em qual sentido eles irão se deslocar?

c) Se, num terceiro momento, desfizermos o contato com a terra, em que estado ficará o objeto retangular? Qual a denominação do corpo que provocou e a do que sofreu a eletrização?

1.10 - Têm-se três esferas idênticas e isoladas uma da outra (A, B e C). Duas delas estão carregadas (A e B), sendo que a carga em cada uma destas esferas vale Q e a terceira esfera (C) está neutra. A esfera C é colocada em contato, primeiro, com a esfera A. Logo em seguida, este contato é desfeito e a esfera C é colocada em contato com a esfera B. Finalmente, as esferas são novamente isoladas umas das outras. Qual a carga elétrica que fica armazenada na esfera C?

- 1.11 - Suponha que um pedaço de lã foi atritado nas extremidades de um pedaço de plástico e, logo a seguir, este plástico foi suspenso no ar, de acordo com o desenho.



Justifique, com detalhes, o aparecimento de uma força de repulsão entre as extremidades da tira de plástico.

- 1.12 - Determinado corpo contém 80 prótons e 50 elétrons. Calcular o valor da quantidade de carga elétrica existente no corpo.
- 1.13 - Ao se eletrizar, um corpo recebeu 60×10^{20} elétrons. Qual é o valor da quantidade de carga elétrica adquirida pelo corpo?
- 1.14 - Um átomo de cobre (29 elétrons em condições normais) foi ionizado ao ganhar 7 elétrons. Qual é o valor da quantidade de carga elétrica do átomo?
- 1.15 - Se em vez de ganhar 7 elétrons, o átomo do exercício anterior, tivesse perdido 12 elétrons, qual seria o novo valor da quantidade de carga elétrica adquirida pelo átomo?
- 1.16 - Um corpo adquiriu uma carga negativa de $640 \times 10^{-19} \text{C}$. Determinar o número de elétrons responsáveis por esta carga.
- 1.17 - Um corpo adquiriu uma carga positiva de $900 \mu\text{C}$. O corpo ganhou ou perdeu elétrons? Quantos?

Respostas selecionadas

- 1.1 – a) ganhe ou perca;
b) elétrons, vidro, pedaço de seda.
- 1.2 – V, V, F, F, F
- 1.3 – Veja no texto.
- 1.4 - 2, 3, 4, 1, 5
- 1.5 - a)
- 1.6 – d)
- 1.7 – 0,5 C; 4,0 mC; 20 μC ; 1,0 nC
- 1.8 – atração
- 1.9 – esquerda: elétrons; direita: prótons
- 1.10 - $q_C = 0,75.Q$
- 1.11 – as cargas das duas pontas da tira são iguais e se repelem.
- 1.12 - $q = (+) 48 \times 10^{-19} \text{C}$
- 1.13 - $q = (-) 960 \text{C}$
- 1.14 - $q = (-) 11,2 \times 10^{-19} \text{C}$
- 1.15 - $q = (+) 19,2 \times 10^{-19} \text{C}$
- 1.16 - $n = 400$ elétrons
- 1.17 - Perdeu elétrons ($n = 562,5 \times 10^{13}$)

Capítulo II - LEI DE COULOMB E CAMPO ELÉTRICO

Charles Augustin de Coulomb (1736-1806)

Engenheiro de formação, ele foi principalmente físico. Publicou 7 tratados sobre a Eletricidade e o Magnetismo, e outros sobre os fenômenos de torção, o atrito entre sólidos, etc.

Experimentador genial e rigoroso, realizou uma experiência histórica com uma balança de torção para determinar a força exercida entre duas cargas elétricas.

Em fevereiro de 1760, Coulomb entrou na “École Génie” onde viria a se formar engenheiro militar em novembro de 1761.

Seu primeiro trabalho, “*Sur une application des règles, de maximis et minimis à quelque problèmes de statique, relatifs à l’architecture*”, contribuiu muito para a utilização de cálculos precisos na área de engenharia. Em um de seus trabalhos mais famosos, esse engenheiro francês trata do equilíbrio de torção. Nesse, mostra como a torção poder viabilizar medidas de forças muito pequenas com grande precisão e descreve um método que utiliza fibras de diversos materiais, que foi um aperfeiçoamento da balança de torção, utilizada por Cavendish para medir a atração gravitacional. Utilizando a metodologia de medir forças através da torção, Coulomb estabeleceu a relação entre força elétrica, quantidade de carga e distância (Lei de Coulomb), enfatizando a semelhança desta com a teoria de Isaac Newton para a gravitação, que estabelece a relação entre a força gravitacional e a quantidade de massa e distância. Além disso, estudou as cargas elétricas pontuais e a distribuição de cargas em superfícies de corpos carregados. Seu nome é usado como unidade de carga elétrica no Sistema Internacional de Unidades.

[http://pt.wikipedia.org/wiki/Charles_Augustin_de_Coulomb]



2.1 – LEI DE COULOMB

Por que um bastão de vidro (ou um cano de PVC, ou uma régua de plástico) atrai pequenos pedaços de papel ou isopor?

A resposta só é possível admitindo-se que o bastão “aplica” uma força nos pequenos fragmentos de papel. Essa força, que age à distância, é denominada de força eletrostática.

Imagine uma tira de plástico comum suspensa no ar, conforme figura ao lado. Considerando que o plástico está em condições normais (não eletrizado), não teríamos nenhuma interação (ação recíproca) entre suas extremidades do plástico.

Agora, considere que houve um atrito entre as pontas do plástico e um pedaço de lã. Se, em seguida, o plástico for suspenso novamente com o suporte isolante, perceberíamos uma repulsão entre suas extremidades.

Isso resulta das forças de origem eletrostática. Tal fenômeno é chamado de interação à distância.

Que o bastão de vidro eletrizado, citado no início, age sobre os pequenos fragmentos de papel não há dúvida, porém também temos que admitir que os citados fragmentos, para sofrerem ação de força, precisam estar parcialmente eletrizados (por indução eletrostática).

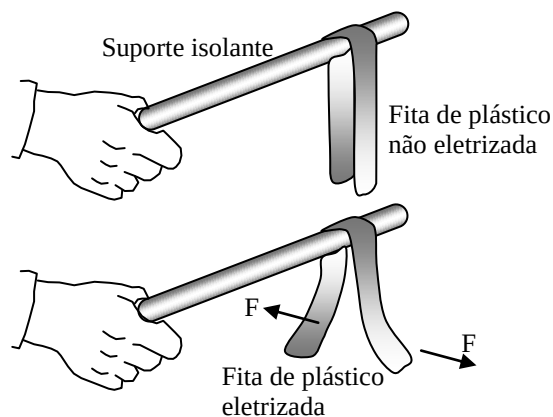


Fig.2.1 – Forças eletrostáticas

Se estão parcialmente eletrizados também possuem a propriedade de atrair.

Logo, o fenômeno desencadeia uma ação recíproca: “um age sobre o outro e o outro age sobre o um”. O raciocínio sobre as pontas do plástico é semelhante, porém a interação se dá através de forças de repulsão.

Se analisarmos a força de repulsão entre as tiras do plástico, concluiremos que são duas forças, e que possuem duas características comuns: têm a **mesma direção** e a **mesma intensidade** (ou **módulo**). Não perca de vista que agem em corpos diferentes e que as orientações ou **sentidos** de atuação (vide pontas das flechas) das forças, são **contrários**. Pelo discutido, concluímos que as forças de atração ou de repulsão, entre cargas elétricas, são grandezas do tipo vetorial.

Em função exclusivamente da facilidade de escrita, a característica vetorial das grandezas será identificada ou pelo uso de **negrito** no símbolo da grandeza ou pelo uso de uma **flecha** sobre o símbolo da mesma.

A **direção** da força elétrica entre duas cargas puntiformes ou pontuais (cargas que estão distribuídas num corpo, cujo volume não é levado em consideração), é a reta onde está contido o segmento que une as duas cargas. O **sentido** dessa força depende dos sinais das cargas.

Dos nossos comentários fica claro que:

- a interação elétrica ocorre à distância;
- a intensidade da interação elétrica diminui à medida que as cargas são afastadas umas das outras, e aumenta quando as cargas se aproximam umas das outras;
- quando no atrito da lã com o plástico, conseguimos “eletricidade mais forte” (carga elétrica maior), as forças de atração ou de repulsão (plástico x plástico) são maiores.

Charles Augustin de Coulomb, em 1785, analisando a interação entre cargas elétricas puntiformes através de suas experiências com a balança de torção chegou à conclusão que:

- 1- a intensidade das forças é diretamente proporcional ao produto dos valores absolutos das cargas; $F \propto q_1 \cdot q_2$
- 2- a intensidade das forças é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as cargas; $F \propto 1/d^2$
- 3- a intensidade das forças depende diretamente do meio que envolve as cargas.

Podemos associar as relações citadas,

obtendo: $F \propto k_0 \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$

Como sabemos, podemos transformar essa relação em uma igualdade introduzindo-se nela uma constante de proporcionalidade adequada. Se o meio for o vácuo (ou o ar), a constante será:

$$k_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (2.1)$$

Onde: ϵ_0 = permissividade do vácuo
($\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$ F/m).

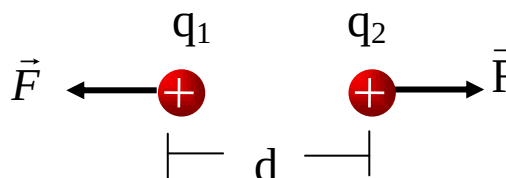


Fig.2.2 – Lei de Coulomb

Assim temos $k_0 = 8,99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ que, aproximando, nos leva a $k_0 = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

A relação que caracteriza a lei de Coulomb está mostrada abaixo.

$$F = k_0 \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2} \quad (2.2)$$

Onde: F = Força entre cargas (N);

q_1, q_2 = Cargas (C);

k_0 = Constante de proporcionalidade do vácuo (ou do ar) (Nm^2/C^2)

Exemplo resolvido 2.1: Duas esferas possuem cargas de $+2,0 \mu\text{C}$ e estão dispostas no vácuo a uma distância de $3,0 \text{ cm}$ uma da outra. Calcular a força de repulsão entre elas.

Solução:
$$F = k_o \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2} =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{(3 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2} = 40 \text{ N}$$

Se o sistema de cargas contiver mais do que duas cargas, devemos obter as forças sobre uma carga (Q_1 , por exemplo) tomando as outras cargas, uma de cada vez, como se as outras não existissem e depois somar vetorialmente as forças.

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14} + \dots \quad (2.3)$$

2.2 - CAMPOS GRAVITACIONAL E MAGNÉTICO

Sabe-se que cargas elétricas exercem forças entre si, sendo que cargas de mesmo sinal se repelem e de sinais contrários se atraem. Este efeito de atração ou repulsão é consequência do “**Campo Elétrico**” existente na região onde as cargas estão colocadas.

Para entender mais facilmente o conceito de campo elétrico é conveniente fazer uma analogia com o conceito de campo gravitacional.



Fig.2.3 – Campo gravitacional terrestre

A todo o momento assistimos manifestações do campo gravitacional terrestre, de modo que sabemos, por experiência, que um corpo abandonado nas proximidades da superfície terrestre irá cair. A Terra modifica as propriedades do espaço que a circunda, criando o que se chama de **campo gravitacional terrestre**, fazendo com que uma certa massa, situada num ponto desse campo, seja atraída em direção ao centro da Terra.

Do mesmo modo que o campo gravitacional dá origem a forças, existe também o **campo magnético**. Verifica-se que um ímã possui a propriedade de interagir com outros ímãs ou limalhas de ferro. Essa interação se manifesta à distância e, por essa razão, dizemos que as limalhas estão sob a ação do campo magnético do ímã.

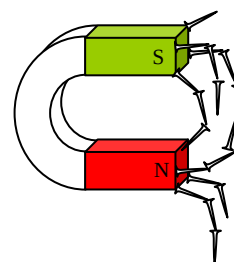


Fig.2.4 – Campo magnético de ímã permanente

O campo magnético é invisível, mas é percebido pelos seus efeitos, isto é, pelas forças sobre as limalhas. Podemos dizer que um ímã modifica o espaço que o circunda, criando o campo magnético que faz com que um outro ímã situado num ponto deste campo seja atraído ou repellido.

2.3 - CAMPO ELÉTRICO

a) Introdução

A existência de um campo elétrico está intimamente ligada à presença de corpos eletrizados. Quando uma carga elétrica é colocada numa região onde existe um campo elétrico, ela sofrerá a ação de uma força elétrica, a qual tenderá a movimentá-la.

A diferença básica entre as forças elétricas e as forças gravitacionais é que estas últimas são sempre de atração, enquanto que as primeiras podem ser de atração ou de repulsão.

“Diz-se que existe um campo elétrico numa certa região do espaço, quando uma carga elétrica ali colocada, sofrer a ação de uma força.”

Na Figura 2.5 temos uma carga elétrica $(+)Q$. Desejando-se analisar o campo elétrico no ponto P, coloca-se aí, uma carga de prova $(+)q$.

Logo, se a carga $(+)q$ colocada em P ficar submetida a uma força elétrica, podemos afirmar que no referido ponto existe um campo elétrico. A carga Q é chamada de carga criadora do campo e a carga elétrica $(+)q$ utilizada para o ensaio (prova) é denominada de carga de prova.

Normalmente, a carga de prova $(+)q$ possui um valor infinitamente pequeno em relação à carga $(+)Q$ criadora do campo. Assim, o campo elétrico no ponto analisado sofre uma influência desprezível em função da introdução desta carga de prova.

Se a carga elétrica $(+)q$ for retirada do ponto P, continuará existindo campo elétrico neste ponto, pois conforme foi explicado anteriormente, o campo elétrico em questão é produzido por $(+)Q$, independentemente da presença ou não da carga de prova q .

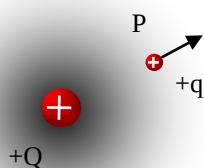


Fig.2.5 – Carga criadora de campo e carga de prova

b) Intensidade de Campo Elétrico (E)

Sabemos que, se um pequeno corpo está carregado com uma carga $(+)Q$, ele dá origem a um campo elétrico nas suas proximidades. Verifica-se experimentalmente que, se um outro pequeno corpo com uma carga $(+)q$ for colocado

num ponto P, próximo ao primeiro (conforme Figura 2.5), ficará submetido a uma força F .

A força F tem a direção da linha que une os dois corpos e seu sentido depende dos sinais das cargas elétricas envolvidas. No caso da Figura 2.6 ambas têm o mesmo sinal e assim a força é de repulsão.

Se agora colocarmos no ponto P um segundo corpo com uma carga $(+)2q$, este sofrerá a ação de uma força de intensidade duas vezes maior que a primeira, isto é, $2F$ e assim sucessivamente.

Assim, a força que age sobre um corpo carregado, colocado num ponto determinado de um campo elétrico, é diretamente proporcional ao valor da carga elétrica colocada em P.

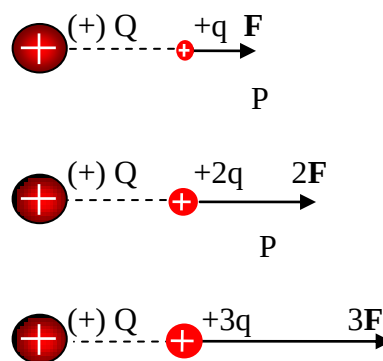


Fig.2.6 – Definição de intensidade de campo elétrico

Assim, para certo ponto de um campo elétrico, a relação entre a força elétrica e o valor da carga de prova é um valor constante.

Essa constante caracteriza quantitativamente o campo elétrico naquele ponto e é chamada de **intensidade de campo elétrico (E)**.

Logo, tem-se, por definição:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (2.4)$$

O resultado dessa divisão nos fornece a força por unidade de carga colocada no ponto.

Se colocarmos no mesmo ponto uma carga extremamente pequena, por exemplo, $(+)0,001q$, irá sofrer a ação de uma força proporcionalmente menor, porém a relação entre força e a carga permanece constante. Assim podemos intuir que o valor do campo naquele ponto é uma constante e só depende da carga criadora e da sua distância ao ponto.

No Sistema Internacional de Unidades a força é medida em Newton (N) e a carga em Coulomb (C). Portanto, a unidade da intensidade de campo elétrico será N/C. Mais adiante provaremos que N/C é equivalente a V/m, que é a unidade de campo elétrico usada no SI.

A intensidade de um campo elétrico num ponto do espaço é de 1N/C, se uma carga de prova de 1C, ali colocada, fica submetida a uma força de 1N.

c) Direção e sentido do campo elétrico E

O campo elétrico é uma grandeza vetorial, isto é, possui um módulo (ou intensidade), uma direção e um sentido. O campo elétrico **E** tem sempre a mesma direção da força **F**, independentemente do tipo de carga de prova.

Na equação $\mathbf{F} = \mathbf{E} \cdot q$, verificamos que o produto de um número q (carga elétrica) por um vetor **E** (campo elétrico) resulta num outro vetor **F** (força) com as seguintes condições:

- Se q for positiva, a força (**F**) tem o mesmo sentido do campo elétrico (**E**);
- Se q for negativa, a força (**F**) e o campo elétrico (**E**) tem sentidos contrários;

Sentido do campo elétrico produzido por Q

O sentido do vetor campo elétrico depende do sinal da carga que origina o campo, conforme demonstramos a seguir:

1º) Carga Q criadora do campo é positiva

Assumindo que a carga de prova q é positiva a força **F** será de repulsão (para a direita) e o sentido de **E** será o mesmo de **F**.

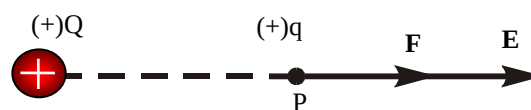


Fig.2.7 – Sentido do campo elétrico

Percebe-se que uma carga $(+)Q$ produz um campo elétrico sempre de “afastamento” para as cargas de prova positivas ali colocadas.

O campo elétrico em torno de um corpo carregado é comumente representado por linhas de força.

Essas linhas imaginárias, que nunca se cruzam, são usadas para dar uma idéia visual do campo numa zona de espaço. Assim, elas nos ajudam a compreender o que acontece quando os campos atuam em conjunto.

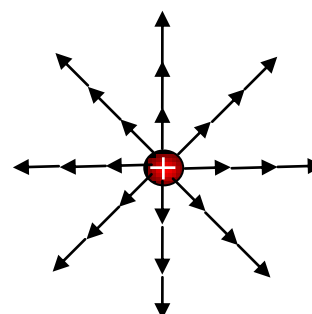


Fig.2.8 – Linhas de força do campo elétrico

2º) Carga Q criadora do campo é negativa

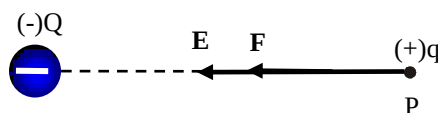


Fig.2.9 – Sentido do campo elétrico de carga criadora negativa

A força **F** será de atração (para a esquerda) e o campo elétrico **E** tem o mesmo sentido de **F**, pois q é positiva.

Percebe-se que uma carga negativa $(-)Q$ produz um campo elétrico sempre de “aproximação” para cargas de prova positivas.

Ao lado temos a representação de um campo produzido por uma carga negativa, através de suas linhas de força.

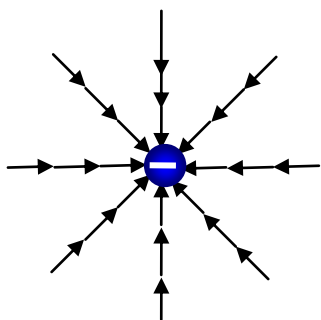
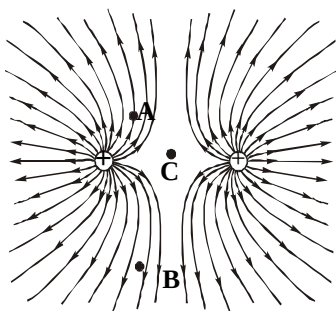
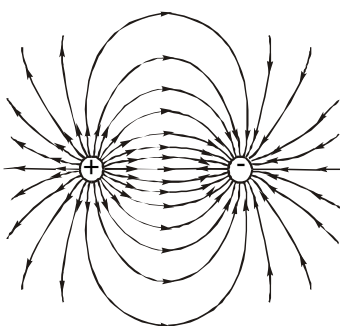


Fig.2.10 – Linhas do campo elétrico de carga criadora negativa

Abaixo, temos algumas configurações de campos elétricos. Na região onde as linhas de força estão mais próximas, o campo elétrico é mais intenso. Portanto, no esquema à esquerda, temos em **A** um campo maior do que em **B** e em **C** o campo elétrico é nulo.



Par de cargas de mesmo módulo e mesmo sinal



Par de cargas de mesmo módulo e sinais opostos

Fig.2.11 – Alguns espectros de campo elétrico com cargas positivas e negativas

Na Figura 2.12, está representado um “campo elétrico uniforme”. Esse campo tem o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido em todos os pontos situados entre as placas eletrizadas.

Estas placas condutoras estão carregadas com cargas de mesmo valor, mas de sinais opostos.

As linhas de força desse campo são retas paralelas e igualmente espaçadas entre si.

Este tipo de configuração é típico dos capacitores planos.

Abordagens mais aprofundadas sobre campos elétricos são realizadas em estudos mais específicos e rigorosos como ocorre na Teoria Eletromagnética¹ onde é aplicado um ferramental matemático mais completo que foge ao escopo pretendido neste trabalho.

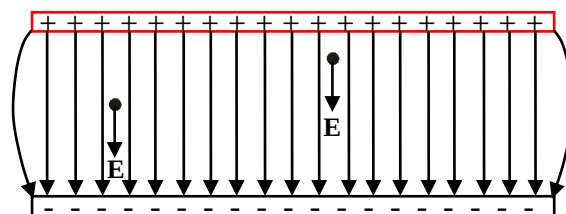


Fig.2.12 – Campo elétrico uniforme

Exemplo Resolvido 2.2:

Num determinado ponto do espaço, existe um campo elétrico, cuja direção é vertical e cujo sentido é para baixo. Colocando-se nesse ponto uma carga elétrica positiva de $3\mu\text{C}$, ela ficará submetida a uma força elétrica de 6N .

Determine o módulo (valor numérico) da intensidade de campo elétrico e diga também a direção e o sentido da força elétrica.

Solução:

$$q = 3 \mu\text{C} = 3 \times 10^{-6} \text{C}; F = 6 \text{ N}; E = ?$$

$$E = \frac{F}{q} = \frac{6\text{N}}{3 \times 10^{-6} \text{C}} = 2 \times 10^6 \text{ N/C}$$

¹ RESNICK, HALIDAY, KRANE – Física III;
HAYT – Eletromagnetismo;
ULABY - Eletromagnetismo para Engenheiros;
SADIKU – Elementos de Eletromagnetismo.

Obs.: Sabe-se que E é vertical para baixo. Logo a origem deste campo poderá ser, como exemplo, uma das três situações representadas a seguir:

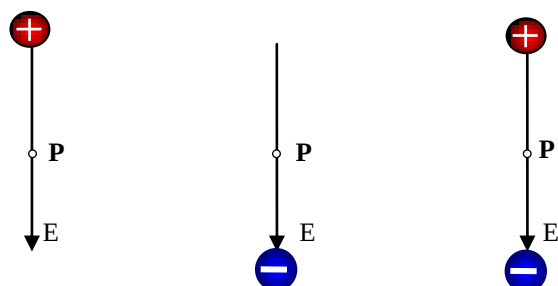


Fig.2.13 – a) Campos produzidos por: a) carga positiva; b) carga negativa; c) uma carga positiva e uma negativa

Assim sendo, se colocarmos uma carga positiva no interior desse campo elétrico, ela tenderá a deslocar-se para baixo, ou seja, ela ficará submetida a uma força elétrica de direção VERTICAL e sentido PARA BAIXO.

Isso é lógico, pois esta carga positiva será, ou repelida pela carga positiva de cima (caso a) ou atraída pela carga negativa de baixo (caso b), ou ainda repelida pela positiva de cima e, simultaneamente, atraída pela negativa de baixo (caso c).

Nos esquemas mostrados na Figura 2.14, está indicada a representação da força em cada caso.

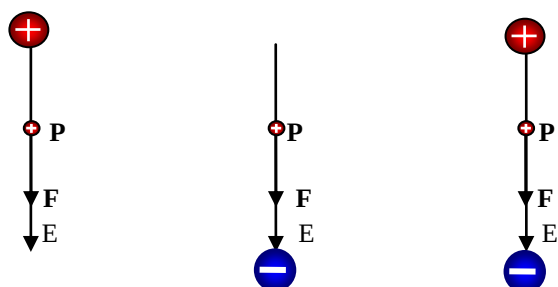


Fig.2.14 – Determinação do sentido da força elétrica

2.4 - RIGIDEZ DIELETRICA

Vamos imaginar que um campo elétrico seja aplicado a um isolante, de acordo com a Figura 2.15.

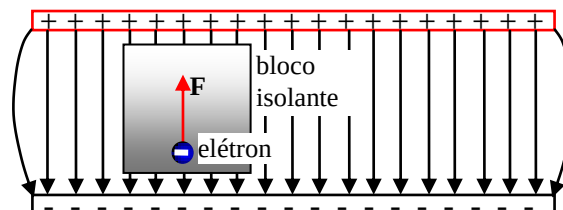


Fig.2.15 – Isolante sob campo elétrico

Nessas condições, uma força elétrica atuará sobre seus elétrons, tendendo a arrancá-los de seus respectivos átomos. Isso ocorrerá quando a intensidade do campo elétrico atingir um valor elevado, o qual ocasionará uma força de valor suficiente para arrancar alguns elétrons dos átomos.

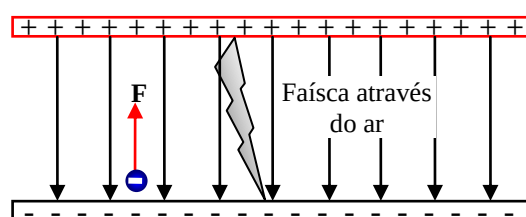


Fig.2.16 – Rigidez do ar e a faísca

Então, o material possui agora um número elevado de elétrons livres, transformando-se, portanto, num bom condutor de eletricidade.

“Rigidez dielétrica é o maior valor do campo elétrico que pode ser aplicado a um isolante sem que ele se torne condutor.

O valor da rigidez dielétrica varia de um material para outro. Vamos considerar, por exemplo, duas placas eletrizadas com cargas iguais, mas de sinais contrários, separadas por uma camada de ar. As duas placas são paralelas entre si e o campo elétrico entre elas é uniforme. Se o campo criado por estas placas for inferior a $3 \times 10^6 \text{ N/C}$ (valor da rigidez dielétrica do ar), o ar permanecerá como isolante. Entretanto, se o campo elétrico ultrapassar este valor, o ar se

tornará condutor, possibilitando que íons movimentem-se através do espaço.

Este movimento de cargas é chamado de descarga elétrica, a qual vem acompanhada de uma centelha e de um pequeno ruído causado pela expansão do ar que se aquece com a descarga.

Portanto, sempre que observamos uma “faísca elétrica” saltar de um corpo para outro (do pente para o cabelo, de uma roupa de nylon para o corpo, entre os terminais de um interruptor, etc.), podemos concluir que a rigidez elétrica do ar situado entre estes corpos foi ultrapassada e ele se tornou momentaneamente um condutor.

Vamos analisar agora o caso prático das descargas elétricas que ocorrem em dias de tempestades. Em tal situação, verifica-se a existência de uma separação de cargas, ficando, por exemplo, uma nuvem eletrizada positivamente e a outra eletrizada negativamente.

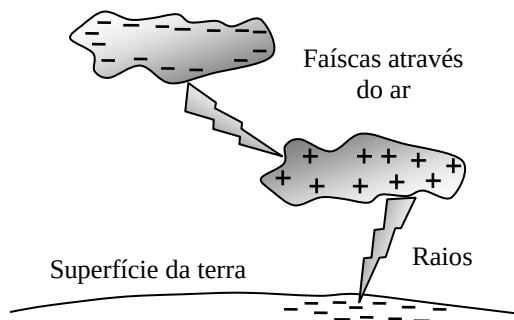


Fig.2.17 – Descargas de origem atmosférica

Analisando a Figura 2.17, podemos deduzir que entre as nuvens surge um campo elétrico. Além disso, estando a nuvem mais baixa com carga positiva, ela irá induzir uma carga negativa na superfície da Terra e, portanto, entre esta nuvem e a Terra estabelece-se também um campo elétrico. À medida que aumentam as cargas elétricas nas nuvens, as intensidades dos campos vão aumentando, acabando por ultrapassar o valor da rigidez dielétrica do ar. Quando isto acontece, o ar torna-se condutor, ocasionando uma descarga elétrica, ou seja, um raio.

2.5 - PODER DAS PONTAS

Um fenômeno interessante relacionado com o conceito de rigidez dielétrica é o que se refere ao poder das pontas. A quantidade de carga existente por unidade de área (densidade) num condutor depende de sua forma geométrica e é maior nas regiões mais afastadas do centro.

Assim, em uma esfera condutora eletrizada, a concentração das cargas é a mesma em todos os pontos de sua superfície, mas em um condutor cuja superfície apresenta formato variável a densidade de cargas é muito maior nas regiões pontiagudas (Figura 2.18).

Se aumentarmos a carga elétrica no condutor metálico, a intensidade do campo elétrico em torno dele também irá aumentar.

É fácil percebermos que na região mais pontiaguda o valor da rigidez dielétrica do ar será ultrapassado antes que isto ocorra nas demais regiões.

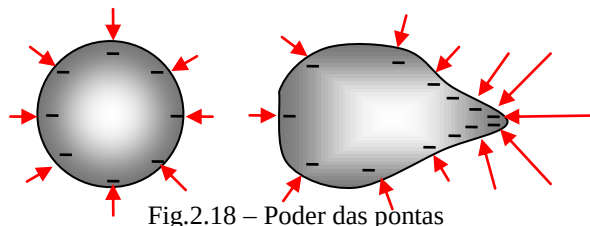


Fig.2.18 – Poder das pontas

O poder das pontas encontra uma importante aplicação na construção dos para-raios tipo Franklin. Esse dispositivo consiste essencialmente numa ponta metálica que deve ser colocada no ponto mais elevado do local a ser protegido. O para-raios é ligado à Terra por meio de um cabo condutor.

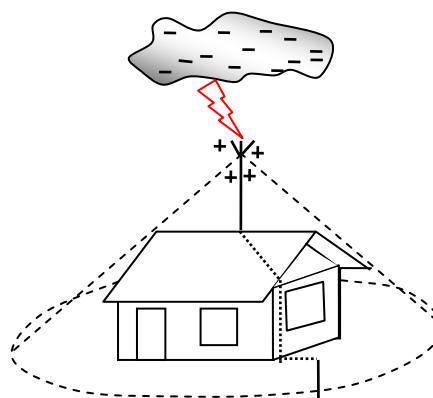


Fig.2.19 – Para-raios tipo Franklin

Quando uma nuvem elétrica passa sobre o local, o campo elétrico estabelecido entre a nuvem e a Terra torna-se muito intenso. Então, o ar se ioniza, tornando-se condutor, fazendo com que a descarga elétrica (raio) se processe através da ponta do para-raios, e assim as cargas elétricas podem ser transferidas para a Terra ou para as nuvens sem causar danos.

Existe maior probabilidade do raio cair no para-raios do que em outro local da vizinhança.

Por norma a “região de proteção” de um para-raios é um cone centrado no para-raios dentro do qual deve estar o prédio a ser protegido².

Convém lembrar que em dias de tempestade é preferível molhar-se do que ficar sob uma árvore ou qualquer outra cobertura que possa funcionar como um para-raios inoportuno.

2.6 - BLINDAGEM ELETROSTÁTICA

Nos corpos condutores carregados eletricamente, percebe-se que as cargas elétricas em excesso se repelem, ficando o mais distante possível uma das outras. Por este motivo as cargas vão se depositar na superfície dos condutores atingindo em seguida seu estado de equilíbrio eletrostático que é o estado de repouso das mesmas. Como as cargas estão paradas é sinal de que a força resultante que atua sobre eles é nula. Com isto pode-se afirmar o campo elétrico no interior do condutor também será nulo pois $F = q.E$.

Um condutor, em equilíbrio eletrostático, mesmo carregado, possui campo elétrico sempre nulo no seu interior.

Blindar significa proteger um corpo de influências elétricas externas (Figura 2.20).

Portanto para blindar o aparelho (A) contra as influências do campo E_1 , colocamos

no seu redor ele uma caixa ou uma malha condutora.

Como, no interior dessa casca condutora o campo elétrico é nulo, o aparelho A não será afetado por nenhum efeito elétrico externo.

Isso se deve ao fato que o deslocamento de cargas na capa gera outro campo elétrico (E_2) que cancela o campo elétrico no local onde está o objeto a ser protegido.

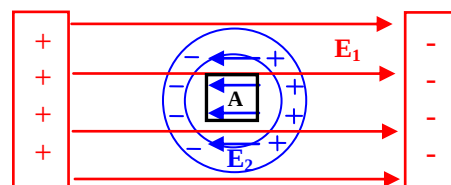


Fig. 2.20 – Blindagem eletrostática

Em meados do século XIX, o físico inglês Michael Faraday construiu uma grande gaiola de metal que era isolada da Terra. Ficou no seu interior com um eletroscópio e pediu que a eletrizassem (Figura 2.21). Foi muito curioso, pois saíam faíscas da gaiola mas Faraday nada sofreu, nem o eletroscópio que levava consigo detectou qualquer carga. Esse experimento arrojado deu origem à famosa “gaiola de Faraday”³.

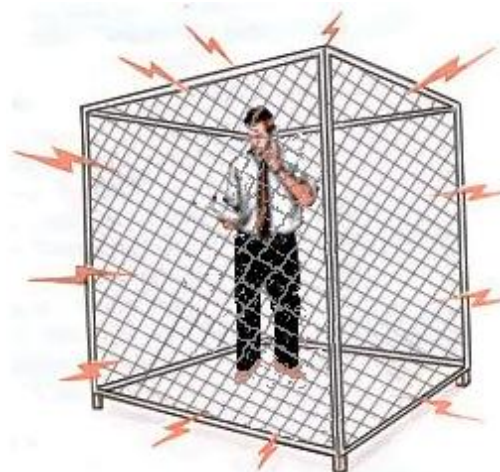


Fig.2.21 – Gaiola de Faraday

Se um carro for atingido por um raio ou por um cabo de alta tensão, por exemplo, as pessoas que se mantiverem no seu interior nada sofrerão,

² NBR 5419/2001: Proteção de estruturas contra descargas atmosféricas.

³Disponível em: <http://kawanamu.blogspot.com/2011/01/como-fazer-uma-gaiola-de-faraday.html>

porque a estrutura metálica do carro blindo o seu interior de qualquer influência elétrica externa.

Hoje a gaiola de Faraday é utilizada como uma roupa por eletricitistas de linha viva que trabalham ao potencial dos cabos.

Outra aplicação prática desse fenômeno consiste no uso de sacos de blindagem contra eletricidade estática para transporte de componentes eletrônicos sensíveis. Em redes de TV a cabo, existe uma capa metálica externa, que também tem a função de efetuar uma blindagem, ou seja, ela isola os fios internos de alguma influência elétrica que poderia perturbar a transmissão de informações.

Questões e problemas

2.1- A Lei de Coulomb afirma que a intensidade da força de interação entre duas cargas pontuais, q_1 e q_2 , separadas por uma determinada distância, é:

- a) inversamente proporcional à distância.
- b) diretamente proporcional à distância.
- c) inversamente proporcional ao quadrado da distância.
- d) diretamente proporcional ao quadrado da distância.

2.2 - A intensidade da força elétrica entre duas cargas elétricas puntiformes, q_1 e q_2 , separadas por uma certa distância d , depende:

- a) somente da distância d e das cargas q_1 e q_2 .
- b) somente das cargas q_1 e q_2 .
- c) das cargas q_1 e q_2 , da distância d e do meio onde elas se situam.
- d) somente da distância e do meio onde elas se situam.

2.3 - Duas cargas elétricas puntiformes, q_1 e q_2 , separadas por uma certa distância d , interagem com força de intensidade F . Se uma das cargas duplicar, a força F :

- a) também duplica.
- b) se reduz à quarta parte.
- c) se reduz à metade
- d) quadruplica.

2.4 - A intensidade da força de interação entre duas cargas elétricas pontuais q_1 e q_2 , é F , quando separadas por uma certa distância. Se q_1 duplicar e q_2 se reduzir à metade, a força passará a ser F_2 . Pode-se afirmar que:

- a) $F_2 = 2F$
- b) $F_2 = 4F$
- c) $F_2 = F$
- d) $F_2 = F/2$

A força de interação entre duas cargas, q_1 e q_2 , quando separadas pela distância d , tem intensidade F . (Este enunciado se refere às questões 2.5 e 2.6)

2.5 - Reduzindo a distância à metade de d , a intensidade da força será igual a:

- a) $2F$
- b) $F/2$
- c) $4F$
- d) $F/4$

2.6 - Triplicando a distância, a intensidade da força será igual a:

- a) $3F$
- b) $F/3$
- c) $9F$
- d) $F/9$

Duas cargas elétricas, q_1 e q_2 , separadas pela distância de 9 cm, interagem com uma força de intensidade 36 N. Mantendo q_1 e q_2 e o meio onde essas cargas se encontram, responda as questões 2.7 e 2.8.

2.7 - Duplicando a distância entre elas, a força elétrica terá valor igual a:

- a) 18 N
- b) 72 N
- c) 9 N
- d) 144 N

2.8 - Reduzindo a distância até 3cm, a força elétrica passará a ter o valor de:

- a) 324N
- b) 4N
- c) 108N
- d) 12N

2.9 - Calcule o valor da força elétrica entre duas pequenas esferas (cargas puntiformes) que distam 0,2 m, estão no vácuo e possuem quantidades de cargas $q_1 = (+) 5,0 \times 10^{-6} \text{ C}$ e $q_2 = (-) 8,0 \times 10^{-6} \text{ C}$. Faça um esquema onde apareçam as duas cargas e o vetor força elétrica que atua em cada uma.

2.10 - Perto de uma pequena esfera (1) eletrizada positivamente com uma quantidade de carga $+2,0 \mu\text{C}$, é posta outra esfera (2) como carga de prova. A força elétrica de interação entre elas vale 0,4N.

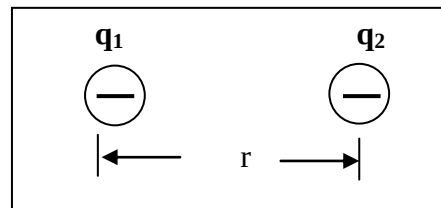
- a) Sabendo que a quantidade de carga na esfera (2) é $+0,2 \mu\text{C}$, determine o valor da distância entre as esferas.
- b) Retirando-se do local a carga de prova, o campo da esfera (1) deixa de existir? Por quê?

2.11- A que distância uma da outra é preciso dispor, no vácuo, duas cargas $q_1 = 3 \times 10^{-5}$

C e $q_2 = 4 \times 10^{-5} \text{ C}$, para que elas se exerçam mutuamente uma força de $2 \times 10^{-2} \text{ N}$?

2.12 - Qual é o valor de duas cargas iguais que se repelem com uma força de 3,5N quando postas à distância de 0,5m?

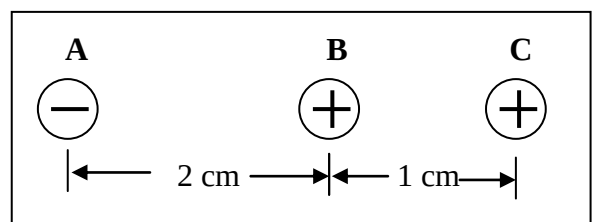
2.13 - Duas cargas pontuais negativas, $q_1 = 4,3 \mu\text{C}$ e $q_2 = 2,0 \mu\text{C}$, estão situadas no ar, separadas por uma distância $r = 30 \text{ cm}$ (figura abaixo).



a) Desenhe, na figura, a força que q_1 exerce sobre q_2 . Qual é o valor desta força?

b) Desenhe, na figura, a força que q_2 exerce sobre q_1 . Qual é o valor desta força?

2.14 - A figura dada representa três corpos com carga elétrica igual a q . A força elétrica que a partícula A exerce em B tem intensidade $F = 3,0 \times 10^{-6} \text{ N}$.



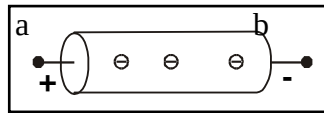
Determine:

- a) a intensidade da força elétrica que C aplica em B.
- b) a intensidade da força elétrica resultante em B.

2.15 - Num ponto próximo à superfície da Terra existe um campo elétrico de 80 N/C , dirigido verticalmente para baixo. Sabendo-se que

esse campo é causado por uma carga elétrica existente na Terra, qual é o sinal dessa carga?

2.16 – Na figura ao lado, está representado um fio



condutor onde existem três elétrons livres. As extremidades “a” e “b” desse fio foram ligadas, respectivamente, aos polos positivo e negativo de uma bateria, de modo que irá surgir um campo elétrico no interior do condutor. Complete as lacunas a seguir:

- Dentro do fio existe um campo elétrico cujo sentido é do polo _____ para o polo _____.
- Em função do campo elétrico, surgirá um(a) _____ que atuará sobre os elétrons livres, os quais tenderão a se deslocar do polo _____ para o polo _____.

2.17 - Se na questão anterior, a polaridade da bateria fosse invertida, o que iria acontecer com o sentido:

- do campo elétrico?
- da força elétrica sobre os elétrons?

2.18 - Assinale a afirmativa errada.

- O campo elétrico é uniforme quando E tem o mesmo módulo, mesma direção e mesmo sentido em todos os pontos.
- Quando os elétrons de um fio se deslocam é sinal que existe um campo elétrico entre suas extremidades.
- Quando uma carga é colocada no interior de um campo elétrico, ela sofre a ação de uma força elétrica, cujo sentido depende do sinal desta carga.
- As linhas de força de um campo elétrico qualquer são sempre representadas por retas paralelas e equidistantes entre si.

2.19 - Responda as perguntas a seguir:

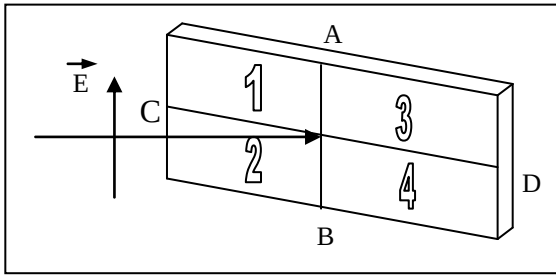
- Duplicando-se o valor da carga elétrica que está imersa num campo elétrico, o que irá acontecer com o valor da força sobre a referida carga?
- Qual é a unidade utilizada no Sistema Internacional de Unidades, para a medição da intensidade de campo elétrico?
- Certo corpo eletrizado, quando colocado num determinado campo elétrico, sofreu a ação de uma força elétrica F . Se o mesmo corpo for colocado numa outra região e ficar submetido a uma força elétrica cinco vezes menor, o que podemos afirmar sobre a intensidade do campo elétrico nessa outra região (compare os dois campos)?

2.20 – Assinale, dentro dos parênteses, verdadeiro (V) ou falso (F).

- () Quando um isolante se comportar como elemento condutor é sinal de que sua rigidez dielétrica foi ultrapassada.
- () No caso de existir um campo elétrico superior a $3 \times 10^6 \text{ N/C}$ entre duas nuvens com cargas de sinais contrários, deverá surgir uma faísca.
- () O poder das pontas refere-se ao fenômeno da concentração das cargas elétricas que ocorre nas regiões mais planas do material.
- () A extremidade superior de um para-raios sempre eletriza-se positivamente, independente do tipo de carga que possui a nuvem mais próxima.

2.21 - Um feixe de ânions incide horizontalmente no centro de um anteparo vertical, como mostra a figura deste problema. Se for aplicado ao feixe apenas um campo elétrico E , como aquele

mostrado na figura, para onde seria desviado o feixe?



2.22 - Quando abandonamos uma carga (+q) num ponto de um campo elétrico qualquer:

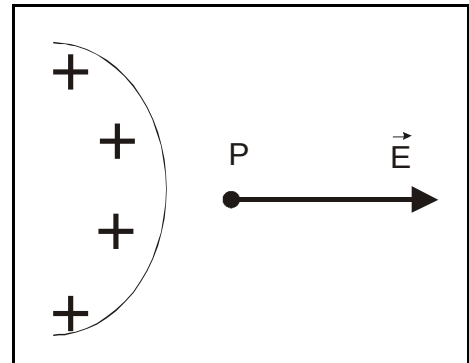
- ela ficará em repouso.
- ela se movimentará no sentido das linhas de força.
- ela se movimentará no sentido contrário das linhas de força.
- ela se movimentará inclinada em relação às linhas de força.
- N.D.R.

2.23 - Um estudante distribui pequenos pedaços de papel sobre uma placa de isopor debaixo de uma peneira de plástico. Ele atrita um pente em seus cabelos, aproxima-o da peneira e repara que os papéis são atraídos pelo pente. Depois troca a peneira de plástico por outra peneira metálica e repete o experimento. Observa, então, que os papéis não são atraídos pelo pente. Essa diferença de comportamento é devido ao fato de a:

- Eleticidade do pente ser anulada pelo magnetismo da peneira metálica.
- Peneira de plástico e os pedaços de papel serem isolantes elétricos.
- Peneira metálica criar uma blindagem eletrostática.
- Peneira metálica ter propriedades magnéticas.
- Peneira de plástico não ser feita de material isolante.

2.24 - Verifica-se que uma carga positiva de $1,5\mu\text{C}$, colocada num ponto P, fica sujeita a uma força elétrica de $0,6\text{N}$. Qual é a intensidade do campo elétrico em P?

2.25 - Uma pessoa verificou que no ponto P da figura ao lado existe um campo elétrico E, horizontal, para a direita, criado pelo corpo eletrizado positivamente. Desejando medir a intensidade de campo em P, a pessoa colocou nesse ponto uma carga $q=2\times 10^{-7}\text{C}$ e verificou que sobre ela atuava uma força $F=5\times 10^{-2}\text{N}$. Qual o valor da intensidade do campo elétrico em P?



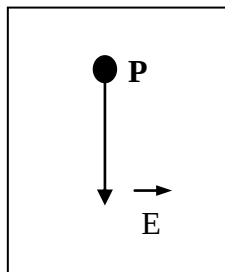
2.26 - Retirando-se, do exercício anterior, a carga q e colocando-se em P uma carga positiva $q_1=3\times 10^{-7}\text{C}$, qual será o valor da força elétrica F_1 que atuará sobre essa carga e qual o sentido do movimento que ele tenderá a adquirir?

2.27 - Num ponto do espaço existe um campo elétrico de $5\times 10^4\text{N/C}$, horizontal, para a esquerda. Colocando-se uma carga q nesse ponto, verifica-se que ela tende a se mover para a direita, sujeita a uma força elétrica de $0,2\text{N}$.

- Qual é o sinal da carga q?
- Determine, em microCoulomb (μC), o valor de q?

2.28 - Num ponto P do espaço existe um campo elétrico de valor igual a 10kN/C , com direção e sentido representados na figura. Colocando-se nesse ponto um objeto eletrizado com uma quantidade de carga desconhecida, ele desloca-se verticalmente

para cima, sob ação de uma força de 160mN. Determine o valor da carga existente no objeto e diga também o seu sinal.

**Respostas selecionadas**

2.9 - $F = 9,0 \text{ N}$

2.10 - a) $d = 94,87 \text{ mm}$; b) Não, o campo elétrico só depende de q_1 e da distância à mesma.

2.11 - $d = 0,232 \text{ m}$

2.12 - $q = 9,86 \mu\text{C}$

2.13 - a) $F = 0,86 \text{ N}$; b) $F = 0,86 \text{ N}$.

2.14 - a) $F = 12 \mu\text{N}$; b) $F = 15 \mu\text{N}$

2.24 - $E = 0,4 \times 10^6 \text{ N/C}$

2.25 - $E = 0,25 \times 10^6 \text{ N/C}$

2.26 - $F_1 = 7,5 \times 10^{-2} \text{ N} = 0,075 \text{ N}$; sentido: da esquerda para a direita (mesmo sentido do campo)

2.27 - a) Negativa; b) $q = 4 \mu\text{C}$

2.28 - $q = (-) 16 \mu\text{C}$

Capítulo III – DIFERENÇA DE POTENCIAL ELÉTRICO

Alessandro Volta (1745 - 1827)

Alessandro Giuseppe Antonio Anastasio Volta foi um físico italiano, conhecido especialmente pela invenção da bateria. Volta nasceu e foi educado em Como, Itália, onde ele se tornou professor de Física na Escola Real em 1774. A sua paixão foi sempre o estudo da eletricidade.

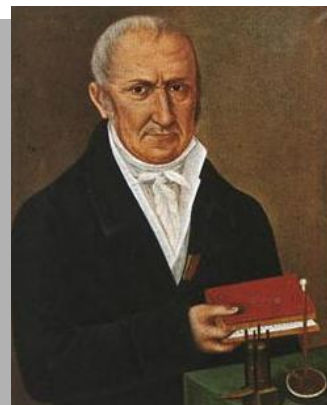
De vi attractiva ignis electrici ac phaenomenis inde pendentibus foi seu primeiro livro científico.

Em 1775 ele criou o eletróforo, uma máquina que produzia eletricidade estática. Em 1779 ele tornou-se professor de Física na Universidade de Pavia, posição que ocupou durante 25 anos.

Em 1800, como o resultado de uma discórdia profissional com Luigi Galvani, Volta desenvolveu a tão-falada pilha voltaica (comprovando que para a produção de eletricidade, a presença de tecido animal não era necessária), um predecessor da bateria elétrica. Volta determinou que os melhores pares de metais dissimilares para a produção de eletricidade eram zinco e prata. Inicialmente, Volta experimentou células individuais em série, cada célula sendo um cálice de vinho cheio de salmoura na qual dois eletrodos dissimilares foram mergulhados. Em honra ao seu trabalho no campo da eletricidade, Napoleão fez de Volta um conde em 1810; em 1815, o Imperador da Áustria nomeou Volta professor de Filosofia na Universidade de Pádua. Volta está enterrado na cidade de Como, Itália. O **Templo Voltiano** perto do Lago Como é um museu dedicado ao trabalho do físico italiano; os seus instrumentos e publicações originais estão expostos neste local.

Em 1881 uma importante unidade elétrica, o Volt, foi nomeada em homenagem a Volta.

[<http://www.explicatorium.com/Alessandro-Volta.php>]



3.1 - ENERGIA E TRABALHO

Sabe-se que ocorre um movimento de elétrons através de um condutor quando o mesmo for submetido a um **campo elétrico**.

Esses elétrons ficam sujeitos a forças elétricas que tendem a provocar o citado movimento, o qual deverá persistir se entre as extremidades do condutor for mantida uma **diferença de potencial**.

Para entendermos a definição de diferença de potencial elétrico (ou tensão elétrica) precisamos compreender o significado de “trabalho” e de “energia”.

Vamos supor que um atleta vai levantar um objeto de massa (m) desde o chão até acima da sua cabeça. Ele vai fazer uma força constante (f) para vencer a força da gravidade (igual ao peso do objeto) durante todo o deslocamento d. Dizemos que esse homem realizou um trabalho sobre o objeto.

Através deste exemplo fica definido trabalho mecânico como sendo o produto da força exercida (f) pelo deslocamento (d) imposto ao móvel.

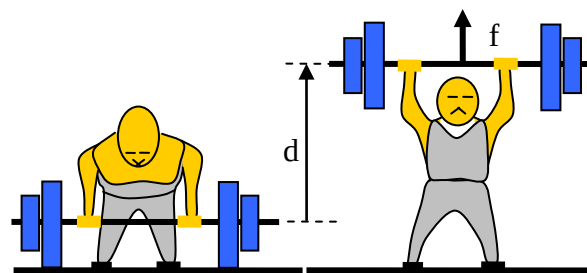


Fig.3.1 – Realização de trabalho mecânico

$$W_m = f \cdot d \quad (3.1)$$

Onde: W_m = trabalho mecânico realizado (em Joules)

f = força na direção do deslocamento (em Newtons)

d = deslocamento (em metros)

O atleta, para realizar o trabalho, gastou parte de sua energia interna a qual foi obtida através da reação química dos alimentos.

Assim sendo podemos definir energia:

Energia é a capacidade de realizar trabalho.

Sua unidade é a mesma do trabalho, ou seja, Joule.

Não esqueça que a energia não pode ser criada nem destruída e sim apenas transformada ou transferida. O processo de transferência ou de transformação da energia está, em geral, associado à troca de forças entre os corpos e ao deslocamento dos mesmos.

No caso em questão o corpo que foi levantado e ficou dotado de uma energia chamada de **energia potencial** que é exatamente igual ao trabalho realizado pelo homem.

Através do exemplo mencionado acima, vemos que a noção de energia pode estar relacionada com movimento. Um sistema possui energia se está em movimento ou se é possível obter movimento a partir da situação em que ele se encontra.

O trabalho de uma força é uma grandeza escalar (número+unidade) que corresponde à medida de uma quantidade de energia transferida ou transformada entre os sistemas.

O trabalho, na definição física da palavra, não corresponde ao uso vulgar do termo. Um atleta parado, que segura um grande peso no alto, pode dizer que está realizando um trabalho duro (no sentido fisiológico), mas, do ponto de vista da Física, ele não está produzindo nenhum trabalho uma vez que a sua força não está provocando deslocamento.

Da mesma forma, se o atleta transportasse os halteres horizontalmente também não realizaria trabalho, pois a sua força é vertical e o deslocamento é horizontal logo não há nenhuma componente da força na direção do deslocamento.

Assim a Equação 3.1 deve ser modificada para 3.2 para contemplar a componente da força na direção do

deslocamento.

$$W_m = f.d.\cos\alpha \quad (3.2)$$

Onde: α = ângulo entre o sentido da força e o sentido do deslocamento.

3.2 - DIFERENÇA DE POTENCIAL

a) Definição

Vamos supor que um conjunto de corpos eletrizados está criando um campo elétrico vertical para baixo, no vácuo ou dentro de um condutor. Consideremos dois pontos **a** e **b** neste campo elétrico de acordo com a Figura 3.2.

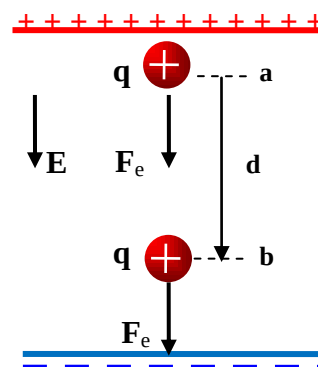


Fig.3.2 – Realização de um trabalho elétrico no deslocamento de uma carga

Se o campo elétrico deslocar uma carga de prova $(+)q$ do ponto **a** para o ponto **b**, haverá a realização de um trabalho W_{ab} sobre a carga porque, durante todo o trajeto, o campo elétrico está aplicando uma força F_e sobre a carga.

Noutras palavras, W_{ab} representa uma certa quantidade de “energia” que a força elétrica F_e transfere para a carga $(+)q$ em seu deslocamento de **a** para **b**.

Se for transportada uma carga com o dobro do valor haverá o dobro da força agindo sobre a mesma, logo o trabalho realizado será o dobro e assim sucessivamente.

Portanto, a força e o trabalho realizado serão proporcionais à carga. Na verdade, para qualquer valor de carga transportada entre estes mesmos dois pontos, teremos sempre a mesma

relação entre o trabalho realizado e a carga transportada.

Assim, em vez de trabalharmos com campo elétrico, que é uma grandeza vetorial, podemos usar uma grandeza escalar, mais simples, para o estudo dos fenômenos elétricos.

Essa grandeza é definida como:

“Diferença de potencial entre dois pontos é a razão entre o trabalho realizado para deslocar uma carga entre estes dois pontos e o valor da carga transportada”.

$$V = \frac{W}{q} \quad (3.3)$$

Onde: V = Diferença de potencial (J/C ou V);
 W = Trabalho realizado sobre a carga (J);
 q = Carga transportada (C).

Na linguagem popular como também na técnica, a diferença de potencial é mais conhecida como **tensão elétrica** e é interpretada como uma quantificação do desequilíbrio elétrico entre os pontos considerados.

O conceito de tensão está muito difundido no nosso cotidiano.

Por este motivo as fontes de energia elétrica em geral têm suas características expressas termos de tensão (em Volts) e não em termos de campo elétrico (em N/C ou V/m).

Você já deve ter ouvido falar que, nas residências, existem tomadas elétricas de 110V e de 220 V.

Como vimos, sendo $220 \text{ V} = 220\text{J}/1\text{C}$, isto significa que, se um aparelho elétrico for ligado nesta tomada, cada carga de 1 C que se deslocar de um terminal para o outro, receberá 220 J de energia do campo elétrico existente na tomada (a carga, por sua vez, transfere ao aparelho esta energia).

Do mesmo modo, quando dizemos que a bateria de uma automóvel apresenta uma ddp de 12V, teremos uma energia de 12 J transferida para cada 1C que se deslocar de um polo para outro.

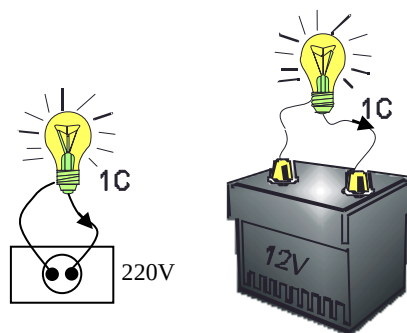


Fig.3.3 – Exemplos de fontes de tensão elétrica bem conhecidas

Exemplo resolvido 3.1: Suponhamos que uma carga positiva $q = 2 \times 10^{-7} \text{ C}$ se deslocasse entre dois pontos “a” e “b” e que o trabalho realizado pela força elétrica sobre a carga fosse $W_{ab} = 5 \times 10^{-3} \text{ J}$.

Qual é o valor da ddp entre os pontos “a” e “b” (V_{ab})?

Solução:

$$q = 2 \times 10^{-7} \text{ C}; \quad W_{ab} = 5 \times 10^{-3} \text{ J}; \quad V_{ab} = ?$$

$$V_{ab} = W_{ab}/q = 5 \times 10^{-3} \text{ J} / 2 \times 10^{-7} \text{ C} = 2,5 \times 10^4 \text{ V}$$

b) Relação entre ddp e o campo elétrico

Já foi dito acima que a relação entre o trabalho realizado e a carga transportada não se altera para qualquer valor de carga. Isto nos leva a concluir que, se a carga transportada tender a zero, o trabalho também tende a zero e esta relação ainda se mantém constante.

Assim, a diferença de potencial entre dois pontos de um campo elétrico existe mesmo que nenhuma carga seja transportada entre os mesmos.

Nota-se também que a diferença de potencial é maior onde o campo elétrico for mais intenso, pois são geradas forças maiores sobre as cargas a serem transportadas e, conseqüentemente, é realizado um maior trabalho.

A Figura 3.4 mostra duas placas paralelas, separadas por uma distância “d” e eletrizadas com cargas iguais e de sinais contrários. Como sabemos, entre elas existe um

campo elétrico uniforme E , dirigido da placa positiva “a” para a negativa “b”.

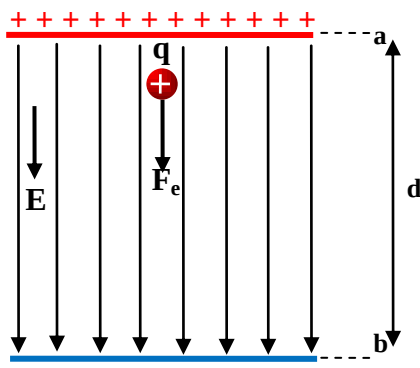


Fig.3.4 – Relação entre ddp e campo elétrico uniforme

Para calcularmos a ddp entre essas duas placas, abandonamos uma carga de prova positiva q junto à placa “a” e determinamos o trabalho elétrico W_{ab} que o campo realiza sobre esta carga, ao deslocá-la de “a” para “b”. Já vimos que a ddp será obtida por $V_{ab} = W_{ab}/q$.

No caso de campo uniforme, o cálculo do W_{ab} pode ser efetuado facilmente, pois a força elétrica F que atua em q permanece constante enquanto esta carga se desloca. Nessas condições, como a força F tem a mesma direção e o mesmo sentido do deslocamento, temos:

$$W_{ab} = F \cdot d \quad \text{mas } F = q \cdot E \quad \text{logo } W_{ab} = q \cdot E \cdot d$$

Aplicando a equação de definição de tensão temos:

$$V_{ab} = \frac{W_{ab}}{q} = \frac{q \cdot E \cdot d}{q} \quad \boxed{V_{ab} = E \cdot d} \quad (3.4)$$

$$\text{ou} \quad \boxed{E = V_{ab} / d} \quad (3.5)$$

Onde: E = intensidade de campo elétrico (V/m);
 V_{ab} = ddp entre “a” e “b” (V);
 d = distância entre “a” e “b” (m).

Vimos anteriormente que a unidade de campo elétrico é Newton/Coulomb, entretanto, pela expressão $E = V_{ab}/d$, vemos que é possível medir o valor de E usando a unidade Volt/metro.

Assim 1 N/C é equivalente a 1 V/m.

1V/m é a intensidade de um campo elétrico uniforme existente, por exemplo, entre duas placas eletrizadas com cargas de mesmo valor e de sinais contrários, separadas por uma distância de 1m e submetidas a uma ddp de 1V.

A expressão $V_{ab} = E \cdot d$ nos mostra, então, que a ddp entre dois pontos de um campo elétrico uniforme será tanto maior quanto maior for a intensidade deste campo. Esta expressão é de grande utilidade, pois ela nos permite obter o valor do campo elétrico através da medida da tensão V_{ab} e da distância d . Esta utilidade decorre do fato de ser a ddp medida facilmente por meio de um voltímetro. Por outro lado, aparelhos que medem diretamente a intensidade do campo elétrico não são comuns.

Devido ao escopo prático deste trabalho o cálculo da tensão a partir de um campo elétrico não-uniforme será deixado para disciplinas mais profundas como Teoria Eletromagnética.

c) Analogia com circuito hidráulico

Outra comparação que pode ser feita com a ddp elétrica é o desnível entre dois tanques que se comunicam através de canos.

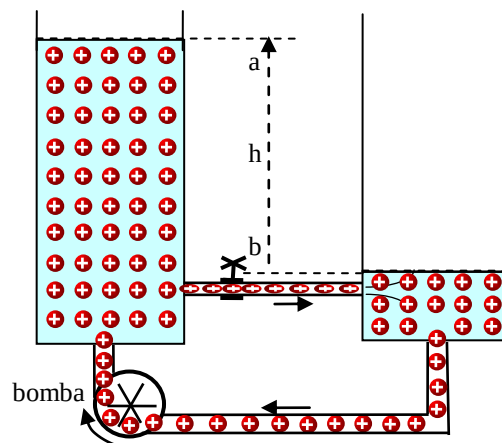


Fig.3.5 – Analogia entre a ddp elétrica e a pressão hidráulica

A fonte é comparada a uma bomba que retira cargas de um reservatório e põe no outro causando e mantendo o desequilíbrio entre os mesmos. Se comunicarmos um tanque ao outro com um cano e abrirmos o registro, haverá movimento de cargas de um para o outro com

uma vazão que dependerá da ddp entre os mesmos, ou seja, do desnível elétrico entre eles.

A pressão hidráulica é proporcional ao desnível dos tanques assim como a ddp é proporcional ao desequilíbrio elétrico entre dois pontos.

d) A convenção dos índices da tensão

A tensão entre dois pontos geralmente é designada através de um índice duplo onde o primeiro significa o lado mais positivo e o segundo o lado mais negativo. Por exemplo, se uma tensão é expressa por $V_{AB} = 6 \text{ V}$ significa que o ponto A está 6 V mais positivo que B. Se a ddp $V_{CD} = -1,5 \text{ V}$ significa que o ponto C está negativo em relação a D em 1,5 V.

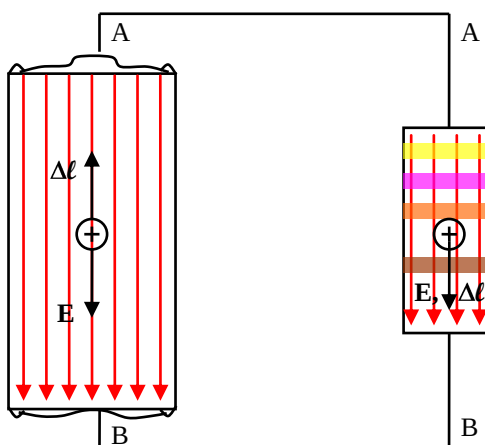


Fig.3.6 – Índices da diferença de potencial

Alguns autores preferem definir a diferença de potencial entre dois pontos usando o trabalho realizado pela força de um **agente externo**¹ para deslocar a carga entre os pontos dentro do campo, porém outros² preferem explorar o trabalho realizado pela **força elétrica** durante esse deslocamento.

Ao usarmos o primeiro raciocínio estamos implicitamente pensando na origem da ddp que é a fonte elétrica. Dentro da fonte (lado

esquerdo da Figura 3.6) o campo elétrico é vertical e aponta de cima para baixo.

Se o agente externo levar uma carga positiva q lentamente (movimento quase-estático) do ponto B até o ponto A então a sua força F_{ext} vai realizar um trabalho positivo sobre a carga, ou seja, ela vai adquirir um **aumento da energia potencial** igual ao **trabalho realizado** pela fonte externa.

A razão entre o trabalho da fonte externa W_{BA} e a carga transportada é q nos fornece a ddp entre os pontos A e B (V_{AB}).

$$V_{AB} = \frac{W_{BA}}{q} \quad (3.6)$$

Neste exemplo a tensão V_{AB} é positiva, ou seja, o ponto A está num potencial mais alto que B. Esta ddp, obtida nas fontes, é geralmente chamada de força eletromotriz.

Usaremos agora a segunda forma de pensar, o que nos remete implicitamente à análise dentro do receptor (um resistor, no caso).

Enfocaremos agora o trabalho realizado pela **força elétrica** para deslocar a carga q do ponto A até o ponto B através do resistor. Neste caso o trabalho da força elétrica W_{AB} também será positivo pois o sentido do deslocamento é o mesmo da força elétrica. Neste caso a carga está perdendo a sua energia potencial elétrica que é transformada em calor em igual quantidade.

A ddp entre os pontos A e B (V_{AB}) será a razão entre o trabalho realizado pelo campo W_{AB} e a carga transportada q .

$$V_{AB} = \frac{W_{AB}}{q} \quad (3.7)$$

Observe que os índices do trabalho foram trocados, porém, como o ponto A é mais positivo que B, a tensão V_{AB} também será positiva como o era na outra forma de pensar.

¹ HAYT-Eletromagnetismo, ULABY- Eletromagnetismo para Engenheiros

² RESNICK – Física III,

3.3 - TIPOS DE TENSÃO E MEDIÇÕES

a) Tensão contínua

A tensão ou ddp contínua origina um movimento unidirecional de cargas elétricas, isto é, a mesma quantidade de carga se movimenta sempre com o mesmo sentido. Este tipo de ddp é fornecido por pilhas ou baterias, portanto o fio ligado ao polo positivo é denominado de “fio positivo”, enquanto que o fio ligado ao polo negativo da fonte é denominado de “fio negativo”.

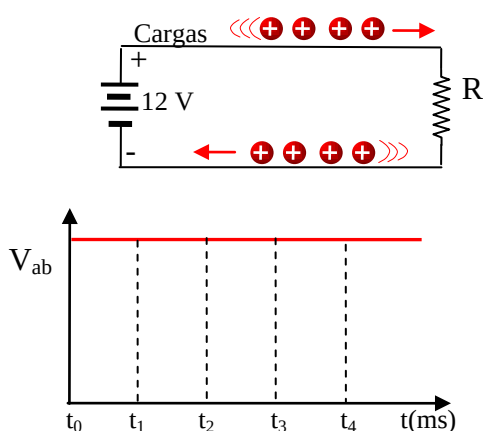


Fig.3.7 – Circuito e forma de onda de tensão CC.

Num gráfico do comportamento da ddp em função do tempo obtém-se uma linha reta, indicando que para instantes diferentes de tempo corresponde sempre um único valor de ddp. Por comparação com a corrente contínua, usa-se chamá-la de tensão CC ou tensão DC.

b) Tensão alternada

A ddp alternada (tensão CA ou AC), conforme o próprio nome sugere, origina um movimento de cargas que varia em velocidade e em sentido. Nas tomadas elétricas residenciais, que são alimentadas por alternadores, existem tensões alternadas. Um dos fios é o “fio fase” e o outro é o “fio neutro”.

O gráfico da Figura 3.8 representa a variação desta ddp em função do tempo. Nota-se que, para instantes diferentes de tempo, correspondem valores diferentes de ddp. Por exemplo, nos instantes t_1 e t_3 existem ddp de

mesmo valor, porém com polaridades invertidas, de modo que o movimento de cargas no instante t_1 possui um sentido contrário ao movimento de cargas no instante t_3 .

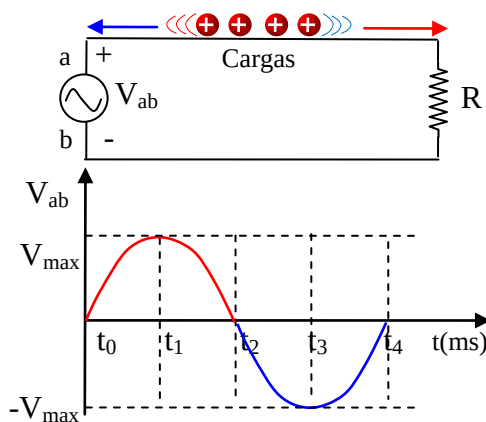


Fig.3.8 – Circuito e forma de onda de tensão CA.

A ddp alternada representada no mesmo gráfico é chamada de senoidal, sendo que entre os instantes t_0 e t_4 existe um ciclo completo, ao longo do qual a grandeza elétrica atinge todos os valores instantâneos possíveis. Nos terminais das tomadas de nossas casas temos uma ddp alternada de frequência igual a 60Hz. (60 Hertz = 60 ciclos/segundo).

c) Instrumento de medição

A grandeza “**diferença de potencial**” pode ser também denominada de “**voltagem**”, “**tensão elétrica**” ou ainda “**força eletromotriz**” quando se referir a uma fonte. O instrumento utilizado para medir essa grandeza é o **voltímetro**.

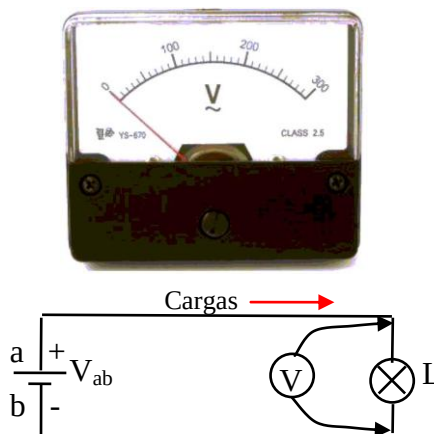


Fig.3.9 – Voltímetro e sua instalação

Para se medir a ddp entre dois pontos de um circuito, os terminais do medidor devem ser conectados a esses pontos. Desse modo, o medidor fica em **paralelo** com o trecho do circuito compreendido entre os pontos, sendo que sua conexão não altera o funcionamento do referido circuito. A Figura 3.9 apresenta o aspecto físico de um voltímetro, o seu símbolo e a maneira de ligá-lo.

O **multímetro** é um instrumento que pode realizar vários tipos de medições como, por exemplo, tensão, corrente elétrica e resistência elétrica. No momento nos interessa apenas a sua utilização como medidor de ddp, ou seja, como **voltímetro**.

Exemplo 3.1: Medição da ddp de uma bateria (ddp contínua) de 9V

1º) Com o multímetro ligado, as ponteiros são colocados nos bornes **Comum** e **V- Ω** e é feita a seleção para **tensão contínua** (V_{DC}) e escala de 20V, por exemplo.

2º) Colocamos as ponteiros do instrumento em **paralelo** com a bateria, sendo que a ponteira que está no borne **V Ω A** é colocada no polo positivo da bateria e a ponteira que está no borne **Comum**, no polo negativo da bateria.

3º) No visor do instrumento deverá aparecer a imagem 9.00 (se for digital) ou o ponteiro de instrumento deverá apontar para 9V (se for analógico).



Fig.3.10 – Voltímetro: Medição de tensão CC

Exemplo 3.2: Medição de uma ddp alternada de 110V

1º) Com o multímetro ligado, os cabos são colocados nos bornes Comum e V- Ω , e o seletor colocado na escala de tensão alternada V_{CA} num valor em torno de 200V.

2º) Colocamos as ponteiros do instrumento em **paralelo** com os pontos de medição, sem nos preocuparmos com a polaridade. (A ddp alternada muda periodicamente de polaridade, diferentemente de uma ddp contínua que tem sua polaridade fixa).

3º) No visor do instrumento deverá aparecer a imagem 110.0 (se for digital) ou o ponteiro apontará para 110V (se for analógico).

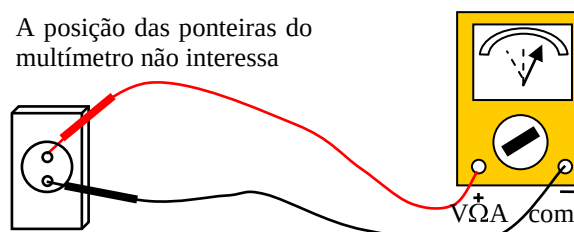


Fig.3.11 – Voltímetro: Medição de tensão CA

3.4 - POTENCIAL ELÉTRICO DE UM PONTO

É comum o cálculo da ddp entre dois pontos de um campo elétrico. Entretanto, costuma-se empregar, com frequência, o conceito de “**potencial de um ponto**”. Mas o potencial num ponto nada mais é do que a ddp entre este ponto e um outro tomado como referência. Então, para calcularmos o potencial num ponto “a”, devemos inicialmente escolher, arbitrariamente, um outro ponto P, denominado “potencial de referência”, ao qual se atribui um potencial nulo ($V_P = 0$).

Calculando-se, em seguida, a ddp entre “a” e “P”, obtemos o “potencial de **a**” (V_a) em relação a P”.

Assim como as temperaturas num sistema nos permitem conhecer o sentido do fluxo de calor, os potenciais elétricos no campo elétrico nos permitem prever o sentido em que

tendem a se mover as cargas elétricas abandonadas nesse campo.

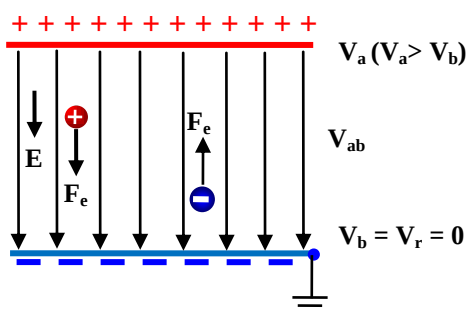


Fig.3.12 – Definição de potencial elétrico

Consideremos, por exemplo, a Figura 3.12 ao lado onde se notam duas placas eletrizadas, entre as quais existe uma ddp, V_{ab} ou $V_a - V_b$ cujo valor é de 300V. Se escolhermos a placa “b” como potencial de referência teremos $V_b = 0$ e, então, virá $V_a = 300V$, isto é, o potencial de “a” é de 300V em relação a “b” (o potencial de “a” está 300 V acima em relação a “b”).

Observamos que o potencial num ponto não tem um valor único. Naturalmente, este valor depende do potencial de referência. Em geral considera-se a Terra (símbolo ao lado) como elemento de referência, ao qual atribui-se o valor zero ($V_T = 0$).

Uma carga positiva tende a se deslocar de pontos onde o potencial é maior para pontos onde ele é menor. Uma carga negativa tenderá a se mover em sentido contrário.

Na Figura 3.13, tem-se uma esfera carregada positivamente, a qual produz potenciais elétricos nos pontos A, B, C e D, sendo que estes potenciais nos informam o nível de influência elétrica nos referidos pontos.

Como a carga criadora dessa zona de perturbações elétricas é positiva, vamos atribuir aos pontos potenciais elétricos também positivos, sendo que, conforme o ponto considerado estiver mais distante da esfera

carregada, menor será o valor do potencial elétrico no referido ponto.

Se uma carga elétrica positiva fosse abandonada entre os pontos A e B, ela tenderia a deslocar-se para B, pois ela seria repelida pela esfera positiva. Logo, uma carga positiva tende a deslocar-se de potenciais maiores para potenciais menores.

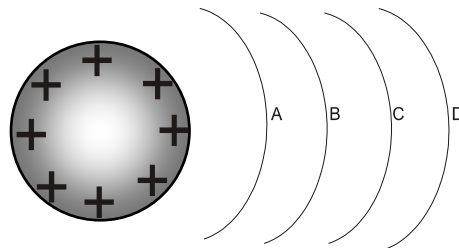


Fig.3.13 – Potenciais em pontos próximos a carga criadora positiva

O que aconteceria se abandonássemos uma carga negativa entre C e D?

Exemplo resolvido 3.2: Certo ponto “a” possui um potencial de 200V e um ponto “b” possui um potencial de 60V na mesma referência. Determine o valor:

- Da ddp existente entre os dois pontos:
($V_{ab} = V_a - V_b$)
- Do trabalho elétrico realizado pela força elétrica sobre uma carga positiva de $5\mu C$ deslocada de “a” (V_a = potencial inicial) para “b” (V_b = potencial final) (V_{ab} = potencial inicial - potencial final).

Solução:

$$a) V_a = 200 \text{ V}; \quad V_b = 60 \text{ V}; \quad V_{ab} = ?$$

$$V_{ab} = V_a - V_b = 200 \text{ V} - 60 \text{ V} = 140 \text{ V}$$

$$b) q = 5 \mu C = 5 \times 10^{-6} \text{ C}; \quad W_{ab} = ?$$

$$W_{ab} = V_{ab} \cdot q;$$

$$W_{ab} = 5 \times 10^{-6} \text{ C} \times 140 \text{ V} = 700 \times 10^{-6} \text{ J}$$

3.5 - FONTES DE ENERGIA ELÉTRICA

a) Manutenção da ddp

Vamos supor que dois corpos metálicos, 1 e 2, estejam eletrizados com cargas q_1 e q_2 , conforme Figura 3.14, sendo V_1 o potencial do corpo 1 e V_2 o potencial do corpo 2.

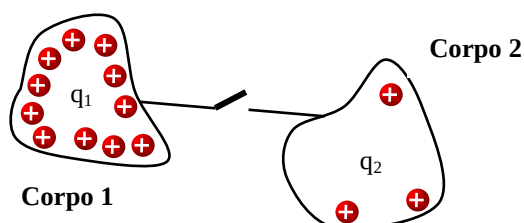


Fig.3.14 – Movimento de cargas em forma de descarga

Estabelecendo-se contato elétrico entre esses corpos condutores, vamos analisar o que ocorrerá com o potencial e a carga de cada um deles. Lembrando-se que as cargas elétricas tendem a se mover de um ponto para outro quando existe uma ddp entre eles, concluímos que, se $V_1 \neq V_2$, haverá passagem de cargas de um condutor para o outro.

Portanto, ao serem ligados os dois corpos por meio de um condutor, as cargas positivas deslocar-se-ão do corpo de maior potencial para o de menor potencial em forma de descarga.

Em virtude desta transferência de cargas, as cargas q_1 e q_2 e os potenciais V_1 e V_2 alterar-se-ão e haverá um instante em que os potenciais dos dois condutores tornar-se-ão iguais, isto é, $V_1 = V_2$. É claro que, a partir deste instante, não haverá mais passagem de cargas de um condutor para o outro e eles terão atingido uma situação final de equilíbrio.

Este é o comportamento normal dos componentes elétricos chamados **capacitores**.

É importante salientar que, para manter permanentemente o movimento de elétrons num fio condutor, a quantidade de carga em cada extremo deve ser mantida constante, de tal maneira que a ddp (voltagem ou tensão) permaneça também constante.

Os dispositivos que criam esta ddp e conseguem mantê-las são as fontes de energia elétrica como as pilhas, baterias e geradores elétricos. Nos terminais de uma pilha, por exemplo, produzem-se cargas opostas devido à reação química que ocorre no seu interior.



Fig.3.15 – Movimento de cargas em forma continuada e em forma de descarga

Logo, o “desnível elétrico” (ddp) é mantido constante indefinidamente. O valor característico da ddp da fonte é chamado de força eletromotriz (f.e.m.)

b) Fontes de tensão contínua e alternada

O cientista italiano Alessandro Volta, em 1800, construiu a primeira pilha³ que era constituída por duas placas, uma de zinco e outra de cobre, mergulhadas numa solução de ácido sulfúrico e produzia e mantinha uma pequena f.e.m. Foi a primeira fonte de CC.

Com isso, conclui-se que, para obtermos uma ddp, através de um gerador químico, é necessário que o mesmo seja constituído de duas placas de materiais diferentes introduzidos num líquido condutor (eletrólito).

³ Disponível em < http://pt.wikipedia.org/wiki/Pilha_de_Volta >



Fig.3.15 – Pilha de Volta

O método mais comum de produção de eletricidade em larga escala é o uso do eletromagnetismo. O gerador pode ser acionado, por exemplo, pela energia mecânica proveniente de uma queda d'água. Quando o condutor da Figura 3.16 é movimentado através do campo magnético produzido pelo ímã, surge uma tensão, a qual continua a existir enquanto durar o movimento do referido condutor.

A tensão destes geradores é alternada.

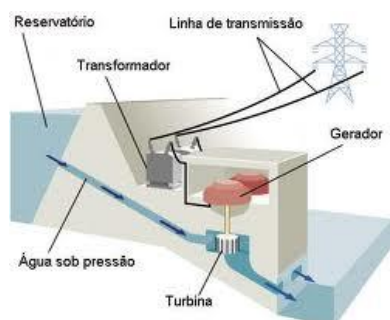


Fig.3.16 – Gerador hidroelétrico elementar

c) Rede de distribuição de energia

Numa rede elétrica de corrente alternada mais simples temos dois fios condutores, sendo

que um deles é chamado de **fio fase** e o outro de **fio neutro**. A tensão normal entre fase e neutro é 220 V ou 127 V.

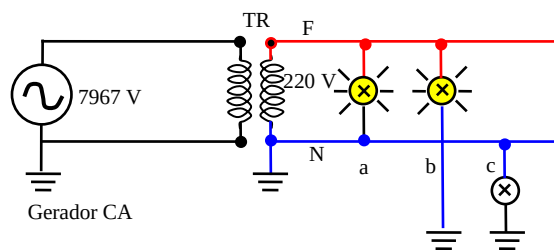


Fig.3.17 – Rede de distribuição elétrica

O condutor neutro é aquele que, na saída do transformador (TR) existente num dos postes, tem conexão com a Terra. Se o fio neutro está conectado com a Terra, significa que ele possui o mesmo potencial da Terra, de modo que ddp entre o neutro e a Terra é aproximadamente nula.

Se uma pessoa colocar uma das mãos no neutro ela levará um “choque”? Logicamente que não, pois estando a mão no neutro e os pés no chão (terra $\cong$ neutro) teremos uma ddp nula atuando sobre a pessoa. Consequentemente não haverá deslocamento de cargas elétricas através da pessoa.

Se em vez de tocar no neutro ela tocasse no fio fase, ela levaria o “choque”? Com os pés no chão (equivalente aos pés no neutro) e a mão no fio fase, a pessoa ficaria submetida a uma ddp de 220V, portanto sujeita a um movimento de cargas através de seu corpo, ou seja, receberia o “choque elétrico”.

Se a pessoa estiver isolada da Terra, por exemplo, sobre um banco de madeira, e tocar com uma das mãos no fio fase, nada sofrerá, pois seu corpo não estará mais submetido a uma ddp como no caso anterior.

A identificação dos fios fase e neutro pode ser feita através de uma lâmpada incandescente, como mostram os esquemas abaixo.

No esquema (a) a lâmpada acende, pois um de seus terminais está no fio fase e o outro lado ligado à Terra, ficando, portanto, submetido a uma ddp.

No esquema (b) a lâmpada não acende, pois um de seus terminais está no neutro e o

outro lado ligado a Terra, portanto a ddp sobre ela é zero volts.

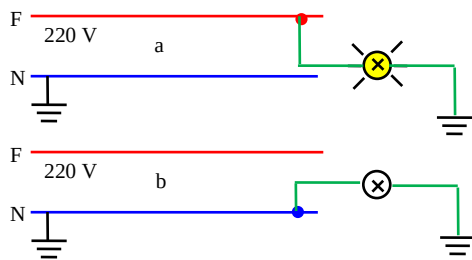


Fig.3.18 – Identificação do Fase e do Neutro numa instalação domiciliar

A identificação anterior pode ser feita também através de uma chave teste, onde existe uma lâmpada de gás neon. Tocando-se com a ponta metálica da chave no fio fase, a lâmpada irá acender desde que estejamos com os pés conectados com a terra, possibilitando que circule pelo nosso corpo uma pequena quantidade de carga elétrica. Se tocássemos no neutro com a lâmpada da chave teste, a mesma não iria acender.

O fio terra (fio de proteção elétrica - PE) tem grande importância para evitar “choques” desnecessários e perigosos.

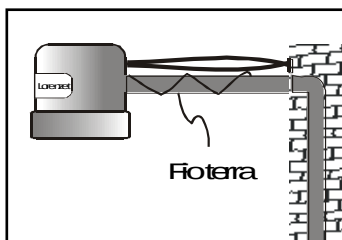


Fig.3.19 – Aterramento dos aparelhos elétricos

Alguns aparelhos elétricos (em especial o chuveiro) podem apresentar fugas de cargas para a sua estrutura metálica. Ao tocarmos nesses aparelhos, se não estivermos bem isolados da Terra, faremos o papel de um condutor descarregando estas cargas para a terra.

Todavia, o transporte de cargas através de nosso corpo provoca uma sensação tão desagradável quanto perigosa. Para evitar que

isso ocorra, devemos fazer o “aterramento” dos aparelhos elétricos em geral.

3.6 - RIGIDEZ DIELÉTRICA

Anteriormente, estudamos “**rigidez dielétrica**”, sendo que ela representa o maior valor de campo elétrico que pode ser aplicado a um isolante sem que ele se torne condutor. Retomamos agora o assunto porque já temos o conhecimento da grandeza tensão elétrica e da sua relação com o campo elétrico.

A seguir é apresentada uma tabela de rigidez dielétrica de alguns isolantes.

Tabela 3.1-Rigidez dielétrica de alguns isolantes

MATERIAL	Rigidez Dielétrica (kV/mm)
Ar	3
Papel p/capacitor	35
Papel parafinado	50
Óleo p/transformador (impuro)	4,5
Óleo p/transformador (puro)	25
Vidro	30
Mica	160

3.7 - TENSÕES ELETROSTÁTICAS

Os componentes eletrônicos têm vários níveis de sensibilidade sendo que os mais fracos são os circuitos integrados do tipo MOS. Nos semicondutores (discretos ou integrados) as conexões dos componentes entre si ou com os terminais de saída, acham-se isoladas da área ativa de silício por finas camadas de SiO_2 e a rigidez dielétrica varia de $400\text{V}/\mu\text{m}$ a $100\text{V}/\mu\text{m}$.

Dependendo da espessura da camada isolante (muito fina nos dispositivos **MOS: Metal Oxido Semiconductor**, onde é tipicamente de $0,1\mu\text{m}$) tensões acima de 70V já podem provocar uma ruptura dielétrica, levando a destruição do componente.

No caso de descargas eletrostáticas superiores a **3.500V** nós a sentimos; superiores a

4.500V (tela de TV ao ser ativada) a ouvimos e superiores a **5.000V** (despir suéter de nylon) a vemos.

Podem ocorrer descargas eletrostáticas danosas aos componentes eletrônicos e nem sequer elas serem percebidas pelo trabalhador que está na bancada (descarga inferior a 3,5 kV).

Sabe-se que um fator que influencia a concentração de eletricidade estática é a umidade relativa do ar, sendo que, no caso dela ser elevada, favorecerá a descarga das mesmas para a terra. Veja esta influência na tabela abaixo⁴.

Tabela 3.2 – Influência da umidade relativa do ar nas tensões eletrostáticas

Fatos geradores de eletricidade estática	UR: 10 a 20%	UR: 65 a 90%
Pessoas caminhando sobre carpete:	35.000V	1.500V
Pessoas caminhando sobre piso de vinil:	12.000V	250V

Questões e problemas

3.1 - Complete as lacunas a seguir:

- Se uma carga elétrica sofreu a ação de uma força elétrica, de modo a deslocá-la entre dois pontos, significa que foi realizado um _____.
- As unidades de carga, ddp e trabalho são, respectivamente, _____, _____ e _____.

3.2 - Escreva as expressões matemáticas (fórmulas) que relacionam ddp (V_{ab}), carga elétrica (q) e trabalho elétrico (W_{ab}), isolando cada uma das grandezas.

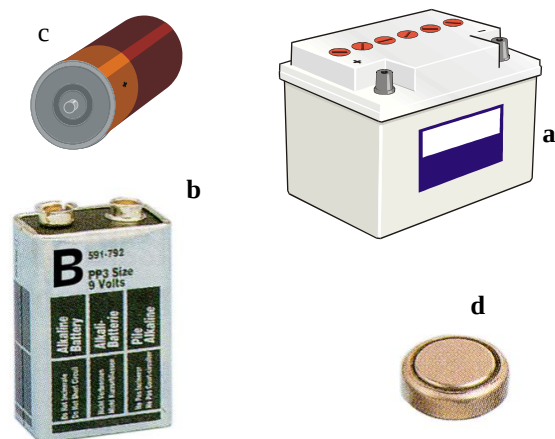
3.3 - Assinale, dentro dos parênteses, verdadeiro

(V) ou (F) falso.

- () A ddp, tensão e força eletromotriz possuem a mesma unidade.
- () Para que exista movimento de elétrons numa lâmpada é necessária a aplicação de uma ddp entre seus extremos.
- () A ddp entre um corpo eletrizado e a Terra é igual ao valor do potencial do próprio corpo.
- () Se dois corpos estão eletrizados com cargas de mesmo sinal, podemos afirmar que a ddp entre eles é nula.
- () O brilho de uma lâmpada independente do valor da ddp.

3.4 - Identifique o valor da tensão elétrica de cada pilha ou bateria abaixo:

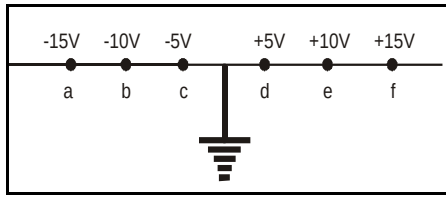
- Bateria de carro;
- Bateria de multímetro;
- Pilha comum de rádio;
- Pilha de calculadora.



3.5 - No esquema abaixo estão representados alguns níveis de potenciais. Determine o valor:

- Do potencial do ponto “a” em relação à Terra;
- Do potencial do ponto “a” em relação ao ponto “e”;
- Da diferença de potencial entre os pontos “d” e “b”;
- Da diferença de potencial entre os pontos “c” e “f”.

⁴ A Influência das Descargas Eletrostáticas na Qualidade da Manutenção de Equipamentos Eletromédicos - Lúcio Costa de Brito, Saide Jorge Calil



3.6 - Complete as lacunas a seguir:

- Cargas elétricas positivas, abandonadas em repouso num campo elétrico e sujeitas apenas a uma força elétrica, deslocam-se, espontaneamente, para pontos de _____ potencial.
 - Cargas elétricas negativas, abandonadas em repouso num campo elétrico e sujeitas apenas a uma força elétrica, deslocam-se, espontaneamente, para pontos de _____ potencial.
 - Quando dizemos que uma pilha de lanterna apresenta uma ddp de 1,5V, significa que cada carga de 1C que se deslocar através pilha receberá uma energia de valor igual a _____ da reação química.
- 3.7 - Como exemplos de valores de rigidez dielétrica, podemos citar os seguintes materiais: papel parafinado: 50 kV/mm, vidro pirex: 14 kV/mm e o ar: 3 kV/mm.
- Entre os materiais citados, qual deles comportar-se-á, em primeiro lugar, como condutor quando submetidos a um campo elétrico de intensidade crescente?
 - Se a distância entre dois pontos, onde existe ar, é 1km, qual pode ser a tensão máxima existente entre eles de modo a não ocorrerem faíscas?
 - E se a distância caísse para 10mm?
 - E se, agora, em vez do ar, tivéssemos papel parafinado?

3.8 - Assinale a afirmativa errada.

- Uma pilha gera uma ddp e a mantém devido à ocorrência de reações químicas internas.
- Se duas barras com eletrizações diferentes forem colocadas em contato, a ddp entre elas tenderá a anular-se.

- Dois corpos idênticos, com a mesma eletrização, possuem o mesmo potencial, em relação a um determinado referencial.
- A ddp entre um corpo eletrizado positivamente e um corpo neutro é nula.
- Multiplicando-se 1 Volt por 1 Coulomb, obtém-se 1 Joule.

3.9 - Uma carga elétrica de 12 C deslocou-se entre dois pontos “a” e “b”, de modo que o trabalho realizado pela força elétrica vale 960 J. Determine o valor da d.d.p. entre “a” e “b”.

3.10 - Considere uma lâmpada ligada numa tomada elétrica residencial. Verifica-se que um trabalho elétrico de 44J é realizado sobre uma carga elétrica de 0,2C que passa através da lâmpada, de um terminal a outro, desta tomada.

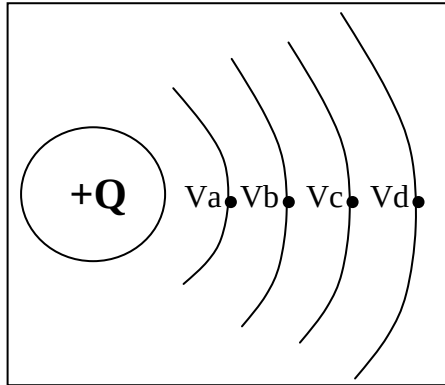
- Qual é o valor da diferença de potencial entre os terminais da tomada?
- Um outro aparelho é ligado a esta tomada durante um certo tempo, recebendo 1.100J de energia elétrica (trabalho elétrico) das cargas elétricas que o percorrem. Qual é o valor desta carga?

3.11- Dois pontos “a” e “b” de um campo elétrico possuem potenciais positivos de, respectivamente, 1.000V e 600V.

- Uma carga elétrica negativa, abandonada entre estes pontos, tenderá a se deslocar, espontaneamente, para “a” ou para “b”?
- Qual será o valor da carga deslocada entre “a” e “b”, se a força elétrica, resultante do campo elétrico, realizar um trabalho de 1,2kJ?

3.12 - Uma carga elétrica negativa de $8\mu\text{C}$ é deslocada de “b” para “a” (V_a e V_b são potenciais positivos), dentro de um campo elétrico, o qual realiza um trabalho de 0,72mJ. Determine o valor da ddp entre “a” e “b”.

3.13 - Ao lado, temos uma esfera carregada positivamente, sendo que no campo elétrico criado por ela existem vários níveis de potenciais, ou seja, $V_a=80V$, $V_b=70V$, $V_c=60V$ e $V_d=50V$.



- Qual será o sentido de deslocamento de uma carga de prova positiva abandonada entre “a” e “b”?
- Qual será o sentido de deslocamento de uma carga de prova negativa abandonada entre “c” e “d”?
- Qual o trabalho realizado pelo campo para deslocar uma carga positiva de $6\mu C$ de “a” para “d”?

Respostas selecionadas

3.1 – a) trabalho; b) Colulomb, Volt, Joule.

$$3.2 - V_{ab} = \frac{W_{ab}}{q}; \quad q = \frac{W_{ab}}{V_{ab}}; \quad W_{ab} = V_{ab} \cdot q$$

3.3 – a) V; b) V; c) V; d) F; e) F

3.4 - a) 12 V; b) 9 V; c) 1,5V; d) 3 V

3.5 - a) -15 V; b) -25 V; c) +15V; d) -20 V

3.6 – a) menor; b) maior; c) 1,5 J.

3.7 – a) o ar; b) 3 milhões de kV;
c) 30 kV; d) 500 kV

3.8 - d)

3.9 - $V_{ab} = 80V$

3.10 - a) $V_{ab} = 220V$; b) $q = 5C$;

3.11- a) Para a; b) $q = 3C$

3.12- $V_{ab} = 90V$;

3.13 - a) a para b; b) d para c; c) $W_{ab} = 180\mu J$

Capítulo IV – CORRENTE ELÉTRICA

André Marie Ampère (1775 - 1836)

André Marie foi um físico e um matemático francês que nasceu em Lyon a 20 de Janeiro de 1775. Foi professor de física, química e matemática em Lyon (1797-1802) e em Bourg (1802-1804) e lecionou matemática e mecânica na École Polytechnique de Paris (1804-1828). Pela sua reputação como ótimo professor e investigador, em 1828 foi convidado para lecionar matemática na Université de France, cargo que ocupou até ao final da sua vida. Entre 1807 e 1816, estabeleceu a diferença entre átomos e moléculas e concebeu uma classificação de elementos, precursora da tabela periódica de elementos.



Ao tomar conhecimento das experiências de Oersted sobre o desvio de agulhas magnéticas por efeito de uma corrente elétrica, começou a estudar os fenômenos eletromagnéticos. Em 1820 reconheceu que, sem a intervenção de qualquer ímã, dois fios exercem um sobre o outro uma ação atrativa ou repulsiva consoante o sentido das correntes. Experimentou a mútua influência entre fios condutores paralelos, distinguiu entre a intensidade de corrente que circula num condutor e a força impulsora ou tensão eletromagnética e concebeu o solenóide. A sua teoria foi fundamental para o desenvolvimento da eletricidade e do magnetismo no século XIX. A sua obra mais importante, *Mémoire sur la Théorie Mathématique des Phénomènes Electrodynamiques* (1826) tornou possível os ulteriores avanços de Thomson, Maxwell, Weber e Faraday no campo do eletromagnetismo. Como reconhecimento do seu valor, Napoleão nomeou-o inspetor-geral de instrução pública em 1808. Faleceu a 10 de Junho de 1836, em Marselha. O **Ampère (A)** é hoje a **unidade de medida da intensidade da corrente elétrica** em sua homenagem.

[<http://www.explicatorium.com/Andre-Ampere.php>]

4.1 – CONCEITO

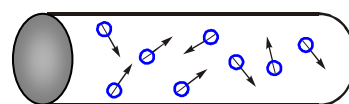
O fenômeno relativo ao movimento de cargas elétricas é de vital importância no estudo de eletricidade, posto que, neste processo, poderá haver transferência de energia de um lugar para outro.

Como foi visto em Eletrostática, quando uma carga elétrica é colocada numa região onde atua um campo elétrico, tenderá a se movimentar, pois estará sujeita à ação de uma força de origem elétrica. Em materiais condutores metálicos (fios de cobre), os elétrons pertencentes à camada de valência (última camada) são fracamente atraídos pelos respectivos núcleos, de forma que são considerados “elétrons livres”.

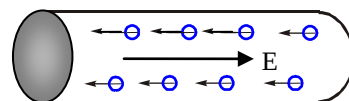
Na ausência de um campo elétrico, esses elétrons movem-se desordenadamente descrevendo várias trajetórias com mudanças bruscas de direção ocasionadas por colisões com a rede cristalina constituída pelos átomos do

material. Neste caso o deslocamento médio é nulo. (Figura 4.1 a)

A presença de um campo elétrico altera a trajetória desses elétrons, apresentando um deslocamento maior em sentido oposto ao campo, devido à força exercida. ($\mathbf{F} = \mathbf{E} \cdot q$)



a) elétrons em movimento desordenado



b) elétrons em movimento ordenado

Fig.4.1 – Formas de movimento dos elétrons

A corrente elétrica num condutor pode então ser definida como sendo o movimento ordenado de suas cargas elétricas, devido à ação de um campo elétrico estabelecido em seu interior pela aplicação de uma ddp entre suas extremidades.

“Corrente elétrica é o movimento ordenado de cargas elétricas no interior de um condutor.”

Quando acionamos a chave de luz do nosso quarto e vemos que a lâmpada acende, quase que instantaneamente, temos a impressão de que a velocidade com que os elétrons livres se movem ao longo dos fios é elevadíssima.

Contudo, na realidade, a velocidade desses elétrons é da ordem de apenas alguns milímetros/segundo. O que ocorre é que os elétrons livres se encontram em grande quantidade ao longo dos fios.

Assim, quando a chave é acionada, o primeiro elétron empurra o segundo que, por sua vez, empurra o terceiro, e assim por diante, até chegar ao último elétron localizado na extremidade do fio junto à lâmpada. Portanto, podemos dizer que a rapidez com que os empurrões entre os elétrons se propagam é muito grande, mas a velocidade dos elétrons, na verdade, é muito pequena.

4.2 - INTENSIDADE DA CORRENTE ELÉTRICA

a) Definição

Considerando a Figura 4.1b, notamos que existe um movimento ordenado de cargas elétricas através do condutor. Suponhamos que um observador medisse, durante um intervalo de tempo (Δt), a quantidade de carga (Δq) que passou através de uma seção transversal do condutor.

Define-se **Intensidade da Corrente Elétrica (I)**, através de um condutor, a relação entre a quantidade de carga (Δq) que passa por uma seção transversal do mesmo e o intervalo de tempo considerado (Δt).

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (4.1)$$

Entende-se por seção transversal um corte perpendicular à direção do deslocamento das cargas elétricas.

De agora em diante, quando for mencionada a seção de um condutor esta, implicitamente, será a seção transversal (normal, reta, ou perpendicular) à direção do deslocamento das cargas.

Em estudos mais aprofundados a seção poderá não ser normal o que exigirá mais conhecimento de matemática.

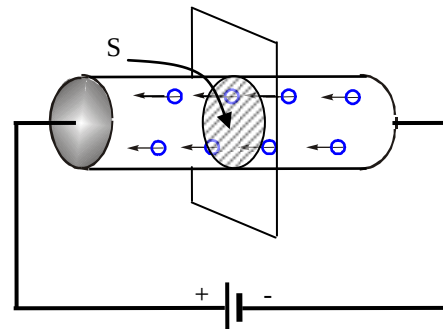


Fig.4.2 – Definição de Intensidade de Corrente

b) Unidade

No Sistema Internacional de Unidades a intensidade da corrente elétrica é medida em Ampères (A).

$$u(I) = u(\Delta q) / u(\Delta t) = C / s = \text{Ampère (A)}$$

1A é a intensidade de uma corrente elétrica que circula num condutor, quando, por exemplo, em sua seção transversal passa uma carga de 1C no tempo de 1s.

Exemplo Resolvido 4.1:

Uma carga de 360C atravessou uma seção transversal de um condutor num intervalo de tempo de 20s. Determine a intensidade da corrente que percorreu o condutor no espaço de tempo considerado.

Solução:

$$\Delta q = 360C; \quad \Delta t = 20s; \quad I = ?$$

$$I = \Delta q / \Delta t = 360C / 20s = 18 A$$

c) Instrumentos de medição

Qualquer aparelho que indique a presença de corrente elétrica em um circuito é denominado galvanômetro. Se a escala deste aparelho for graduada de maneira que seja possível medir a intensidade da corrente elétrica, o aparelho receberá o nome de amperímetro.

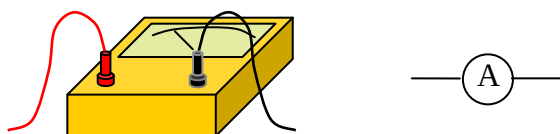


Fig.4.3 – Indicador de intensidade de corrente elétrica: Amperímetro

Conforme for o fundo de escala podemos ter miliamperímetros e microamperímetros.

d) Instalação do amperímetro

Quando desejamos medir a corrente que passa, por exemplo, numa certa lâmpada, devemos ligar o amperímetro no circuito conforme a Figura 4.4.

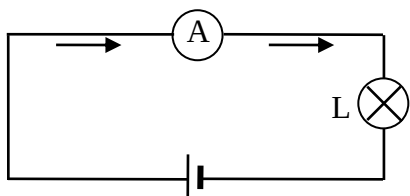


Fig.4.4 – A instalação do amperímetro é em série com o componente

O amperímetro é ligado em série com a lâmpada e toda corrente que passa nesta lâmpada passará através do medidor. Nestas condições, o ponteiro se deslocará ao longo da escala, indicando diretamente o valor desta corrente. A lâmpada estando ligada diretamente na fonte se manterá sempre acesa, mas, para que o amperímetro seja conectado, é necessário que o circuito seja aberto. Assim, lâmpada irá apagar, voltando a acender normalmente, assim que o amperímetro for corretamente ligado.

e) Dimensionamento de condutores

Um dos critérios mais usados para dimensionamento de condutores é a máxima corrente admissível por um condutor. A seguir está indicada uma tabela com a capacidade de condução de corrente de fios em função da área de suas seções transversais. Este exemplo serve para cabos com dois condutores de cobre isolados com PVC, à temperatura ambiente de 30°C, colocados em eletroduto circular embutido em parede de alvenaria. Para outras situações devem ser consultados manuais de instalações elétricas.

Tabela 4.1 – Capacidade de condução de condutores de cobre isolados com PVC, em eletroduto

Seção (mm ²)	1,5	2,5	4	6	10	16	25	35
Corrente (A)	17,5	24	32	41	57	76	101	125

Observando a Tabela 4.1 e considerando o valor obtido ($I = 18A$) no Exemplo Resolvido 4.1, deveríamos escolher um fio cuja área fosse de 2,5 mm² para poder suportar a corrente.

4.3 - SENTIDOS DA CORRENTE ELÉTRICA

a) Eletrônico

É considerado o sentido real da corrente elétrica, pois corresponde ao sentido do **movimento dos elétrons**, ou seja, a corrente circula do potencial menor (-) para o potencial maior (+) no receptor.

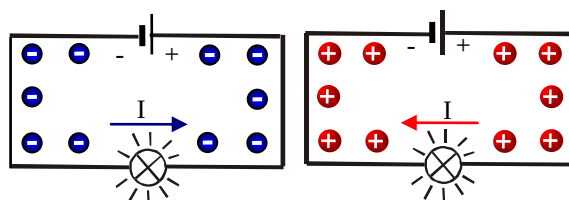


Fig.4.5 – Sentidos da corrente:
a) eletrônico, b) convencional

b) Convencional

Por convenção, é o deslocamento das **cargas positivas**, ou seja, a corrente circula do potencial maior (+) para o potencial menor (-) no receptor.

Este sentido foi adotado há mais de um século, antes que o elétron fosse descoberto, e continua firmemente estabelecido na literatura de Eletricidade. Na verdade, não faz diferença alguma considerar cargas positivas hipotéticas movendo-se em um sentido ou cargas negativas reais movendo-se em sentido oposto.

No nosso estudo será adotado o sentido convencional da corrente por ele ser o mais utilizado na bibliografia existente.

4.4 - TIPOS DE CORRENTE ELÉTRICA

a) Corrente Contínua (CC ou DC)

Se uma lâmpada for alimentada por uma ddp contínua, por exemplo de uma pilha, ela será percorrida por uma corrente contínua, a qual é unidirecional, tendo sempre o mesmo sentido e mesmo módulo em todos os instantes de tempo, conforme gráfico abaixo.

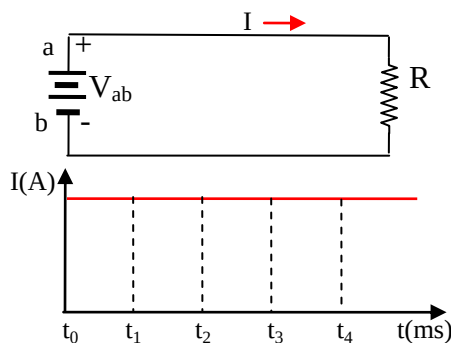


Fig.4.6 – Forma de onda de corrente contínua

b) Corrente Alternada (CA ou AC)

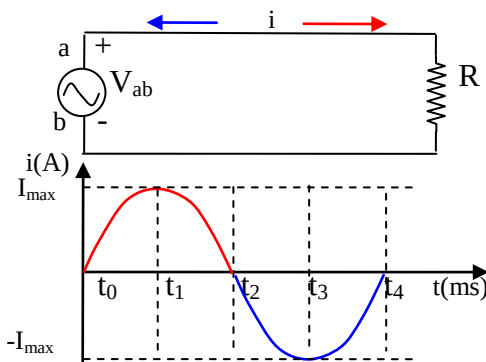


Fig.4.7 – Forma de onda de corrente alternada

Se uma lâmpada for alimentada por uma ddp alternada, por exemplo, de uma tomada residencial, ela será percorrida por uma corrente alternada, a qual muda periodicamente sua intensidade e seu sentido.

Conforme a Figura 4.7, de t_0 a t_2 temos o semiciclo positivo, onde a corrente circula de a para b, e de t_2 a t_4 , o semiciclo negativo, onde a corrente circula em sentido oposto ao anterior.

Logo de t_0 a t_4 temos um ciclo completo de corrente.

c) Medição de corrente elétrica com um multímetro

1º) Os cabos devem ser colocados nos bornes A e Com (dependendo do instrumento, pode ser $VA\Omega$ e Com).

2º) Seleciona-se a escala A-DC acima do maior valor esperado da corrente.

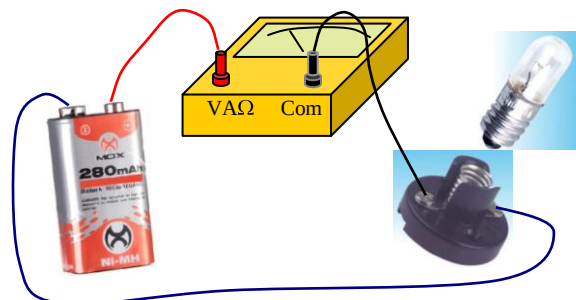


Fig.4.8 – Medição de corrente com multímetro

3º) Colocam-se as ponteiros do instrumento em “série” com o circuito, para que a corrente que circula pela lâmpada, passe também pelo medidor. Em DC deve-se observar as polaridades das ponteiros, ou seja, positivo do instrumento onde a corrente entra e negativo do mesmo, onde a corrente sai.

4º) No visor aparece o valor indicando a corrente medida.

5º) Se a medição for em CA procedemos do mesmo modo, porém não há necessidade de nos preocuparmos com a polaridade, pois a ddp que alimenta o circuito muda de polaridade periodicamente.

4.5 - EFEITOS DA CORRENTE ELÉTRICA

a) Efeito Térmico (Efeito Joule)

Como consequência das colisões entre os elétrons livres e os átomos dos condutores, a passagem de corrente elétrica eleva a temperatura desses condutores.

Em alguns casos o Efeito Joule é indesejável porque, além de representar perda de energia elétrica, causa também danos nos geradores, motores, transformadores e linhas de transmissão.

Noutras situações ele é bastante útil como nos chuveiros, estufas, ferros de passar roupa, secadores de cabelo, fornos elétricos, lâmpadas incandescentes, solda elétrica, etc.

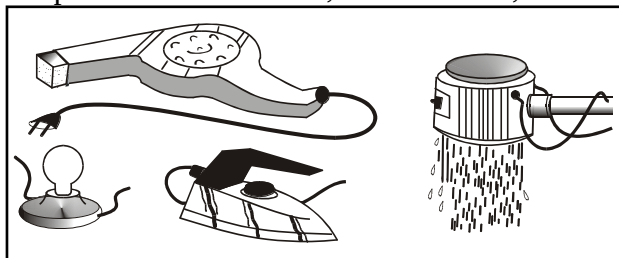


Fig.4.9 – Usos domésticos do efeito joule

Fusíveis

Quando um circuito é percorrido por corrente elétrica, provoca aquecimento dos condutores. Quando esta corrente se torna exagerada precisamos proteger as instalações contra o possível sobreaquecimento.

Recorremos então aos “fusíveis”, dispositivos de baixa temperatura de fusão (chumbo $\rightarrow 327^{\circ}\text{C}$; estanho $\rightarrow 323^{\circ}$), os quais podem “queimar”, interrompendo a passagem da corrente elétrica. No corpo dos fusíveis está escrito o valor de corrente que ele suporta.

b) Efeito Magnético

Se colocarmos uma bússola próxima a um condutor percorrido por corrente elétrica, notaremos que ocorre um desvio na sua agulha, evidenciando que existe a presença de um campo magnético em torno do condutor.

Este é um dos efeitos mais importantes da corrente, uma vez que se constitui na base do princípio de funcionamento dos eletroímãs,

instrumento de medição, motores, transformadores, etc.

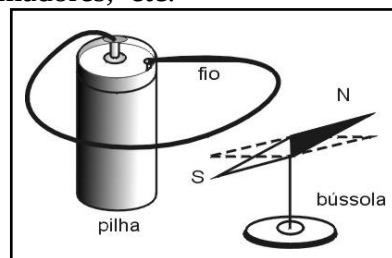


Fig.4.10 – Efeitos magnéticos

Campainha ou Cigarra:

Apesar da inumerável quantidade de exemplos, será dada atenção a uma das aplicações mais simples do campo magnético produzido pela corrente elétrica: a cigarra elétrica. A cigarra é composta de um núcleo de ferro, em torno do qual há uma bobina, e uma lâmina de ferro flexível. Quando pressionamos o botão acionador passa uma corrente alternada na bobina da campainha criando um campo magnético no núcleo que atrai a lâmina. Quando a corrente alternada passa por zero a lâmina é solta e, logo em seguida, é atraída novamente causando a vibração da lâmina de ferro gerando o ruído característico.

c) Efeito Químico (eletrolise)

Esse efeito ocorre quando se faz a corrente elétrica atravessar soluções eletrolíticas, provocando transformações químicas. É usado industrialmente nos processos de galvanização, que consistem em revestir um metal com outro (cobre, níquel, prata, etc.).

Nos condutores líquidos (soluções aquosas de ácidos, bases ou sais) temos movimento de íons positivos e negativos (cátions e ânions), os quais se deslocam de uma forma ordenada sob a ação de um campo elétrico. Os ânions deslocar-se-ão no sentido contrário ao do campo e os cátions no mesmo sentido do campo.

Exemplo de aplicação da Eletrolise

De acordo com a Figura 4.11, iremos verificar como se processa um banho de cobre sobre a chave (cobrear a chave). Dentro do recipiente temos uma solução aquosa de sulfato

de cobre (CuSO_4), uma placa de cobre e o objeto a ser recoberto (chave) que, no caso, deve estar desengordurada e bem limpa.

Associamos duas ou três pilhas e ligamos o polo positivo da associação à placa de cobre, e o polo negativo ao objeto (chave).

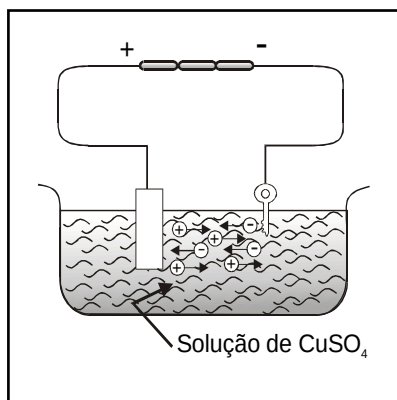


Fig.4.11 – Banho de cobre

Como o sulfato de cobre, na solução, encontra-se dissociado em íons Cu^{++} e SO_4^{--} , estes íons se movimentam nos sentidos indicados no desenho anterior; os íons Cu^{++} dirigem-se para o objeto (chave) e depositam-se sobre ele, enquanto os íons SO_4^{--} deslocam-se para a placa de cobre e, reagindo com ela, regeneram o CuSO_4 . Assim, o cobre da placa passa para a solução e, portanto, através desse processo, vai sendo transferido para o objeto. Depois de um certo tempo, em que o circuito ficou ligado, verificaremos que se depositou uma camada de cobre sobre a chave.

d) Efeito Luminoso

Este efeito baseia-se no fato de gases ionizados emitirem luz quando atravessados por uma corrente elétrica. Como exemplo, temos as lâmpadas fluorescentes, as lâmpadas de vapor de mercúrio (usadas na iluminação de quadras esportivas), as lâmpadas de vapor de sódio (para iluminação de túneis e estradas), etc.

Nos condutores gasosos, campos elétricos intensos poderão provocar o deslocamento ordenado de íons positivos e negativos e elétrons (corrente elétrica), sendo que os ânions e elétrons tenderiam a deslocar-se no sentido contrário ao do campo e os cátions

tenderiam a deslocar-se no mesmo sentido do campo elétrico.

Esses cátions e ânions provêm da ionização das moléculas do gás. Essas moléculas, porém, não se ionizam sozinhas, como no caso dos condutores líquidos. A ionização começa, em geral, com o movimento de elétrons livres que se chocam com as moléculas do gás e, arrancam elétrons delas, ionizando-as. Os íons formados, por sua vez, encontram novas moléculas, que são ionizadas pelo choque entre elas. Esses novos íons participam do movimento de cargas, e assim por diante.

Lâmpada Fluorescente

Uma lâmpada fluorescente constitui-se de um tubo de vidro cujo comprimento é determinado pela potência da mesma e, em cada extremidade, possui um filamento de tungstênio, em forma de espiral e recoberto com uma camada de óxidos emissores de elétrons. O interior do tubo de vidro é revestido com uma camada de pó fluorescente, cuja natureza influencia o espectro do fluxo luminoso produzido. Também no interior da lâmpada existe um gás raro (argônio) e certa quantidade de mercúrio que, no momento da partida, será vaporizado.

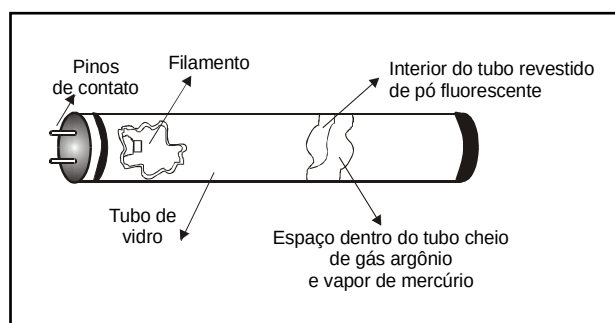


Fig.4.12– Lâmpada fluorescente comum

Uma das principais vantagens que a lâmpada fluorescente apresenta é possuir um alto rendimento luminoso além de poder ser fabricada em várias tonalidades.

e) Efeito Fisiológico

Quando uma corrente elétrica atravessa um organismo vivo, além dos efeitos térmico e químico, ocorrem também efeitos sobre nervos e músculos. Uma corrente da ordem de 10mA, atravessando o organismo de uma pessoa, provoca uma sensação de desconforto, sendo que, acima desse valor, a corrente ocasiona uma perda do controle sobre os músculos, provocando contrações conhecidas como “choques”.



Fig.4.13 – Choque elétrico

O socorro a uma vítima de choque começa pelo corte da tensão causadora do mesmo. Isso deve ser feito interrompendo-se o circuito. Na impossibilidade dessa interrupção, sugere-se puxar ou empurrar a pessoa com um material isolante como, por exemplo, uma corda, um pedaço de madeira seca, etc. Este primeiro socorro deve ser feito o mais rápido possível, pois a resistência da pele na região do contato elétrico diminui, o que provoca elevação da intensidade de corrente.

Entretanto, deve-se tomar o cuidado de não provocar contatos indevidos com a pessoa afetada pelo choque, pois a reação instintiva de puxá-la manualmente pode provocar mais uma vítima.

Se, após livrar-se da corrente elétrica, a pessoa estiver inconsciente e sem respirar, devemos proceder da seguinte maneira:

1º) Verificar se a língua da pessoa não está dobrada;

2º) Realizar a respiração boca-a-boca ou boca-nariz;

3º) Se a pessoa estiver sem batimento cardíaco (coração para de bater), é realizada, intercalada com a respiração artificial, uma massagem cardíaca. A respiração e a massagem devem ser feitas por pessoas diferentes.

“Lembre-se que os primeiros socorros para uma vítima de choque elétrico, quando prestados corretamente, podem salvar a vida dela”.

Todas as funções do corpo humano são controladas eletricamente. Através de sinais elétricos que viajam pelo sistema nervoso, o cérebro (computador central) recebe estas impressões e envia instruções para o resto do corpo. Neste processo complexo os neurônios são fundamentais.

A tensão elétrica dos impulsos nervosos é da ordem de 100mV e os sinais transmitidos (cérebro ao sistema acionado) levam em torno de 0,04s. Inclusive, utilizam-se exames clínicos de natureza elétrica, como eletrocardiograma e eletroencefalograma, para se efetuar investigações médicas. As correntes elétricas que acompanham a atividade cerebral podem ser registradas por aparelhos especiais.

Verifica-se que a nossa sensibilidade à corrente elétrica é muito acentuada, isto é, correntes relativamente pequenas podem causar dor e, até mesmo, a morte. De fato, para a maioria das pessoas observa-se que:

- Uma corrente de 1mA já é perceptível, causando um certo “formigamento”;
- Uma corrente de 10mA pode causar dores e espasmos musculares, não sendo, porém, fatal;
- Uma corrente de 100mA pode levar à morte, porque faz o coração bater de maneira irregular e sem coordenação (fibrilação cardíaca);
- Correntes mais elevadas provocam a parada completa do coração, danos irreversíveis ao sistema nervoso e queimaduras intensas em virtude do efeito joule (térmico) da corrente.

Questões e problemas

4.1 - Conceitue qualitativamente a corrente elétrica.

4.2 - Escreva a equação que define intensidade da corrente elétrica e diga sua unidade.

4.3 - O instrumento utilizado para medir corrente elétrica num circuito é o _____ e deve ser ligado em _____ com o mesmo.

4.4 - O sentido real (eletrônico) da corrente elétrica coincide com o sentido de deslocamento das cargas _____, portanto a corrente numa lâmpada se dá do ponto de potencial _____ para o ponto de potencial _____. O sentido contrário ao citado acima é denominado de sentido _____ da corrente elétrica.

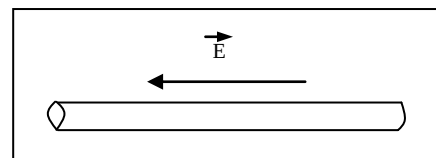
4.5 - Assinale, dentro dos parênteses, verdadeiro ou falso

- () Numa lâmpada de lanterna circula uma corrente contínua.
- () Num chuveiro elétrico circula uma corrente alternada.
- () O fusível é um dispositivo que fornece corrente elétrica.
- () O fusível e o disjuntor tem a mesma função num circuito elétrico.
- () A vantagem que o amperímetro alicate apresenta sobre o amperímetro comum é que não há a necessidade de se abrir o circuito para se efetuar a medição.

4.6 – Associe o fenômeno (coluna da esquerda) com o principal efeito que a corrente elétrica envolvida provoca (coluna da direita).

- ferro elétrico () efeito magnético
- lâmpada () efeito fisiológico fluorescente acesa
- pessoa “tomando um choque” () efeito térmico
- peça metálica sendo niquelada () efeito químico
- eletroímã sendo acionado () efeito luminoso

4.7 - Um campo elétrico E , apontando para a esquerda, é aplicado em um fio condutor, como mostra a figura deste exercício.



- Qual será o sentido de movimento dos elétrons no fio?
- Qual é a denominação deste sentido da corrente?
- Qual é o sentido convencional da corrente neste fio?

4.8 - Nos vários circuitos elétricos existentes, podemos ter tipos diferentes de corrente, ou seja: corrente contínua pura fornecida por uma pilha; corrente alternada fornecida pelos alternadores das grandes usinas geradoras e também corrente retificada (circuito retificador transforma CA em CC). Imagine, por exemplo, três circuitos diferentes: circuito de alimentação das lâmpadas de uma instalação elétrica residencial, circuito de fornecimento de energia elétrica para um rádio portátil e circuito de um carregador de bateria.

Identifique qual o tipo de corrente associada a cada circuito consumidor citado acima.

- 4.9 - Uma carga de 1200 mC deslocou-se através de um condutor durante 5 minutos. Determine o valor da intensidade da corrente elétrica.
- 4.10 - Um fio condutor de cobre é percorrido por uma corrente elétrica devido a uma ddp de 220 V existente entre seus extremos. A corrente circula durante 10 s e o trabalho realizado vale 5,5 J. Determine o valor da corrente que percorre o condutor.
- 4.11 – Vamos supor que se utilize um fusível de 3 mA para proteger o circuito citado no exercício anterior. Diga se ele irá queimar ou não, justificando.
- 4.12 – Entre as extremidades de um fio condutor aplica-se uma ddp de 110 V, durante 30 s.
Considerando-se que o trabalho realizado vale 6600 J, diga se um fusível de 1,5 A, colocado nesse circuito, queimará ou não.
- 4.13 – Certo condutor é percorrido por uma corrente de 10 mA durante 10 minutos, quando ligado entre dois potenciais. Sabendo-se que é realizado um trabalho elétrico igual a 600 J, determine o valor da diferença de potencial existente entre as extremidades do condutor.
- 4.14 – Suponha que fosse possível contar o número de elétrons que passam através de uma seção de um condutor, no qual se estabeleceu uma corrente elétrica. Se durante um intervalo de tempo $t = 10\text{ s}$ passam 2×10^{20} elétrons nesta seção, determine:
- a) A quantidade de carga q , em coulombs, que corresponde a este número de elétrons (carga do elétron = $1,6 \times 10^{-19}\text{ C}$).
- b) A intensidade da corrente (em A) que passa na seção transversal do condutor.
- 4.15 - A intensidade da corrente que foi estabelecida em um fio metálico vale 400 mA. Supondo que esta corrente foi mantida, no fio, durante 1 minuto, calcule:
- a) A quantidade total de carga que passou através de uma seção do fio.
- b) O número de elétrons que passou através desta seção.

Respostas selecionadas

4.1 – É o movimento ordenado de cargas elétricas.

4.2 – $I = \Delta q / \Delta t$; $u(I) = \text{Ampère}$.

4.3 – amperímetro, série.

4.4 – negativas, mais baixo, mais alto, convencional.

4.5 – V,V,F,V,V

4.6 – 5,3,1,4,2

4.7 –a) para a direita; b) eletrônico; c) para a esquerda.

4.8 – a) CA; CC; retificada.

4.9 - $I = 4\text{mA}$

4.10 - $I = 2,5\text{mA}$

4.11 - Não, porque $I_{\text{circ}} < I_{\text{fus}}$.

4.12 - $I = 2\text{A}$. Queima, porque $I_{\text{circ}} > I_{\text{fus}}$.

4.13 - $V_{\text{ab}} = 100\text{V}$

4.14 - $q = 32\text{C}$; $I = 3,2\text{A}$

4.15 - $q = 24\text{C}$; $n = 15 \times 10^{19}$

Capítulo V – RESISTÊNCIA E LEI DE OHM

Georg Simon Ohm (1787 – 1854)

Descobridor dos fundamentos da eletrocinética, que estuda as correntes elétricas em movimento, o físico alemão Georg Ohm fixou a lei conhecida por seu nome e em sua homenagem se denominou a unidade de resistência elétrica no sistema internacional de unidades. Georg Simon Ohm nasceu em Erlangen em 16 de março de 1787. Formou-se em física pela Universidade de Erlangen e em 1813 tornou-se professor em Bamberg. Em 1817 ensinou física e matemática em Colônia e, em 1826, na Escola de Guerra de Berlim. Dirigiu a Escola Politécnica de Nuremberg e lecionou em Munique. Recebeu em 1841 a medalha Copley da Royal Society de Londres e em seguida tornou-se membro da instituição.



Ohm promoveu a pesquisa científica dos fenômenos eletrocinéticos e esclareceu as diferenças entre eletricidade térmica e galvânica, bem como entre intensidade e quantidade de eletricidade. Por volta de 1830, comprovou o fenômeno da polarização das pilhas, e em 1852 estudou a interferência dos raios luminosos polarizados nas lâminas cristalinas.

A lei de Ohm, exposta na obra *Die galvanische Kette mathematisch bearbeitet* (1827- Estudo matemático da corrente galvânica), refere-se a correntes estacionárias e combina as três quantidades básicas consideradas num circuito: a força eletromotriz total, a intensidade da corrente e a resistência total do circuito. Ohm demonstrou que, num circuito, a corrente é diretamente proporcional à força eletromotriz total do circuito e inversamente proporcional à resistência total do mesmo. Ohm morreu em Munique em 6 de julho de 1854.

[<http://pessoal.educacional.com.br/up/50280001/2756140/t1315.asp>]

5.1 - RESISTÊNCIA ELÉTRICA

A energia elétrica que chega em nossas residências é transportada por fios constituídos de materiais bons condutores e, mesmo assim, ocorre uma certa perda de energia. Esta perda ocorre devido à resistência dos fios, onde existe um aquecimento e por isso nem toda a energia gerada é utilizada pelos consumidores.

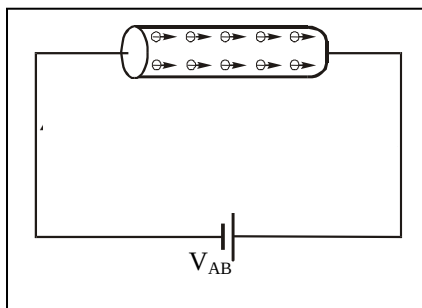


Fig.5.1 – Origem da resistência elétrica

Analisando a Figura 5.1, podemos dizer que as cargas móveis que constituem a corrente, aceleradas pela ddp, realizarão “colisões” com

os átomos ou moléculas do condutor. Isso representa uma oposição oferecida pelo fio à passagem de corrente. Evidentemente a corrente no condutor será maior ou menor, dependendo da oposição.

“Resistência elétrica é, qualitativamente, a oposição à passagem da corrente elétrica no interior de um condutor”.

O fato da temperatura de um condutor sofrer uma elevação quando uma corrente elétrica circula por ele é a evidência da oposição enfrentada pelo movimento dos elétrons.

Nos metais, onde existem vários elétrons livres, estes entram em movimento quando se lhes aplica uma ddp. Dizemos que os metais, de um modo geral, são bons condutores, pois oferecem pequena resistência. Enquanto isso, o carbono, por exemplo, possui menos elétrons livres. Portanto, a passagem de corrente se torna mais difícil, logo a resistência é maior.

5.2 – DEFINIÇÃO DE RESISTÊNCIA E MÉTODOS DE MEDIÇÃO

a) Definição

Define-se **resistência elétrica** (R) de um corpo como a relação entre a tensão aplicada V_{ab} entre as extremidades do mesmo e a intensidade de corrente (I) que o percorre.

$$R = \frac{V_{ab}}{I} \quad (5.1)$$

No sistema Internacional de Unidades a resistência elétrica é medida em Ohm (Ω).

$$u(R) = u(V_{ab}) / u(I) = V / A = \text{Ohm } (\Omega).$$

1 Ω é a resistência elétrica de um condutor onde, por exemplo, uma ddp de 1V aplicada entre seus terminais ocasiona uma corrente de 1A através dele.

b) Instrumentos de medição

A resistência elétrica pode ser medida indiretamente usando um voltímetro e um amperímetro e usando a Equação 5.1 ou pode ser medida diretamente com o ohmímetro. Existem aparelhos, denominados multímetros, que podem funcionar como voltímetros, amperímetros e também como ohmímetros.

Quando o multímetro está selecionado para ser usado como ohmímetro, para saber o valor da resistência de um componente qualquer, basta ligar o mesmo às ponteiros do instrumento.

A leitura da posição do ponteiro (instrumento analógico) sobre a escala nos fornecerá o valor da resistência medida. Esta medição pode também ser feita através de um ohmímetro digital, onde a leitura é feita diretamente no display do medidor. Outro instrumento de medição direta é a Ponte de Medição de Resistências que, em geral, fornece um valor de maior precisão.

Observação: Toda medição com ohmímetro ou ponte deve ser feita com circuito desenergizado.

c) Medição de continuidade de um condutor ou chave

O teste de continuidade de um condutor consiste em verificar se um condutor está inteiro ou interrompido.

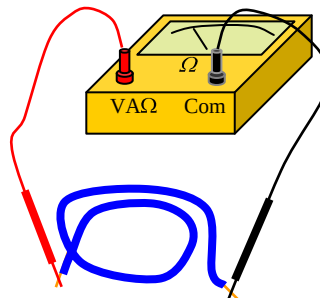


Fig.5.2 – Teste de continuidade de um fio usando um ohmímetro

1º) Com os cabos nos bornes **Comum** e **VAΩ** colocamos o seletor em **ohmímetro** numa dada escala.

2º) Encostamos as ponteiros do medidor nos terminais do condutor (Figura 5.2).

3º) Se aparecer um valor baixo, por exemplo 0, significa que o condutor está inteiro, se aparecer 1. (nos digitais) ou ∞ (nos analógicos), indica que o condutor está interrompido (resistência infinita).

O mesmo teste pode ser feito para verificarmos a condição de uma chave. Se ela estiver fechada, a resistência medida é aproximadamente zero, e se estiver aberta, a resistência medida será infinita, ou seja, aparecerá no visor o valor 1 (nos digitais).

d) Medição de resistência pelo método direto

1º) Com os cabos nos bornes **Comum** e **VAΩ** colocamos o seletor em **ohmímetro** numa dada escala.

2º) Após, colocam-se as ponteiros no medidor em paralelo com os terminais do resistor (Figura 5.3).

3º) O ponteiro deflexionará até o valor (se for analógico) ou visor mostrará a indicação do valor (se for digital).

4º) É interessante medir também noutra escala para comparar as leituras.

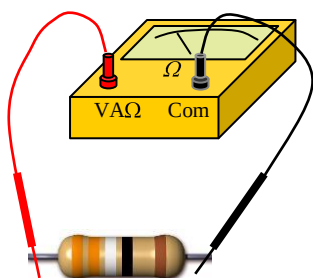


Fig.5.3 – Medição de resistência com ohmímetro ou ponte

e) Medição da resistência de um resistor pelo método indireto

A medida de uma resistência poderá também ser feita usando-se um **voltímetro** e um **amperímetro**. Nesse caso, os aparelhos devem ser ligados da maneira mostrada na Figura 5.4.

O voltímetro nos fornece o valor da d.d.p. (V_{AB}) entre os extremos do resistor (R) e o amperímetro indica o valor da corrente (I) que passa neste resistor.

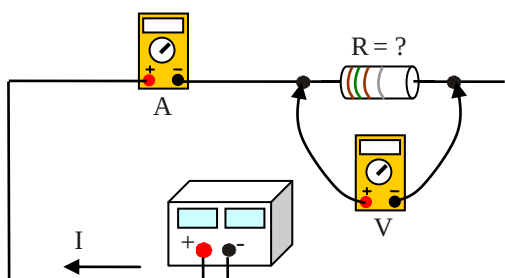


Fig.5.4 – Medição da resistência pelo método indireto

Conhecendo-se a d.d.p e a corrente que passa no resistor, podemos calcular o valor da resistência pela equação 5.1 repetida aqui:

$$R = \frac{V_{ab}}{I}$$

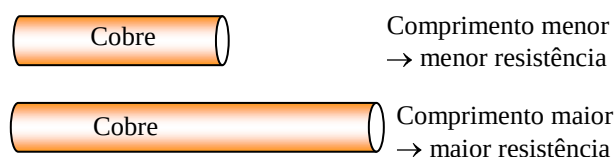
5.3 - RESISTÊNCIA E RESISTIVIDADE

As diversas experiências mostraram que a resistência elétrica de um condutor depende, basicamente, de quatro fatores: o seu comprimento, a área de sua seção transversal, o material de que ele é feito e da temperatura.

a) Comprimento de um condutor (ℓ)

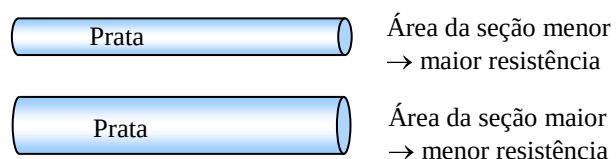
Em condutores feitos do mesmo material e com mesma área de seção transversal, mantidos a mesma temperatura, a resistência elétrica é diretamente proporcional ao comprimento (ℓ), ou seja, será verificada maior resistência no condutor de maior comprimento.

($R \propto \ell$, α = símbolo de proporcionalidade).



b) Área de Seção Transversal (S)

Em condutores feitos do mesmo material e com o mesmo comprimento, mantidos a uma mesma temperatura, a resistência elétrica é inversamente proporcional à área da seção transversal, ou seja, será verificada maior resistência no condutor de menor área de seção transversal.



Assim sendo, podemos afirmar que, para um fio condutor de um dado material e a uma certa temperatura, sua resistência elétrica será proporcional ao seu comprimento e inversamente proporcional à área de sua seção transversal.

Considerações sobre o cálculo da área**1º) Conversões**

Muitas vezes é necessário realizar algumas conversões nas unidades de comprimento e de área, por isso faremos uma rápida revisão usando a regra das casinhas.

Iniciaremos com algumas conversões de medidas lineares.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm	
						1,	2
					0,	1	2
			0,	0	4	3	
		2	3,	5	0		

Neste caso a vírgula salta de uma em uma casa de cada vez obtendo-se:

- a) $1,2 \text{ mm} = 0,12 \text{ cm} = 12 \times 10^{-2} \text{ cm}$
 b) $43 \text{ mm} = 0,043 \text{ m} = 43 \times 10^{-3} \text{ m}$
 c) $23,50 \text{ m} = 2350 \text{ cm} = 2350 \times 10^{-2} \text{ m}$

km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²	
						2,	50
					0,	02	50
					36,	45	
			3,	15	00		

No caso de medidas de área a vírgula salta de duas em duas casas de cada vez obtendo-se:

- a) $2,5 \text{ mm}^2 = 0,0250 \text{ cm}^2 = 2,5 \times 10^{-2} \text{ cm}^2$
 b) $36,45 \text{ cm}^2 = 0,003645 \text{ m}^2 = 36,45 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
 c) $3,15 \text{ m}^2 = 315 \text{ dm}^2 = 31500 \text{ cm}^2$

2º) Área dos condutores

Algumas vezes conhecemos o raio ou diâmetro dos condutores cilíndricos (fios) e precisamos calcular as suas áreas. Para tal, utilizamos a Equação 5.2 ou 5.3.

$$S = \pi \cdot r^2 \quad (5.2)$$

$$r = d/2; \quad S = \pi \cdot (d/2)^2; \quad S = \pi \cdot d^2/4 \quad (5.3)$$

Onde: S = área da seção do condutor

r = raio do condutor

d = diâmetro do condutor

c) Resistividade (ρ)

Resistividade é a constante de proporcionalidade que depende exclusivamente do material que é constituído o condutor e da temperatura em que ele se encontra. Essa constante é indicada pela letra grega ρ (Rô).

Pelo exposto anteriormente podemos escrever que:

$$R = \frac{\rho \cdot \ell}{S} \quad (5.4)$$

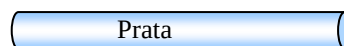
No Sistema Internacional de Unidades (SI), ρ é medido em $\Omega \cdot \text{m}$.

1 $\Omega \cdot \text{m}$ é a resistividade de um material que tem, por exemplo, 1 Ω de resistência elétrica, para um comprimento de 1m e área da seção transversal de 1m².

Pela relação $R = \rho \cdot \ell / S$ podemos ver que, tomando-se vários fios de mesmo comprimento e de mesma área, porém feitos de materiais diferentes, haverá menor resistência naquele que possuir menor resistividade. Concluimos, então, que, quanto menor for a resistividade de um material, menor será a oposição que este material oferecerá a passagem de corrente através dele.



Resistividade maior
→ maior resistência



Resistividade menor
→ menor resistência

“Uma substância será tanto melhor condutora de eletricidade quanto menor for o valor de sua resistividade”.

Na tabela 5.1 estão indicados os valores de resistividade de alguns materiais, para temperatura de 20°C.

Tabela 5.1 – Tabela de resistividades aproximadas de alguns materiais típicos a 20° C¹

Material	Resistividade (Ω.m)	Coefic. de temp. (°C ⁻¹)
Prata	$1,60 \times 10^{-8}$	$4,1 \times 10^{-3}$
Cobre	$1,70 \times 10^{-8}$	$4,3 \times 10^{-3}$
Ouro	$2,40 \times 10^{-8}$	$3,4 \times 10^{-3}$
Alumínio	$2,60 \times 10^{-8}$	$4,4 \times 10^{-3}$
Tungstênio	$5,50 \times 10^{-8}$	$4,5 \times 10^{-3}$
Zinco	$6,00 \times 10^{-8}$	$3,8 \times 10^{-3}$
Ferro	$10,0 \times 10^{-8}$	$6,5 \times 10^{-3}$
Platina	$10,6 \times 10^{-8}$	$3,9 \times 10^{-3}$
Estanho	$12,0 \times 10^{-8}$	$4,2 \times 10^{-3}$
Manganina	$42,0 \times 10^{-8}$	$0,002 \times 10^{-3}$
Constantan	$50,0 \times 10^{-8}$	$0,01 \times 10^{-3}$
Mercúrio	$94,0 \times 10^{-8}$	$0,89 \times 10^{-3}$
Nicromo	100×10^{-8}	$0,13 \times 10^{-3}$
Grafite	$(40 \dots 75) \times 10^{-8}$	$-0,5 \times 10^{-3}$
Silício puro	$2,5 \times 10^3$	-70×10^{-3}

Existem tabelas práticas de resistividades de materiais expressas em $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$. Neste caso o valor da resistividade é 10^6 vezes o valor da Tabela 5.1. Neste caso, por exemplo, a resistividade de cobre será $1,7 \times 10^{-2} \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$.

Exemplo Resolvido 5.1: Calcule o valor da resistência elétrica de um fio de cobre de 40 m de comprimento e $0,25 \text{ mm}^2$ de área de seção transversal na temperatura de 20° C.

Solução:

$$R = ? \quad \ell = 40\text{m}, \quad S = 0,25\text{mm}^2 = 0,25 \times 10^{-6} \text{m}^2$$

$$\theta = 20^\circ \text{C}; \quad \rho = 1,7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

$$R = \frac{\rho \cdot \ell}{S} = \frac{1,7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} \cdot 40\text{m}}{0,25 \times 10^{-6} \text{m}^2} = 2,72 \Omega$$

Exemplo Resolvido 5.2: Refaça o problema acima supondo que a resistividade do cobre está sendo expressa por $\rho = 1,7 \times 10^{-2} \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$.

Solução:

$$R = ? \quad \ell = 40\text{m}; \quad S = 0,25\text{mm}^2;$$

$$\theta = 20^\circ \text{C}; \quad \rho = 1,7 \times 10^{-2} \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m};$$

$$R = \frac{\rho \cdot \ell}{S} = \frac{1,7 \times 10^{-2} \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m} \cdot 40\text{m}}{0,25\text{mm}^2} = 2,72 \Omega$$

d) Temperatura

A resistividade de um material pode sofrer variações conforme a temperatura. Pode-se admitir como lineares as variações de resistividade, para valores até cerca de 100°C, porém nem todos os materiais se comportam de mesma maneira.

Analisando a estrutura interna dos sólidos, é possível entender por que a resistência elétrica destes corpos varia com a temperatura.

Sob o ponto de vista da Física Moderna, a resistência elétrica de um sólido depende basicamente de dois fatores: do número de elétrons livres existentes em sua estrutura e da mobilidade destes elétrons ao se deslocarem através de sua rede cristalina.

1º Caso: Materiais com coeficiente de temperatura positivo

Os metais e alguns outros materiais sofrem um acréscimo da resistividade quando a temperatura cresce. Esses materiais são conhecidos pela sigla PTC (*Positive Temperature Coefficient*).

A Figura 5.5 apresenta o comportamento de um condutor de tungstênio (usado nos filamentos de lâmpadas) quando mantido à temperatura ambiente e quando aquecido. O gráfico da **resistência x temperatura**, mostra claramente que a resistência do condutor de tungstênio aumenta com o aumento da temperatura.

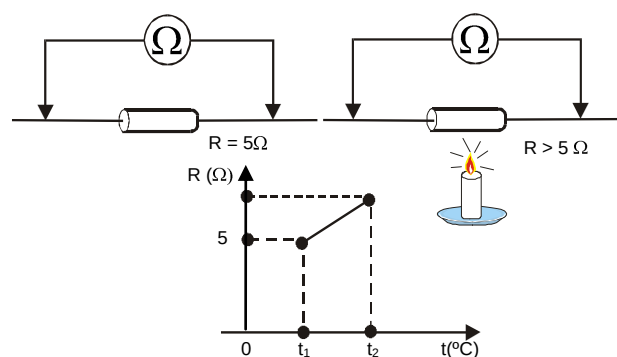


Fig.5.5 - Coeficiente de temperatura positivo

¹ Compilado de Resnick, Halliday & Krane, Física 3

2º Caso: Materiais com coeficiente de temperatura negativo

Em alguns materiais, como a grafita e muitos semicondutores, o fenômeno ocorrido é diferente do citado no primeiro caso, ou seja, quando aquecidos, esses materiais sofrem uma redução da resistividade. Neste caso a sigla é NTC. Abaixo mostramos o que acontece quando um pedaço de grafita é aquecido. Através do gráfico da Figura 5.6 podemos verificar o seu comportamento.

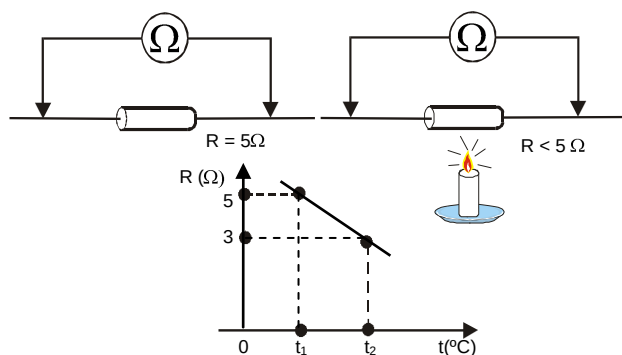


Fig.5.6 - Coeficiente de temperatura negativo

3º Caso: Materiais com coeficiente de temperatura nulo

O terceiro caso agora é a combinação dos 1º e 2º casos, isto é, a resistividade do condutor não varia com a temperatura. Um dos bons exemplos é a **manganina** que possui o coeficiente de temperatura praticamente nulo. (Ver tabela 5.1)

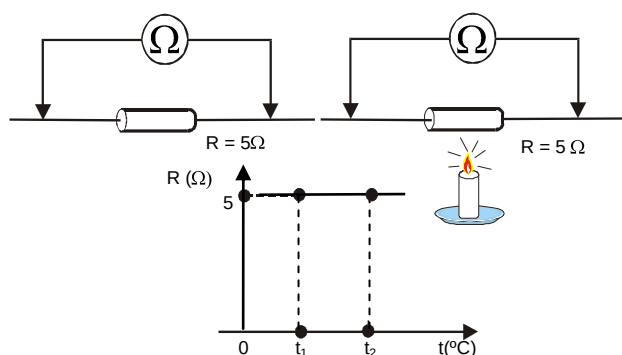


Fig.5.7 - Coeficiente de temperatura nulo

Se a resistividade não varia a resistência elétrica também não varia. Observe o gráfico da Figura 5.7.

Anteriormente foi mostrada uma tabela de resistividades de alguns materiais, sendo que a mesma é válida para ambientes à temperatura de 20°C. Isso significa que a resistividade pode assumir valores diferentes para outras temperaturas.

A expressão para calcular a resistividade em função da temperatura é dada por:

$$\rho = \rho_o \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t) \quad (5.5)$$

Onde: ρ = resistividade do material, em ($\Omega \cdot m$), à temperatura t ;

ρ_o = resistividade do material, em ($\Omega \cdot m$), a uma temperatura de referência t_o ;

$\Delta t = t - t_o$ = variação da temperatura, em ($^{\circ}C$);

α = coeficiente de temperatura do material, em ($^{\circ}C^{-1}$).

5.4 - SUPERCONDUTIVIDADE

O gráfico da Figura 5.8 mostra que, diminuindo-se a temperatura de uma substância metálica, sua resistência diminui de valor.

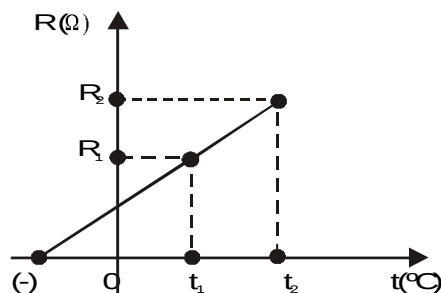


Fig.5.8 – Variação da resistência em temperaturas muito negativas

Nota-se que a resistência tende a zero quando obtivermos uma temperatura negativa igual ao zero absoluto ($0 \text{ Kelvin} = -273,15^{\circ} C$).

A supercondutividade é uma propriedade de um número limitado de materiais que apresentam resistência elétrica nula quando submetidos a temperaturas muito baixas porém bem acima de $0K$. Assim o efeito Joule no fio é nulo. O problema prático está na refrigeração do fio supercondutor por isso ele é ainda raramente usado em aplicações comerciais.

5.5 - RESISTORES

Resistor é um componente físico que possui a propriedade denominada de resistência elétrica e que se destina a limitar a corrente em certas partes de um circuito elétrico.

Considera-se um componente como resistor quando ele transforma a energia elétrica consumida integralmente em calor.

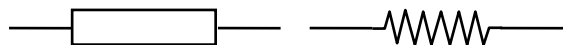


Fig.5.9 – Símbolos do resistor

a) Especificações dos resistores

Os resistores têm três importantes especificações: resistência (Ω), tolerância (%) e potência (Watts). Pelo exame visual do resistor é possível descobrir estas especificações.

- **Resistência:** nos resistores de fio os valores estão normalmente inscritos no corpo do componente; nos de carvão, o valor é identificado por um código de cores.

- **Tolerância:** A resistência raramente é um valor exato indicado no resistor. Seria extremamente difícil e caro fabricar resistores exatamente com o valor marcado. Por essa razão, os resistores possuem uma especificação de tolerância. Por exemplo, um resistor de $100\ \Omega$ pode ter uma tolerância de 10%. Portanto, o valor real do resistor pode ser qualquer um entre $90\ \Omega$ e $110\ \Omega$. Tolerâncias de 5%, 10% e 20% são comuns para resistores de carvão. Resistores de precisão têm tolerância de 2%, 1% ou ainda menor.

- **Potência:** A especificação de potência se refere ao valor máximo de **potência** (medida em watt) ou **calor** que o resistor pode dissipar sem queimar-se ou alterar seu valor. Quanto maior o tamanho físico do resistor, maior potência ele pode dissipar. Os resistores de carvão, em geral, possuem baixas especificações de potência; são comuns especificações de 2,5 W, 2 W, 1 W, 1/2 W, 1/4 W e 1/8 W.

Os resistores de fio podem suportar potências muito maiores, como por exemplo, 5 W, 7 W, 10 W, 25 W, 50 W, etc.

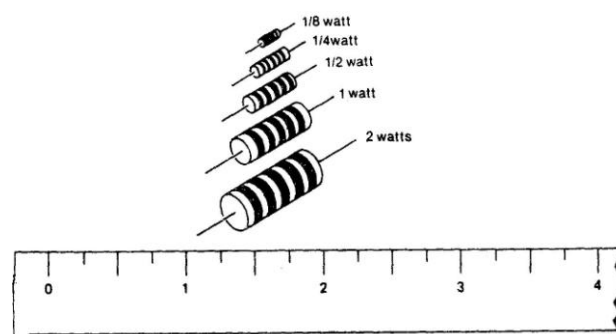


Fig.5.10.17 – Tamanho dos resistores

b) Código de cores para resistores de carvão

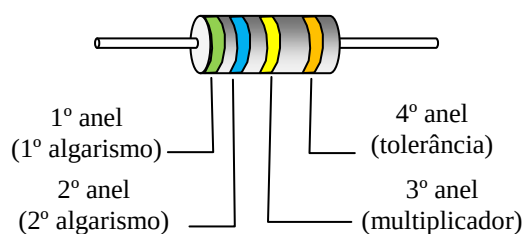


Fig.5.11 – Identificação dos quatro anéis

No corpo dos resistores de carvão são pintados anéis coloridos que obedecem a uma codificação (Tabela 5.12). O código de cores é constituído, normalmente, de quatro anéis coloridos, sendo que os três primeiros indicam o valor da resistência do resistor, enquanto que o quarto anel indica a tolerância do resistor.

A ordem dos anéis tem como referência o anel **1**, o mais próximo de um dos terminais do resistor, sendo este anel o primeiro, conforme ilustração acima. Cada cor tem um valor que depende do anel em que está, segundo a Tabela 5.12. Na ausência do quarto anel, a tolerância será de 20%.

Tabela 5.2 – Código de cores para resistores

COR	1ª faixa	2ª faixa	3ª faixa	4ª faixa
preto	--	0	$\times 1$	--
marrom	1	1	$\times 10^1$	1%
vermelho	2	2	$\times 10^2$	2%
laranja	3	3	$\times 10^3$	--
amarelo	4	4	$\times 10^4$	--
verde	5	5	$\times 10^5$	--
azul	6	6	$\times 10^6$	--
violeta	7	7	$\times 10^7$	--
cinza	8	8	--	--
branco	9	9	--	--
prata	--	--	$\times 10^{-2}$	10%
ouro	--	--	$\times 10^{-1}$	5%

Como usar este código? Vamos supor que temos um resistor cujas cores, na ordem, sejam amarelo, violeta, vermelho e ouro. Os dois primeiros anéis fornecem os dois primeiros algarismos que formam a resistência do componente².

No nosso caso, temos:

Amarelo = 4; Violeta = 7 $\Rightarrow$

Primeiros dois algarismos = 47

O terceiro anel nos dá o fator de multiplicação ou número de zeros.

No caso, o vermelho indica que se deve acrescentar dois zeros ou multiplicar por 100.

Juntando, temos: $4700 = 4700\Omega$ ou $4K7$ que é o valor do resistor.

Como o quarto anel é o ouro, a tolerância do resistor será de 5%.

Isto significa que o resistor pode ter um valor entre 4465 ($4700 - 235$) e 4935 ($4700 + 235$), pois 5% de 4700 é igual a 235.

Existem resistores com **cinco anéis coloridos**, sendo que a única diferença do código citado anteriormente é que o **terceiro anel** representa o **3º algarismo**. O quarto e o último representam, respectivamente, o multiplicador e a tolerância. Esses resistores são de **maior precisão** (2% e 1%).

Supondo que temos um resistor cujas cores, na ordem, sejam laranja, amarelo, cinza, preto e

marrom, teríamos, então, um resistor de 348Ω - 1%.

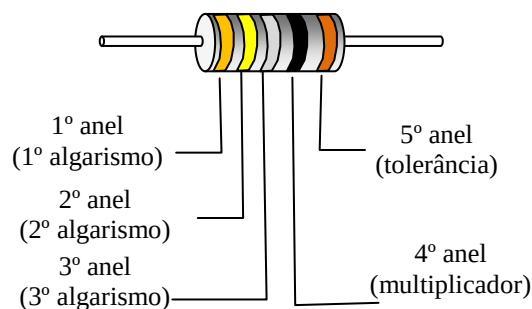


Fig.5.12 – Identificação dos cinco anéis

Série comercial de resistores

Os resistores são fabricados de acordo com a porcentagem de tolerância, de tal modo que seus valores cubram todos os valores previstos pela porcentagem, sem necessidade de se fazerem valores individuais. Como exemplo, citamos a tabela abaixo, onde mostramos os valores existentes na série E_{24} .

Tabela 5.3 - Série comercial de resistores - Série E_{24} - 5%

1.0	10	100	1.0K	10K	100K	1.0M	10M
1.1	11	110	1.1K	11K	110K	1.1M	11M
1.2	12	120	1.2K	12K	120K	1.2M	12M
1.3	13	130	1.3K	13K	130K	1.3M	13M
1.5	15	150	1.5K	15K	150K	1.5M	15M
1.6	16	160	1.6K	16K	160K	1.6M	16M
1.8	18	180	1.8K	18K	180K	1.8M	18M
2.0	20	200	2.0K	20K	200K	2.0M	20M
2.2	22	220	2.2K	22K	220K	2.2M	22M
2.4	24	240	2.4K	24K	240K	2.4M	
2.7	27	270	2.7K	27K	270K	2.7M	
3.0	30	300	3.0K	30K	300K	3.0M	
3.3	33	330	3.3K	33K	330K	3.3M	
3.6	36	360	3.6K	36K	360K	3.6M	
3.9	39	390	3.9K	39K	390K	3.9M	
4.3	43	430	4.3K	43K	430K	4.3M	
4.7	47	470	4.7K	47K	470K	4.7M	
5.1	51	510	5.1K	51K	510K	5.1M	
5.6	56	560	5.6K	56K	560K	5.6M	
6.2	62	620	6.2K	62K	620K	6.2M	
6.8	68	680	6.8K	68K	680K	6.8M	
7.5	75	750	7.5K	75K	750K	7.5M	
8.2	82	820	8.2K	82K	820K	8.2M	
9.1	91	910	9.1K	91K	910K	9.1M	

²<http://www.eletronicadidatica.com.br/componentes/resistor/resistor.htm>

c) Alguns tipos de resistores

c.1. Quanto ao material

1º) carvão

Os resistores de carvão, carbono ou grafite, como também são conhecidos, são facilmente identificados, pois em seu corpo são pintadas faixas coloridas que obedecem a um código de cores. Num tubo de porcelana é depositada uma fina camada de grafite, cuja espessura e largura (ela forma um espiral) determinam a resistência que o resistor terá.³

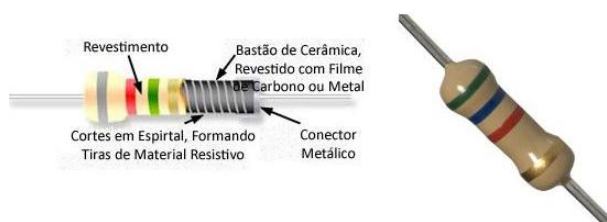


Fig.5.13 – Resistores de carvão

A grafite apresenta uma resistividade considerável, de modo que podemos obter com certa facilidade resistências numa faixa muito grande de valores. Podemos encontrar resistores com valores que podem variar de 10Ω , ou menos, a mais de $20M\Omega$. Sobre a capa de grafite existe uma tinta protetora que impede que elementos externos possam influir na resistência.

2º) fio

Se enrolarmos um pedaço de fio condutor num corpo não condutor (Figura 5.14), teremos um componente com uma resistência determinada.



Fig.5.14 – Resistores de fio ³

O fio geralmente usado é uma liga de níquel e cromo chamada nicromo, que tem a

resistividade muito maior do que a do cobre. O corpo que serve de suporte é normalmente um tubo de cerâmica. Depois, são acrescentados terminais condutores e todo resistor é coberto com uma camada protetora. A faixa de valores de resistência pode variar de menos de 1Ω a vários milhares de ohms. A técnica de fio é também utilizada para produzir resistores de valor preciso. Tais resistores de precisão são muito requisitados em circuitos medidores.

c.2. Quanto ao funcionamento

1º) fixos

São resistores que apresentam um valor fixo de resistência.

2º) ajustáveis

São resistores cuja resistência elétrica pode ser ajustada dentro da faixa nominal do mesmo. Uma vez ajustado sua resistência deverá permanecer fixa.

- De fio: Esse resistor possui um contato cuja posição pode ser alterada, pois é fixado com um parafuso permitindo o ajuste do valor da resistência desejada.

A dependência da resistência de um fio com seu comprimento resulta numa aplicação importante em um resistor de resistência ajustável, denominado reostato. Com o reostato é possível variar a resistência de um circuito e, assim, torna-se possível aumentar ou diminuir a corrente neste circuito.



Fig.5.15 – Reostato de movimento linear ³

Observe, agora, o circuito da Figura 5.16, onde apresentamos um tipo muito comum de reostato, constituído por um comprido fio

³<http://www.eletronicadidatica.com.br/componentes/resistor/resistor.htm>

AC, de resistência apreciável e um cursor **B**, que pode ser deslocado ao longo deste fio, estabelecendo contato em qualquer ponto entre **A** e **C**. Observe que a corrente que sai do polo positivo da bateria percorre o trecho **AB** do reostato, prosseguindo através do cursor até o polo negativo da bateria.

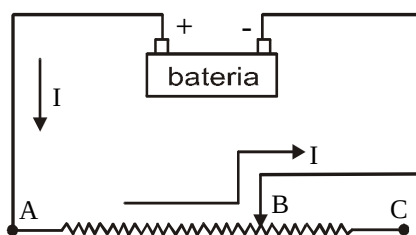


Fig.5.16 – Circuito com reostato

Não há corrente passando no trecho **BC**, pois estando o circuito interrompido em **C**, a corrente não poderá prosseguir através deste trecho.

Exemplo resolvido 5.3:

A bateria do circuito anterior estabelece entre os pontos **A** e **B** uma tensão constante de 12V. Suponha que o resistor **AC** do reostato seja constituído por um fio uniforme, cuja resistência total é $R_{AC} = 100\Omega$. Determine a corrente no circuito para as seguintes posições do cursor:

a) No ponto médio do fio AC;

No ponto médio, teremos $R_{AC}/2$, então $R = 100\Omega / 2 = 50\Omega$.

Como se sabe $I = \frac{V_{AB}}{R}$;

$$\text{então } I = \frac{12V}{50\Omega} = 0,24A$$

b) Na extremidade C do resistor.

Neste caso $R = R_{AC} = 100\Omega$.

$$\text{Como } I = \frac{V_{AB}}{R}, \text{ então, } I = \frac{12V}{100\Omega}$$

$$I = 0,12A$$

Outra aplicação do reostato é a sua utilização como um divisor de tensão. Ao lado, podemos controlar qualquer fração da tensão total da bateria até zero, movimentando o contato deslizante para baixo, ou seja, dessa forma podemos alterar o funcionamento do aparelho representado na Figura 5.17.

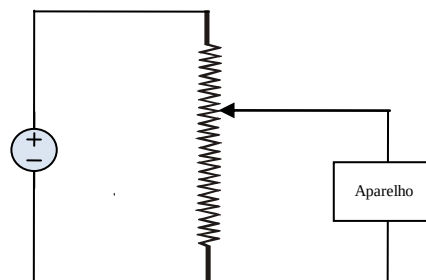


Fig.5.17 – Uso de resistor variável/ajustável como divisor de tensão

- De **carvão (trim-pot)**: São resistores que possuem um cursor, e este pode ser movido por meio de um botão plástico, ou ainda por meio de uma chave de fenda introduzida numa abertura que tem a finalidade de ajustar a resistência desejada. Nos trim-pot o terminal central corresponde ao cursor. Esse cursor **se** movimenta sobre uma trilha de grafite.

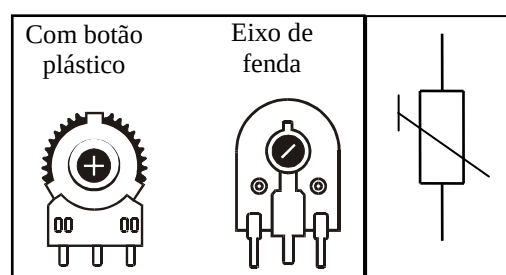


Fig.5.18 –Trim-pots: Aparência real e simbologia

Conforme a posição dele podemos ter uma resistência diferente entre ele e um dos extremos.

A trilha de grafite apresenta certa resistência fixa de ponta a ponta, que dá o valor nominal do trim-pot. Geralmente, uma vez ajustado, sua resistência deverá permanecer fixa.

3º) variáveis (potenciômetros)

São resistores com três terminais, cuja resistência depende da ação externa.

Tem-se um elemento de grafite (ou enrolamento de fio) que apresenta certa

resistência de extremo a extremo e que dá o valor do componente, sobre o qual corre um cursor acionado por um eixo. Girando este cursor podemos variar a resistência entre zero e o valor máximo⁴.



Fig.5.19 – Potenciômetro: Aparência real

Os potenciômetros são usados quando precisamos alterar o valor da resistência a qualquer momento de maneira acessível.

Existem potenciômetros miniatura, para aparelhos de pequeno porte (rádios portáteis, etc.), e também potenciômetros maiores, que possuem uma trilha de fio de nicromo enrolado em espiral, permitindo assim trabalhar com correntes maiores.

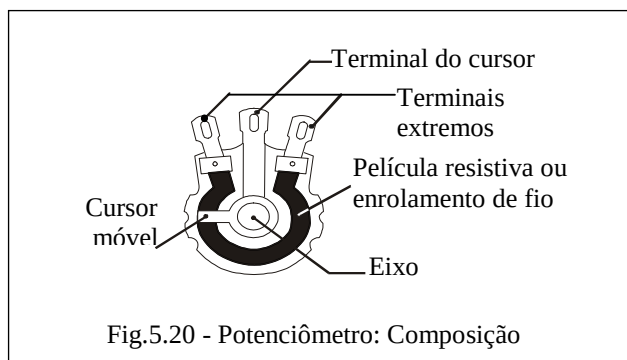


Fig.5.20 - Potenciômetro: Composição

d) Resistores não-lineares

d.1. LUMISTOR: (LDR - light dependent resistor)

Os resistores LDR, também chamados de fotoresistores, têm seu comportamento condicionado pela luz incidente sobre eles.

Apresentam uma resistência elevada no escuro e, quando expostos à luz, têm sua condutividade aumentada, isto é, oferecem baixa resistência elétrica sob iluminação.

Alguns LDR encontrados no mercado têm resistência elétrica da ordem de 1 MΩ no escuro, que pode cair a algumas centenas de ohms ou menos sob a luz. Os LDR podem ser utilizados em diversos dispositivos práticos como fotômetros, alarmes, controle automático de brilho em TV, etc.

d.2. TERMISTOR

Os termistores são resistores não-lineares em que a sua resistência varia com a variação da temperatura. Em muitos circuitos eletrônicos de funcionamento crítico é exigido um controle apurado de parâmetros como a temperatura. Para isso é necessário detectar as variações térmicas o que pode ser feito pelos termistores.

Esses resistores são classificados conforme o seu comportamento como termistores NTC (*Negative Temperature Coefficient*) ou PTC (*Positive Temperature Coefficient*).

* NTC - Os termistores NTC são resistores de coeficiente térmico altamente negativo, o que significa que sua resistência diminui quando aumenta a temperatura. São feitos a partir de óxidos metálicos de elementos como o ferro, cromo, manganês, cobalto e níquel.

Dentre as aplicações práticas dos NTC citamos sua utilização como elemento básico dos termômetros eletrônicos, na estabilização do funcionamento de determinados circuitos sensíveis a temperatura, etc.

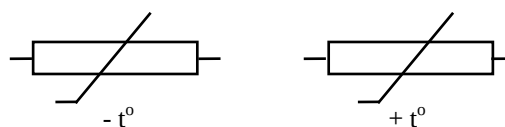


Fig.5.21 – Símbolos do NTC e do PTC

* PTC - São termistores que possuem um coeficiente térmico de resistência altamente positivo, o que significa que sua resistência aumenta quando aumenta a temperatura. Eles diferem dos NTC em dois aspectos fundamentais: o coeficiente de temperatura de um PTC é positivo apenas dentro de certas faixas de temperatura, fora dessa limitação o

⁴<http://www.eletronicadidatica.com.br/componentes/resistor/resistor.htm>

coeficiente é negativo ou nulo e o valor absoluto do coeficiente térmico dos PTC normalmente é bem maior que o dos NTC.

É notável que, mesmo dentro de sua faixa de operação térmica, eles podem apresentar variação na resistência ao nível de várias potências de dez.

Os PTC são empregados como limitadores de corrente, sensores de temperatura e protetores contra sobreaquecimento em equipamentos tais como motores elétricos.

Também encontram aplicação como termostatos.

5.6 – LEI DE OHM

O cientista alemão Georg Simon Ohm, no século XIX, realizou, pela primeira vez, várias experiências, medindo tensões e as correntes correspondentes em diversos condutores feitos de substâncias diferentes.

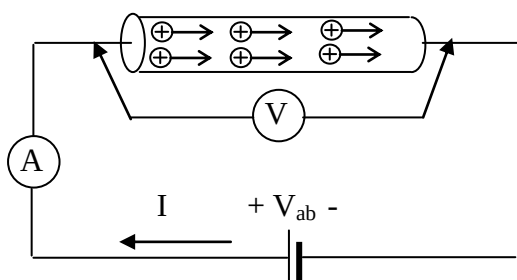


Fig.5.22 – Circuito da experiência de Ohm

Variando o valor da ddp aplicada a cada condutor, verificou que a corrente que passava por ele também se modificava. Assim:

- Uma ddp V_{AB1} provocava uma corrente I_1 ;
- Uma ddp V_{AB2} provocava uma corrente I_2 ;
- Uma ddp V_{AB3} provocava uma corrente I_3 ...

A Tabela 5.4 representa simbolicamente um dos resultados obtidos pelas experiências de Ohm.

Tabela 5.4 – Resultados de um ensaio de Ohm

$V_{AB}(V)$	5	10	15	20
$I(A)$	0,2	0,4	0,6	0,8

Utilizando os dados da Tabela 5.4, obtém-se o gráfico da Figura 5.23.

Ohm verificou então que, para muitos materiais, principalmente os metais, a relação entre a ddp e a corrente mantinha-se constante.

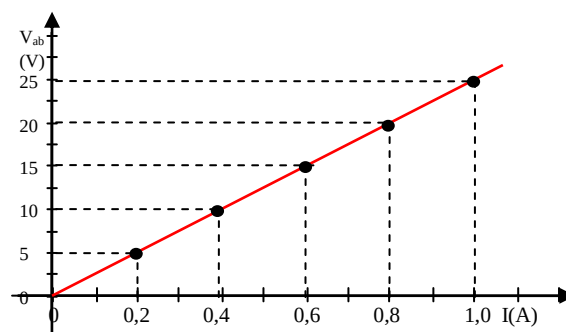


Fig. 5.23 – Gráfico de tensão x corrente numa resistência constante

$$\frac{V_{AB1}}{I_1} = \frac{V_{AB2}}{I_2} = \frac{V_{AB3}}{I_3} = \frac{V_{AB}}{I} = \text{constante}$$

Como V_{AB}/I representa o valor da resistência R do condutor, Ohm concluiu que, naqueles condutores, tinha-se $R = \text{constante}$.

Daí vem o enunciado da lei de Ohm:

“Para um grande número de condutores, mantidos a uma mesma temperatura, o valor da resistência elétrica permanece constante, não dependendo do valor da ddp aplicada ao condutor.”

A relação seguinte já era conhecida com a equação de definição de resistência elétrica:

$$R = V_{AB}/I \quad (5.6)$$

Pondo em evidência a tensão na equação acima chega-se a:

$$V_{AB} = I.R \quad (5.7)$$

Mas a forma mais conhecida das relações matemáticas oriundas da lei de Ohm é:

$$I = V_{AB}/R \quad (5.8)$$

Devido à resistência dos condutores ser constante em grande número de situações, podemos sistematizar a “Lei de Ohm” da seguinte maneira:

“Nos condutores de resistência constante, a corrente é diretamente proporcional à tensão aplicada e inversamente proporcional à resistência do condutor.”

5.7 - CONDUTORES ÔHMICOS OU LINEARES

São os condutores que obedecem à Lei de Ohm, ou seja, os valores de suas resistências serão sempre os mesmos, independentes dos valores de ddp aplicadas.

Uma resistência linear (resistência ôhmica) é aquela que apresenta uma característica volt/ampère representada por uma linha reta, como exemplificado pelas linhas **a** e **b** da Figura 5.24. Em uma resistência linear, cada unidade de variação de tensão provoca uma unidade de variação de corrente. Isto significa que dobrando a tensão dobraríamos, por exemplo, a corrente; triplicando a tensão triplicaríamos a corrente; dividindo a tensão por dois dividiríamos a corrente por dois.

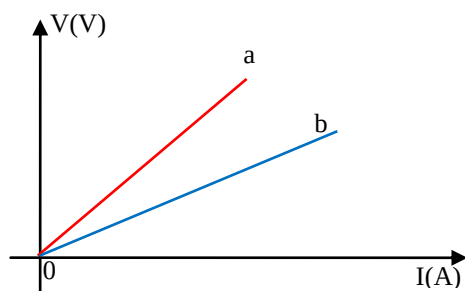


Fig. 5.24 – Condutores ôhmicos ou lineares

Por definição, sabemos que a razão entre a tensão e a corrente é igual à **resistência** e que essa é **constante** para toda faixa de valores, suficiente para as aplicações práticas, de maneira que podemos considerá-los como sendo lineares. Como exemplo, temos os condutores metálicos em geral.

5.8 - CONDUTORES NÃO-ÔHMICOS OU NÃO-LINEARES

São aqueles que não obedecem à Lei de Ohm, ou seja, o valor de suas resistências varia conforme a ddp aplicada.

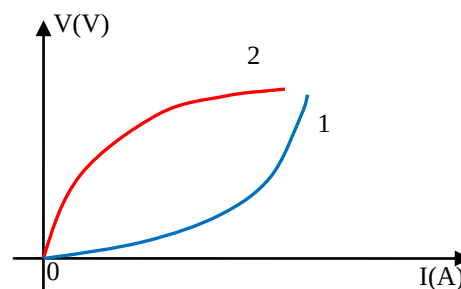


Fig. 5.25 – Condutores não-ôhmicos

Uma resistência não-linear (resistência não-ôhmica) é aquela que apresenta uma característica volt/ampère curvada, como mostrado pelas curvas **1** e **2** na Figura 5.25. Em uma resistência não-linear uma mesma variação na tensão produz diferentes variações na corrente. Em outras palavras, a razão tensão/corrente não é constante, ou seja, essa resistência pode ter vários valores diferentes.

Os resistores não-lineares, então, são dispositivos que apresentam uma mudança notável em sua característica de resistência elétrica, quando submetidos a ação de variáveis como a luz, temperatura ou tensão.

Exemplo resolvido 5.4: Para um dado resistor, obtivemos o gráfico ($V_{AB} \times I$) mostrado na Figura 5.26.

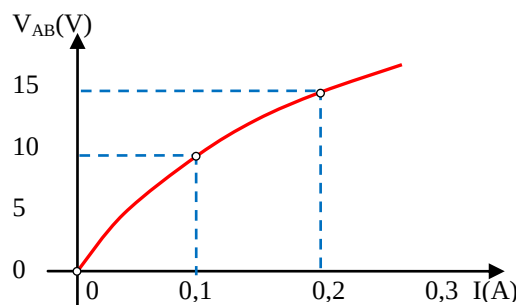


Fig. 5.26 – Curva tensão x corrente de um condutor

Como notamos, o gráfico representa o comportamento de um condutor não-ôhmico, pois representa uma linha curva. A expressão $R = V_{AB}/I$ é válida também para este tipo de condutor, porém, para cada valor de ddp, teremos um novo valor para R . Podemos comprovar o descrito acima, através do cálculo de R , para os valores de ddp igual a 10V e 15V.

$$R = \frac{V_{AB1}}{I_1} = \frac{10V}{0,1A} \quad \boxed{R = 100\Omega}$$

$$R = \frac{V_{AB2}}{I_2} = \frac{15V}{0,2A} \quad \boxed{R = 75\Omega}$$

VARISTOR (Resistor dependente da tensão)

O varistor é um resistor não-ôhmico, pois a sua resistência elétrica varia em função da variação da tensão sobre ele. Esse resistor é também conhecido como **VDR**, abreviatura do termo *Voltage Dependent Resistors*. Quanto à construção, são feitos de materiais tais como carboneto de silício, óxido de zinco ou óxido de titânio.

A necessidade de proteção de equipamentos e dispositivos contra sobretensões determina um grande campo de aplicação para os varistores. Esses resistores têm como principal característica a “redução no valor de sua resistência elétrica, quando submetidos a uma tensão elétrica crescente”, conforme gráfico da Figura 5.27.

Tal comportamento é interessante principalmente como recurso para proteger circuitos com elementos semicondutores, que são muito sensíveis a sobrecargas de tensão.

Como a tendência dos aparelhos eletroeletrônicos é para a miniaturização e uso cada vez maior desses componentes a demanda de varistores amplia-se cada vez mais.

Outra aplicação de varistores ocorre nos para-raios de linha que são usados na transmissão e distribuição de energia elétrica.

Durante um surto de tensão de origem atmosférica, por exemplo, a tensão da linha, ao crescer, faz diminuir bruscamente a resistência interna do para-raios descarregando o excesso de

cargas para a terra e protegendo os aparelhos e equipamentos próximos.

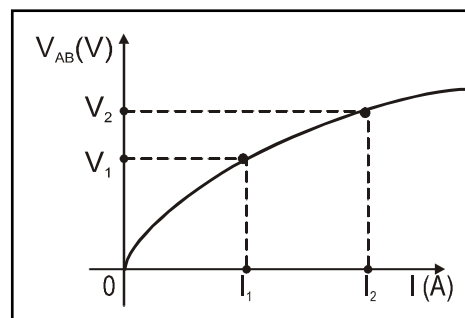
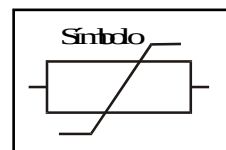


Fig. 5.27 – Curva tensão x corrente num varistor

A Figura 5.28 mostra um circuito de proteção de um aparelho sensível usando um VDR em paralelo com o mesmo.

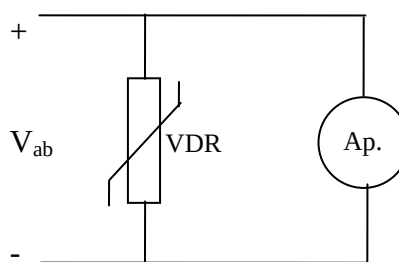
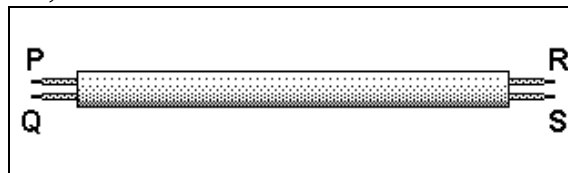


Fig. 5.28– Aparelho protegido por VDR.

Questões e problemas

- 5.1 - Conceitue resistência elétrica.
- 5.2 Escreva a equação que define a resistência elétrica (resistência em função de tensão e corrente) de um condutor explicando o significado dos símbolos que aparecem nesta equação, indicando também a sua unidade de medida.
- 5.3 - Escreva a equação que relaciona R com ρ , ℓ e S , isolando cada uma das grandezas da fórmula e identifique a unidade (SI) de cada grandeza.
- 5.4 - A resistência elétrica de um fio condutor metálico de comprimento ℓ e área de seção transversal S é:
- Diretamente proporcional a S e ℓ .
 - Independente de S e ℓ .
 - Diretamente proporcional a ℓ e inversamente proporcional a S .
 - Diretamente proporcional a S e inversamente proporcional a ℓ .
- 5.5 - Complete as igualdades abaixo:
- $\text{mA} \times \text{k}\Omega = \underline{\hspace{2cm}}$;
 - $\mu\text{A} \times \text{k}\Omega = \underline{\hspace{2cm}}$;
 - $\text{kV}/\text{M}\Omega = \underline{\hspace{2cm}}$;
 - $\text{mV} / \mu\text{A} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 5.6 - Num chuveiro elétrico, tem-se uma chave que indica as posições verão e inverno. Sabendo-se que a tensão aplicada ao chuveiro é constante, responda:
- Circula maior corrente no resistor do chuveiro quando a chave está na posição verão ou inverno?
 - Com a chave na posição inverno, a resistência do chuveiro deve ser maior ou menor? E o comprimento do fio que constitui a mesma resistência?
- 5.7 - A figura mostra um cabo telefônico formado por dois fios, sendo que esse cabo tem comprimento de 5 km. Constatou-se que, em algum ponto ao longo do comprimento desse cabo, os fios fizeram contato elétrico entre si, ocasionando um

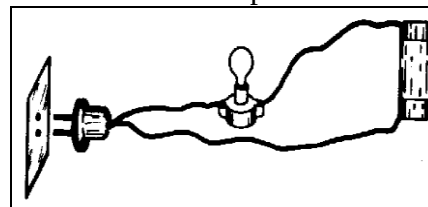
curto-circuito. Para descobrir o ponto que causa o curto-circuito, um técnico mede as resistências entre as extremidades P e Q, encontrando 20Ω , e entre as extremidades R e S, encontrando 80Ω .



Com base nesses dados, é correto afirmar que a distância das extremidades PQ até o ponto que causa o curto-circuito é de:

- 1,25km
- 4,00km
- 1,00km
- 3,75km
- 2,50km

- 5.8 – Abaixo temos um circuito denominado de “lâmpada série”, que serve para identificar a continuidade de um componente.

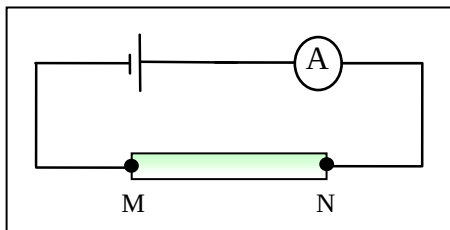


Qual a diferença no funcionamento da lâmpada, quando fizermos a conexão na tomada, considerando que o fusível do circuito esteja inteiro ou interrompido?

- 5.9 – Um valor elevado de resistividade de um material indica que este material é bom ou mau condutor de eletricidade? Que valor de resistividade teria um condutor perfeito? E um isolante perfeito?
- 5.10 - Consultando a tabela de resistividades do livro, responda:
- Considerando o cobre e o tungstênio, qual deles é melhor condutor de eletricidade? Por que?
 - Suponha que o único critério para a escolha do material a ser usado na confecção dos fios de ligação fosse o fato de ele ser bom condutor. Neste caso, qual seria o material da fiação elétrica em nossas residências?

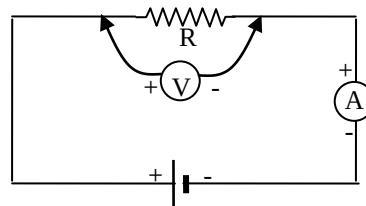
- 5.11 - Uma bateria mantém uma tensão constante em um fio de cobre no qual é estabelecida uma corrente de 2A. Esse fio é substituído por outro, também de cobre, de mesmo comprimento, mas de diâmetro duas vezes maior que o primeiro. Pergunta-se:
- a) A resistência do segundo fio é maior ou menor do que do primeiro? Quantas vezes?
 - b) Qual a intensidade de corrente que passará pelo segundo fio?

- 5.12 - No circuito mostrado na figura dada, estando ligado entre os pontos M e N um fio de níquel-cromo, a leitura do amperímetro é de 1,5 A. Diga se a indicação desse amperímetro será maior, menor ou igual a 1,5 A se o fio de níquel-cromo for substituído por outro:
- a) De mesmo material, de mesma área da seção reta e de maior comprimento;
 - b) De mesmo material, de mesmo comprimento e mais grosso que o primeiro;
 - c) De mesmo comprimento e de mesmo diâmetro que o primeiro, mas feito de alumínio.



- 5.13 - Classifique os resistores quanto ao material e quanto ao funcionamento e diga quais as especificações relativas a um resistor.
- 5.14 - Determinar a intensidade de corrente que circula por uma torradeira elétrica que tem 16Ω de resistência elétrica e que funciona com uma tensão de 220V.
- 5.15 - Utiliza-se o método do voltímetro e do amperímetro para medir uma resistência desconhecida R. Liga-se o amperímetro (A) em série com o resistor e lê-se 0,3A; o

voltímetro (V), ligado em paralelo com o resistor R, indica 1,5V. Calcule o valor da resistência R.

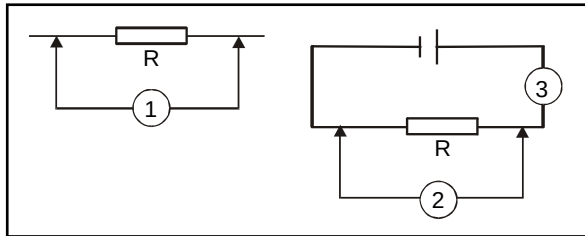


- 5.16 - Para um receptor de rádio é necessário construir um resistor de 30Ω , usando-se um fio de constantan de $2,45\text{ mm}^2$ de seção. Calcule o comprimento do fio para tal ($\rho = 49 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$).
- 5.17 - Um fio de cobre de resistência igual a 4Ω tem comprimento de 120m e resistividade de $1,7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$. Calcule a área do condutor.
- 5.18 - Considerando a resistividade do ferro igual a $10 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$, determine a resistência de um fio de ferro que tem raio de 2 mm e comprimento de 62,8m.
- 5.19 - Um condutor de prata ($\rho = 1,6 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$) tem diâmetro de 2 mm e comprimento de 314 m. Calcule a resistência elétrica do condutor.
- 5.20 - Uma tensão de 20 V é aplicada aos terminais de um fio de alumínio de 500 m de comprimento e $2,6\text{ mm}^2$ de área de seção transversal. Sabendo-se que a resistividade do alumínio é igual a $2,6 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$, determine a corrente elétrica que percorre este fio.
- 5.21 - Aplica-se uma tensão de 100 V nas extremidades de um fio de 20 m de comprimento, cuja área de seção transversal é igual a 2 mm^2 . Sabendo-se que a corrente elétrica que percorre o fio é de 10 A, calcule a resistividade do material que constitui o condutor.

5.22 - Se um resistor ôhmico for substituído por outro resistor, também ôhmico, de resistência três vezes maior, e que esteja submetido à mesma diferença de potencial, obteremos, em correspondência, uma corrente elétrica de intensidade igual a:

- Três vezes o valor anterior.
- Um sexto do valor anterior.
- Nove vezes o valor anterior.
- Um terço do valor anterior.
- Um nono do valor anterior.

5.23 - De acordo com os esquemas abaixo, identifique os instrumentos 1, 2 e 3.



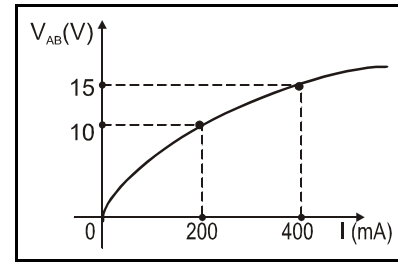
5.24- Enuncie, com suas palavras, a Lei de Ohm.

5.25 - A relação $V_{AB} = I.R$ pode ser usada para um material que não obedece à Lei de Ohm? Justifique.

5.26- O valor da resistência elétrica de um condutor ôhmico não varia se mudamos somente:

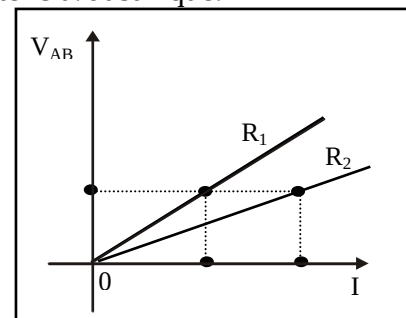
- O material de que ele é feito.
- A área de sua seção transversal.
- A ddp a que ele é submetido.
- O seu diâmetro.
- O seu comprimento.

5.27 - Para certo condutor, mantido a temperatura constante, obtivemos o gráfico abaixo ($V_{AB} \times I$). Considere, agora, as quatro afirmativas abaixo. Só uma está certa. Leia-as com atenção e assinale a alternativa correta.

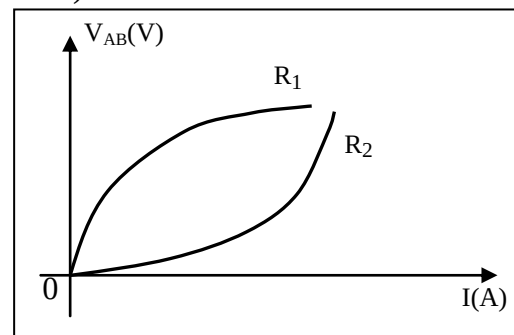


- A resistência desse condutor é independente da ddp.
- A resistência desse condutor aumenta com o aumento da ddp.
- A resistência desse condutor diminui com o aumento da ddp.
- Nenhuma das afirmativas tem relação com o gráfico.

5.28 - De acordo com o gráfico de R_1 e R_2 abaixo, diga qual o resistor tem maior resistência. Justifique.



5.29 - No gráfico abaixo, temos a representação do comportamento de dois condutores. Eles são ôhmicos ou não-ôhmicos? Existe alguma diferença entre eles? Justifique. (forneça valores arbitrários para a tensão e corrente de modo a realizar a referida análise)

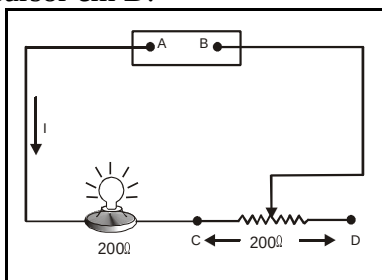


5.30 - Quando um dado resistor ôhmico é ligado a uma bateria que lhe aplique uma tensão de 6V, verifica-se que ele é percorrido por uma corrente de 2A.

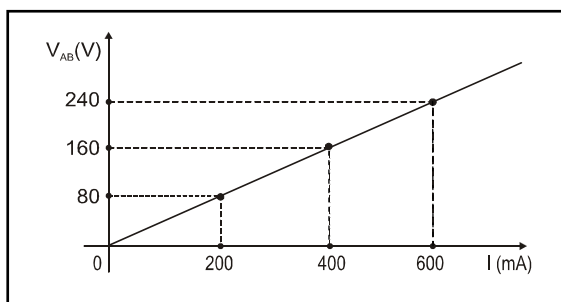
- Qual a resistência elétrica deste resistor?
- Se este resistor for ligado a uma pilha, que lhe aplica uma tensão de 1,5V, qual será a corrente que o percorre?
- Quando este resistor é ligado a uma certa bateria, uma corrente de 1,5A passa por ele. Qual é a tensão que esta bateria aplica sobre o resistor?

5.31 - Entre os pontos **A** e **B** da tomada mostrada no esquema abaixo é mantida uma tensão de 120V. Calcule a corrente que passa na lâmpada para as seguintes posições do cursor do reostato:

- Cursor em C.
- Cursor no meio de CD.
- Cursor em D.



5.32 - O gráfico abaixo mostra como varia a corrente elétrica que passa por um resistor, em função da tensão aplicada a ele. Determine o valor da resistência elétrica desse resistor.



5.33 - Observando a tabela abaixo, determine quais são os resistores ôhmicos e quais são os não-ôhmicos e construa os gráficos (V_{AB} x I) para cada resistor.

Resistor 1		Resistor 2		Resistor 3	
V_{AB} (V)	I (A)	V_{AB} (V)	I (A)	V_{AB} (V)	I (A)
0	0	0	0	0	0
10	2	3	5	30	10
20	4	6	10	70	20
30	6	9	15	120	30
40	8	12	20	200	40

Respostas selecionadas

5.2- $R = V_{AB}/I$; 5.3 – $R = \rho \cdot l/S$; 5.4 – c)

5.5 – a) V; b) mV; c) mA; d) kΩ;

5.6 – a) No inverno; b) menor; idem.

5.7 – 1,0 km; 5.8 – Bom: A lâmpada acende.

5.9 – Mau; 0; ∞. 5.10 – a) Cobre; b) Prata.

5.11 – a) Menor, um quarto; b) 8 A.

5.12 – a) menor; b) maior; c) maior.

5.14 - 13,75A; 5.15 - 5 Ω; 5.16 - 150 m

5.17 - $51 \times 10^{-8} \text{ m}^2$ 5.18 - 0,5 Ω 5.19 - 1,6 Ω

5.20 - 4A 5.21 - $1 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$; 5.22 - d)

5.23 – Ohmímetro, voltímetro, amperímetro

5.25 – Sim. Esta é uma relação matemática que vem da definição de resistência.

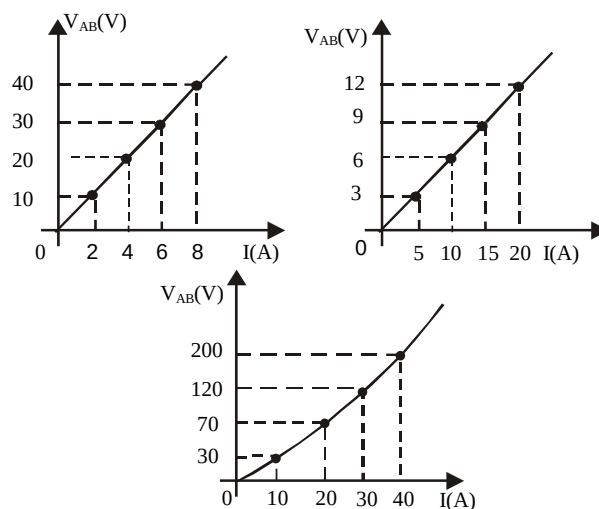
5.26 - c) 5.27 - c) 5.28 – R_1

5.29 – Não-ôhmicos. R_1 diminui com o aumento da tensão e R_2 aumenta quando a tensão cresce.

5.30 - a) $R = 3\Omega$; b) $I = 0,5\text{A}$; c) $V_{ab} = 4,5\text{V}$

5.31– a) 0,6A; b) 0,4A; c) 0,3A 5.32 - 400Ω;

5.33 – Ôhmicos: 1 e 2; Não-ôhmico: 3



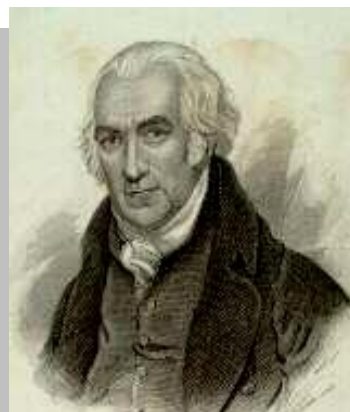
Capítulo VI – POTÊNCIA E ENERGIA ELÉTRICA

James Watt (1736 - 1819)

Inventor da moderna máquina a vapor, que possibilitou a revolução industrial, James Watt foi mundialmente reconhecido quando seu nome foi dado à unidade de potência (Watt).

James Watt nasceu em Greenock, Escócia, em 19 de janeiro de 1736. Aos 19 anos foi para Londres fazer aprendizado de mecânico especializado na construção de instrumentos, mas teve que retornar por motivos de saúde. Sem certificado de aprendiz, teve dificuldades em montar uma oficina em Glasgow. Em 1757 foi escolhido para fabricar e reparar instrumentos matemáticos da Universidade de Glasgow. Em 1763 recebeu para consertar uma máquina a vapor do tipo Newcomen, a mais avançada de então.

Observou que a perda de grandes quantidades de calor era o defeito mais grave da máquina, e idealizou então o condensador, seu primeiro grande invento. No condensador a temperatura do vapor seria mantida baixa (cerca de 37°C), enquanto que no cilindro permaneceria elevada. Procurou, assim, alcançar o máximo de vácuo no condensador. Watt fechou o cilindro, que antes permanecia aberto, eliminou totalmente o ar e criou uma verdadeira máquina a vapor. Em 1769 obteve a primeira patente do invento e de vários aperfeiçoamentos por ele próprio concebidos. Endividado, associou-se a John Roebuck, que o ajudou financeiramente. Matthew Boulton, dono de uma firma de engenharia, comprou a parte de Roebuck e deu início à construção das máquinas projetadas por Watt. No início o engenho de Watt tinha pouca aplicação prática até que seu inventor idealizou e aperfeiçoou novos detalhes, fazendo com o motor atingisse a forma sob a qual se tornou universalmente empregado a partir de 1785. James Watt morreu em Heathfield Hall, Inglaterra, em 25 de agosto de 1819. [<http://pessoal.educacional.com.br/up/50280001/2756140/t1324.asp>]



6.1 - POTÊNCIA ELÉTRICA

No estudo da diferença de potencial, na eletrostática, vimos que a energia está associada a trabalho, ou seja, energia é a capacidade que um sistema possui em realizar trabalho. Quando uma força de qualquer tipo produz movimento diz-se que está sendo feito um determinado trabalho.

Muitas vezes a grandeza mais importante não é o trabalho realizado, que equivale à energia despendida, mas sim a rapidez com o sistema realiza suas atribuições.

Essa rapidez em realizar um determinado trabalho é o que chamamos de **potência**. Um sistema é tanto mais potente quanto menor é o intervalo de tempo que utiliza na execução de uma mesma tarefa. Dependendo do sistema em estudo, a potência recebe denominações diferentes. Falamos, por exemplo, de potência elétrica nos geradores, de potência térmica nos aquecedores e de potência

mecânica nas máquinas que envolvem forças mecânicas.

Quanto maior é a velocidade de rotação das facas de um mesmo liquidificador, menor é o intervalo de tempo que ele leva para triturar uma quantidade de certo tipo de alimento. Assim, aumentando a velocidade de rotação das facas, estamos aumentando a potência do aparelho.



Fig.6.1 – Noções gerais de potência

Quando existe uma ddp entre dois pontos quaisquer de um circuito elétrico, e os dois pontos são interligados através de um fio condutor, aparece um campo elétrico no interior do fio. Nesse campo os elétrons ficam sujeitos a forças que tendem a deslocá-los de uma forma ordenada criando a corrente elétrica.

Ao se deslocarem, os elétrons livres chocam-se com os átomos do fio, sendo que essas colisões representam perda de energia. Logo, os choques provocam a liberação de uma certa quantidade de calor, dando lugar a uma elevação de temperatura. Diz-se, então, que está ocorrendo uma **dissipação de potência**.

Quando se fala em corrente elétrica, é evidente que existe força produzindo movimento e, assim, produzindo trabalho. Deduz-se que este “trabalho elétrico” é realizado porque existe “energia elétrica” na fonte. A quantidade de energia elétrica consumida por um resistor é sempre igual ao valor do trabalho realizado na obtenção desta energia.

"Potência elétrica é a grandeza que expressa a rapidez com que a energia elétrica é convertida numa outra forma de energia".

Por exemplo, para acender uma lâmpada, existe uma série de transformações de energia.

A energia potencial de certa quantidade de água numa barragem é transformada em energia cinética ao descer pela tubulação. Essa energia, por sua vez, é transferida para as hélices da turbina do gerador que, ao girar seus condutores através de um campo magnético, provoca o aparecimento de uma corrente elétrica. Levada por fios condutores, essa corrente percorre a lâmpada, sendo que uma energia elétrica é transformada em energia térmica e finalmente em energia luminosa.

Hoje em dia dependemos de várias formas de energia encontradas na natureza, como a energia cinética das águas dos rios, da obtida na queima de combustíveis fósseis (carvão, petróleo e gás natural). Devido ao esgotamento dessas fontes de energia teme-se uma futura crise energética. Para satisfazer as necessidades futuras de energia é vital desenvolvermos fontes alternativas, idealmente não-poluentes e renováveis.

As formas alternativas que vêm sendo estudadas abrangem a energia das marés, a dos ventos (eólica), a geotérmica (do interior da Terra) e a de origem vegetal (da madeira e outras materiais orgânicos) e da luz do sol.

A descoberta e o desenvolvimento de novas fontes constituem apenas uma parte da solução para a crise de energia. Para ampliar a vida das fontes existentes também precisamos economizar e reutilizar a energia.

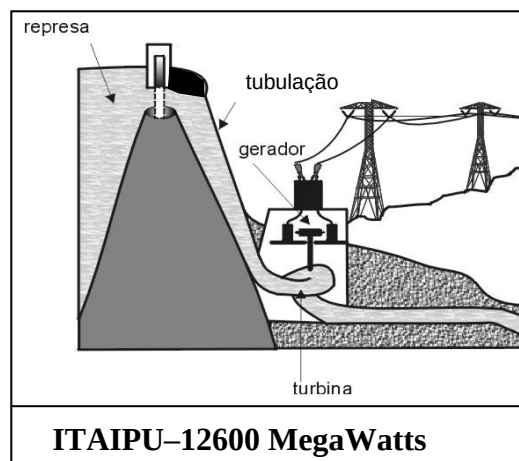


Fig.6.2 – Geração de potência elétrica por hidrogerador

6.2- DEFINIÇÃO DE POTÊNCIA ELÉTRICA

A seguir, temos a representação de duas lâmpadas L_1 e L_2 . Nota-se que L_1 transforma 100 Joules de energia elétrica numa outra forma de energia, no tempo de 1 segundo. De modo que L_2 consiga a mesma transformação, esta lâmpada precisaria ficar ligada durante um tempo de 2 segundos. Em qual das duas lâmpadas existe maior rapidez na transformação de energia?

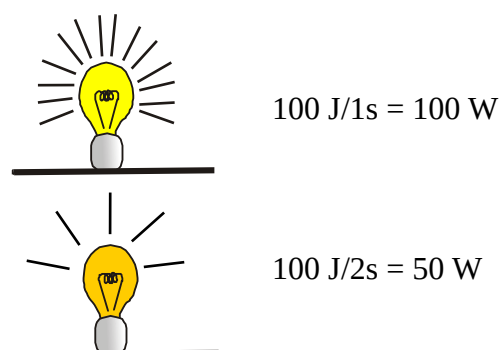


Fig.6.3 – Comparação da potência elétrica de duas lâmpadas

Obviamente, na lâmpada 1. Por isso, a ela é atribuída uma potência elétrica maior, ou seja, L_1 possui uma potência elétrica $P_1=100$ Watts e L_2 possui uma potência $P_2=50$ Watts.

Em função do exposto, podemos também afirmar que POTÊNCIA ELÉTRICA é definida pelo quociente entre a ENERGIA ELÉTRICA consumida e o intervalo de TEMPO em que o aparelho elétrico permaneceu ligado.

$$P = \frac{E}{\Delta t} \quad (6.1)$$

Onde: P = Potência elétrica (Watts)

E = Energia elétrica consumida ou trabalho elétrico realizado (Joules);

Δt = Tempo gasto na realização do trabalho (s)

Como energia é equivalente a trabalho, usa-se o Joule(J) com unidade de energia, sendo que o segundo(s) é a unidade de tempo. Dividindo-se 1J por 1s obtém-se, 1 Watt (W).

1 W é a quantidade de potência elétrica que um elemento de um circuito possui, quando, por exemplo, consome 1J de energia elétrica no tempo de 1s.

Outra unidade de potência, também muito usada na prática, é 1 cavalo-vapor (cv). A unidade foi proposta por James Watt e equivale, aproximadamente, a 736 W. James Watt comparou a potência da máquina a vapor, inventada por ele, com a dos cavalos que, na época, eram usados para retirar água das minas de carvão. Verificou que um cavalo forte era capaz de suspender um peso de 75 kgf a 1m de altura em 1 segundo. Nos países de língua inglesa usa-se uma unidade, praticamente igual a 1cv, denominada 1hp (horse power). Nos motores importados desses países a potência vem em HP.

$$1 \text{ cv} = 736\text{W}; \quad 1 \text{ hp} = 746\text{W}$$

A potência elétrica é medida por um instrumento chamado **wattímetro** que indica a potência instantânea em Watts.

Tomando-se a eq. 6.1 e pondo em evidência a energia tem-se:

$$E = P \cdot \Delta t \quad (6.2)$$

Para cálculo da energia consumida (em J) multiplica-se a potência (em W) pelo tempo de operação do aparelho (em s). No entanto, para cálculo de energia, para fins de comerciais, usa-se o **Quilowatt-hora** (kWh) no lugar do Joule.

Esta unidade (kWh) é obtida, multiplicando-se a potência em Quilowatts (kW) pelo tempo em horas (h). Portanto observe atentamente os esquemas a seguir:

$u(E) = u(P) \cdot u(\Delta t)$	{	Joule	$u(P) = \text{Watt}$ $u(\Delta t) = \text{segundo}$
		kWh	$u(P) = \text{quiloWatt}$ $u(\Delta t) = \text{hora}$

As residências, geralmente, recebem energia elétrica da rede urbana. Entretanto, antes dessa energia ser distribuída pela casa, ela deve passar pelo medidor de energia, o qual registra a quantidade de energia elétrica consumida pela instalação.

Como a energia elétrica total consumida num dado intervalo de tempo é obtida através da multiplicação da potência pelo tempo ($E = P \cdot \Delta t$), tem-se, por exemplo, que:

$$P = 1\text{kW}; \quad \Delta t = 1\text{h}; \quad E = P \cdot \Delta t = 1 \text{ kW} \cdot 1 \text{ h} = 1 \text{ kWh}$$

Existe uma relação entre o kWh e o joule, ou seja:

$$1 \text{ kWh} = 1\text{kW} \cdot 1\text{h} = 1000\text{W} \cdot 3600\text{s} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$$

Na figura 6.4 temos um medidor de energia o qual é denominado de **Watt-horômetro**. Nesse instrumento de medição de energia elétrica existe um disco que gira num plano horizontal. A frequência de rotação desse disco está associada à energia consumida pelo usuário, medida em **kWh**. A “conta de luz” é cobrada mensalmente em função do consumo de energia, que é a diferença entre as duas leituras, feitas com um intervalo de tempo de trinta dias.



Fig.6.4 – Aspecto externo de um medidor de energia residencial

A Figura 6.5 mostra alguns exemplos daquilo que se pode obter com **1 kWh** em diversos aparelhos elétricos.

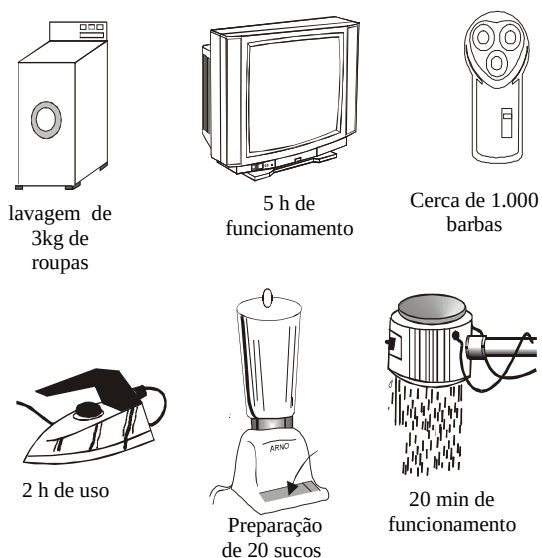


Fig.6.5 – Comparação de consumo de diversos aparelhos domésticos

Não faça confusão entre potência e energia. A potência de uma lâmpada (40W, 60W, 100W, etc) é algo característico dela; porém a energia elétrica consumida pela lâmpada vai depender do intervalo de tempo em que permanecer acesa.

No caso, por exemplo, de uma energia elétrica igual a 1 kWh, poderíamos afirmar que esse nível de consumo ocorrerá necessariamente no tempo de 1 hora? Claro que não, pois irá depender da potência elétrica do aparelho analisado.

Um aparelho elétrico de 1000 W (1 kW), para consumir uma energia de 1 kWh, certamente precisaria ficar ligado durante 1 hora. Mas, se fosse um aparelho de 2 kW, para gastar a mesma quantidade de energia, bastaria que ele permanecesse ligado durante meia hora.

No caso de um aparelho elétrico consumindo também 1 kWh no tempo de 4 horas, qual deveria ser o valor de sua potência elétrica? Logicamente, a potência deveria ser igual a 250 W (0,25 kW).

Como o calor é uma forma de energia, é evidente que, no SI, ele é medido em Joules. Usa-se com frequência uma outra unidade, denominada **caloria**. Uma quantidade de calor de 1 caloria, cujo símbolo é 1 cal, representa a quantidade de calor que se deve fornecer a 1g de água para elevar sua temperatura de 14,5°C a 15,5° C. A relação entre joule e caloria é:

$$1 \text{ caloria} = 4,184 \text{ Joules}$$

A unidade de calor de 1 BTU (British Thermal Unit) é definida como a quantidade de energia necessária para se elevar a temperatura de uma massa de uma libra de água de 59,5° F a 60,5° F, sob pressão constante de 1 atmosfera.

$$1 \text{ BTU} = 1055 \text{ Joules}$$

Exemplo resolvido 6.1:

Um aquecedor elétrico foi ligado numa rede de modo que ele desenvolveu uma potência elétrica de 5000W. Sabendo-se que permaneceu ligado durante 30 minutos, determine o valor:

- Da energia elétrica em joules;
- Da energia elétrica em kWh;
- Do custo dessa energia, considerando que a tarifa vale R\$ 0,48/kWh.

Solução:

$$P = 5000\text{W} = 5\text{kW} \quad \Delta t = 1800\text{s} = 0,5\text{h} \quad E = ?$$

$$E = P \cdot \Delta t = 5000 \text{ W} \cdot 1800 \text{ s} \quad E = 9000 \times 10^3 \text{ J}$$

$$E = 5 \text{ kW} \cdot 0,5 \text{ h} \quad E = 2,5 \text{ kWh}$$

$$\text{Custo} = ?$$

$$\text{Custo} = E \times \text{Tarifa} = 2,5 \text{ kWh} \times \text{R\$ } 0,48/\text{kWh} = \text{R\$ } 1,20$$

6.3 - VALORES NOMINAIS

Na maioria dos equipamentos elétricos existe a indicação de valores de tensão e potência (Volts e Watts). Equipamentos elétricos cuja “tensão nominal” é 220V foram projetados para trabalhar em redes de 220V. O valor nominal em Watts significa a razão segundo a qual a energia elétrica é transformada noutra tal como calor e luz. Quanto mais rápida uma lâmpada transforma energia elétrica em luz, maior será o brilho. Assim, uma lâmpada incandescente de 100W fornecerá mais luz que uma outra lâmpada incandescente de 75W.

No caso de lâmpadas, os valores nominais são a sua potência e tensão adequada.

Mas se você for comprar um resistor, quais seriam os valores que devem ser fornecidos ao vendedor? Os resistores são especificados em Watts e em Ohms.



Fig.6.6 – Alguns resistores com suas potências nominais

Resistores de mesmo valor de resistência são disponíveis em diferentes valores de potência. Resistores de carvão, por exemplo, são normalmente feitos para 1/8, 1/4, 1/2, 1 e 2 watts. Quanto maior for o tamanho do resistor

de carvão, maior será a sua potência nominal, uma vez que uma grande quantidade de material absorverá e dissipará calor mais facilmente.

Quando se usa energia elétrica em um material com resistência, ela é transformada em calor. Quando há maior potência no material, a razão segundo a qual a energia elétrica é transformada em calor aumenta e a temperatura do material cresce. Se a temperatura crescer muito, o material poderá queimar devido ao calor. Por essa razão, todos os tipos de equipamentos elétricos são especificados para uma potência máxima. Tal especificação pode ser em **Potência** ou muitas vezes em **Tensão** e **Corrente** máxima, o que efetivamente dá a especificação em watts.

6.4- EQUAÇÕES DE POTÊNCIA ELÉTRICA

Considere um resistor de resistência elétrica R submetido a uma diferença de potencial V e percorrido por uma corrente elétrica I .

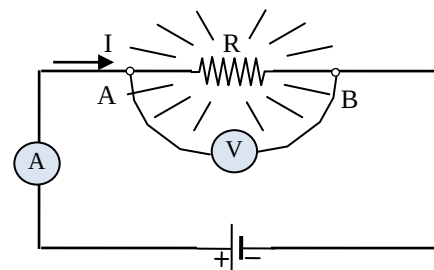


Fig.6.7 – Resistor dissipando potência

Sabemos, da eletrostática, que o trabalho elétrico W para deslocar uma carga elétrica q do ponto A para o ponto B é dado pela seguinte equação:

$$W = V \cdot q \quad (6.3)$$

Sabendo-se que potência é a relação entre o trabalho realizado (ou energia consumida) e o tempo transcorrido ($P = W / \Delta t$)

tem-se:
$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{V \cdot q}{\Delta t}$$

Considerando $q/\Delta t = I$ tem-se:

$$P = V \cdot I \quad (6.4)$$

Resumindo temos:

A potência dissipada num circuito elétrico é obtida pelo produto da tensão pela intensidade da corrente.

No Sistema Internacional de Unidades a potência é medida em **WATT**, sendo que o mesmo é obtido pelo produto entre o **VOLT** e o **AMPÈRE**.

1W é a potência de um elemento, quando, por exemplo, ele é submetido a uma tensão de 1V e é percorrido por uma corrente de 1 A.

Utilizando-se a relação $P = V \cdot I$, e sabendo-se que $V = R \cdot I$, podemos deduzir mais duas expressões conforme o raciocínio a seguir.

$P = V \cdot I$, mas $V = R \cdot I$ logo $P = R \cdot I \cdot I$ e

$$P = R \cdot I^2 \quad (6.5)$$

Por outro lado podemos usar outra formulação que não inclua a corrente.

$P = V \cdot I$, mas $I = V/R$ logo $P = V \cdot V/R$ e

$$P = V^2/R \quad (6.6)$$

A energia elétrica pode ser medida através da utilização de um **WATT-HORÂMETRO**, o qual mede a energia em kWh.

Mas, em alguns casos, o que interessa é a energia por segundo, ou seja, o valor da potência elétrica e, nestes casos, recorre-se ao medidor de potência denominado **WATTÍMETRO**. A seguir temos a sua representação. Percebe-se que ele possui quatro terminais, sendo dois terminais de corrente e dois terminais de tensão.

Para se medir a potência dissipada por um aquecedor elétrico comum, podemos utilizar o **WATTÍMETRO** (*método direto*) ou, então, um **VOLTÍMETRO** e um **AMPÉRÍMETRO** (*método indireto*).

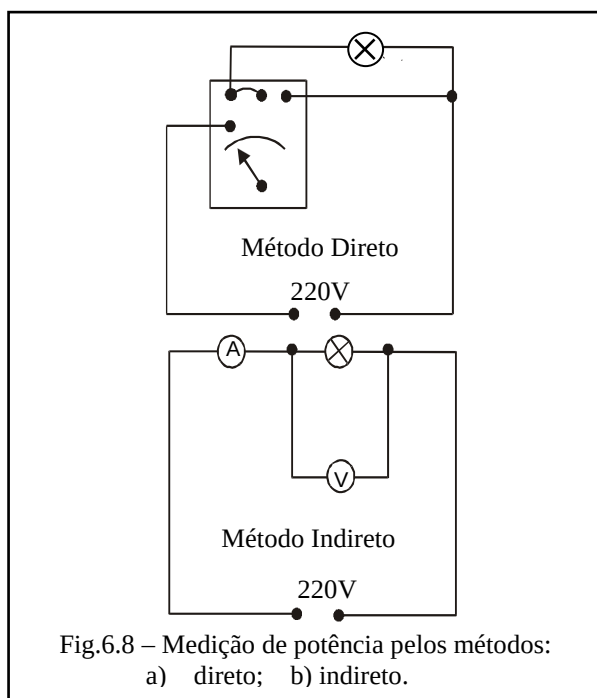


Fig.6.8 – Medição de potência pelos métodos:
a) direto; b) indireto.

6.5 - EFEITO JOULE

Num circuito composto apenas de fios condutores e resistores (circuito resistivo), a energia elétrica absorvida é transformada em energia térmica (calor). Se, por outro lado, o circuito contém capacitores, indutores, transformadores ou motores, parte da energia da corrente elétrica é transformada em energia de campo eletromagnético e o circuito diz-se **reativo**.

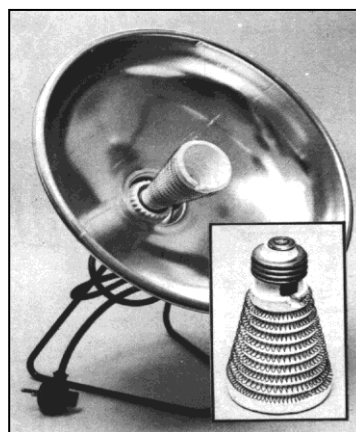


Fig.6.9 – Estufa elétrica

Vamos levar em conta, aqui, somente circuitos que possam ser considerados, com boa aproximação, resistivos. Nesse caso, a energia potencial elétrica da fonte de tensão é

transformada em energia térmica (calor). Quando a corrente elétrica produz calor, diz-se que estamos na presença do **efeito Joule**.

Como exemplos de aplicação do efeito Joule, podemos citar alguns aparelhos eletrodomésticos de aquecimento, tais como a torradeira, o chuveiro, o secador de cabelos, o ferro de passar roupas e a estufa. Em geral são constituídos de uma liga metálica (nicromo), a qual não se oxida (e não se torna quebradiça) quando a corrente elétrica a aquece ao rubro.

Um tipo muito comum de chuveiro elétrico apresenta um esquema semelhante ao mostrado na figura dada. Entre os pontos “a” e “b” é mantida uma diferença de potencial constante e, através da chave, é possível estabelecer contato nos pontos X, Y ou Z. Com a chave em X, o circuito estará aberto, não havendo aquecimento da água.

Se o contato for efetuado no terminal Y, teremos um pequeno valor de resistência inserida no circuito, de modo que circulará uma corrente elevada, provocando um aquecimento muito grande da água (inverno). Se fizermos o contato em Z, teremos um outro resistor em série com o primeiro, aumentando a resistência total do circuito, ocasionando a diminuição da corrente e, conseqüentemente, uma redução de potência (verão).

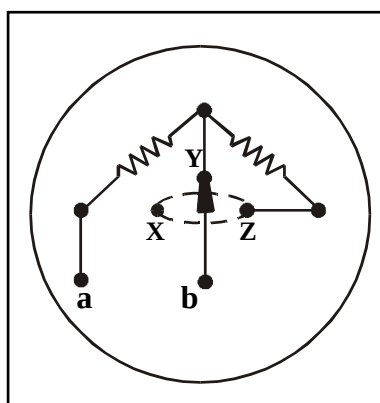


Fig.6.10 – Chuveiro elétrico

Já sabemos que a potência depende da resistência e da corrente ($P=R.I^2$). Se dobrarmos a resistência poderíamos pensar que a potência aumentaria, porém isso causa a redução da

corrente à metade e, como ela está elevada ao quadrado (I^2), esse fator diminuirá a um quarto, fazendo com que a potência diminua à metade.

Lâmpada incandescente: consta de um filamento de tungstênio espiralado que se aquece quando percorrido por uma corrente elétrica, até tornar-se incandescente. Quanto maior a temperatura do filamento, maior a quantidade de energia elétrica transformada em energia luminosa.

Por essa razão, utiliza-se o tungstênio como filamento, já que possui alto ponto de fusão (3400°C).

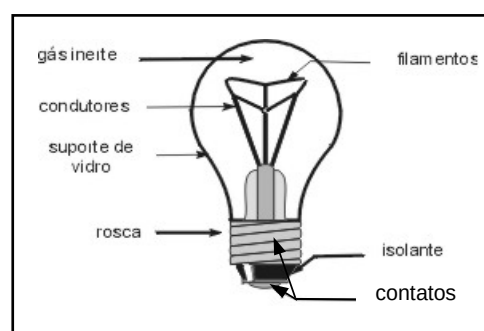


Fig.6.11 – Lâmpada incandescente

Na lâmpada vem gravada a potência e a tensão nominal (Ex: 40W - 110V). A luminosidade da lâmpada está relacionada com a tensão que recebe, sendo que uma lâmpada de filamento transforma, no máximo, 10% da energia elétrica consumida em luz, enquanto que os restantes 90% transformam-se em calor.

Se medirmos a resistência de uma lâmpada de 40W-110V desligada (a 20°C) obteremos uma resistência em torno de $22,4\ \Omega$.

A resistência também pode ser calculada a partir da potência e tensão nominais.

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{110V^2}{40W} = 302,5\Omega$$

Por que não encontramos o mesmo valor para a resistência elétrica do filamento?

O valor $22,4\ \Omega$ representa a resistência elétrica do resistor da lâmpada quando está desligada, isto é, o filamento a aproximadamente 20°C . Já o valor $302,5\ \Omega$ representa a resistência

elétrica do resistor quando a lâmpada está ligada, isto é, muito aquecida ($\cong 2200^{\circ}\text{C}$).

Este resultado nos mostra que a resistência elétrica do filamento de tungstênio aumenta com sua temperatura. Aliás, a maioria dos materiais tem esse comportamento.

Tabela 6.1 – Potências típicas de alguns aparelhos elétricos

Aparelho	Potência (Watts)
Ar condicionado	900 a 3600
Aspirador de pó	500 a 1000
Barbeador	8 a 12
Cafeteira	1000
Chuveiro	4000 a 6500
Computador pessoal	100
Cortador de grama	800 a 1500
Ferro de passar roupa	800 a 1650
Impressora jato de tinta	30
Liquidificador	270
Máquina de secar roupa	2500 a 6000
Monitor de computador 15"	85
Retroprojektor	1200
Scanner doméstico	38
Secadora de cabelos	500 a 1200
Televisor	75 a 300
Torneira elétrica	2800 a 4500
Torradeira	500 a 1200
Ventilador de pé	300

6.6 - TRANSMISSÃO DE ENERGIA EM ALTA TENSÃO (opcional)

Um dos problemas relacionados à transmissão e distribuição de energia elétrica, refere-se às perdas por efeito Joule na rede.

Consideremos um gerador produzindo energia a ser transportada pelos fios com a mesma tensão que será utilizada nas residências.

Se V a tensão entre os polos do gerador e I a corrente nos fios, a **potência fornecida** pelo gerador é $P_F = V.I$. Mas, sendo R a resistência total dos fios transportadores, a

potência dissipada nesses fios sob a forma de calor será $P_d = R.I^2$. Assim, a **potência utilizada** na residência, que estaria conectada no final da rede, será: $P_u = P_F - P_d$.

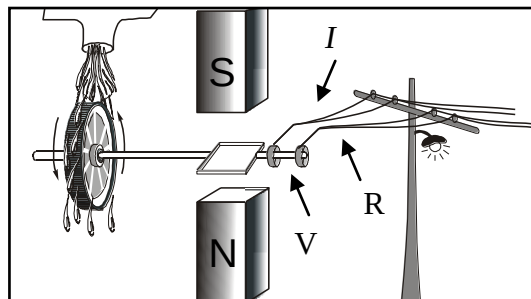


Fig.6.12 – Geração de energia na tensão de distribuição

Para diminuir as perdas deveríamos procurar diminuir os valores de R e I . O valor de R só pode ser diminuído se for aumentada a área da seção transversal dos fios, isto é, usando-se cabos mais grossos. Entretanto, cabos muito grossos, além de terem custo elevado, tornariam a rede de transmissão extremamente pesada.

Assim, a solução mais adequada é procurar reduzir o valor da corrente I que circula pelos condutores. Como a potência $P_F = V.I$, fornecida pelo gerador, não pode sofrer alteração, se o valor de I for reduzido, teremos que aumentar o valor de V , de modo a manter inalterado o valor desta potência. Isto só é conseguido com o uso de transformadores. Assim, para reduzir as perdas na linha, a energia elétrica deve ser transmitida com **baixa corrente e alta tensão** como, por exemplo, 69 kV, 138 kV e 230 kV.

Não é possível, entretanto, elevar indefinidamente o valor dessas altas tensões porque, acima de certos valores, há dificuldades de isolamento dos condutores.

Pelos problemas de isolamento os geradores não produzem mais do que 18 kV (Itaipu). Usam-se, então, transformadores para elevar a tensão para a transmissão e depois para rebaixar a tensão antes de ser distribuída aos consumidores.

Nesse local, os transformadores reduzem a tensão para valores como 13,8 kV ou 23 kV

com os quais ela é distribuída aos consumidores industriais e pelas ruas das cidades.

Finalmente, nas proximidades das residências, existem transformadores que reduzem ainda mais a tensão (por ex. 220V), de

modo que ela possa ser utilizada, sem riscos, pelo consumidor residencial. (Ver Figura 6.13)

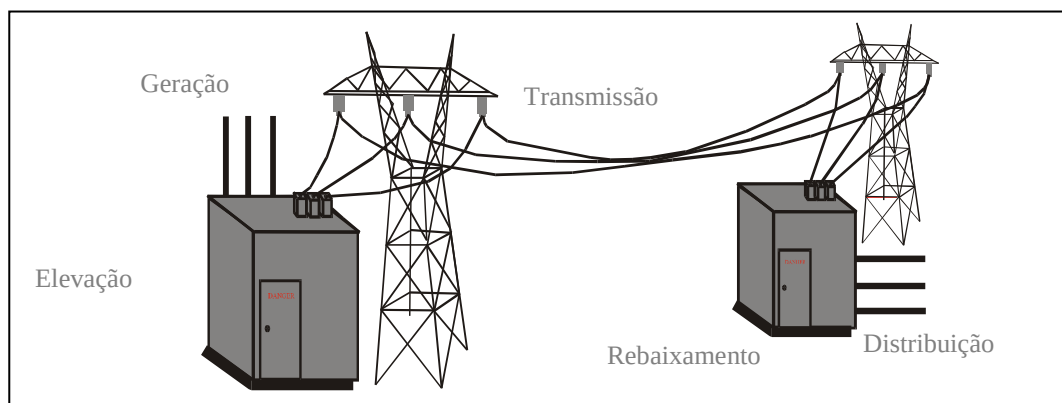


Fig.6.13 – Sistema comercial de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica

Questões e problemas

6.1- Nas lâmpadas incandescentes, a energia elétrica é transformada, uma parte em energia _____ e outra parte em energia _____.

6.2- Cite os fatores que influenciam diretamente no custo de energia elétrica.

6.3- Numere a coluna da direita de acordo com a da esquerda.

1. rapidez de dissipação de energia	() cálculo de potência
2. joule ou kWh	() conceito de potência
3. volt x ampère	() ohm
4. divisão da energia pelo tempo	() watt
	() unidade de energia

6.4- Uma pessoa verifica que o seu chuveiro elétrico não está aquecendo suficientemente a água. Sabendo-se que a tensão aplicada ao chuveiro é constante, responda:

a) Para aumentar a potência do chuveiro, a corrente que passa através dele deve ser aumentada ou diminuída?

b) Então para que haja maior aquecimento da água, a pessoa deverá aumentar ou diminuir a resistência do chuveiro?

c) Assim, quando a chave de um chuveiro é deslocada da posição “inverno” para “verão”, estamos aumentando ou diminuindo sua resistência?

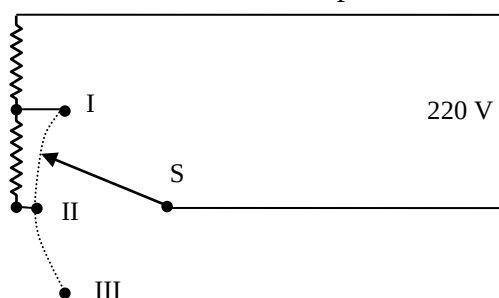
6.5- Um jovem mudou-se da cidade de Rio Grande (110V) para Pelotas (220V), trazendo consigo um aquecedor elétrico, cuja ddp nominal é 110V. Sabendo-se que a tensão da rede de Pelotas é o dobro da tensão da rede de Rio Grande, ele substituiu o resistor do aquecedor por outro. Qual deve ser a relação entre as resistências para que a potência não se altere?

6.6- Duas lâmpadas L_1 e L_2 possuem valores nominais de, respectivamente, 100W-110V e 100W - 220V. Considerando-se o exposto, assinale com “V” as afirmativas verdadeiras e com “F” as afirmativas falsas:

a) () se L_1 for ligada na rede de Pelotas (220V), ela irá queimar.

- b) () se L_2 for ligada na rede de Porto Alegre (110V) ela irá queimar.
 c) () se L_1 for ligada em Porto Alegre e L_2 em Pelotas, elas terão a mesma potência.
 d) () ligando-se L_2 na rede de Porto Alegre, sua potência será inferior a 100W.

6.7- A figura abaixo mostra, esquematicamente, o sistema de aquecimento de um chuveiro elétrico, onde a chave S permite selecionar o modo de operação (frio, morno ou quente) do chuveiro. Para tal, o posicionamento correto da chave será dado por:



	frio	morno	quente
a)	I	II	III
b)	III	I	II
c)	II	III	I
d)	I	III	II
e)	III	II	I

- 6.8- O proprietário de uma cantina verificou que os alimentos colocados no interior de uma estufa elétrica eram aquecidos em demasia. Para diminuir a temperatura dessa estufa, ele poderá fazer várias modificações na resistência de seu resistor. Entre as opções seguintes assinale aquela que o levará a obter o resultado desejado:
- Cortar um pedaço que fio que constitui o resistor.
 - Substituir o resistor por outro de menor resistência.
 - Substituir o resistor por outro de maior resistência.
 - Substituir o fio do resistor por um de mesmo comprimento e mesma seção transversal, mas de menor resistividade.
 - Substituir o fio do resistor por outro de mesmo material e mesmo comprimento, mas de maior seção transversal.

6.9- O instrumento utilizado para medir a potência elétrica é o "wattímetro", o qual tem aparência semelhante aos demais medidores, porém possui quatro terminais em lugar dos dois de costume. Dois terminais são chamados terminais de tensão (equivalente ao voltímetro) e os outros dois terminais de corrente (equivalente ao amperímetro). Pode-se afirmar que os dois conjuntos de terminais são ligados, respectivamente, em _____ e em _____ com o circuito.

- 6.10- Zezinho, querendo colaborar com o governo no sentido de economizar energia elétrica, trocou seu chuveiro de valores nominais 110V - 3000W por outro de 220V - 3000W. Sabendo-se que em sua casa existe uma única rede de 110V, podemos dizer que ele terá um consumo de energia elétrica:
- Idêntico ao anterior;
 - Duas vezes maior;
 - A metade do valor anterior;
 - quatro vezes maior;
 - um quarto do valor anterior.

- 6.11- Um jovem casal instalou em sua casa uma ducha elétrica moderna de 7700W/ 220V. No entanto, os jovens verificaram, desiludidos, que toda vez que ligavam a ducha na potência máxima o disjuntor desarmava-se. Pretendiam até recolocar no lugar o velho chuveiro de 3300W/220V, que nunca falhou. Felizmente, um amigo, que era técnico, os socorreu. Substituiu o velho disjuntor por outro, de maneira que a ducha funcionasse normalmente. Assinale a única alternativa que descreve corretamente o procedimento do amigo.
- Substituiu o velho disjuntor de 30A por um novo, de 20A.
 - Substituiu o velho disjuntor de 20 A por um novo, de 40A.
 - Substituiu o velho disjuntor de 10A por um novo, de 40A.
 - Substituiu o velho disjuntor de 20A por um novo, de 30A.

- e) Substituiu o velho disjuntor de 40A por um novo, de 20A.
- 6.12- Para obter a potência de um aparelho elétrico, um estudante seguiu estes procedimentos:
- Desligou todos os aparelhos elétricos de sua casa, exceto uma lâmpada de 100W e outra de 60W. Observou, então, que o disco do medidor levou 8s para efetuar 10 voltas;
 - Apagou as duas lâmpadas e ligou apenas o aparelho de potência desconhecida. Com isso, verificou que o disco do medidor levou 4s para realizar 10 voltas.
- O estudante calculou corretamente a potência do aparelho, encontrando:
- a) 80 W b) 160W c) 240 W
d) 320 W e) 480 W
- 6.13- A potência P de um chuveiro elétrico, ligado a uma rede doméstica de tensão $V = 220V$, é dada por $P = V^2/R$, onde a resistência elétrica R do chuveiro é proporcional ao comprimento do resistor. A tensão V e a corrente I no chuveiro estão relacionadas pela relação $V=RI$. Deseja-se aumentar a potência do chuveiro mudando apenas o comprimento do resistor.
- a) Ao aumentar a potência, a água ficará mais quente ou mais fria?
- b) Para aumentar a potência, o que deve ser feito com o comprimento do resistor?
- c) O que acontece com a intensidade da corrente I quando a potência do chuveiro aumenta?
- d) O que acontece com o valor da tensão V quando a potência do chuveiro aumenta?
- 6.14- Certa lâmpada é percorrida por uma corrente de 2A, quando entre seus extremos existe uma diferença de potencial de 110V. Determine a sua potência elétrica nessa situação.
- 6.15- Um estudante, em cuja casa a tensão é 110V, comprou uma lâmpada com os seguintes valores nominais: 60W–110V. Determine:
- a) O valor da resistência elétrica da lâmpada.
- b) O valor da corrente que irá circular, quando a lâmpada for conectada à rede elétrica.
- 6.16- Nas instalações residenciais de chuveiros elétricos, costumam-se usar fusíveis ou interruptores de proteção (disjuntores) que desligam automaticamente quando a corrente excede um valor pré-escolhido. Qual o valor do disjuntor que você escolheria para instalar um chuveiro de 3500W-220V?
- a) 10A; b) 15A; c) 30A; d) 70A; e) 20A
- 6.17- Um fusível de 30A foi instalado numa residência alimentada por uma tensão de 220V. Quantas lâmpadas de 100W-220V poderão ser ligadas simultaneamente, de uma forma adequada, sem perigo de queimar o fusível?
- 6.18- Uma lâmpada possui os seguintes valores nominais: 100W-220V. Admitindo que sua resistência seja constante, determine o valor dessa resistência, da potência elétrica e da corrente que circula, supondo que a lâmpada está conectada a uma rede de:
- a) 220V b) 200V
- 6.19- Um fio de resistência elétrica igual a 500Ω é submetido a uma diferença de potencial de 20V. Qual a energia dissipada no fio em um minuto?
- 6.20- Um forno elétrico (resistência constante) é vendido com a seguinte indicação: 4kW-110V.
- a) Determine a energia (em joules e em kWh) consumida pelo forno, quando ele for ligado, durante 30 minutos, numa rede de 110V.
- b) Refaça o problema, admitindo que a tensão caiu para 80V.
- 6.21- Um chuveiro elétrico ligado a uma rede de 220V tem resistência de 22Ω . Sabendo que

ele é utilizado durante 1h por dia, todos os dias, determine o consumo mensal (30 dias) desse chuveiro em reais (1 kWh custa R\$ 0,48).

6.22- Por um chuveiro elétrico circula uma corrente de 15A quando ele está ligado em 220V. Considerando que o kWh custa R\$ 0,48, determine o custo de um banho de 0,5h.

6.23- Um chuveiro elétrico ligado, em média, 0,5h por dia gasta R\$43,20 de energia elétrica por mês (30 dias). Sabendo-se que a tarifa cobrada é de R\$ 0,48 por kWh, determine o valor da potência elétrica do aparelho.

6.24- Os valores nominais de um resistor são: 10Ω e 5W. Determine os valores da ddp máxima e da corrente máxima que poderão existir sobre o resistor, de modo que ele não queime.

6.25- Os valores nominais de um resistor são 270Ω e 1/4W. Esse resistor pode ser ligado numa bateria de 12V sem risco de queimar? Justifique.

6.26- Um chuveiro elétrico projetado para 220V possui um resistor cuja resistência elétrica pode assumir dois valores: 11Ω e 22Ω. Sabe-se que o chuveiro está ligado em uma rede de 220V e que funciona durante 20 minutos por dia. Considerando que 1kWh custa R\$0,48, determine o custo mensal (30 dias) relativo a cada uma das posições do resistor e identifique a posição de banho morno (verão) e a posição onde o banho é quente (inverno).

Respostas selecionadas

6.1- Térmica, luminosa; 6.2 – Consumo, tarifa

6.3 - (4); (1); (); (3); (2)

6.4 - a) aumentada; diminuir; aumentando.

6.5 – $R_{\text{nova}} = 4xR_{\text{velha}}$ 6.6 – a) V; F; V; V.

6.7 – (e); 6.8 – (c); 6.9 – paralelo, série

6.10 – (e); 6.11 – (b) 6.12 – (d)

6.13 - a) mais quente; b) diminuir; c) aumenta; d) fica constante.

6.14- $P = 220W$;

6.15- a) $R = 201,67\Omega$; b) $I = 0,545A$

6.16- $I = 20A$;

6.17- $n = 66$ lâmpadas;

6.18- a) $R = 484\Omega$; $P = 100W$; $I = 0,455A$;
b) $R = 484\Omega$; $P = 82,64W$; $I = 0,413 A$.

6.19- $E = 48J$;

6.20 - a) $E = 2,0 \text{ kWh}$; 7,2 MJ;

b) $E = 1,06 \text{ kWh}$; 3,808 MJ

6.21- Custo = R\$ 31,68; 6.22- Custo = R\$ 0,79;

6.23- $P = 6,0 \text{ kW}$;

6.24- $V_{\text{máx}} = 7,07 \text{ V}$; $I_{\text{máx}} = 0,707A$;

6.25- Não, ele dissiparia 0,53W que é maior do que ele suporta que é 0,25W ou 1/4W

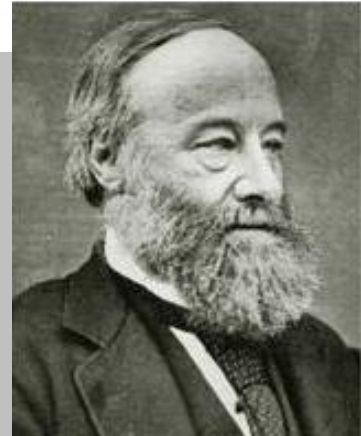
6.26- a) Custo = R\$ 21,12 (inverno);

b) Custo = R\$ 10,56 (verão)

Capítulo VII – CIRCUITOS ELÉTRICOS

James Prescott Joule (1818-1889)

Joule, físico inglês, estudou durante algum tempo com John Dalton (químico e físico inglês, fundador da teoria atômica moderna), mas sua formação científica foi principalmente autodidática. James Joule foi o primeiro cientista a estabelecer o princípio da interconvertibilidade das diversas formas de energia, ou seja, da termodinâmica. Ele também se preocupou, desde cedo, com a importância de se fazerem medidas exatas - suas pesquisas caracterizaram-se particularmente por essa preocupação com a precisão dos dados obtidos. Sua importante descoberta resultou de uma longa série de experiências sobre as relações quantitativas entre os efeitos elétricos, mecânicos e químicos.



Em 1843, Joule determinou a quantidade de trabalho necessária para produzir uma unidade de calor, o equivalente mecânico do calor. Para isto Joule empregou quatro métodos crescentes de exatidão. O primeiro consistia em medir a elevação da temperatura, a corrente e o trabalho mecânico resultante da rotação de um pequeno ímã na água entre os polos de outro magneto. O segundo método determina a elevação da temperatura forçando a água através de tubos capilares. O terceiro depende da compressão do ar. E no quarto ele produz calor pela fricção da água por meio de pás, girando sob a ação da queda de um peso. Por esse processo Joule obteve muitos resultados para a unidade térmica britânica, concluindo por adotar a de 781,8 libras-pé, chamada unidade Joule, e que corresponde ao trabalho para deslocar um metro um corpo com um Newton de peso. Joule também pesquisou as mudanças térmicas ocorridas pelos gases comprimidos através de pequenas aberturas - e as mudanças experimentadas pelos sólidos, sob compressão, em solução, e em diversas outras situações. [http://educacao.uol.com.br/biografias/james-joule.jhtm]

7.1 - CIRCUITO ELÉTRICO SIMPLES

Um circuito elétrico é um caminho fechado formado de, no mínimo, três componentes principais.

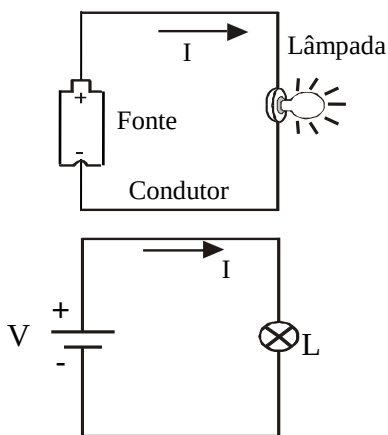


Fig.7.1 – Constituição de circuito elétrico simples

Um componente que cria e mantém uma ddp (**fonte**); um outro que irá consumir a energia fornecida pela fonte (**resistor ou lâmpada**) e

um componente que irá interligar a fonte e a lâmpada (**condutores**).

No circuito acima, verificamos que a lâmpada irá permanecer sempre acesa, consumindo energia elétrica permanentemente.

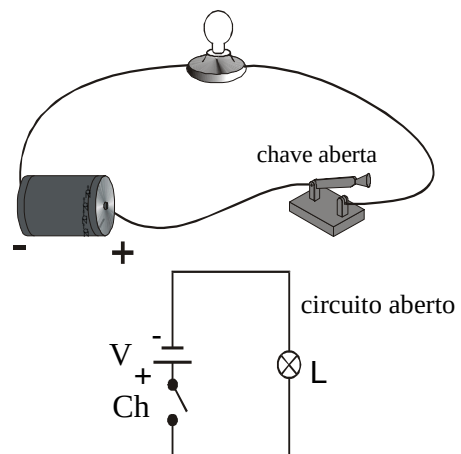


Fig.7.2 –Circuito simples com interruptor

Para podermos desligá-lo devemos introduzir no circuito uma chave ou interruptor.

Podemos acrescentar ainda outro elemento ao circuito, que terá como objetivo efetuar a proteção contra aumentos indesejáveis de corrente. Este elemento é o “**fusível**” (F), que deve ser ligado em série com o circuito. Dessa forma, o nosso circuito já se apresenta em condições muito boas, pois temos uma fonte, uma chave, um fusível, uma lâmpada e fios condutores.

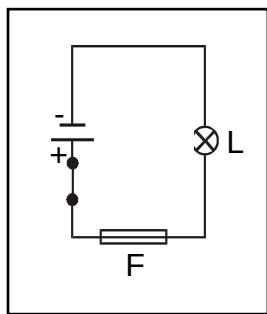


Fig.7.3 – Circuito com fusível

Curto-circuito

Na Figura 7.4 a corrente sai por um dos terminais da fonte, percorre o fio condutor de resistência elétrica desprezível e penetra pelo outro terminal.

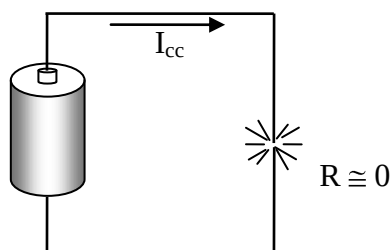


Fig.7.4 – Curto-circuito nos terminais de uma pilha

Ela percorre o circuito sem passar por nenhum aparelho ou instrumento que tenha alguma resistência considerável. Quando isso ocorre, dizemos que há um curto-circuito. O mesmo acontece, por exemplo, quando os polos de uma bateria são unidos por uma chave de fenda, ou quando dois fios desencapados se tocam, conforme a Figura 7.5.

Quando ocorre um curto-circuito, a resistência elétrica do trecho percorrido pela corrente é muito pequena (lembre-se de que a resistência elétrica dos fios de ligação é praticamente desprezível).

Assim, pela relação $I = V/R$, se V é constante (ddp da pilha ou bateria) e R é próximo de zero, então a corrente assume valores elevados e é chamada de corrente de curto-circuito.

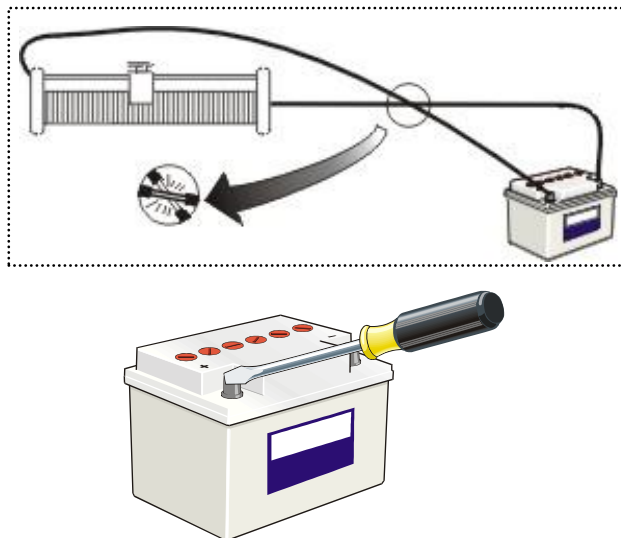


Fig.7.5 – Curto-circuito nos bornes de uma bateria

Com o aumento da intensidade da corrente, ocorre também o aumento da temperatura (efeito Joule). Assim, o circuito em “curto” pode-se aquecer exageradamente e dar início a um incêndio. Para evitar que isso aconteça, os fusíveis do circuito devem estar em boas condições para que, tão logo a temperatura do trecho “em curto” se eleve, o fusível se funda e interrompa a passagem da corrente.

Na primeira montagem da Figura 7.6 a lâmpada tem um dado brilho. Mas, ao conectarmos com o resistor um fio de resistência desprezível, como se verifica no segundo desenho, a corrente elétrica se desvia por ele.

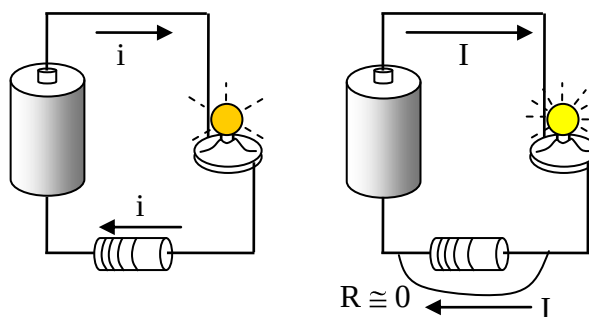


Fig.7.6 – Curto-circuito num componente

Nesse caso, o resistor está em curto e, consequentemente, a resistência do circuito

diminui e a corrente atinge valores mais elevados, fazendo com que o brilho da lâmpada seja aumentado.

7.2 - CIRCUITO SÉRIE

Numa associação série os resistores ficam posicionados um após o outro, sendo percorridos pela mesma corrente, conforme exemplos a seguir.

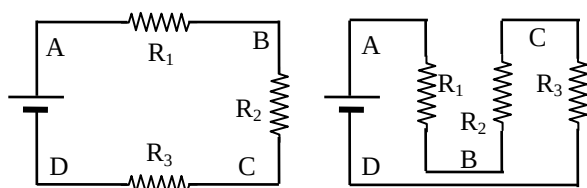


Fig.7.7 – Circuito elétrico série com três componentes

Um circuito série de resistores apresenta as seguintes características:

1ª) Num circuito série, os componentes são dependentes entre si, ou seja, para que o circuito funcione perfeitamente, todos os elementos devem estar em boas condições de funcionamento. No caso de lâmpadas, se uma queima (o filamento rompe) as outras irão apagar, pois o circuito ficará aberto.

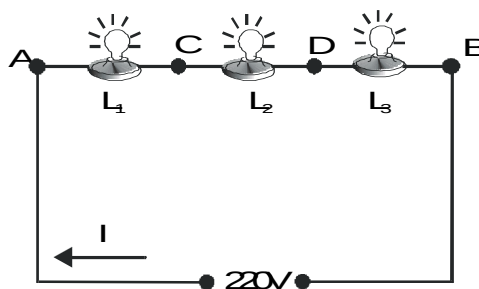


Fig.7.8 – Circuito série com lâmpadas

2ª) O circuito série possui uma única malha fechada (trajetória elétrica) e por esse motivo a intensidade da corrente é a mesma em todos os pontos do circuito.

$$I_1 = I_2 = \dots = I_n = I \quad (7.1)$$

3ª) Num circuito série, a resistência total ou equivalente (R_e) é igual à soma das resistências do circuito.

$$R_e = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad (7.2)$$

Por exemplo, no circuito da Figura 7.9 temos:

$$R_e = R_1 + R_2 \quad R_e = 4 \, \Omega + 5 \, \Omega = 9 \, \Omega$$

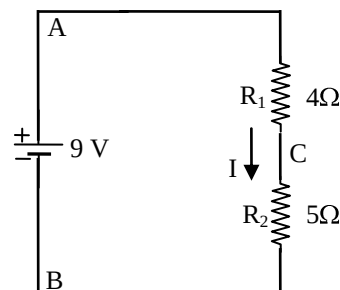


Fig.7.9 – Exemplo numérico de circuito série

4ª) No circuito série a tensão aplicada ao circuito é igual à soma das tensões parciais, sendo que estas são proporcionais às resistências dos componentes.

Costuma-se chamar a tensão em cada componente de um circuito série de “queda de tensão”.

$$V_t = V_1 + V_2 + \dots + V_n \quad (7.3)$$

$$\text{Onde: } V_1 = I \cdot R_1; \quad V_2 = I \cdot R_2; \quad V_n = I \cdot R_n$$

Pela lei de Ohm verificamos que o valor da intensidade da corrente que percorre o circuito dependerá da tensão aplicada ao mesmo e da resistência total que o circuito oferece.

$$I = \frac{V_{AB}}{R_e} = \frac{9V}{9\Omega} = 1A$$

Os dois resistores do circuito são percorridos pela mesma corrente e, como têm resistências diferentes, aparecerão sobre eles quedas de tensão diferentes.

$$V_{AC} = I \cdot R_1 = 1A \cdot 4\Omega = 4V;$$

$$V_{CB} = I \cdot R_2 = 1A \cdot 5\Omega = 5V;$$

$$V_{AB} = V_{AC} + V_{CB} = 4V + 5V = 9V$$

Assim sendo, a tensão aplicada ao circuito divide-se sobre os resistores associados,

ficando a maior tensão sobre o resistor de maior valor.

5ª) A dissipação de potência será maior no resistor de maior resistência.

Como a intensidade da corrente é a mesma em todos os resistores e, sabendo-se que $P = R \cdot I^2$, nota-se que a maior potência ocorre no resistor de maior resistência.

Nota-se também que, somando-se as potências individuais de cada resistor, obtém-se o valor da potência total dissipada pela associação.

$$P_1 = R_1 \cdot I^2 = 4 \, \Omega \times 1 \, A^2 \quad P_1 = 4 \, W$$

$$P_2 = R_2 \cdot I^2 = 5 \, \Omega \times 1 \, A^2 \quad P_2 = 5 \, W$$

$$P_t = P_1 + P_2 = 4 \, W + 5 \, W = 9 \, W$$

$$P_t = V_{AB} \times I = 9 \, V \times 1 \, A = 9 \, W$$

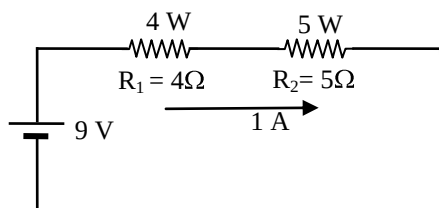


Fig.7.10 – Potências no circuito série

Exemplo Resolvido 7.1:

Dois resistores são ligados em série. Sabendo-se que $R_1 = 47 \, \Omega$, $R_2 = 33 \, \Omega$ e que a associação é alimentada por uma fonte de $8 \, V$, determine as quedas de tensão (ddp) sobre os resistores e a potência dissipada em cada um.

Como conhecemos os valores dos resistores do circuito, podemos calcular a resistência equivalente (R_e).

$$R_e = R_1 + R_2 = 47 \, \Omega + 33 \, \Omega = 80 \, \Omega$$

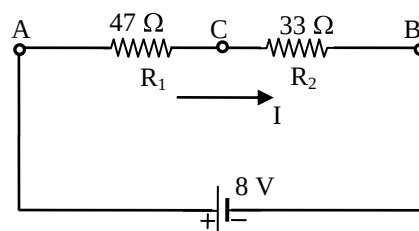


Fig.7.11 – Circuito para o exemplo 7.1

Pela relação $I = V/R$ calculamos a corrente do circuito.

$$I = V_{AB}/R_e; \quad I = 8 \, V/80 \, \Omega; \quad I = 0,1 \, A = 100 \, mA$$

De posse da corrente, podemos calcular as quedas de tensão.

$$V = I \cdot R \Rightarrow V_{AC} = I \cdot R_1 = 0,1 \, A \cdot 47 \, \Omega = 4,7 \, V;$$

$$V = I \cdot R \Rightarrow V_{CB} = I \cdot R_2 = 0,1 \, A \cdot 33 \, \Omega = 3,3 \, V;$$

Sabendo-se as tensões e as correntes, podemos calcular o valor da potência dissipada em cada resistor.

$$P = V \cdot I \Rightarrow P_1 = V_{AC} \times I = 4,7 \, V \times 0,1 \, A = 0,47 \, W;$$

$$P_2 = V_{CB} \times I = 3,3 \, V \times 0,1 \, A = 0,33 \, W$$

Resumo das características do circuito série

- Um componente depende do outro para que o circuito funcione.
- Todos os componentes são percorridos pela mesma corrente.
- A resistência total do circuito é obtida através da soma das resistências do circuito.
- A tensão aplicada é igual à soma das quedas de tensão nos resistores associados.
- As quedas são proporcionais às resistências dos resistores.
- A potência dissipada em cada resistor é proporcional à sua resistência.

Comprovação prática

Materiais utilizados:

- Fonte de alimentação (0-20V);
- Multitester;
- Resistores ($47\ \Omega / 2\ \text{W}$; $33\ \Omega / 2\ \text{W}$).

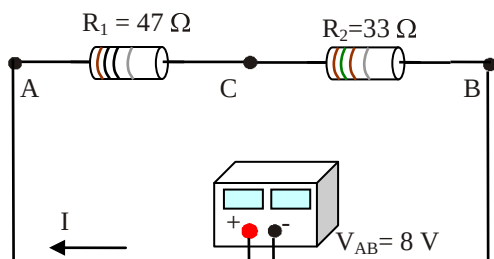


Fig.7.12 – Circuito série com fonte CC eletrônica

Montagem

Executa-se a montagem conforme figura acima e aplica-se, através da fonte, uma tensão de 8 V. Comprovaremos primeiro o valor da corrente através do circuito que é a mesma ao longo do mesmo.

Para medirmos a corrente, utilizaremos o multitester como miliamperímetro, selecionando a escala de 250 mA. Em qualquer ponto que se introduza o medidor de corrente (em série), o mesmo deverá indicar o valor de 100 mA calculado.

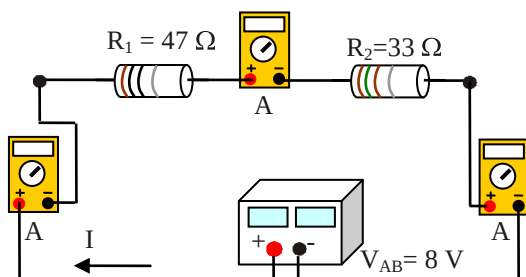


Fig.7.13 – Medição das correntes do circuito série

No interior de um amperímetro existem fios condutores que devem ser percorridos pela corrente elétrica para que o aparelho indique o valor dessa corrente. Esses fios apresentam certa resistência elétrica, que é denominada resistência interna do amperímetro. Assim, ao introduzirmos um amperímetro em um circuito (Figura 7.13), sua resistência interna será

acrescentada à resistência do circuito. Para que a perturbação causada por esta introdução seja desprezível, o amperímetro deve ser construído de tal modo que sua resistência interna seja a menor possível. **Portanto, um amperímetro ideal teria resistência interna nula.**

Logo após, verificaremos os valores das quedas de tensão, utilizando o multitester como voltímetro (em paralelo), na escala de 10 V. O voltímetro V_1 deverá indicar 4,7 V e o V_2 indicar 3,3 V. Observe a polaridade correta dos instrumentos. Compare a medição de V_1 com V_2 e justifique.

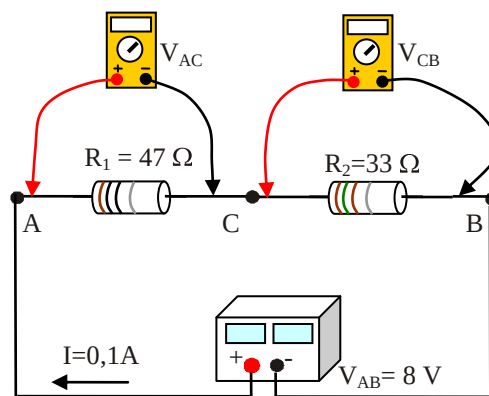


Fig.7.14 – Medição das quedas de tensão

GALVANÔMETRO – VOLTÍMETRO (opcional)

Um bom exemplo de aplicação de circuito série é a montagem de um medidor a partir de instrumento básico denominado de galvanômetro. Ele é constituído de um ímã permanente e de uma bobina (fios enrolados) acoplada a um ponteiro.

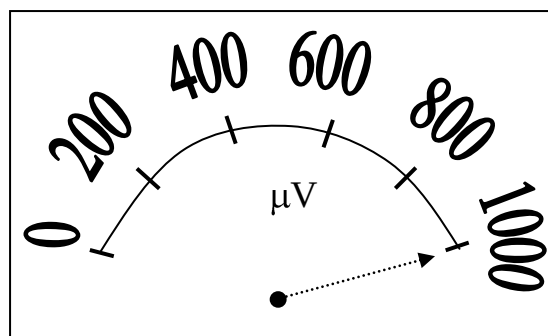


Fig.7.15 – Escala de um galvanômetro

Quando circula corrente pela bobina, surge um campo magnético (efeito magnético da corrente elétrica) que interage com o campo do ímã e, conseqüentemente, a bobina se movimenta, deslocando o ponteiro do medidor. Tal bobina é extremamente sensível, ou seja, o fio que a constitui suporta apenas corrente e tensão extremamente baixas.

Vamos admitir, por exemplo, que a resistência interna de um galvanômetro seja de $2\ \Omega$ e que a corrente máxima que sua bobina suporta seja de $500\ \mu\text{A}$. Conseqüentemente, deduz-se que a tensão máxima que pode ser aplicada no instrumento vale 1mV , pois:

$$2\ \Omega \times 500\mu\text{A} = 1000\ \mu\text{V} = 0,001\text{V}.$$

Este instrumento, de ponteiros A e B, pode ser utilizado para medir tensões (voltímetro $\Rightarrow$ escala graduada em microvolts) de até $1000\ \mu\text{V}$ (1mV).

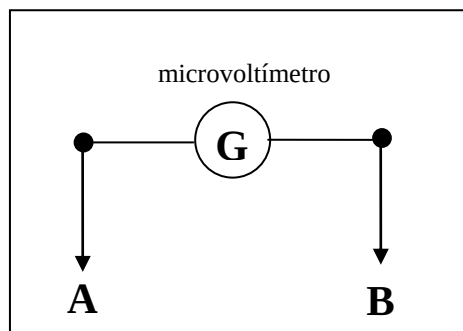


Fig.7.16 – Galvanômetro como voltímetro

Vamos supor que desejássemos transformar o nosso galvanômetro num voltímetro de 5 V (5000 mV), ou seja, seu fundo de escala, em vez de 1 mV ($1000\ \mu\text{V}$), seria de 5 V .

Isso seria possível através da introdução de um resistor complementar conectado em série (circuito divisor de tensão).

Esse resistor teria que originar uma queda de tensão de 4999 mV , pois a bobina do instrumento admite, no máximo, 1mV . Assim, teríamos na bobina uma corrente de $0,5\text{ mA}$ (mesma corrente no resistor complementar). Logo, podemos determinar o valor da resistência que deverá ter esse resistor:

$$R_c = 4999\text{mV} / 0,5\text{mA} \quad R_c = 9998\Omega$$

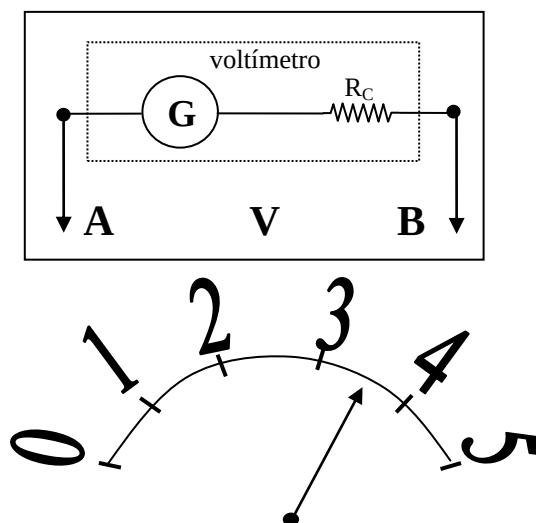


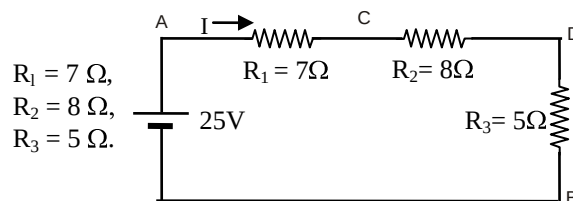
Fig.7.17 – Construção de um voltímetro a partir de um galvanômetro

Se for acrescentado, então, um resistor de precisão de $9998\ \Omega$ em série com a bobina do galvanômetro, cada vez que o ponteiro do medidor se deslocar até o fundo da escala (limite máximo), significa que estamos efetuando a medição de uma tensão de 5V .

Questões e problemas: circuito série

- 7.1. Um circuito é constituído de 3 resistores e os mesmos estão ligados em série. O que deverá ocorrer com a corrente, e com a resistência total do circuito, se provocarmos um curto-circuito sobre um dos resistores?
- 7.2. Dez lâmpadas ligadas em série iluminam uma árvore de Natal. O que ocorrerá com o circuito se alguma das lâmpadas queimar?
- 7.3. Duas lâmpadas de resistências iguais, fabricadas para funcionar em 110V , poderão ser ligadas em série, formando um circuito alimentado por 220V ? Justifique.

- 7.4. Duas lâmpadas foram fabricadas para funcionarem, individualmente, numa rede de 220V, sendo que a primeira teria uma potência maior do que a segunda. Considerando que elas foram ligadas em série e que existe uma tensão de 220 V entre as extremidades da associação, explique o que ocorrerá com cada uma das lâmpadas.
- 7.5. Um resistor de resistência R_1 que está conectado a uma fonte de tensão constante dissipa uma potência P_1 . Associando em série outro resistor de resistência R_2 , o que acontecerá com o valor da:
- Resistência total do circuito?
 - Corrente que circula no circuito?
 - Potência dissipada por R_1 ?
- 7.6. Um circuito série é formado por uma fonte de tensão constante (12 V) e duas lâmpadas iguais ($L_1=L_2$).
- Considerando que em L_1 passa 40mA, qual o valor da corrente em L_2 ?
 - Qual o valor da tensão em cada uma das lâmpadas?
 - Considerando que uma terceira lâmpada L_3 foi acrescentada em série com as demais, a corrente em L_1 será igual, maior ou menor do que 40 mA?
- 7.7. Analise as afirmativas a seguir e coloque “V” se verdadeiras ou “F” se falsas.
- () Para diminuirmos a corrente que percorre um circuito podemos ligar em série com ele um resistor.
 - () Num chuveiro com a chave no inverno, poderíamos considerar como se fossem dois resistores ligados em série e no verão seria apenas um único resistor percorrido por corrente.
 - () Sempre ligamos o fusível em série com o circuito, de modo que, se ele queimar, o circuito ficará aberto.
 - () No circuito série, o resistor de maior resistência aquece mais.
- 7.8. Um resistor de $4\ \Omega$ e um de $2,5\ \Omega$ são associados em série e, à associação, aplica-se uma tensão de 19,5 V.
- Qual a resistência total da associação?
 - Qual a corrente que percorre o circuito?
 - Qual a queda de tensão existente sobre cada resistor?
 - Qual a potência dissipada em cada resistor?
- 7.9. Um circuito série é constituído de 3 resistores R_1 , R_2 e R_3 que valem, respectivamente, $2\ \Omega$, $4\ \Omega$ e $6\ \Omega$. Sabe-se que a queda de tensão sobre R_2 vale 10V. Determine a corrente que percorre o circuito, as quedas de tensão sobre os resistores e as potências em cada resistor.
- 7.10. Ligam-se em série 3 resistores com resistências elétricas, respectivamente, de $200\ \Omega$, $500\ \Omega$ e $300\ \Omega$. Sendo a corrente no circuito 100 mA, calcule a tensão aplicada à associação e a potência total dissipada pela associação.
- 7.11. Três resistores são associados em série e o circuito é alimentado por 30 V. Sabendo-se que a potência total dissipada pelo circuito é 60 W, e que $R_1 = 5\ \Omega$ e $R_2 = 7\ \Omega$, determine as tensões nos resistores e o valor de R_3 .
- 7.12. No circuito elétrico ilustrado abaixo, a tensão da fonte vale 25 V, enquanto que as resistências elétricas valem:

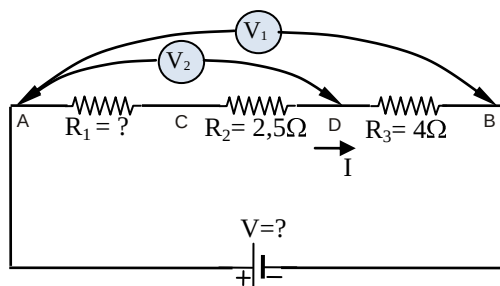


Determine:

- A corrente que atravessa o circuito e a potência dissipada em R_1 ;
- A corrente que circula no circuito, se for provocado um curto-circuito sobre R_3 e a nova potência em R_1 .

7.13. No circuito abaixo os voltmímetros V_1 e V_2 medem 5 V e 3 V, respectivamente. Determine:

- A corrente no circuito;
- O valor da resistência R_1 .



7.14. São associados 3 resistores em série. Sendo $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 15\ \Omega$ e $R_3 = 5\ \Omega$ e a potência dissipada em R_2 igual a 33,75 W, determine:

- A corrente do circuito;
- A queda de tensão sobre cada resistor;
- A tensão aplicada ao circuito;
- A potência total do circuito.

7.15. Temos um circuito série formado por dois resistores $R_1 = 22\ \Omega$ e $R_2 = 68\ \Omega$, sendo que na associação é aplicada uma tensão de 9 V. Sabendo-se que as potências máximas que podem ser dissipadas pelos resistores são, respectivamente, $1/8\ \text{W}$ e $1\ \text{W}$, determine se os resistores irão queimar ou não, justificando sua resposta com cálculos.

7.16. Uma fonte de alimentação de 10 V/ 20W deve alimentar 5 lâmpadas pequenas e coloridas de 1 V / 200 mW para enfeitar uma árvore de Natal. Sabendo que as lâmpadas queimam, caso a tensão sobre elas seja maior do que a especificada, resolver este problema usando um resistor em série com o conjunto de lâmpadas. Qual o valor do resistor e de sua potência dissipada?

7.17. Para uma fileira de lâmpadas de Natal foram escolhidas lâmpadas de $20\ \Omega$. Tal fileira está dimensionada para uma intensidade de corrente igual a 300 mA.

Quantas lâmpadas deste tipo devem ser ligadas em série para que seja possível fazer a conexão à uma rede de 220 V ?

7.18. Um jovem comprou um aparelho elétrico com os seguintes valores nominais: 55 W – 220 V. Como a rede elétrica em sua casa era 380V, pensou em utilizar um resistor em série com o aparelho para limitar a corrente e provocar uma queda de tensão. Calcule o valor da resistência que deverá ter o resistor e da potência que ele dissipará de modo que o aparelho funcione corretamente.

7.19. Admita que um galvanômetro tem resistência elétrica $10\ \Omega$ e a intensidade da corrente de fundo de escala vale 20 mA. Que modificação deve ser introduzida no galvanômetro para que possa medir uma tensão de até 60 V, ou seja, que ele se transforme num voltmímetro de fundo de escala 60 V? (Obs.: para transformar o galvanômetro num voltmímetro, teremos que associá-lo em série a um resistor)

7.20. A resistência de um galvanômetro é de $1\ \Omega$ e a corrente máxima que ele pode medir é 1mA. Em que condições ele poderia ser utilizado como voltmímetro num circuito submetido a uma ddp de 500V?

7.3 - CIRCUITO PARALELO

Temos uma associação em paralelo de resistores quando todos os resistores associados ficam ligados aos mesmos pontos e, portanto, submetidos a uma mesma tensão elétrica, conforme exemplos a seguir.

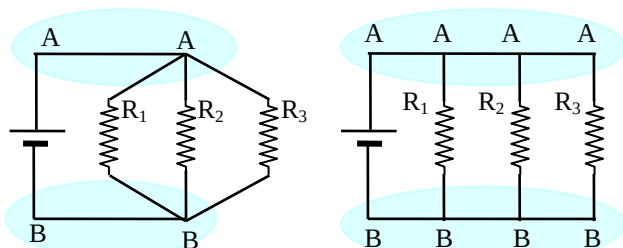


Fig.7.18 – Algumas formas de apresentação do circuito paralelo

Um circuito paralelo apresenta as seguintes características:

1ª) No circuito paralelo, os componentes não dependem uns dos outros para funcionar, ou seja, queimando a lâmpada L_3 no circuito abaixo, apenas ela se apaga, sendo que L_1 e L_2 permanecem acesas, pois estão em bom estado de funcionamento e continuam recebendo a tensão da rede (220V). O exemplo desse tipo de ligação é verificado em nossa instalação elétrica residencial. Em casa verificamos que, se uma lâmpada queima, as outras permanecem acesas e também os eletrodomésticos ficam funcionando normalmente.

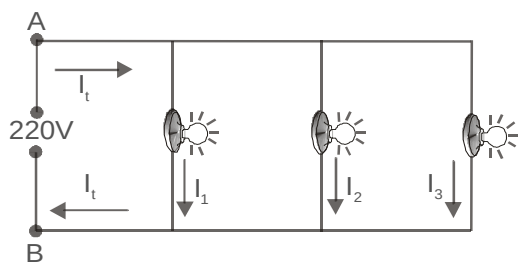


Fig.7.19 – Lâmpadas em paralelo

2ª) No circuito paralelo, como os resistores estão ligados nos mesmos pontos, (nós) eles recebem a mesma tensão.

$$\boxed{V_1 = V_2 = V_3 = \dots V_n = V_{AB}} \quad (7.4)$$

3ª) A corrente total do circuito é a soma das correntes parciais, as quais, por sua vez, são inversamente proporcionais às respectivas resistências.

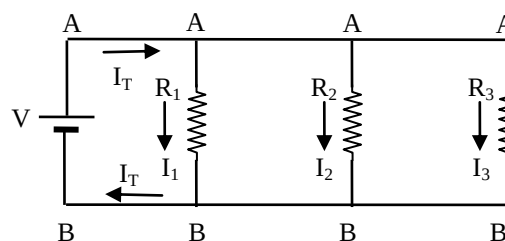


Fig.7.20 – Circuito paralelo de resistores

$$\boxed{I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1}; I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2}; I_3 = \frac{V_{AB}}{R_3}; I_n = \frac{V_{AB}}{R_n}} \quad (7.5)$$

$$\boxed{I_t = I_1 + I_2 + \dots + I_n} \quad (7.6)$$

Vejam os o exemplo da Figura 7.21:

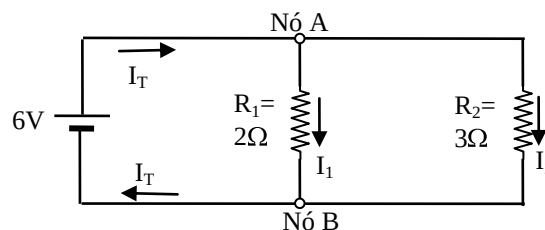


Fig.7.21 – O circuito paralelo possui nós

Como a tensão é a mesma, a resistência de maior valor será atravessada por menor valor de corrente e vice-versa.

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} = \frac{6V}{2\Omega} = 3A; \quad I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{6V}{3\Omega} = 2A$$

Por exemplo, como $R_1 < R_2$, temos $I_1 > I_2$.

No circuito paralelo, a corrente total do circuito é igual à soma das correntes que percorrem os resistores, portanto, no exemplo acima, temos:

$$I_t = I_1 + I_2 = 3A + 2A \Rightarrow I_t = 5A$$

4ª) Vamos agora obter as relações que nos permitem calcular o valor da resistência equivalente de um circuito paralelo. Pela lei de Ohm tem-se para cada resistor:

$$I_1 = V_{AB}/R_1; I_2 = V_{AB}/R_2; I_n = V_{AB}/R_n;$$

$$I_t = V_{AB}/R_e \quad (7.7)$$

No nó A (ou B) temos a seguinte relação:

$$I_t = I_1 + I_2 + \dots + I_n \quad (7.8)$$

$$\frac{V_{AB}}{R_e} = \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2} + \dots + \frac{V_{AB}}{R_n} \Rightarrow$$

$$\frac{V_{AB}}{R_e} = V_{AB} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right)$$

Simplificando V_{AB} nos dois lados temos:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (7.9)$$

ou

$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}} \quad (7.10)$$

No caso de apenas **dois resistores** observamos a seguinte relação:

$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (7.11)$$

Aplicando (7.11) no exemplo dado

$$\text{temos: } R_e = \frac{2 \Omega \times 3 \Omega}{2 \Omega + 3 \Omega} = \frac{6 \Omega^2}{5 \Omega} = 1,2 \Omega$$

Se tivermos **n resistores iguais** ($R_1=R_2=R_n$) obtemos a resistência equivalente por:

$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \dots + \frac{1}{R_1}} =$$

$$R_e = \frac{1}{\frac{n}{R_1}} = \frac{R_1}{n} \Rightarrow \boxed{R_e = \frac{R_1}{n}} \quad (7.12)$$

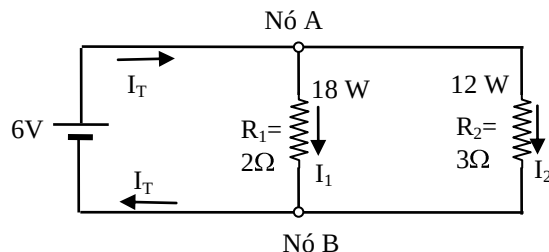


Fig.7.22 – Exemplo de circuito paralelo

5ª) Como no circuito paralelo a tensão é a mesma sobre todos os resistores, e sabendo-se que $P = V^2/R$, podemos concluir que o resistor de maior resistência irá dissipar menor potência.

Como $P = V^2/R$ e $R_1 < R_2$ logo $P_1 > P_2$.

$$P_1 = \frac{V_{AB}^2}{R_1} = \frac{(6V)^2}{2\Omega} = 18W$$

$$P_2 = \frac{V_{AB}^2}{R_2} = \frac{(6V)^2}{3\Omega} = 12W$$

Exemplo resolvido 7.2:

Um circuito paralelo é constituído de dois resistores, sendo $R_1=150 \Omega$, $R_2=100 \Omega$, e é alimentado por 12 V. Determine a corrente e a potência dissipada em cada resistor.

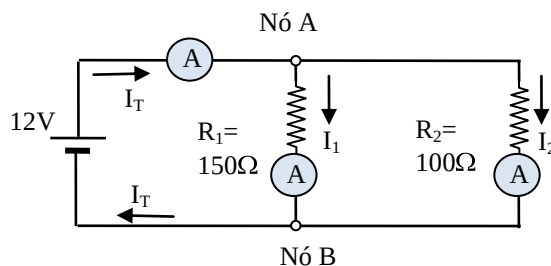


Fig.7.23 – Exemplo de circuito paralelo

Como conhecemos os valores dos resistores, podemos calcular a resistência equivalente R_e .

$$R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \rightarrow R_e = \frac{150 \Omega \cdot 100 \Omega}{150 \Omega + 100 \Omega} =$$

$$R_e = \frac{15000 \Omega^2}{250 \Omega} = 60 \Omega$$

Pela relação $I = V/R$ determinamos as correntes.

$$I_t = \frac{V_{AB}}{R_t} \rightarrow I_t = \frac{12 \text{ V}}{60 \Omega} = 0,20 \text{ A} = 200 \text{ mA}$$

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} \rightarrow I_1 = \frac{12 \text{ V}}{150 \Omega} = 0,08 \text{ A} = 80 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} \rightarrow I_2 = \frac{12 \text{ V}}{100 \Omega} = 0,12 \text{ A} = 120 \text{ mA}$$

No circuito paralelo I_t se divide, então:

$$I_t = I_1 + I_2 = 0,08 \text{ A} + 0,12 \text{ A} = 0,20 \text{ A}$$

Para obtermos as potências fazemos:

$$P_1 = \frac{V_{AB}^2}{R_1} = \frac{(12 \text{ V})^2}{150 \Omega} = 0,96 \text{ W}$$

$$P_2 = \frac{V_{AB}^2}{R_2} = \frac{(12 \text{ V})^2}{100 \Omega} = 1,44 \text{ W}$$

$$P_t = \frac{V_{AB}^2}{R_t} = \frac{(12 \text{ V})^2}{60 \Omega} = 2,4 \text{ W}$$

Podemos comprovar a potência total através da soma das potências em cada um dos resistores:

$$P_t = P_1 + P_2 = 0,96 \text{ W} + 1,44 \text{ W} \quad \boxed{P_t = 2,4 \text{ W}}$$

Resumo das Características do Circuito Paralelo

- Os componentes são eletricamente independentes entre si.
- A tensão é a mesma para todos os resistores, pois os mesmos são ligados aos mesmos pontos.
- A corrente total é igual à soma das correntes dos resistores.
- A corrente divide-se na razão inversa das resistências.
- A resistência total do circuito é menor do que a menor das resistências associadas.
- A potência dissipada por cada resistor é inversamente proporcional à sua resistência.

Comprovação Prática

Materiais Utilizados:

- Fonte de alimentação (0 – 30 V);
- Multímetro;
- Resistores (150 Ω ; 100 Ω).

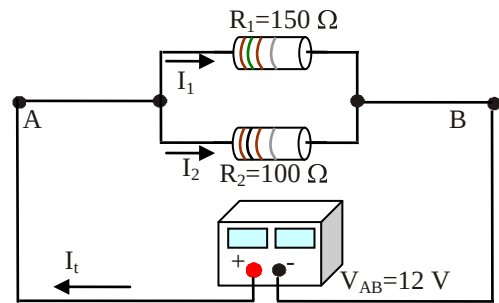


Fig.7.24 – Aspecto da montagem de circuito paralelo

Montagem

Executa-se a montagem conforme Figura 7.24 e aplica-se, através da fonte, uma tensão de 12V.

Comprovaremos primeiro o valor da ddp da fonte que, como sabemos, tem o mesmo valor sobre os resistores.

Para medirmos a ddp, utilizaremos o multímetro como voltímetro (em paralelo), selecionado para a escala de 50 V. Sobre qualquer resistor que se coloque o instrumento, o mesmo sempre indicará os 12 V da fonte.

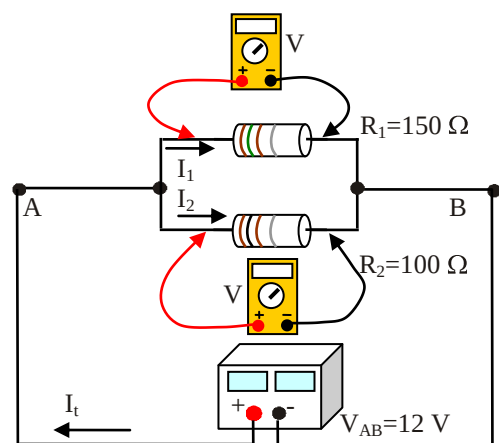


Fig.7.25 – Medição das tensões

O voltímetro possui uma resistência interna, que deve ser a maior possível, para que a corrente que se desvia para o mesmo seja

desprezível, não causando perturbação no circuito. A corrente do voltímetro será tanto menor quanto maior for a sua resistência.

Um voltímetro ideal teria resistência interna infinita.

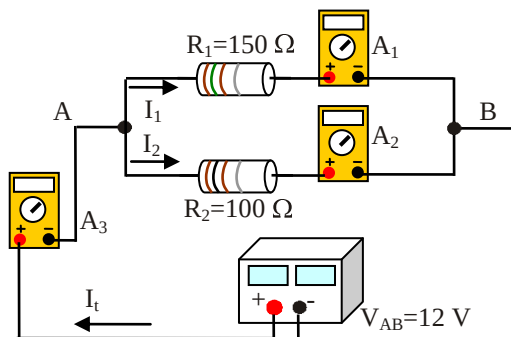


Fig.7.26 – Medição das correntes

Na Figura 7.26 verificaremos os valores das correntes que percorrem o circuito (I_t , I_1 e I_2) utilizando o multímetro como amperímetro (em série), na escala de 250mA. O medidor 3 deve indicar 200 mA, que é a corrente total do circuito. Os medidores 1 e 2 indicarão 80 mA e 120 mA que correspondem às correntes I_1 e I_2 .

Interprete porque I_1 é menor do que I_2 .

GALVANÔMETRO – AMPERÍMETRO (opcional)

No galvanômetro analisado no circuito série, tínhamos admitido que sua resistência interna fosse de 2Ω , que a corrente máxima que sua bobina suporta seja de $500\mu\text{A}$ e que a tensão máxima que pode ser aplicada no instrumento vale 1mV .

Esse instrumento, de ponteiros A e B, pode ser usado como microamperímetro com fundo de escala de até $500\mu\text{A}$. ($0,5\text{mA}$).

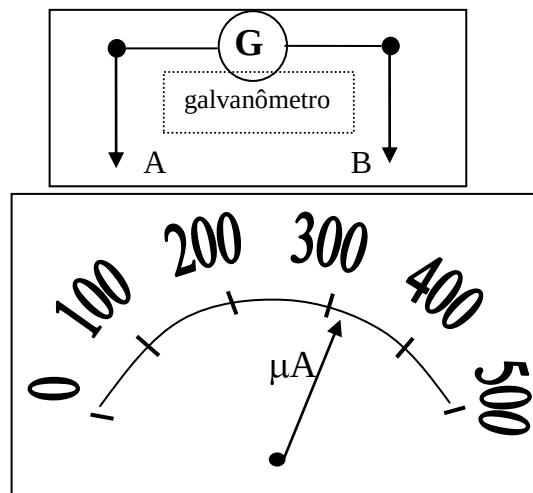


Fig.7.27 – Descrição do galvanômetro

Vamos supor que desejamos transformar o nosso galvanômetro num amperímetro de 10mA , ou seja, com fundo de escala de 10mA em vez de $500\mu\text{A}$. Isso é possível através da introdução de um resistor em paralelo (resistor shunt R_s). Tal resistor tem que desviar uma corrente de $9,5\text{mA}$, pois a bobina do instrumento admite, no máximo, $0,5\text{mA}$. Como a tensão máxima na bobina é de 1mV (mesma tensão no resistor), podemos determinar o valor da resistência que deverá ter esse resistor ($R_s = 1\text{mV}/9,5\text{mA} = 0,105\Omega$). Com um resistor de $0,105\Omega$ em paralelo com a bobina do galvanômetro, cada vez que o ponteiro do medidor se deslocar até o fundo da escala (limite máximo), significa que está circulando pelo circuito externo, onde está se efetuando a medição, uma corrente de 10mA .

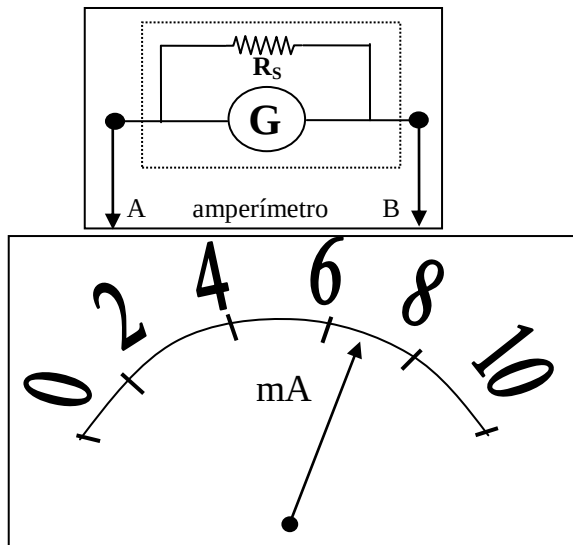
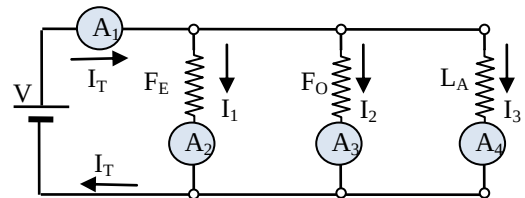


Fig.7.28 –Amperímetro de 10 mA montado a partir de um galvanômetro de $500\mu\text{A}$

Questões e problemas: circuito paralelo

7.21. Duas lâmpadas e uma estufa estão todas ligadas em paralelo e recebem uma tensão de 220V. Considerando que a primeira lâmpada queimou, diga o que ocorrerá com a segunda lâmpada? E com a estufa? Justifique.

7.22. Um circuito paralelo é composto de um ferro elétrico, um forno elétrico e de uma lâmpada. Para medirmos as correntes I_t , I_1 , I_2 e I_3 , introduzimos amperímetros no circuito, conforme figura dada.



Se queimar a lâmpada L_A , o que deverá acontecer:

- Com a medição do amperímetro 1?
- Com a medição dos amperímetros 2 e 3?
- Com a medição do amperímetro 4?
- Com a resistência total do circuito?

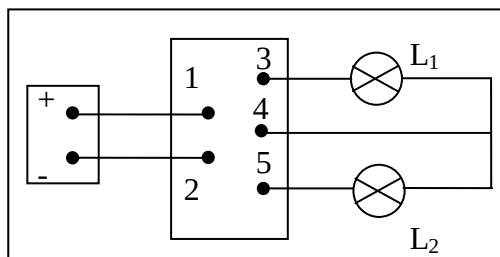
7.23. Dispõe-se de duas lâmpadas L_1 e L_2 sendo L_1 : 100W-220V e L_2 : 40W - 220V. Desejando-se o máximo de potência e dispondo-se também de uma fonte de 220V, devemos montar um circuito série, paralelo; ou o resultado é o mesmo nos dois circuitos? Justifique.

7.24. Assinale verdadeiro (V) ou falso (F).

- a) () No circuito paralelo, teremos uma maior dissipação de potência no resistor de menor resistência.
- b) () Num circuito com dois resistores, sempre teremos uma maior dissipação de potência no resistor de maior resistência, independentemente se o circuito é série ou paralelo.
- c) () Os circuitos série e paralelo constituem-se, respectivamente, em circuito divisor de tensão e circuito divisor de corrente.
- d) () No circuito paralelo a resistência total é sempre menor do que o menor valor das resistências associadas.
- e) () Num circuito paralelo de resistores iguais, basta dividirmos o valor da resistência de um deles pelo nº de resistores, para obtermos R_e .

7.25. Dispondo-se dos cinco terminais existentes no bloco abaixo, faça as ligações necessárias de modo que as lâmpadas funcionem corretamente. Considere que as lâmpadas são iguais, cujos valores nominais são 12 V – 5 W e que a tensão entre o positivo e o negativo da fonte vale:

- a) 24 V b) 12 V



7.26. Tendo somente dois resistores, usando-os um por vez, ou em série, ou em paralelo, podemos obter resistências de 3, 4, 12 e 16 Ω . As resistências dos resistores são:

- a) 3 Ω e 4 Ω ; b) 4 Ω e 8 Ω ; c) 12 Ω e 3 Ω ;
- d) 12 e 4 Ω ; e) 8 e 16 Ω

7.27. Quando ligamos em paralelo dois resistores, cada um com resistência igual a R, o resistor equivalente da associação é:

- a) $R/2$ b) $R/4$ c) $2 R$
- d) $4 R$ e) NDR

7.28. Analise as afirmativas a seguir e coloque “V” se verdadeiras ou “F” se falsas.

- a) () Conforme aumentamos o número de aparelhos ligados numa residência, aumenta o valor da potência elétrica total instalada no circuito.
- b) () Nós são pontos de um circuito onde se unem 3 ou mais condutores havendo neles uma divisão de corrente.
- c) () Sempre ligamos o fusível em paralelo com o circuito, de modo que, se ele queimar, o circuito ficará aberto.
- d) () Um circuito paralelo, formado por um resistor de 55Ω e uma lâmpada de 440W - 220V, poderia ser protegido por um fusível de 5A quando a associação for ligada em 220V.

7.29. Um circuito paralelo é constituído de $R_1 = 12\Omega$ e $R_2 = 8\Omega$ sendo alimentado por uma tensão de 24V. Calcule a corrente total do circuito, as correntes que circulam através de R_1 e R_2 e a potência em cada resistor.

7.30. Três resistores ($R_1 = 9\Omega$, $R_2 = 6\Omega$, $R_3 = 18\Omega$) são associados em paralelo, sendo que, através de R_2 , circula uma corrente de 1,5A. Determine a tensão da fonte, as correntes através de R_1 e R_3 e as potências dissipadas nos resistores.

7.31. Três resistores de resistências elétricas iguais a $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 15\Omega$ e $R_3 = 30\Omega$ estão associados em paralelo e ligados a uma fonte que fornece uma corrente total de 900mA. Determine o valor da:

- a) Corrente que percorre cada um dos resistores;
- b) Potência dissipada em cada resistor;
- c) Potência total dissipada pelo circuito;
- d) Potência total dissipada pelo circuito, se R_1 queimar (abrir).

7.32. Três aparelhos iguais, com resistência de 480Ω cada um, estão ligados em paralelo numa rede de 110V . Determine:

- A corrente total do circuito;
- O valor de I_t , se introduzirmos em paralelo com os aparelhos duas lâmpadas iguais, com resistência de 220Ω cada uma.

7.33. Três aparelhos com resistências de 18Ω , 100Ω e 32Ω são ligados em paralelo em 220V .

- Para o funcionamento deste circuito, é mais indicado utilizar-se um fusível de 5A , 15A ou 30A ? Justifique.
- Se, no lugar da resistência de 18Ω , introduzirmos uma lâmpada de 100Ω , deveremos utilizar no circuito um fusível de 10A , 15A ou 30A ? Justifique.

7.34. Numa indústria onde a rede é 220V , é utilizado um fusível de 50A para controlar a entrada de corrente. Nessa indústria existem 100 máquinas, todas ligadas em paralelo. Se a resistência elétrica de cada máquina é de 330Ω , qual é o número máximo de máquinas que podem funcionar simultaneamente?

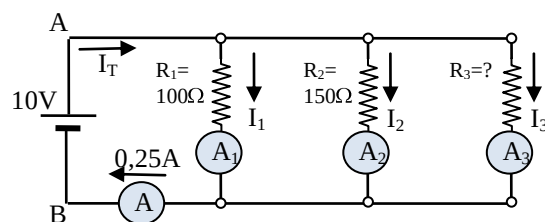
7.35. Temos um circuito paralelo formado por dois resistores $R_1 = 1\text{ k}\Omega$ e $R_2 = 330\Omega$, onde se aplica 15V . Sabendo-se que as potências máximas que podem ser dissipadas pelos resistores são, respectivamente, $\frac{1}{2}\text{W}$ e $\frac{1}{4}\text{W}$, determine se os resistores irão queimar ou não, justificando sua resposta com cálculos.

7.36. Em uma residência (circuito paralelo) são usados eventualmente diversos aparelhos elétricos, nos quais se encontra especificada a potência nominal de cada um. São eles: televisão (220W), lâmpadas (100W cada uma), aquecedor (1 kW), liquidificador (300W) e chuveiro (5000W). A ddp nominal de todos os aparelhos é 220V e a ddp da rede elétrica da casa é 220V , sendo que existe um fusível geral de 25A . Diga e justifique com cálculos se o

fusível queimar ou não quando forem ligados simultaneamente:

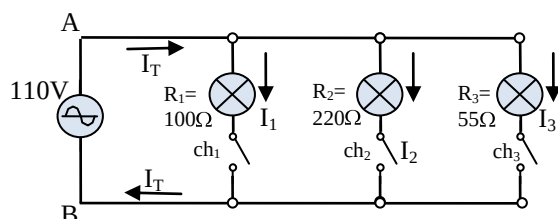
- O televisor, o aquecedor, o liquidificador e vinte lâmpadas;
- O chuveiro e o aquecedor;
- O chuveiro, cinco lâmpadas e o aquecedor.

7.37. No circuito dado, considerando que $I_t = 250\text{mA}$, determine as correntes indicadas nos amperímetros 1, 2 e 3, e o valor de R_3 .



7.38. No circuito abaixo determine R_t e I_t nas seguintes condições:

- Ch_1 , Ch_2 e Ch_3 fechadas.
- Ch_1 e Ch_2 fechadas; Ch_3 aberta.
- Ch_1 e Ch_3 fechadas; Ch_2 aberta.
- Ch_2 e Ch_3 fechadas; Ch_1 aberta.



7.39. Admita que um galvanômetro tem resistência elétrica 10Ω e a intensidade da corrente de fundo de escala vale 20mA . Que modificação deve ser introduzida no galvanômetro para que possa medir uma intensidade de corrente elétrica de até 1020mA , ou seja, para que ele se transforme num amperímetro de fundo de escala 1020mA ?

7.40. A resistência de um galvanômetro é de 1Ω e a corrente máxima que ele pode medir é 1mA . Em que condições ele poderia ser utilizado como amperímetro num circuito em que passe uma corrente de 11mA ?

7.4 - CIRCUITO MISTO

Circuitos compostos de três ou mais resistores podem ser ligados num arranjo complexo, com partes em série e partes em paralelo. Tal arranjo é denominado de circuito misto ou circuito série-paralelo.

Nenhuma fórmula nova é necessária para determinar a resistência total de uma associação mista de resistores. Você divide o circuito complexo em partes compostas de elementos em série e em paralelo.

Nesse tipo de associação se verificam características do circuito série (corrente é a mesma) e do paralelo (tensão é a mesma). Os dois tipos básicos de circuitos mistos estão indicados na figura abaixo.

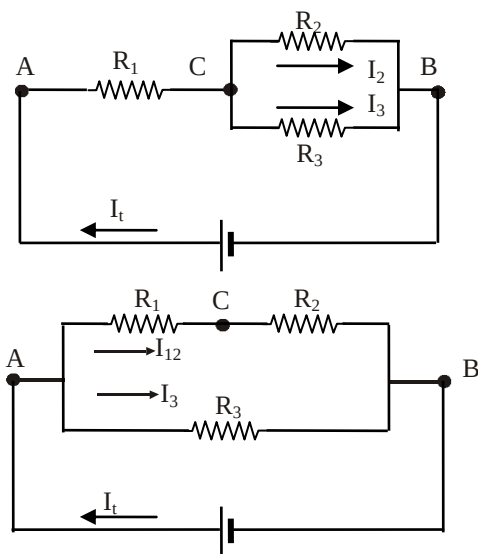
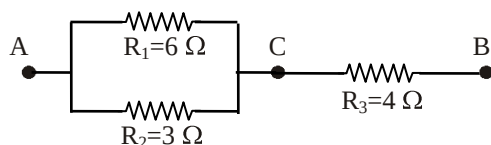


Fig. 7.29 – Exemplos de circuitos série-paralelos ou mistos

Exemplo resolvido 7.3:

Calcule a resistência total ou equivalente nos circuitos abaixo.

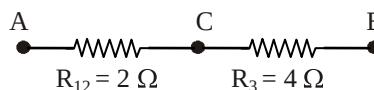
a)



Primeiramente determinamos a resistência equivalente do paralelo de R_1 e R_2 , que poderemos chamar de R_4 , pois não existe R_4 no circuito.

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \, \Omega \cdot 3 \, \Omega}{6 \, \Omega + 3 \, \Omega} = 2 \, \Omega$$

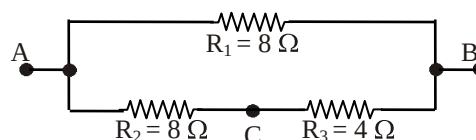
Ficamos com o circuito equivalente abaixo.



Basta agora somar R_4 com R_3 e encontrar R_e , pois as duas estão em série.

$$R_e = R_{12} + R_3; \quad R_e = 2 \, \Omega + 4 \, \Omega \quad \boxed{R_e = 6 \, \Omega}$$

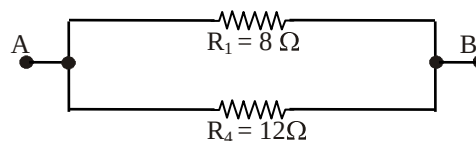
b)



Neste novo circuito, vamos primeiro resolver a série de R_2 com R_3 , que podemos chamar de R_4 .

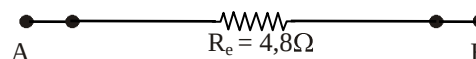
$$R_4 = R_2 + R_3 = 8 \, \Omega + 4 \, \Omega \quad \boxed{R_4 = 12 \, \Omega}$$

Ficamos com um circuito equivalente abaixo.



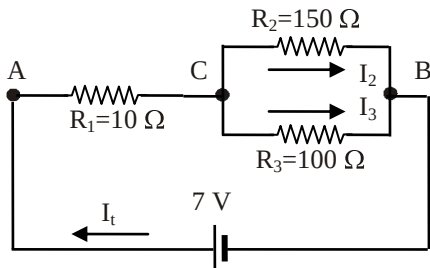
Para finalizar, utilizamos a fórmula para calcular R_e , para resistores em paralelo.

$$R_e = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4} = \frac{8 \, \Omega \cdot 12 \, \Omega}{8 \, \Omega + 12 \, \Omega} = 4,8 \, \Omega$$



Exemplo resolvido 7.4:

No circuito dado, calcule I_t , I_2 , I_3 e V_{AC} .



Como conhecemos todas as resistências do circuito, podemos calcular R_t . Antes, porém, calculamos R_4 .

$$R_4 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{150\Omega \cdot 100\Omega}{150\Omega + 100\Omega} = 60\Omega$$

Assim: $R_e = R_1 + R_4$; $R_e = 10\Omega + 60\Omega = 70\Omega$

Pela relação $I = V/R$ podemos calcular as incógnitas.

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I_t = \frac{V_{AB}}{R_e} = \frac{7V}{70\Omega} = 0,1A = 100mA$$

$$V = I \cdot R \Rightarrow V_{AC} = I_t \cdot R_1 = 0,1A \cdot 10\Omega = 1V$$

Para calcularmos I_2 e I_3 , primeiro devemos determinar V_{CB} , pois é a ddp existente sobre R_2 e R_3 .

$$V_{AB} = V_{AC} + V_{CB} \Rightarrow$$

$$V_{CB} = V_{AB} - V_{AC} = 7V - 1V = 6V \text{ ou}$$

$$V_{AB} = I_t \cdot R_4 = 0,1A \cdot 60\Omega = 6V$$

Teremos, então, para I_2 e I_3 , os seguintes valores:

$$I = \frac{V}{R} \begin{cases} I_2 = \frac{V_{CB}}{R_2} = \frac{6V}{150\Omega} = 0,04A = 40mA \\ I_3 = \frac{V_{CB}}{R_3} = \frac{6V}{100\Omega} = 0,06A = 60mA \end{cases}$$

Observamos, então, que a soma de I_2 com I_3 deu exatamente o valor de I_t . Isso prova que a corrente elétrica, ao chegar a um nó, divide-se pelos resistores associados em paralelo.

Comprovação Prática

Materiais Utilizados: Fonte CC (0 - 30V); Multímetro; Resistores (10Ω; 100Ω; 150Ω).

Primeiramente, vamos esquematizar o circuito, introduzindo o multímetro utilizado como miliamperímetro (em série), para comprovarmos a corrente total do circuito.

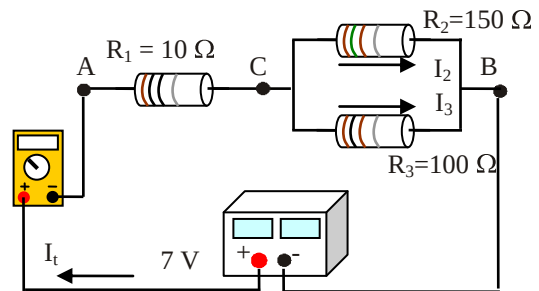


Fig.7.30 – Medição da corrente total

Comprovaremos agora, as correntes I_2 e I_3 , introduzindo o multímetro, utilizado como amperímetro (em série), na escala de 250mA.

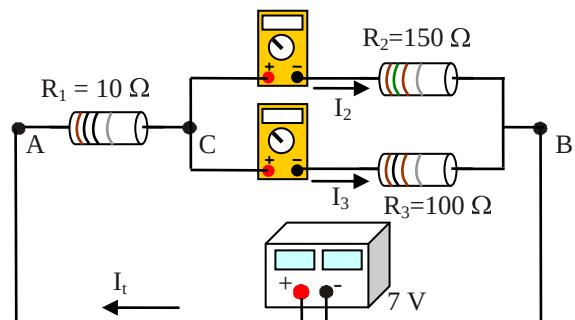


Fig.7.31 – Medição das correntes parciais

Comprovaremos, a seguir, as quedas de tensão utilizando o multímetro como voltímetro (em paralelo), na escala de 10V.

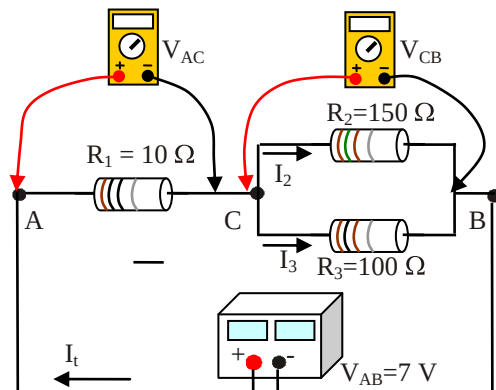
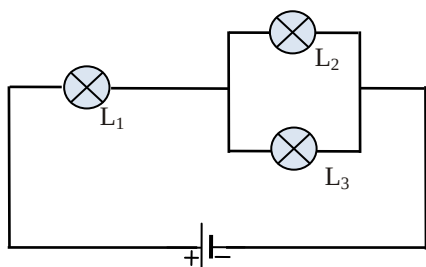


Fig.7.32 – Medição das quedas parciais

Questões e problemas: Circuito misto

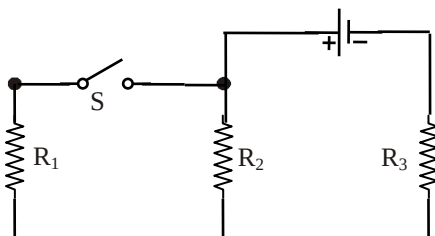
7.41. Se as lâmpadas abaixo forem iguais diga:

- Qual das lâmpadas tem o brilho maior.
- O que acontecerá com o brilho de cada uma das lâmpadas se queimar L_3 .



7.42. No circuito abaixo, quando se fecha a chave S, provoca-se:

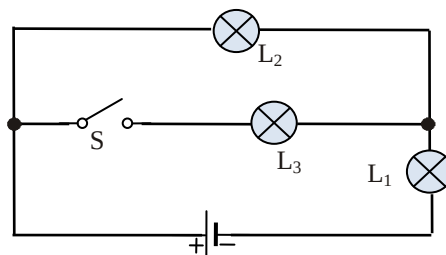
- Aumento da corrente em R_2
- Diminuição do valor de R_3
- Aumento da corrente em R_3
- Aumento de tensão em R_2
- Aumento da resistência total do circuito



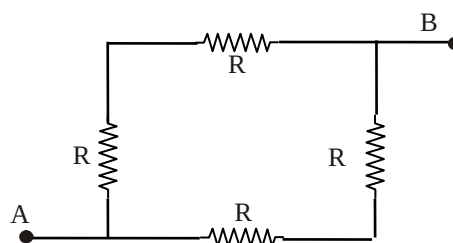
7.43. Na figura, as lâmpadas 1, 2 e 3 são idênticas e o circuito é alimentado por uma fonte de tensão contínua. O que acontece com o brilho das lâmpadas 1 e 2 ao se fechar o interruptor da lâmpada 3?

Lâmpada 1	Lâmpada 2

a) aumenta	diminui
b) aumenta	aumenta
c) diminui	não varia
d) não varia	diminui
e) não varia	aumenta

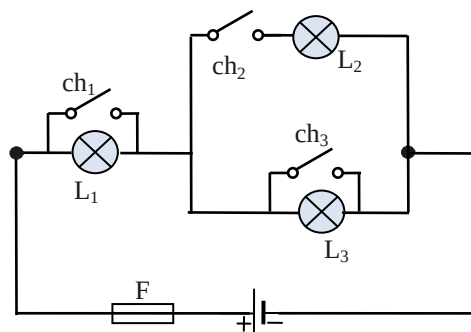


7.44. Cada resistor da figura abaixo possui uma resistência R . O resistor equivalente à associação da figura entre os pontos A e B é igual a:



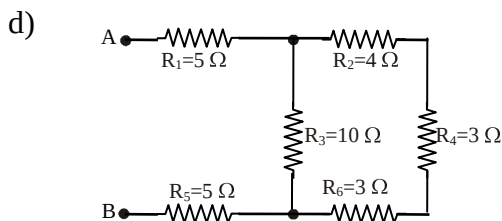
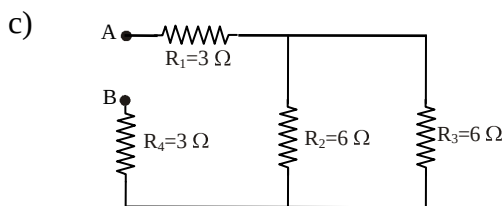
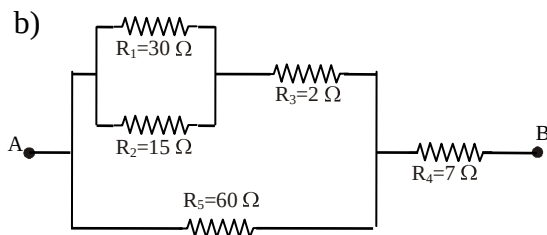
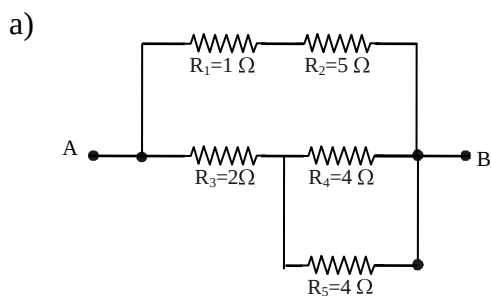
- a) $R/4$; b) $R/2$; c) R ; d) $4R$; e) $2R$

7.45. No circuito abaixo, existem três lâmpadas iguais, três chaves, um fusível e uma fonte. Sabendo-se que existem vários tipos de circuitos (simples, série, paralelo e misto), responda as seguintes perguntas:



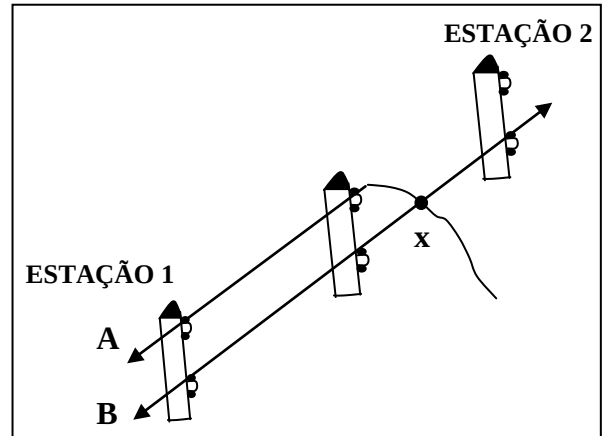
- a) Com as três chaves abertas, qual o tipo de circuito obtido? _____.
- b) Fechando-se apenas ch_2 , o circuito se transforma? _____. Em caso afirmativo, qual o novo circuito? _____.
- c) Se apenas ch_1 e ch_2 estiverem fechadas, qual o circuito obtido? _____.
- d) Quais as chaves que devem ser fechadas de modo que o fusível queime? _____.

7.46. Determine a resistência total ou equivalente das associações seguintes.



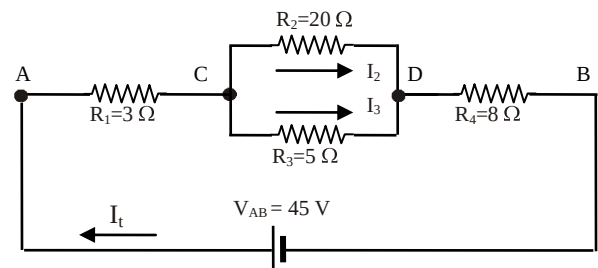
7.47. O fio **A** de um circuito telefônico se rompeu e caiu sobre um outro fio **B**, fazendo contato com ele, conforme figura ao lado. Os dois fios **A** e **B** são iguais e cada um tem uma resistência de 340Ω . Sabe-se também que a resistência do fio **A**, desde a

estação 1 até o ponto **x** vale 260Ω , e que a resistência do fio **B** desde a mesma estação até o mesmo ponto tem, praticamente, o mesmo valor. Admitindo-se que os fios estão em contato entre si na estação 1, determine o valor da resistência total entre as estações 1 e 2.



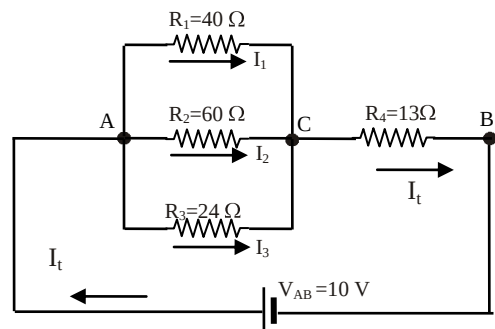
7.48. Determine o que se pede.

$$P_1 = ? \quad I_2 = ? \quad I_3 = ? \quad V_{AC} = ? \quad P_4 = ?$$



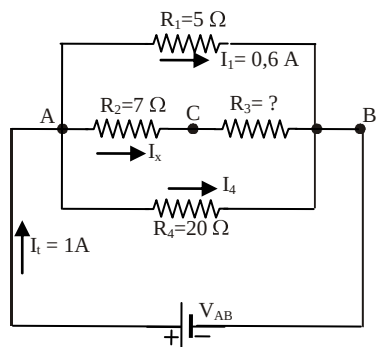
7.49. Calcule o que se pede.

$$I_1 = ? \quad P_2 = ? \quad I_t = ? \quad V_{CB} = ?$$



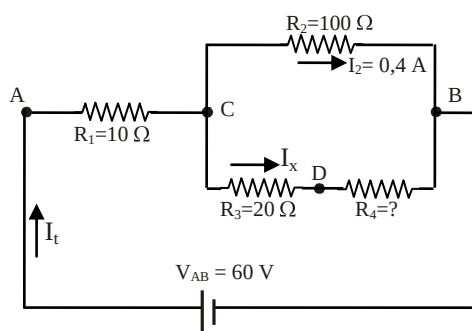
7.50. Determine:

$$V_{AB} = ? \quad P_t = ? \quad I_x = ? \quad R_3 = ?$$



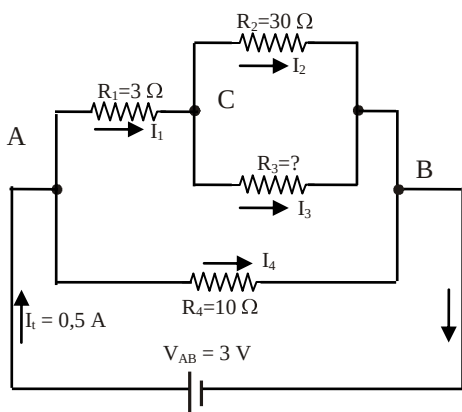
7.51. Calcule:

$$I_x = ? \quad V_{CD} = ? \quad P_1 = ? \quad R_4 = ? \quad P_4 = ?$$



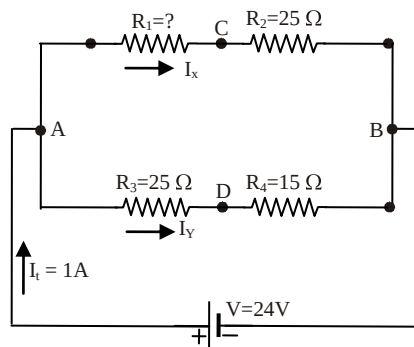
7.52. Calcule:

$$I_1 = ? \quad P_1 = ? \quad R_3 = ? \quad P_4 = ? \quad P_t = ?$$



7.53. Determine:

$$I_x = ? \quad I_y = ? \quad R_1 = ? \quad P_4 = ? \quad V_{CB} = ?$$



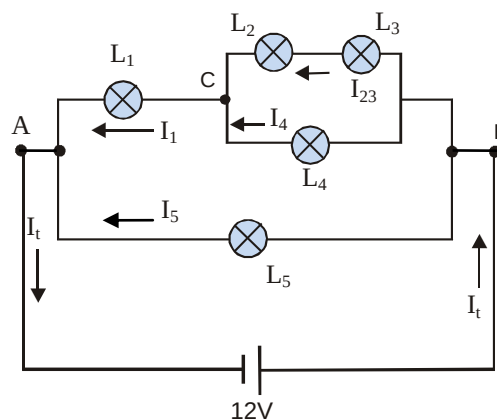
7.54. Calcule I_t e P_t , se:

- Todas as lâmpadas estiverem em bom estado;
- Queimar apenas L_2 ;
- Queimar apenas L_5 .

Dados:

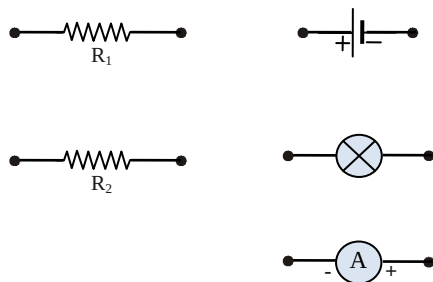
$$R_{L1} = 8\Omega; \quad R_{L2} = 2\Omega; \quad R_{L3} = 4\Omega$$

$$R_{L4} = 3\Omega; \quad R_{L5} = 15\Omega.$$

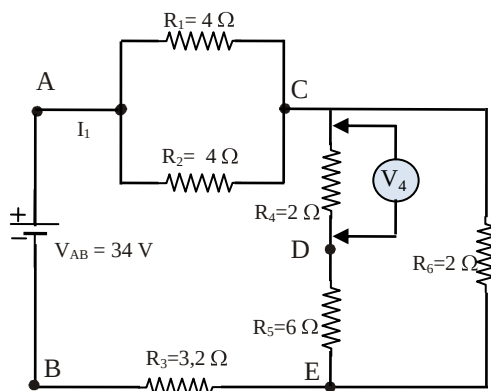


7.55. No circuito abaixo, dispõe-se dos seguintes elementos: dois resistores idênticos (100Ω cada um), uma fonte de tensão ($28V$), um amperímetro, uma lâmpada ($3V - 1,5W$) e fios de ligação. Pretende-se montar um circuito em que a lâmpada funcione de acordo com as suas especificações, e o amperímetro acuse a corrente que passa por ela.

- a) Qual é a corrente que o amperímetro indicará?
 b) Monte o circuito, incluindo os elementos necessários.



7.56. Para o circuito de corrente contínua ao lado, temos: $V = 34 \text{ V}$, $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $R_3 = 3,2 \Omega$, $R_4 = 2 \Omega$, $R_5 = 6 \Omega$ e $R_6 = 2 \Omega$. Determine o valor da queda de tensão indicada pelo voltímetro V_4 .



7.5 – FONTES ELÉTRICAS (Opcional)

7.5.1 - INTRODUÇÃO

O estudo de fontes é um bom exercício de aplicação dos conhecimentos de circuito série de modo que seu estudo é opcional.

Como vimos anteriormente, uma corrente elétrica só atravessa um condutor se, entre suas extremidades, for estabelecida uma diferença de potencial.

Vimos, também, que esta tensão V_{ab} é mantida por uma fonte elétrica ligada aos terminais do condutor. Essa fonte elétrica nada mais é do que um dispositivo que possibilita a transformação de uma energia qualquer em energia elétrica. Também é chamada de gerador.

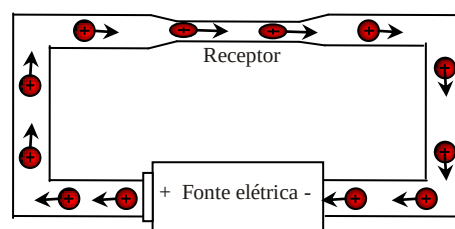


Fig.7.33 – Ação da fonte elétrica no circuito elétrico simples sem interruptor

A função da fonte num circuito elétrico é fornecer energia suficiente às cargas de modo que a corrente elétrica faça funcionar satisfatoriamente os aparelhos que ela percorre. Assim, a energia que as cargas recebem da fonte é transferida na forma de energia elétrica aos aparelhos receptores.

Esses, por sua vez, transformam a energia elétrica recebida em outras formas de energia, como, por exemplo, energia térmica, energia luminosa, energia mecânica, etc.

Chamamos de polos da fonte os pontos onde é ligado o circuito externo. O polo positivo de uma bateria tem excesso de cargas positivas e o polo negativo tem falta dessas cargas. As cargas positivas que saem do polo positivo, ao encontrarem um percurso externo (circuito fechado), dirigem-se ao polo negativo, que tem falta dessas cargas. Assim, haverá fornecimento de energia a um dispositivo que esteja intercalado em seu caminho.

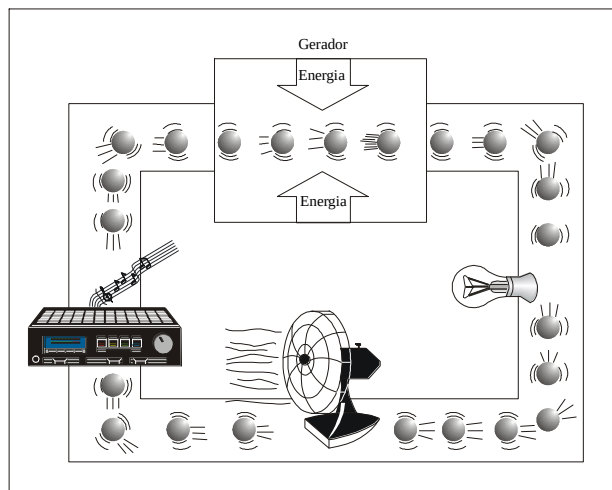


Fig.7.34 – Fonte e receptores de energia num circuito elétrico

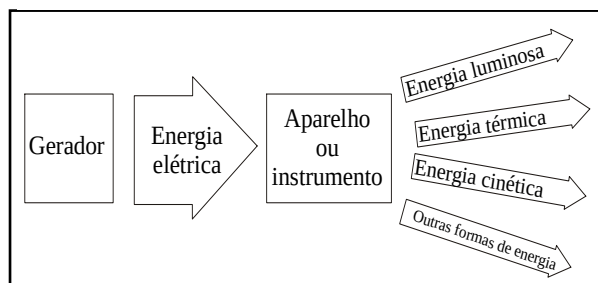


Fig.7.35 – Energias envolvidas num circuito elétrico

7.5.2 - TIPOS DE FONTE

Como energia não pode ser criada nem ser destruída, mas apenas transformada (Princípio da Conservação da Energia), podemos obter fontes de d.d.p. através de transformações de outras formas de energia em energia elétrica.

Como já foi visto no Capítulo 1, existem várias formas de transformar outras formas de energia em energia elétrica.

Vamos nos deter nas formas clássicas de fontes, as quais são capazes de manter a d.d.p. entre seus bornes enquanto fornece a corrente ao circuito externo (receptor). São as fontes eletroquímicas (pilhas e baterias), geradores eletromagnéticos girantes (dínamos e alternadores) e células fotovoltaicas.

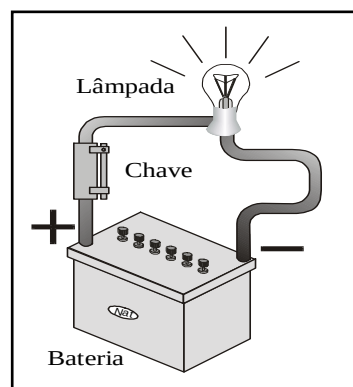


Fig.7.36 – Circuito com uma bateria e um receptor

7.5.3 - GRANDEZAS TÍPICAS DE FONTES

a) Força Eletromotriz (ϵ)

É uma característica própria da fonte, dependendo apenas dos elementos que constituem a mesma.

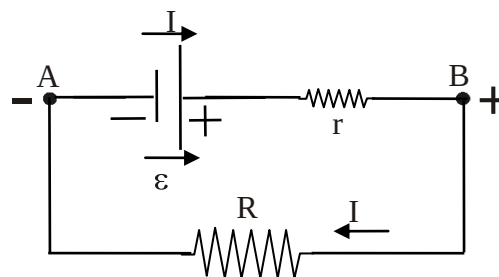


Fig. 5.37 – Modelo de uma fonte CC

É representada pela letra épsilon (ϵ) ou por E. A força eletromotriz (f.e.m.) de uma fonte é a razão entre o trabalho realizado pelo agente externo (W) e a carga elétrica (q), quando essa carga é transportada entre seus terminais.

$$\epsilon = \frac{W}{q} \quad (7.13)$$

$$u(\epsilon) = u(W) / u(q) = \text{joule} / \text{coulomb} = \text{Volt}$$

Uma pilha possui uma f.e.m. cujo valor é $\epsilon = 1,5 \text{ V}$, quer ela esteja nova ou usada, o que significa que ela realiza um trabalho de 1,5 J sobre cada Coulomb que se desloca entre seus polos. Atribui-se também um sentido para a f.e.m.: É no mesmo da corrente dentro da fonte, isto é, do **polo negativo** para o **polo positivo**.

b) Resistência Interna (r)

Toda fonte tem uma resistência interna que tende a reduzir a intensidade de corrente e também a d.d.p. nos polos, quando se liga a estes um circuito externo. Essa resistência que está em série com a fonte é proveniente das placas e do eletrólito, quando se trata de geradores eletroquímicos.

Quando falarmos em dínamos e alternadores, essa resistência interna é consequência da existência de enrolamentos internos que são constituídos de fios que possuem uma certa resistência.

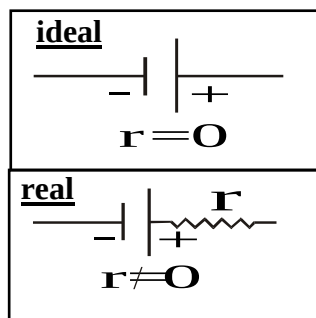


Fig.7.38 – F.e.m e resistência interna das fontes ideal e real

c) Equação da fonte

Devido à resistência interna da fonte há uma queda de tensão na mesma de modo que a tensão fornecida nos bornes é menor do que a f.e.m. gerada.

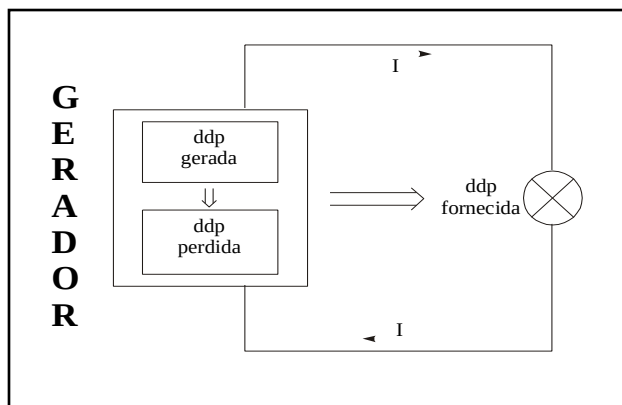


Fig.7.39 – Relação das tensões numa fonte

De modo bem intuitivo podemos escrever a equação geral de uma fonte:

$$V_{AB} = \mathcal{E} - I \cdot r \quad (7.14)$$

Onde: $\mathcal{E}$ = d.d.p. total gerada = d.d.p. a vazio.
 V_{ab} = d.d.p. fornecida ao receptor.
 $I \cdot r$ = d.d.p. perdida ou queda de tensão na resistência interna.

A f.e.m. ($\mathcal{E}$) e a resistência interna (r) são características constantes da fonte, porém a intensidade de corrente (I) depende do receptor e vem a influenciar na ddp nos bornes (V_{AB}).

Se multiplicarmos as tensões (em Volts) pela corrente (em Ampères) obtemos potências (em Watts).

$$\mathcal{E} \cdot I = V_{AB} \cdot I + r \cdot I^2 \quad (7.15)$$

Onde: $\mathcal{E} \cdot I = P_g$ = potência total **gerada**;
 $r \cdot I^2 = P_d$ = potencia **dissipada** por efeito joule na resistência interna.
 $V_{AB} \cdot I = P_u$ = potência **utilizada** pelo receptor.

Daí podemos escrever o balanço das potências: $P_g = P_u + P_d$ (7.16)

O rendimento é obtido pela relação:

$$\eta = P_u / P_g \quad (7.17)$$

Quando toda a potência gerada é utilizada no circuito consumidor, podemos afirmar que o rendimento (η) da fonte é de 100% (ou 1).

Se uma máquina geradora produz 1000W e, por exemplo, um aparelho receptor consegue receber apenas 900W, teríamos um rendimento $\eta = 0,9$ (ou 90%) para a fonte.

7.5.4- CURVA CARACTERÍSTICA DA FONTE

Na Figura 7.40 temos a representação gráfica da relação $V_{ab} = \mathcal{E} - I \cdot r$, num diagrama tensão por corrente. Sendo tal relação linear, o

correspondente gráfico é uma reta, denominado curva característica da fonte.

Vamos analisar o significado físico dos pontos onde a reta corta os eixos cartesianos.

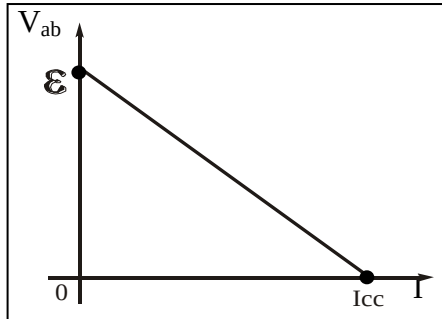


Fig.7.40 – Curva característica de fonte

1º Ponto: onde a reta corta o eixo das tensões. (V_{ab}). Neste ponto, temos $I = 0$ (zero), ou seja, o circuito externo está aberto, de modo que a queda de tensão interna é nula.

Como $V_{ab} = \varepsilon - I \cdot r$ temos:

$$V_{ab} = \varepsilon - 0 \cdot r \text{ Logo, } \boxed{V_{ab} = \varepsilon} \quad (7.18)$$

O ponto onde a reta corta o eixo das d.d.ps. corresponde à força eletromotriz da fonte. Fisicamente, isso significa que o circuito elétrico está aberto, portanto não haverá queda de tensão.

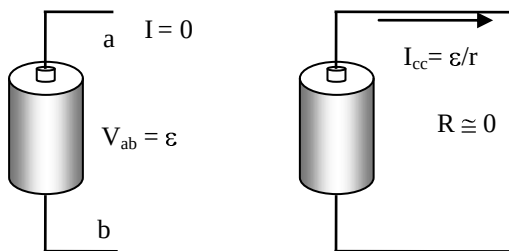


Fig.7.41 – Obtenção dos pontos típicos da reta das fontes

2º Ponto: onde a reta corta o eixo das correntes. Neste ponto, $V_{ab} = 0$ (zero). Fisicamente, isso significa que os terminais da fonte são unidos por um fio de resistência elétrica desprezível, provocando um curto-circuito e determinando um aquecimento exagerado da fonte. Teremos, então, a máxima corrente atravessando a fonte.

$$V_{ab} = \varepsilon - I \cdot r; \quad 0 = \varepsilon - I_{cc} \cdot r; \quad \boxed{I_{cc} = \varepsilon / r} \quad (7.19)$$

“A corrente elétrica nesta situação é denominada corrente de curto-circuito (I_{cc})”.

Exemplo resolvido 7.5: Calcule a corrente de curto-circuito de uma pilha onde a sua f.e.m.vale $\varepsilon = 1,5 \text{ V}$ e a resistência interna é $r = 0,3 \Omega$.

$$I_{cc} = \frac{1,5\text{V}}{0,3\Omega} = 5 \text{ A}$$

3º Ponto: ponto intermediário situado entre os dois pontos anteriores.

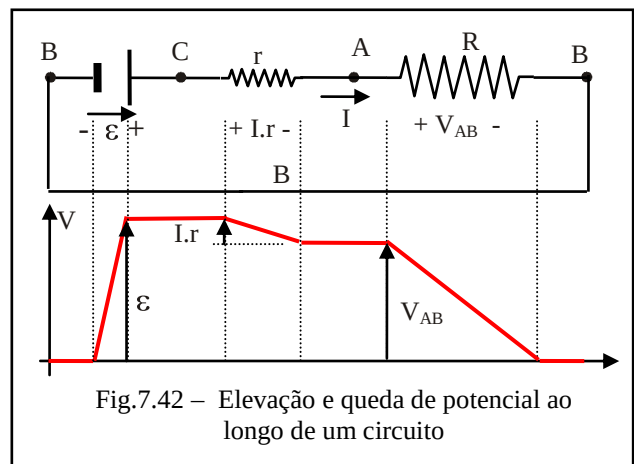


Fig.7.42 – Elevação e queda de potencial ao longo de um circuito

Neste caso haverá corrente circulando na fonte, pois teremos um circuito fechado. O valor desta corrente dependerá do valor da resistência do circuito externo que estará ligado à fonte.

Consequentemente, o valor da d.d.p. entregue ao circuito dependerá do valor da corrente que percorre a fonte. Então, teremos:

$$\boxed{I = \frac{\varepsilon}{r + R}} \quad (7.20)$$

Relembrando a Eq. 7.14 e escrevendo-a novamente temos:

$$\boxed{V_{ab} = \varepsilon - I \cdot r} \quad (7.21)$$

Donde qualitativamente concluímos que:

$R \text{ menor} \Rightarrow I \text{ maior} \Rightarrow I \cdot r \text{ maior} \Rightarrow V_{ab} \text{ menor}$
 $R \text{ maior} \Rightarrow I \text{ menor} \Rightarrow I \cdot r \text{ menor} \Rightarrow V_{ab} \text{ maior}$

Exemplo resolvido 7.6:

Uma pilha possui uma f.e.m. igual a 1,5V e sua resistência interna vale $0,1\Omega$.

a) Qual a ddp entre os polos da pilha quando ela se encontra em circuito aberto?

Quando uma pilha se encontra em circuito aberto, significa que a mesma não está sendo percorrida por corrente elétrica. Portanto, não há queda de tensão interna na pilha. Então, teremos:

$$V_{ab} = \varepsilon - I \cdot r; V_{ab} = \varepsilon - 0 \cdot r; V_{ab} = \varepsilon = 1,5 \text{ V}$$

b) Qual a ddp entre os polos da pilha, se ela estiver fornecendo uma corrente elétrica de 2 A a uma lâmpada?

$$V_{ab} = \varepsilon - I \cdot r = 1,5 \text{ V} - 2 \text{ A} \cdot 0,1 \Omega = 1,3 \text{ V}$$

c) Ligando-se à pilha uma lâmpada de menor resistência, ela passa a fornecer uma corrente de 4 A a esta lâmpada. Qual é, neste caso, a ddp entre os polos da pilha?

$$V_{ab} = \varepsilon - I \cdot r = 1,5 \text{ V} - 4 \text{ A} \cdot 0,1 \Omega = 1,1 \text{ V}$$

d) Qual a corrente de curto-circuito da fonte?

Como sabemos, a corrente de curto-circuito é a máxima corrente que pode atravessar uma fonte. Isso ocorre quando o polo positivo da fonte é conectado, por um fio de resistência desprezível, ao polo negativo. Então, teremos:

$$I_{cc} = \varepsilon / r = 1,5 \text{ V} / 0,1 \Omega = 15 \text{ A}$$

e) Utilizando os valores obtidos no exercício, construa o gráfico $V_{ab} \times I$.

Como sabemos, o gráfico $V_{ab} \times I$ de uma fonte é uma linha reta. O ponto onde a reta corta o eixo da tensão nos dá o valor da f.e.m. (1,5 V) e o ponto onde a reta corta o eixo da corrente nos dá o valor da corrente de curto-circuito (15 A). Observe no gráfico que a tensão V_{ab} vai diminuindo à medida que a corrente vai aumentando.

Para $I = 2 \text{ A}$ temos $V_{ab} = 1,3 \text{ V}$ e para $I = 4 \text{ A}$ temos $V_{ab} = 1,1 \text{ V}$.

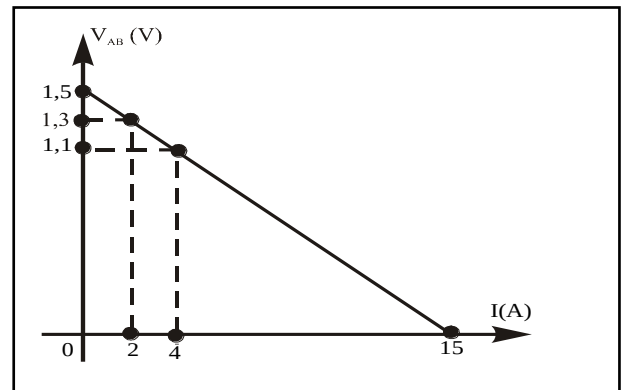


Fig. 7.43 – Curva de tensão da pilha do Exemplo Resolvido 7.6

7.5.5 - ASSOCIAÇÃO DE FONTES

A ligação de fontes (geradores) de energia elétrica em série é muito comum, sendo usado este tipo de associação no caso de lanternas e rádios.

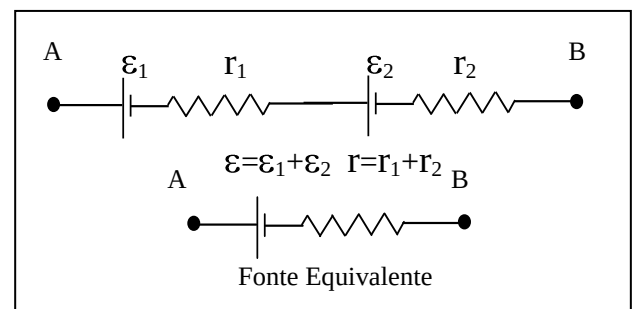


Fig.7.44 – Fontes de f.e.m. em série

Esta montagem proporciona uma tensão maior do que se utilizarmos somente uma fonte e é obtido se o terminal negativo de uma fonte é conectado ao terminal positivo da seguinte.

Os vários conjuntos de placas de uma bateria de automóvel também estão ligados em série. Geralmente, cada um tem tensão de 2 V e a tensão total fornecida pela bateria é 12 V.

Duas baterias de f.e.m. igual a 12 V e resistência interna de 1Ω , associadas em série, é equivalente a uma única bateria de 24 V de f.e.m. e 2Ω de resistência interna.

Podemos também associar pilhas ou baterias em paralelo.

Neste caso, costuma-se ligar qualquer número de pilhas iguais (mesma f.e.m. e mesma resistência interna) em paralelo para obter maior duração de funcionamento normal da fonte, mas a tensão total será a mesma que a fornecida por uma só pilha.

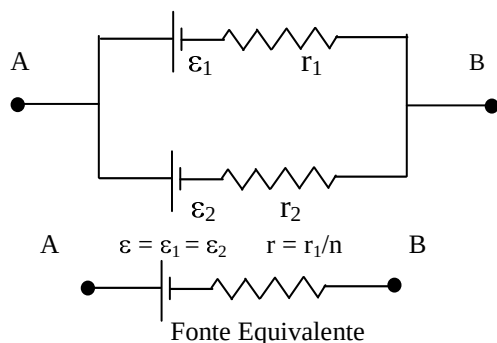


Fig.7.45 – Fontes de f.e.m. em paralelo

Duas baterias de f.e.m. igual a 12 V e resistência interna de 1 Ω, associadas em paralelo, seria equivalente a uma única bateria de 12 V de f.e.m. e 0,5 Ω de resistência interna.

7.5.6 - RECEPTORES ATIVOS

Os receptores ativos são aqueles dispositivos que transformam energia elétrica em outra modalidade que não seja exclusivamente térmica. Eles podem ser modelados, a partir de uma força-contraeletromotriz (fcem) que se indica por ε' , a qual representa um decréscimo de potencial elétrico das cargas da corrente ao atravessarem o receptor. Portanto, o sentido da corrente é contrário em relação a esta fonte.

A fcem é a responsável pela energia elétrica cedida pelas cargas da corrente para ser transformada em outra modalidade, exceto em calor. A definição de fcem é dada pela mesma expressão da f.e.m. ($\varepsilon' = W/q$). Convém salientar que W representa a energia retirada da carga q.

Um caso típico de receptor é o motor elétrico, o qual retira energia das cargas elétricas e a transforma em energia mecânica. Então, um motor elétrico é considerado um receptor ou um gerador de fcem. Outro exemplo seria uma bateria sendo carregada, onde a energia elétrica das cargas é transformada em energia química que fica armazenada na bateria.

Observe que na prática, tal como nas fontes, é impossível conseguir-se transformar uma forma de energia em outra sem também produzir calor. Por esse motivo, para obtermos um modelo real do receptor ativo, devemos acrescentar, em série com a fcem, um resistor de resistência r' , que representa a sua resistência interna. Portanto, o modelo real de um receptor ativo será de acordo com a Figura 7.46.

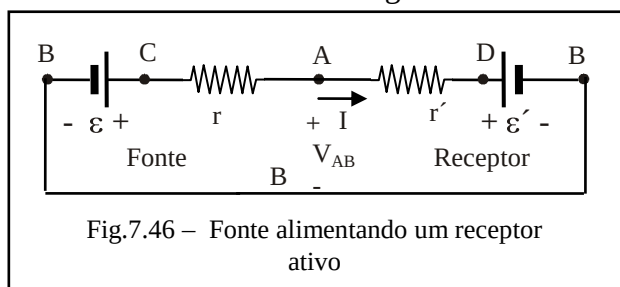


Fig.7.46 – Fonte alimentando um receptor ativo

A tensão entre os terminais de um motor, por exemplo, será:

$$V_{AB} = \varepsilon' + I \cdot r' \quad (7.22)$$

Onde: V_{AB} : Tensão fornecida pela fonte

ε' : Tensão utilizada para transformar energia elétrica em mecânica

$I \cdot r'$: Queda de tensão interna no motor

Nessas condições, o rendimento, considerando-se somente as perdas por efeito Joule em um receptor ativo, será o inverso do rendimento de uma fonte elétrica, ou seja:

$$\eta = \varepsilon' / V_{AB} \quad (7.23)$$

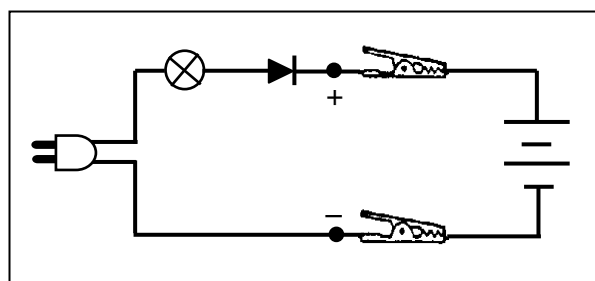


Fig.7.47 – Circuito simples para carregar bateria

Ao lado, temos uma maneira simples de se carregar uma bateria de um automóvel numa emergência. Este procedimento pode ser

necessário se você ficar sem partida em sua casa num fim de semana ou em outras condições desfavoráveis.

Um carregador é extremamente simples, pois usa apenas dois componentes: uma lâmpada (60W ou 75W) e um diodo (1N4007 ou BY127). A carga é lenta, mas com algumas horas de aplicação já se pode ter energia suficiente para a partida.

A lâmpada atua como limitador de corrente de modo a se obter de 400 a 800mA de corrente de carga na bateria. A potência da lâmpada determina a velocidade da carga, sendo que o máximo recomendado em 220V é de 200W.

Veja que esse carregador não é econômico, pois a lâmpada deverá ficar acesa com aproximadamente metade da potência durante a carga, devendo ser usado apenas nas situações de emergência.

Para usar esse esquema, a bateria deve ser totalmente desconectada do carro e as garras são conectadas aos polos conforme mostra a Figura 7.47. O polo positivo do carregador vai ao positivo da bateria e o negativo do carregador ao negativo da bateria. Para se obter a partida do motor do carro, deve-se carregá-la de 3 a 5 horas.

Questões e problemas: Fontes Elétricas

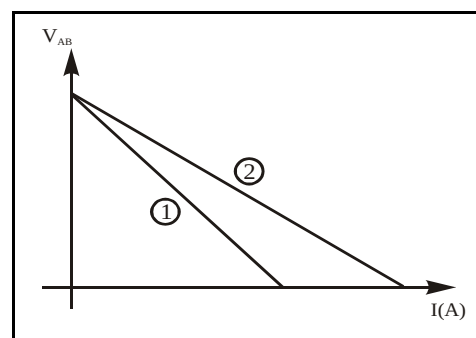
7.57- O que representa a resistência interna de uma fonte?

7.58- Quando você compra uma pilha, vem nela gravado o valor 1,5V. Esse valor representa a tensão entre seus terminais (V_{AB}) ou a sua f.e.m. ($\mathcal{E}$)?

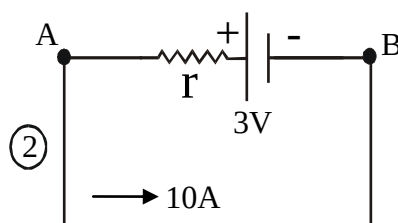
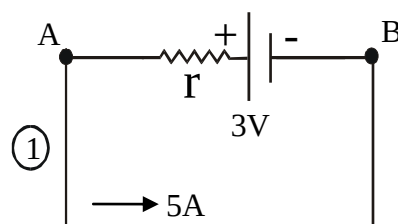
7.59- Em que situações, numa fonte elétrica, teremos $V_{AB} = \mathcal{E}$?

7.60- De acordo com as curvas características dos geradores apresentadas ao lado, diga

qual o gerador que apresenta maior resistência interna. É o gerador 1 ou 2? Justifique.



7.61- Se fôssemos escolher, entre duas fontes de mesma f.e.m., aquela que deveria ser utilizada para nossas experiências, escolheríamos a que tivesse menor resistência interna, de modo a se obter menor queda de tensão interna ($V_r = I \cdot r$). De acordo com os esquemas abaixo, demonstre qual o mais recomendável.



7.62- O rendimento elétrico (η) de uma fonte é a razão entre a ddp (V_{AB}) entregue pela fonte a um circuito consumidor e a sua f.e.m. ($\mathcal{E}$). Portanto, $\eta = V_{AB} / \mathcal{E}$. Assim, podemos dizer que uma fonte ideal e uma real tem um rendimento, respectivamente:

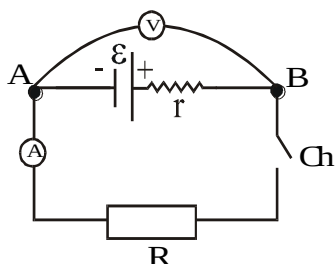
- Igual a 1 e maior do que 1.
- Menor do que 1 e igual a 1.
- Igual a 1 e menor do que 1.
- Maior do que 1 e menor do que 1.
- Maior do que 1 e igual a 1.

7.63- Um gerador de f.e.m. igual a 200 V e resistência interna de $5\ \Omega$ está ligado a um resistor de $35\ \Omega$. Determinar:

- A corrente no circuito.
- A queda de tensão na resistência interna.
- A tensão fornecida pelo gerador.
- A corrente de curto-circuito do gerador.
- A tensão entre seus terminais, estando o circuito externo aberto.

7.64- Um gerador possui $\varepsilon = 30\text{V}$ e $I_{cc}=10\text{ A}$. Determine sua resistência interna e desenhe sua curva característica.

7.65- No circuito abaixo verifica-se que, estando a chave **ch** aberta, a leitura do voltímetro é 4,5V. Ligando-se a chave **ch**, o amperímetro indica 1,5 A e o voltímetro passa a indicar 4,2V. A partir destes dados, determine a f.e.m. da bateria e sua resistência interna da bateria.



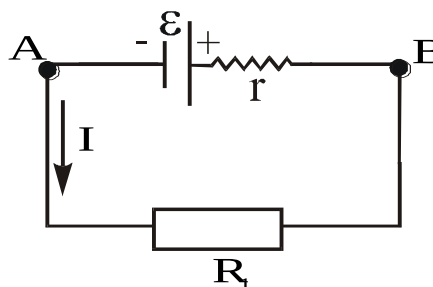
7.66 - Um gerador elétrico, em circuito aberto, tem uma ddp de 120 V entre seus terminais. Ligado a uma carga consumidora que solicita 20 A, a ddp cai para 115V. Determine:

- Sua resistência interna.
- A ddp entre seus terminais, supondo-o ligado a uma carga que solicita 40A.

7.67 - Sabendo-se que a queda de tensão interna numa pilha é de 60 mV quando ela fornece uma corrente de 0,1 A e que sua corrente de curto-circuito vale 2,6A, determinar a ddp entre seus polos quando a corrente for 0,1 A.

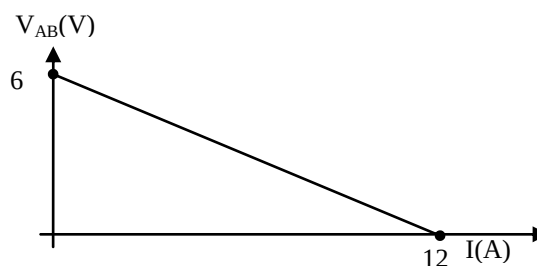
7.68- Abaixo temos um gerador de f.e.m. igual a 12 V e resistência interna de $1\ \Omega$. Determine:

- A corrente que percorre o gerador e a ddp entregue ao resistor R_L , se o mesmo tiver $11\ \Omega$.
- A corrente de curto-circuito do gerador.
- O valor da ddp entregue a R_L , se o mesmo tivesse $39\ \Omega$.
- O valor de R_L e a ddp entregue a ele, se o mesmo fosse percorrido por 3A.

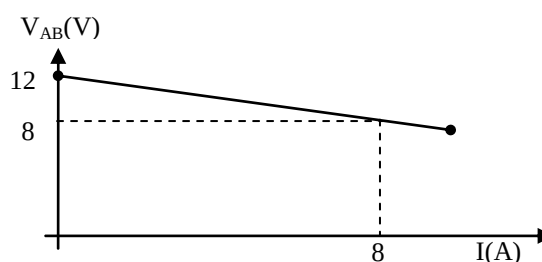


7.69- De acordo com o gráfico dado determine:

- F.e.m. do gerador.
- Resistência interna gerador.
- Corrente que atravessa o gerador quando ele está ligado a um resistor de $2,5\ \Omega$
- Valor do resistor que deve ser ligado ao gerador para que circule 4A.
- Ddp entre os terminais do gerador quando ele é percorrido por 6A.

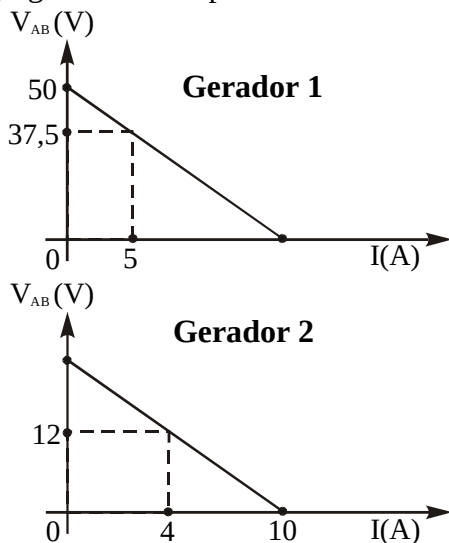


7.70- De acordo com o gráfico dado, calcule:



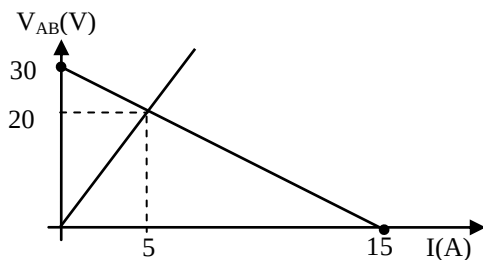
- a) A f.e.m. do gerador.
- b) A resistência interna do gerador.
- c) A corrente de curto-circuito do gerador.
- d) Corrente que percorre o gerador, quando ele é ligado a um resistor de $3,5 \Omega$.
- e) Valor do resistor que deve ser ligado ao gerador para que o mesmo entregue uma tensão de $8,25 \text{ V}$.

7.71- Calcule a f.e.m., a resistência interna e a corrente de curto-circuito de cada gerador, cujo gráfico está representado abaixo.



7.72- Ao lado, temos as curvas características de um gerador e de um resistor. Pergunta-se:

- a) Qual é a resistência do resistor?
- b) Quais os valores de f.e.m. e resistência interna do gerador?
- c) Ligando-se o resistor aos terminais do gerador, qual a corrente que percorrerá o gerador e qual a ddp que será entregue ao resistor?



Respostas selecionadas

Circuito série

7.1 – A resistência diminui e a corrente aumenta

7.2 – Todas apagam.

7.3 – Sim, pois a queda de tensão em cada uma será 110 V .

7.4 – A lâmpada de menor potência nominal terá maior brilho, pois tem maior resistência.

7.5 - a) aumenta; b) diminui; c) diminui.

7.6 – a) 40 mA ; b) 6 V ; c) menor.

7.7 – V ; F ; V ; V .

7.8- a) $R_t = 6,5\Omega$; b) $I = 3\text{A}$; c) $V_{AC} = 12\text{V}$; $V_{CB} = 7,5\text{V}$; d) $P_1 = 36\text{W}$; $P_2 = 22,5\text{W}$

7.9- a) $I = 2,5\text{A}$; b) $V_{AC} = 5\text{V}$; $V_{CD} = 15\text{V}$; $V_{DB} = 15\text{V}$; c) $P_1 = 12,5\text{W}$; $P_2 = 25\text{W}$; $P_3 = 37,5\text{W}$

7.10- $V_{AB} = 100\text{V}$; $P_t = 10\text{W}$

7.11- a) $V_{AC} = 10\text{V}$; $V_{CD} = 14\text{V}$; $V_{DB} = 6\text{V}$; b) $R_3 = 3\Omega$

7.12- a) $I = 1,25\text{A}$; $P = 10,93\text{W}$; b) $I = 1,67\text{A}$; $P = 19,52\text{W}$

7.13- a) $I = 0,5\text{A}$; b) $R_1 = 3,5\Omega$

7.14- a) $I = 1,5\text{A}$; b) $V_{AC} = 15\text{V}$; $V_{CD} = 22,5\text{V}$; $V_{DB} = 7,5\text{V}$; c) $V_{AB} = 45\text{V}$; d) $P_t = 67,5\text{W}$

7.15- $P_1 = 0,22\text{W}$ (queima); $P_2 = 0,68\text{W}$ (não queima);

7.16- $R = 25\Omega$; $P = 1\text{W}$

7.17- $n = 37$ lâmpadas

7.18- $R = 640\Omega$; $P = 40\text{W}$

7.19- $R = 2990\Omega$ em série com o galvanômetro.

7.20- $R = 499.999\Omega$ em série com o galvanômetro.

Circuito paralelo

7.24 – V ; F ; V ; V ; V . 7.26 – d)

7.27 – a) 7.28 – F ; V ; F ; F ;

7.29 - a) $I_t = 5\text{A}$; b) $I_1 = 2\text{A}$; $I_2 = 3\text{A}$; c) $P_1 = 48\text{W}$; $P_2 = 72\text{W}$

7.30- a) $V_{AB} = 9V$; b) $I_1 = 1A$; $I_3 = 0,5A$; c) $P_1 = 9W$; $P_2 = 13,5W$; $P_3 = 4,5W$

7.31- a) $I_1 = 0,45A$; $I_2 = 0,3A$; $I_3 = 0,15A$;
b) $P_1 = 2,025W$; $P_2 = 1,35W$; $P_3 = 0,675W$
c) $P_t = 4,05W$; d) $P_t = 2,025W$

7.32- a) $I = 0,6875A$; b) $I = 1,6875A$

7.33- a) $Fus \Rightarrow 30A$, pois a corrente que circula vale, aproximadamente, $21,3A$.

b) $Fus \Rightarrow 15A$, pois a corrente que circula vale, aproximadamente, $11,3A$.

7.34- $n = 75$ máquinas

7.35- $P_1 = 0,225W$ (não queima); $P_2 = 0,682W$ (queima);

7.36- a) Não; $I = 16A$; b) Sim; $I = 27A$;
c) Sim; $I = 32,7A$

7.37- $I_1 = 0,1A$; $I_2 = 0,067A$; $I_3 = 0,083A$;
 $R_3 = 120\Omega$

7.38- a) $R_t = 30,56\Omega$; $I_t = 3,6A$; b) $R_t = 68,75\Omega$; $I_t = 1,6A$; c) $R_t = 35,48\Omega$; $I_t = 3,1A$; d) $R_t = 44\Omega$; $I_t = 2,5A$

7.39- $R = 0,2\Omega$ em paralelo com o galvanômetro.

7.40- $R = 0,1\Omega$ em paralelo com o galvanômetro.

Circuito misto

7.41 - a) L_1 ; b) L_1 e L_2 brilham igualmente.

7.42 - c) 7.43 - a) 7.44 - c)

7.45 - a) Série; b) sim, misto; c) simples; d) 1 e 3

7.46- a) $R_t = 2,4\Omega$; b) $R_t = 17\Omega$; c) $R_t = 9\Omega$; d) $R_t = 15\Omega$

7.47- $R_t = 210\Omega$

7.48- $P_1 = 27W$; $I_2 = 0,6A$; $I_3 = 2,4A$; $V_{AC} = 9V$;
 $P_4 = 72W$

7.49- $I_1 = 0,12A$; $P_2 = 0,384W$; $I_t = 0,4A$;
 $V_{CB} = 5,2V$

7.50- $V_{AB} = 3V$; $P_t = 3W$; $I_x = 0,25A$; $R_3 = 5\Omega$

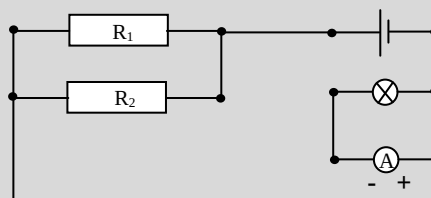
7.51- $I_x = 1,6A$; $V_{CD} = 32V$; $P_1 = 40W$; $R_4 = 5\Omega$; $P_4 = 12,8W$

7.52- $I_1 = 0,2A$; $P_1 = 0,12W$; $R_3 = 20\Omega$; $P_4 = 0,9W$; $P_t = 1,5W$

7.53- $I_y = 0,6A$; $I_x = 0,4A$; $R_1 = 35\Omega$; $P_4 = 5,4W$;
 $V_{CB} = 10V$

7.54- a) $I_t = 2A$; $P_t = 24W$ b) $I_t = 1,89A$; $P_t = 22,68W$ c) $I_t = 1,2A$; $P_t = 14,4W$

7.55- $I = 0,5A$



7.56- $V_4 = 2V$

Fontes

7.57 - É a causa de queda de tensão e de efeito joule dentro da fonte.

7.58 - f.e.m. 7.59 - Circuito aberto.

7.60 - Ger. 1 pois produz mais queda de tensão.

7.61 - A fonte 2 tem menor resistência interna

7.62 - c)

7.63- a) $I = 5A$; b) $V_r = 25V$; c) $V_{AB} = 175V$;

d) $I_{CC} = 40A$; e) $V_{AB} = 200V$

7.64 - $r = 3\Omega$

7.65 - $\epsilon = 4,5V$; $r = 0,2\Omega$

7.66 - $r = 0,25\Omega$; $V_{AB} = 110V$

7.67 - $V_{AB} = 1,5V$

7.68 - a) $I = 1A$; $V_{AB} = 11V$; b) $I_{CC} = 12A$;

c) $V_{AB} = 11,7V$; d) $R_1 = 3\Omega$; $V_{AB} = 9V$

7.69 - a) $\epsilon = 6V$; b) $r = 0,5\Omega$; c) $I = 2A$;

d) $R = 1\Omega$; e) $V_{AB} = 3V$

7.70 - a) $\epsilon = 12V$; b) $r = 0,5\Omega$; c) $I = 24A$;

d) $I = 3A$; e) $R = 1,1\Omega$

7.71 - Gerador 1: $\epsilon = 50V$; $r = 2,5\Omega$; $I_{CC} = 20A$

Gerador 2: $\epsilon = 20V$; $r = 2\Omega$; $I_{CC} = 10A$

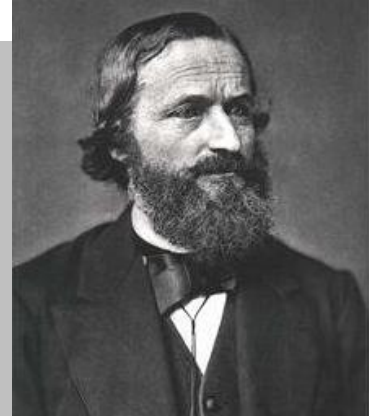
7.72 - a) $R = 4\Omega$; b) $\epsilon = 30V$; $r = 2\Omega$;

c) $I = 5A$; $V_{AB} = 20V$

Capítulo VIII – LEIS DE KIRCHHOFF

Gustav Robert Kirchhoff (1824 - 1887)

Nasceu em Königsberg (Prússia) em 12 de março de 1824 e faleceu em Berlim em 17 de outubro de 1887. Foi um físico alemão, com contribuições científicas principalmente no campo dos circuitos elétricos, na espectroscopia, na emissão de radiação dos corpos negros e na teoria da elasticidade. Kirchhoff propôs o nome de "radiação do corpo negro" em 1862. É o autor de duas leis fundamentais da teoria clássica dos circuitos elétricos e da emissão térmica. Graduou-se na Universidade de Königsberg em 1847, onde participou dos seminários de física-matemática sob a direção de Franz Ernst Neumann e Friedrich Julius Richelot.



Casou com Clara Richelot, filha de Richelot, um de seus professores de matemática. No mesmo ano mudou-se para Berlim, recebendo o posto de catedrático em Breslau (atual Wrocław, Polônia). Kirchhoff formulou as leis dos nós e das malhas na análise de circuitos elétricos (Leis de Kirchhoff) em 1845, quando ainda era um estudante. Propôs a lei da emissão de radiação térmica em 1859, comprovando-a em 1861. Em 1854 transferiu-se para a Universidade de Heidelberg, onde colaborou em trabalhos sobre espectroscopia com Robert Bunsen, descobrindo juntamente com este os elementos célio e rubídio em 1861, estudando a composição química do Sol através do seu espectro. Posteriormente propôs as três leis que descrevem a emissão de luz por objetos incandescentes. A existência dessas leis foi explicada mais tarde por Niels Bohr, contribuindo decisivamente para o nascimento da mecânica quântica. Kirchhoff foi sepultado no Alter St.-Matthäus-Kirchhof Berlim, em Berlim. Seu centenário livro *Vorlesungen über mathematische Physik, Mechanik*, 1897, é ainda fonte básica de referência. [http://pt.wikipedia.org/wiki/Gustav_Kirchhoff]

8.1- DEFINIÇÕES OPERACIONAIS

Quando um circuito elétrico possui fontes e receptores diluídos ao longo do mesmo, geralmente são necessárias outras leis, além da lei de Ohm, para sua resolução.

Essas leis adicionais são as famosas leis de Kirchhoff, as quais propiciam uma maneira geral e sistemática de análise de circuitos. Elas são duas, a saber:

- Primeira lei de Kirchhoff ou lei das correntes
- Segunda lei de Kirchhoff ou lei das tensões

Devido a pequenas divergências entre autores, precisamos deixar bem claras algumas definições antes de colocá-las em uso.

Nó: é um ponto do circuito onde se conectam dois componentes.

Nó essencial: é um ponto onde se encontram três ou mais componentes.

Caminho: é um trecho de circuito que passa por vários elementos sem repetir nenhum.

Ramo: é um caminho que liga dois nós.

Ramo essencial: é um caminho que liga dois nós essenciais consecutivos.

Laço: é um caminho cujos nós inicial e final coincidem.

Malha: é um laço que não engloba outro laço.

Na Figura 8.1, por exemplo, temos:

- Sete nós: A, B, C, D, E, F e G.
- Oito ramos: BA, AE, EF, BD, DF, BC, CG e GF.
- Dois nós essenciais: B e F
- Três ramos essenciais: BAEF, BDF e BCGF
- Três laços: BDFEAB, BCGFDB e BCGFEAB
- Duas malhas: BDFEAB, BCGFDB

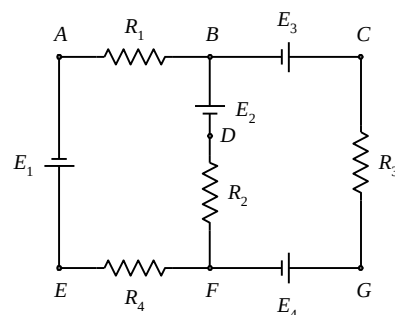


Fig. 8.1 - Circuito elétrico com dois nós essenciais

8.2 - PRIMEIRA LEI DE KIRCHHOFF

Uma boa introdução à Primeira Lei de Kirchhoff já foi vista no estudo de circuitos paralelos. Num dado nó entrava a corrente total do circuito e do mesmo nó saíam as correntes parciais para cada resistor. Como no nó não há possibilidade de armazenamento de cargas ou vazamento das mesmas, tem-se que a quantidade de cargas que chegam ao nó é exatamente igual à quantidade de cargas que saem do nó.

Desta constatação surge o enunciado da primeira lei de Kirchhoff:

"A soma algébrica das correntes em um nó é sempre igual a zero."

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0 \quad (8.1)$$

Por convenção, consideram-se as correntes que entram em um nó como positivas e as que saem como negativas. Assim, a lei das correntes de Kirchhoff pode ser interpretada da seguinte forma:

"A soma das correntes que chegam em um nó é sempre igual à soma das correntes que saem desse nó."

$$\sum_{i=1}^n I_{i_{\text{chegam}}} = \sum_{j=1}^m I_{j_{\text{saem}}} \quad (8.2)$$

Por exemplo, no circuito mostrado na Figura 8.2, ao se aplicar a lei das correntes de Kirchhoff aos nós essenciais B e F, obtém-se:

$$\text{Nó B:} \quad I_1 + I_2 = I_3$$

$$\text{Nó F:} \quad I_3 = I_1 + I_2$$

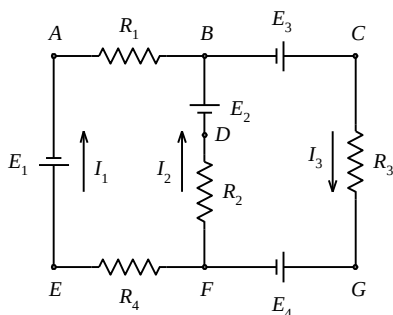


Fig. 8.2 Circuito para aplicação da 1ª lei de Kirchhoff.

Observa-se que as equações dos nós B e F são, na realidade, as mesmas, ou seja, a aplicação da lei das correntes de Kirchhoff ao nó F não aumenta a informação sobre o circuito.

Assim, o número de equações independentes que se pode obter com a aplicação da lei das correntes de Kirchhoff em um circuito elétrico é igual ao número de nós essenciais menos um.

$$x = n_e - 1 \quad (8.3)$$

Onde: x = número de equações independentes obtidas com a aplicação da lei dos nós;
 n_e = número de nós essenciais do circuito.

8.3 - SEGUNDA LEI DE KIRCHHOFF

A lei de Kirchhoff das tensões é aplicada nos laços. Usaremos a Figura 8.3 para deduzir a segunda lei de Kirchhoff.

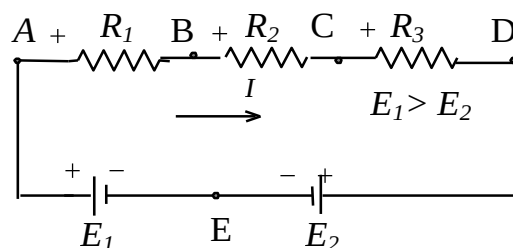


Fig. 8.3 - Circuito série para a aplicação da lei das tensões de Kirchhoff.

Esta abordagem já foi usada no estudo dos circuitos de resistores em série, onde a soma das quedas de tensão nos resistores é igual à f.e.m. da fonte.

$$E_t = V_{AB} + V_{BC} + V_{CD}$$

Se no circuito existe mais de uma fonte de f.e.m. deve-se determinar a resultante das mesmas, ou seja, somá-las considerando os seus sentidos relativos.

$$E_1 - E_2 = I.R_1 + I.R_2 + I.R_3$$

Passando todos os termos para o mesmo lado da equação obtemos:

$$+E_2 - E_1 + I.R_1 + I.R_2 + I.R_3 = 0;$$

Esta expressão mostra que a soma das tensões num caminho fechado é igual a zero.

Entenda-se que, na fonte de f.e.m., uma forma de energia não-elétrica é convertida para elétrica cedendo energia para as cargas, ou seja, colocando as cargas em um potencial mais elevado. Nas quedas de tensão as cargas se dirigem para um potencial mais baixo, havendo o consumo da energia das cargas convertendo-a para uma forma de energia não-elétrica, como, por exemplo, calor, luz, etc.

Assim, ao percorrer uma malha fechada, percebe-se que toda a energia entregue às cargas num trecho do circuito elétrico é dissipada num outro trecho.

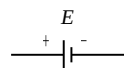
A tensão, por definição, está associada à energia cedida às cargas ou retirada das mesmas durante o seu movimento. Daí é obtido o enunciado da Segunda Lei de Kirchhoff:

"A soma algébrica das tensões (f.e.m.s e quedas de tensão) ao longo de uma malha elétrica é igual a zero."

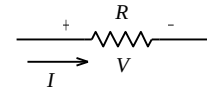
$$\sum_{i=1}^n V_i = 0 \quad (8.4)$$

Para a aplicação da lei das tensões de Kirchhoff, faz-se necessário adotar alguns procedimentos que são descritos a seguir:

1. Atribuir sentidos arbitrários para as correntes em todos os ramos;
2. Polarizar as fontes de f.e.m. com positivo sempre na placa maior da fonte;



3. Polarizar as quedas de tensão nos resistores usando a convenção de elemento passivo e sentido convencional de corrente elétrica. Isso equivale a colocar a polaridade positiva da queda de tensão no terminal por onde a corrente entra no resistor;



4. Montar a equação percorrendo o laço e somando algebricamente as tensões. O sinal da tensão corresponde à polaridade do terminal pelo qual ingressamos no componente para percorrê-lo, sem observar o sentido da corrente elétrica.

De acordo com o circuito apresentado na Figura 8.4, ao se aplicar a lei das tensões de Kirchhoff às malhas *ABDFEA* e *BCGFDB*, no sentido horário, obtém-se:

Malha *ABDFEA*:

$$R_1 I_1 + E_2 - R_2 I_2 + R_4 I_1 + E_1 = 0$$

Malha *BCGFDB*:

$$-E_3 + R_3 I_3 + E_4 + R_2 I_2 - E_2 = 0$$

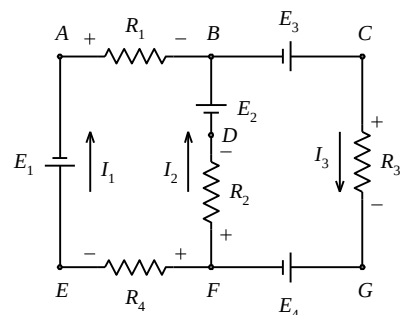


Fig. 8.4 - Circuito para a aplicação da lei das tensões de Kirchhoff

No circuito da Figura 8.4, existe ainda mais um laço (o laço externo *BCGFEB*). Nesse laço poderíamos ainda aplicar a lei das tensões de Kirchhoff. Entretanto, como no caso da lei das correntes, a equação resultante poderia ser obtida por dedução a partir das duas já existentes. Portanto, essa equação não seria independente e, logo, não teria utilidade.

Supondo-se que, no circuito da Figura 8.4, fossem conhecidos os valores de todas as f.e.m.s das fontes de tensão e todas as resistências, restariam, como incógnitas, as três correntes.

Para resolver um sistema de equações lineares com três incógnitas são necessárias três equações.

Uma equação já foi obtida com a aplicação da lei das correntes de Kirchhoff. Portanto, são necessárias mais duas, que podem ser obtidas pela aplicação da lei das tensões de Kirchhoff.

Em síntese, pode-se concluir que, em um circuito elétrico com b_e braços essenciais (ou ramos essenciais) e n_e nós essenciais, tem-se b_e correntes, uma em cada ramo. A lei das correntes de Kirchhoff fornece $x = n_e - 1$ equações e, portanto, a lei das tensões de Kirchhoff deve fornecer $y = b_e - n_e + 1$ equações para que o problema possa ser resolvido.

Por exemplo, no circuito da Figura 8.4, tem-se $b_e = 3$, $n_e = 2$. Se $b_e = 3$ o número de correntes é 3. O número de equações fornecidas pela lei das correntes é $x = 2 - 1 = 1$, e o número de equações fornecidas pela lei das tensões é $y = 3 - 1 = 2$, conforme discutido anteriormente.

A seguir, apresenta-se um resumo para aplicação da LKC e LKT.

8.4 – SOLUÇÃO DE CIRCUITOS BÁSICOS

Em resumo, para aplicar as Leis de Kirchhoff na solução de circuitos, devemos:

- 1º) Identificar os nós essenciais, ramos essenciais e malhas do circuito elétrico;
- 2º) Atribuir, para cada ramo essencial do circuito, um sentido para a corrente elétrica;
- 3º) Polarizar as fontes de f.e.m.;
- 4º) Polarizar as quedas de tensão nos resistores de acordo com o sentido adotado para a corrente;
- 5º) Havendo nós essenciais, aplicar a 1ª Lei de Kirchhoff, obtendo-se $x = n_e - 1$ equações.
- 6º) Se o número de equações ainda não for suficiente para resolver o circuito, aplicar a 2ª Lei de Kirchhoff, onde o número de equações é dado por $y = (b_e - n_e + 1)$;
- 7º) Escolher um ponto de partida e adotar um sentido de percurso para percorrer a(s) malha(s).

Exemplo resolvido 8.1: Calcule o sentido e o módulo da corrente elétrica no circuito da Figura 8.5.

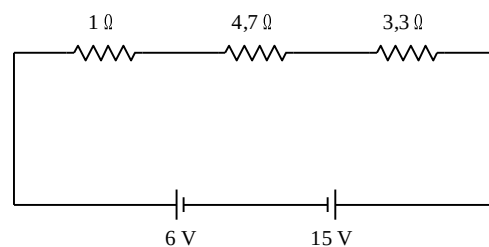


Fig. 8.5 - Circuito elétrico para o Exemplo 8.1.

Resolução:

a) Arbitra-se (escolhe-se) um sentido para a corrente elétrica no circuito. Por exemplo, no sentido indicado na Figura 8.6.

b) Polarizam-se as quedas de tensão nos resistores (polaridade positiva no terminal por onde a corrente entra) e as f.e.m.s das fontes (o terminal maior é o positivo).

c) Percorrem-se as malhas, somando algebricamente as tensões (o sinal da tensão corresponde ao sinal da polaridade da tensão encontrada na entrada do componente).

Essas etapas estão mostradas na Figura 8.6 e na equação abaixo.

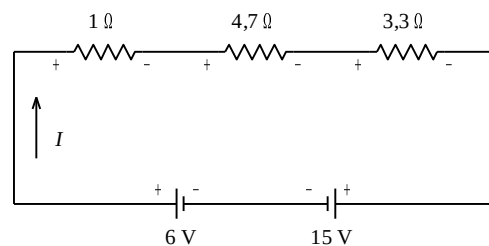


Fig. 8.6 - Esquema de solução para o Exemplo 8.1.

$$1I + 4,7I + 3,3I + 15 - 6 = 0; \quad 9I = -9; \quad I = -1 \text{ A}$$

O sinal negativo que aparece para o valor da corrente I significa que o sentido escolhido para ela está invertido. Nesse exemplo, o sentido correto da corrente elétrica I é para baixo na Figura 8.6 e não para cima como foi arbitrado no início da resolução.

Exemplo resolvido 8.2: Calcule os valores das correntes I_1 , I_2 e I_3 a partir dos valores das f.e.m.s e das resistências elétricas usando obrigatoriamente as leis de Kirchhoff.

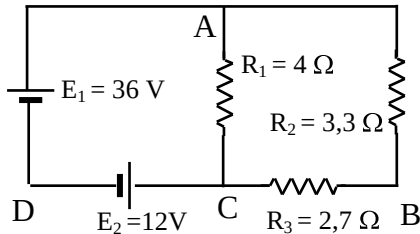


Fig.8.7 - Circuito elétrico para o Exemplo 8.2

Solução:

- O circuito possui 2 nós essenciais, 3 ramos essenciais, 3 laços e 2 malhas.
- Os sentidos de corrente e polaridades foram arbitrados conforme Figura 8.8.

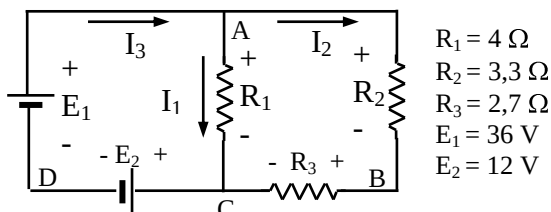


Fig.8.8 - Circuito elétrico para o Exemplo 8.2 com sentidos de corrente e polarizações.

- Aplicando-se a lei das correntes de Kirchhoff tem-se apenas uma equação obtida em relação aos nós, pois ($x = n_e - 1$).

$$I_3 = I_1 + I_2;$$

- Aplicando-se a lei das tensões de Kirchhoff, tem-se duas equações obtidas pelas malhas, pois [$y = (b_e - n_e + 1) = 3 - 2 + 1 = 2$]

Malha ACDA: Começando pelo nó essencial A, percorrendo a malha no sentido horário e chegando novamente ao nó A, tem-se:

$$+ I_1 \cdot R_1 + E_2 - E_1 = 0$$

Malha ABCA: Começando pelo nó essencial A, percorrendo a malha no sentido horário e chegando novamente ao nó A, tem-se:

$$+ I_2 \cdot R_2 + I_2 \cdot R_3 - I_1 \cdot R_1 = 0$$

- Substituindo os valores numéricos disponíveis tem-se:

$$I_3 = I_1 + I_2;$$

$$+ I_1 \cdot 4\Omega + 12 \text{ V} - 36 \text{ V} = 0$$

$$+ I_2 \cdot 3,3 \Omega + I_2 \cdot 2,7 \Omega - I_1 \cdot 4\Omega = 0$$

- Colocando em forma de sistema de equações tem-se:

$$(1): I_1 + I_2 - I_3 = 0;$$

$$(2): I_1 \cdot 4 = 24;$$

$$(3): -I_1 \cdot 4 + I_2 \cdot 6 = 0;$$

- Usando um método de resolução de sistema de equações chega-se na resposta. Nesse caso foi usado o método da substituição.

$$\text{De (2) obtém-se: } I_1 = 24\text{V}/4\Omega$$

$$(4) I_1 = 6 \text{ A};$$

Substituindo I_1 em (3) chega-se a:

$$-24 + I_2 \cdot 6 = 0; I_2 = 24/6 \text{ e } (5) I_2 = 4 \text{ A};$$

Substituindo (4) e (5) em (1) chega-se a $6 + 4 - I_3 = 0; I_3 = 10 \text{ A}$

Como os resultados foram todos positivos, significa que os sentidos de corrente arbitrados estavam corretos. Os mesmos resultados poderiam ser obtidos, neste caso mais simples, usando a teoria dos circuitos em paralelo.

Exemplo resolvido 8.3: Calcule os valores da E_2 e da resistência elétrica do resistor R_2 no circuito da Figura 8.9. Sabe-se que as correntes que percorrem R_1 e R_2 valem, respectivamente, $I_1 = 8 \text{ A}$ e $I_2 = 5 \text{ A}$.

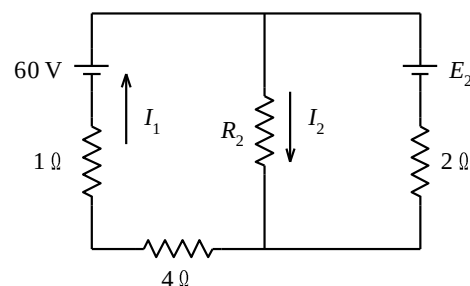


Fig. 8.9 - Circuito elétrico para o Exemplo 8.3.

Resolução:

- Observa-se que o circuito possui 2 nós essenciais, 3 ramos essenciais e 2 malhas.

- b) Os sentidos de corrente e polaridades foram arbitrados conforme Figura 8.10.

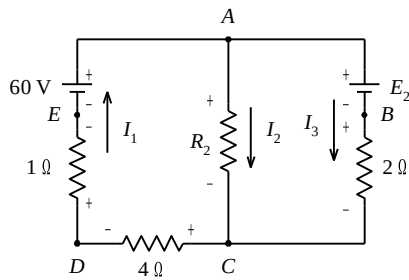


Fig. 8.10 - Esquema de solução para o Exemplo 8.3.

- c) Aplicando-se a lei das correntes de Kirchhoff tem-se apenas uma equação obtida em relação aos nós essenciais, pois ($x = n_e - 1$).

Nó A: $I_1 = I_2 + I_3$, como $I_1 = 8$ A e $I_2 = 5$ A, tem-se: $8 = 5 + I_3$ $I_3 = 3$ A;

- d) Aplicando-se a lei das tensões de Kirchhoff, tem-se duas equações obtidas pelas malhas, pois [$y = (b_e - n_e + 1) = 3 - 2 + 1 = 2$]

Malha ACDEA:

$$R_2 I_2 + 4I_1 + 1I_1 - 60 = 0, \text{ como } I_1 = 8 \text{ A e}$$

$$I_2 = 5 \text{ A, tem-se:}$$

$$5R_2 + 4 \times 8 + 1 \times 8 - 60 = 0; 5R_2 = 20;$$

$$R_2 = 4 \Omega$$

Malha ABCA:

$$E_2 + 2I_3 - R_2 I_2 = 0 \quad E_2 + 2 \times 3 - 4 \times 5 = 0$$

$$E_2 = 14 \text{ V}$$

Exemplo resolvido 8.4: Calcule o valor e o sentido correto das correntes em cada ramo do circuito da Figura 8.11.

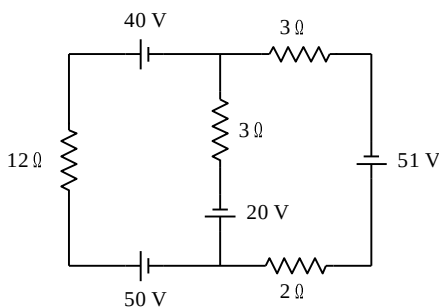


Fig. 8.11 - Circuito elétrico para o Exemplo 8.4.

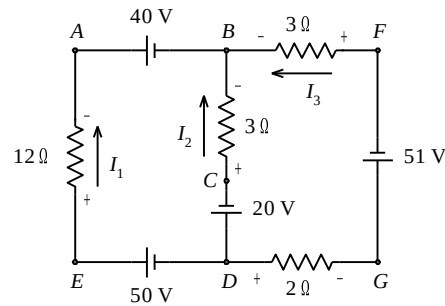


Fig. 8.12 - Esquema de solução para o Exemplo 8.4

Arbitrando-se os sentidos das correntes nos ramos como mostrado na Figura 8.12, aplicando-se a lei das correntes de Kirchhoff ao nó B e a lei das tensões de Kirchhoff às malhas BCDEAB e BFGDCB, obtém-se:

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 + I_3 &= 0; & \text{LKC: nó B} \\ 40 - 3I_2 - 20 - 50 + 12I_1 &= 0 & \text{LKT: BCDEAB} \\ -3I_3 - 51 - 2I_3 + 20 + 3I_2 &= 0 & \text{LKT: BFGDCB} \end{aligned}$$

Substituindo-se os valores numéricos dos resistores e das fontes de tensão e rearranjando-se as correntes (incógnitas), obtém-se o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 + I_3 = 0 \\ 12I_1 - 3I_2 = 30 \\ 3I_2 - 5I_3 = 31 \end{cases}$$

Os coeficientes das incógnitas formam a matriz A, as incógnitas formam a matriz X e os termos independentes a matriz B.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 12 & -3 & 0 \\ 0 & 3 & -5 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 30 \\ 31 \end{pmatrix}$$

O sistema de equações pode ser então escrito como uma equação matricial da forma:

$$[A] \cdot [X] = [B]$$

Este sistema pode ser resolvido pelo método de Cramer, que diz:

Os valores das incógnitas de um sistema linear de n equações e n incógnitas são dados por frações cujo denominador é o determinante Δ dos coeficientes das incógnitas e o numerador é o determinante Δx_i onde a coluna da variável x_i é substituída pela coluna dos termos independentes.

Para o cálculo do determinante principal, de matriz de até terceira ordem, aumenta-se a matriz repetindo as duas primeiras colunas. O determinante é obtido somando-se os produtos da diagonal principal e diminuindo-se a soma dos produtos da diagonal secundária.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 12 & -3 & 0 & 12 & -3 \\ 0 & 3 & -5 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = [1x(-3)x(-5) + 1x0x0 + 1x12x3] - [1x(-3)x0 + 1x0x3 + 1x12x(-5)]$$

$$\Delta = 15 + 0 + 36 - [0 + 0 - 60] = 111$$

Cálculo do determinante para a corrente I_1 :

$$\Delta I_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 30 & -3 & 0 & 30 & -3 \\ 31 & 3 & -5 & 31 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\Delta I_1 = [0x(-3)x(-5) + 1x0x31 + 1x30x3] - [1x(-3)x31 + 0x0x3 + 1x30x(-5)]$$

$$\Delta I_1 = 0 + 0 + 90 - [-93 + 0 - 150] = 333$$

Cálculo do determinante para a corrente I_2 :

$$\Delta I_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 12 & 30 & 0 & 12 & 30 \\ 0 & 31 & -5 & 0 & 31 \end{vmatrix}$$

$$\Delta I_2 = [1x30x(-5) + 0x0x0 + 1x12x31] - [1x30x0 + 1x0x31 + 1x12x(-5)]$$

$$\Delta I_2 = -150 + 0 + 372 - [0 + 0 - 0] = 222$$

Cálculo da corrente I_1 :

$$I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta} = \frac{333}{111} \quad I_1 = 3 \text{ A}$$

Cálculo da corrente I_2 :

$$I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta} = \frac{222}{111} \quad I_2 = 2 \text{ A}$$

Cálculo da corrente I_3 :

Poderíamos usar o mesmo método adotado acima para as outras correntes ou usar outra relação como a obtida pela 1ª lei.

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$I_3 = -I_1 - I_2 = -3 - 2 \quad I_3 = -5 \text{ A}$$

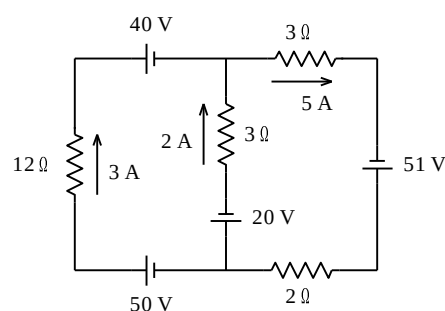


Fig.8.13- Sentidos corretos para as correntes nos ramos no circuito do Exemplo 8.4.

Questões e problemas

8.1. Determine os valores das correntes desconhecidas no circuito da Figura 8.14.

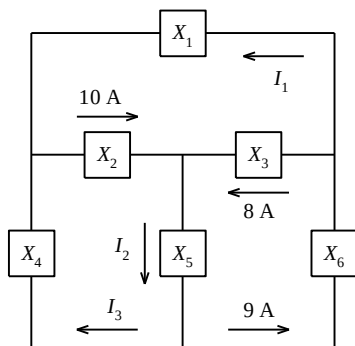


Fig. 8.14

8.2. Determine os valores das tensões desconhecidas no circuito da Figura 8.15.

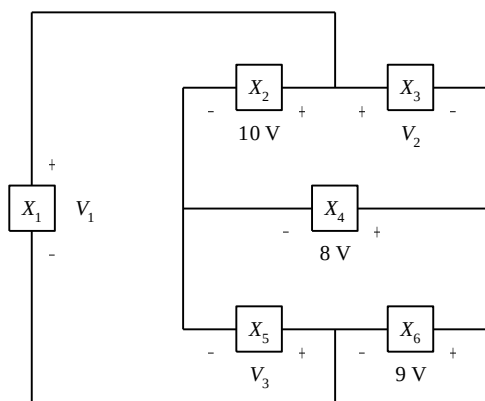


Fig. 8.15

8.3. Calcule o valor da corrente I no circuito da Figura 8.16.

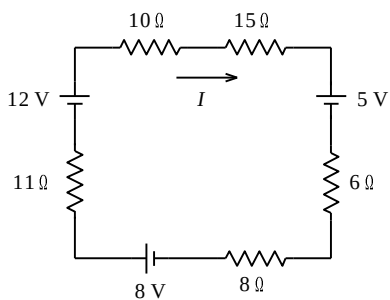


Fig. 8.16

8.4. Calcule o valor da resistência do resistor R_3 no circuito da Figura 8.17.

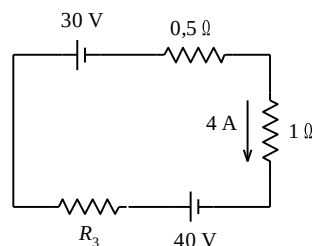


Fig. 8.17

8.5. Sabendo que a corrente através do resistor R_3 no circuito da Figura 8.18 vale 4 A, calcule os valores e os sentidos corretos das outras correntes e o valor do resistor R_3 .

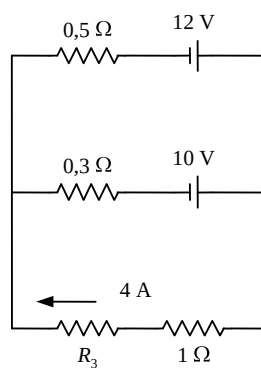


Fig. 8.18

8.6. Calcule os valores das correntes I_2 e I_3 e do resistor R_2 , no circuito da Figura 8.19, sabendo que a intensidade da corrente I_1 vale 0,2 A.

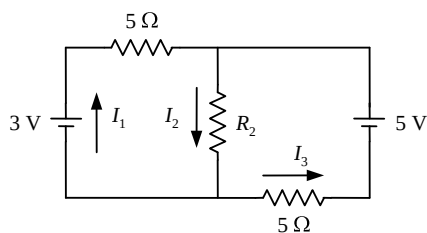


Fig. 8.19

8.7. Calcule o valor e o sentido correto das correntes nos ramos essenciais no circuito da Figura 8.20.

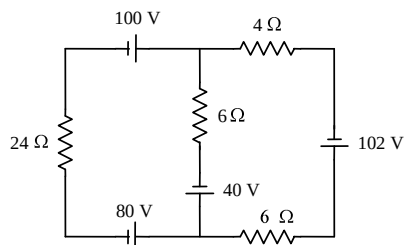


Fig. 8.20

8.10. No circuito da Figura 8.23, calcule os valores da tensão V_s e da resistência R .

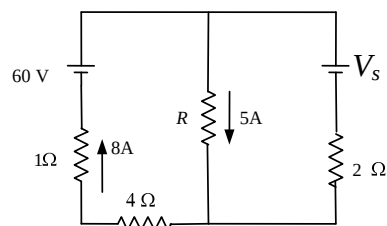


Fig. 8.23

8.8. Calcule os valores das correntes I_1 e I_2 no circuito da Figura 8.21.

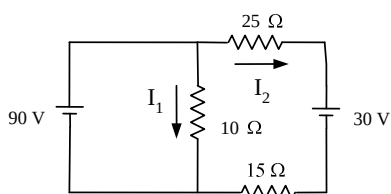


Fig. 8.21

8.11. Determine a potência dissipada em R_1 e R_2 do circuito da Figura 8.24.

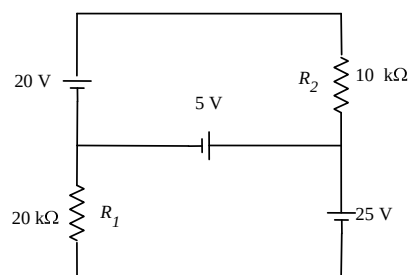


Fig. 8.24

8.9. No circuito da Figura 8.22, calcule o valor da corrente I .

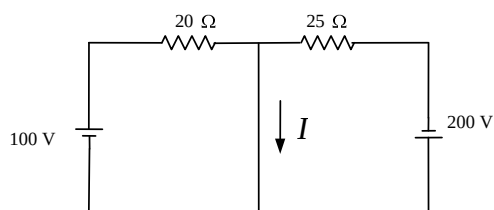


Fig. 8.22

8.12. Qual deve ser o valor do resistor R para que a corrente no ramo AB da Figura 8.25 seja nula?

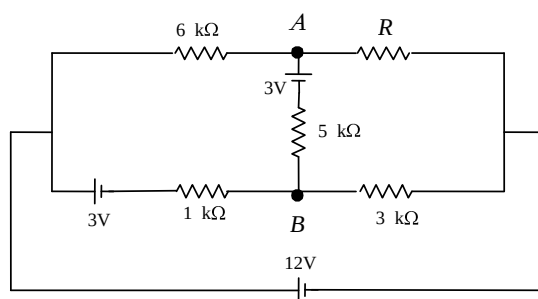


Fig. 8.25

Respostas selecionadas

8.1. $I_1 = 1\text{A}$; $I_2 = 18\text{A}$; $I_3 = 9\text{A}$.

8.2. $V_1 = 11\text{V}$; $V_2 = 2\text{V}$; $V_3 = -1\text{V}$.

8.3. $I = 0,3\text{A}$.

8.4. $R_3 = 1\Omega$.

8.5. $I_1 = 4\text{A}$; $I_2 = 0$; $R_3 = 1,5\Omega$.

8.6. $I_2 = 0,8\text{A}$; $I_3 = 0,6\text{A}$; $R_2 = 2,5\Omega$.

8.7. $I_1 = 3\text{A}$; $I_2 = 2\text{A}$; $I_3 = 5\text{A}$.

8.8. $I_1 = 9\text{A}$; $I_2 = 1,5\text{A}$.

8.9. $I = 3\text{A}$ para cima.

8.10. $V_s = 14\text{V}$; $R = 4\Omega$.

8.11. $P_1 = 20\text{mW}$; $P_2 = 22,5\text{mW}$.

8.12. $R = 26\text{ k}\Omega$.

Capítulo IX – CAPACITORES

Michael Faraday (1791 - 1867)

Faraday foi um físico e químico inglês, sendo considerado um dos cientistas mais influentes de todos os tempos. Suas contribuições mais importantes foram nos intimamente conectados fenômenos da eletricidade e do magnetismo, mas ele também fez contribuições muito importantes em química. Faraday foi descrito como o "melhor experimentalista na história da ciência", embora não conhecesse matemática avançada, como cálculo infinitesimal. O impacto de suas contribuições para a ciência são certamente grandes tanto na física quanto na química, e a tecnologia desenvolvida baseada em seu trabalho está ainda bem presente.

Suas descobertas em eletromagnetismo foram a base para os trabalhos de engenharia no fim do século XIX por pessoas como Edison, Siemens, Tesla e Westinghouse, que tornaram possível a eletrificação das sociedades industrializadas. Na física, foi um dos primeiros a estudar as conexões entre eletricidade e magnetismo. Em 1821, logo após Oersted ser o primeiro a descobrir que a eletricidade e o magnetismo eram associados entre si, Faraday publicou seu trabalho que chamou de "rotação eletromagnética" (princípio do motor elétrico). Em 1831, Faraday descobriu a indução eletromagnética, o princípio do gerador elétrico e do transformador. Suas ideias sobre os campos elétricos e os magnéticos, e a natureza dos campos em geral, inspiraram trabalhos posteriores que originaram as equações de Maxwell. Na química, descobriu o benzeno, produziu os primeiros cloretos de carbono conhecidos, ajudou a estender as fundações da metalurgia e metalografia, além de ter conseguido liquefazer gases nunca antes liquefeitos. Sua maior contribuição foi virtualmente fundar a eletroquímica criando termos como eletrólito e íons.

[http://pt.wikipedia.org/wiki/Michael_Faraday]



9.1 – DEFINIÇÕES INICIAIS

a) Constituição

Todo capacitor é, basicamente, constituído de duas placas condutoras (armaduras), isoladas entre si por uma fina camada de isolante (dielétrico).

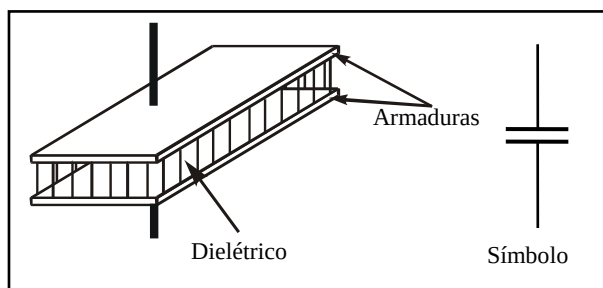


Fig.9.1 – Constituição e simbologia do capacitor

Os capacitores são classificados pela forma de suas placas como capacitores planos, cilíndricos e esféricos; e pela natureza de seu dielétrico como capacitores de ar, papel, plásticos, eletrolíticos, etc.

Antes de ser ligada uma fonte ao capacitor, ambas as placas apresentam uma mesma quantidade de elétrons e prótons e a tensão é nula. Ao aplicar-se uma tensão contínua, uma das placas do capacitor estará ligada ao polo positivo e a outra ao polo negativo da bateria.

No instante da ligação, as cargas positivas devem fluir do polo positivo da bateria para a armadura ligada ao mesmo e esta irá eletrizar-se positivamente; a outra armadura, ligada ao polo negativo da bateria, irá eletrizar-se negativamente, devido às cargas positivas que se deslocarão da referida armadura para o polo negativo da fonte.

Assim sendo, sempre que uma das placas de um capacitor eletrizar-se com uma carga $+q$, a outra irá eletrizar-se com uma carga $-q$. No entanto, quando se fala em carga armazenada por um capacitor, estamos nos referindo à carga existente em apenas uma das armaduras, pois a carga total poderia ser considerada nula.

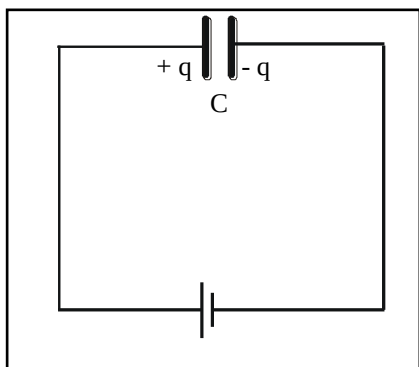


Fig.9.2 – Carregamento de um capacitor

A tensão aplicável às armaduras de um capacitor é limitada pelo seu dielétrico. Se essa tensão for elevada demais, de modo a ultrapassar o valor da rigidez dielétrica, o material isolante será perfurado com uma descarga elétrica, curto-circuitando-o e, geralmente, inutilizando o capacitor.

Chama-se **tensão de trabalho** a tensão máxima aplicada a um capacitor de modo que este possa suportá-la por um longo período.

No caso de um resistor, sabe-se que toda a energia elétrica consumida por ele é dissipada sob forma de calor, mas quando se trata de um capacitor, a energia elétrica é simplesmente acumulada no mesmo. Assim, um capacitor tem a finalidade de **armazenar energia elétrica** através do armazenamento de cargas elétricas.

b) Capacitância:

Conforme é visto na Figura 9.3, aumentando-se gradualmente a ddp sobre um capacitor percebe-se que a quantidade de carga armazenada em cada placa também aumenta proporcionalmente.

Quando a fonte é desligada do capacitor ele permanece com a mesma carga e com a mesma d.d.p. que tinha no momento anterior ao desligamento.

Qualitativamente, capacitância é a propriedade de um capacitor de armazenar cargas elétricas.

Quantitativamente, capacitância é definida como a relação entre a carga armazenada pelo capacitor e a ddp existente entre suas placas.

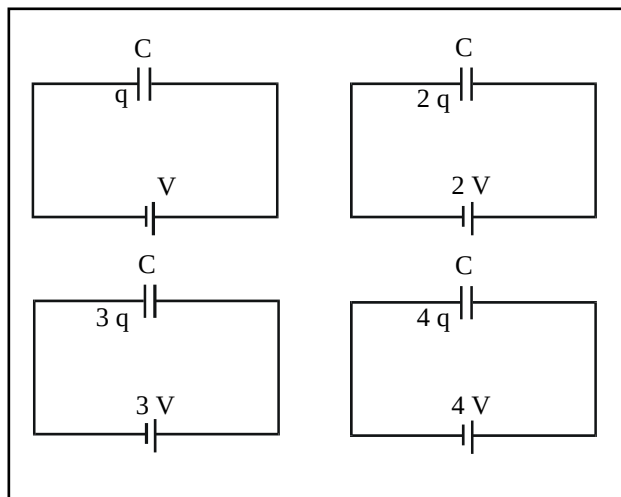
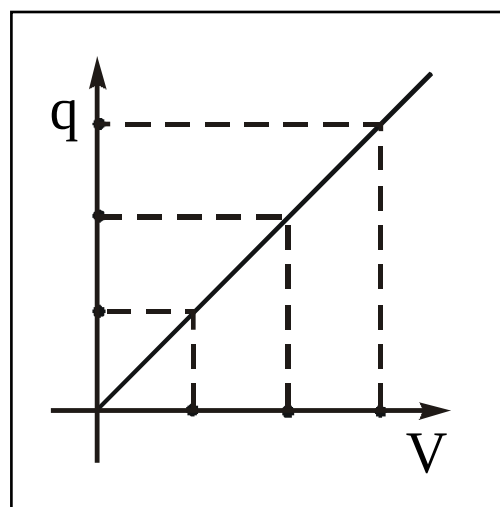


Fig.9.3 – Relação entre a carga armazenada num capacitor e a tensão entre as placas

Realizando-se a divisão entre os diversos valores da carga acumulada e da tensão entre as placas obtemos um valor constante que corresponde ao valor da capacitância.

$$q/V = 2q/2V = 3q/3V = C \quad C = \frac{q}{V} \quad (9.1)$$

Plotando-se os pares de valores de q e V num gráfico cartesiano obtemos a Figura 9.4.

Fig.9.4 – Gráfico $q \times V$ num capacitor

A unidade utilizada para a medida de capacitância no sistema internacional de unidades é o Farad, em homenagem ao físico Michael Faraday, conforme a seguinte relação:

$$u(C) = \frac{u(q)}{u(V)} = \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}} = \text{Farad (F)}$$

$$1F = \frac{1C}{1V}$$

1F é a capacitância de um capacitor que adquire, por exemplo, uma carga de 1C quando submetido a tensão de 1V.

Como são raros os capacitores com capacitância próxima da unidade (1 F), porque esta é muito grande, na prática utilizam-se apenas subunidades.

$$1 \text{ microfarad} = 1\mu\text{F} = 1 \times 10^{-6}\text{F}$$

$$1 \text{ nanofarad} = 1\text{nF} = 1 \times 10^{-9}\text{F}$$

$$1 \text{ picofarad} = 1\text{pF} = 1 \times 10^{-12}\text{F}$$

Curiosidade: Para que um capacitor plano, quadrado, com dielétrico de ar de espessura de 0,1 mm, tenha capacitância de 1,0 F os lados deveriam ter 3361 m!

Como a medição da carga é complexa, a capacitância é medida diretamente através do instrumento chamado de **capacímetro**, por uma **ponte de medição de capacitância** ou por **ponte RLC**.

A **tolerância** indica a faixa na qual pode estar o valor real da capacitância. Por exemplo, num capacitor de $100\mu\text{F}$ com tolerância de 5%, a capacitância estará compreendida entre $95\mu\text{F}$ e $105\mu\text{F}$. É conveniente observar a tolerância ao se substituir um capacitor, para evitar que o seu funcionamento fique alterado.

A tolerância pode ser apresentada pelo fabricante sendo escrita diretamente no corpo do capacitor, representada através de um código de cores ou através de letras (tabela ao lado).

Tabela 9.1 - Tolerância das capacitâncias

Código	F	H	J	K	M
Tolerância	1%	2,5%	5%	10%	20%

Exemplo resolvido 9.1: Qual é a carga recebida por um capacitor com uma capacitância de $10\mu\text{F}$, estando submetido a uma tensão de 300V?

Solução:

$$C = 10\mu\text{F} = 10 \cdot 10^{-6}\text{F}; \quad V = 300\text{V}$$

$$q = C \cdot V = 10 \cdot 10^{-6}\text{F} \cdot 300\text{V}$$

$$q = 3000 \cdot 10^{-6}\text{C} = 3 \cdot 10^{-3}\text{C} = 3\text{mC}$$

9.2 –A INFLUÊNCIA DO DIELÉTRICO

Consideremos um capacitor plano tal que o dielétrico existente entre as armaduras seja o vácuo (ou ar). Carregando-se o capacitor com uma carga q , uma ddp V_{ab} será estabelecida entre elas. Nessas condições, temos, no espaço entre as armaduras, um campo elétrico uniforme E_0 , criado pelas cargas $+q$ e $-q$ existentes nas placas, como mostra a Figura 9.5.

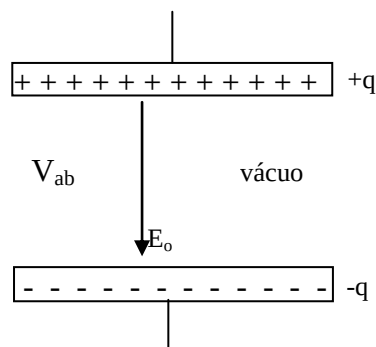


Fig.9.5 – Capacitor com dielétrico de vácuo

Desligando-se o capacitor da fonte as cargas se manterão inalteradas nas placas, pois não têm para onde ir.

Agora, vamos analisar as consequências da introdução de um dielétrico entre as armaduras de um capacitor. Sabe-se que dielétricos ideais são materiais que não conduzem corrente elétrica, pois seus elétrons estão firmemente “ligados” aos respectivos átomos, isso é, esses materiais não possuem elétrons livres.

Os materiais dielétricos, quando não estão sob a ação de campo elétrico, possuem átomos em que a eletrosfera está centrada no núcleo e o átomo, externamente, é neutro.

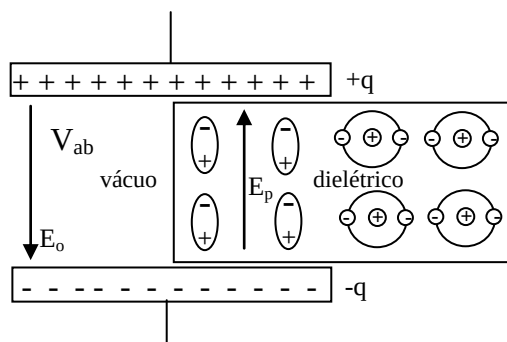


Fig.9.6 – Capacitor com dielétrico genérico

Quando esse material é submetido a um campo elétrico externo, seus átomos, apesar de não conduzirem corrente, terão os seus elétrons puxados em sentido contrário ao campo. Como os elétrons são “ligados” (não são livres) há apenas uma descentralização da eletrosfera em sentido contrário ao campo tornando um lado do átomo negativo e o outro positivo, formando um dipolo elétrico.

Este efeito, chamado de polarização, é causado por um processo de indução eletrostática e fará um lado do dielétrico eletrizar-se negativamente e o outro positivamente.

Uma vez polarizado o dielétrico, o mesmo produzirá um campo elétrico E_p de mesma direção e de sentido contrário ao do campo externo E_0 (Figura 9.6). Nessas condições, podemos afirmar que surgirá um campo elétrico resultante $E = E_0 - E_p$, ou seja, ao introduzirmos o dielétrico, a intensidade do campo elétrico entre as placas do capacitor **diminuirá**.

Como $V = E \cdot d$, conclui-se que a tensão V_{ab} também irá decrescer e, como o capacitor não está conectado a nenhum circuito, a carga q de suas placas permanecerá sempre a mesma.

Utilizando-se um voltímetro, essa diminuição de ddp, na prática, seria facilmente percebida. Considerando o capacitor eletrizado com uma carga q , bastaria medir a ddp sobre o capacitor com e sem dielétrico.

Observando-se a equação de definição de capacitância ($C = q / V$), se q não varia e o valor da **ddp** cai, a capacitância aumenta, isto é, a capacitância se torna K vezes maior. Atribui-se, então, a cada dielétrico uma constante **K**, chamada **constante dielétrica**, sendo a mesma característica de cada material.

Essa constante mede o número de vezes que aumenta a capacitância de um capacitor quando um dielétrico for introduzido entre suas armaduras. Pode-se também dizer que esta constante traduz o grau de polarização do dielétrico. Em outras palavras, um capacitor com dielétrico entre as armaduras é melhor armazenador de carga do que sem ele.

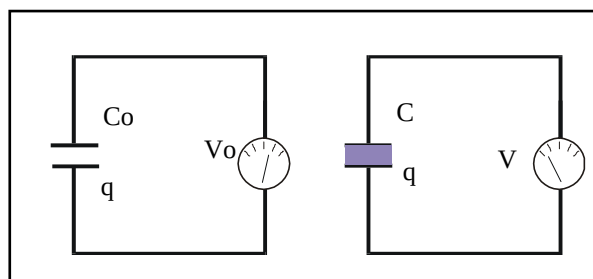


Fig.9.7 – Tensão nos capacitores sem e com dielétrico

$$K = \frac{C}{C_0}$$

(9.2 a)

$$C = K \cdot C_0$$

(9.2 b)

Onde:

C : capacitância do capacitor com dielétrico

C_0 : capacitância do capacitor sem dielétrico

A Tabela 9.2 fornece os valores típicos das características de alguns dielétricos.

Tabela 9.2 – Características de alguns dielétricos

Material	Constante dielétrica (K)
Vácuo	1
Ar	1,00059
Mica	2,5 - 6,6
Óxido de alumínio	7
Óxido de tântalo	11
Papel parafinado	2,3
Poliéster	3,2
Vidro	5,4 - 9,9

Na Figura 9.8 temos um capacitor que, numa situação, a área frontal das placas é total e, na outra, a área frontal é um pouco menor. No segundo caso, existe uma redução no espaço para o acúmulo de elétrons, ou seja, a indução eletrostática ocorre em menor intensidade.

Podemos deduzir, então, que a capacitância é diretamente proporcional à área frontal das armaduras.

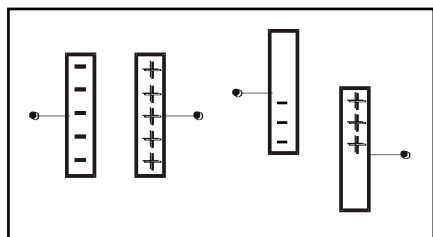


Fig.9.8 – Influência da área das placas na capacitância

Vamos supor agora que variássemos a distância entre as armaduras. A ação mútua entre dois corpos com cargas elétricas depende da distância entre eles.

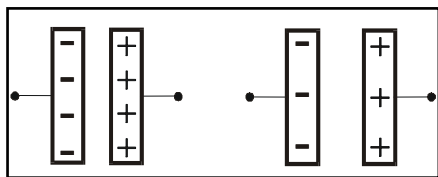


Fig.9.9 – Influência da distância entre placas na capacitância

Como a capacitância reflete a capacidade que um capacitor tem de acumular cargas elétricas, deduz-se que a capacitância depende da distância entre as armaduras.

Quanto mais próximas estiverem as armaduras, maior será o efeito da carga de uma das placas sobre a carga da outra placa.

Podemos afirmar que a capacitância de um capacitor é inversamente proporcional à distância entre as armaduras.

Após esta série de deduções, concluímos que a capacitância de um capacitor depende, basicamente, de três fatores, ou seja, depende do dielétrico, da área frontal das armaduras e da distância entre as armaduras.

Para um capacitor de placas paralelas,

podemos calcular o valor de sua capacitância utilizando a seguinte expressão:

$$C = \frac{K \cdot \epsilon_0 \cdot S}{d} \quad (9.3)$$

Onde:

K = constante dielétrica ou permissividade relativa do dielétrico (ϵ_R)

ϵ_0 = permissividade do vácuo ($8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$)

S = área das placas (m^2)

d = distância entre placas (m)

A permissividade é a habilidade de um material de polarizar-se em resposta a um campo elétrico aplicado e, dessa forma, cancelar parcialmente o campo dentro do material.

A expressão anterior pode ser escrita de uma forma mais resumida, ou seja:

$$C = \frac{\epsilon \cdot S}{d} \quad (9.4)$$

Onde: ϵ = permissividade do dielétrico (F/m)

O raciocínio anterior pode ser comparado ao estudo da resistência de um resistor, a qual é um valor característico de cada resistor. Mudando o valor da tensão aplicada a um resistor, muda também o valor da corrente que o percorre, mas sua resistência continua a mesma, pois ela depende unicamente das características do material de que é feito o resistor ($R = \rho \cdot \ell / S$).

Exemplo resolvido 9.2:

Num capacitor plano sem dielétrico foi aplicada uma tensão de 500 V. Devido a essa tensão, o capacitor adquiriu uma carga de 200 μC e surgiu no seu interior um campo elétrico de 20 kV/m. Logo em seguida, desligou-se o gerador que o carregou e introduziu-se um dielétrico de constante K , de modo que a capacitância do capacitor passou a ser 2,6 μF . Determine:

- a) A capacitância do capacitor antes da introdução do dielétrico;
 b) A distância entre as armaduras;
 c) O valor da constante K;
 d) A ddp depois da introdução do dielétrico;
 e) O campo elétrico após a introdução do dielétrico.

Dados:

$$V_0 = 500 \text{ V}; \quad q = 200 \mu\text{C} = 200 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$E_0 = 20.000 \text{ V/m}; \quad C = 2,6 \mu\text{F} = 2,6 \times 10^{-6} \text{ F}$$

$$C_0 = ? \quad d = ? \quad K = ? \quad V = ? \quad E = ?$$

Solução:

$$C_0 = \frac{q}{V_0} = \frac{200 \times 10^{-6} \text{ C}}{500 \text{ V}}; \quad C_0 = 0,4 \times 10^{-6} \text{ F}$$

$$d = \frac{V_0}{E_0}; \quad d = \frac{500 \text{ V}}{20.000 \text{ V/m}} = 0,025 \text{ m} = 25 \text{ mm}$$

$$K = \frac{C}{C_0} = \frac{2,6 \times 10^{-6} \text{ F}}{0,4 \times 10^{-6} \text{ F}} = 6,5$$

$$V = \frac{q}{C} = \frac{200 \times 10^{-6} \text{ C}}{2,6 \times 10^{-6} \text{ F}} = 76,9 \text{ V}$$

$$E = \frac{V}{d} = \frac{76,9 \text{ V}}{0,025 \text{ m}} = 3076 \text{ V/m}$$

Exemplo resolvido 9.3:

Para um capacitor de placas paralelas, cada uma com área de $0,09 \text{ m}^2$ e distantes de $0,1 \text{ mm}$, sem dielétrico (vácuo), calcule:

- a) A capacitância do capacitor.
 b) A carga armazenada quando o capacitor for submetido a 220 V .
 c) A capacitância do capacitor quando for usado um dielétrico de $K=7,65$.

Dados: $S = 0,09 \text{ m}^2$; $d = 0,1 \text{ mm}$; $K = 1$;

a) $C_0 = ?$ b) $q = ?$ $V = 220 \text{ V}$; c) $C = ?$ $K = 7,65$

Solução:

$$\text{a) } C_0 = ? \quad C_0 = \frac{K \cdot \epsilon_0 \cdot S}{d} =$$

$$C_0 = \frac{1 \times 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \times 0,09 \text{ m}^2}{0,1 \times 10^{-3} \text{ m}} = 7,97 \times 10^{-9} \text{ F}$$

$$\boxed{C_0 = 7,97 \text{ nF}}$$

b) $q = ?$ $V = 220 \text{ V}$

$$q = C_0 \cdot V = 7,97 \times 10^{-9} \text{ F} \cdot 220 \text{ V} \Rightarrow \boxed{q = 1,75 \mu\text{C}}$$

c) $K=7,65$; $C = ?$

$$C = K \cdot C_0 = 7,65 \times 7,97 \times 10^{-9} \text{ F} \Rightarrow \boxed{C = 60,97 \text{ nF}}$$

9.3 – TRANSITÓRIOS DE CARGA E DESCARGA DE CAPACITORES

No circuito da Figura 9.10 temos uma fonte de tensão contínua, um capacitor inicialmente descarregado, um resistor e uma chave. Com a chave aberta (entre 1 e 2) não há movimento de cargas e a tensão sobre o capacitor é nula.

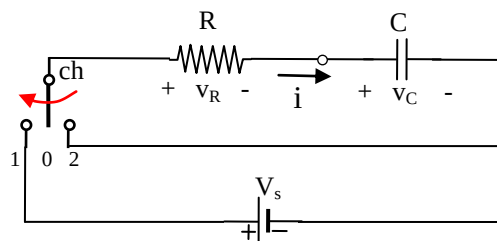


Fig.9.10 – Circuito para ensaio de carga e descarga de capacitor

Quando a chave é fechada, (pos.1) começa a existir um movimento intenso de cargas, ou seja, a fonte fornece cargas positivas para armadura que está ligada ao seu terminal positivo e retira cargas positivas da outra armadura, ligada ao seu terminal negativo.

O desequilíbrio elétrico entre as duas placas vai aumentando à medida que as cargas são retiradas de uma placa e colocadas na outra, ou seja, a ddp entre as placas vai crescendo à medida que o capacitor vai sendo carregado.

Enquanto a tensão no capacitor cresce, vai diminuindo a diferença de tensões entre o capacitor e a fonte e, com isto, a corrente vai decrescendo até se anular completamente.

Pelo exposto anteriormente, conclui-se, então, que a corrente circula no resistor apenas o tempo suficiente para o capacitor carregar-se.

Por isso ela é denominada “corrente de carga”. Assim sendo, pode-se afirmar que um capacitor, após carregado, comporta-se como

“circuito aberto para CC”, pois mesmo havendo tensão CC nos seus terminais não há corrente entrando ou saindo dele.

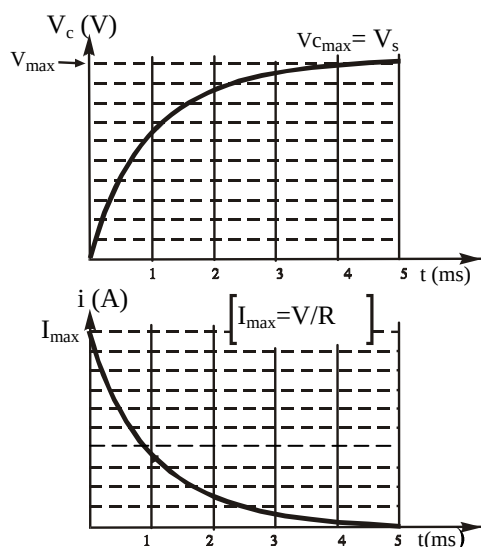


Fig.9.11 – Tensão e corrente durante o transitório de carregamento de um capacitor

Sabe-se que $q = C.V$. Então, para cada variação de V há uma variação proporcional na carga acumulada q , logo:

$$\Delta q = C.\Delta V, \text{ mas } \Delta q = i.\Delta t \text{ ou } i.\Delta t = C.\Delta V$$

Portanto:
$$i = C.\frac{\Delta V}{\Delta t} \quad (9.5)$$

Esta equação mostra que a corrente num capacitor é diretamente proporcional à capacitância e à taxa de variação da tensão no tempo (velocidade de variação da tensão).

Assim, só existe corrente num capacitor quando a tensão nos seus terminais estiver variando. Quando a tensão ficar constante não há variação da mesma e, portanto, não há corrente.

De acordo com os gráficos dados, nota-se que a ddp sobre o capacitor cresce mais rapidamente nos primeiros momentos após a ligação, dando origem a uma corrente alta.

Quando a tensão do capacitor estiver quase atingindo a tensão da fonte ela cresce muito vagarosamente e a corrente no mesmo vai diminuindo até desaparecer.

Suponhamos agora que o capacitor já esteja carregado com a tensão da fonte conforme

descrito anteriormente. Num dado momento a chave é comutada para a posição 2. Assim o capacitor ficará ligado a um circuito de descarga e sua tensão desaparecerá num certo tempo.

Como a placa da esquerda está positiva, a corrente sairá do capacitor por aquele lado caracterizando uma corrente negativa, pois está em sentido contrário àquele que tínhamos tomado como positivo no caso anterior.

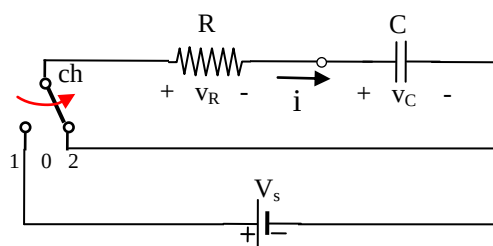


Fig.9.12 – Capacitor em processo de descarga

A tensão no capacitor (V_c) **não** irá decrescer instantaneamente de V_{Cmax} para zero.

O processo de liberação da energia do campo elétrico ao resistor (gerando efeito joule) será de forma lenta, ou seja, a tensão no capacitor decrescerá gradativamente conforme as características do circuito de descarga.

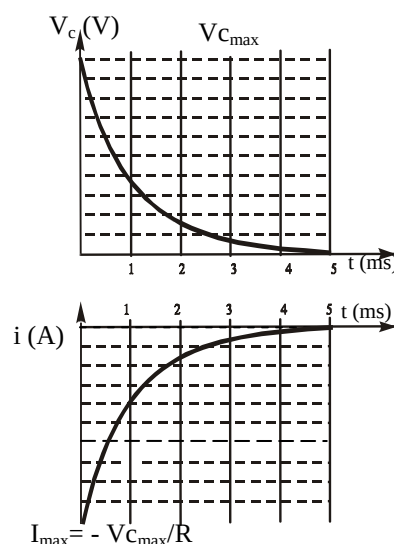


Fig.9.13 – Tensão e corrente durante a descarga de um capacitor

Da mesma forma que, num sistema mecânico, uma massa se opõe à variação instantânea de posição, a capacitância, no

sistema elétrico, se opõe à variação instantânea da tensão.

A capacitância age num circuito de forma a impedir a variação instantânea da tensão entre suas placas (e nos pontos onde o capacitor está ligado), porque isso significaria valores elevados de corrente o que é impossível devido às resistências (sempre presentes) que limitam os valores de corrente e consequentemente as variações da tensão.

Exemplo resolvido 9.4: Calcular a corrente constante capaz de elevar a tensão de um capacitor na razão de 74640V/s (ou 74,64V/ms) sabendo-se que a sua capacitância é 10μF.

Dados:

$$\Delta V/\Delta t = 74640 \text{ V/s}; \quad C = 10 \times 10^{-6} \text{ F}; \quad I = ?$$

Solução:

$$I = C \cdot \Delta V/\Delta t; \quad I = 10 \times 10^{-6} \text{ F} \cdot 74,64 \times 10^3 \text{ V/s}; \\ I = 746,4 \times 10^{-3} \text{ A} = 746,4 \text{ mA}$$

9.4 – ENERGIA ARMAZENADA NO CAPACITOR

Quando uma carga elétrica q (medida em Coulomb) é transportada entre dois pontos, cuja diferença de potencial V (medida em volt) é mantida constante, o trabalho realizado no transporte é dado por $W = q \cdot V$. Na descarga do capacitor, porém, a diferença de potencial entre as armaduras não se mantém constante. À medida que a carga é transportada de uma placa para outra, a diferença de potencial vai diminuindo, passando de um valor inicial V para um valor final nulo. Nesse caso, não podemos usar a expressão citada para calcular o trabalho no processo da descarga. Podemos, de uma maneira simplificada, tomar a média da tensão durante a descarga como sendo $V/2$ e calcular este trabalho por:¹

$$W = \frac{1}{2} \cdot q \cdot V \quad (9.6a)$$

Assim, o trabalho realizado pela bateria, ao carregar o capacitor, e a energia elétrica armazenada no capacitor são obtidos pela expressão acima.

Como já sabemos que $C = q/V$, podemos expressar a energia em função de C e V (substituindo q por $C \cdot V$).

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2 \quad (9.6b)$$

Os capacitores são ligados nos circuitos para muitos fins, sempre que suas propriedades especiais possam ser usadas.

Por exemplo, numa máquina fotográfica a energia é armazenada num capacitor para depois utilizá-la na hora de usar o flash.

Outro exemplo: Quando é necessário estabelecer uma ligação entre dois pontos de um circuito, de modo que uma corrente alternada possa circular entre os mesmos, mas não uma corrente contínua, a instalação de um capacitor proporcionará a filtragem desejada.

Exemplo resolvido 9.5: Calcular a capacitância necessária para armazenar uma energia de 36 mJ sob uma tensão de 12 V.

Dados:

$$W = 36 \times 10^{-3} \text{ J}; \quad V = 12 \text{ V}; \quad C = ?$$

Solução:

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2; \quad 36 \times 10^{-3} \text{ J} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot (12 \text{ V})^2; \\ C = 36 \times 10^{-3} \text{ J} \times 2 / (144 \text{ V}^2) = 0,5 \times 10^{-3} \text{ F} \\ C = 500 \mu\text{F}$$

9.5 – TESTES EM CAPACITORES

Para testar um capacitor podemos usar um capacímetro ou a função ohmímetro de um multímetro analógico. Sabe-se que o ponteiro do ohmímetro fica em repouso na posição correspondente a uma resistência de valor infinito (circuito aberto), que equivale a uma corrente nula circulando entre as ponteiras.

Quando se aplica a tensão contínua da pilha do ohmímetro a um elemento de resistência finita, temos a circulação de uma corrente, fazendo com que o ponteiro do medidor deflexione até certo valor.

¹ Veja em Resnick, Halliday & Krane – Física III- p.84

No uso do ohmímetro em testes de capacitores é importante escolher uma escala adequada, pois, do contrário, o teste pode não funcionar. Para capacitâncias muito baixas utilizam-se escalas de alta resistência interna e para capacitâncias muito altas utilizam-se escalas de baixa resistência interna. Isso é feito para ajustar o tempo de carga do capacitor, afetando, então, o tempo de movimento do ponteiro do medidor. Vamos, a seguir, analisar os diversos estados de funcionamento em que um capacitor pode se encontrar.

a) Capacitor inteiro

Conectando-se as pontas de prova de um ohmímetro a um capacitor sem defeito, ele irá carregar-se num certo intervalo de tempo, consequência da circulação de uma corrente contínua no referido tempo, corrente esta que em seguida desaparece. Assim sendo, o ponteiro do ohmímetro irá se deslocar do infinito (zero mA) até alguns ohms (alguns mA), retornando à posição infinito (bem à esquerda).

b) Capacitor aberto

Se as pontas de prova de um ohmímetro forem conectadas a um capacitor comum e o ponteiro do medidor não se deflexionar, é sinal de que não houve circulação de corrente. Isto seria consequência do circuito estar aberto, ou seja, um dos terminais do capacitor pode estar rompido. Esse tipo de teste é válido somente para capacitores de capacitâncias elevadas, pois no caso de capacitância muito baixa teríamos corrente de carga também muito reduzida e, dependendo do ohmímetro utilizado, talvez não fosse detectada pelo instrumento medidor. Nesse caso, deveríamos usar um capacímetro para comprovar o valor nominal da capacitância.

c) Capacitor em curto

Os curtos nos capacitores podem ser causados, por exemplo, pela ruptura do dielétrico, fruto de superaquecimento ou por aplicação de tensão de trabalho muito alta.

Utilizando-se um ohmímetro, teríamos a deflexão total do ponteiro, sendo que o mesmo estacionaria no valor relativo a uma resistência nula (ou corrente máxima).

d) Capacitor com fuga

Nesse caso, teríamos a deflexão do ponteiro do ohmímetro, saindo do infinito, mas estacionando num valor muito elevado de resistência, ou seja, estaria circulando uma corrente muito baixa. Isso pode representar o início do processo de curto do capacitor, ou seja, as características do dielétrico já sofreram alguma alteração, influenciando na sua capacidade de isolamento.

9.6 – ASSOCIAÇÃO DE CAPACITORES

É sempre possível substituir um conjunto de capacitores, ligados de um modo qualquer, por um único capacitor cuja capacitância seja equivalente à do conjunto. Podemos também fazer o inverso, isto é, substituir um único capacitor por vários capacitores ligados de modo que a capacitância do sistema seja equivalente à do capacitor isolado.

A necessidade de associarmos capacitores advém do fato de nem sempre encontrarmos, no comércio especializado, capacitores com as capacitâncias que desejamos.

Quando isso ocorre, associamos os capacitores disponíveis a fim de obter a capacitância desejada. As associações de capacitores mais utilizadas na prática são as associações em série e em paralelo.

a) Circuito Série

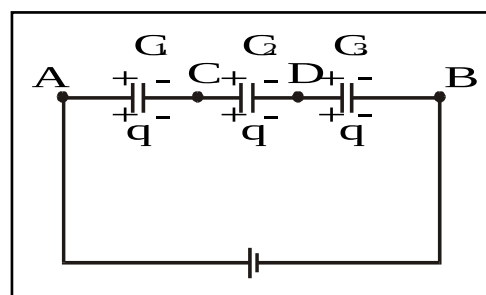


Fig.9.14 – Circuito de capacitores em série

A característica dessa associação é o fato de cada capacitor associado carregar-se com a **mesma carga**, quando uma ddp é mantida entre os terminais da associação.

Na Figura 9.14, com a pilha ligada dessa maneira, a primeira armadura da direita eletriza-se com uma carga $-q$. Isto fará com que cargas positivas sejam atraídas para a segunda placa do capacitor da direita e a mesma irá eletrizar-se positivamente. Se, nessa placa chegou uma carga positiva, a outra armadura subsequente (terceira, a partir da direita) acabou eletrizando-se com uma carga negativa.

Através do processo de eletrização, chamado indução eletrostática, todas as armaduras ficarão eletrizadas com carga de mesmo valor absoluto, embora apenas as armaduras extremas estejam ligadas aos terminais da pilha.

Vamos agora estabelecer a capacitância C_e equivalente ao circuito. Sejam C_1 , C_2 e C_3 as capacitâncias dos capacitores da associação. Pela definição de capacitância, temos:

$$V_{AC} = q/C_1; V_{CD} = q/C_2; V_{DB} = q/C_3; V_{AB} = q/C_e;$$

Sabe-se que num circuito série:

$$V_{AB} = V_{AC} + V_{CD} + V_{DB}$$

De onde obtemos:

$$V_{AB} = q/C_1 + q/C_2 + q/C_3 = q \cdot (1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3)$$

Observando que $V_{AB} = q/C_e$ chegamos a:

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad (9.7)$$

E finalmente:

$$C_e = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} \quad (9.8)$$

Quando temos apenas dois capacitores pode ser usada a relação a seguir.

$$C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \quad (9.9)$$

Quando são vários capacitores iguais pode ser usada a relação abaixo.

$$C_T = C_1 / n \quad (9.10)$$

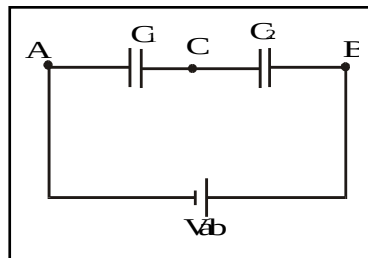
Agrupam-se capacitores em série quando se deseja uma capacitância menor do que aquela que possui cada capacitor. Nesse tipo de agrupamento a capacitância total é sempre menor do que a menor capacitância parcial e, quanto mais capacitores forem associados, menor será o valor da capacitância total.

Também se recorre ao circuito série quando o capacitor não suporta uma tensão muito elevada, pois em série a tensão da fonte se distribuirá em várias quedas de tensão nos capacitores.

Exemplo resolvido 9.6:

Dois capacitores de capacitância $C_1 = 3 \text{ pF}$ e $C_2 = 6 \text{ pF}$ estão ligados em série e a associação é conectada a uma fonte de tensão de 1000 V . Determinar:

- A capacitância total.
- A carga em cada capacitor.
- A ddp em cada capacitor.



Dados:

$$C_1 = 3 \text{ pF} = 3 \cdot 10^{-12} \text{ F}; C_2 = 6 \text{ pF} = 6 \cdot 10^{-12} \text{ F};$$

$$V_{AB} = 1000 \text{ V}; C_e = ?; q = ?; V_{AC} = ?; V_{CB} = ?$$

Solução:

$$C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{3 \text{ pF} \cdot 6 \text{ pF}}{3 \text{ pF} + 6 \text{ pF}} = 2 \text{ pF}$$

$$q = V_{AB} \cdot C_e = 1000 \text{ V} \cdot 2 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 2 \text{ nC}$$

$$V_{AC} = \frac{q}{C_1} = \frac{2 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{3 \cdot 10^{-12} \text{ F}} = 667 \text{ V}$$

$$V_{CB} = \frac{q}{C_2} = \frac{2 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{6 \cdot 10^{-12} \text{ F}} = 333 \text{ V}$$

b) Circuito Paralelo

Esta associação caracteriza-se pelo fato da **tensão** entre as armaduras de cada capacitor associado ser a **mesma** e esta ddp também é igual a ddp aplicada aos terminais da associação.

A figura 9.15 mostra uma associação em paralelo de três capacitores.

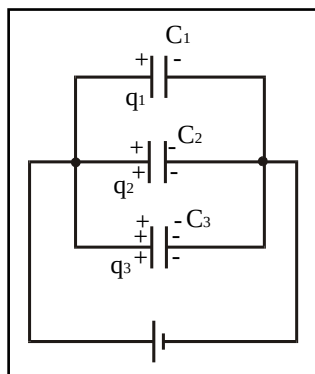


Fig.9.15 – Circuito de capacitores em paralelo

Observe que, ao fazermos a ligação indicada na figura, todas as armaduras da esquerda estarão ligadas ao terminal positivo da pilha e todas as da direita ligadas ao negativo.

Assim, a ddp entre as placas de cada capacitor é igual à ddp da fonte e, conseqüentemente, cada capacitor armazenará uma carga cujo valor irá depender de sua capacitância.

Sejam q_1 , q_2 e q_3 as cargas armazenadas pelos capacitores com capacitâncias respectivamente iguais a C_1 , C_2 e C_3 .

Podemos escrever que:

$$q_1 = V_{AB} \cdot C_1; \quad q_2 = V_{AB} \cdot C_2; \quad q_3 = V_{AB} \cdot C_3;$$

$$\text{Sabe-se que: } q_t = q_1 + q_2 + q_3$$

De onde obtemos:

$$q_t = V_{AB} \cdot C_1 + V_{AB} \cdot C_2 + V_{AB} \cdot C_3 =$$

$$q_t = V_{AB} \cdot (C_1 + C_2 + C_3)$$

$$\text{Observando que: } q_t = V_{AB} \cdot C_e,$$

Chegamos finalmente a:

$$\boxed{C_e = C_1 + C_2 + C_3} \quad (9.11)$$

Se for n capacitores iguais tem-se:

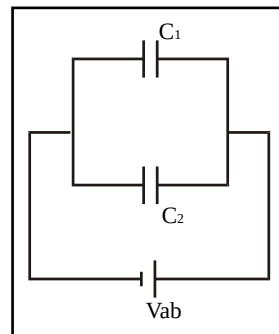
$$\boxed{C_t = n \cdot C_1} \quad (9.12)$$

Quando tivermos um capacitor e ele não possuir capacitância suficiente, recorre-se ao circuito paralelo, pois o mesmo nos permite aumentar a capacitância.

Exemplo resolvido 9.7:

Dois capacitores de capacitância $C_1 = 200$ pF e $C_2 = 600$ pF são associados em paralelo e carregados através de uma ddp de 120V. Determinar:

- A capacitância total da associação.
- A carga que adquire cada um deles.
- A carga total da associação.



Dados: $V_{AB} = 120$ V; $C_1 = 200$ pF = 200×10^{-12} F
 $C_2 = 600$ pF = 600×10^{-12} F;
 $C_e = ?$ $q_1 = ?$ $q_2 = ?$ $q_t = ?$

Solução:

$$C_e = C_1 + C_2 \quad C_e = 200\text{pF} + 600\text{pF}$$

$$C_e = 800\text{pF}$$

$$q_1 = V \cdot C_1 \quad q_1 = 120\text{V} \cdot 200 \times 10^{-12}\text{F}$$

$$q_1 = 24\text{nC}$$

$$q_2 = V \cdot C_2 \quad q_2 = 120\text{V} \cdot 600 \times 10^{-12}\text{F}$$

$$q_2 = 72\text{nC}$$

$$q_t = q_1 + q_2 \quad q_t = 24\text{nC} + 72\text{nC} =$$

$$q_t = 96\text{nC}$$

9.7 – TIPOS E TECNOLOGIAS DE CAPACITORES (Opcional)

Os capacitores podem ser classificados, quanto ao funcionamento, em três categorias: capacitores fixos, ajustáveis e variáveis.

Os capacitores fixos apresentam uma capacitância de valor bem determinado. Nos ajustáveis, a capacitância possui um valor que pode ser regulado uma vez, mas que permanece constante durante o funcionamento normal do circuito no qual é empregado. Nos capacitores variáveis, ao contrário, a capacitância pode ser variada entre um valor mínimo e um valor máximo. Os capacitores podem também ser classificados quanto ao seu dielétrico.

a) Capacitor variável e ajustável

O capacitor variável que possui o ar como dielétrico é constituído de dois conjuntos de placas planas, semicirculares e paralelas, sendo um dos conjuntos fixo e o outro móvel.

Os capacitores de cada conjunto estão ligados entre si por um condutor, formando uma associação de capacitores em paralelo. Quando giramos o eixo, as placas móveis se deslocam ao longo do espaço entre as fixas, variando a área (S) frontal entre cada par de armaduras, mas mantendo a distância (d) entre elas.

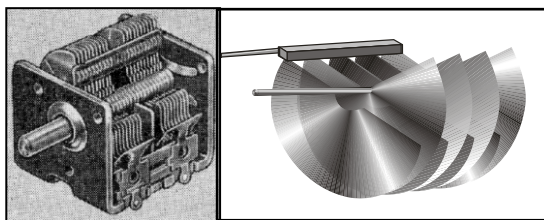


Fig.9.16 – Capacitores variáveis

Como a capacitância é diretamente proporcional à área frontal, conclui-se que a capacitância também sofrerá variação. Se as armaduras móveis estiverem totalmente entre as armaduras fixas, a área de indução mútua será máxima e o capacitor terá o seu maior valor de capacitância; na posição inversa, a capacitância será praticamente nula.

Tal variação permite que esse capacitor seja utilizado no circuito de sintonia de estações

de rádio, sendo que sua capacitância máxima é da ordem de 500 pF.

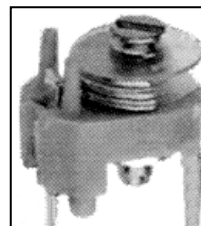


Fig.9.17 – Capacitores ajustáveis

Os capacitores ajustáveis, geralmente de mica, são aqueles em que se pode variar a capacitância através de um parafuso que controla a distância entre as armaduras. Geralmente são internos ao equipamento, de forma que o valor ajustado permanece por longos períodos. As capacitâncias são da ordem de picofarads e os tipos mais comuns são o **padder** e o **trimmer** (Figura 9.17).

b) Capacitor de papel

O capacitor fixo de papel é um componente de largo emprego, pois pode cobrir uma grande escala de valores de capacitância. Ele é constituído de duas finas fitas de alumínio (armaduras) enroladas e isoladas entre si por uma folha de papel muito fina (dielétrico) impregnada de substâncias especiais. Essas substâncias, como por exemplo, o óleo ou a parafina, são utilizados para melhorar as características dielétricas.

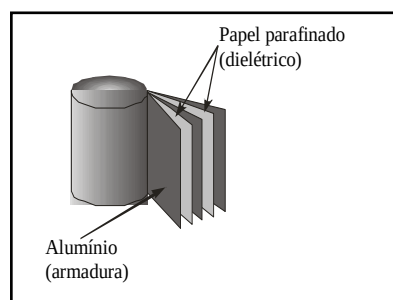


Fig.9.18 – Capacitores de papel impregnado

Para o capacitor possuir capacitância elevada com pequeno volume, as fitas devem ser bastante longas (vários metros) de modo a existir uma área frontal considerável. O papel parafinado possui uma tensão de perfuração variável de 1200V a 1800V para uma espessura de 0,24 mm. Quando as tensões de

funcionamento são elevadas, aumenta-se o número de folhas isolantes interpostas entre as armaduras. É importante, ainda, que não exista umidade no papel para não comprometer o isolamento.

O capacitor de papel metalizado possui como dielétrico um papel isolante, no qual é feita, em apenas uma das faces, a vaporização do alumínio, evitando a formação de bolhas de ar entre o papel e a armadura.

Apresentam a vantagem de possuir pequenas dimensões e a ter possibilidade de autorregeneração (se o papel for perfurado, o alumínio depositado se aquece, criando óxido de alumínio que volta a isolar, evitando o prosseguimento do curto-circuito). A tensão de prova (máxima tensão em que ocorre curto-circuito com autorregeneração) é de 1,5 vezes a tensão nominal e não deve ser aplicada por mais de 1 minuto de cada vez. A tensão de centelha (máxima tensão aplicada instantaneamente sem destruir o capacitor) é de 1,75 vezes a tensão nominal e não deve ser aplicada durante mais do que alguns poucos segundos.

Seu formato é cilíndrico, onde fitas de papel isolante aluminizado são enroladas. Sua faixa de capacitância é entre 50.000 pF a 15 μ F e sua faixa de tensão de trabalho é de até 5 kV.

c) Capacitores cerâmicos

Os capacitores cerâmicos utilizam algum tipo de material cerâmico como dielétrico. As armaduras podem ser placas metálicas ou uma tinta condutora que é aplicada na cerâmica. O conjunto recebe um revestimento isolante.

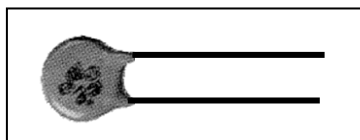


Fig.9.19 – Capacitores cerâmicos

São capacitores apolares, isto é, podem trabalhar tanto em tensões contínuas como em alternadas. As tensões nominais podem atingir altos valores (poucas unidades de kV). Devido à permissividade relativamente baixa, são

fabricados para baixas capacitâncias (até poucas unidades de μ F).

A variação da capacitância com a temperatura é grande, sendo que o coeficiente de temperatura pode ser positivo ou negativo.

Na Figura 9.20, temos, à esquerda, um capacitor cerâmico de disco de 100.000pF (algarismos um e zero $\Rightarrow$ par 10; algarismo 4 $\Rightarrow$ acrescentar quatro zeros) e, à direita, um capacitor **Plate** (leia-se pleiti) de 0,18nF. É projetado para baixas tensões de trabalho (inferior a 50V) e particularmente utilizado em microcircuitos.

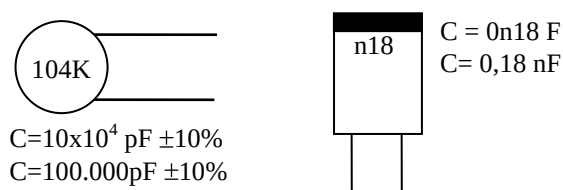


Fig.9.20 – Capacitores de disco e plate

d) Capacitor de filme plástico

Nos capacitores com dielétrico de plástico, o isolante é constituído por um fino filme de material polímero sintético. Podem ser fabricados com o filme plástico não metalizado (lâminas de alumínio isoladas por tiras de plástico) ou metalizado.

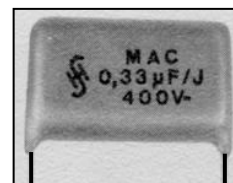


Fig.9.21 – Capacitores de filme plástico

Os capacitores metalizados são constituídos por um filme plástico em cuja superfície é depositada, por um processo de vaporização, uma finíssima camada de alumínio. Eles têm a grande vantagem de serem autorregenerativos e possuem maior capacitância em relação aos não-metalizados de

mesmas dimensões. Eles são apolares e possuem baixíssima corrente de fuga, alta estabilidade da capacitância e baixa sensibilidade à umidade. São fabricados com capacitâncias na faixa de 1nF a 8μF com tensões nominais que podem chegar a 1600V.

Esses materiais possuem propriedades dielétricas superiores às do papel, altamente homogêneas (sem as indesejáveis bolhas de ar), com uma tensão de ruptura de 200kV/mm.

Os principais capacitores de filme plástico são os de poliéster, de polipropileno, de poliestireno (**styroflex**) e de polistírol.

São aplicados em qualquer circuito elétrico e eletrônico, em especial em circuitos de atraso, acoplamento entre estágios de baixa frequência, timmers, by-pass de baixa frequência e filtros RC para frequências até 1MHz. São capacitores de tamanho reduzido.

Os capacitores de poliéster metalizado são construídos com dielétrico de poliéster. Em sua execução são utilizadas finíssimas fitas de poliéster sob as quais é depositada, sob vácuo, uma camada metálica de 0,2 a 0,05μm de espessura. Construindo-os neste sistema obtém-se a propriedade de autorregeneração.

No caso de uma sobretensão perfurar o dielétrico, a camada de alumínio existente ao redor de um furo interno é submetida a uma elevada temperatura, transformando-se em óxido de alumínio (material isolante), desfazendo, então, o curto circuito. O tempo necessário para a autorregeneração é inferior a 10μs. A variação da capacitância é menor do que 1 % após 1000 fenômenos ocorridos.

Os capacitores de poliéster metalizado são identificados por cinco faixas coloridas, que identificam não somente o valor da capacitância do capacitor, mas também a tensão de trabalho e a tolerância.

Na Figura 9.22, o valor da capacitância é obtido em picofarads (pF).

e) Capacitores de poliéster metalizado

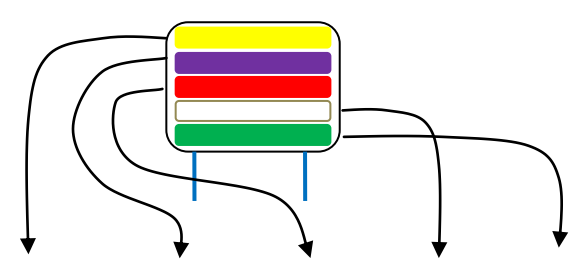
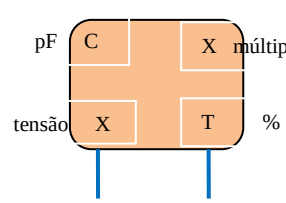
Código de cores						Código Numérico		
								
Cores	1º dígito	2º dígito	Múltiplo	Tolerância	Tensão	Nº (x)	Múltiplo	Tensão
Preto		0		± 20 %		0		
Marrom	1	1	x10 pF			1	x10 pF	100 V
Vermelho	2	2	x10² pF		250 V	2	x10² pF	25 V
Laranja	3	3	x10³ pF			3	x10³ pF	
Amarelo	4	4	x10⁴ pF		400 V	4	x10⁴ pF	
Verde	5	5	x10⁵ pF		100 V	5	x10⁵ pF	50 V
Azul	6	6			630 V	6	x10⁶ pF	
Violeta	7	7				7	x10⁷ pF	
Cinza	8	8	x10⁻² pF			8	x10⁻² pF	
Branco	9	9	x10⁻¹ pF	± 10 %		9	x10⁻¹ pF	

Fig. 9.22 – Capacitores de poliéster

f) Capacitores eletrolíticos

Os capacitores eletrolíticos podem possuir o dielétrico de óxido de alumínio (polarizado ou apolar) ou óxido de tântalo (polarizado). Tanto o óxido de alumínio como o de tântalo são, obviamente, materiais isolantes.

f.1 - Capacitores eletrolíticos de óxido de alumínio

Capacitores fixos que possuem uma particularidade que os diferencia dos outros tipos: eles são polarizados e ligados apenas onde as tensões são contínuas. Sobre os terminais desses capacitores estão sempre indicadas as polaridades.

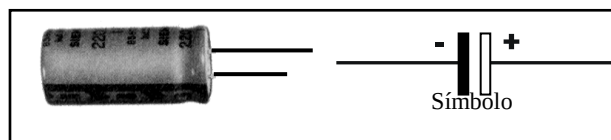


Fig.9.23 – Capacitores eletrolíticos polarizados

Quando se aplica uma tensão contínua entre as placas de alumínio desse capacitor, forma-se, após certo tempo, uma oxidação superficial de chapa positiva, oxidação que constitui o dielétrico do capacitor e impede a passagem da corrente, de modo que as placas permanecem isoladas.

A capacitância desse tipo de capacitor é grande, porque o dielétrico é muito fino (capacitância inversamente proporcional à distância), sendo constituído de pequenas películas de óxido. Com os capacitores eletrolíticos consegue-se obter elevados valores de capacitâncias com pequenos volumes.

Teoricamente, um capacitor deveria apresentar uma oposição infinita à corrente contínua, mas, já que não existe um dielétrico perfeitamente isolante, a resistência à corrente contínua é finita, ou seja, possui um valor alto, porém não desprezível. Um bom capacitor eletrolítico possui uma resistência à corrente contínua levemente superior a $1\text{ M}\Omega$, muito baixa, portanto, em comparação com a mínima de $200\text{ M}\Omega$ de um bom capacitor de papel.

O capacitor eletrolítico de alumínio só funciona se polarizado corretamente (polo positivo no anodo e polo negativo no catodo).

Os capacitores de papel e de filmes plásticos são do tipo apolar, ou seja, funcionam tanto em C.C. como em C.A.

Se a polaridade de um capacitor eletrolítico for invertida, violenta reação eletrolítica provoca o depósito de uma camada de óxido sobre a folha de alumínio (não oxidada – catodo), desfazendo-se o óxido da folha de alumínio oxidada (anodo).

Isso significa uma corrente de grande intensidade e libera uma elevada quantidade de calor, o que levará o capacitor à destruição. Antigamente, havia a possibilidade até de explosão, mas atualmente, com o controle de qualidade e a aplicação de normas de fabricação, apenas ocorre um inchamento do invólucro.

Os capacitores eletrolíticos ainda apresentam a característica de que sua capacitância depende da tensão aplicada nas armaduras. A polarização correta é que aumenta a oxidação no anodo. A capacitância nominal só será estabelecida se houver aplicação de, no mínimo, uma tensão de, aproximadamente, $2/3$ da tensão nominal do capacitor.

Os capacitores eletrolíticos de alumínio são fabricados para tensões de até, aproximadamente, 700V e o maior valor de capacitância é da ordem de poucos Farads.

Nos capacitores eletrolíticos de alumínio **apolares**, as duas armaduras são oxidadas, de forma que eles suportam correntes alternadas por alguns segundos. São bastante utilizados para auxiliar na partida de motores de indução monofásicos.

f.2 - Capacitores eletrolíticos de óxido de tântalo

São mais caros que os de óxido de alumínio e têm grande estabilidade de capacitância com o tempo e com a temperatura.

O anodo nesse tipo de capacitor é uma peça porosa de tântalo, coberta por uma fina camada de óxido do manganês, carbono e ferro, que forma o catodo.

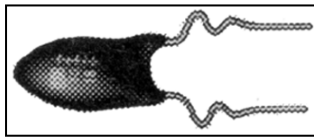


Fig.9.24 – Capacitores de óxido de tântalo

Enquanto que os eletrolíticos de alumínio podem trabalhar em tensões de até 700V, os de óxido de tântalo suportam apenas 125V. O valor máximo de capacitância é na ordem de 100 μ F.

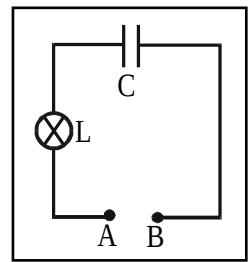
São usados em circuitos digitais e timers.

Sua construção é de tântalo sólido (não vazam). A temperatura de operação está na faixa de -55°C a $+85^{\circ}\text{C}$.

Devido ao fato da constante dielétrica ser de valor 11, enquanto que o de óxido de alumínio ser de valor 7, os primeiros apresentam menor volume para a mesma capacitância e mesma tensão.

Questões e problemas

- 9.1- Qual é a constituição de um capacitor e qual o conceito de capacitância?
- 9.2- Dobrando-se o valor da tensão sobre um capacitor, dizer o que ocorre com a sua capacitância e a carga nas placas.
- 9.3- Classifique os capacitores quanto a sua forma e seu dielétrico.
- 9.4- Faça as conversões solicitadas a seguir.
- 1mF=_____F
 - 0,00022F=_____ μ F
 - 68nF=_____ μ F
 - 22nF=_____pF
 - 0,82 μ F=_____nF
 - 1200pF=_____nF
- 9.5- Ao adquirir-se um resistor no comércio, deve-se fornecer ao balconista os valores nominais do resistor, ou seja, o valor de sua resistência e da potência máxima que ele pode dissipar. Se em vez de um resistor, o componente solicitado fosse um capacitor, quais os valores que deveriam ser fornecidos?
- 9.6- No circuito ao lado, supondo que existe uma fonte de C.C. conectada entre os pontos A e B, pode-se afirmar que L está apagada. Se a fonte fosse de C.A. o capacitor estaria permanentemente carregando-se e descarregando-se e, conseqüentemente existirá sempre corrente na lâmpada, de modo que a mesma permaneceria acesa. Complete as frases abaixo com as palavras **aberto** ou **fechado**. Então, um capacitor comporta-se como circuito _____ para correntes contínuas e como circuito _____ para correntes alternadas.
- 9.7- Cite três grandezas que influenciam no valor da capacitância de um capacitor e diga se a influência é na razão direta ou na razão inversa.
- 9.8- Um determinado capacitor variável possui uma capacitância de 1 pF quando a área frontal das armaduras é S e a distância entre elas é d. Qual será o valor da capacitância se alterarmos apenas a:
- Distância para **d/3**?
 - Área para **2S**?



- 9.9- Coloque, dentro dos parênteses, verdadeiro (V) ou falso (F).
- a) () A capacitância de um capacitor independe da tensão aplicada sobre ele.
 - b) () Toda a energia elétrica fornecida a um capacitor dissipa-se da mesma forma que num resistor.
 - c) () Antes de você agarrar os terminais de um capacitor é conveniente que eles sejam curto-circuitados.
 - d) () Todo meio isolante jamais se comportará como elemento condutor, mesmo que seja ultrapassada sua rigidez dielétrica.
- 9.10- Assinale a afirmativa errada.
- a) Dielétricos são elementos que possuem carência de elétrons livres.
 - b) Condutores são elementos que possuem abundância de elétrons livres.
 - c) Todo dielétrico é constituído de moléculas permanentemente polarizadas.
 - d) A polarização do dielétrico consiste no alinhamento de suas moléculas polarizadas.
 - e) O campo elétrico resultante entre as placas de um capacitor depende da existência ou não um dielétrico.
- 9.11- Um capacitor plano, carregado, tendo ar como dielétrico, está desligado de qualquer gerador. Introduzindo-se entre suas armaduras um isolante cuja constante é K, dizer o que irá ocorrer com:
- a) A capacitância do capacitor.
 - b) A carga do capacitor.
 - c) A ddp entre as armaduras.
 - d) O campo elétrico resultante entre as placas.
- 9.12- Entre os casos citados abaixo, diga quais podem ser considerados como se fossem um capacitor.
- a) Dois fios paralelos, isolados um do outro.
 - b) Um fio condutor e um plano, isolados um do outro.
 - c) Um fio condutor ligado a um plano(terra).
 - d) Uma nuvem e a terra.
 - e) Dois cabos cilíndricos concêntricos, isolados entre si.
- 9.13- Um determinado capacitor quando submetido a uma tensão de 80 V adquire uma carga de 400 μC . Determine o valor de sua capacitância.
- 9.14- Se o capacitor do exercício anterior fosse submetido ao dobro de tensão, qual seria o novo valor da carga armazenada e da capacitância do capacitor?
- 9.15- Um capacitor plano tem capacitância 2 μF quando reina vácuo entre suas armaduras. Introduzindo-se dióxido de titânio ($K=100$) entre as armaduras do capacitor, qual passa a ser o valor de sua capacitância?
- 9.16- As placas paralelas de um capacitor imerso no ar estão separadas pela distância de 1mm. Qual deve ser a área das mesmas para que sua capacitância seja igual a 1F?
- 9.17- Um capacitor plano de placas paralelas possui área $S=20\text{cm}^2$ e a distância entre as placas vale $d=1,5\text{mm}$. O capacitor é ligado a uma bateria, cuja tensão é igual a 12V, e entre as placas do capacitor existe ar seco. Determine:
- a) A capacitância do capacitor.
 - b) A quantidade de carga elétrica armazenada no capacitor.
 - c) A capacitância e a carga, admitindo-se que foi introduzido papel parafinado como dielétrico ($K=2,3$).
- 9.18- Determinar a capacitância de um capacitor de placas paralelas se as dimensões de cada placa são $1\text{cm} \times 0,5\text{cm}$, e se a distância entre as placas é de 0,1mm, tendo o ar como dielétrico. Calcular também a capacitância se o dielétrico for mica ($k=5$) ao invés do ar.

9.19- Um capacitor de $10\mu\text{F}$, com ar entre as placas, é ligado a uma fonte de 50V e depois desligado.

- a) Qual é a carga no capacitor?
- b) A região entre as placas é preenchida com um isolante de constante dielétrica igual a 2,1. Qual é a carga no capacitor, a ddp entre suas armaduras e sua capacitância?

9.20- Num capacitor plano de capacitância $C=4\mu\text{F}$, a distância entre as armaduras é $d=1,5\text{mm}$ e o campo elétrico entre elas vale $E = 2 \times 10^5 \text{V/m}$. Determine os valores da ddp e da carga no capacitor.

9.21- Uma nuvem eletrizada está situada a 200m de altura, paralelamente à superfície da terra, formando com essa superfície um capacitor plano de $0,5\mu\text{F}$. Quando o campo elétrico entre a nuvem e a terra atinge o valor $3 \times 10^6 \text{V/m}$ (valor da rigidez dielétrica do ar), observa-se a ocorrência de um relâmpago. Calcule a quantidade de carga elétrica que se encontrava acumulada na nuvem naquele instante.

9.22- Um capacitor plano com ar entre as placas possui uma capacitância $C_0 = 2,5\mu\text{F}$. Quando a carga nas placas é $q = 4 \times 10^{-4} \text{C}$, existe uma ddp $V_0 = 160\text{V}$ e um campo elétrico $E_0 = 40 \text{kV/m}$. Supondo que o capacitor não esteja ligado a nenhuma bateria e introduzindo-se entre as armaduras um dielétrico de constante dielétrica $K=5$, determinar os novos valores:

- a) Da capacitância do capacitor;
- b) Da carga em suas armaduras;
- c) Da tensão entre as placas;
- d) Do campo elétrico no interior do capacitor.

9.23- Um capacitor de placas planas e paralelas é ligado a uma pilha de $1,5\text{V}$. Um aparelho capaz de medir a carga elétrica acumulada nessas placas fornece um valor Q . Depois o

mesmo capacitor é ligado a três pilhas de $1,5\text{V}$, numa associação em série, e o mesmo aparelho mede um aumento de $10\mu\text{C}$ de carga acumulada. Determine o valor da capacitância do capacitor.

9.24- Cite uma vantagem de um agrupamento série de capacitores e outra de um agrupamento paralelo.

9.25- Assinale a afirmativa errada.

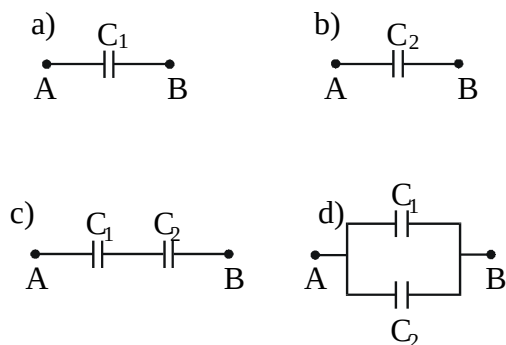
- a) Quanto mais capacitores forem associados em série, menor será a capacitância total do circuito.
- b) Quanto mais capacitores forem associados em paralelo, maior será a capacitância total do circuito.
- c) A carga armazenada nos capacitores em série é a mesma.
- d) A tensão existente sobre capacitores em paralelo é a mesma.
- e) Num circuito misto de capacitores, obtém-se a capacitância total através da soma das capacitâncias parciais.

9.26- Um circuito já está formado por um capacitor, condutores e uma fonte. Abrindo o circuito e, imediatamente, ligando-se um segundo capacitor descarregado em série, podemos afirmar que a carga armazenada pelo primeiro capacitor irá:

- () Aumentar;
- () Diminuir;
- () Permanecer a mesma.

Faça um X na resposta certa e justifique-a.

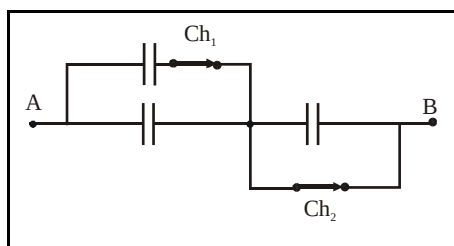
9.27- Nos circuitos abaixo existe uma tensão constante entre os pontos A e B. Sabendo-se que $C_1 > C_2$, determinar qual é o circuito que armazena maior quantidade de carga elétrica.



9.28- Um capacitor A real ($r \neq 0$) carregado é ligado em paralelo a um capacitor real B descarregado. Sobre a associação resultante, é verdadeira a afirmação:

- Depois de associados, os capacitores têm cargas iguais.
- A energia da associação é igual à energia inicial de A.
- A capacitância total é menor do que a soma das capacitâncias de A e B.
- A energia da associação é menor que a energia inicial de A.
- Depois de associados, o capacitor de menor capacitância terá maior carga.

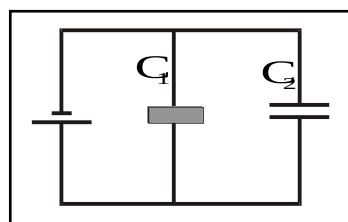
9.29- No circuito abaixo existem três capacitores iguais e duas chaves fechadas.



Para reduzir ao mínimo a capacitância do trecho AB, devemos:

- Conservar ch_1 e ch_2 como estão.
- Conservar fechada ch_1 e abrir ch_2 .
- Abrir ch_1 e conservar fechada ch_2 .
- Abrir ch_1 e ch_2 .
- Nenhuma das operações mencionadas satisfaz.

9.30- Os capacitores da figura diferem apenas quanto ao dielétrico (C_1 :possui dielétrico; C_2 :possui vácuo).



Compare:

- Suas capacitâncias.
- As tensões entre seus terminais.
- Suas cargas.

9.31- Um ohmímetro contém no seu interior, basicamente, uma pilha em série com um miliamperímetro, cujo circuito fechar-se-á através de ligações externas. Ao testar-se um capacitor, obtiveram-se os seguintes resultados abaixo. Diga o estado do capacitor quando:

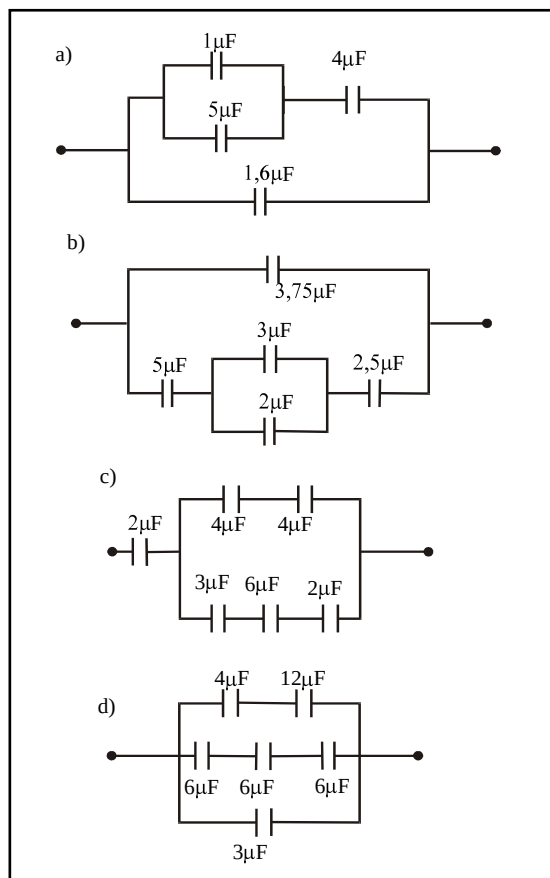
- O ponteiro se deflexiona e retorna lentamente ao início da escala.
- O ponteiro vai ao fundo da escala e assim permanece.
- O ponteiro não se mexe.

9.32- Verifica-se que um capacitor adquire uma carga de $3 \mu\text{C}$ quando é ligado a certa bateria. Suponha que dois capacitores, idênticos a ele, sejam ligados a essa mesma bateria. Dizer qual será a carga armazenada na associação desses dois capacitores nos seguintes casos:

- Eles foram associados em paralelo.
- Eles foram associados em série.

9.33- Dois capacitores idênticos, com ar entre as armaduras, estão ligados em paralelo, apresentando uma capacitância total C_0 . Se esses capacitores forem ligados em série e mergulhados em um líquido isolante, de constante dielétrica $K=4$, qual será a capacitância final da associação?

9.34- Determine, nos circuitos abaixo, o valor da capacitância total.



9.35- Dois capacitores com capacitância $C_1=32\mu\text{F}$ e C_2 de valor desconhecido são associados em série e ligados a uma fonte de 15 V . Sabendo-se que o segundo capacitor armazena uma carga de $160\mu\text{C}$, determine o valor de C_2 e da queda de tensão sobre cada capacitor.

9.36- Três capacitores de capacitância $C_1=6\mu\text{F}$, $C_2=3\mu\text{F}$ e $C_3=2\mu\text{F}$ são associados em série. Sabendo-se que a ddp sobre o primeiro capacitor é 2 V , determine a ddp sobre os outros capacitores e a capacitância total do circuito.

9.37- Dois capacitores com capacitância $C_1=0,3\mu\text{F}$ e $C_2=0,5\mu\text{F}$ são associados em paralelo e posteriormente a associação recebe uma carga total de $200\mu\text{C}$. Determine a carga armazenada em cada capacitor.

9.38- Três capacitores de capacitâncias $C_1=2\mu\text{F}$, $C_2=3\mu\text{F}$ e $C_3=5\mu\text{F}$ estão associados em paralelo. Sabendo-se que o primeiro capacitor armazena uma carga de $100\mu\text{C}$, determine a ddp do circuito, a capacitância total e a carga armazenada nos outros capacitores.

9.39- Três capacitores, $C_1=1\mu\text{F}$, $C_2=1,5\mu\text{F}$, $C_3=3\mu\text{F}$ foram fabricados para suportar uma ddp de até 200V sem “dar fuga”, isto é, sem que o dielétrico se torne condutor, permitindo que o capacitor se descarregue através dele. Eles foram associados e essa associação foi ligada a uma bateria de 300V . Dizer quais os capacitores que “darão fuga” supondo que eles tenham sido associados:

a) Em paralelo; b) Em série.

Respostas selecionadas

9.2- Fica constante; dobra.

9.4- a) $0,001\text{ F}$; b) $220\mu\text{F}$; c) $0,068\mu\text{F}$;
d) 22000pF ; e) 820 nF ; f) $1,2\text{ nF}$.

9.5- Capacitância, tensão; tolerância e tipo.

9.6- aberto; fechado. 9.7 - ϵ , S (dir) e d (inv)

9.8- a) 3pF ; b) 2pF . 9.9- V,F,V,F

9.10- c) 9.11- aumenta; const.; diminui; diminui.

9.12- a,b,d,e.

9.13 - $C = 5\mu\text{F}$ 9.14 - $q = 800\mu\text{C}$; $C = 5\mu\text{F}$

9.15 - $C = 200\mu\text{F}$ 9.16 - $S = 113\text{ km}^2$

9.17 - a) $C = 11,8\text{ pF}$; b) $q = 141,6\text{ pC}$;

c) $C = 27,14\text{pF}$; $q = 325,48\text{pC}$

9.18- $C = 4,425\text{pF}$; $C = 22\text{pF}$

9.19- a) $q = 500\mu\text{C}$;

b) $q = 500\mu\text{C}$; $V = 23,81\text{V}$; $C = 21\mu\text{F}$

9.20 - $V = 300\text{V}$; $q = 1,2\text{mC}$ 9.21 - $q = 300\text{C}$

9.22- $C = 12,5\mu\text{F}$; $q = 4 \times 10^{-4}\text{C}$; $V = 32\text{V}$; $E = 8\text{kV/m}$

9.23 - $C = 10/3\mu\text{F}$; 9.28 (d) 9.33 $C_e = C_0$

9.34- a) $4\mu\text{F}$; b) $5\mu\text{F}$; c) $1,2\mu\text{F}$; d) $8\mu\text{F}$

9.35- $C_2 = 16\mu\text{F}$; $V_1 = 5\text{V}$; $V_2 = 10\text{V}$

9.36- a) $V_2 = 4\text{V}$; b) $V_3 = 6\text{V}$; c) $C_t = 1\mu\text{F}$

9.37- $q_1 = 75\mu\text{C}$; $q_2 = 125\mu\text{C}$

9.38- a) $V = 50\text{V}$; b) $C_t = 10\mu\text{F}$;

c) $q_2 = 150\mu\text{C}$; $q_3 = 250\mu\text{C}$.

9.39- a) Paralelo: Todos; b) Série: Nenhum

Capítulo X – CAMPO MAGNÉTICO DA CORRENTE ELÉTRICA

Hans Christian Oersted (1777 - 1851)

Físico e químico dinamarquês nascido em Rudkjobing, Langeland, que constatou que uma corrente elétrica produz a distância um campo magnético (1819) iniciando o estudo do eletromagnetismo. Formou-se em farmácia, doutorou-se em filosofia (1799) e, após ter realizado uma longa viagem de estudo pela Europa, foi nomeado (1804) professor de física da Universidade de Copenhague. Seus trabalhos incidiram principalmente sobre problemas de eletromagnetismo, tendo descoberto (1820) o efeito que tem o seu nome.



Pesquisou com competência a compressibilidade de gases e líquidos, e foi o primeiro a decompor a alumina e mediu a compressibilidade dos sólidos (1822). Inventou o piezômetro, aparelho que media a compressibilidade de líquidos à alta pressão, e construiu com Fourier a pilha termelétrica. Oersted: unidade de medida de intensidade de campo magnético, criada no sistema c.g.s. eletromagnético (1932), igual ao quociente de 1.000 por 4π ampère-espira por metro, ou a um gilbert por centímetro. Foi nomeado diretor da Escola Politécnica de Copenhague (1829), criada por sugestão sua, e foi escolhido pela Academia de Ciências de Copenhague para ser seu secretário perpétuo. Foi eleito (1842) sócio estrangeiro da Academia de Ciências da França e fundou uma associação para popularizar o saber científico que passou a premiar (1908) os físicos dinamarqueses que mais se destacam. Oersted, professor e conferencista brilhante, despertou grande interesse popular com seus artigos. Faleceu em Copenhague.

[<http://www.dec.ufcg.edu.br/biografias/HansChr2.html>]

10.1 – HISTÓRICO DO MAGNETISMO

As primeiras manifestações do magnetismo foram observadas na Grécia Antiga, na região chamada Magnésia (lugar das pedras mágicas), antes do nascimento de Cristo. Foram encontradas pedras especiais que atraíam pedaços de ferro e se atraíam e repeliam mutuamente. Tal pedra foi chamada de magnetita e hoje se sabe que é uma espécie de óxido de ferro (Fe_3O_4)¹.



Fig.10.1 – Pedaço de magnetita

Este é o ímã natural que, no princípio, era apenas um objeto de curiosidade, deu origem a esse importante ramo da Física: o eletromagnetismo.

O funcionamento das máquinas elétricas, transformadores e outros aparelhos, está baseado totalmente no conhecimento das leis do eletromagnetismo. Daí surge a grande importância deste assunto.

10.2 - ÍMÃS NATURAIS E ARTIFICIAIS

O único ímã natural é a magnetita. Foi usada na construção de bússolas, porém hoje sua utilidade é apenas histórica. Os ímãs usados para qualquer utilidade prática são artificiais.

Eles são baseados na magnetização de corpos através da corrente elétrica.

Dentro do grupo existem os ímãs permanentes e os ímãs temporários.

Os ímãs temporários (eletroímãs) só produzem efeitos magnéticos enquanto for mantido o campo indutor que os magnetiza, ou

¹ <http://www.jornallivre.com.br>

seja, enquanto houver corrente elétrica na bobina magnetizadora.

Os ímãs permanentes retêm sua magnetização por tempo praticamente ilimitado depois de cessado o campo magnetizante que os imantou. Os materiais usados na fabricação dos mesmos são basicamente: aço, ferrite, alnico, neodímio-ferro-boro e samário-cobalto.

10.3 - POLOS DE UM ÍMÃ. FORÇAS DE ATRAÇÃO E REPULSÃO

Nota-se que os pedacinhos de ferro são atraídos para determinadas regiões do ímã como se ali estivessem concentradas todas as propriedades dos mesmos. Por esse motivo tais regiões são chamadas de polos do ímã.

Cada uma dessas regiões possui propriedades diferentes (inversas) da outra. Verifica-se que, ao serem aproximadas regiões diferentes, há atração entre as mesmas e se as regiões forem de mesma natureza há repulsão, como mostrado na figura 10.2. Daí surge uma das primeiras leis do magnetismo:

Polos magnéticos iguais se repelem e polos contrários se atraem.

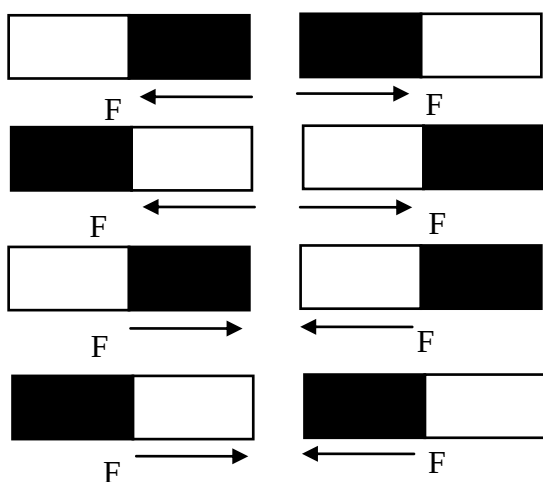


Fig. 10.2 - Interação entre os polos de ímãs

10.4 - MAGNETISMO TERRESTRE

Desde remotos tempos, navegadores se orientavam pelo uso da bússola que é uma agulha imantada suspensa pelo centro de gravidade com o mínimo de atrito. Uma das pontas sempre apontava para o polo norte geográfico da Terra e por isso convencionou-se chamar aquela ponta da bússola de **polo norte** e a outra de **polo sul**.

Daí surgiram as denominações **norte** e **sul** para os polos magnéticos.

Com o avanço do conhecimento percebeu-se, então, que o polo norte geográfico da Terra se comportava como um poderoso **polo Sul magnético** e o polo sul geográfico como um **polo Norte magnético**.

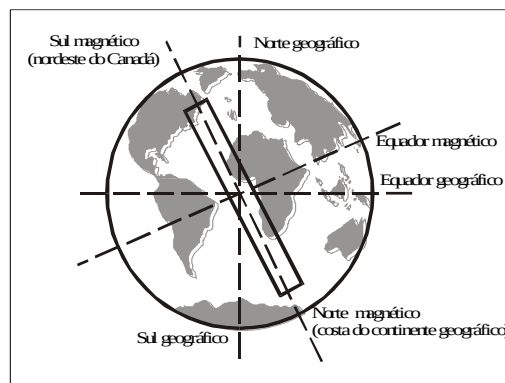


Fig.10.3 – Campo magnético da Terra

A posição real dos polos magnéticos não coincide perfeitamente com os polos geográficos e muda de posição ao longo do ano. Existe muita teoria sobre a origem do campo da Terra disponível na Internet.

10.5 - REPRESENTAÇÃO DO CAMPO MAGNÉTICO

O campo magnético é a região do espaço onde se observam os efeitos magnéticos, isto é, a atração e repulsão de ímãs e pedaços de ferro.

O campo magnético é invisível assim como também são o campo gravitacional e o campo elétrico.

Para facilidade de estudo adotou-se o conceito de **linhas de indução** ou **linhas de força** magnéticas. Tais linhas são coincidentes com as linhas formadas pela orientação das

limalhas de ferro quando espargidas sobre uma folha de papel dentro de um campo magnético.

Conforme a distribuição do campo magnético no espaço obtém-se um espectro magnético característico. Foi convenção que o sentido das linhas de indução é tal que elas saem do polo Norte e dirigem-se para o polo Sul por fora do ímã. Bússolas colocadas dentro do campo magnético apontam no sentido das linhas de força.

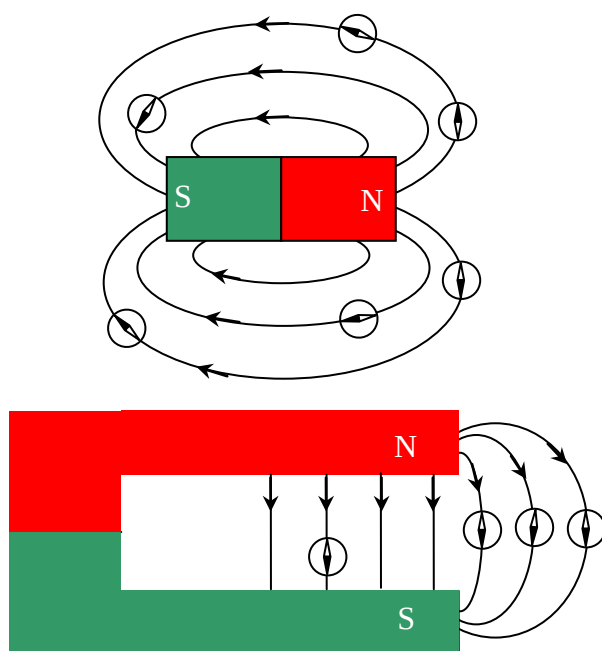


Fig. 10.4 - Espectros magnéticos típicos de um ímã em barra e um ímã em ferradura

10.6- TEORIA MOLECULAR DO MAGNETISMO

10.6.1 - Inseparabilidade dos polos de um ímã

Se, por exemplo, um ímã em forma de barra for quebrado em dois, jamais será conseguido separar um ímã com um polo sul e o outro com o polo norte; sempre se formarão dois polos nos novos ímãs.

Os polos de um ímã são inseparáveis porque as linhas de indução são fechadas. Portanto, para cada pedaço, o ponto de saída das linhas de força será **norte** e o ponto de entrada será **sul** (Figura 10.5).

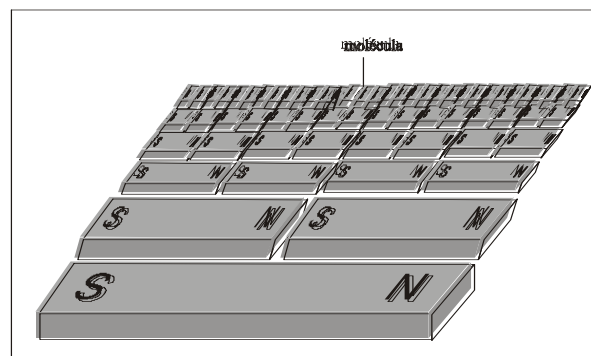


Fig. 10.5 - Fracionamento de um ímã

10.6.2 - Teoria de Weber-Ewing

A constatação da inseparabilidade dos polos de um ímã levou esses cientistas a concluir que um material magnetizável é composto por ímãs elementares ou ímãs moleculares.

Cada átomo contém elétrons circulando em órbitas elípticas em torno do núcleo. A circulação dos elétrons nada mais é do que microcorrentes elétricas. É sabido que os fenômenos magnéticos são originados das correntes elétricas. O fato de que este movimento de elétrons produz efeitos magnéticos não implica em que todos os materiais tenham propriedades magnéticas, pois o efeito causado por um elétron girando na sua órbita é totalmente cancelado pelos outros elétrons devido as suas órbitas serem mais ou menos aleatórias.

Os materiais magnéticos têm átomos cujas órbitas dos elétrons são mais ou menos coincidentes e produzem efeitos magnéticos não-nulos. Ferro, níquel e cobalto e suas ligas apresentam essas características.

Grupos desses átomos formam pequenos domínios (regiões) que são os chamados ímãs elementares.

Enunciado da teoria de Weber-Ewing:

Os materiais magnéticos são compostos por ímãs ou domínios elementares. Quando o material está desmagnetizado esses ímãs estão orientados ao acaso e o seu efeito magnético

externo é nulo. Submetendo-se esse material a um campo magnético indutor externo há um processo de orientação dos ímãs elementares. Assim, o material passa a apresentar seu próprio campo magnético (campo induzido) e reforça o campo naquela região [Schmidt, Materiais Elétricos, v.2, p.139].

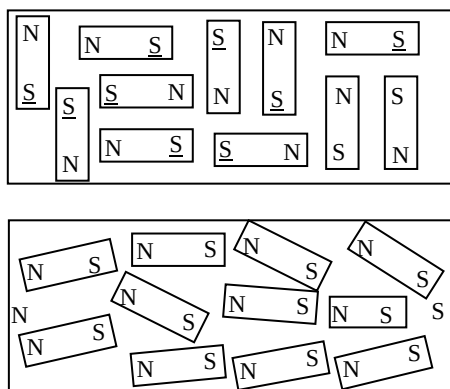


Fig.10.6 - Material magnético: a) desmagnetizado; b) magnetizado

Quando é aproximado um pedaço de ferro de um ímã, seus ímãs elementares se orientam e o pedaço de ferro se transforma num ímã temporário com polaridades tais que sempre há atração. Se for aproximado outro pedaço de ferro desse primeiro, este último também será imantado de forma a haver atração.

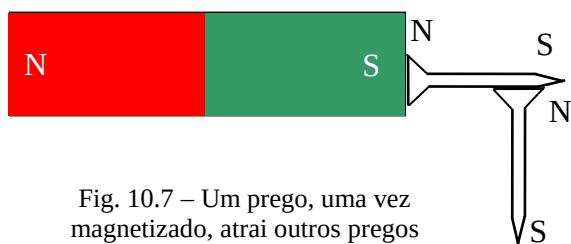


Fig. 10.7 – Um prego, uma vez magnetizado, atrai outros pregos

10.6.3 - Comprovação da teoria de Weber-Ewing

Polindo-se um material magnético a ponto de espelhamento e espargindo-se microlimalhas de ferro na sua superfície formam-se microrregiões visíveis a microscópio.

Essas regiões formam as chamadas figuras de Akulov. Cada uma tem uma dimensão

de 10 a 100 micra que corresponde à dimensão dos domínios magnéticos.

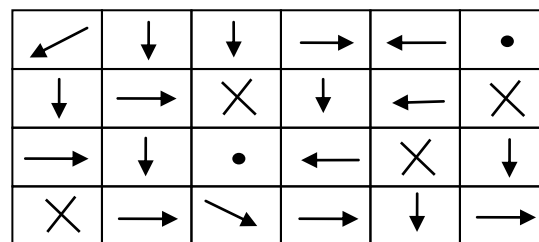


Fig.10.8 - Figuras de Akulov

10.7 - PROCESSOS DE MAGNETIZAÇÃO E DESMAGNETIZAÇÃO

Para magnetizar um material magnetizável é suficiente submetê-lo a um campo magnético externo suficientemente forte, geralmente criado à base de corrente elétrica ou por um ímã pré-existente. Quando o campo magnético indutor for muito forte ele é capaz de orientar todos os domínios magnéticos (ímãs elementares). Quando isso acontece não há mais possibilidade do campo induzido crescer mais por mais que o campo magnetizante seja aumentado.

Nessa situação diz-se que o material está saturado.

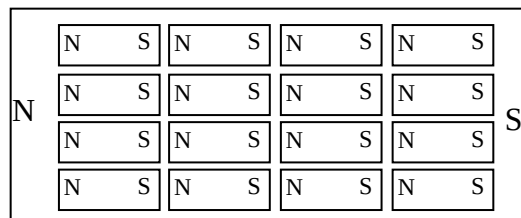


Fig.10.9 - Material totalmente magnetizado (saturado)

Por outro lado, quando quisermos desmagnetizar um objeto pode-se submetê-lo a:

- Um campo contrário a sua magnetização. Esse campo deve ter intensidade e sentido bem controlados para não magnetizar o material em outro sentido;
- Um campo magnético alternado e decrescente;
- Uma temperatura elevada, superior à temperatura de Curie. Nessa temperatura o material perde todas as suas propriedades magnéticas devido à agitação molecular.

d) Vibrações ou choques mecânicos intensos. Nesse caso também a agitação molecular é a responsável pela desorganização dos ímãs elementares.

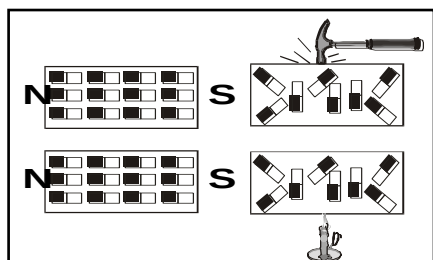


Fig.10.10 - Material sendo desmagnetizado

10.8 – INÍCIO DO ELETROMAGNETISMO

Até 1820, a eletricidade e o magnetismo eram considerados e estudados como se fossem fenômenos completamente independentes.

Nesse ano o físico dinamarquês Hans Christian Oersted notou que uma bússola deflexionava quando havia corrente em condutores próximos. Havia descoberto, então, a primeira relação entre a eletricidade e o magnetismo, ou seja, que a corrente elétrica é capaz de criar campo magnético. A partir daquele momento, o magnetismo passou a ser considerado como um dos efeitos da corrente elétrica.

10.9 – DISPOSITIVOS CLÁSSICOS DE CRIAÇÃO DE CAMPOS MAGNÉTICOS

Serão vistas, a seguir, as diversas relações qualitativas entre a corrente elétrica e o campo magnético que ela produz nas suas proximidades. Para as diversas configurações do condutor que conduz a corrente há uma análise particular. [Cavalcanti, Arnold, Kasatkin: Eletrotécnica; Ference Jr: Física-Eletromagnetismo]

10.9.1- Fio retilíneo

Um fio retilíneo, que é atravessado por corrente elétrica, produz no seu redor um campo magnético com linhas de força circulares e concêntricas com o condutor. Isso pode ser observado com uma bússola ou com a

experiência das limalhas de ferro. O sentido das linhas de força depende do sentido da corrente no condutor.

Estabeleceu-se uma regra para descobrir o sentido das mesmas.

Regra da mão direita para condutores

Agarra-se o condutor com a mão direita de forma que o polegar fique apontando no sentido da corrente. Assim os outros quatro dedos indicarão o sentido das linhas de força no redor do condutor. Essa regra também é aplicada a pequenos trechos de um condutor curvo.

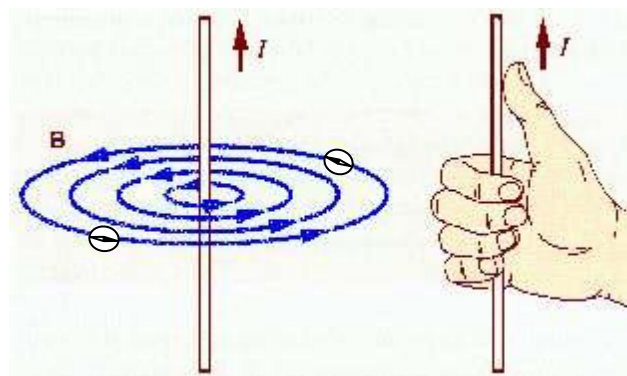


Fig. 10.11 – Regra da mão direita para condutor retilíneo com corrente elétrica

Observação: Em todas as análises desse trabalho só será usado o sentido convencional da corrente. O aluno deve estar atento, porque uma pequena parte da bibliografia indicada usa o sentido eletrônico.

10.9.2 - Espira única com corrente

Nota-se que um fio retilíneo produz um campo magnético muito fraco em comparação com a quantidade de corrente circulante. Para aumentar o efeito magnético é necessário concentrá-lo em pequena região do espaço. A primeira providência é formar uma volta com o condutor formando a chamada espira.

Aplicando-se a regra da mão direita a cada pequeno pedaço da mesma verifica-se que os sentidos das linhas de força criados por cada trecho são coincidentes no interior da espira, tornando o campo mais intenso nessa região.

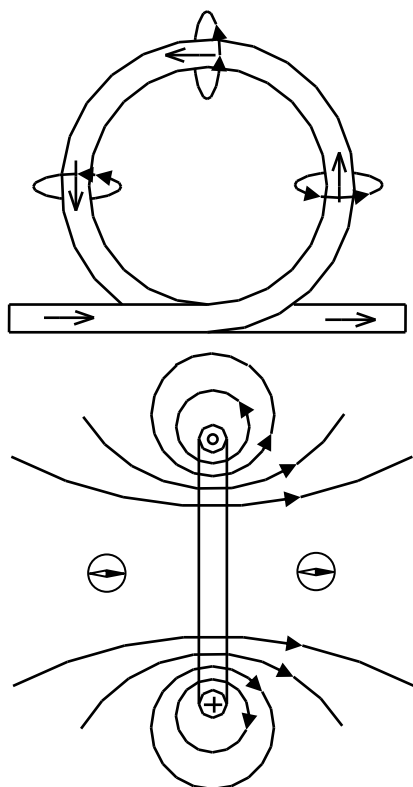


Fig.10.12 - Espira com corrente

10.9.3 - Solenóide

Essa forma tubular de acomodação das espiras é muito comum e é capaz de produzir campos magnéticos moderados, dependendo do número de espiras enroladas. Aplicando-se a regra da mão direita a cada trecho de condutor, percebe-se que entre as espiras vizinhas há anulação do campo, porém, no interior do solenóide há concordância dos campos magnéticos criados por todos os trechos de condutor.

Observando-se o sentido do campo resultante do solenóide pode-se estabelecer outra regra da mão direita aplicável a solenóides e bobinas de um modo geral.

Regra da mão direita para bobinas

Agarra-se a bobina com a mão direita com os quatro dedos indicando o sentido da corrente na mesma. Com isso, o polegar dará o sentido das linhas de força no interior da bobina.

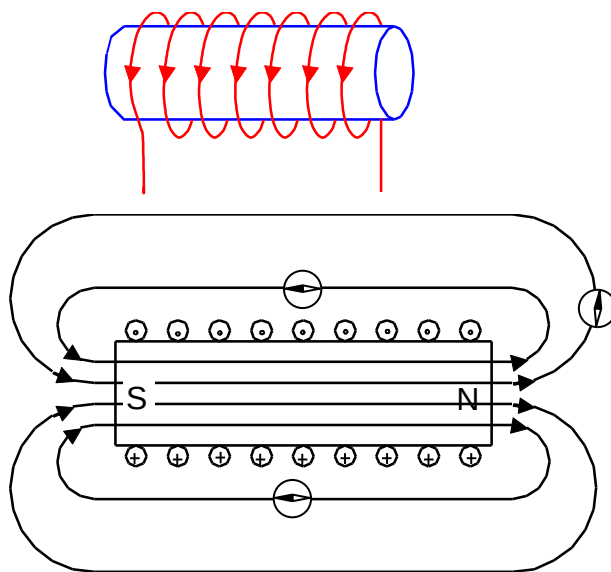


Fig.10.13 - Campo magnético criado por solenóide

10.9.4 - Toróide

Nesse caso o núcleo é fechado em forma de anel (forma toroidal). Aplicando-se a regra da mão direita para condutores a cada trecho do fio, verifica-se que os mesmos produzem fluxo sempre no mesmo sentido dentro do solenóide.

Mais tarde será provado que o campo magnético fica totalmente confinado dentro do núcleo, não havendo linhas de força nem pela parte interna nem pela parte externa do núcleo.

Trata-se do circuito magnético mais perfeito.

Pode também ser aplicada a regra da mão direita para bobinas para descobrir o sentido das linhas de força.

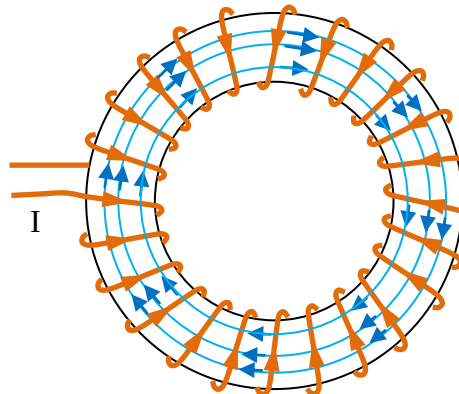


Fig.10.14 – Bobina com núcleo toroidal

10.10 - COMPARAÇÃO ENTRE ÍMÃS PERMANENTES E ELETROÍMÃS

Um campo magnético produz o mesmo efeito, não importando se sua origem é um eletroímã ou um ímã permanente. No entanto, existem certas vantagens de usar um ou outro em determinadas aplicações.

Características dos eletroímãs:

1. Possibilidade de variação da intensidade do campo magnético;
2. Possibilidade de inversão da polaridade;
3. Facilidade de obtenção de campo muito intenso;
4. Possibilidade de anulação do campo magnético.

Características dos ímãs permanentes:

1. Nenhum consumo de energia elétrica;
2. Facilidade de construção de peças pequenas e detalhadas.

10.11 - FLUXO MAGNÉTICO E INDUÇÃO MAGNÉTICA

Fluxo magnético e indução magnética são duas grandezas importantes e de interesse imediato no estudo do eletromagnetismo. Portanto, as suas interpretações devem ficar bem claras.

10.11.1 - Fluxo magnético

Fluxo magnético(Φ) é a quantidade de linhas de força (ou de indução) que atravessa certa superfície. O fluxo é, portanto, uma grandeza associada a uma certa área.

Sua unidade, no Sistema CGS, é a uma linha ou um Maxwell; porém, no Sistema Internacional de Unidades (SI ou MKS), é um Weber (Wb).

Se pudéssemos contar uma a uma (discretamente) as linhas através da área A (ou S) da Figura 10.15 teríamos um fluxo magnético de quatro linhas de força.

Essa hipótese é apenas ilustrativa, pois o fluxo é uma grandeza contínua e o seu valor só pode ser obtido por cálculos ou pelo uso de um instrumento raro chamado de **fluxímetro**.

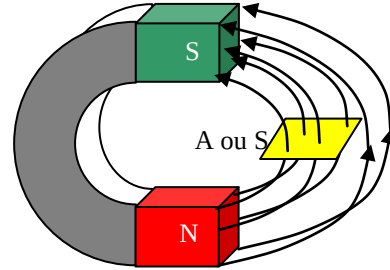


Fig.10.15 - Definição de fluxo magnético

Um Weber é uma unidade bastante grande e representa uma quantidade de 10^8 linhas de força, por isso geralmente são usadas subunidades.

$$1 \text{ mWb} = 10^{-3} \text{ Wb}; 1 \mu\text{Wb} = 10^{-6} \text{ Wb}$$

A relação existente entre as unidades de fluxo é:

$$1 \text{ Weber} = 10^8 \text{ Maxwell} = 10^8 \text{ linhas}$$

10.11.2 - Indução magnética ou densidade de fluxo magnético

Observando-se a Figura 10.16 percebe-se que as linhas de força estão mais juntas próximas ao polo. Por exemplo, uma área unitária (1cm^2 , 1 pol^2 , 1m^2) colocada próxima ao polo será atravessada por maior número de linhas do que uma área colocada mais afastada.

Intuitivamente sabe-se que onde as linhas estão mais concentradas o “poder” do ímã é mais intenso. A indução ou densidade de fluxo magnético é a grandeza que mede a concentração das linhas de força em cada ponto do campo magnético.

Definição: Indução magnética (B) é o vetor cujo módulo é a razão entre o fluxo magnético que passa numa área, colocada perpendicularmente às linhas de força, e o valor dessa área e cujo sentido é o mesmo da reta tangente à linha de força no ponto considerado.

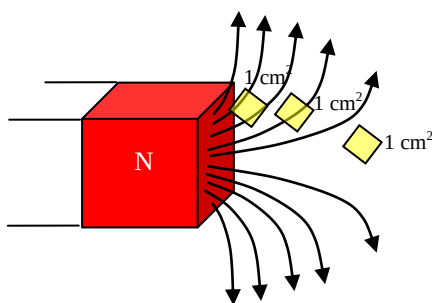


Fig.10.16 - Definição de indução magnética

Assim, o módulo da indução é obtido de:

$$B = \frac{\phi}{S_n} \quad (10.1)$$

Onde: ϕ = Fluxo magnético através da área;
 S_n = Área normal à direção das linhas;

Da equação acima se obtém a unidade da densidade de fluxo magnético.

$$u(B)_{SI} = \frac{u(\phi)_{SI}}{u(S_n)_{SI}} = \frac{1 \text{ Wb}}{1 \text{ m}^2} = 1 \text{ Tesla}$$

Observação: No sistema CGS a unidade de indução é obtida por:

$$u(B)_{CGS} = \frac{u(\phi)_{CGS}}{u(S_n)_{CGS}} = \frac{1 \text{ Maxwell}}{1 \text{ cm}^2} = 1 \text{ Gauss}$$

A relação entre os sistemas é:

$$1 \text{ Tesla} = 10^4 \text{ Gauss}$$

A indução pode ser medida diretamente por gaussímetro (ou teslâmetro) enquanto que o fluxo, quando a secção for perpendicular à indução, pode ser calculado pelo produto da indução pela área da secção.

$$\phi = B \cdot S_n \quad (10.2)$$

Exemplo resolvido 10.1: Um transformador de distribuição trabalha com um campo magnético variável senoidalmente no tempo cuja indução

máxima vale 1,6 T. A figura correspondente à seção transversal do seu núcleo é um retângulo de 12 cm x 10 cm. Calcule a indução máxima em Gauss e o seu fluxo magnético máximo em Maxwell e em Weber.

Solução:

$$S_n = 12 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 120 \text{ cm}^2; 1 \text{ cm}^2 = 1 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\ \rightarrow S_n = 120 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 0,0120 \text{ m}^2$$

$$B_{\max} = 1,6 \text{ T}; \quad 1 \text{ T} = 10000 \text{ Gauss} \\ B_{\max} = 1,6 \text{ T} \rightarrow B_{\max} = 16000 \text{ Gauss}$$

$$\phi_{\max} = B_{\max} \cdot S_n = 1,6 \text{ T} \times 120 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = \\ \phi_{\max} = 0,0192 \text{ Wb} = 19,2 \text{ mWb}$$

$$1 \text{ Wb} = 1 \times 10^8 \text{ Maxwell} \rightarrow \phi_{\max} = 19,2 \text{ mWb} = \\ = 19,2 \times 10^{-3} \times 10^8 \text{ Maxwell} = 1,920 \times 10^6 \text{ Maxwell}$$

Na maioria dos casos práticos a seção (ou corte) é transversal à direção das linhas de força mas em alguns casos é oblíqua.

Para ajudar nas definições, usamos na Figura 10.17 o vetor normal $\mathbf{n}$, cujo módulo é 1 e cuja direção é perpendicular à superfície.

Quando o vetor indução ($\mathbf{B}$) não for perpendicular à seção pode-se decompô-la em duas componentes ortogonais: Componente normal e a componente tangencial.

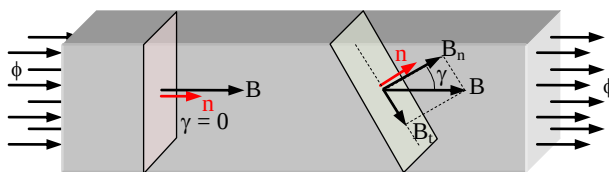


Fig.10.17 - Posição relativa entre seção e o vetor indução

A componente B_n é normal à superfície enquanto que B_t é tangencial à mesma.

Evidentemente, é a componente normal que determina a passagem do fluxo através da superfície S . Assim, supondo que indução B seja constante ao longo da área S , temos:

$$\phi = B_n \cdot S \text{ mas } B_n = B \cdot \cos \gamma \text{ daí:}$$

$$\phi = B \cdot S \cdot \cos \gamma \quad (10.3)$$

onde: γ = ângulo entre a normal e a indução

Exemplo resolvido 10.2: Uma bobina retangular de uma máquina girante, em um dado momento, tem o seu eixo magnético (direção da normal) formando um ângulo de $36,87^\circ$ com a direção do vetor indução B . Sabe-se que o campo magnético é uniforme, que a sua indução vale $0,5 \text{ T}$ e que os lados da bobina valem 8 cm e 4 cm . Pede-se calcular o valor do fluxo através da bobina naquele momento e no momento em que estiver no seu máximo valor.

Solução: A área da bobina vale:

$$S = 8 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} = 32 \text{ cm}^2$$

Como a direção da indução não é perpendicular à superfície deve-se considerar o ângulo entre a normal e a indução que, no caso, é $36,87^\circ$. Assim temos:

$$\phi = B \cdot S \cdot \cos \gamma = 0,5 \text{ T} \times 32 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \times \cos 36,87^\circ = 0,5 \text{ T} \times 32 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \times 0,8 = 1,28 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

O fluxo máximo ocorrerá quando a indução e a normal forem paralelas.

$$\phi = B \cdot S \cdot \cos \gamma = 0,5 \text{ T} \times 32 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \times \cos 0^\circ = 1,6 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

10.12 - FORÇA SOBRE CARGA ELÉTRICA EM MOVIMENTO

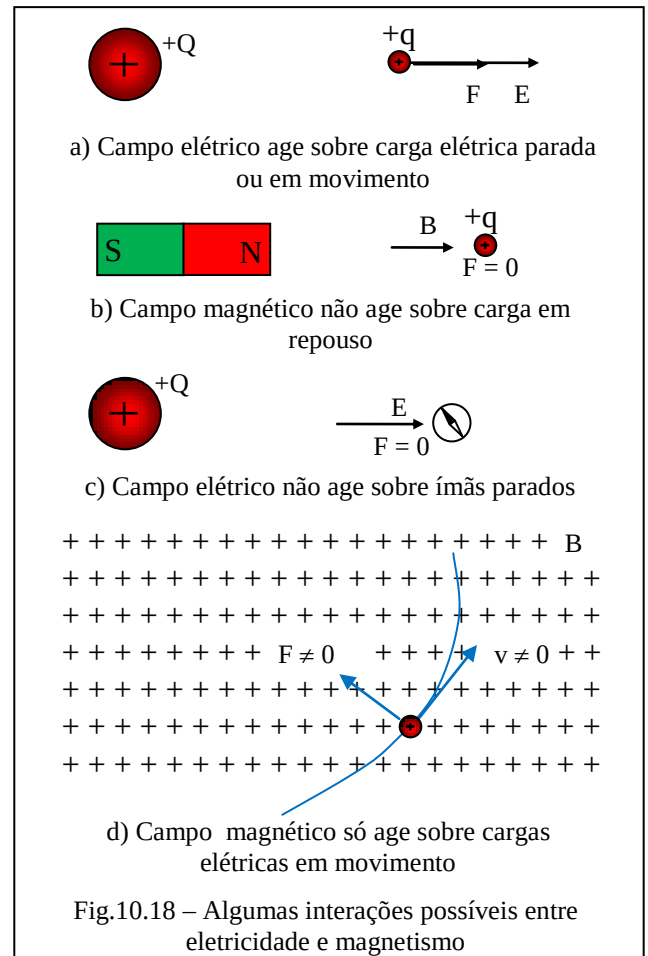
Apesar da eletricidade e do magnetismo serem praticamente duas faces de um mesmo fenômeno, a interação entre eletricidade e magnetismo não acontece de forma universal, só em determinadas circunstâncias.

Na figura 10.18 são apresentadas algumas situações em que isso é analisado.

O campo elétrico sempre age sobre cargas elétricas independentemente se elas estiverem paradas ou em movimento. No entanto, a interação entre campo elétrico e ímã e entre campo magnético e carga elétrica só ocorre na presença de movimento relativo entre eles.

A interação mais útil neste momento do estudo é a ação de um campo magnético estático sobre uma carga pontual elétrica em movimento.

Nas pesquisas realizadas percebeu-se que a força que age sobre uma carga lançada dentro de um campo magnético é sempre perpendicular ao plano que contém a velocidade e a indução. Verificou-se também que o módulo da força é proporcional à indução magnética, à velocidade da carga, ao valor da carga e ao seno do ângulo entre a velocidade da carga e as linhas de indução (α).



Transformando a proporcionalidade em equação tem-se no SI:

$$F = B \cdot v \cdot q \cdot \sin \alpha \quad (10.4)$$

Onde: F = Força magnética (N);
 B = Indução magnética (T);
 v = Velocidade da carga (m/s);
 q = Valor da carga (C).
 α = Ângulo entre v e B .

O sentido da força é dado por uma regra prática chamada de regra dos três dedos da mão esquerda. Dispõe-se inicialmente os três dedos da mão esquerda a 90° entre si. O indicador deve ficar no sentido de B , o médio no sentido de v e o polegar dá o sentido da força F sobre a carga elétrica positiva em movimento.

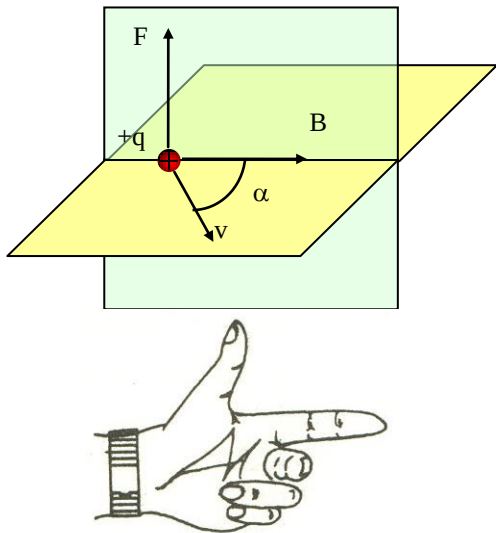


Fig.10.19 - Regra dos três dedos da mão esquerda

Caso a carga esteja em repouso ou se desloque na mesma direção das linhas de força, nenhuma força aparecerá sobre ela. Alguns autores² definem o sentido do vetor B como sendo um dos sentidos de movimento em que a força magnética é nula.

Esse fenômeno eletromagnético é o princípio de muitos outros cuja utilidade é indiscutível na ciência e na tecnologia. Citam-se, por exemplo, a força mecânica sobre condutor percorrido por corrente em campo magnético, a f.e.m. induzida em condutor em movimento dentro de campo magnético, o efeito Hall, etc.

10.13 – FORÇA SOBRE CONDUTOR RETO PERCORRIDO POR CORRENTE

Sabemos que um material condutor tem cargas livres ao longo de todo o seu volume e que a corrente elétrica é o deslocamento dessas cargas, de forma ordenada, num dado sentido.

Num pequeno volume ΔV , contido no trecho Δl do condutor, teremos uma carga Δq em movimento que pode ser calculada por: [Ferenca Jr., p.128]

$$\Delta q = \rho \cdot \Delta V = \rho \cdot \Delta l \cdot S \quad (10.5)$$

Onde: Δq = Carga contida no volume ΔV (C);
 ρ = Densidade volumétrica de cargas livres no material condutor (C/m^3)
 ΔV = Volume que contém as cargas (m^3)
 S = Seção transversal do condutor (m^2)
 Δl = Comprimento do trecho do condutor (m);

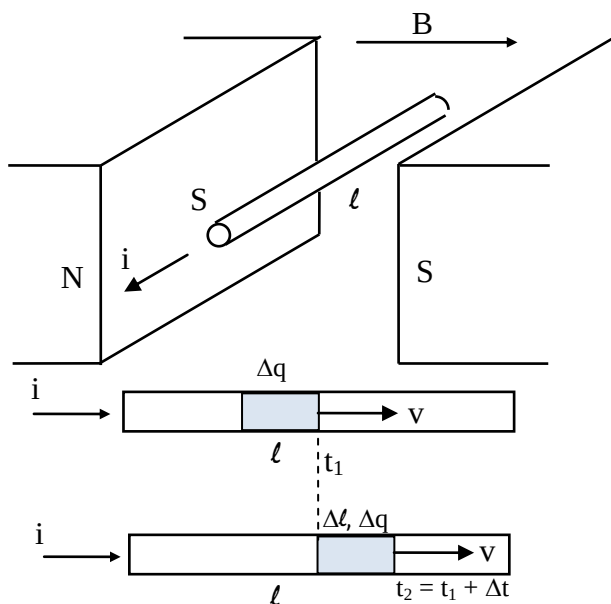


Fig. 10.20 – Cálculo da força sobre condutor percorrido por corrente

Desejamos calcular a velocidade de arrastamento (v) dessa carga em função do valor da intensidade da corrente elétrica, que é uma grandeza mais fácil de ser medida.

Por definição, a intensidade da corrente (I) é a razão entre a carga elétrica que passa numa dada seção S e o intervalo de tempo transcorrido.

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\rho \cdot S \cdot \Delta l}{\Delta t} \quad \text{mas} \quad \frac{\Delta l}{\Delta t} = v$$

$$\log o \quad I = \rho \cdot S \cdot v \quad \text{e por tan to} \quad v = \frac{I}{\rho \cdot S}$$

² Resnick - Física 3, p134.

A força que age sobre a carga Δq é:

$$\Delta F = B.v.\Delta q.\sin\alpha = B.\left(\frac{I}{\rho.S}\right)(\rho.S.\Delta\ell).\sin\alpha$$

$$\text{logo } \Delta F = B.I.\Delta\ell.\sin\alpha$$

Supondo a indução constante ao longo do comprimento do condutor, a força magnética que atua sobre todo o condutor será:

$$F = B.l.I.\sin\alpha \quad (10.6)$$

Onde: F = Força magnética no condutor (N);
 B = Indução magnética do campo (T);
 l = Comprimento do condutor imerso no campo magnético (m);
 I = Intensidade da corrente (A);
 α = Ângulo entre a indução B e direção da corrente no condutor.

O sentido da força pode ser achado aplicando-se a regra dos três dedos da mão esquerda a cada carga, o que dará também o sentido da força sobre o condutor como um todo. Esta regra é, agora, estendida ao condutor percorrido por corrente passando a ser chamada de regra de Fleming da mão esquerda.

O indicador é colocado no sentido da indução (B), o médio no sentido da corrente (I) e o polegar fornece o sentido da força sobre o condutor (F).

Uma forma para memorizar esse fenômeno é analisá-lo como interação entre as linhas de força do campo magnético indutor e o campo magnético do condutor.

Na Figura 10.21 temos o campo do ímã e do condutor individuais e depois combinados.

Percebe-se que na parte superior do condutor há um enfraquecimento do campo e que na parte inferior há um reforço do campo.

Fazendo-se a soma vetorial desses campos percebe-se que há uma deformação das linhas de força em relação ao original e elas agem como se fossem “elásticos distendidos” empurrando o condutor do lado mais forte para o lado mais fraco do campo.

Vê-se que coincide com a regra acima.

Essa força mecânica de origem eletromagnética é a responsável pelo torque dos motores elétricos, pela força dos altofalantes

e de muitos outros equipamentos eletromagnético-mecânicos.

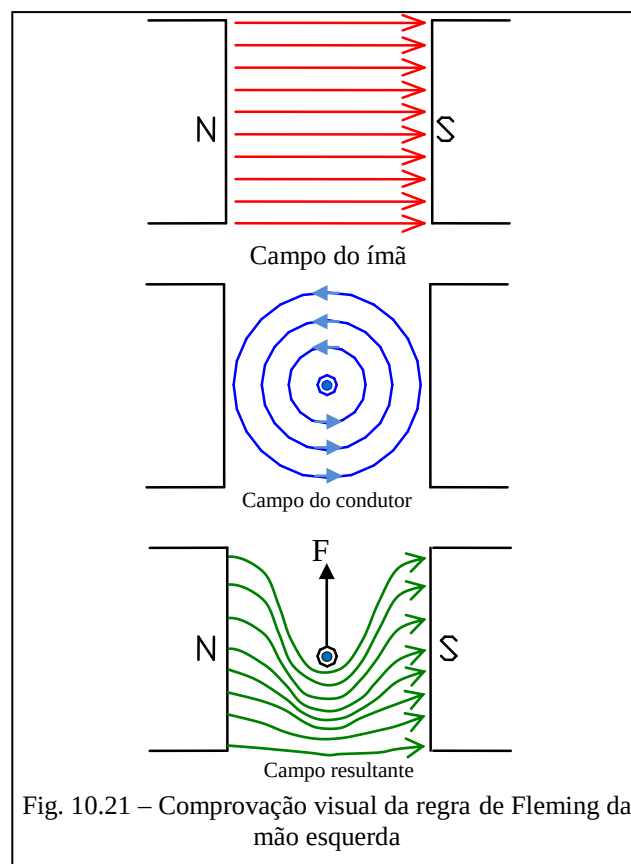


Fig. 10.21 – Comprovação visual da regra de Fleming da mão esquerda

Exemplo resolvido 10.3: Calcular a força que age sobre um condutor retilíneo de 0,45 m de comprimento que está imerso em um campo magnético e perpendicular às linhas de força do mesmo. Sabe-se que o campo pode ser considerado uniforme, que possui uma indução de 0,32 T e que a corrente no mesmo vale 50 A.

Solução: $F = B.l.I.\sin\alpha$

$$F = 0,32 \text{ T} \times 0,45 \text{ m} \times 50 \text{ A} \times \sin 90^\circ = 7,2 \text{ N}$$

Exemplo resolvido 10.4: Calcular a indução necessária para que um condutor retilíneo de 25,4 cm de comprimento, percorrido por uma corrente de 3,8 A, estando a 30° com as linhas de força, produza uma força de 0,25 N.

Solução:

$$F = B.l.I.\sin\alpha \Rightarrow B = F/(l.I.\sin\alpha) = 0,25 \text{ N}/(0,254 \text{ m} \times 3,8 \text{ A} \times \sin 30^\circ) = 0,51 \text{ T}$$

10.14 - INTENSIDADE DE CAMPO MAGNÉTICO E PERMEABILIDADE MAGNÉTICA

Os fenômenos magnéticos são, de um modo geral, proporcionais à indução magnética (B), grandeza já definida em item anterior.

O conhecimento do valor da indução é, portanto, indispensável na maioria dos problemas. As formas de obtenção de uma indução magnética são: através de ímã permanente e através da corrente elétrica.

Por questões didáticas, o estudo quantitativo será restringido apenas ao caso de produção de indução magnética por corrente elétrica, uma vez que o estudo quantitativo dos ímãs permanentes não é de interesse imediato.

A indução magnética depende basicamente de duas grandezas a serem definidas nos itens seguintes:

- Intensidade de campo magnético (H);
- Permeabilidade magnética (μ).

Antecipamos que a relação entre elas é:

$$B = \mu \cdot H$$

10.14.1 - Intensidade de campo magnético

Modernamente, sabe-se que todo fenômeno magnético é criado por movimentos de cargas elétricas, seja por corrente elétrica através de fios, seja pela translação dos elétrons em torno dos núcleos. Um simples fio esticado produz um campo magnético no seu redor que é capaz de magnetizar limalhas de ferro e deflexionar bússolas na sua vizinhança.

Percebe-se, no entanto, que o fenômeno resulta distribuído ao longo do seu comprimento e perpendicularmente ao mesmo. Seu poder magnetizante resulta fraco e só é perceptível quando altas correntes são impostas ao condutor.

A Figura 10.22 foi construída aplicando-se a regra da mão direita para condutores e um pouco de imaginação.

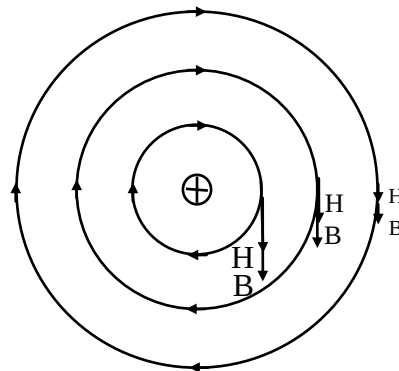


Fig. 10.22 – Intensidade de campo magnético e indução nas proximidades de um fio percorrido por corrente

Em pontos mais afastados do condutor, onde as linhas de força são mais compridas, há uma intensidade de campo magnetizante menor, a ponto de serem necessários instrumentos sensíveis para perceber a sua existência. Já em pontos próximos do condutor o poder magnetizante da corrente é muito maior, porque a mesma quantidade de Ampères é usada para **magnetizar um caminho mais curto**.

Com o intuito de concentrar o campo magnético numa pequena região do espaço para fortalecê-lo e dar-lhe utilidade foram concebidas as bobinas.

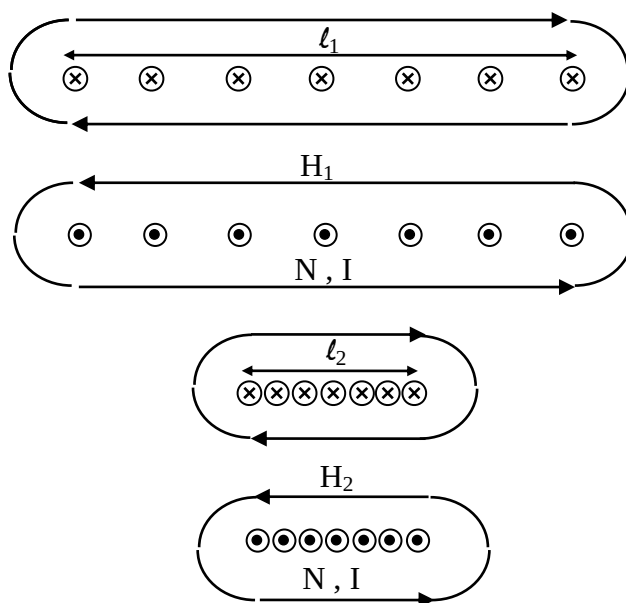


Fig. 10.23 – Intensidades de campo magnético criadas por solenóides percorridos por corrente

As bobinas, encontradas em diversas formas, são constituídas de muitas espiras de fio

isolado enroladas no mesmo sentido. A bobina com formato helicoidal (tubular) é chamada de solenóide.

Nos dois solenóides mostrados na Figura 10.23 percebe-se que a corrente e o número de espiras são os mesmos. No entanto, o comprimento das linhas de força em cada caso é diferente, ou seja, o comprimento do circuito magnético é diferente. No solenóide mais curto obtém-se **maior** intensidade de campo magnético, porque há maior concentração de corrente e espiras por unidade de comprimento do circuito magnético.

Sabe-se que o campo magnético é oriundo da corrente elétrica. Entretanto, a geometria do condutor vai determinar se o poder de magnetização que esta corrente produz será mais ou menos intenso.

A fim de levar em conta o grau de concentração da corrente, para efeitos de magnetização, foi criada a grandeza intensidade de campo magnético (H).

Essa grandeza é, às vezes, chamada de força magnetizante, intensidade de campo indutor ou simplesmente campo indutor.

Definição: Intensidade de campo magnético é um vetor cujo módulo é a razão entre as ampères-espiras magnetizantes e o comprimento do caminho a ser magnetizado e cujo sentido é o mesmo das linhas de força.

Observações:

1. O sentido da intensidade de campo magnético (H) pode ser determinado pelas regras da mão direita já vistas.
2. O comprimento do circuito magnético a ser considerado depende da geometria do mesmo.

A unidade de intensidade de campo magnético, no Sistema Internacional, é 1 Ampère-espira/metro ou 1 Ampère/metro, já que espira é um adimensional (número puro).

$$u(H)_{SI} = 1 \text{ Ae/m ou } 1 \text{ A/m}$$

São também usados os múltiplos e submúltiplos da unidade:

$$1 \text{ kAe/m} = 1000 \text{ Ae/m; } 1 \text{ Ae/cm} = 100 \text{ Ae/m}$$

Resumindo, pode-se dizer que a intensidade de campo magnético (H) é uma grandeza que:

- É vetorial e tem a mesma direção e sentido das linhas de força;
- Depende da corrente elétrica;
- Depende da geometria do circuito elétrico;
- Depende da concentração da corrente magnetizadora ao longo do circuito magnético;
- **Não** depende do meio onde se desenvolverá o campo magnético.

10.14.2 - Permeabilidade magnética

Sejam três solenóides de mesmas dimensões, mesmo número de espiras e mesma corrente, porém com núcleos de materiais diferentes.

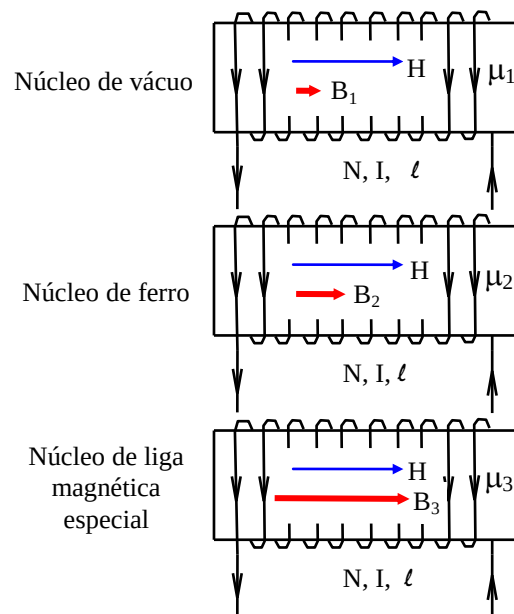


Fig.10.24 – Influência do material dos núcleos

Como se pode ver, a ação de uma mesma intensidade de campo magnético (H) produz diferentes induções (e fluxos) em função do material onde se estabelece o campo magnético.

A grandeza que caracteriza a qualidade magnética do material é a permeabilidade magnética (μ), sendo, portanto, análoga à condutividade para os materiais elétricos.

Permeabilidade magnética absoluta (ou simplesmente permeabilidade) é a constante de proporcionalidade que relaciona a

intensidade do campo magnético (causa) com a indução produzida (efeito).

$$\boxed{B = \mu \cdot H} \quad (10.7)$$

Pode ser considerada como sendo a facilidade com que o material do meio é atravessado pelas linhas de indução.

Colocando-se μ em evidência temos:

$$\boxed{\mu = \frac{B}{H}} \quad (10.8)$$

Da relação 10.8 obtemos sua unidade:

$$u(\mu) = \frac{u(B)}{u(H)} = \frac{T}{A \cdot m} = \frac{T \cdot m}{A \cdot m} = \frac{T \cdot m}{A}$$

A unidade de permeabilidade magnética no SI é Henry/metro (H/m) que é equivalente a Tesla.metro/Ampère

No caso da eletricidade tem-se condutividade nula nos materiais isolantes. No entanto, no magnetismo, não existe a permeabilidade nula e nem isolante magnético.

Um dos piores meios de condução do campo magnético é vácuo e tem permeabilidade absoluta com um valor bem definido:

$$\boxed{\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A ou H/m}} \quad (10.9)$$

Esse meio é tomado como referência na comparação entre os materiais magnéticos. Em função disso, define-se como permeabilidade relativa (μ_r) a razão entre a permeabilidade absoluta de um dado material e a permeabilidade do vácuo.

$$\boxed{\mu_{r \text{ mat}} = \frac{\mu_{\text{mat}}}{\mu_0}} \quad (10.10)$$

$$u(\mu_r) = \frac{T \cdot m/A}{T \cdot m/A} \quad [\text{adimensional}]$$

A permeabilidade relativa simplesmente diz quantas vezes o material é mais permeável que o vácuo.

Daí tem-se que:

$$\boxed{\mu_{\text{mat}} = \mu_{r \text{ mat}} \cdot \mu_0} \quad (10.11)$$

Exemplo resolvido 10.5: Um ferro apresenta uma permeabilidade de $12,57 \times 10^{-4} \text{ H/m}$. Calcular a permeabilidade relativa do mesmo.

Solução:

$$\mu_{r \text{ mat}} = \frac{\mu_{\text{mat}}}{\mu_0} = \frac{12,57 \times 10^{-4} \text{ H/m}}{4 \pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 1000$$

10.14.3-Classificação magnética dos materiais

1 - Materiais não-magnéticos: são os materiais cujas permeabilidades são iguais às do vácuo (ou aproximadamente iguais). Dentro dessa classificação estão, praticamente, todos os materiais da natureza e industrializados.

$$\boxed{\mu_{\text{mat}} = \mu_0} \quad (10.12a) \quad \boxed{\mu_{r \text{ mat}} = 1} \quad (10.12b)$$

Como exemplos clássicos, temos o ar, cobre, alumínio, água, verniz, plásticos, borracha, madeira, etc.

Uma característica importante é que a permeabilidade desses materiais, apesar de pequena, não depende do valor da intensidade do campo magnético (H).

2 - Materiais magnéticos ou ferromagnéticos:

Nesses materiais a permeabilidade magnética é notadamente muito maior do que a do vácuo.

$$\boxed{\mu_{\text{mat}} \gg \mu_0} \quad (10.13a) \quad \boxed{\mu_{r \text{ mat}} \gg 1} \quad (10.13b)$$

Os elementos químicos magnéticos são apenas o ferro, o níquel e o cobalto; porém existem várias ligas dos mesmos que são também magnéticos. (Ver Tabela 10.1).

Nesses materiais a permeabilidade é alta, o que é desejável para a maioria das aplicações.

Como a permeabilidade é variável com a variação da intensidade do campo magnético, poderá haver limitações de uso quando a linearidade for uma característica necessária.

Tabela 10.1 – Permeabilidades relativas de alguns materiais magnéticos

Materiais Ferromagnéticos	$\mu_{r \text{ max}}$
Níquel	50
Cobalto	60
Ferro Fundido	30 a 800
Aço	500 a 5.000
Chapa para dínamo	4.000 a 6.000
Chapa para transformador	5.500 a 8.000
Ferro muito puro	8.000
Liga Metal MU (76 Ni + 1,5 Cr + 4 Cu + Fe)	100.000
Liga Permalloy c/ molibdênio (78,5 Ni + 3,8 Mo + 17,7 Fe)	100.000 a 200.000
Liga Supermalloy (79 Ni + 5 Mo + 16 Fe)	800.000

10.15 - RELAÇÕES ENTRE A CORRENTE E A INTENSIDADE DE CAMPO MAGNÉTICO

10.15.1 – As leis básicas

As relações entre corrente elétrica (I) e a intensidade de campo magnético (H) dependem da geometria do condutor e são expressas pela lei de Biot-Savart e pela lei de Ampère.

A lei de Biot-Savart é geral, mas usa o cálculo diferencial e vetorial. Uma lei menos geral, porém mais didática e que utiliza menos matemática, é devida a Andre Marie Ampère.

Sua dedução é muito difícil; portanto será apenas enunciada e aplicada em alguns exemplos clássicos.

Lei de Ampère (simplificada): dividindo-se uma linha de força magnética em trechos, tem-se que o somatório dos produtos da intensidade do campo magnético (H) pelo comprimento de cada trecho ($\Delta \ell$) é igual à corrente total (I_{env}) envolvida pela linha.

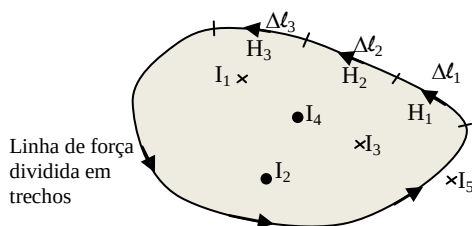


Fig. 10.25 – Lei de Ampère simplificada

$$\sum_{j=1}^m H_j \cdot \Delta \ell_j = I_{\text{env}} \quad (10.14)$$

Expandindo o somatório temos:

$$H_1 \cdot \Delta \ell_1 + H_2 \cdot \Delta \ell_2 + \dots + H_m \cdot \Delta \ell_m = I_{\text{env}} \quad (10.15)$$

Na Figura 10.25 as correntes envolvidas são I_1 , I_2 , I_3 e I_4 , enquanto que I_5 não está envolvida pela linha de força.

Para que seja possível a aplicação da lei de Ampère temos as seguintes condições:

1. A trajetória da linha de força deve ser perfeitamente bem conhecida.
2. O valor do campo magnético (H) deve ser constante ao longo de cada trecho.
3. As unidades devem estar no sistema SI para que $H(\text{Ae/m}) \cdot \Delta \ell(\text{m}) = \text{Ae}$ ou A.

Podemos fazer uma analogia entre a Lei de Ampère e a segunda lei de Kirchhoff. O lado esquerdo da equação é análogo à soma das quedas de tensão numa malha enquanto que o lado direito equivale à soma das f.e.m.s atuando na malha. A lei de Ampère só ficará mais bem entendida após algumas aplicações.

10.15.2 - Fio retilíneo infinito ou muito longo

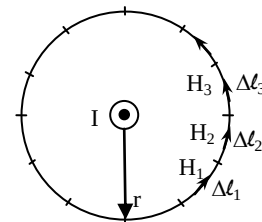


Fig. 10.26 – L.A. aplicada a condutor retilíneo

Considere-se um fio reto, comprido, em que a corrente está saindo do plano do papel.

Sabe-se que, neste caso, as linhas de força são circulares concêntricas como o condutor.

O sentido de H e de B é tangente à circunferência e pode ser descoberto pela regra da mão direita para condutores. Divide-se uma linha de força genérica (circunferência de raio r) em $\underline{m}$ partes.

Sabe-se que a intensidade de campo, além de ser tangente à circunferência em todos

os pontos, tem módulo constante em todos os trechos que se considerar.

Aplicando a lei de Ampère temos:

$$\sum_{j=1}^m H_j \cdot \Delta \ell_j = I_{\text{env}} \text{ ou}$$

$$H_1 \cdot \Delta \ell_1 + H_2 \cdot \Delta \ell_2 + \dots + H_m \cdot \Delta \ell_m = I$$

Por simetria sabe-se que o módulo de H_j é constante em todos os trechos ($H_j = H = \text{cte}$), logo podemos colocá-lo em evidência:

$$H(\Delta \ell_1 + \Delta \ell_2 + \Delta \ell_3 + \dots) = I_{\text{env}} = I$$

Como a soma de todos os trechos fornece a circunferência temos $H(2\pi \cdot r) = I$, o que nos leva finalmente a:

$$\boxed{H = \frac{I}{2\pi r}} \quad (10.16)$$

Onde: H = Intensidade de campo magnético (A/m);

I = Corrente no condutor (A);

r = Distância do ponto ao centro do condutor (m).

Como se pode ver, a intensidade do campo magnético é diretamente proporcional à corrente e inversamente proporcional à distância do ponto ao centro do fio.

A indução nesse local será: $B = \mu \cdot H$

Exemplo resolvido 10.6: Calcular a intensidade de campo magnético e a indução, no ar, a uma distância de 12 mm do centro de um fio retilíneo com uma corrente de 500 A.

Solução:

$$H = I/(2\pi \cdot r) =$$

$$500 \text{ A}/(2\pi \cdot 12 \cdot 10^{-3} \text{ m}) = 6631 \text{ A/m}$$

$$B = \mu_0 \cdot H = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A} \times 6631 \text{ A/m} = 0,00833 \text{ T} = 8,33 \text{ mT}$$

Observe-se que, mesmo com uma corrente enorme no condutor, consegue-se uma indução muito baixa, devido à permeabilidade do ar ser muito pequena.

10.15.3 - Solenóide com núcleo de ar

O solenóide assemelha-se a uma mola helicoidal com seu comprimento sendo bem maior que a sua dimensão transversal. Dessa forma, as linhas de indução são concentradas em todo seu interior; porém, na sua parte externa, como há grande área para o fluxo se distribuir, há pequena concentração das linhas.

A linha de força será então dividida em apenas dois trechos:

O trecho interno, de comprimento L , onde a intensidade do campo magnético é considerada constante e de valor muito maior que a de fora.

O trecho externo, de comprimento desconhecido, porém com campo muito mais fraco a ponto de poder ser desprezado.

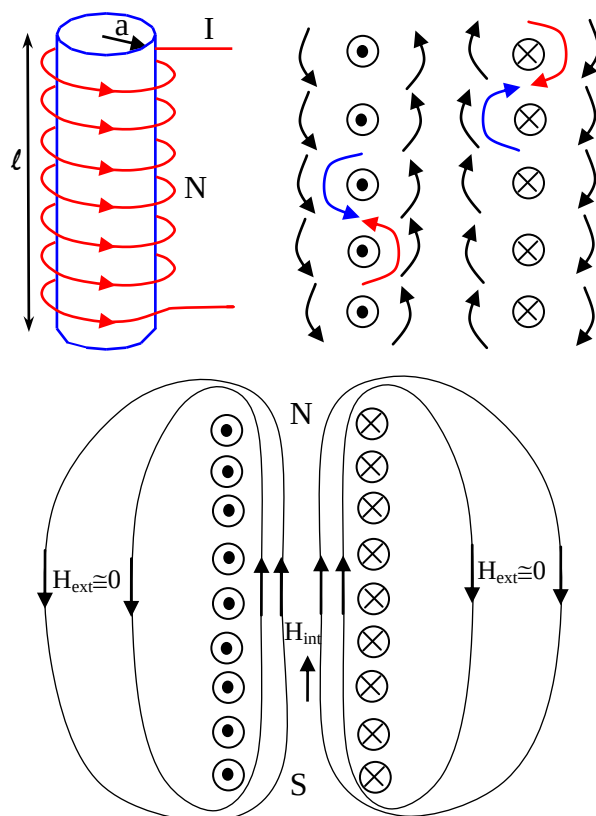


Fig. 10.27 - Solenóide longo e fino

Escolhendo-se uma dada linha de força, tem-se que a corrente total envolvida por ela é N vezes a corrente da bobina.

$$H_{\text{int}} \cdot \ell_{\text{int}} + H_{\text{ext}} \cdot \ell_{\text{ext}} = N \cdot I \text{ mas } H_{\text{ext}} \cong 0 \text{ então}$$

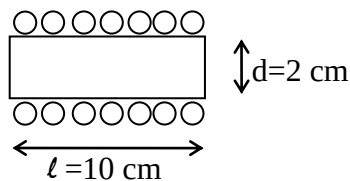
$$H_{\text{int}} \cdot \ell_{\text{int}} = N \cdot I \text{ ou } H \cdot \ell = N \cdot I \text{ logo:}$$

$$H = \frac{N.I}{\ell} \quad (10.17)$$

Onde: H = Intensidade de campo no interior do solenóide (Ae/m);
 ℓ = Comprimento do solenóide (m);
 N = Número de espiras do solenóide;
 I = Corrente no solenóide (A).

Para calcular a indução usa-se $B = \mu_0.H$ e para obter o fluxo no interior do solenóide aplica-se: $\Phi = B.S$

Exemplo resolvido 10.7: Calcular a indução e o fluxo dentro de um solenóide de secção circular, com núcleo de ar, cujo comprimento é 10 cm, o diâmetro interno é 2 cm, o número de espiras é 1000 e a corrente é 10 A.



Solução:

$$H = \frac{n.I}{\ell} = \frac{1000 \cdot 10 \text{ A}}{0,10 \text{ m}} = 100.000 \text{ Ae/m}$$

$$B = \mu_0 \cdot H = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m} \times 100.000 \text{ Ae/m}$$

$$B = 4\pi \cdot 10^{-2} \text{ T} = 0,1257 \text{ T}$$

$$S = \pi \cdot r^2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (0,02 \text{ m})^2}{4} = 3,1416 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\phi = B \cdot S = 0,1257 \text{ T} \times 3,1416 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 39,49 \mu \text{ Wb}$$

10.15.4 – Bobina toroidal

Numa bobina de forma toroidal as linhas de força são circulares e encerradas dentro do núcleo. O valor do campo é constante em toda a extensão das linhas de força e é mais ou menos constante em toda a secção transversal. Para a aplicação da lei de Ampère, escolhe-se a linha de força média e obtém-se o valor médio da intensidade de campo magnético.

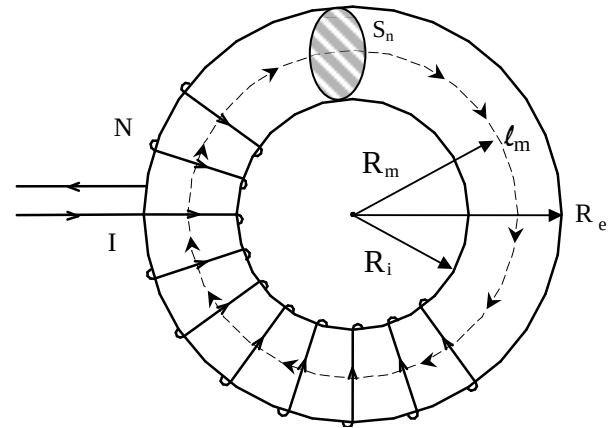


Fig. 10.28 - Toróide

$$\sum_{j=1}^m H_j \cdot \Delta \ell_j = I_{\text{env}} \text{ ou}$$

$$H_1 \cdot \Delta \ell_1 + H_2 \cdot \Delta \ell_2 + \dots + H_m \cdot \Delta \ell_m = N \cdot I$$

Como $H = \text{cte}$ tem-se: $H \cdot (2 \cdot \pi \cdot R_m) = N \cdot I$

$$H = \frac{N \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot R_m} \quad (10.18)$$

Como já foi visto: $B = \mu \cdot H$ e $\Phi = B \cdot S$

Escolhendo-se uma linha de força circular hipotética na sua parte interior ou na exterior do núcleo, a corrente total envolvida é nula e a intensidade de campo (H) também. Isso mostra que o campo magnético existe apenas dentro do núcleo do toróide.

Exemplo resolvido 10.8: Um toróide de secção transversal quadrada tem 2000 espiras e um núcleo de ferro com permeabilidade relativa $\mu_r = 1000$. O raio interno vale 10 cm e o externo 15 cm. Qual deve ser a corrente para produzir a indução de 1,0 T na linha média do núcleo?

Solução: $B = \mu \cdot H = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot H$

$$H = B / (\mu_r \cdot \mu_0) = 1,0 \text{ T} / (1000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m})$$

$$H = 795,8 \text{ Ae/m}$$

$$R_m = (R_{\text{ext}} + R_{\text{int}}) / 2 = (15 \text{ cm} + 10 \text{ cm}) / 2 = 12,5 \text{ cm}$$

$$H = \frac{N \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot R_m} \text{ logo } I = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_m \cdot H}{N}$$

$$I = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0,125 \text{ m} \cdot 795,8 \text{ Ae/m}}{2000} = 0,313 \text{ A}$$

$$S = (15 \text{ cm} - 10 \text{ cm})^2 = 25 \text{ cm}^2 = 25 \times 10^{-4} \text{ m}^2;$$

$$\phi = B \cdot S = 1,0 \text{ T} \times 25 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 25 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

10.16 - FORÇA ENTRE CONDUTORES PARALELOS NO AR

O cálculo da força existente entre dois condutores paralelos percorridos por corrente tem especial significado no dimensionamento de barramentos de painéis de distribuição nas subestações assim como em outras situações, como em linhas aéreas.

Um dos condutores cria certa indução B à qual fica submetido o outro condutor percorrido por corrente e vice-versa.

Cada condutor gera uma força por estar submetido ao campo magnético do outro.

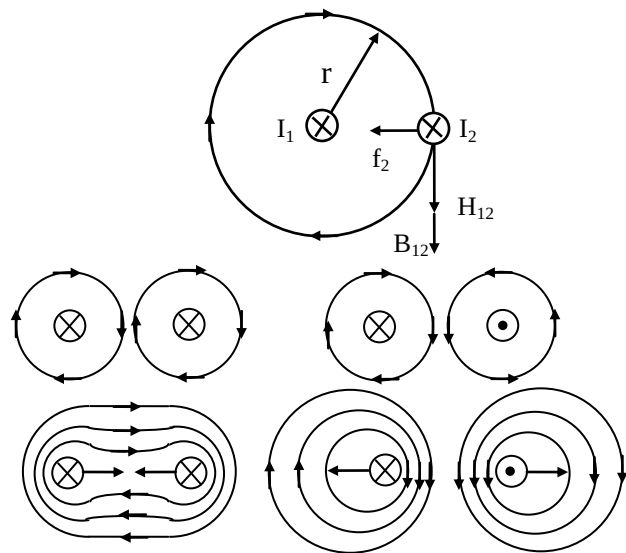


Fig.10.29 - Força em condutores retos e paralelos

Observando-se os sentidos das correntes e os sentidos dos campos e aplicando as regras das mãos podemos identificar que as forças são de atração quando as correntes são no mesmo sentido, e de repulsão para correntes contrárias.

O mesmo pode ser observado pela análise da conformação das linhas de força ao compor os campos dos dois condutores.

A intensidade de campo magnético criado pela corrente I_1 na posição do condutor 2, a uma distância r do centro do condutor 1, é dada por:

$$H_{12} = \frac{I_1}{2\pi \cdot r}$$

Então a indução produzida é: $B_{12} = \mu_0 \cdot H_{12}$.

A força sobre o condutor 2 é dada por:

$$F_2 = B_{12} \cdot \ell_2 \cdot I_2 \text{ portanto tem-se:}$$

$$F_2 = \mu_0 \frac{I_1}{2\pi \cdot r} \ell_2 \cdot I_2 \quad (10.19)$$

Onde todas as grandezas estão no sistema internacional.

Exemplo resolvido 10.9: Calcular a corrente que, circulando em dois barramentos paralelos distanciados de 10 cm, tendo cada um 2,0 m de comprimento, é capaz de produzir 500 N (≈ 50 kgf) de força entre os mesmos.

Solução:

As duas correntes são iguais logo, pondo-se I em evidência, tem-se:

$$F_2 = \mu_0 \frac{I_1}{2\pi \cdot r} \ell_2 \cdot I_1$$

$$I_1 = \sqrt{\frac{2\pi \cdot r \cdot F_2}{\mu_0 \cdot \ell_2}} = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 0,10\text{m} \cdot 500\text{N}}{4\pi \cdot 10^{-7}\text{H/m} \cdot 2,0\text{m}}} = 11180\text{A}$$

Exemplo resolvido 10.10:

A unidade Ampère do SI é definida como a corrente capaz de gerar certa força F para condutores retos de 1,0 m de comprimento afastados de 1,0 m no vácuo.

Qual é o valor da força mencionado na definição do Ampère?

Solução:

$$F = \mu_0 \frac{I_1}{2\pi \cdot r} \ell_2 \cdot I_2 = \mu_0 \frac{I_1^2}{2\pi \cdot r} \ell_2 =$$

$$F = 4\pi \times 10^{-7}\text{H/m} \frac{1,0\text{A}^2}{2\pi \cdot 1,0\text{m}} 1,0\text{m} = 2 \times 10^{-7}\text{N}$$

10.17 - CURVAS DE MAGNETIZAÇÃO DOS MATERIAIS FERROMAGNÉTICOS

10.17.1 - Obtenção das curvas

Seja um toróide enrolado com N espiras alimentado com uma corrente I .

O núcleo é feito do material cuja curva de magnetização será levantada.

O comprimento médio do circuito magnético é ℓ_m .

Uma fonte de corrente, um amperímetro e um instrumento para medir a indução no núcleo são necessários.

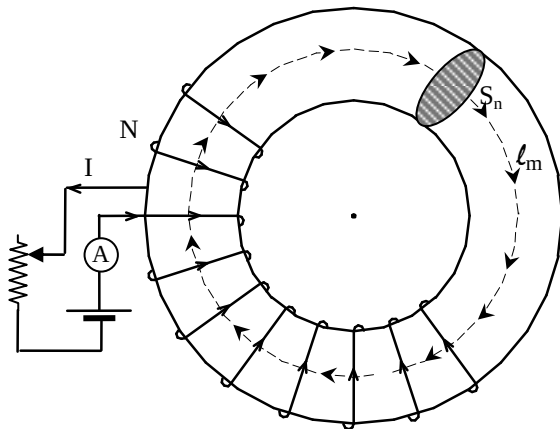


Fig.10.30 - Toróide para ensaio de curva B-H

Em cada ensaio é variada a corrente de 0 até um valor máximo, fazendo com que a intensidade de campo magnético (H) cresça de 0 até um valor máximo (H_m).

Durante o ensaio, para cada valor de H , é feita a medição do valor da indução B correspondente e colocado no gráfico.

Se o núcleo fosse vácuo, ar ou outro material não magnético, ter-se-ia uma relação linear (constante) entre a intensidade de campo magnético H e a indução B , porém a inclinação da linha é muito baixa.

$$B_0 = \mu_0 \cdot H \quad (10.20)$$

Tomemos um ponto P sobre a curva dada pela Figura 10.31. Nota-se que B é o cateto oposto e H é o cateto adjacente ao ângulo α entre a reta que une a origem ao ponto considerado.

Assim a permeabilidade absoluta ($\mu=B/H$) é a tangente do ângulo de inclinação da reta que passa pela origem e pelo ponto P considerado na curva. A Tabela 10.2 contém os pontos da Figura 10.31.

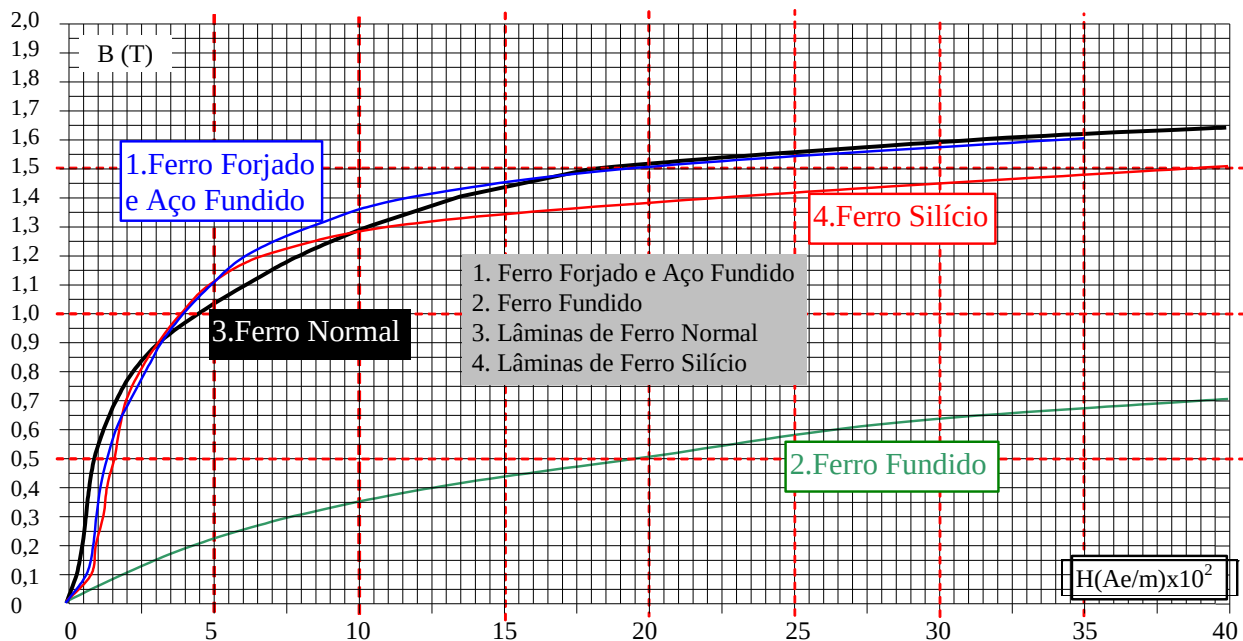


Fig. 10.31 - Curvas B-H parciais de alguns materiais ferromagnéticos

Tabela 10.2 - Curvas de magnetização típicas de alguns materiais

	Ferro forjado e aço fundido	Ferro fundido	Lâminas de ferro normal	Lâminas de ferro-silício
B (T)	H (Ae/m)	H (Ae/m)	H (Ae/m)	H (Ae/m)
0,0	0	0	0	0
0,1	70	200	45	80
0,2	90	450	50	100
0,3	100	800	60	125
0,4	120	1.300	70	145
0,5	140	2.000	90	160
0,6	170	2.800	130	180
0,7	220	4.000	170	200
0,8	270	5.500	230	250
0,9	320	8.000	330	310
1,0	400	11.000	470	400
1,1	500	15.000	630	500
1,2	620	20.000	800	700
1,3	850		1.050	1.200
1,4	1.200		1.350	2.300
1,5	2.000		1.800	4.000
1,6	3.500		3.100	7.500
1,7	6.000		5.200	14.000
1,8	10.000		9.000	24.000
1,9	16.000		14.800	
2,0	25.000		30.000	
2,1	40.000		46.000	
2,2	75.000		67.000	
2,3			90.000	
2,4			120.000	
2,5			153.000	
2,6			190.000	
2,7			230.000	

Fonte: Alfonso Martignoni, Eletrotécnica

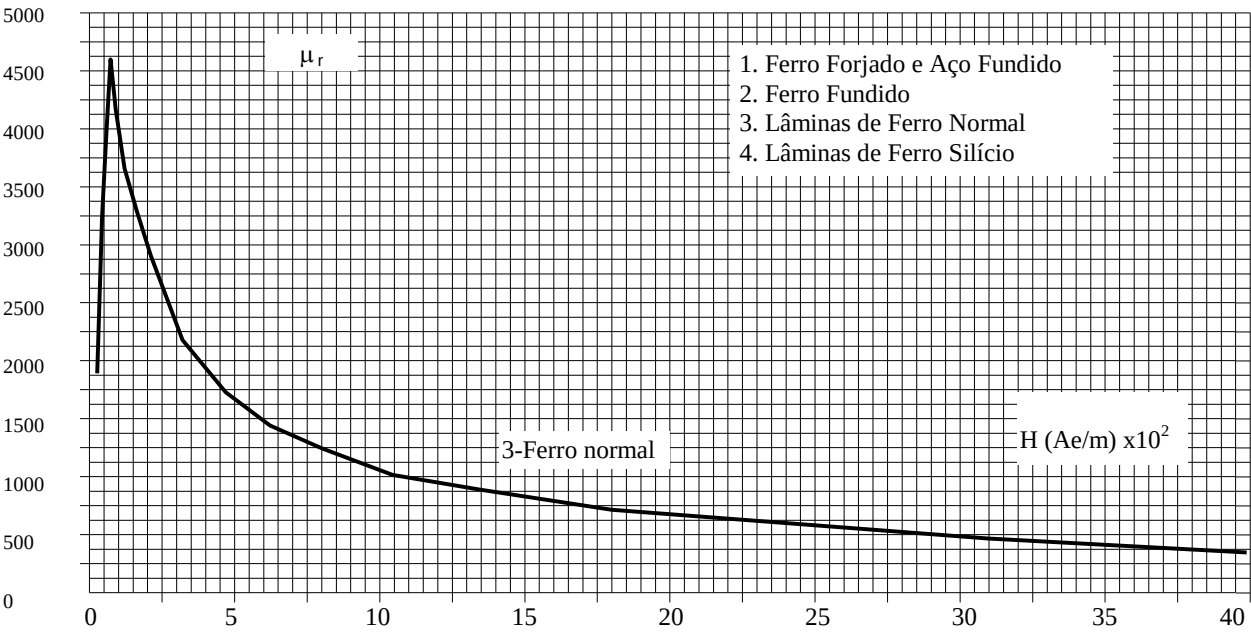


Fig. 10.32 - Curva de permeabilidade relativa $\mu_r \times H$

No caso dos materiais ferromagnéticos, quando a intensidade de campo magnético (H) é aumentada, a indução (B) cresce. Uma parte dessa indução se deve à ação do campo H atuando no vácuo (espaço ocupado pelo núcleo) e a maior parte é devida aos ímãs elementares que se orientam sob a ação do campo H e ajudam decisivamente na produção da indução.

Chega um determinado valor de campo magnético (H) em que os ímãs elementares já estão praticamente todos orientados e a sua contribuição não cresce mais. Chegou-se então à saturação magnética.

A partir desse ponto um aumento do campo H causa um aumento muito pequeno da indução B, como se o campo magnético atuasse no vácuo. Trata-se da primeira parcela já referida. A inclinação da curva B-H fica, então, igual à do campo H atuando no vácuo.

10.17.2 – Variação da permeabilidade com a intensidade do campo

Como se pode ver, esses materiais não apresentam um crescimento linear de B em relação a H, ou seja, a razão $\mu = B/H$ não é constante, depende de H.

Como exemplo, no caso de ferro normal, para $H = 70 \text{ Ae/m}$ tem-se:

$$\mu = 0,4 \text{ T} / 70 \text{ Ae/m} = 5,714 \times 10^{-3} \text{ H/m} \text{ logo}$$

$$\mu_r = \mu / \mu_0 = 5,714 \times 10^{-3} \text{ H/m} / 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m} = 4547$$

Quando o ferro estiver com alta indução, por exemplo, $B = 1,6 \text{ T}$ e $H = 3100 \text{ Ae/m}$, fica:

$$\mu = 1,6 \text{ T} / 3100 \text{ Ae/m} = 0,5161 \times 10^{-3} \text{ H/m} \text{ logo}$$

$$\mu_r = 0,5161 \times 10^{-3} \text{ H/m} / 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m} = 410,7$$

Procedendo-se de modo semelhante para outros valores obtém-se uma curva de permeabilidade relativa em função da intensidade do campo magnético para o ferro normal. (Figura 10.32). É deixado para o estudante fazer a curva de permeabilidade para os outros materiais.

10.17.3- Variação da permeabilidade com a temperatura

A permeabilidade dos materiais varia também com a temperatura. Quanto mais alta é a temperatura, maior é o nível de agitação das moléculas e, portanto, maior é a dificuldade de orientar ou manter orientados os ímãs elementares do material. Numa determinada temperatura os ímãs elementares perdem totalmente a sua orientação, ou seja, o material passa a ser não magnético. Essa temperatura em que a permeabilidade relativa chega a 1 é chamada de temperatura de Curie (pronuncia-se kirrí).

Tabela 10.3 - Temperaturas de Curie

Material	Temperatura de Curie
Níquel-cromo	300°C
Níquel	358°C
Magnetita	585°C
Aço	600 a 700°C
Ferro	770°C
Cobalto	1140°C

10.18 - HISTERESE MAGNÉTICA

10.18.1- O laço de histerese

Considere-se o mesmo toróide que foi usado para levantar a curva de magnetização no item anterior. A fonte de corrente permite variar o valor da corrente e inverter o seu sentido.

Neste ensaio supõe-se que o material é magneticamente virgem, ou seja, nunca tenha sido magnetizado antes.

Inicialmente aumenta-se a excitação da bobina aumentando a intensidade do campo indutor ($H = N.I / \ell$).

A indução vai crescendo segundo a curva 0 - 1 da Figura 10.33 até que seja atingida a saturação magnética quando todos os domínios estão orientados.

Reduz-se o campo H e a indução B decresce, porém o retorno não acontece sobre a linha original e sim segundo a linha 1-2.

Quando o campo magnético H se anula ainda resta certa indução, ou seja, mesmo sem campo indutor externo H os ímãs elementares se mantêm parcialmente orientados.

Define-se como Indução Residual ou Remanente como sendo a indução que se mantém quando o campo H é anulado.

Para anular a indução residual deve-se inverter a corrente (aplicar um campo magnético ao contrário) e ir aumentando gradativamente até que a indução se anule (ponto 3; $B = 0$).

A intensidade de H capaz de levar a indução residual a zero é chamado de campo coercitivo ou força coercitiva (H_c).

Aumentando-se a intensidade de campo (H) no sentido negativo chega-se à saturação do material em sentido contrário (ponto 4).

Reduzindo-se a excitação da bobina magnetizadora a densidade magnética B diminui até chegar ao ponto 5 ($H = 0$), sobrando uma indução residual B_r negativa.

Para anular essa indução residual deve-se inverter o campo magnético H e aumentá-lo até alcançar H_c .

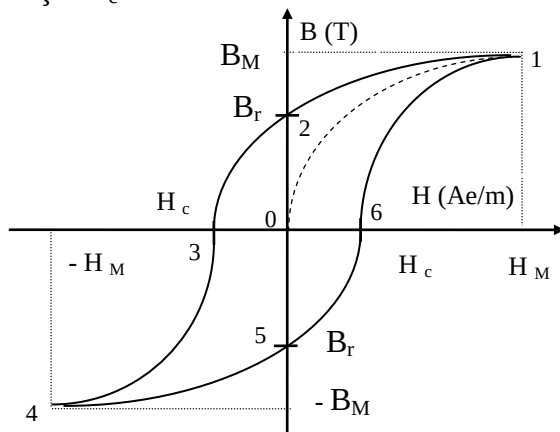


Fig. 10.33 – Curva típica do laço de histerese

Continuando-se a aumentar a intensidade de campo H chega-se novamente à saturação no sentido positivo.

Continuando o procedimento anterior a partir desse ponto a nova curva irá aproximadamente se superpor à anterior, repetindo-se a cada novo ciclo de corrente.

Como se percebeu, o valor da indução segue o valor do campo magnético H com um certo atraso, ou seja, quando H chega a zero B

ainda não chegou, H atinge valores negativos antes dos valores de B atingirem.

Daí surgiu o nome **histeresis** que, em grego, significa atraso (Atraso de B em relação a H).

10.18.2 - Perdas por histerese

No trabalho de orientação e desorientação há perda de energia devido ao atrito entre os ímãs elementares.

Quanto maior a força coercitiva mais difícil se torna a desmagnetização do material e, portanto, mais perdas ocorrem.

Pode-se provar matematicamente que a área dentro do laço de histerese é proporcional às perdas histeréticas. Assim, para o trabalho com corrente variável (ou alternada), é necessário que o laço seja o mais estreito possível para que as perdas sejam o menor possível.

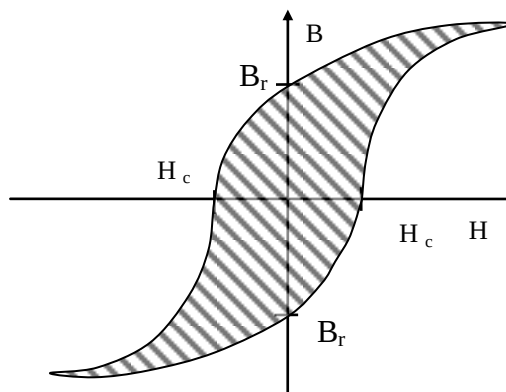


Fig. 10.34 – Área do laço e as perdas

10.19 - CARACTERÍSTICAS DE MATERIAIS PARA ÍMÃS E ELETROÍMÃS

As curvas B - H dos materiais é que diferenciam as suas propriedades para fabricação de ímãs e de eletroímãs.

Os ímãs permanentes ideais devem ter alta coercitividade para que sejam difíceis de serem desmagnetizados, e alta remanência para que apresentem uma boa indução de trabalho. Os ímãs reais dificilmente apresentam as duas características completas juntas.

Os materiais mais usados em ímãs são: aço com alto teor de carbono, ferrite, alnico, samário-cobalto e neodímio-ferro-boro.

Para fabricar eletroímãs o importante é que a indução seja alta para pequenos valores de H (alta permeabilidade) e que a coercitividade e remanência sejam pequenas para que, quando a corrente seja extinta, a indução residual anule-se facilmente.

O material ideal para eletroímãs deveria ter o laço de histerese representando uma reta que passa pela origem e tenha grande inclinação (grande permeabilidade).

Na prática, para fabricação de eletroímãs são usados normalmente aço-doce e o aço-silício. Estes materiais têm alta permeabilidade e pequena força coercitiva, porém tem alta indução residual o que não chega a ser problema, pois é facilmente apagada já que a força coercitiva é muito baixa.

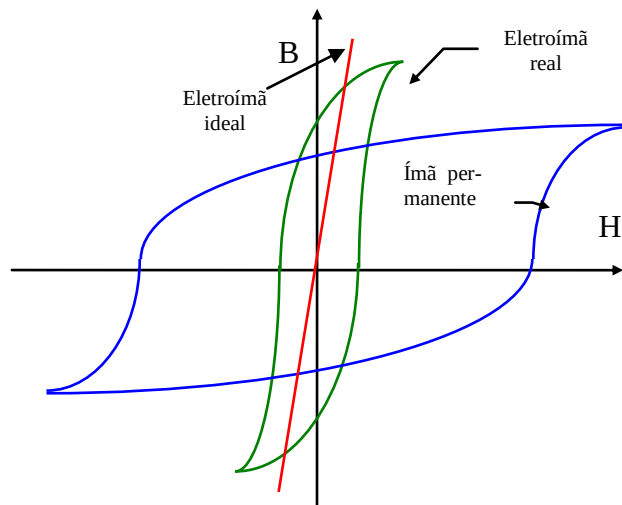
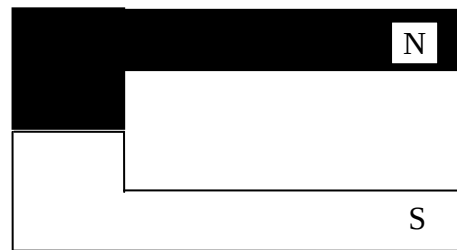


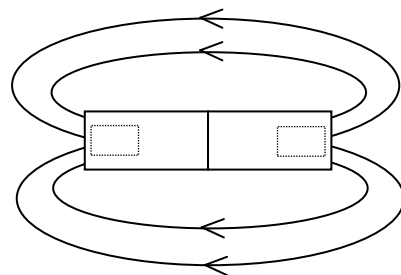
Fig.10.35 - Laços de histerese de ímãs e eletroímãs

Questões e problemas

- 10.1 - Caracterize o ímã natural e os ímãs artificiais (permanentes e temporários).
- 10.2 - O que é polo de um ímã? Como se dá a interação magnética entre dois ímãs?
- 10.3 - Comente as denominações polos sul e norte magnético, comparando-os com os polos geográficos.
- 10.4 - Diga o que é basicamente o campo magnético.
- 10.5 - Faça um desenho representando as linhas de força magnéticas e seu sentido para cada um dos casos abaixo.

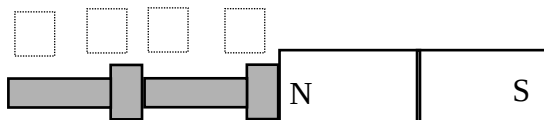


- 10.6 - Indique a polaridade do ímã abaixo, em função do sentido das linhas de força magnéticas, justificando-a.



10.7 - Explique a teoria de Weber-Ewing, inclusive usando desenhos adequados para tal.

10.8 - Para a situação abaixo, explique o motivo da atração dos parafusos de aço pelo ímã permanente e indique nestes as polaridades magnéticas induzidas.



10.9 - Como se pode experimentalmente visualizar alguns domínios magnéticos?

10.10 - Cite os processos de magnetização e desmagnetização de materiais.

10.11 - Explique o que é e como se pode provocar a saturação magnética.

10.12 - Descreva a regra usada para determinar o sentido das linhas de força magnéticas criadas por um condutor retilíneo percorrido por corrente. Idem para bobina percorrida por corrente.

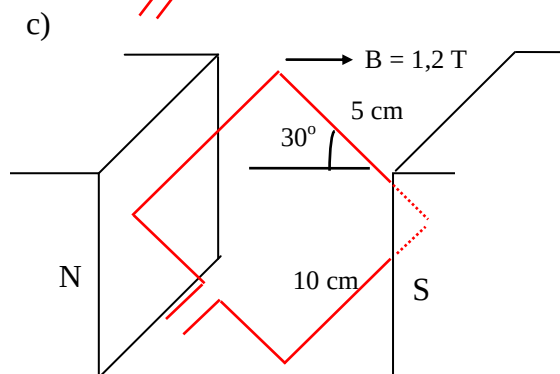
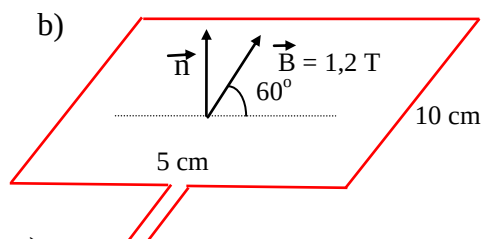
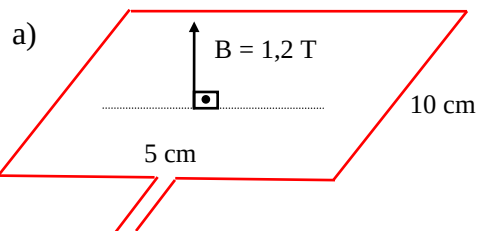
10.13 - Compare as características dos ímãs permanentes e dos eletroímãs.

10.14 - Defina fluxo magnético e indução magnética e cite as suas unidades no sistema MKS.

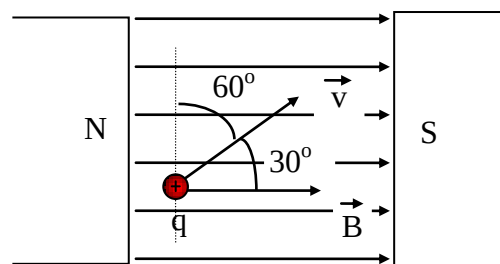
10.15 - Um transformador possui, num instante de tempo, numa das suas colunas, uma indução de 1,5 T. Sabendo-se que a coluna possui uma seção transversal com 144 cm^2 , pede-se calcular o valor do fluxo magnético nesse instante.

10.16 - Um reator de uma lâmpada fluorescente possui um fluxo de 0,36 mWb e este passa por uma seção transversal retangular de ferro de 1,6 cm x 1,5cm. Calcular a indução nesse ponto do núcleo.

10.17 - Calcule o fluxo que atravessa as espiras a seguir.



10.18 - Ache o módulo e o sentido da força que age sobre a carga elétrica positiva em movimento sabendo que a carga $q = 10 \text{ mC}$, a velocidade é 200 m/s e que a indução vale 0,6 T.

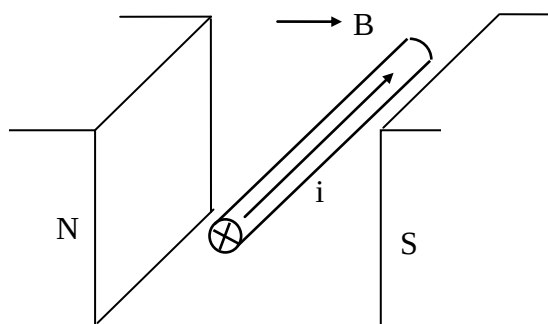


10.19 - Faça três desenhos de modo que cada um mostre, respectivamente, o sentido do campo do ímã, o sentido do campo criado por uma corrente e o sentido do campo resultante. Use-os para mostrar o sentido da força sobre o condutor.

10.20 - Descreva a regra usada para determinar o sentido da força mecânica de origem eletromagnética criada sobre um condutor percorrido por corrente dentro de um campo magnético.

10.21 - Calcule a corrente que deve ser aplicada num condutor retilíneo de 12,7 cm, colocado perpendicularmente às linhas de força de um campo magnético de indução de 0,5 T, para que produza uma força de 0,4N.

10.22 - Descubra o sentido e o módulo da força sobre o condutor percorrido por corrente. Use a regra para carga em movimento e a regra de Fleming adequada.
 $B = 0,3 \text{ T}$, $l = 50 \text{ cm}$, $i = 5 \text{ A}$.



10.23 - Caracterize a grandeza intensidade de campo magnético e cite sua unidade no Sistema MKS.

10.24 - Defina permeabilidade absoluta e permeabilidade relativa e dê as suas unidades no Sistema MKS.

10.25 - Classifique os materiais quanto às propriedades magnéticas usando para isso o conceito de permeabilidade.

10.26 - Enuncie a lei de Ampère.

10.27 - Deduza, pela lei de Ampère, a equação que fornece o valor da intensidade de campo produzido, próximo de um condutor retilíneo com corrente.

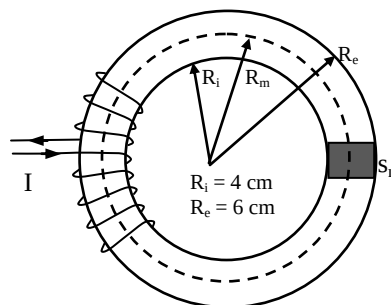
10.28 - Calcule a intensidade de corrente que deve circular num fio retilíneo colocado no ar para produzir uma indução de 0,5 T a uma distância de 5 cm do centro do fio.

10.29 - Uma corrente num condutor esticado produz a 5 cm de distância do mesmo uma intensidade de campo de 7500 Ae/m. Calcular a corrente no fio e a indução no ponto mencionado.

10.30 - Um solenóide com núcleo de ar, com 2 cm de diâmetro por 10 cm de comprimento, tem 1000 espiras enroladas bem juntas. Calcule a corrente para ser obtido um fluxo de 0,1 mWb.

10.31 - Deseja-se construir um solenóide com núcleo de ar, de 1,5 cm de raio e 7,0 cm de comprimento de modo que, percorrido por uma corrente de 600 mA produza, no seu interior, um fluxo de 23 μ Wb. Calcule o número de espiras necessárias.

10.32 - A bobina toroidal clássica da figura abaixo tem secção transversal quadrada e 750 espiras uniformemente distribuídas. Sabe-se que o núcleo de ferro tem permeabilidade relativa 1000. Calcule a indução e o fluxo produzido no mesmo para uma corrente de 0,5 A. O raio interno vale $R_i = 4 \text{ cm}$ e o externo vale $R_e = 6 \text{ cm}$.



10.33 - Refaça o problema 10.32 considerando que a qualidade do ferro é lâmina de ferro normal. Calcule, inicialmente, a permeabilidade absoluta e relativa para essa situação.

10.34 - Considere o toróide da figura da questão 10.32. O material do núcleo é agora ferro fundido e deseja-se saber a corrente necessária para produzir a indução de 1,0 T. Calcule também H , μ e μ_r .

10.35 - Prove, usando as regras adequadas, que as forças entre dois condutores paralelos, percorridos por corrente de mesmo sentido, tendem a aproximá-los.

10.36 - Dois fios paralelos percorridos por uma corrente de 5000 A produzem uma força de 50 kgf por cada metro de comprimento do conjunto. Calcule a distância que os separa.

10.37 - Justifique por que a mesma intensidade de campo produz indução maior no ferro do que no ar. Use os resultados da teoria de Weber-Ewing.

10.38 - Tome valores da curva de magnetização e prove que a permeabilidade relativa dos materiais magnéticos é variável com a intensidade de campo indutor.

10.39 - Defina temperatura de Curie para materiais magnéticos.

10.40 - Justifique porque, a partir de certo valor de intensidade de campo, a indução num material magnético cresce muito lentamente.

10.41 - Defina indução residual e força coercitiva.

10.42 - Desenhe os laços de histerese de materiais próprios para a construção de ímãs permanentes e eletroímãs e justifique.

10.43 - Cite a origem das perdas por histerese num material magnético.

10.44 - Porque um material magnético com força coercitiva alta é ruim para trabalho em um eletroímã alimentado com corrente alternada?

10.45 - Cite as características dos materiais tecnicamente adequados para a construção de ímãs permanentes e eletroímãs.

Respostas selecionadas

10.15- $\phi = 21,6 \text{ mWb}$

10.16 – $B = 1,5 \text{ T}$.

10.17 - a) 6,0 mWb; b) 5,196 mWb; c) 3 mWb

10.18 - $F = 0,6 \text{ N}$ entrando no plano do papel

10.21 – $I = 6,30 \text{ A}$.

10.22 - $F = 0,75 \text{ N}$ para baixo.

10.28 - $I = 125.000 \text{ A}$

10.29 - $I = 2356 \text{ A}$; $B = 9,425 \text{ mT}$.

10.30 - $I = 25,34 \text{ A}$

10.31 - 3021 espiras.

10.32 - $H = 1194 \text{ Ae/m}$; $B = 1,5 \text{ T}$; $\phi = 0,6 \text{ mWb}$

10.33- $\mu_r = 898,7$; $B = 1,348 \text{ T}$; $\phi = 539 \mu\text{Wb}$

10.34 - $H = 11.000 \text{ Ae/m}$; $I = 4,61 \text{ A}$;
 $\mu = 90,91 \times 10^{-6} \text{ H/m}$, $\mu_r = 72,34$

10.36 - $d = 1,0 \text{ cm}$

Capítulo XI – CIRCUITOS MAGNÉTICOS

Carl Friedrich Gauss (1777- 1855)

Carl Friedrich Gauss era filho de camponeses alemães pobres, mas se tornou um dos casos precoces registrados na história da matemática, pois já aos três anos de idade era capaz de efetuar algumas operações aritméticas. Aos dez anos, Gauss iniciou seus estudos de aritmética, espantando ao seu mestre, Buttner, pela facilidade com que completava complicadas operações. Buttner tinha um jovem assistente, Johann Martin Bartels, apaixonado pela matemática, a quem entregou a tarefa de ensinar ao precoce Gauss. Tendo amigos influentes, Bartels fez com que Gauss se tornasse conhecido do duque de Braunschweig, Carl Wilhelm Ferdinand, que financiou seus estudos até sua morte.



Em 1792, Gauss ingressou no Collegium Carolinum onde estudou as obras de Leonhard Euler, Joseph-Louis de Lagrange e Isaac Newton. É nesse período que Gauss principia suas investigações sobre aritmética superior, que lhe dariam o título de "príncipe da matemática". Gauss deixou o Collegium Carolinum para entrar na Universidade de Göttingen. Em 1796 decide-se dedicar-se à matemática. Nesse ano Gauss começa a redigir um diário científico, anotando as suas descobertas. Esse diário só foi divulgado 43 anos após a morte de Gauss, quando, para isso, a Sociedade Real de Göttingen obteve a permissão do neto de Gauss. O diário contém 146 anotações, breves exposições dos descobrimentos feitos pelo seu autor no período de 1796 a 1814. Em 1811 foi observado um cometa e Gauss teve a satisfação de constatar que o astro seguia exatamente a trajetória por ele calculada. Estudou também eletricidade e magnetismo motivo pelo qual a unidade de indução magnética no sistema CGS recebeu o nome Gauss em sua homenagem.

[<http://educacao.uol.com.br/biografias/carl-friedrich-gauss.jhtm>]

11.1 - LEI DE HOPKINSON

Considere-se um circuito magnético tal como o da Figura 11.1. Para obter-se um fluxo constante ao longo do circuito magnético deve-se usar maior número de Ampère-espiras por metro (maior intensidade de campo - H) nos trechos onde a permeabilidade seja menor.

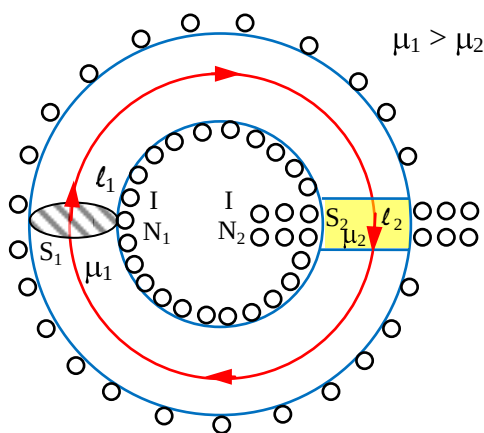


Fig. 11.1 - Posição ideal das bobinas no circuito magnético

Isso fará que o fluxo fique totalmente confinado dentro do núcleo, impedindo que existam linhas de indução passando por caminhos indeterminados.

Aplicando-se a lei de Ampère à linha de força média da Figura 11.1 tem-se:

$$\sum_{j=1}^m H_j \cdot \ell_j = I_t$$

Expandindo do somatório chega-se a:

$$H_1 \cdot \ell_1 + H_2 \cdot \ell_2 = N_1 \cdot I + N_2 \cdot I$$

No entanto: $H_1 = B_1/\mu_1$ e $H_2 = B_2/\mu_2$

Logo:

$$\frac{B_1}{\mu_1} \ell_1 + \frac{B_2}{\mu_2} \ell_2 = N \cdot I \text{ onde: } N = N_1 + N_2$$

$$\text{Mas: } B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} \text{ e } B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2}$$

Devido ao modo de construção referido acima tem-se o mesmo fluxo em todo o circuito.

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi$$

$$\text{Assim: } \frac{\phi}{\mu_1 \cdot S_1} \ell_1 + \frac{\phi}{\mu_2 \cdot S_2} \ell_2 = N \cdot I$$

$$\text{ou } \phi \frac{\ell_1}{\mu_1 \cdot S_1} + \phi \frac{\ell_2}{\mu_2 \cdot S_2} = N \cdot I$$

O produto $N \cdot I$, que é a corrente total envolvida na lei de Ampère, passa agora a ser chamado de força magnetomotriz por ser responsável pela criação do fluxo no núcleo.

Seu símbolo mais comum é $\mathfrak{T}$ e a sua unidade é o Ampère-espira (A.e) ou simplesmente Ampère (A).

$$\mathfrak{T} = N \cdot I \quad (11.1)$$

As variáveis que caracterizam os trechos do circuito magnético são agrupadas e passam a serem chamadas de relutâncias por se comportarem como oposições à passagem do fluxo magnético através do circuito magnético.

$$\mathfrak{R} = \frac{\ell}{\mu \cdot S} \quad (11.2)$$

A unidade de relutância no sistema SI é Ampère-espira por Weber (A.e/Wb) para ser dimensionalmente coerente com as outras variáveis.

Agrupando as variáveis apropriadamente chega-se a:

$$\phi \cdot \mathfrak{R}_1 + \phi \cdot \mathfrak{R}_2 = \mathfrak{T}$$

Pondo-se o fluxo em evidência tem-se:

$$\phi = \frac{\mathfrak{T}}{\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2} \quad (11.3)$$

Com essas definições pode-se expressar a **lei de Hopkinson** que também é conhecida como **lei de Ohm do Eletromagnetismo**.

Enunciado: O fluxo magnético num circuito é diretamente proporcional à f.m.m. aplicada e inversamente proporcional à sua relutância.

Esta equação aparece de diversas formas:

$$\phi = \frac{\mathfrak{T}}{\mathfrak{R}} \quad (11.4) \quad \text{ou} \quad \mathfrak{T} = \phi \cdot \mathfrak{R} \quad (11.5)$$

Na prática é geralmente impossível fazer uma distribuição de espiras como a mostrada na Figura 11.1. A bobina geralmente é colocada em apenas um ou dois locais, de forma a ser possível a sua construção de maneira simples. (Ver Figura 11.2)

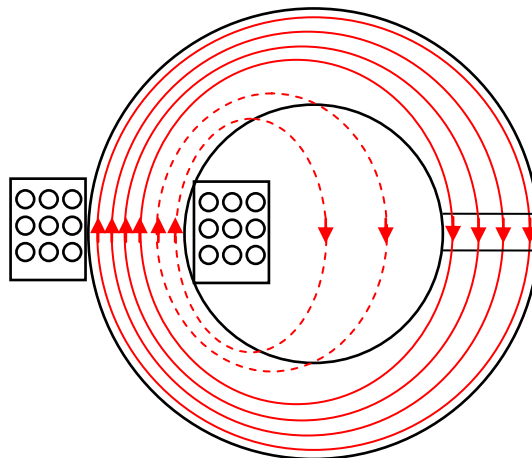


Fig. 11.2 - Bobina de magnetização concentrada num local (não distribuída)

Esse procedimento traz como resultado um fenômeno indesejável, que é a dispersão magnética, ou seja, certa quantia de linhas de força sai (vaza) do caminho limitado pelo núcleo fechando seu circuito através do ar (linhas tracejadas).

Na abordagem simplificada será desprezada a dispersão magnética e o fluxo será tomado como constante ao longo do circuito magnético.

11.2 - ANALOGIA ENTRE CIRCUITO MAGNÉTICO E CIRCUITO ELÉTRICO

Estes novos conceitos não existem por acaso. Eles foram criados justamente por analogia com o circuito elétrico a fim de melhorar a compreensão dos circuitos magnéticos.

No exemplo mostrado na Figura 11.3, para o circuito elétrico e para o circuito magnético, tem-se respectivamente:

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (11.6)$$

$$\phi = \frac{\mathfrak{T}}{\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 + \mathfrak{R}_3} \quad (11.7)$$

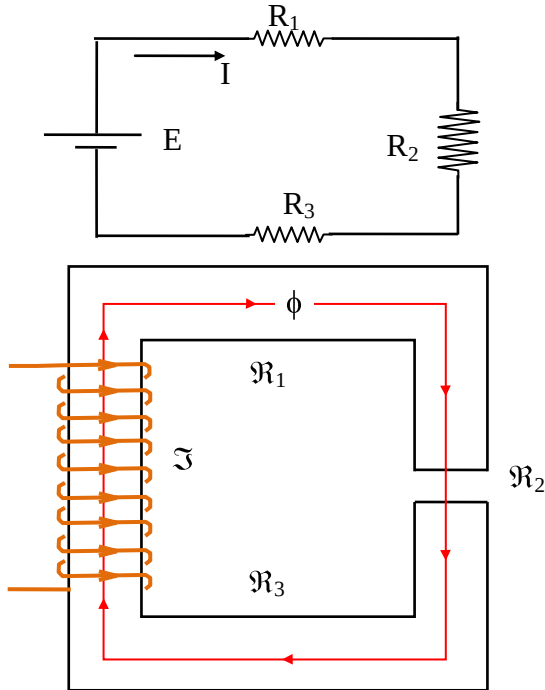


Fig. 11.3 - Circuito magnético e seu análogo elétrico

Os outros equacionamentos usados em circuitos elétricos também podem ser usados com algumas restrições. Deve-se salientar, no entanto, que o fluxo magnético não contém nenhum movimento físico de partículas ou algo semelhante. O fluxo é, na verdade, o produto da indução pela área da seção transversal e tem uma orientação dada pelo sentido das linhas de força.

Como a permeabilidade dos materiais magnéticos depende da indução, a relutância é variável com a variação do fluxo. O conceito de relutância, portanto, é mais útil qualitativamente do que quantitativamente.

Para o cálculo de circuitos magnéticos práticos, a lei de Ampère é mais rápida. Ela é análoga à segunda lei de Kirchhoff, onde o lado esquerdo representa as quedas de tensão e o lado direito a soma das f.e.m.s existentes.

11.3 - APLICAÇÃO DA LEI DE AMPÈRE A CIRCUITOS MAGNÉTICOS CLÁSSICOS

11.3.1 - Circuito magnético homogêneo

Será suposto, inicialmente, que o circuito magnético seja homogêneo, isto é, que as seções transversais sejam constantes e que os materiais sejam os mesmos em toda a extensão do circuito.

Isso implica na ausência de entreferros (frestas de ar) no caminho do fluxo. Outra suposição simplificadora é que o fluxo fica totalmente confinado no núcleo sem que haja dispersão de fluxo pelo ar. Como o fluxo é constante ao longo do circuito, isto fará que a indução (B) e a intensidade de campo (H) sejam constantes.

Olhando-se o circuito magnético da Figura 11.4 verifica-se ser razoável dividi-lo em quatro partes para aplicação da lei de Ampère, como é mostrado a seguir.

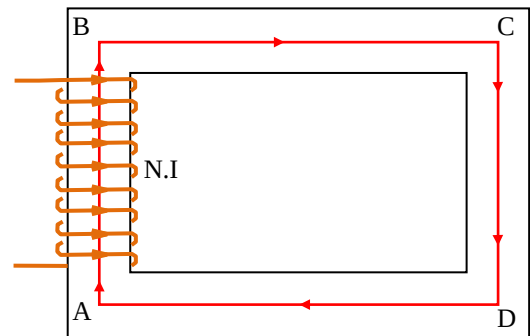


Fig.11.4 - Circuito magnético de material homogêneo

$$\sum_{j=1}^4 H_j \cdot \Delta \ell_j = I_t = N.I \Rightarrow$$

$$H_{AB} \cdot \ell_{AB} + H_{BC} \cdot \ell_{BC} + H_{CD} \cdot \ell_{CD} + H_{DA} \cdot \ell_{DA} = N.I$$

$$\text{Mas } H_{AB} = H_{BC} = H_{CD} = H_{DA} = \text{cte} = H_n$$

$$\text{Assim: } H_n (\ell_{AB} + \ell_{BC} + \ell_{CD} + \ell_{DA}) = N.I$$

$$H_n \cdot \ell_n = N.I \quad \text{e, por fim, tem-se:}$$

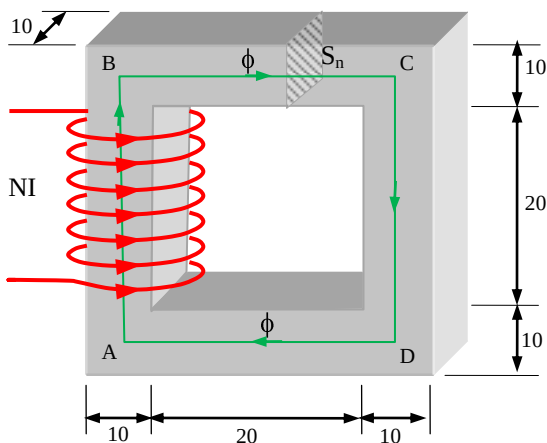
$$\boxed{H_n = N.I / \ell_n} \quad (11.8)$$

Onde: ℓ_n = comprimento médio no núcleo (m).

A solução de um problema assim se assemelha ao cálculo de um toróide. Tanto se pode fornecer a f.m.m. e buscar o fluxo produzido como se pode procurar a f.m.m. necessária para a produção de um dado fluxo.

Em ambos os casos se deve calcular a indução (B) ou a intensidade de campo (H) e entrar na curva B-H (ou tabela B-H) a fim de encontrar o valor do outro. Caso a tabela não contenha exatamente os valores que se deseja, deve-se fazer uma interpolação.

Exemplo resolvido 11.1: O circuito magnético abaixo tem 1000 espiras e é feito de ferro forjado. Calcular a intensidade do campo, a indução e o fluxo para uma corrente de 10 A.



Todas as dimensões estão em centímetros.

Solução: Aplicando-se a lei de Ampère tem-se:

$$N.I = H_{AB} \cdot \ell_{AB} + H_{BC} \cdot \ell_{BC} + H_{CD} \cdot \ell_{CD} + H_{DA} \cdot \ell_{DA}$$

Como o fluxo e as seções são constantes tem-se $B = \text{cte}$.

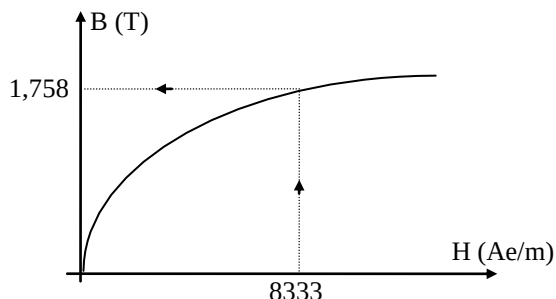
Como a indução e o material são constantes tem-se $H = \text{cte} = H_n$; logo se pode por H_n em evidência.

$$N.I = H_n (\ell_{AB} + \ell_{BC} + \ell_{CD} + \ell_{DA}) \quad N.I = H_n \cdot \ell_n$$

$$H_n = N.I / \ell_n = 10 \text{ A} \cdot 1000 \text{ e} / (0,30 \text{ m} \cdot 4) =$$

$$H_n = 8.333 \text{ Ae/m}$$

Com o valor da intensidade de campo (H) entra-se na curva (ou tabela) do ferro forjado e obtém-se, por interpolação linear, o valor da indução B.



B (T)	H (Ae/m)
1,7	6.000
B	8.333
1,8	10.000

$$\frac{B - 1,7}{1,8 - 1,7} = \frac{8.333 - 6.000}{10.000 - 6.000} \Rightarrow$$

$$B = \left[\frac{2.333}{4.000} \right] \cdot 0,1 + 1,7 \Rightarrow B = 1,758 \text{ T}$$

Para calcular o fluxo deve-se conhecer a área da seção transversal que, neste caso, é um quadrado com 10 cm de lado.

$$S = \text{lado}^2 = 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2 = 100 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\phi = B \cdot S = 1,758 \text{ T} \times 100 \times 10^{-4} \text{ m}^2 =$$

$$\phi = 175,8 \times 10^{-4} = 17,58 \times 10^{-3} \text{ Wb} = 17,58 \text{ mWb}$$

Exemplo resolvido 11.2: Calcular o fluxo no caso anterior com a lei de Hopkinson.

Solução: Deve-se, obrigatoriamente, entrar na curva BH para obter B ou H, um em função do outro, e com isto conhecer a permeabilidade absoluta do ferro forjado. Para a intensidade de campo H criado pela corrente de 10 A tem-se:

$$\mu = B/H = 1,758 \text{ T} / 8.333 \text{ Ae/m} = 0,211 \times 10^{-3} \text{ H/m}$$

$$\mu_r = 0,211 \times 10^{-3} \text{ H/m} / 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m} = 167,9$$

Agora se pode calcular a relutância do circuito magnético.

$$\mathcal{R} = \frac{\ell}{\mu S} = \frac{1,20\text{m}}{0,211 \times 10^{-3} \text{H/m} \cdot 100 \times 10^{-4} \text{m}^2} =$$

$$\mathcal{R} = 568.700 \text{ Ae/Wb}$$

Aplicando a lei de Hopkinson tem-se:

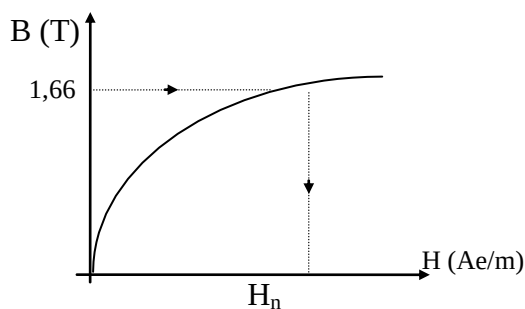
$$\phi = \frac{\mathfrak{T}}{\mathcal{R}} = \frac{1000 \times 10 \text{A}}{568.700 \text{ Ae/Wb}} = 17,58 \times 10^{-3} \text{ Wb} =$$

$$\phi = 17,58 \text{ mWb}$$

Exemplo resolvido 11.3: Seja o mesmo circuito magnético do exemplo anterior. Calcular a corrente necessária para a produção de um fluxo de 16,6 mWb.

Solução: Para entrar na curva de magnetização, deve-se conhecer B ou H e, assim, se pode calcular a indução B a partir do fluxo e da área da seção transversal.

$$B = \phi/S = 16,6 \times 10^{-3} \text{ Wb} / 100 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 1,66 \text{ T}$$



B (T)	H (Ae/m)
1,6	3.500
1,66	H_n
1,7	6.000

$$\frac{H - 3500}{6000 - 3500} = \frac{1,66 - 1,6}{1,7 - 1,6} \Rightarrow$$

$$H = \frac{0,06}{0,10} \cdot 2500 + 3500 \Rightarrow H = 5000 \text{ Ae/m}$$

$$N \cdot I = H_n \cdot \ell_n = 5000 \text{ Ae/m} \cdot 1,2 \text{ m} = 6000 \text{ Ae}$$

$$I = 6000 \text{ Ae} / 1000e \quad I = 6,0 \text{ A}$$

Exemplo resolvido 11.4: Calcular a corrente do caso acima usando a lei de Hopkinson.

Solução: Aproveitando alguns valores já calculados tem-se:

$$\mu = B/H = 1,66 \text{ T} / 5000 \text{ Ae/m} = 0,332 \times 10^{-3} \text{ H/m}$$

$$\mathcal{R} = \frac{\ell}{\mu S} = \frac{1,20\text{m}}{0,332 \times 10^{-3} \text{H/m} \cdot 100 \times 10^{-4} \text{m}^2} =$$

$$\mathcal{R} = 361.400 \text{ Ae/Wb}$$

$$\mathfrak{T} = \phi \cdot \mathcal{R} = 16,6 \times 10^{-3} \text{ Wb} \cdot 361.400 \text{ Ae/Wb}$$

$$\mathfrak{T} = 6000 \text{ Ae}$$

$$I = \mathfrak{T} / N = 6000 \text{ Ae} / 1000e \quad I = 6,0 \text{ A}$$

11.3.2 - Circuito magnético não-homogêneo

Quando o circuito magnético contém entreferros, seções variáveis e/ou mesmo materiais diferentes, o valor da intensidade de campo H é variável ao longo do circuito.

Dessa forma não se pode, analiticamente, calcular o valor do campo H a partir de um valor dado de corrente, porque a lei de Ampère apresentaria vários valores incógnitos (H_1, H_2, H_3 , etc).

Nesse caso, pode-se apenas calcular o valor da corrente (ou da f.m.m.) necessária à produção de uma dada indução (ou de um dado fluxo). Pela consideração de que não há dispersão, todo o fluxo é confinado no núcleo sendo, portanto, constante ao longo do circuito magnético.

Através das seções transversais de cada trecho obtêm-se as induções respectivas. No caso do trecho ser de material ferromagnético entra-se com a indução (B) na curva B-H do mesmo e encontra-se a intensidade de campo (H) correspondente.

Se o material for não-magnético a relação entre indução e a intensidade de campo é dada pela permeabilidade absoluta do vácuo e, portanto, nenhuma curva é consultada. Tem-se assim:

$$H = B / \mu_0 = B / (4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}) \quad (11.9)$$

11.4 - DISPERSÃO, EMPILHAMENTO E ESPRAIAMENTO (Opcional)

Os métodos de cálculo que foram utilizados desprezavam certos fenômenos os quais serão agora examinados com maior cuidado.

11.4.1 - Dispersão magnética

Até o presente momento supunha-se que todo o fluxo ficava confinado dentro do núcleo de material ferromagnético e, portanto, todo o fluxo gerado pela bobina atingia a região de interesse. Isso é uma realidade nos circuitos toroidais, porém é uma aproximação nos circuitos reais. A região de interesse pode ser o entreferro ou o local onde está um segundo enrolamento, como nos transformadores.

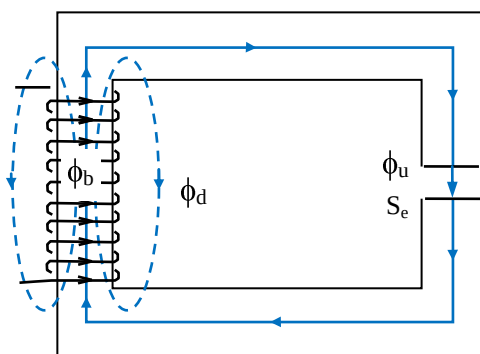


Fig.11.5 - Circuito magnético com dispersão magnética

Na realidade, parte do fluxo gerado pela bobina fecha-se pelo ar, enlaçando apenas a bobina que lhe deu origem e, portanto, não alcançando a região de interesse.

Considerando-se que o fluxo na região de interesse (fluxo útil) seja tomado como referência (100%), a bobina deverá produzir um pouco mais de fluxo para suprir o fluxo disperso.

$$\phi_b = \phi_u + \phi_d; \quad \phi_b = (1,10 \text{ a } 1,25) \phi_u \quad (11.10)$$

Tem-se, então, uma dispersão magnética numa faixa de 10% a 25%, sendo que o valor preciso só é obtido para casos bastante

particulares, onde já haja grande experiência anterior. Dependendo do grau de saturação do ferro, pode acarretar em forte saturação do trecho onde está a bobina levando a grandes erros de cálculo. Na prática, deve-se multiplicar o fluxo útil (a princípio, o fluxo do entreferro) por um coeficiente entre 1,10 e 1,25 para obter o fluxo no trecho de circuito onde está a bobina magnetizadora.

11.4.2 - Fator de empilhamento

Quando é usado núcleo laminado, a isolamento entre as lâminas e o empilhamento não-perfeito do pacote de lâminas faz com que a seção geométrica do núcleo seja ligeiramente superior à seção líquida de ferro ou seção magnética. A relação entre a seção magnética e a seção geométrica do núcleo é chamada de fator de empilhamento.

O fator de empilhamento é fornecido pelo fabricante de aço para uso magnético e sempre recai no entorno de 0,90 a 0,95.

Na prática, multiplica-se a seção geométrica do núcleo por um fator entre 0,90 e 0,95 para obter a área real de ferro.

$$S_m = S_g \cdot k_e, \quad S_m = (0,90 \text{ a } 0,95) S_g \quad (11.11)$$

11.4.3 - Espraçamento

A seção real do entreferro é um pouco maior do que a seção das faces de ferro que o limitam. Isso se deve ao fato de o fluxo procurar um caminho de menor relutância, o que é obtido pelo alargamento das linhas de força ao passar no entreferro. Quanto maior o entreferro maior é o espraçamento.

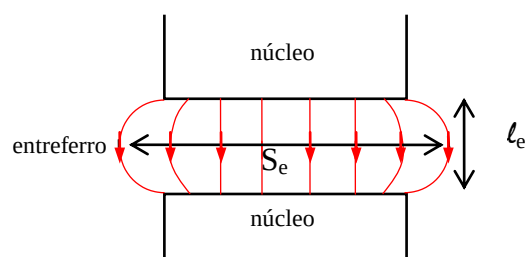


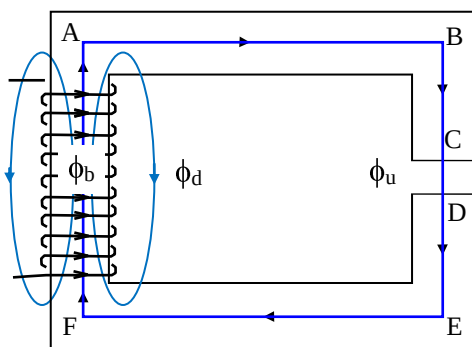
Fig. 11.6 - Fenômeno do espraçamento

Tal fato vem reduzir a relutância do entreferro e deve ser levado em conta. Se o entreferro for pequeno, descobre-se a sua área efetiva acrescentando o comprimento do entreferro (nas mesmas unidades) nos lados do retângulo que o delimita. [ROBINS & MILLER – Análise de Circuitos. FITZGERALD, KINGSLEY & UMANS – Máquinas Elétricas]

$$\boxed{\text{Se} = (a + \ell_e) \cdot (b + \ell_e)} \quad (11.12)$$

Se o entreferro for grande (alguns poucos centímetros) não há nenhum equacionamento confiável. Nesses casos devem ser usados métodos computacionais de cálculo de campo.

Exemplo resolvido 11.6: Seja o mesmo circuito magnético do Exemplo Resolvido 11.5. Deseja-se calcular a corrente na bobina para obter um fluxo de 14,4 mWb no entreferro. Considerar o espraioamento que o fluxo disperso é 15% do fluxo útil (do entreferro) e que o fator de empilhamento é 0,90.



Solução: O fluxo no núcleo sob a bobina será:

$$\begin{aligned}\phi_b &= \phi_u \cdot 1,15 = 14,4 \times 10^{-3} \text{ Wb} \times 1,15 = \\ \phi_b &= 16,56 \times 10^{-3} \text{ Wb}\end{aligned}$$

No resto do circuito magnético será considerado o fluxo aproximadamente igual ao fluxo do entreferro. Isso é uma aproximação, pois o fluxo vai diminuindo desde a bobina até o entreferro.

A seção efetiva do entreferro será calculada por:

$$S_e = (10,0 + 0,2)\text{cm} \cdot (10,0 + 0,2)\text{cm} =$$

$$S_e = 104,0 \text{ cm}^2 = 104,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

A seção magnética do ferro é calculada pela seção geométrica e pelo fator de empilhamento.

$$S_m = 100 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \times 0,90 = 90 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Dividindo-se os fluxos pelas áreas das seções transversais, obtêm-se as densidades magnéticas nos diversos trechos.

Com as induções no ferro entra-se na tabela B-H do ferro normal e obtêm-se os valores das intensidades de campo.

B = 1,6 T =>Tabela => H = 3.100 Ae/m
B = 1,84 T =>Tabela => H = 11.320 Ae/m

Conhecidos os comprimentos de cada trecho pode-se montar a tabela abaixo, a qual é muito própria para circuitos mais complexos.

No Exemplo 11.5, com material semelhante, sem estas considerações, a f.m.m. seria 4113 Ae o que corresponde a uma enorme diferença. Neste caso foi mostrada uma situação bastante extrema, pois o fluxo disperso elevou a indução no trecho dentro da bobina a ponto de saturá-lo acentuadamente.

Trecho	Material	ϕ (Wb)	S (m ²)	B (T)	H (Ae/m)	ℓ (m)	H. ℓ (A.e)
AB	Fe normal	14,4 x10 ⁻³	90 x 10 ⁻⁴	1,6	3100	0,30	930
BC	Fe normal	14,4 x10 ⁻³	90 x 10 ⁻⁴	1,6	3100	0,149	461,9
CD	ar	14,4 x10 ⁻³	104 x 10 ⁻⁴	1,38	1.098.000	0,002	2196
DE	Fe normal	14,4 x10 ⁻³	90 x 10 ⁻⁴	1,6	3100	0,149	461,9
EF	Fe normal	14,4 x10 ⁻³	90 x 10 ⁻⁴	1,6	3100	0,30	930
FA	Fe normal	16,56x10 ⁻³	90 x 10 ⁻⁴	1,84	11320	0,30	3396
						$\Sigma =$	8375,8

11.5 - TIPOS BÁSICOS DE ELETROÍMÃS

11.5.1 - Campainha

A campainha ou cigarra contém uma lâmina de ferro, que é atraída quando circula corrente na bobina. A mais comum usa corrente alternada para que haja vibração naturalmente. As campainhas de C.C. devem ter um contato automático para produzir o ruído.

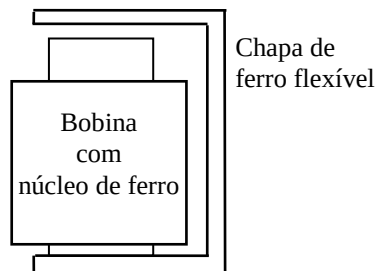


Fig.11.7 – Campainha ou cigarra

11.5.2 - Chaves magnéticas

As chaves magnéticas (contatores e relés) são dispositivos que são comandados à distância através da alimentação de sua bobina com corrente elétrica. Enquanto houver corrente na bobina existe força de atração sobre a âncora, vencendo as molas e fechando os contatos elétricos. Quando a corrente cessa, as molas afastam imediatamente a âncora do núcleo, desligando o circuito elétrico que estava sendo comandado pelo dispositivo magnético.

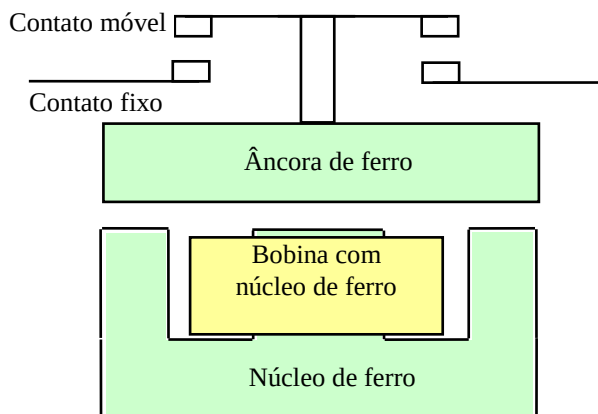


Fig.11.8 – Contator ou relé

11.5.3 - Separador magnético

O separador magnético é usado em esteiras transportadoras para separar materiais ferrosos de não-ferrosos num processo contínuo. Uma polia sobre a qual se apóia a correia transportadora, possui ímãs ou eletroímãs que atraem pedaços de ferro para junto da correia que os arrastam e os largam em outro local.

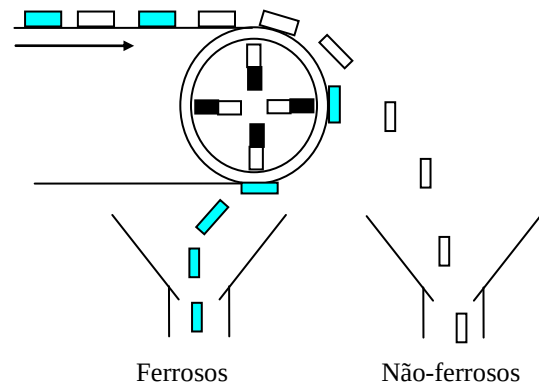


Fig.11.9 - Separador magnético

11.5.4 - Guindaste magnético

O guindaste magnético é muito usado nas usinas siderúrgicas para transportar sucatas de ferro dentro do seu pátio de estocagem. Consta de um poderoso eletroímã cujo circuito magnético completa-se através do núcleo do eletroímã e dos pedaços de ferro a serem transportados¹.



Fig.11.9 - Guindaste magnético para sucatas

¹ <http://pt.dreamstime.com/imagens-de-stock-guindaste-magn-eacutetico-da-sucata-image12895954>

11.6 - FORÇA DE ATRAÇÃO DOS ELETROÍMÃS

Apesar dos eletroímãs serem equipamentos muito comuns e com as mais diversas formas, seu equacionamento analítico é bastante limitado. As equações disponíveis sempre fazem uma série de restrições para que permaneçam confiáveis.

A seguir será apresentada uma equação de força de atração cuja dedução é baseada na variação da energia magnética armazenada em função da variação do comprimento do entreferro. [RESENDE, Materiais usados em Eletrotécnica, FITZGERALD, Máquinas Elétricas; MARTIGNONI, Eletrotécnica]

$$F = \frac{B^2 \cdot S}{2 \cdot \mu_0} \quad (11.13)$$

Onde: F = Força numa face polar com área S e indução B (N);

S = Área de uma face polar (m²);

B = Indução no entreferro (T).

Esta equação foi deduzida levando em conta as seguintes simplificações:

a) A relutância do ferro é considerada desprezível em comparação com a do ar, ou seja, após a atração, a equação deixa de ser precisa.

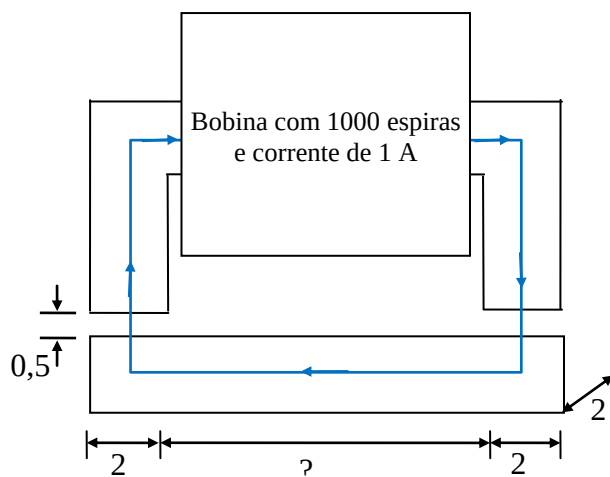
b) A indução deve ser constante em toda a área do entreferro, ou seja, o entreferro não deve exceder alguns milímetros a fim de que o espriamento e a dispersão magnética sejam desprezíveis.

Exemplo resolvido 11.7:

Desprezando espriamento, dispersão magnética e a relutância do ferro, calcular a força de atração sobre a âncora do eletroímã:

a) devido a cada uma das pernas;

b) devido às duas pernas.



Todas as medidas em cm. Profundidade = 2cm

Solução: $S = 2 \times 10^{-2} \text{ m} \times 2 \times 10^{-2} \text{ m} = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

Como a relutância do ferro é desprezível basta calcular o comprimento do caminho magnético nos entreferros:

$$\ell_e = 0,5 \times 10^{-2} \text{ m} \times 2 = 1 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\mathcal{R} = \frac{\ell}{\mu_0 \cdot S} = \frac{1 \times 10^{-2} \text{ m}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m} \times 4 \times 10^{-4} \text{ m}^2} =$$

$$\mathcal{R} = 1,99 \times 10^{+7} \text{ Ae/Wb}$$

$$\phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}} = \frac{1000 \text{ e. } 1 \text{ A}}{1,99 \times 10^{+7} \text{ Ae/Wb}} = 50,25 \mu \text{ Wb}$$

$$B = \frac{\phi}{S} = \frac{50,25 \times 10^{-6} \text{ Wb}}{4 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 125,6 \text{ mT}$$

a)

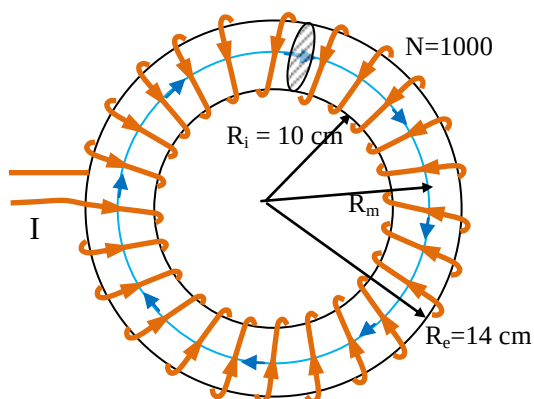
$$F = \frac{B^2 \cdot S}{2 \cdot \mu_0} = \frac{(125,6 \times 10^{-3} \text{ T})^2 \times 4 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{2 \times 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 2,51 \text{ N}$$

$$b) F_t = 2 \times F = 5,02 \text{ N} = 0,502 \text{ kgf}$$

Questões e problemas

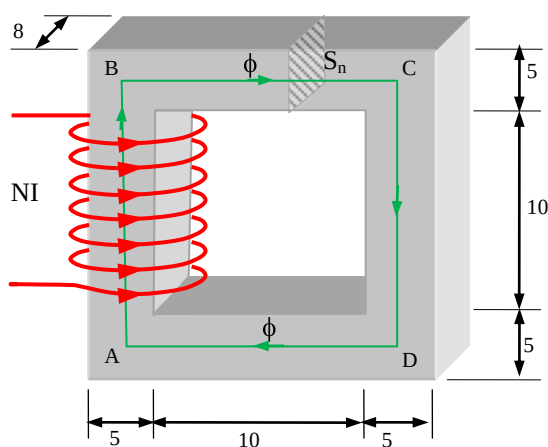
11.1. Deduza a lei de Hopkinson a partir da lei de Ampère.

11.2. Uma bobina de 1000 espiras está enrolada sobre um núcleo toroidal de seção transversal **circular** e cujo raio interno é 10 cm e o externo é 14 cm. O material do núcleo é ferro-silício. Calcule a corrente necessária à produção de uma indução de 0,8 T no raio médio.



11.3. Recalcule o problema 11.2 usando obrigatoriamente a lei de Hopkinson, ou seja, use o conceito de relutância magnética e de f.m.m.

11.4. O circuito magnético abaixo tem 800 espiras e pode-se considerar que o fluxo fica totalmente confinado dentro do núcleo de ferro forjado.



Todas as dimensões estão em centímetros.

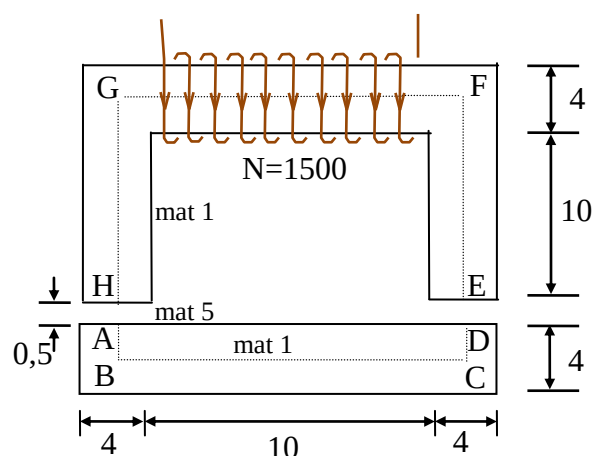
a) Calcular a intensidade de campo, a indução e o fluxo quando o núcleo for de ferro forjado com uma corrente de 11 A na bobina.

b) Calcular a corrente necessária para a produção de um fluxo de 4,7 mWb.

c) Refaça o item b) usando a lei de Hopkinson.

11.5. Calcular a corrente necessária à produção de 1,65 mWb sabendo que existe um entreferro de 2 mm com ar. O núcleo tem as mesmas dimensões daquele do problema 11.4, porém o material é lâmina de ferro-silício.

11.6. Calcule a f.m.m. necessária para produzir um fluxo de 0,77 mWb nos entreferros. Calcule também a força sobre a âncora. Mat. 1 = Ferro forjado; Mat. 5 = Ar Profund: 4 cm.



Todas as medidas estão em cm.

11.7. A figura abaixo mostra um núcleo de chapas padronizadas E-I. Calcule a f.m.m. necessária à produção de 1 mWb na perna central. Calcule também a força sobre a âncora.

Mat. 3 = Lâmina de ferro normal

Profundidade = 2 cm

Dica: Divida o circuito ao meio no sentido vertical e calcule numa parte como se a outra não existisse.

Capítulo XII – INDUÇÃO ELETROMAGNÉTICA

James Clerk Maxwell (1831 -1879)

Maxwell foi um físico e matemático britânico. Ele é mais conhecido por ter dado a sua forma final à teoria moderna do eletromagnetismo, que une a eletricidade, o magnetismo e a óptica. Esta é a teoria que surge das equações de Maxwell, assim chamadas em sua honra e porque ele foi o primeiro a escrevê-las juntando a lei de Ampère, por ele próprio modificada, a lei de Gauss, e a lei da indução de Faraday. Maxwell demonstrou que os campos elétricos e magnéticos se propagam com a velocidade da luz. Em 1860 foi nomeado professor no King's College de Londres e em 1861 foi eleito membro da Royal Society.



Ele apresentou uma teoria detalhada da luz como um efeito eletromagnético, isto é, que a luz corresponde à propagação de ondas elétricas e magnéticas, hipótese que tinha sido posta por Faraday. Demonstrou em 1864 que as forças elétricas e magnéticas têm a mesma natureza: uma força elétrica em determinado referencial pode tornar-se magnética se analisada noutro, e vice-versa. Ele também desenvolveu um trabalho importante em mecânica estatística, tendo estudado a teoria cinética dos gases e descoberto a chamada distribuição de Maxwell-Boltzmann. Maxwell é considerado por muitos o mais importante físico do séc. XIX, o seu trabalho em eletromagnetismo foi a base da relatividade restrita de Einstein e o seu trabalho em teoria cinética de gases fundamental ao desenvolvimento posterior da mecânica quântica. Em 1873 ele publicou o Tratado sobre Eletricidade e Magnetismo, livro que continha todas as suas ideias sobre esse tema e que condensa todo o seu trabalho ao longo dos anos. A unidade de fluxo magnético no sistema CGS recebeu o seu nome em merecida homenagem. [http://www.fotodicas.com/biografias/James_Clerk_Maxwell.html]

12.1 - INTRODUÇÃO HISTÓRICA

Até 1820 pensava-se que eletricidade e magnetismo eram dois fenômenos totalmente independentes. Nesse ano Hans Christian Oersted demonstrou que uma corrente produzia uma deflexão numa bússola colocada nas proximidades. Isso mostrou que a corrente elétrica produz campo magnético.

Desde então, houve pesquisas para tentar obter a eletricidade a partir do magnetismo. Dentre os pesquisadores se destacaram Henry, Faraday, Lenz e Maxwell.

12.2 - LEI DE FARADAY

Em 1831, Michael Faraday publicou seu trabalho enunciando o Princípio da Indução Eletromagnética a partir das experiências que serão descritas a seguir. Faraday aproximava e afastava um ímã de uma bobina ligada a um galvanômetro (espécie de voltímetro muito sensível) e observava o comportamento do

ponteiro do instrumento. A experiência, apesar de simples, foi decisiva para o desenvolvimento de diversos equipamentos eletromagnéticos hoje bem conhecidos, como o gerador elétrico, por exemplo.

As conclusões obtidas por Faraday, a partir dessas experiências, foram:

1. O instrumento deflexiona o ponteiro apenas quando existe movimento relativo entre o ímã e a bobina, como nos seguintes casos:

- Ímã em movimento e bobina parada;
- Bobina em movimento e ímã parado;
- Ímã e bobina em movimento relativo.

Quando o movimento cessa, mesmo que exista um grande fluxo magnético dentro da bobina, não é gerada nenhuma força eletromotriz (e).

Faraday então concluiu que a causa da f.e.m. é a variação de fluxo magnético dentro da bobina e não a existência do fluxo magnético dentro da mesma.

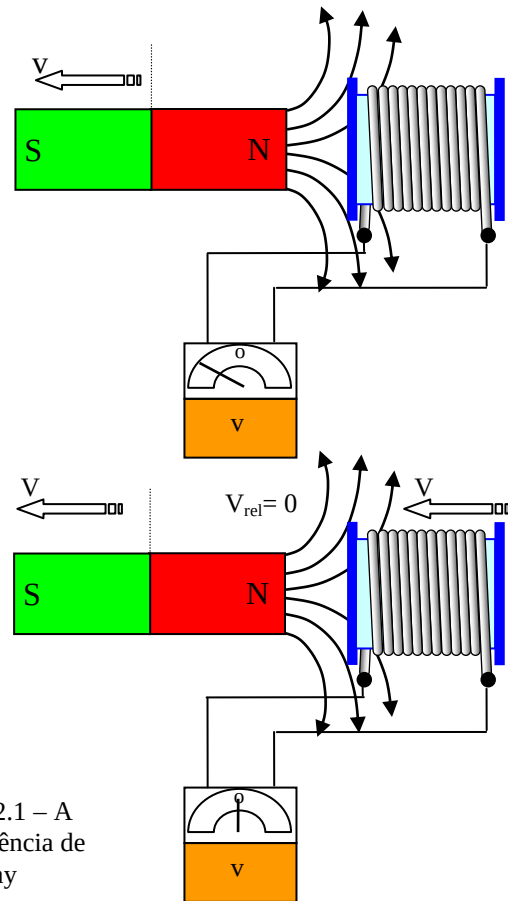
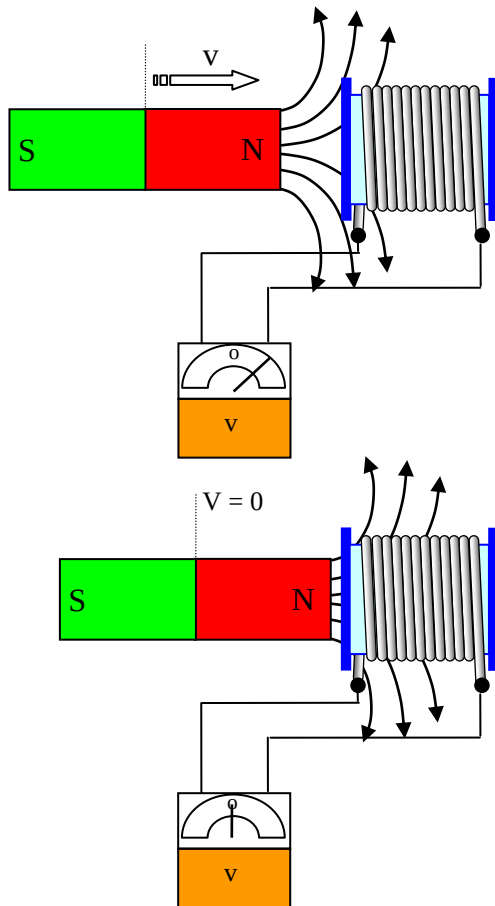


Fig. 12.1 – A experiência de Faraday

2. A deflexão do ponteiro, ou valor da f.e.m., é diretamente proporcional à velocidade com que ocorre a variação de fluxo dentro da bobina, ou seja, é proporcional à taxa de variação de fluxo.

$$e \propto \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

3. Substituindo-se a bobina por outra de maior número de espiras resulta também num proporcional aumento da indicação no instrumento, ou seja, numa maior f.e.m. induzida.

$$e \propto N$$

Então, se a f.e.m. é proporcional às duas grandezas, pode-se dizer que:

$$e \propto N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

Essa proporcionalidade pode se transformar em igualdade pela adoção de uma constante de proporcionalidade adequada.

No Sistema de Unidades esta constante é 1, portanto a equação da f.e.m. induzida fica:

$$|e| = N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \quad (12.1)$$

Onde: $|e|$ = módulo da f.e.m. induzida (Volt);

N = número de espiras da bobina;

$\Delta \phi / \Delta t$ = taxa de variação de fluxo (Wb/s)

O sentido da deflexão do ponteiro do galvanômetro depende do sentido de deslocamento do ímã ou da bobina, ou seja, da aproximação ou do afastamento, assim como das polaridades do ímã.

Enunciado da lei de Faraday

Um circuito elétrico fechado, sujeito a uma variação de fluxo magnético no seu interior, gera uma f.e.m. cujo valor é proporcional ao número de espiras e à taxa da variação do fluxo.

Examinemos alguns termos comuns aos estudos de indução eletromagnética. Sempre que uma f.e.m. é gerada por ação de um campo magnético ela será chamada de f.e.m. induzida. A expressão indução tem significado semelhante à influência, interação ou ação à distância. A corrente produzida pela f.e.m. induzida num circuito fechado é chamada, portanto, de corrente induzida.

O campo magnético que deu origem a esses fenômenos é chamado de campo indutor (causa) e o campo magnético criado pela corrente induzida é chamado de campo induzido (efeito).

Exemplo resolvido 12.1: A bobina do secundário de um transformador possui 500 espiras e está submetida a um fluxo magnético que varia senoidalmente no tempo. Num pequeno intervalo de tempo de 1,2 ms ocorreu uma variação de fluxo de 48 μWb . Calcule a taxa de variação do fluxo no tempo e o valor da f.e.m. induzida nesse intervalo.

Solução:

A taxa de variação do fluxo é dada por:

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{48 \times 10^{-6} \text{ Wb}}{1,2 \times 10^{-3} \text{ s}} = 40 \times 10^{-3} \text{ Wb/s}$$

O valor da f.e.m. induzida é obtido por:

$$|e| = N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = 500 \times 40 \times 10^{-3} \text{ Wb/s} = 20 \text{ V}$$

12.3 - LEI DE LENZ

O físico russo, Emil Lenz, publicou em 1834 um trabalho que veio a complementar a Lei de Faraday. A lei de Lenz, como passou a ser conhecida, estabeleceu, de forma universal, o sentido da f.e.m. gerada por indução eletromagnética.

O Princípio da Conservação da Energia diz que a energia não pode ser criada, nem destruída, mas apenas transformada de uma forma para outra.

Quando o **fluxo varia** dentro de um circuito elétrico, gera-se f.e.m. e corrente induzida no circuito fechado, o que significa a

presença de energia elétrica. Para surgir tal forma de energia, outra forma de energia deve ser obrigatoriamente consumida.

Para obedecer a esse princípio físico, o fluxo criado pela corrente induzida deve, então, se opor à variação do fluxo indutor, que é a causa da f.e.m. induzida.

Assim sendo, para manter a geração de energia elétrica, fica necessário o consumo de outra forma de energia para vencer essa oposição e continuar a geração de energia elétrica.

Se o fluxo criado pela corrente induzida viesse a acelerar a variação do fluxo original, haveria uma espécie de “reação em cadeia” onde seria gerada energia elétrica gratuitamente, o que fere o princípio da conservação da energia.

Enunciado da lei de Lenz

O fluxo criado pela corrente induzida tem sempre sentido tal a se opor à variação do fluxo original do circuito, ou seja, tende a manter o fluxo constante.

Assim sendo, quando o fluxo indutor está crescendo no circuito, o fluxo induzido tem sentido contrário ao mesmo.

Quando o fluxo indutor estiver diminuindo no circuito, o fluxo induzido terá o mesmo sentido do fluxo indutor.

Num circuito ideal, sem resistência nenhuma, o fluxo induzido teria intensidade tal que impediria totalmente a variação do fluxo; nos circuitos reais, o fluxo induzido apenas tenta impedir a variação do fluxo sem, no entanto, consegui-lo integralmente.

Como exemplo de aplicação da lei de Lenz, considere o ímã e a bobina da Figura 12.2.

Para aplicar corretamente a lei de Lenz devemos fazer cinco perguntas:

- Qual o sentido do fluxo original dentro da bobina?** O fluxo indutor aponta para a direita.
- O fluxo indutor está variando de que forma?** Quando o ímã é aproximado, o fluxo indutor aumenta no interior da bobina.
- Qual é o sentido do fluxo induzido?** Pela lei de Lenz, é em sentido oposto ao indutor, tentando impedir a sua variação.

d) **Qual é o sentido da corrente induzida?** Pela regra da mão direita, a corrente entra pelo lado de cima da bobina para o seu fluxo ser para a esquerda, ou seja, contrário ao original.

e) **Qual é o sentido da f.e.m. induzida?** Terá o mesmo sentido da corrente que ela criou, ou seja, entrando na parte superior da bobina.

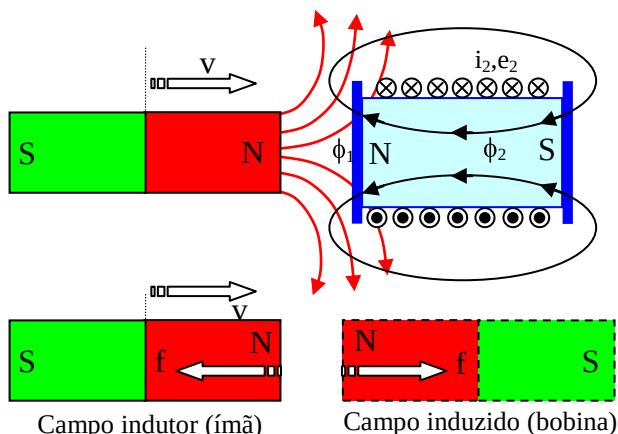


Fig. 12.2 – Exemplo de aplicação da Lei de Lenz

Veja que os polos magnéticos gerados pela bobina tendem a impedir que o ímã se aproxime, para não aumentar o fluxo.

Aí está claro o princípio da conservação da energia. Para obter a corrente induzida e, portanto, a energia elétrica, é obrigatório o consumo de energia mecânica para vencer essa força de repulsão oposta ao movimento do ímã.

A oposição à variação do fluxo, no caso, produz um freio ao movimento do ímã.

Considere, agora, o ímã afastando-se da bobina na Figura 12.3.

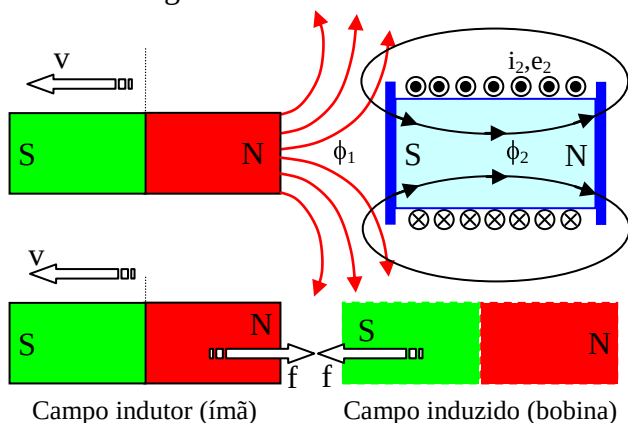


Fig. 12.3 – A Lei de Lenz é coerente com o princípio da conservação da energia

Quando o fluxo na bobina diminui, a f.e.m. induzida produz uma corrente que produz um outro fluxo que tenta impedir o

decréscimo do fluxo, produzindo dessa vez um fluxo no mesmo sentido do original.

Novamente, pelos polos gerados na bobina, verifica-se que as forças são de atração e se opõem ao movimento, exigindo o gasto de energia mecânica para manter a geração de energia elétrica devido à variação de fluxo na bobina.

Conclusão: Quando a variação de fluxo é positiva (acréscimo) a f.e.m. produz corrente que produz fluxo em sentido contrário ao anterior. Quando a variação de fluxo é negativa (decréscimo) a f.e.m. produz corrente que produz fluxo no mesmo sentido do anterior.

Com relação a efeitos mecânicos, o fluxo induzido tem sempre sentido tal a causar uma oposição ao movimento mecânico que deu origem à f.e.m.

Matematicamente, esse fenômeno físico deve ser expresso pelo sinal (-) na equação de Faraday:

$$e = -N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \quad (12.2)$$

O uso da equação com sinal negativo só será importante nos casos em que há a aplicação da segunda Lei de Kirchhoff em circuitos indutivos com corrente variável. Nos casos mais comuns o sentido da f.e.m. é obtido de forma qualitativa, pela observação se o fluxo está crescendo ou diminuindo dentro do circuito elétrico.

12.4 – INDUÇÃO DE F.E.M. POR MOVIMENTO DE CONDUTOR EM CAMPO MAGNÉTICO

Na Figura 12.4 tem-se uma espira imersa dentro de um campo magnético invariável no tempo e distribuído uniformemente no espaço.

Suponha-se que um dos lados da espira retangular desliza com velocidade constante sobre os trilhos condutores laterais.

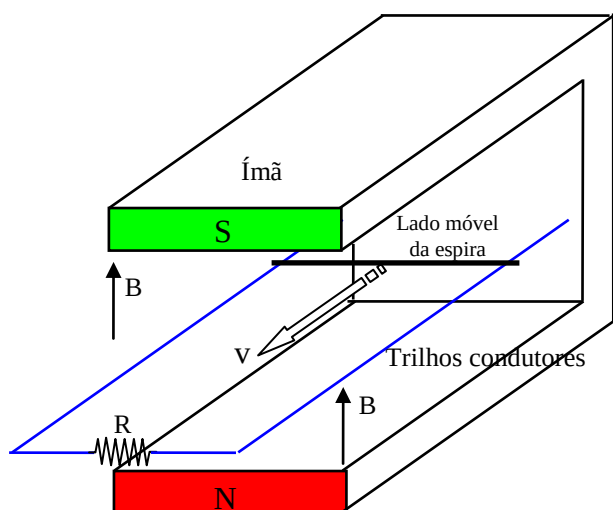


Fig. 12.4 – Condutor em movimento dentro de campo magnético não-variante e uniforme

À medida que o condutor se desloca dentro do campo magnético, a área da bobina varia e o fluxo contido nela também varia, gerando f.e.m. na espira.

Pode-se atribuir a causa da geração de f.e.m. ao movimento do condutor entre as linhas de indução, ou seja, ao corte de linhas de indução pelo condutor. Essa forma de interpretação da Lei de Faraday é muito útil em máquinas elétricas, onde há movimento de condutores dentro de campo magnético indutor fixo.

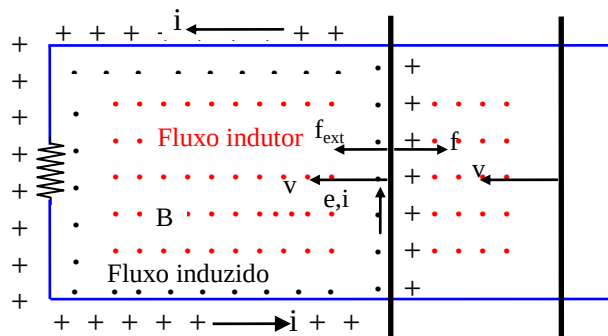


Fig. 12.5 – Geração de f.e.m. em condutor retilíneo

A Figura 12.5 mostra a espira da Figura 12.4 vista de cima. As linhas de força do campo do ímã estão representadas por pontos ao longo da figura.

Supondo que o movimento do condutor é para a esquerda dentro do campo, tem-se uma redução do fluxo dentro da espira.

Assim o sentido da f.e.m. é o que lança uma corrente que produza um fluxo que tente impedir a redução do fluxo na espira. Como o fluxo indutor está diminuindo, o fluxo induzido terá o mesmo sentido do campo indutor dentro da bobina.

O fluxo induzido está representado pelos pontos, saindo do plano do papel próximo ao condutor pelo lado interno da espira. Esse sentido é coerente com a regra da mão direita.

O sentido da corrente induzida é tal que produz uma força eletromagnética (f) em sentido contrário ao movimento do condutor, que é a causa da f.e.m. O sentido da força mecânica de origem eletromagnética é dado pela regra de Fleming da mão esquerda.

Para manter o movimento em velocidade constante, a fonte de movimento mecânico deverá produzir uma força mecânica externa (f_{ext}) que iguale a força eletromagnética (f).

Para conseguir equilibrar a força eletromagnética (f), a fonte mecânica gastará tanta energia mecânica quanto está sendo gerada em forma de energia elétrica. Mais uma vez fica claro que a lei de Lenz respeita a lei da Conservação da Energia nos casos de indução eletromagnética.

Se fosse invertido o sentido de movimento, o fluxo aumentaria dentro da espira conforme mostra a Figura 12.6. Portanto, agora o sentido da f.e.m., da corrente e do fluxo induzido se inverteriam para tentar impedir o crescimento do fluxo dentro da espira.

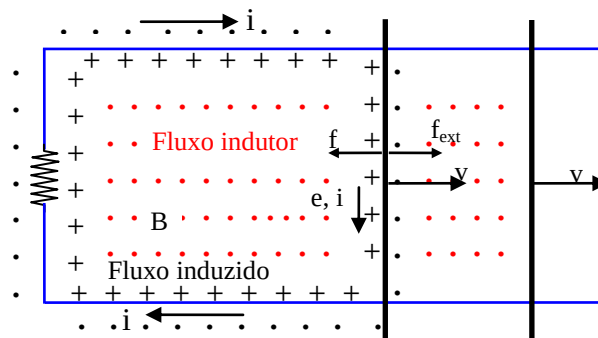


Fig. 12.6 – Invertendo o movimento a f.e.m. inverte

Novamente, com a regra de Fleming da mão esquerda, descobre-se que a força eletromagnética (criada pela corrente induzida) se opõe ao movimento do condutor, obrigando a fonte mecânica a gastar energia mecânica para manter a conversão de energia.

Regra de Fleming da mão direita

Quando se trata de indução de f.e.m. por movimento relativo entre condutor e campo magnético, a Lei de Lenz pode ser substituída pela “Regra de Fleming da mão direita”.

Os três dedos são colocados a 90° entre si, de modo que fiquem nos seguintes sentidos:

- **Indicador:** indução magnética (B)
- **Polegar:** velocidade do condutor (v)
- **Médio:** f.e.m. induzida (e)

Vejam-se os exemplos abaixo:

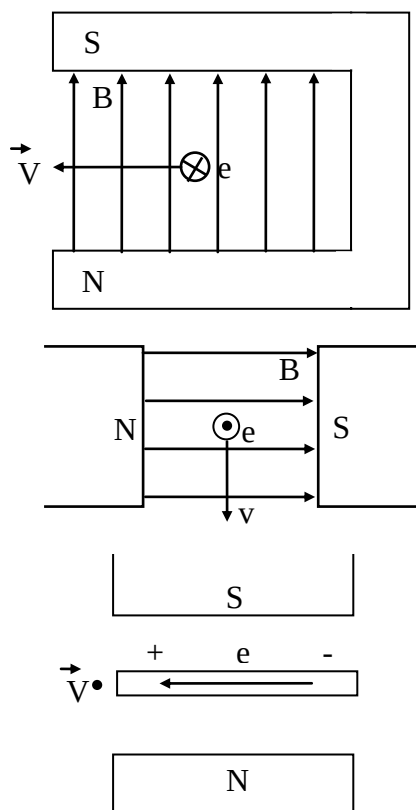


Fig. 12.7 – Usando a regra de Fleming da mão direita

12.5 – EQUAÇÕES DA F.E.M. INDUZIDA POR MOVIMENTO DE CONDUTOR

Considere a espira abaixo, inserida em campo magnético B, onde um dos lados é móvel.

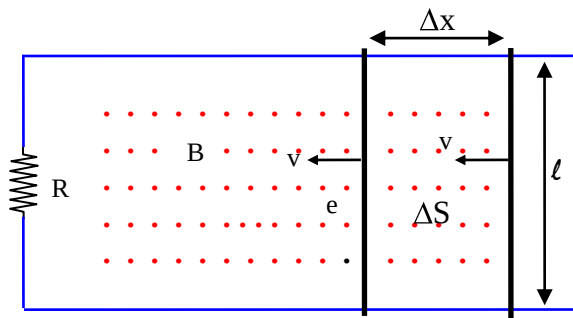


Fig. 12.8 – Determinação do valor da f.e.m. induzida

Nesse caso, a variação do fluxo dentro da bobina ocorre devido à variação da área da espira porque um dos seus lados é móvel. Isso pode ser interpretado também como se o condutor “cortasse” as linhas de indução.

A dedução da expressão da f.e.m. para esse caso é simples. A f.e.m. na espira (e_e) é obtida diretamente pela lei de Faraday.

$$|e_e| = N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

Nesse caso o número de espiras é $N = 1$,

$$\text{logo tem-se: } |e_e| = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

Como a espira tem uma única parte móvel considera-se que a f.e.m. está sendo gerada apenas nessa parte.

Agora passaremos do conceito de **variação de fluxo dentro da espira** para o conceito de **corte de linhas de indução** pelo deslocamento do condutor dentro do campo magnético.

Fazendo algumas substituições simples chega-se à f.e.m. induzida no condutor (e_c):

$$|e_c| = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{B \cdot \Delta S}{\Delta t} = \frac{B \cdot \Delta x \cdot \ell}{\Delta t} \quad \boxed{|e_c| = B \cdot \ell \cdot v} \quad (12.3)$$

Onde: e_c = F.e.m. induzida num condutor (V);
 B = Indução do campo (T);
 ℓ = Comprimento do condutor sob a ação do campo (m);
 v = Velocidade do condutor em relação ao campo (m/s).

A expressão fornece o valor da f.e.m. (e_c) num único condutor que se move perpendicularmente em relação ao campo magnético tomado como uniforme em toda a extensão do condutor.

Exemplo resolvido 12.2: Calcular a f.e.m. induzida nas asas de um avião com 79,8 m de envergadura supondo que elas cortem perpendicularmente o campo magnético da terra com valor médio de $50 \mu\text{T}$ no local. O avião viaja na velocidade de 970 km/h.

Solução: A velocidade no SI vale:

$$v = 970 \times 10^3 \text{ m} / 3600 \text{ s} = 269,4 \text{ m/s}$$

A f.e.m. gerada será:

$$e_c = B \cdot \ell \cdot v = 50 \times 10^{-6} \text{ T} \times 79,8 \text{ m} \times 269,4 \text{ m/s} = e_c = 1,075 \text{ V}$$

No caso da velocidade do condutor não ser perpendicular à direção das linhas de indução, deve-se considerar apenas a componente da velocidade normal a B (v_n), pois a componente tangencial (v_t) não contribui para gerar f.e.m.

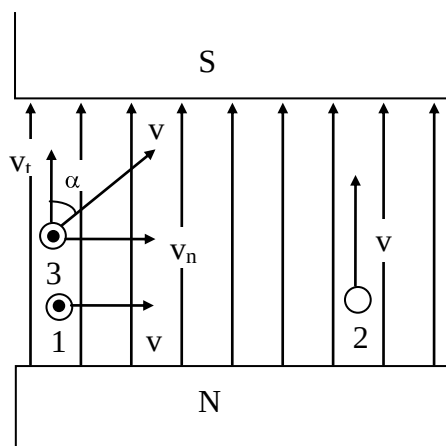


Fig. 12.9 – Direções típicas de movimento do condutor

Caso 1: O movimento é perpendicular ao campo ($\alpha = 90^\circ$ ou 270°) e a f.e.m. induzida é máxima.

$$e_c = B \cdot \ell \cdot v$$

Caso 2: O movimento do condutor é paralelo ao campo ($\alpha = 0^\circ$ ou 180°) e a f.e.m. induzida é nula. $e_c = 0 \text{ V}$

Caso 3: Existe um ângulo α entre os vetores B e v , diferente de 90° ou 270° . Nesse caso deve-se considerar a componente normal v_n que é dada por: $v_n = v \cdot \sin \alpha$, chegando-se ao caso geral.

$$e_c = B \cdot \ell \cdot v \cdot \sin \alpha \quad (12.4)$$

Na situação real, para obtenção ininterrupta de energia, o movimento dos condutores deve ser circular, mesmo porque as máquinas primárias só fornecem esse tipo de movimento.

Por esse motivo só são usadas espiras ou bobinas rotativas. Quando um dos condutores da espira estiver passando sob um polo sul para um lado, o outro condutor passa sob o polo norte em sentido contrário, o que faz com que as f.e.m. dos condutores sob polos de nomes contrários somem-se. Isso é facilmente percebido aplicando a regra de Fleming da mão direita aos dois lados ativos da espira.

No caso de geração de f.e.m. em uma espira retangular, a f.e.m. gerada na espira é o dobro da f.e.m. gerada em cada lado da espira, ou seja, o dobro da f.e.m. de um condutor.

$$e_c = B \cdot \ell \cdot v \cdot \sin \alpha, \text{ mas } e_e = 2 \cdot e_c \text{ então:}$$

$$e_e = 2 \cdot B \cdot \ell \cdot v \cdot \sin \alpha \quad (12.5)$$

Numa bobina de N espiras tem-se N vezes a f.e.m. de uma espira portanto:

$$e_b = N \cdot e_e \text{ logo: } e_b = N \cdot 2 \cdot B \cdot \ell \cdot v \cdot \sin \alpha \quad (12.6)$$

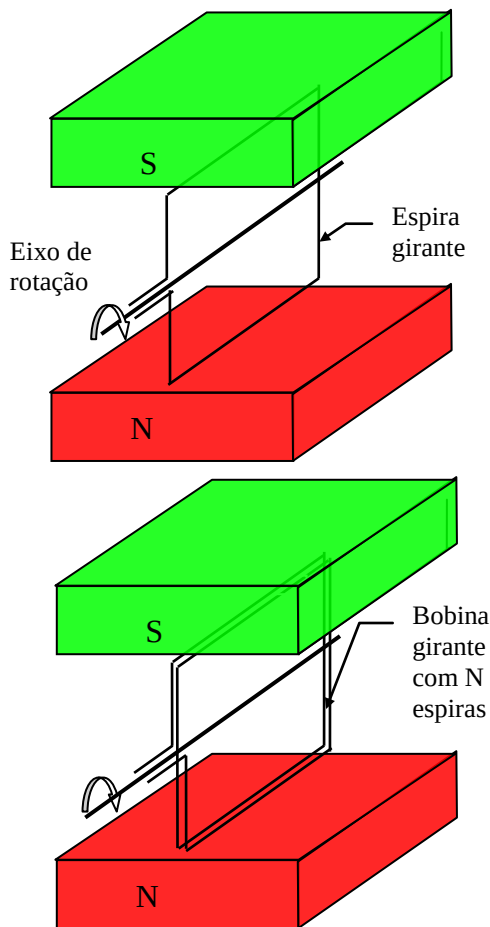


Fig. 12.10 – Espira e bobina rotativa

No caso de movimento rotativo, a velocidade do movimento é geralmente expressa em rotações por segundo (n') ou por minuto (n). No entanto, para utilização na equação deve-se ter a velocidade (v) em metros por segundo. Como a trajetória do condutor é uma circunferência de raio r , a cada rotação completa o condutor percorre uma distância igual ao comprimento da circunferência, ou seja, $2\pi \cdot r$ (m). Multiplicando-se essa distância pelo número de rotações por segundo (n') tem-se o número de metros percorrido por segundo, que é a velocidade linear (v).

$$v = 2\pi \cdot n' \cdot r \quad (12.7)$$

onde: v = velocidade linear (m/s);
 n' = velocidade angular de giro (rps);
 r = raio do rotor (m).

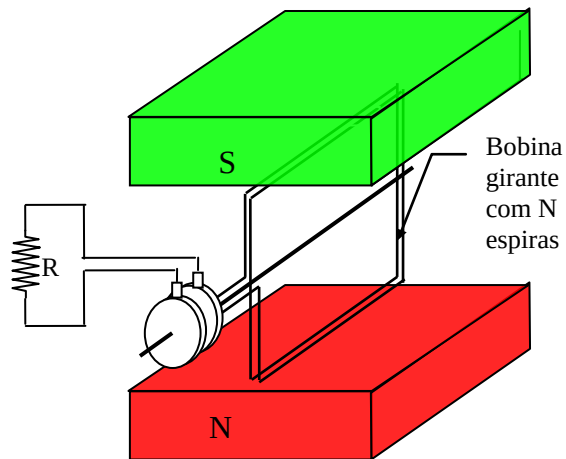


Fig. 12.11 – Gerador elementar de C.A.

A geração de f.e.m. para uso geral acontece em máquinas rotativas chamadas de Geradores de Corrente Alternada ou Alternadores.

A Figura 12.11 mostra um alternador do tipo induzido rotativo e polos fixos. Nesse caso, a geração de f.e.m. dá-se por meio do movimento dos condutores do induzido dentro do campo magnético do indutor, causando o corte de linhas de forças do mesmo.

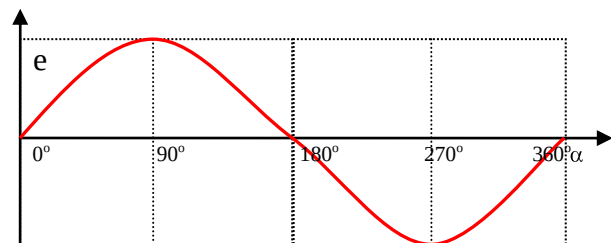


Fig. 12.12 – Geração de f.e. m. em alternador

A f.e.m. inverte seu sentido ciclicamente porque os condutores, ao girarem, deslocam-se ora para um lado ora para outro em relação ao campo magnético.

Os terminais da bobina girante são ligados a anéis coletores em cuja superfície são apoiadas escovas para a retirada da sua energia. A cada inversão da f.e.m. há uma inversão da polaridade das escovas e a inversão do sentido da corrente da carga Z . Esse tipo de máquina gera, portanto, f.e.m. e corrente alternada.

Exemplo resolvido 12.3: Calcular a f.e.m. induzida máxima no induzido de um gerador de corrente alternada. Ele possui uma bobina de 50 espiras que gira a 60 rps dentro de um campo magnético uniforme de indução 0,825 T. O comprimento de cada condutor no sentido axial é 20,0 cm e o raio do rotor é 5,0 cm.

Solução:

$$v = 2 \pi r n' = 2\pi 0,05 \text{ m} \times 60 \text{ rot/s} = 18,85 \text{ m/s}$$

$$e_b = 2.N.B.l.v.\sin \alpha =$$

$$e_b = 2 \times 50 \times 0,825 \text{ T} \times 0,20 \text{ m} \times 18,85 \text{ m/s} \sin \alpha$$

$$e_b = 311 \text{ V} \sin \alpha.$$

$$\text{Para } \alpha = 90^\circ \text{ tem-se que: } e_b = E_{b\max} = 311 \text{ V}$$

No instante em que a chave é ligada, a corrente cresce i_1 e o fluxo indutor ϕ_1 também. Segundo Lenz, a f.e.m. induzida produzirá uma corrente induzida i_2 cujo fluxo ϕ_2 será no sentido contrário ao original para não deixá-lo crescer.

No desligamento da chave, a corrente i_1 diminui. Então, a f.e.m. e_2 , a corrente i_2 e o fluxo induzido ϕ_2 serão no mesmo sentido dos originais, para não deixar a corrente e o fluxo caírem.

Esse assunto será mais bem estudado no capítulo seguinte com o nome de autoindução.

12.6 – INDUÇÃO DE F.E.M. POR VARIAÇÃO DE CORRENTE

Suponha-se uma bobina sendo ligada e desligada de uma fonte de corrente contínua conforme a Figura 12.13.

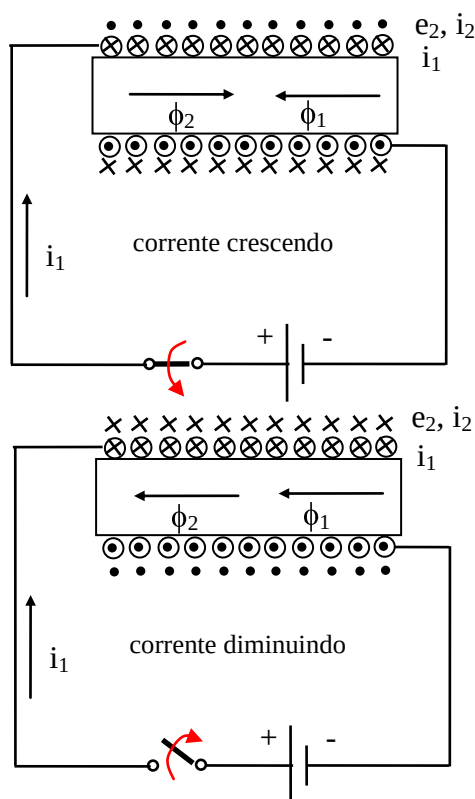


Fig. 12.13 – Geração de f.e. m. por variação de corrente

Questões e Problemas

12.1. Enuncie a lei de Faraday.

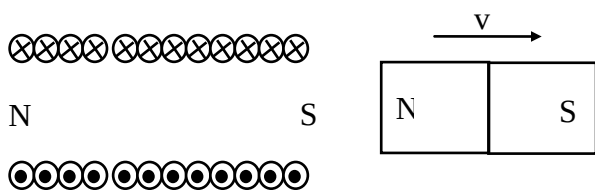
12.2. Calcule a f.e.m. induzida numa bobina de 1000 espiras quando o fluxo no seu interior varia na razão de 1,0 mWb por segundo.

12.3. Uma bobina de ignição de automóvel tinha suas 5000 espiras enlaçando certo fluxo magnético. Quando o platinado abria, esse fluxo inicial era extinto no tempo de $1,2 \mu\text{s}$ gerando uma f.e.m. média de 18.000 V. Calcule o fluxo magnético inicial?

12.4. Comente os termos indutor e induzido para as grandezas elétricas e magnéticas envolvidas no fenômeno da indução eletromagnética.

12.5. Enuncie a lei de Lenz.

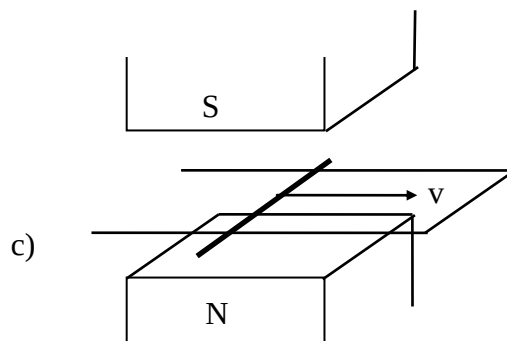
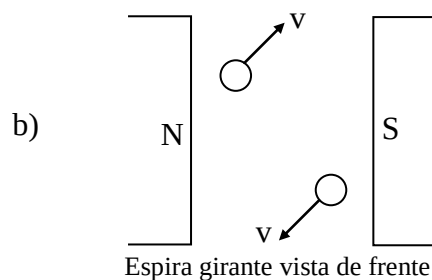
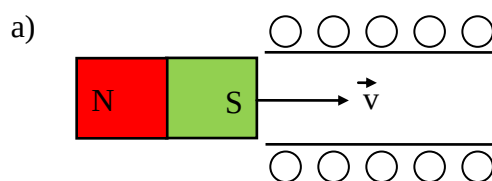
12.6. Examine a figura ao lado e a polaridade induzida no solenóide fechado e justifique-a segundo a Lei de Lenz.



12.7. Um toróide tem 1000 espiras e uma relutância de 500.000 Ae/Wb . Por meio de uma fonte de corrente ajustável foi injetada uma corrente que crescia na razão de 1 A por segundo até atingir a corrente de 10 A. Nesse momento a corrente é cortada e cai bruscamente durante o tempo de 2 ms.

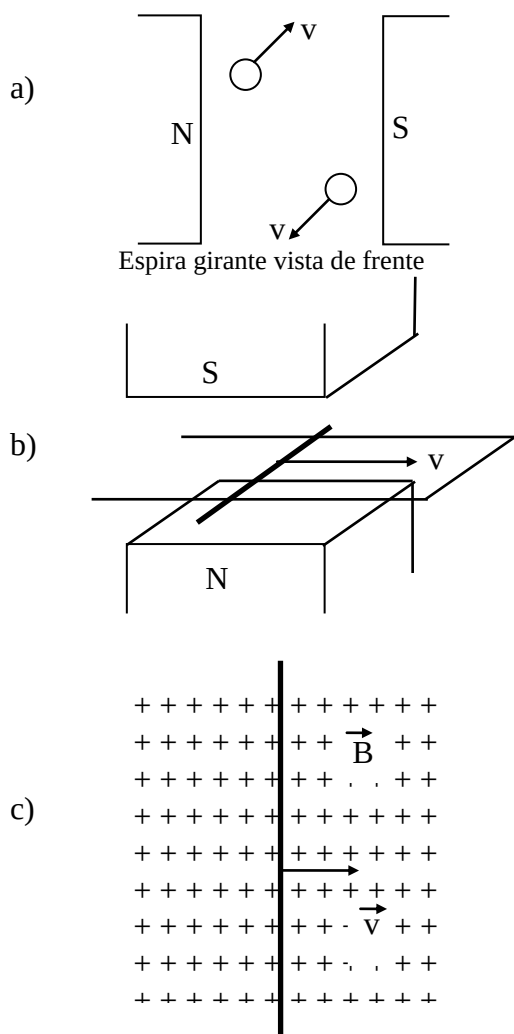
Calcule o módulo e o sentido da f.e.m. gerada na bobina no crescimento e no decrescimento da corrente.

12.8. Para cada um dos casos abaixo ache o sentido da f.e.m. induzida usando o raciocínio embutido na lei de Lenz. Suponha o circuito fechado e mostre também o sentido da corrente e do fluxo induzido.



12.9. Descreva a regra de Fleming da mão direita e mostre através de um desenho que ela é coerente com a lei de Lenz.

12.10. Usando a regra de Fleming da mão direita descubra o sentido da f.e.m. induzida nos seguintes casos:



12.11. Deduza a equação da f.e.m. induzida por corte de linhas de indução por um condutor, a partir da equação da f.e.m. gerada por variação de fluxo dentro da espira.

12.12. Calcule a velocidade com que deve se mover um condutor de 2,54 cm perpendicularmente a um campo de um ímã, cuja indução de 0,05 T para produzir uma f.e.m. de 0,5 V.

12.13. Mostre através de um desenho e usando a regra de Fleming da mão direita que as f.e.m.s induzidas nos lados ativos de uma espira somam-se.

12.14. Explique o motivo pelo qual uma espira giratória dentro de um campo magnético gera f.e.m. alternada senoidal.

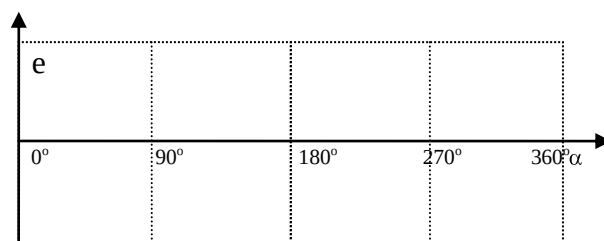
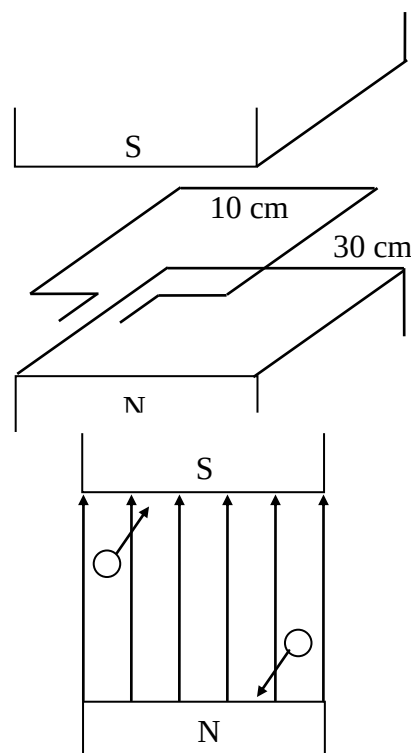
12.15. Em quais condições existe geração de f.e.m. induzida máxima e nula para a espira da questão anterior?

12.16. A figura a seguir mostra uma espira retangular que gira em torno de um eixo. Só os lados da espira paralelos ao eixo cortam linhas de força, os outros servem apenas para a ligação entre os lados ativos. Os dados são os seguintes: $B=0,2$ T, $n'=20$ rps.

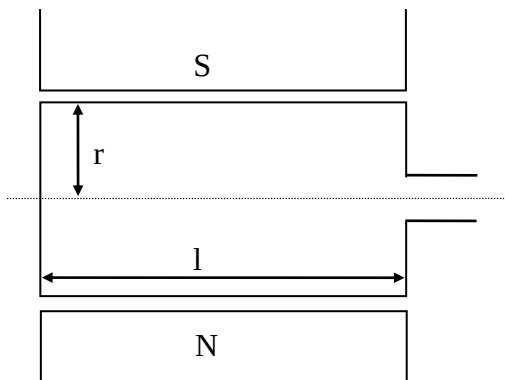
a) Calcule a f.e.m. induzida num condutor e na espira a cada 30° de 0° a 360° .

b) Represente num gráfico cartesiano a f.e.m. na espira.

c) Calcule o número de espiras para induzir 220 V de pico.

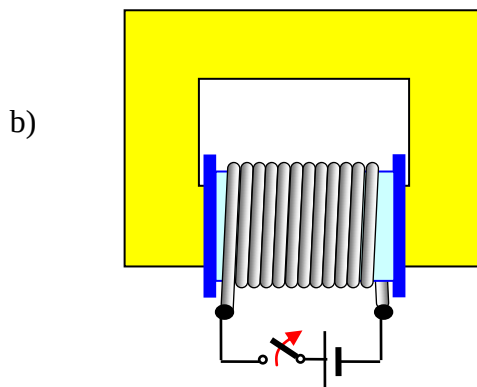
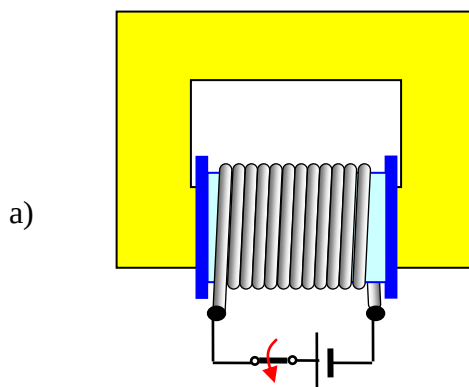


12.17. A f.e.m. máxima numa bobina de 100 espiras é 235,5 V. O eixo da bobina é perpendicular a um campo com $B = 0,125$ T. A velocidade tangencial dos condutores é 62,8 m/s e o eixo é paralelo ao lado de maior dimensão da bobina. Sabendo que a área da mesma é $0,04 \text{ m}^2$ determine a sua velocidade em RPS.



12.18. Usando a lei de Lenz determine o sentido da f.e.m. nas bobinas:

- No fechamento do circuito,
- Na abertura do circuito.



Respostas seleccionadas

12.2- $e = 1,0 \text{ V}$

12.3 - $\phi = 4,32 \mu\text{Wb}$

12.7- a) 2 V contrária à corrente e b) 10.000 V no sentido da corrente.

12.8-

a) Fluxo induzido para a direita no interior da bobina; f.e.m. e corrente induzida entrando em baixo e saindo em cima.

b) Fluxo induzido da direita para a esquerda no interior da bobina (perpendicular ao plano da espira); f.e.m. e corrente induzidas entrando no lado ativo de cima e saindo no de baixo.

c) Fluxo induzido de baixo para cima na frente do condutor e de cima para baixo atrás do mesmo; f.e.m. e corrente induzida apontando de trás para frente no condutor móvel.

12.10 -

a) F.e.m.s induzidas entrando no lado ativo de cima e saindo no de baixo.

b) F.e.m. induzida apontando de trás para frente no condutor móvel.

c) F.e.m. de baixo para cima no condutor móvel.

12.12- $v = 393,7 \text{ m/s}$

12.16-

a) $e_e = E_{e \text{ max}} \cdot \sin \theta$; $E_{e \text{ max}} = 0,754 \text{ V}$

b) Senóide com valor máximo de $0,754 \text{ V}$.

c) $N = 291,8$ espiras

12.17- Resposta: $n' = 75,15 \text{ rps}$

12.18-

a) De cima para baixo na parte da frente;

b) De baixo para cima na parte da frente;

Capítulo XIII – AUTOINDUÇÃO E INDUÇÃO MÚTUA

Joseph Henry (1797 - 1878)

Henry nasceu em Albany, NY. Os seus pais eram pobres e o seu pai faleceu enquanto ele ainda era criança. Frequentou uma escola que mais tarde veio a ser nomeada “Joseph Henry Elementary School”. Aos treze anos, trabalhou como aprendiz de relojoeiro. Em 1819, entrou na Academia de Albany, beneficiado por uma bolsa escolar. Henry primou tanto nos seus estudos que era requisitado como assistente pelos professores de ciências. Em 1826 é nomeado professor de matemática e filosofia na Academia de Albany. Em 1829 construiu o primeiro motor elétrico, enquanto estudava um eletroímã. Inventou também um aparelho telegráfico. Em 1830 transmitiu o primeiro sinal elétrico prático.



Em 1831 criou uma das primeiras máquinas a utilizar o eletromagnetismo para se mover. Descobre a indução eletromagnética simultaneamente com Michael Faraday, no entanto Faraday publicou meses antes. Em 1832 torna-se professor de física na Universidade de Princeton. Em 1837 conhece Faraday, Wheatstone e outros cientistas britânicos, aos quais explicou as suas ideias acerca de “quantidade” e “intensidade” nos circuitos elétricos. Em 1840 produz oscilações de alta frequência e comprova que a carga de um condensador é oscilante. Em 1842 descobre que uma faísca elétrica é capaz de induzir magnetismo em agulhas, sendo detectado a uma distância de 30 metros. Em 1846 torna-se diretor do Instituto Smithsonian. Em 1863 é um dos cofundadores da National Academy of Science e torna-se seu subdiretor. Em 1876 é júri na categoria de exposições elétricas na Centennial Exhibition em Filadélfia, na qual Alexander Graham Bell mostrou uma fase inicial do telefone. Em 1893 a unidade de indutância no SI é batizada de Henry.

[<http://joaoleites.blogspot.com/2009/06/joseph-henry-biografia-de-um-cientista.html>]

13.1 – FLUXO CONCATENADO

Em termos qualitativos a indutância é a propriedade de um circuito elétrico de produzir fluxo magnético a partir de uma dada corrente.

Para defini-la, necessita-se, no entanto, do conhecimento de fluxo concatenado.

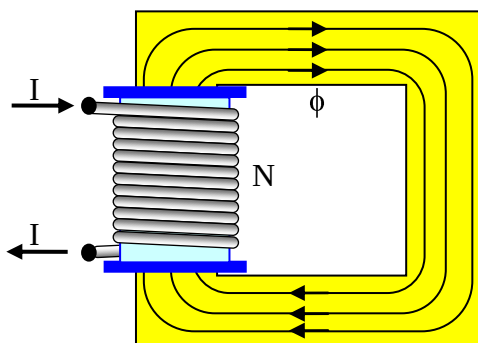


Fig.13.1 – Circuito magnético sem dispersão para definição de fluxo concatenado e indutância

Vamos supor, inicialmente, que, não havendo dispersão magnética, todas as espiras da bobina enlacen todas as linhas do fluxo.

O fluxo concatenado, numa primeira aproximação, é o produto do fluxo magnético de um circuito pelo número de vezes que as espiras enlaçam esse fluxo.

$$\lambda = N \cdot \phi \quad (13.1)$$

Onde: λ = Fluxo concatenado (Wb.e);

N = Número de espira;

ϕ = Fluxo magnético da bobina (Wb).

Por exemplo, na Figura 13.1 temos 12 espiras que enlaçam um fluxo de 3 Wb. Assim o fluxo concatenado com a bobina será 36 Wb.e.

Poderíamos também dizer 36 Wb, já que espira não é uma unidade e, sim, o indicativo de que houve um produto.

Uma definição mais apurada de fluxo concatenado será apresentada logo a seguir.

No caso mais genérico de circuitos magnéticos, como na Figura 13.2, há alguma dispersão magnética, ou seja, nem todas as espiras de uma bobina enlaçam o mesmo fluxo magnético.

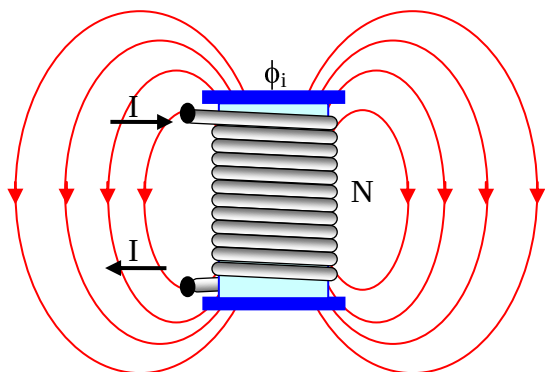


Fig.13.2 – Fluxo concatenado em circuito magnético com dispersão

Nesse caso que é mais geral, porém mais complexo, o fluxo concatenado (λ) é definido como a soma dos fluxos que atravessam cada espira de uma bobina.

$$\lambda = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \dots + \Phi_N$$

$$\lambda = \sum_{i=1}^N \Phi_i \quad (13.2)$$

Onde: ϕ_i = Fluxo que atravessa cada espira i .

Devido à dificuldade de medir o fluxo concatenado em muitos casos práticos, apesar de haver alguma dispersão, podemos admitir que todas as espiras enlaçam todas as linhas de força com o fim de simplificar os cálculos apesar de introduzir um erro.

O fluxo concatenado, como definido por (13.2), é o valor obtido quando usamos um medidor de indutância.

13.2 - INDUTÂNCIA

Qualitativamente podemos entender a indutância como a propriedade de um circuito de produzir fluxo magnético.

Quantitativamente a **indutância** (ou indutância própria) é definida como a relação

entre o fluxo concatenado com um circuito elétrico e a corrente que o produziu.

$$L = \frac{\lambda}{I} \quad (13.3)$$

Essa definição é aplicável a circuitos magnéticos lineares, ou seja, onde o fluxo é proporcional à corrente elétrica no condutor, o que sempre ocorre em circuitos magnéticos com núcleo de ar.

Em circuitos magnéticos com núcleo de material ferro-magnético essa equação deve ser aplicada com cautela (devido a não linearidade desse material) e somente quando não é exigida grande precisão.

A unidade de indutância é o Wb.e/A, conhecida como Henry.

Exemplo resolvido 13.1: Um toróide de raio médio R_m , com N espiras, uniformemente distribuídas, tem uma seção transversal S e é alimentado por uma corrente I . Supondo um núcleo de características lineares, calcule a sua indutância em função de suas dimensões.



Fig.13.3 – Cálculo da indutância de um enrolamento toroidal

Solução: A intensidade do campo magnético no

raio médio vale:
$$H = \frac{N \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot R_m}$$

A indução é, portanto:
$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot R_m}$$

Daí o fluxo é:
$$\phi = B \cdot S = \frac{\mu \cdot N \cdot I \cdot S}{2 \cdot \pi \cdot R_m}$$

Como todas as espiras enlaçam todo o fluxo conclui-se que o fluxo concatenado fica:

$$\lambda = N \cdot \phi = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot I \cdot S}{2 \cdot \pi \cdot R_m}$$

Pela definição a indutância é obtida por:

$$L = \frac{\lambda}{I} = \frac{N \cdot \phi}{I} = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{2 \cdot \pi \cdot R_m} \quad (\text{Henry})$$

Daí chega-se a:

$$L = \frac{\lambda}{I} = \frac{N^2}{\frac{2 \cdot \pi \cdot R_m}{\mu \cdot S}} = \frac{N^2}{\frac{\ell}{\mu \cdot S}} = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} \quad (13.4)$$

Onde: L = Indutância (Henry);

N = Número de espiras;

$\mathfrak{R}$ = Relutância do circuito (Ae/Wb).

Esta última equação, apesar de ter sido deduzida através de um toróide, é genérica e mostra que a indutância depende só da geometria do circuito magnético e da permeabilidade do meio que, no caso, é tomada como constante devido à linearidade suposta no enunciado do problema.

Concluindo, a indutância, de um modo geral, pode ser considerada uma constante do circuito. Ela depende diretamente do quadrado do número de espiras da bobina e inversamente da relutância do circuito magnético.

Exemplo resolvido 13.2: Calcule a indutância de uma bobina cilíndrica (solenóide) com 10,0 cm de comprimento, com 4,0 cm de diâmetro, tendo 500 espiras uniformemente distribuídas.

Considerar que o fluxo é constante em todas as espiras e que o núcleo é de ar.

Solução: $\mu_{\text{ar}} = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$; $S = \pi \cdot d^2/4 = \pi \times (4,0\text{cm})^2/4 = 12,57 \text{ cm}^2 = 12,57 \times 10^{-4} \text{ m}^2$;

$$\mathfrak{R} = \frac{\ell}{\mu \cdot S} = \frac{0,10\text{m}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m} \times 12,57 \times 10^{-4} \text{ m}^2}$$

$$\mathfrak{R} = 63,31 \times 10^6 \text{ Ae/Wb}$$

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} = \frac{500^2}{63,31 \times 10^6 \text{ Ae/Wb}} = 3,949 \times 10^{-3} \text{ H}$$

$$L = 3,949 \text{ mH}$$

Exemplo resolvido 13.3: Sobre um toróide de ferro forjado com seção transversal quadrada encontram-se enroladas uniformemente 950

espiras, nas quais circula uma corrente de 0,15A. Os diâmetros externo e interno valem, respectivamente, 0,40m e 0,30m.

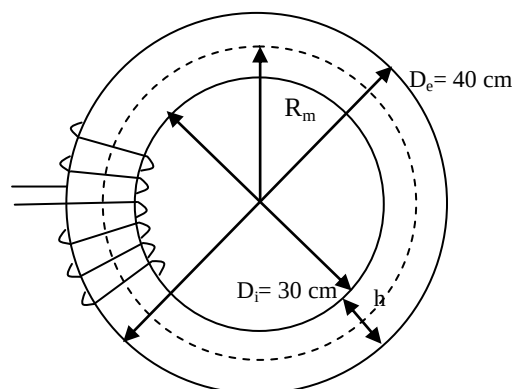


Fig.13.4 – Toróide não-linear

Calcular, para as condições estabelecidas:

a) a relutância do núcleo;

b) a indutância da bobina.

Solução:

$$S_n = h^2 = (20\text{cm} - 15\text{cm})^2 = 25\text{cm}^2 = 25 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$R_m = \frac{1}{2} \frac{D_e + D_i}{2} = \frac{(0,40 + 0,30)\text{m}}{2 \times 2} = 0,175\text{m}$$

$$H_n = \frac{N \cdot I}{\ell_m} = \frac{N \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot R_m} = \frac{950 \cdot 0,15\text{A}}{2 \cdot \pi \cdot 0,175\text{m}} = \frac{142,5\text{Ae}}{1,10\text{m}}$$

$$H_n = 129,6 \text{ Ae/m}$$

Como o circuito magnético de ferro não é linear, a permeabilidade do ferro depende da indução atual.

Entrando-se na tabela B-H do ferro forjado obtém-se:

B(T)	H(Ae/m)
0,4 T	120
B_n	129,6
0,5 T	140

$$\frac{B_n - 0,4}{0,5 - 0,4} = \frac{129,6 - 120}{140 - 120} \Rightarrow$$

$$B_n - 0,4 = \frac{9,6}{20} \cdot 0,10 \Rightarrow B_n = 0,448\text{T}$$

$$\mu_n = \frac{B_n}{H_n} = \frac{0,448\text{T}}{129,6 \text{ Ae/m}} = 0,00346 \text{ H/m}$$

$$\mathfrak{R}_n = \frac{\ell_n}{\mu_n \cdot S_n} = \frac{1,10\text{m}}{0,00346 \text{ H/m} \cdot 25 \times 10^{-4} \text{ m}^2}$$

$$\mathfrak{R}_n = 127,2 \times 10^3 \text{ Ae/Wb}$$

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}_n} = \frac{950^2}{127,2 \times 10^3 \text{ Ae/Wb}} = 7,10\text{H}$$

13.3 – INDUTÂNCIA MÚTUA

Suponhamos que dois circuitos elétricos, isolados entre si, estão próximos suficientemente de modo que parte do fluxo magnético de um atravesse o outro circuito.

Existem várias situações práticas em que isso acontece como, por exemplo, nos transformadores.

Para simplificar, vamos supor que o fluxo atravessa de forma igual todas as espiras do segundo enrolamento.

Define-se **indutância mútua** como a relação entre o fluxo concatenado com um circuito (λ_{12}) devido à corrente em outro e o valor dessa corrente (I_1).

$$M_{12} = \frac{\lambda_{12}}{I_1} = \frac{N_2 \cdot \phi_{12}}{I_1} \quad (13.5)$$

Onde: M_{12} = Indutância mútua do circuito 1 para o circuito 2 (Henry);

ϕ_{12} = Fluxo da corrente I_1 que atravessa as espiras do outro enrolamento (Wb).

N_2 = Número de espiras do circuito 2.

Pode-se provar que as indutâncias mútuas entre um par de enrolamentos são iguais, independente do sentido em que forem consideradas:

$$M_{12} = M_{21} \quad (13.6)$$

Exemplo resolvido 13.4: Calcular a indutância própria e mútua de dois solenóides com núcleo de ar, concêntricos com $R_1 = 2$ cm e $R_2 = 3$ cm, comprimento 10 cm e números de espiras $N_1 = 500$ esp. e $N_2 = 1000$ esp. onde fluem as correntes I_1 e I_2 .

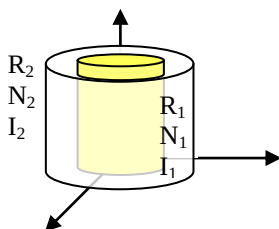


Fig.13.5 – Mútua indução entre solenóides concêntricos

Solução: Calculemos a indutância mútua de 1 para 2, através de uma sequência lógica de cálculos.

$$H_1 = \frac{N_1 \cdot I_1}{\ell} \quad (0 < R < R_1); \quad H_1 = 0 \quad (R > R_1)$$

$$B_1 = \frac{\mu_o \cdot N_1 \cdot I_1}{\ell}; \quad \phi_{12} = \frac{\mu_o \cdot N_1 \cdot I_1 \cdot S_1}{\ell}$$

$$M_{12} = \frac{N_2 \cdot \phi_{12}}{I_1} = \frac{N_2 \cdot \mu_o \cdot N_1 \cdot I_1 \cdot S_1}{\ell \cdot I_1} =$$

$$M_{12} = \frac{\mu_o \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot S_1}{\ell} \quad (\text{Henry})$$

Calculemos agora a indutância de 2 para 1 usando raciocínio semelhante.

$$H_2 = \frac{N_2 \cdot I_2}{\ell} \quad (0 < R < R_2); \quad H_2 = 0 \quad (R > R_2)$$

$$B_2 = \frac{\mu_o \cdot N_2 \cdot I_2}{\ell}; \quad \phi_{21} = \frac{\mu_o \cdot N_2 \cdot I_2 \cdot S_1}{\ell};$$

Note-se que no cálculo de M_{21} foi usada a área S_1 , pois só interessa o fluxo no interior da bobina 1 e não todo o fluxo produzido pela bobina 2.

$$M_{21} = \frac{N_1 \cdot \phi_{21}}{I_2} = \frac{N_1 \cdot \mu_o \cdot N_2 \cdot I_2 \cdot S_1}{\ell \cdot I_2}$$

$$M_{21} = \frac{\mu_o \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot S_1}{\ell} \quad (\text{Henry})$$

Pode-se ver que as indutâncias mútuas são iguais, comprovando (13.6).

Substituindo-se pelos valores fornecidos pelo problema tem-se:

$$M_{12} = M_{21} = \frac{\mu_o \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot S_1}{\ell};$$

$$M_{12} = \frac{4\pi 10^{-7} \text{ H/m} \times 500 \times 1000 \cdot \pi \cdot (0,02\text{m})^2}{0,10\text{m}}$$

$$M_{12} = 7,896 \times 10^{-3} \text{ H}$$

As indutâncias próprias de cada bobina, para $\ell = 0,10\text{m}$, serão respectivamente:

$$L_1 = \frac{N_1 \cdot \phi_1}{I_1} = \frac{N_1 \cdot \mu_o \cdot N_1 \cdot I_1 \cdot S_1}{\ell \cdot I_1}$$

$$L_1 = \frac{\mu_o \cdot (N_1)^2 \cdot S_1}{\ell} = \frac{N_1^2}{\frac{\ell}{\mu_o S_1}} \quad (\text{Henry})$$

$$\mathfrak{R}_1 = \frac{\ell}{\mu_o \cdot S_1} = \frac{0,10\text{m}}{4\pi 10^{-7} \text{ H/m} \times \pi \cdot (0,02\text{m})^2}$$

$$\mathfrak{R} = 63,33 \times 10^6 \text{ Ae/Wb}$$

$$L_1 = \frac{(500e)^2}{63,33 \times 10^6 \text{ Ae/Wb}} = 3,948 \text{ mH}$$

$$L_2 = \frac{N_2 \cdot \phi_2}{I_2} = \frac{N_2 \cdot \mu_0 \cdot N_2 \cdot I_2 \cdot S_2}{\ell \cdot I_2} = \frac{\mu_0 \cdot (N_2)^2 \cdot S_2}{\ell}$$

$$\mathfrak{R}_2 = \frac{N_2^2}{\ell} = \frac{N_2^2}{\mathfrak{R}_2} \text{ (Henr y)}$$

$$\mu_0 S_2$$

$$\mathfrak{R}_2 = \frac{\ell}{\mu_0 \cdot S_2} = \frac{0,10 \text{ m}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m} \times \pi \cdot (0,03 \text{ m})^2} =$$

$$\mathfrak{R}_2 = 28,14 \times 10^6 \text{ Ae/Wb}$$

$$L_2 = \frac{(1000e)^2}{28,14 \times 10^6 \text{ Ae/Wb}} = 35,53 \text{ mH}$$

13.4 - AUTOINDUÇÃO

Já foi visto que a variação do fluxo magnético no interior de uma bobina gera uma f.e.m. na mesma.

Se a variação do fluxo for causada pela variação da corrente da própria bobina o fenômeno é chamado de autoindução. A f.e.m. autoinduzida tem o seu sentido regido pela lei de Lenz e o seu valor pode ser calculado pela seguinte equação:

$$e = -N \cdot \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \quad \text{mas} \quad N \cdot \Delta \phi = L \cdot \Delta i \quad \text{logo}$$

$$\boxed{e = -L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}} \quad (13.7)$$

Esta é a equação típica da f.e.m. autoinduzida. Nela se percebe que a f.e.m. tem sempre sentido tal que tende a impedir a variação da corrente na bobina.

Quando a corrente está crescendo a f.e.m. autoinduzida é negativa, isto é, se opõe à corrente, tentando impedir o seu crescimento e, no caso da corrente estar diminuindo, a f.e.m. é positiva (no sentido da corrente), tentando impedir a sua variação.

Exemplo resolvido 13.5: Numa bobina de 800 espiras, quando a corrente varia de 9 A para

10A, o fluxo varia de 18,0 mWb para 20,0 mWb. Calcule:

a) A indutância da bobina. b) O valor da f.e.m. se esta variação de corrente ocorrer dentro de 2,0 ms? c) O sentido da f.e.m.

Solução: a) $L = N \cdot \phi / I = N \cdot \Delta \phi / \Delta I = 800 \cdot (20 - 18) \text{ mWb} / (10 - 9) \text{ A} = 800 \times 2 \times 10^{-3} \text{ Wb} / 1 \text{ A} = 1,6 \text{ H}$
b) $e = -L \cdot \Delta i / \Delta t = -1,6 \text{ H} \cdot 1 \text{ A} / 2 \times 10^{-3} \text{ s} = -800 \text{ V}$;
c) F.e.m no sentido contrário à corrente.

Os transitórios de ligação e de desligamento de bobinas em circuitos de corrente contínua são situações importantes para análise. Quando a chave é movida da posição 0 para a posição 1 a bobina, com sua resistência e indutância mostradas à parte, começará a ser percorrida por corrente no sentido indicado.

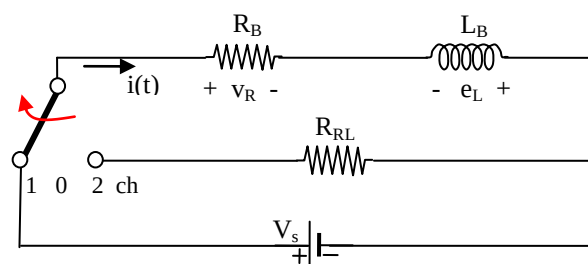


Fig.13.6 – Sentidos de referência da autoindução durante a ligação de uma bobina

A corrente, no entanto, não atinge imediatamente o valor final, pois surgirá uma f.e.m. induzida na indutância da bobina que terá sentido contrário à corrente, tentando impedir o seu crescimento. Então o aumento da corrente será lento, segundo uma função exponencial.

A f.e.m. autoinduzida tem sentido negativo (se opõe à corrente), por isso o **sinal real** apresentado pela mesma é positivo no lado da bobina onde a corrente entra.

A f.e.m. induzida é máxima (igual à tensão da fonte) nos momentos iniciais, onde a corrente tem a maior velocidade de variação, e vai decrescendo até se anular, no momento em que a corrente atinge o valor final e fica constante.

A partir daí a indutância pura comporta-se como um **curtocircuito** e o valor da corrente é calculado pela lei de Ohm ($I_F = V_S / R$).

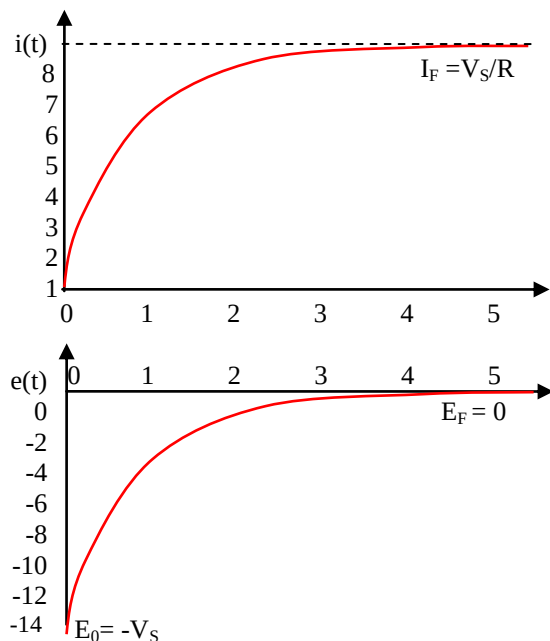


Fig.13.7 – Comportamento da corrente e da f.e.m. autoinduzida na ligação de uma bobina

Supondo agora que a chave seja comutada da posição 1 para a posição 2, tem-se o desligamento da fonte e a ligação da bobina ao circuito de descarga (**circuito de roda livre**).

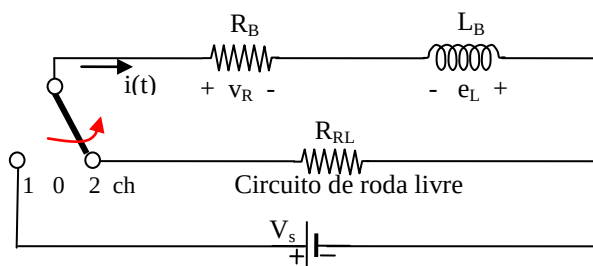


Fig.13.8 – Autoindução no desligamento de uma bobina

No instante em que a fonte é desligada a corrente tenderia a baixar para zero instantaneamente, porém, nesse momento, é gerada na bobina uma f.e.m. autoinduzida no mesmo sentido da corrente, tentando impedir a sua variação. Durante o decréscimo da corrente a f.e.m. tem sinal positivo no lado em que a corrente sai da bobina ajudando a corrente a não cair de valor.

Esta f.e.m. autoinduzida inicial tem um valor muito elevado devido ao decréscimo rápido da corrente no início.

Nota: Dependendo da resistência de descarga (R_{RL}), esta f.e.m. pode ser muito maior do que a tensão nominal da fonte de alimentação, podendo, inclusive, perfurar o isolamento de algum componente do circuito.

Em seguida a f.e.m. vai desaparecendo à medida que a corrente vai estabilizando o seu valor em zero.

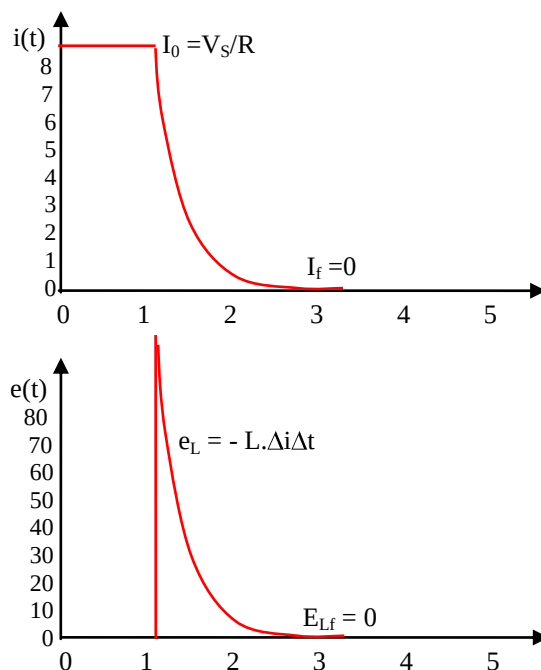


Fig.13.9 – Comportamento da corrente e f.e.m. autoinduzida no desligamento de uma bobina

Concluindo, a indutância impede a variação brusca da corrente através dela e se comporta como um curto-circuito sob corrente (constante) contínua.

13.5 – AGRUPAMENTO DE INDUTORES

As bobinas, também chamadas de indutores ou reatores, são encontradas no comércio para diversas finalidades com uma ampla faixa de valores de indutância e outras características.

Os indutores são agrupados, por vários motivos, em série, em paralelo ou até formando circuitos mistos, à semelhança do que é visto com resistores e capacitores.



Fig.13.10 – Indutores comerciais:
a) De carretel b) Toroidal

A seguir serão deduzidas as fórmulas da indutância equivalente para cada caso de associação.

13.5.1 - Associação em série

A Figura 13.11 mostra indutores puros ligados em série.

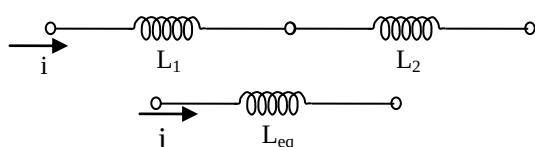


Fig.13.11 – Indutores agrupados em série

No circuito em série a corrente total é a mesma corrente de cada um dos indutores; logo as taxas de variação de todas as correntes também serão iguais:

$$\Delta i / \Delta t = \Delta i_1 / \Delta t = \Delta i_2 / \Delta t = \dots \quad (13.8)$$

As f.e.m. são calculadas por:

$$e_t = -\frac{L_{eq} \Delta i}{\Delta t}, \quad e_1 = -\frac{L_1 \Delta i_1}{\Delta t}, \quad e_2 = -\frac{L_2 \Delta i_2}{\Delta t}, \quad e_3 = \dots$$

Mas, no circuito em série tem-se:

$$e_t = e_1 + e_2 + e_3 + \dots$$

Fazendo as substituições, a indutância equivalente do circuito série fica:

$$-\frac{L_{eq} \Delta i}{\Delta t} = -\left(\frac{L_1 \Delta i_1}{\Delta t} + \frac{L_2 \Delta i_2}{\Delta t} + \frac{L_3 \Delta i_3}{\Delta t} + \dots\right)$$

$$\boxed{L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3 + \dots} \quad (13.9)$$

13.5.2 - Associação em paralelo

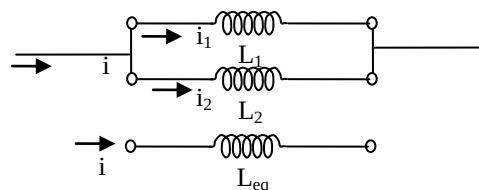


Fig.13.12 – Indutores agrupados em paralelo

No circuito paralelo tem-se:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \dots \quad \text{logo:}$$

$$\Delta i / \Delta t = \Delta i_1 / \Delta t + \Delta i_2 / \Delta t + \Delta i_3 / \Delta t \dots \quad (13.10)$$

Já sabemos que:

$$e_t = -\frac{L_{eq} \cdot \Delta i}{\Delta t}, \quad e_1 = -\frac{L_1 \cdot \Delta i_1}{\Delta t},$$

$$e_2 = -\frac{L_2 \cdot \Delta i_2}{\Delta t}, \quad e_3 = -\frac{L_3 \cdot \Delta i_3}{\Delta t}$$

Reorganizando tem-se:

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} = -\frac{e_t}{L_{eq}}, \quad \frac{\Delta i_1}{\Delta t} = -\frac{e_1}{L_1},$$

$$\frac{\Delta i_2}{\Delta t} = -\frac{e_2}{L_2}, \quad \frac{\Delta i_3}{\Delta t} = -\frac{e_3}{L_3}$$

Usando (13.10) chega-se a:

$$\frac{e_t}{L_{eq}} = \frac{e_1}{L_1} + \frac{e_2}{L_2} + \frac{e_3}{L_3} + \dots$$

Sabe-se que nos circuitos em paralelo as tensões são iguais. Logo, por comparação, as f.e.ms. induzidas também são iguais ($e = e_1 = e_2 = e_3 = \dots$) o que conduz a:

$$\frac{e}{L_{eq}} = \frac{e}{L_1} + \frac{e}{L_2} + \frac{e}{L_3} + \dots$$

Simplificando a expressão obtém-se:

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots$$

Finalmente chega-se à expressão final da indutância equivalente de indutores em paralelo.

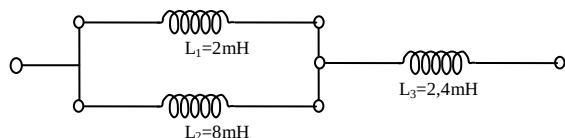
$$\boxed{L_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots}} \quad (13.11a)$$

Observa-se assim que as equações das associações de indutores são respectivamente semelhantes às da associação de resistores.

Dois indutores: $\boxed{L_{eq} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}} \quad (13.11b)$

N indutores iguais: $\boxed{L_{eq} = \frac{L_1}{N}} \quad (13.11c)$

Exemplo resolvido 13.6: Calcular a indutância equivalente do circuito de indutores mostrado na figura.



Solução: No trecho em paralelo tem-se:

$$L_{12} = \frac{1}{\frac{1}{2 \times 10^{-3} \text{ H}} + \frac{1}{8 \times 10^{-3} \text{ H}}} = 1,6 \times 10^{-3} \text{ H} = 1,6 \text{ mH}$$

Agrupando o indutor L_{12} em série com o indutor L_3 tem-se:

$$L_{123} = L_{eq} = L_{12} + L_3 = 1,6 \text{ mH} + 2,4 \text{ mH} = 4,0 \text{ mH}$$

13.6 – ENERGIA ARMAZENADA NO CAMPO MAGNÉTICO

Com a finalidade de analisar o destino da energia que a fonte elétrica entrega a um circuito indutivo considerá-lo-emos como composto de uma resistência pura em série com uma indutância pura.

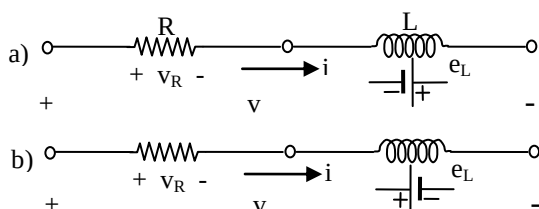


Fig.13.13 – Circuito RL com corrente crescente: Polaridades: a) de referência; b) reais.

Será suposto inicialmente que a corrente, num certo intervalo de tempo, cresce desde um valor inicial nulo até atingir o valor final (I).

A corrente vence a resistência pura do circuito causando ali uma transformação de energia elétrica em calor (efeito Joule). Durante o crescimento da corrente na bobina, as cargas movem-se em sentido contrário à f.e.m. induzida (localizada no indutor puro) que está negativa.

Neste caso há o vencimento de outra oposição: a f.e.m. induzida. Durante esse

intervalo de tempo a fonte elétrica fornece uma parte de sua energia ao resistor e outra parte à indutância.

A diferença entre os dois destinos da energia é que a parcela aplicada no resistor é dissipada em forma de calor, não podendo mais ser revertida em energia elétrica; enquanto que a parcela cedida à indutância é **armazenada no campo magnético** do indutor, podendo ser recuperada mais tarde.

Usando a segunda lei de Kirchhoff obtém-se uma expressão em Volts:

$$v = i.R - e_L \quad (13.12a)$$

Como a variação da corrente é positiva ($\Delta i = +$) a f.e.m. será negativa ($e_L = -L\Delta i/\Delta t$) logo a corrente entra na indutância pelo terminal positivo. (Fig.13.13b).

Multiplicando tudo por $\Delta q = i.\Delta t$ obtêm-se energias (em Joules) no intervalo Δt .

$$\boxed{v.i.\Delta t = i^2.R.\Delta t - e_L.i.\Delta t} \quad (13.12b)$$

onde: $v.i.\Delta t$ = Energia fornecida pela fonte ;
 $i^2.R.\Delta t$ = Energia dissipada em calor;
 $-e_L.i.\Delta t = \Delta W_{cmp} =$ Acréscimo de energia no campo magnético.

O acréscimo ΔW_{cmp} é positivo porque o sinal da f.e.m. compensa o sinal da equação.

Os acréscimos de energia em cada intervalo Δt_j , ao serem somados, fornecem a energia armazenada no campo magnético W_{cmp} .

$$W_{cmp} = \sum_{j=1}^n \Delta W_{cmpj} = - \sum_{j=1}^n e_{Lj} \cdot i_j \cdot \Delta t_j \quad (13.12c)$$

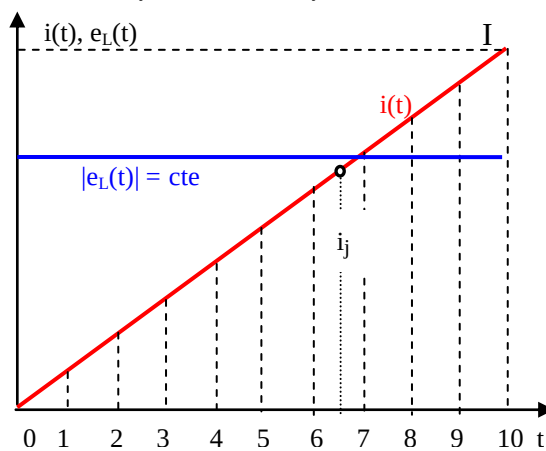


Fig.13.14 – Cálculo da energia armazenada

Tomar-se-á, por facilidade didática, intervalos de tempo Δt constantes e um crescimento linear da corrente de forma que a f.e.m. ($e_L = -L \cdot \Delta i / \Delta t$) será constante para cada intervalo de tempo.

Como a f.e.m. e_L é constante ela pode ser posta em evidência, multiplicando o somatório.

$$W_{\text{cmp}} = -e_L \cdot \sum_{j=1}^n i_j \cdot \Delta t_j$$

Por inspeção da Figura 13.14, tomando-se i_j como a altura média do trapézio de índice j , tem-se que $i_j \cdot \Delta t_j$ corresponde, em módulo, à área do trapézio genérico j .

Como o somatório de todos os trapézios corresponde à área do triângulo de base t e altura I tem-se:

$$W_{\text{cmp}} = -e_L \cdot \sum_{j=1}^n i_j \cdot \Delta t_j = -e_L \cdot S_{\Delta} = -e_L \cdot \left(\frac{t \cdot I}{2}\right)$$

Como a curva da corrente é uma reta inclinada, por semelhança de triângulos, pode-se tomar $\Delta i / \Delta t = I / t$ e obter $e_L = -L \cdot \Delta i / \Delta t = -L \cdot i / t$ e substituir na equação acima chegando a:

$$W_{\text{cmp}} = L \cdot \frac{I}{t} \cdot \frac{t \cdot I}{2} \quad \text{e, finalmente, obter :}$$

$$W_{\text{cmp}} = \frac{1}{2} L I^2 \quad (13.13)$$

onde: W_{cmp} = Energia armazenada no campo magnético (J);

L = Indutância do circuito elétrico (H);

I = Intensidade da corrente circulando no circuito (A).

Essa energia armazenada no campo magnético será devolvida ao circuito elétrico quando a corrente diminuir. Isso ocorrerá através da geração de uma f.e.m. no mesmo sentido da corrente, ajudando, portanto, a fonte a manter a corrente no circuito ou mesmo se dissipando, em forma de calor, em um arco elétrico, se houver a interrupção do circuito.

Exemplo resolvido 13.7: Calcule a energia armazenada no campo magnético de uma bobina, cuja indutância vale 200 mH, se a intensidade da corrente for de 30 A.

Solução:

$$W_{\text{cmp}} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot 200 \times 10^{-3} \text{ H} \cdot (30 \text{ A})^2 = 90 \text{ J}$$

13.7 – INDUÇÃO MÚTUA

Quando há variação de corrente num circuito, e o seu fluxo está concatenado com outro circuito, surgirá uma f.e.m. induzida nesse outro, caracterizando a indução mútua.

O seu valor é calculado por:

$$e_2 = -N_2 \cdot \frac{\Delta \phi_{12}}{\Delta t}$$

$$\text{mas } N_2 \cdot \Delta \phi_{12} = M_{12} \cdot \Delta i_1$$

$$\text{logo } e_2 = -M_{12} \cdot \frac{\Delta i_1}{\Delta t} \quad (13.14)$$

Onde: e_2 = F.e.m. de mútua indução gerada no circuito 2 (Volts)

N_2 = Número de espiras do circuito 2

$\Delta \phi_{12}$ = Variação do fluxo do circuito 1 no interior do circuito 2 (Weber)

M_{12} = Indutância mútua entre o circuito 1 e o circuito 2.

Δi_1 = Variação de corrente no circuito 1.

O melhor exemplo de aplicação da indução mútua ocorre nos transformadores onde existem dois enrolamentos eletricamente isolados, com número de espiras diferentes, montados sobre um núcleo de ferro em comum.

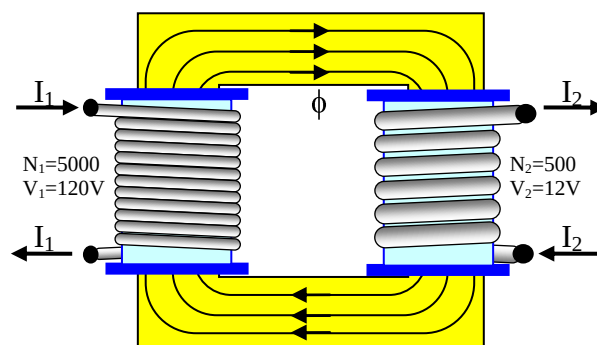


Fig.13.15 – Transformador básico: circuitos elétricos isolados com mútua indução

No enrolamento primário é aplicada uma tensão alternada que causa a circulação de uma corrente primária que produz um fluxo que se concatena com o enrolamento secundário.

O fluxo mútuo, sendo variável no tempo, induz f.e.m. no enrolamento secundário onde está ligada uma carga.

Prova-se facilmente que as tensões primária e secundária são proporcionais ao número de espiras do seu próprio enrolamento.

A indução mútua nem sempre ocorre de maneira desejável e previsível. Há, por exemplo, indução mútua entre um circuito elétrico de potência e um circuito de dados ou telefonia causando interferência entre eles.

Por esse motivo, circuitos mais sensíveis devem ser mantidos bem afastados de circuitos de maior corrente.

Exemplo resolvido 13.8: Num transformador com núcleo de ar, onde a indutância mútua M_{12} é de 40,0 mH, $N_1 = 1000$ e $N_2 = 500$, a corrente cresceu no primário na razão de 8000 A/s. Qual é a f.e.m. induzida no secundário?

Solução:

$$e_2 = - M_{12} \cdot \Delta I_1 / \Delta t =$$

$$e_2 = - 40 \times 10^{-3} \text{ H} \times 8000 \text{ A/s} = - 320 \text{ V}$$

13.8 - PERDAS NOS CIRCUITOS MAGNÉTICOS

13.8.1 – Introdução

Assim como os enrolamentos dos indutores e outros equipamentos estão sujeitos a campos variantes no tempo, também os núcleos ferromagnéticos são frequentemente submetidos a essa condição e, por isso, apresentam as chamadas perdas no ferro.

Perda é definida como a parcela de energia que é transformada numa outra forma que não tem interesse para a aplicação em questão.

Geralmente esta outra forma de energia é o calor.

As perdas no ferro são devidas à histerese magnética e às correntes parasitas.

13.8.2 - Perdas por histerese magnética

De acordo com a teoria de Weber-Ewing, a estrutura dos materiais magnéticos é formada por domínios magnéticos (ímãs elementares).

Quando esse material é submetido a um campo magnetizante, os ímãs elementares orientam-se com certa dificuldade, devido ao atrito interno que existe entre os mesmos.

Tal atrito também existe quando o material é submetido a um campo desmagnetizante.

Quanto maior for a dificuldade de magnetizar e desmagnetizar um material, maior é esse atrito e maior é a energia dissipada em forma de calor, ou seja, maior é a perda por histerese magnética.

Uma medida dessas dificuldades de magnetização e desmagnetização é o campo coercitivo.

Os materiais duros, os que têm alto campo coercitivo, apresentam muitas perdas por histerese magnética.

A maioria dos autores expressa as perdas histeréticas por uma equação com coeficientes empíricos. [Martignoni, Eletrotécnica]

$$P_h \cong k_h \cdot B_M^2 \cdot f \quad (13.15)$$

onde:

P_h = Perdas histeréticas (Watts / kg);

k_h = Coeficiente de cada material;

B_M = Indução máxima (T);

f = Frequência (Hz).

Para diminuir essas perdas pode-se:

- Usar material de baixa força coercitiva;
- Trabalhar com indução magnética baixa (material não saturado);
- Reduzir a frequência da variação do fluxo (quando for possível).

13.8.3 - Perdas por correntes parasitas (correntes de Foucault)

Um circuito elétrico, quando submetido a uma variação de fluxo magnético no seu interior, sofre a indução de uma f.e.m. Os circuitos são formados por espiras convenientemente isoladas, de forma que a f.e.m. e a corrente induzidas são canalizadas a um circuito consumidor. [Martignoni, Eletrotécnica, p.271 e p.403]

Os circuitos elétricos, muitas vezes, são enrolados sobre um núcleo de material ferro-magnético, a fim de diminuir a relutância do circuito magnético e favorecer a criação de grandes induções.

Como um material ferro-magnético também é um condutor elétrico, se houver variações de fluxo haverá indução de f.e.m. na massa metálica.

Esse núcleo comporta-se como um circuito elétrico fechado de baixíssima resistência (um curto-circuito). Logo, as f.e.ms. darão origem a fortes correntes dentro do núcleo magnético.

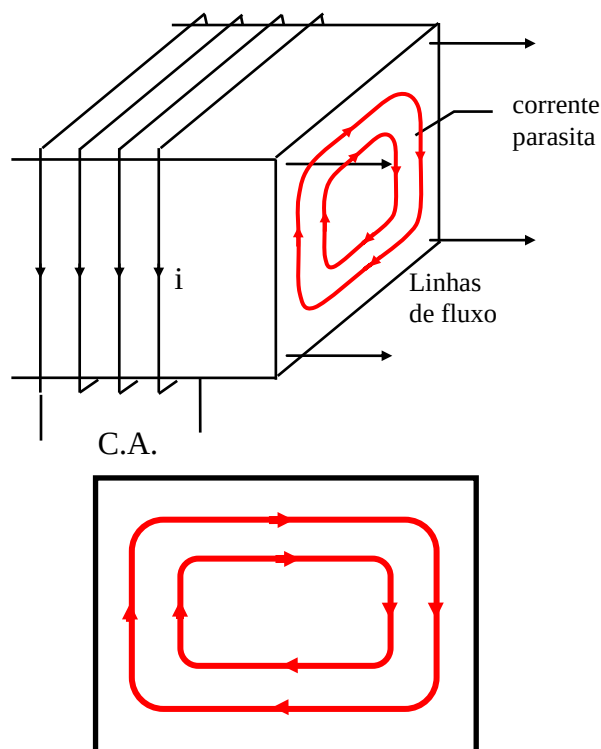


Fig.13.16 – Núcleo maciço com fortes correntes parasitas

O sentido dessas correntes é tal que o seu campo magnético opõe-se à variação do campo magnético indutor

As correntes estão, portanto, num plano perpendicular à direção do campo magnético.

Na Figura 13.16 tem-se, por exemplo, o fluxo crescendo dentro do núcleo com o sentido indicado.

As correntes parasitas farão aproximadamente o percurso mostrado, a fim de criar um campo induzido em sentido contrário ao do indutor.

Essas correntes causam uma grande dissipação de calor, que geralmente não tem uso nenhum, mas consomem energia.

Um procedimento tradicionalmente feito para reduzir as correntes de Foucault (pronuncia-se fucô) é fazer o circuito magnético de finas chapas isoladas em vez de ser maciço.

A isolamento pode ser feita por fina camada de verniz, oxidação natural da chapa e outros materiais mais evoluídos.

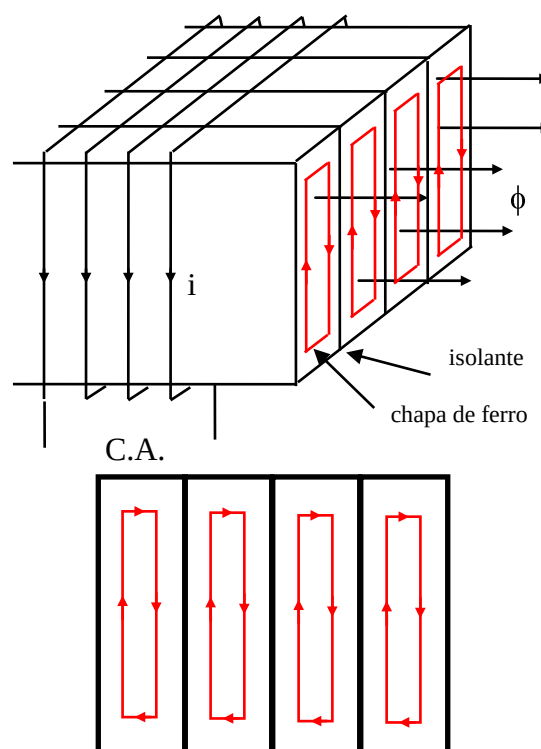


Fig.13.17 – Núcleo laminado reduz as perdas por correntes parasitas

A laminação deve ser no sentido do fluxo, para não aumentar a relutância e também para que o isolante fique transversal ao sentido da corrente e, com isso, dificultar a sua circulação.

As correntes de Foucault não têm um caminho bem definido; portanto o seu equacionamento é bastante difícil.

Resultados experimentais têm mostrado que as perdas por correntes parasitas podem ser expressas pela seguinte equação.

$$P_p = k_p \cdot B_M^2 \cdot f^2 \cdot t^2 \quad (13.16)$$

Onde:

P_p = Perdas por correntes parasitas (W/kg);

k_p = Constante que depende da condutividade do material;

B_M = Indução magnética máxima (T);

f = Frequência (Hz);

t = Espessura das lâminas (mm).

As perdas *Foucault* podem ser reduzidas das seguintes maneiras:

- Usando chapas isoladas de pequena espessura (0,27 a 0,50 mm);
- Aumentando a resistividade do material pelo acréscimo de pequenos percentuais de silício ao aço (1 a 5%);
- Trabalhando com indução relativamente baixa;
- Usando frequência baixa (quando for possível).

Como se pode ver, não é possível eliminar as correntes parasitas e sim reduzi-las a ponto de serem suportáveis.

13.8.4 - Aproveitamento das correntes parasitas

As correntes parasitas geram calor e forças contrárias ao movimento, sendo que, em certas circunstâncias, podem ser benéficas tal como acontecem nas seguintes aplicações.

1. Aquecimento indutivo: Nessas aplicações, o material a ser aquecido é colocado dentro do aparelho, onde um campo magnético variável, de frequência geralmente alta (400 a

1000Hz), induz-lhe correntes parasitas, que o aquece até a temperatura desejada.

Ex: a) Fornos de indução usados para fundição de materiais com baixo teor de impurezas.

b) Aparelhos de aquecimento para montagem de rolamentos.

2. Freios de indução: quando um condutor é movido dentro de um campo magnético, gera-se uma f.e.m. e uma corrente (se o circuito estiver fechado).

O sentido dessa corrente induzida é tal que se geram forças em sentido contrário ao deslocamento do condutor.

Em vários aparelhos ou instrumentos esse princípio é aproveitado para que a sua parte móvel tenha um movimento amortecido.

Ex: a) Os medidores de energia elétrica residencial ou industrial têm o seu movimento limitado, porque o seu disco passa pelo interior do campo magnético de um ímã permanente onde ocorre o controle da frenagem.

b) Os freios de indução (freio de Foucault ou de correntes parasitas), que são usados para aplicação de carga durante os ensaios de motores elétricos, utilizam o mesmo princípio acima sendo, no caso, para altas potências.

c) As bobinas de instrumentos de medição magneto-elétricos possuem um carretel de alumínio para servir de amortecedor para as oscilações bruscas do ponteiro.

Questões e problemas

13.1. Defina fluxo concatenado para um enrolamento em que o fluxo é igual no interior de todas as suas espiras.

13.2. Defina quantitativamente indutância e diga sua unidade no sistema internacional.

13.3. Calcule a indutância de um solenóide cilíndrico com 10 cm de comprimento por 3 cm de diâmetro. Ele tem núcleo de ar com 500 espiras uniformemente distribuídas.

13.4. Qual é a indução que teremos dentro de um solenóide de ar com uma indutância de 8 mH, sabendo-se que o mesmo é atravessado por uma corrente de 10 A? Sabe-se que o mesmo tem 500 espiras e sua seção transversal vale 10 cm^2 .

13.5. Determine a indutância própria de um enrolamento toroidal com um núcleo de madeira, enrolado com 608 espiras, tendo uma seção reta de $2 \times 2 \text{ cm}$ e com raio interno de 2,5 cm.

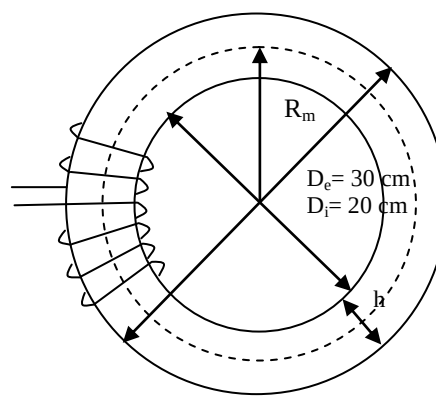
13.6. Um toróide com núcleo de ferrite de permeabilidade relativa igual a 100 é enrolado uniformemente com 470 espiras. A seção transversal é $4,0 \text{ cm}^2$ e o comprimento da linha de força média é 10 cm. Qual é a indutância?

13.7. Numa bobina de 10 espiras, quando a corrente varia de 90 A para 100 A, o fluxo varia de 9,0 mWb para 10,0 mWb. Qual é a indutância da bobina? Qual é o sentido da f.e.m.?

13.8. Calcule a indutância de um toróide de lâmina de ferro silício com seção transversal circular que tem 1000 espiras. A condição desejada é que a indução seja 0,8 T. O raio interno vale 10 cm e o externo 14 cm.

13.9. Sobre um toróide de lâminas de ferro normal, com seção retangular, encontram-se enroladas 950 espiras nas quais circula uma corrente de 0,10 A. Os raios interno e externo valem 8 cm e 12 cm e a espessura do pacote de lâminas é 3 cm. Qual é a indutância nessa condição?

13.10. Um toróide de ferro forjado com seção transversal quadrada possui 1000 espiras, nas quais circula uma corrente (I) que produz um fluxo de $2,5 \times 10^{-3} \text{ Wb}$. Os diâmetros externo e interno valem, respectivamente, 0,30 m e 0,20 m.



Calcular:

- A corrente da bobina para produzir esse fluxo.
- A indutância da bobina nessas condições.

13.11. Explique o que é autoindução e comente o sentido da f.e.m. à luz da lei de Lenz.

13.12. Numa bobina houve uma redução de corrente de 100 A para 90 A, num intervalo de tempo de 0,001 s e, com isso, gerou-se uma f.e.m. de 10 V.

- Qual é a indutância da bobina?
- Qual é o sentido da f.e.m. induzida?

13.13. Diga quais são os fatores que influenciam na f.e.m. autoinduzida.

13.14. Quatro indutâncias iguais são ligadas em série. Calcule a indutância equivalente.

- 13.15. Duas bobinas de indutâncias iguais são ligadas em paralelo. Qual é o valor da indutância equivalente?
- 13.16. Calcule a indutância equivalente de dois indutores de 3 mH e 5mH:
a) Quando estiverem ligados em série;
b) Quando estiverem ligados em paralelo.
- 13.17. Uma bobina deve armazenar uma quantidade de energia de 80 mJ ao ser atravessada por uma corrente de 5 A. Qual deve ser a sua indutância?
- 13.18. Defina f.e.m. de indução mútua e indutância mútua.
- 13.19. Explique o funcionamento de um transformador.
- 13.20. Num transformador, onde a indutância mútua é de 5,0 mH, a corrente variou no primário na razão de 10 A/ms. Qual é a f.e.m. induzida no secundário?
- 13.21. Explique o que é perda por histerese magnética respondendo o que se pede:
a) Quais as causas?
b) Quais as consequências?
- 13.22. Cite as três formas possíveis de reduzir as perdas por histerese magnética.
- 13.23. Descreva o fenômeno das perdas por correntes parasitas abordando:
a) Causas de sua existência;
b) Consequências do fenômeno.
- 13.24. Cite as quatro maneiras possíveis de reduzirem-se as perdas por correntes parasitas.
- 13.25. Cite dois equipamentos que baseiam seu princípio de funcionamento nas correntes parasitas.

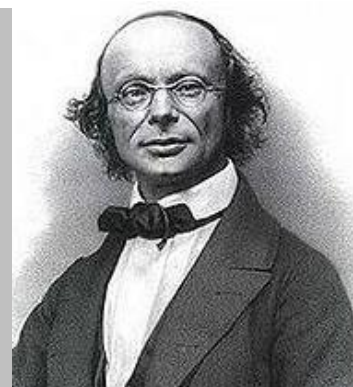
Respostas selecionadas

- 13.3. $L = 2,22 \text{ mH}$
- 13.4. $B = 0,16 \text{ T}$
- 13.5. $L = 846 \mu\text{H}$;
- 13.6. $L = 111,0 \text{ mH}$
- 13.7. $L = 1,0 \text{ mH}$; Sentido da f.e.m.: No sentido contrário ao da corrente.
- 13.8. $L = 5,347 \text{ H}$
- 13.9. $L = 7,44 \text{ H}$
- 13.10. $I = 0,314 \text{ A}$; $L = 7,962 \text{ H}$.
- 13.12. a) $L = 1,0 \text{ mH}$;
b) f.e.m. no sentido da corrente
- 13.16. a) 8mH; b) 1,875 mH
- 13.17. 6,4 mH
- 13.20. 50 V

Capítulo XIV – PRINCÍPIOS DA CORRENTE ALTERNADA

Wilhelm Eduard Weber (1804 - 1891)

Weber foi um físico alemão e, com Gauss, inventor do primeiro telégrafo eletromagnético. Weber nasceu em Wittenberg, onde seu pai era professor de teologia. William era o segundo de três irmãos, todos com alguma aptidão em ciências. Após a dissolução da Universidade de Wittenberg, o seu pai foi transferido em 1815 para Halle. As primeiras lições de William foram dadas pelo seu pai, mas fora então enviado para o Orphan Asylum and Grammar School em Halle. Estudou na Universidade de Göttingen e na Universidade de Halle, onde se distinguiu em filosofia. No ano de 1837 foi expulso de Göttingen, junto com outros professores, por ter protestado contra a suspensão da Constituição de Hanover,



por ato do Rei Ernest Augustus. Durante esse período viajou pela Inglaterra e outros países. Em 1843, Weber passou a ser professor de física na Universidade de Leipzig e no ano de 1849, voltou a lecionar em Göttingen. Um dos seus mais importantes trabalhos foi o *Atlas des Erdmagnetismus* ("Atlas do Geomagnetismo"). Weber demonstrou que um sistema absoluto de medidas elétricas poderia ser definido por via de comprimento, de tempo e de massa. Tendo em vista a sentença de Fechner, segundo a qual as cargas elétricas negativa e positiva se movem, em um fio condutor, com velocidades iguais opostas, ele desenvolveu a lei das forças existentes entre as cargas. Em colaboração com Gauss, concebeu e construiu um sistema de telegrafia eletromagnética que chegou a funcionar até a distância de mais de 3.000m. Foi também membro da Royal Swedish Academy of Sciences em 1855. Em sua homenagem foi dado o nome de weber (Wb) à unidade de medida do fluxo magnético (SI). [http://pt.wikipedia.org/wiki/Wilhelm_Eduard_Weber]

14.1 - INTRODUÇÃO

14.1.1 – Revisão do movimento circular

O movimento circular é, em geral, a origem da geração de f.e.m. alternada senoidal, por isso é necessária uma pequena revisão deste assunto.

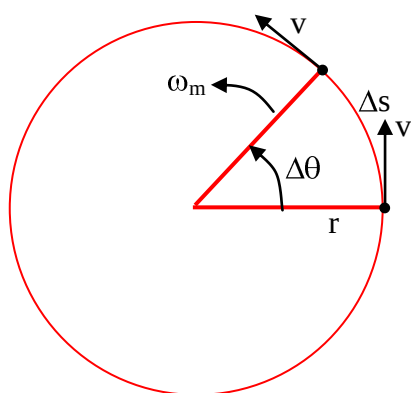


Fig.14.1 – Definições do movimento circular

O movimento circular caracteriza-se pela rotação de um objeto em torno de um eixo mantido a uma distância constante do eixo.

Define-se **radiano** como o ângulo plano que subentende um arco sobre a circunferência igual ao raio da mesma. Seu valor equivale a $57,3^\circ$.

A relação entre o ângulo mecânico descrito pelo objeto e o arco percorrido pelo mesmo sobre a curva da circunferência é dada por:

$$\Delta s = \Delta \theta_m \cdot r \quad (14.1)$$

Onde: Δs = arco percorrido (m);

$\Delta \theta_m$ = ângulo mecânico descrito (rad);

r = raio de giro (m).

Por exemplo, se o ângulo percorrido for 2π rad e se o raio for 1,0 m, o arco percorrido será o próprio comprimento da circunferência.

($c = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \text{ rad} \cdot 1,0 \text{ m} = 6,28 \text{ m}$)

Velocidade linear ou tangencial é a razão entre a distância linear percorrida e o tempo gasto no percurso.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (14.2)$$

Onde: v = velocidade linear (m/s);

Δs = distância percorrida sobre o arco(m);

Δt = intervalo de tempo (s).

Velocidade angular mecânica é a razão entre o ângulo mecânico percorrido e o tempo gasto em percorrê-lo.

$$\omega_m = \frac{\Delta \theta_m}{\Delta t} \quad (14.3)$$

Onde: ω_m = velocidade angular mecânica (rad/s);

$\Delta \theta_m$ = ângulo percorrido (rad).

Dividindo-se os dois membros de (14.1) por Δt obtém-se a relação entre a velocidade tangencial e a velocidade angular:

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta \theta_m}{\Delta t} \cdot r \Rightarrow v = \omega_m \cdot r \quad (14.4)$$

14.1.2 - Geração de f.e.m. alternada senoidal

A explicação clássica da origem da f.e.m. alternada está em uma bobina retangular girando dentro de um campo magnético uniforme, criado por um ímã permanente, com uma velocidade angular constante.

Quando os condutores ativos **a** e **b** passam pela zona neutra, em 0° e 180° , não há produção de f.e.m., porém quando os mesmos passam sob os polos suas velocidades são perpendiculares às linhas de força (90° e 270°) e a f.e.m. tem valor máximo.

Toda vez que os condutores passam pela zona neutra há a inversão da f.e.m. induzida e as cargas são impulsionadas no sentido oposto ao sentido anterior caracterizando a f.e.m. alternada. Os sentidos podem ser verificados pela aplicação da regra de Fleming da mão direita.

Tomemos, por convenção, como positiva a f.e.m. quando ela entra em **a** e sai em **b** e negativa quando tiver sentido contrário. Assim, enquanto o lado **a** estiver passando sob o polo sul e o lado **b** passando sob o polo norte teremos o semiciclo positivo da f.e.m. (0° a 180°) e quando o lado **a** passar sob o polo norte teremos o semiciclo negativo. (180° a 360°).

Para exemplificar a afirmação acima será resolvido um exercício numérico, onde serão vistas as relações entre o movimento mecânico do eixo de um gerador elementar e a f.e.m. gerada.

Exemplo resolvido 14.1: Calcular a f.e.m. gerada a cada instante de tempo numa bobina de 50 espiras com 0,20 m de comprimento axial que gira a 60 rps numa trajetória circular de raio 0,05 m dentro de um campo magnético uniforme de 0,825 T.

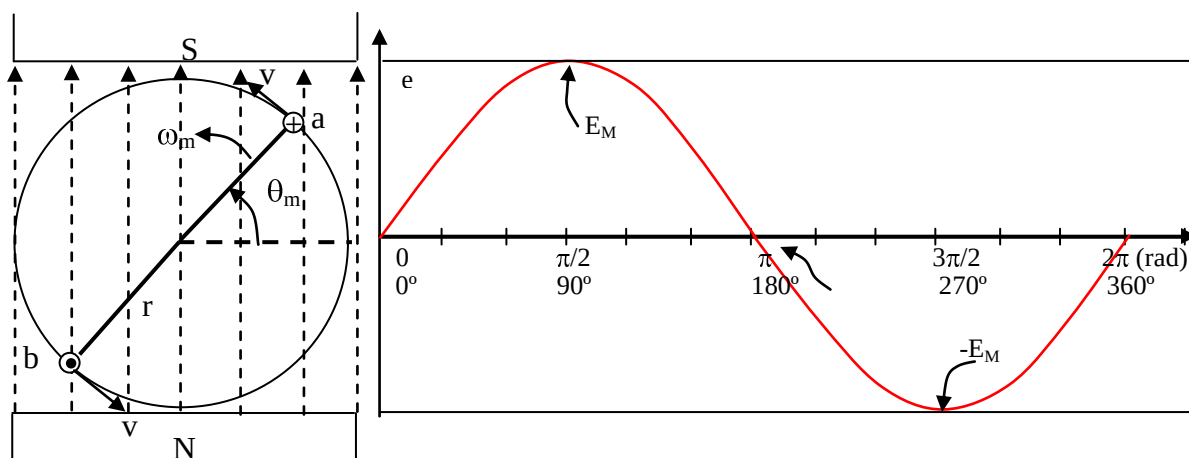


Fig.14.2 – Geração de f.e.m. alternada senoidal

Solução:

$$\omega_m = 2\pi \cdot n' = 2\pi \cdot 60 \text{ rps} = 120\pi \text{ rad/s} = 377,0 \text{ rad/s}$$

$$v = \omega_m \cdot r = 377 \text{ rad/s} \cdot 0,05 \text{ m} = 18,85 \text{ m/s}$$

$$e = 2 \cdot N \cdot B \cdot \ell \cdot v \cdot \sin \theta =$$

$$e = 2 \cdot 50 \cdot 0,825 \text{ T} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 18,85 \text{ m/s} \cdot \sin \theta = 311,0 \cdot \sin \theta \text{ V}$$

Quando $\theta = 90$ tem-se $\sin \theta = 1$ logo $e = E_M$, portanto: $e = E_M \cdot \sin \theta$ mas $\theta = \omega \cdot t$ então:

$$e = E_M \cdot \sin \omega \cdot t \quad (14.5)$$

Os valores instantâneos são proporcionais ao seno do ângulo, logo se tem uma f.e.m alternada senoidal. Caso o circuito esteja fechado haverá circulação de corrente que será alternada senoidal também. Então as cargas circulam num dado sentido (positivo) com uma intensidade variável, param e se movem em sentido contrário (negativo) e param novamente e assim sucessivamente.

Resumindo, a característica da C.A. é ter módulo e sentido variável.

Só serão estudados os efeitos sobre circuitos causados por corrente alternada senoidal, porque outra forma de onda foge às possibilidades do técnico de nível médio.

14.2 – MEDIDAS DA VELOCIDADE DE VARIAÇÃO DAS GRANDEZAS ALTERNADAS

Ciclo - é um conjunto dos valores que se repetem periodicamente que, no caso, são os valores contidos entre 0° e 360° .

Período (T) - é o tempo de duração de um ciclo.
 $u(T) = s$

Frequência (f) - é o número de ciclos que ocorrem na unidade de tempo, ou seja, num segundo.

$$u(f) = \text{ciclos/segundo} = \text{Hertz (Hz)}.$$

Intuitivamente, ao observar a Figura 14.3, conclui-se que frequência é o inverso do período.

$$f = \frac{1}{T} \quad (14.6)$$

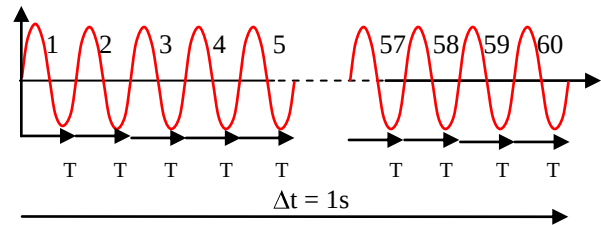


Fig. 14.3 – Relação período x frequência

Exemplo resolvido 14.2: Calcular o período da corrente alternada fornecida pelas concessionárias brasileiras (cuja frequência é 60 Hz).

Solução:

Se a frequência é 60 Hz existe 60 ciclos completos em cada segundo; logo o tempo em que ocorre um ciclo será:

$$T = 1/60 \text{ Hz} = 16,7 \times 10^{-3} \text{ s} = 16,7 \text{ ms}.$$

Ângulo elétrico: as grandezas elétricas (tensão, corrente, etc) são variáveis no tempo, porém, como elas são originadas no movimento circular, atribui-se ao tempo a dimensão de ângulo. Assim, ao tempo de um período é associado o ângulo de 360° . Logo, cada fração do período tem correspondência a um ângulo elétrico (em graus ou radianos elétricos).

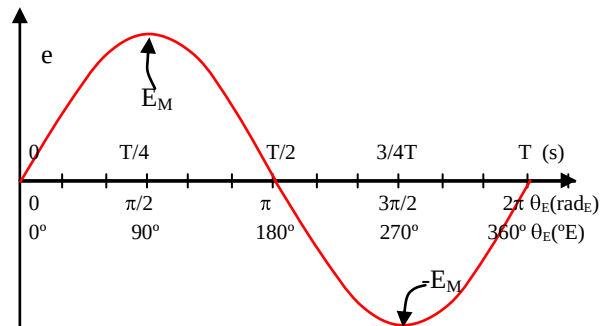


Fig.14.4 - Definição de ângulo elétrico

Velocidade angular elétrica - é a razão entre o ângulo elétrico percorrido e o tempo gasto.

$$\omega = \frac{\Delta\theta_E}{\Delta t} \quad (14.7)$$

Onde: ω = velocidade angular elétrica (rad/s);
 $\Delta\theta_E$ = ângulo elétrico percorrido (rad).

Considerando que o ângulo percorrido corresponde a um ciclo, ou seja, 2π rad_E, o intervalo de tempo corresponde a um período.

Assim tem-se:

$$\omega = \frac{\Delta\theta_E}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} \quad \text{mas } f = 1/T \text{ logo:}$$

$$\boxed{\omega = 2\pi f} \quad (14.8)$$

Onde: ω = velocidade angular elétrica (rad/s);
 f = frequência elétrica (Hz).

Exemplo resolvido 14.3: Calcular a velocidade angular elétrica de uma corrente alternada cuja frequência seja 60 Hz.

Solução:

Se $f = 60$ Hz, $T = 1/60\text{Hz} = 16,7 \times 10^{-3}\text{s}$ logo:

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 60 \text{ Hz} = 377 \text{ rad}_E/\text{s}$ ou

$\omega = 2 \cdot \pi / T = 2 \cdot \pi / 16,7 \times 10^{-3}\text{s} = 377 \text{ rad}_E/\text{s}$

14.3 – MEDIDAS DE INTENSIDADE DAS GRANDEZAS ALTERNADAS

No texto abaixo será usada, por comodidade, a expressão corrente alternada, porém os conceitos apresentados são extensíveis à tensão alternada.

Valor máximo da corrente alternada

É o maior valor que a corrente assume durante o ciclo. Também é chamado de valor de pico.

Valor pico a pico da corrente alternada

É a soma do valor máximo positivo com o valor máximo negativo (em valores absolutos) da corrente alternada. Seu maior uso ocorre

durante a leitura de valores em osciloscópios.

Nas correntes simétricas seu valor é o dobro do valor máximo.

$$\boxed{I_{pp} = 2 \cdot I_M} \quad (14.9a) \quad \text{e} \quad \boxed{V_{pp} = 2 \cdot V_M} \quad (14.9b)$$

Valor médio da corrente alternada

É o valor de uma corrente constante (contínua) que transporta a mesma carga elétrica durante o mesmo intervalo de tempo, que é tomado com um semiciclo.

Não se pode tomar o ciclo inteiro porque daria resultado nulo para qualquer onda alternada e o conceito perderia a sua utilidade.

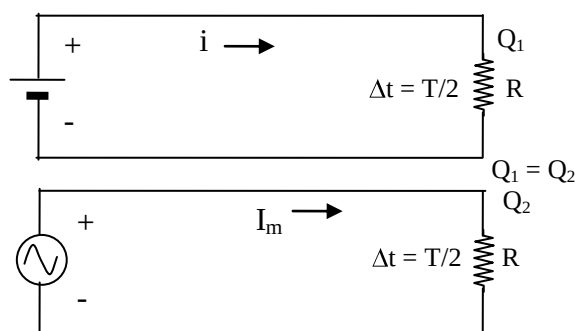


Fig. 14.5 – Comparação entre cargas transportadas pela CC e pela CA num semiciclo.

Calcula-se o valor médio tomando-se uma série de intervalos e tomando-se o valor da corrente no meio de cada um. A seguir somam-se os valores e divide-se o resultado pelo número de pontos. Quanto maior for o número de intervalos mais preciso é o valor obtido. Pela curva ser senoidal ela é simétrica, logo pode-se calcular a média num quarto de período, pois dará o mesmo resultado que no semiperíodo.

No exemplo serão usados seis valores num quarto de ciclo.

$$i_j = I_M \cdot \sin \theta$$

$$i_1 = I_M \cdot \sin 7,5^\circ = 0,1305 I_M$$

$$i_2 = I_M \cdot \sin 22,5^\circ = 0,3827 I_M$$

$$i_3 = I_M \cdot \sin 37,5^\circ = 0,6088 I_M$$

$$i_4 = I_M \cdot \sin 52,5^\circ = 0,7933 I_M$$

$$i_5 = I_M \cdot \sin 67,5^\circ = 0,9239 I_M$$

$$i_6 = I_M \cdot \sin 82,5^\circ = 0,9914 I_M$$

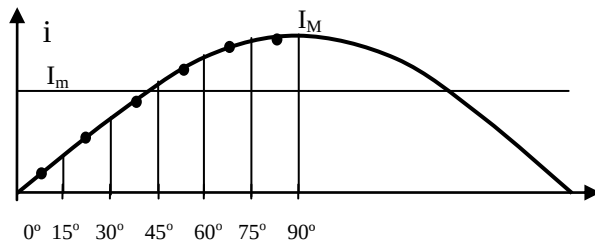


Fig. 14.6 – Cálculo do valor médio da corrente

$$I_m \cong \frac{\sum_{j=1}^6 i_j}{6} \cong \frac{3,8307 \cdot I_M}{6} \cong 0,6384 \cdot I_M \quad (14.10)$$

Fazendo-se a média com um grande número de pontos, ou usando cálculo integral, chega-se ao valor matematicamente exato para o valor médio da C.A. senoidal que é:

$$I_m = \frac{2}{\pi} \cdot I_M = 0,637 \cdot I_M \quad (14.11)$$

O valor médio tem a sua utilidade basicamente para o cálculo da tensão e da corrente contínua na saída dos retificadores, no cálculo de carga de capacitores e baterias, no cálculo do torque dos instrumentos elétricos de ímãs permanentes, etc., sendo que, no trabalho com corrente alternada, tem pouca utilidade, pois não favorece o cálculo do consumo de energia.

O valor médio é o valor indicado pelos instrumentos de corrente contínua.

Exemplo resolvido 14.4: Supondo uma corrente alternada senoidal, cujo valor máximo é 100 A, calcule o valor da corrente contínua que transporta a mesma carga elétrica no mesmo intervalo de tempo (meio-período).

Solução:

$$I_m = I_M \cdot 0,637 = 100 \text{ A} \cdot 0,637 = 63,7 \text{ A}.$$

Valor eficaz da corrente alternada

É o valor de uma corrente contínua que, aplicada num resistor puro, produz a mesma potência média, por efeito joule, no

mesmo intervalo de tempo, considerado agora como um período completo.

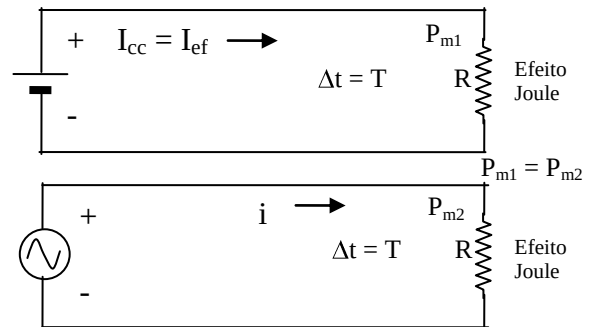


Fig. 14.7 – Comparação entre o calor gerado pela CC e pela CA num ciclo completo.

Sabe-se que o efeito joule é diretamente proporcional **ao quadrado da corrente** e não **à corrente**. Por isso, no caso de corrente variável, para calcular a potência média deve-se utilizar a **média dos quadrados das correntes** e não a **média das correntes**.

Será utilizado um processo semelhante ao que foi usado no cálculo do valor médio. De uma maneira geral dever-se-ia dividir o ciclo inteiro em várias partes e tomar o valor da corrente no ponto central de cada intervalo como foi feito na Figura 14.8.

No caso de uma corrente senoidal um semiciclo é igual ao outro (em módulo) e, além disso, o primeiro ciclo é simétrico em relação a uma reta que passa por 90°E. Por isso, por economia de cálculo, será considerado apenas um quarto de ciclo.

Foram tomados os mesmos ângulos do caso anterior e os valores das correntes foram elevados ao quadrado antes de realizar o somatório.

$$i_j = I_M \cdot \sin \theta \quad i_j^2 = I_M^2 \cdot (\sin \theta)^2$$

$$\begin{aligned} i_1 &= I_M \cdot \sin 7,5^\circ = I_M \cdot 0,1305 \rightarrow i_1^2 = I_M^2 \cdot 0,0170 \\ i_2 &= I_M \cdot \sin 22,5^\circ = I_M \cdot 0,3827 \rightarrow i_2^2 = I_M^2 \cdot 0,1465 \\ i_3 &= I_M \cdot \sin 37,5^\circ = I_M \cdot 0,6088 \rightarrow i_3^2 = I_M^2 \cdot 0,3706 \\ i_4 &= I_M \cdot \sin 52,5^\circ = I_M \cdot 0,7933 \rightarrow i_4^2 = I_M^2 \cdot 0,6294 \\ i_5 &= I_M \cdot \sin 67,5^\circ = I_M \cdot 0,9239 \rightarrow i_5^2 = I_M^2 \cdot 0,8536 \\ i_6 &= I_M \cdot \sin 82,5^\circ = I_M \cdot 0,9914 \rightarrow i_6^2 = I_M^2 \cdot 0,9829 \end{aligned}$$

$$\Sigma i_j^2 = I_M^2 \cdot 3,0000$$

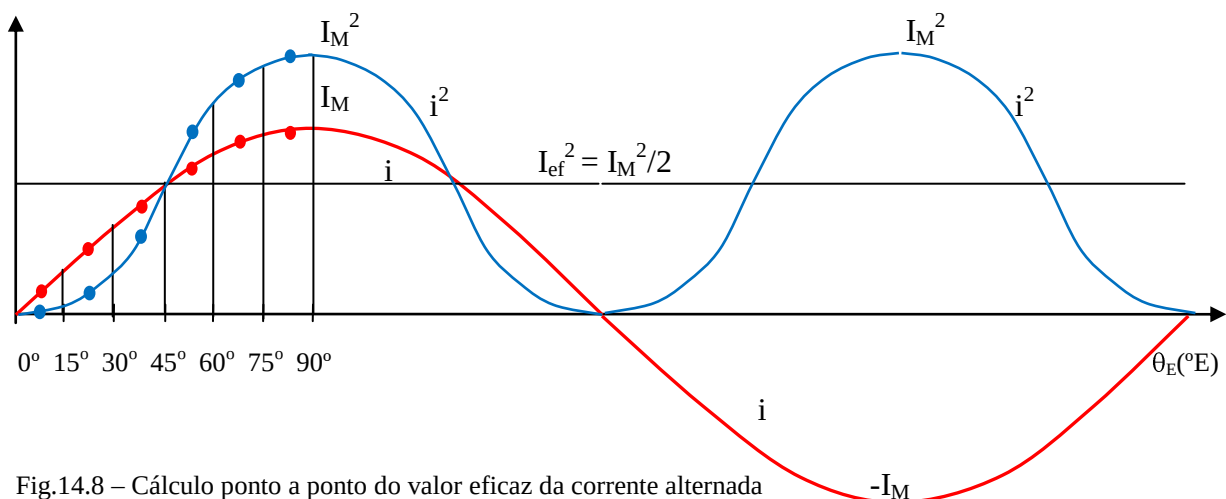


Fig.14.8 – Cálculo ponto a ponto do valor eficaz da corrente alternada

A média dos quadrados das correntes instantâneas é igual ao quadrado da corrente eficaz. Logo, para ondas senoidais, tem-se:

$$I_{ef}^2 = \frac{\sum i^2}{6} = \frac{I_M^2 \times 3,0}{6} = \frac{I_M^2}{2} \Rightarrow$$

$$I_{ef} = \frac{I_M}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot I_M \quad (14.12)$$

Como $p = i^2 \cdot R$, a curva de potência instantânea é semelhante à curva do quadrado da corrente instantânea. Portanto a potência média (P_m), observada a simetria da curva, é a metade da potência máxima.

$$P_m = P = \frac{P_M}{2} \quad (14.13)$$

Essas relações valem também para tensão senoidal. Para outras formas de onda o procedimento de cálculo é o mesmo, porém a relação com o valor máximo será diferente, como será visto nos problemas propostos.

Voltímetros e amperímetros de C.A. indicam os **valores eficazes** das suas grandezas.

Os valores eficazes de corrente e tensão são muito mais usados do que os valores médio e máximo, porque se pode calcular a potência média por meio deles.

Usando-se 14.13 ($P_m = P_M/2$) e sabendo-se que $P_M = I_M^2 \cdot R$ tem-se:

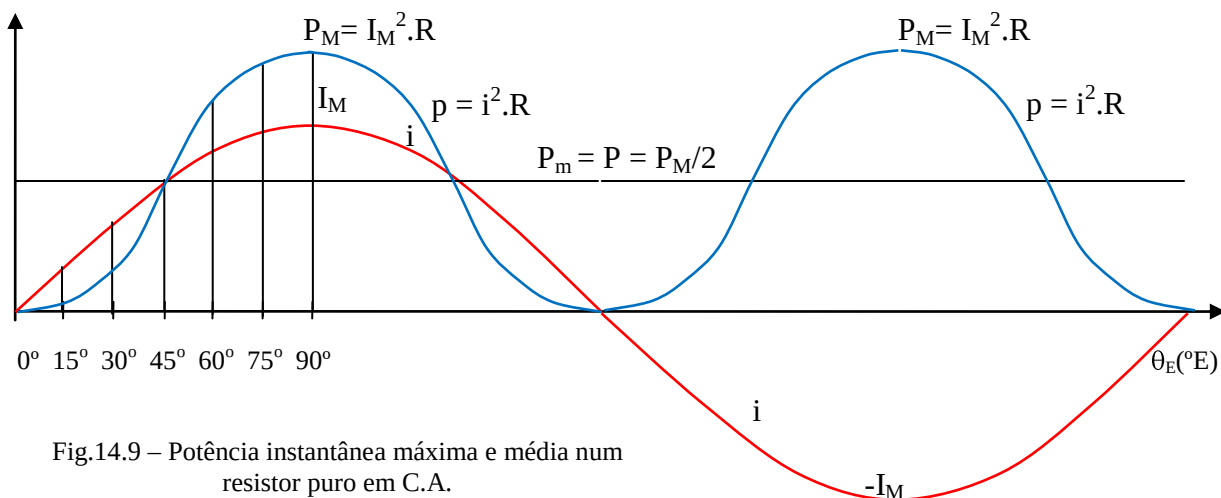


Fig.14.9 – Potência instantânea máxima e média num resistor puro em C.A.

$$P_m = \frac{P_M}{2} = \frac{I_M^2 \cdot R}{2} = \frac{I_M \cdot I_M}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \cdot R = I_{ef} \cdot I_{ef} \cdot R$$

$$\boxed{P_m = P = I_{ef}^2 \cdot R} \quad \text{ou} \quad \boxed{P = I^2 \cdot R} \quad (14.14)$$

Exemplo resolvido 14.5: Suponha que uma fonte de tensão alternada com tensão máxima 311,1 V, frequência 60 Hz, é ligada a um resistor de 11 Ω . Calcular:

- O valor máximo da corrente;
- O valor eficaz e médio da tensão e da corrente;
- A potência máxima dissipada neste resistor;
- O valor de uma corrente CC que produz o mesmo efeito joule.

Solução:

$$I_M = \frac{V_M}{R} = \frac{311,1 \text{ V}}{11 \Omega} = 28,28 \text{ A};$$

$$V = V_{ef} = 0,707 \cdot V_M = 0,707 \times 311,1 \text{ V}$$

$$V_{ef} = 219,95 \text{ V} \cong 220 \text{ V};$$

$$I_{ef} = I = 0,707 \cdot I_M =$$

$$I_{ef} = 0,707 \times 28,28 \text{ A} = 19,99 \text{ A} \cong 20 \text{ A};$$

$$V_m = 0,637 \cdot V_M = 0,637 \times 311,1 \text{ V} = 198,2 \text{ V};$$

$$I_m = 0,637 \cdot I_M = 0,637 \times 28,28 \text{ A} = 18,0 \text{ A};$$

$$P_M = I_M^2 \cdot R = 28,28 \text{ A} \cdot 11 \Omega = 8797 \text{ W};$$

$$P = P_m = P_M / 2 = 8797 \text{ W} / 2 = 4398,5 \text{ W}$$

Também se pode calcular a potência média do seguinte modo:

$$P = (20 \text{ A})^2 \cdot 11 \Omega = 4400 \text{ W}$$

O valor de uma corrente contínua que produz o mesmo aquecimento é, por definição, o valor eficaz da corrente alternada.

$$I_{cc} = I_{ef} = 20 \text{ A}.$$

A diferença entre alimentar o resistor puro com C.C. e com C.A. está apenas na potência instantânea. Na alimentação com CA a potência instantânea é variável sem, no entanto, ser negativa e, na alimentação com CC, a potência instantânea é positiva e invariável no tempo.

14.4 - REPRESENTAÇÃO FASORIAL DAS GRANDEZAS SENOIDAIS

As grandezas senoidais são normalmente representadas por vetores girantes (fasores) que giram com a mesma velocidade angular da grandeza em questão. Por convenção, o sentido de rotação dos fasores é anti-horário e o módulo do vetor é igual ao valor máximo da grandeza. A cada instante de tempo (ou ângulo) considerado, o valor da grandeza é igual à projeção **oy** do vetor girante sobre o eixo vertical **y**.

O fasor é desenhado na posição em que ele se encontra no instante inicial da contagem de tempo, ou seja, quando $t = 0$ ou $\theta = 0$. Na fig.14.10a foi considerado que a posição inicial do fasor era horizontal para a direita, porém já

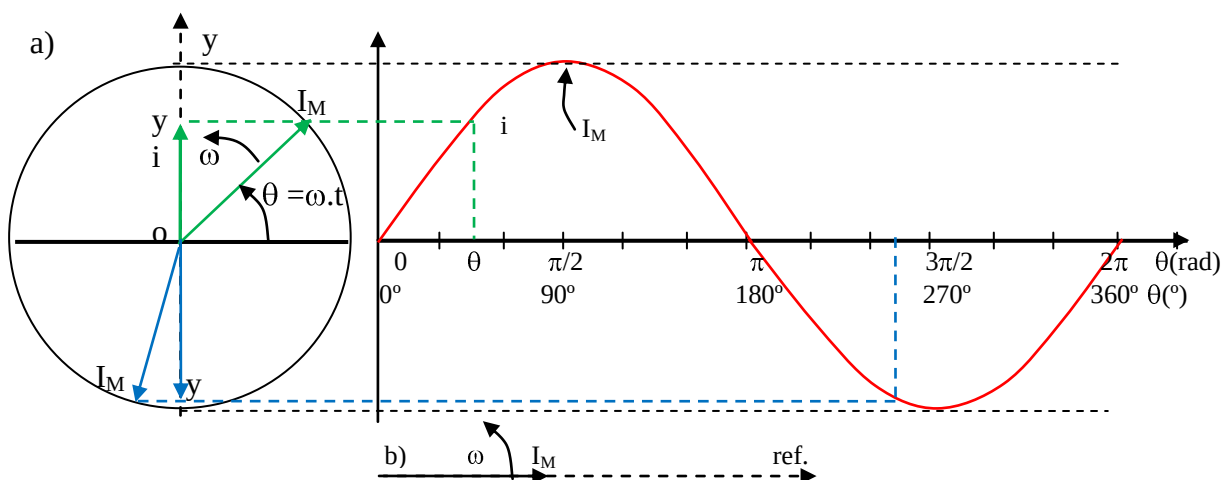


Fig.14.10 – a) Representação fasorial e temporal de uma corrente b) Representação fasorial simplificada

havia transcorrido algum tempo desde a sua posição inicial. À medida que o tempo transcorre o vetor vai mudando de posição e a sua projeção sobre o eixo vertical vai assumindo valores iguais ao da grandeza senoidal.

Note-se que a projeção oy é igual ao cateto oposto ao ângulo θ ; portanto o seu valor é dado por:

$$oy = I_M \cdot \text{sen } \theta \quad (14.15)$$

$$i = I_M \cdot \text{sen } \theta \quad (14.16)$$

Observando a equação da projeção oy percebe-se que ele é matematicamente igual à equação da corrente senoidal que desejávamos representar.

Grandeza de referência é uma grandeza senoidal com mesma velocidade angular cujo valor é nulo no instante $t = 0$, ou seja, o seu fasor está na horizontal apontando para a direita quando $\theta = 0$.

Na prática do trabalho com fasores representa-se a grandeza em questão simplesmente por um vetor desenhado na sua posição inicial com certo ângulo em relação à horizontal, ou seja, em relação à referência. A fig.14.10 b mostra a corrente i superposta com a referência.

Uma grandeza que não tenha valor nulo quando $t = 0$ está **defasada** em relação à referência, ou seja, possui um **ângulo de fase**

diferente de zero conforme mostra a Figura 14.11.

Em outras palavras, duas grandezas estão defasadas entre si quando elas, tendo a mesma frequência, não atingem os pontos notáveis (valor máximo positivo, por exemplo) simultaneamente.

Ângulo de defasagem é o ângulo que decorre entre os instantes em que as grandezas atingem os seus valores máximos positivos.

A soma de duas grandezas senoidais defasadas pode ser feita instante a instante de tempo ou pela soma dos fasores correspondentes.

Como se pode ver na Figura. 14.12, a soma fasorial (ou vetorial) é muito mais simples e fornece as mesmas informações que a soma ponto a ponto sobre as senóides.

As operações com fasores serão extremamente úteis no trabalho com corrente alternada. Observe-se que esses conceitos e propriedades só são válidos para corrente alternada senoidal.

Na Figura 14.12 foi tomada uma corrente $I_{2M} = 3A$ adiantada de $90^\circ E$ de $I_{1M} = 4A$. Pela soma fasorial, usando o teorema de Pitágoras, descobre-se rapidamente que $I_{RM} = 5A$ e que o ângulo de defasagem entre I_R e I_1 é que $\phi = \arctan(3A/4A) = 36,87^\circ E$.

Esses cálculos seriam bem demorados se fôssemos somando as duas ondas ponto a ponto, ou seja, instante a instante de tempo.

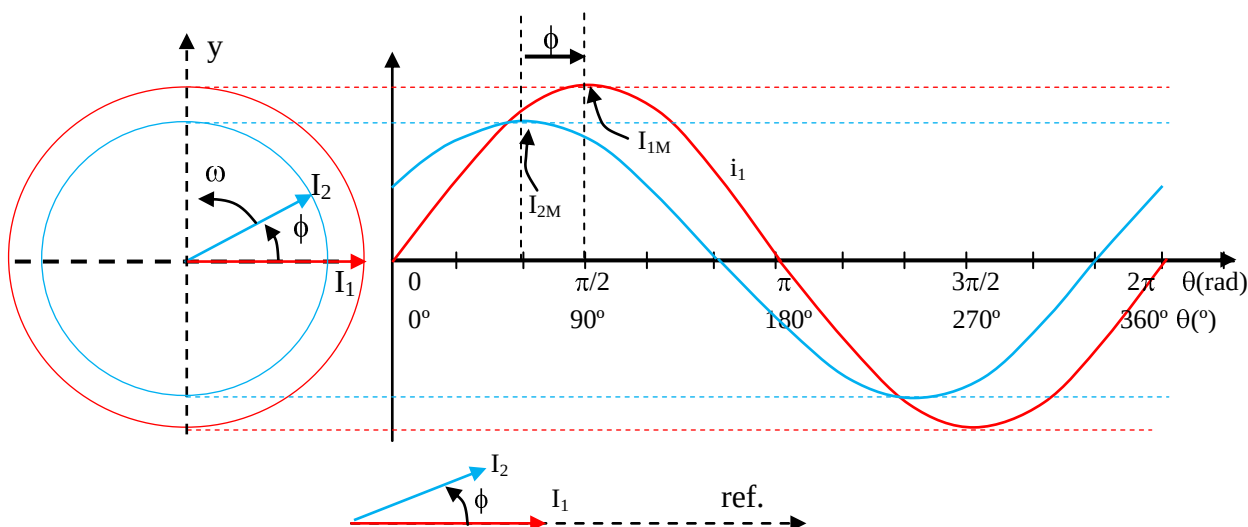


Fig.14.11 - Defasagem entre grandezas senoidais

As figuras foram feitas usando os valores máximos das correntes, consequentemente a soma corresponde ao valor máximo da corrente resultante.

O procedimento mais usado é montar todo o diagrama fasorial com os **valores**

eficazes das grandezas, o que nos permite obter como resultado o valor eficaz da corrente resultante, que é o que desejamos na quase totalidade dos casos. Isto equivale a desenhar noutra escala o diagrama fasorial.

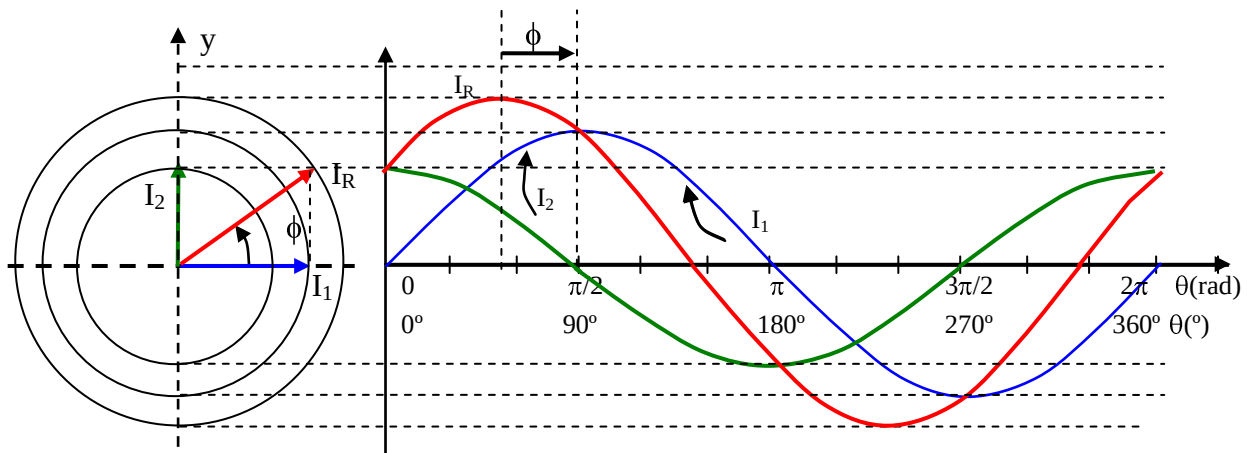
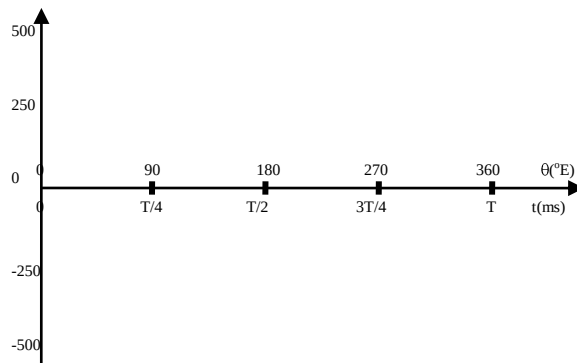


Fig.14.12 – a) Soma fasorial b) Soma ponto a ponto de grandezas senoidais

Questões e problemas

14.1 - Uma bobina de 500 espiras com 20 cm de comprimento axial e 10cm de lado ($r=5\text{cm}$) gira a 60 rps dentro de um campo de 82,5 mT.

- Calcule a velocidade angular e a velocidade linear dos condutores.
- Calcule a f.e.m. máxima na bobina.
- Calcule a frequência, período e velocidade angular elétrica.
- Represente graficamente a f.e.m. em função do ângulo elétrico e em função do tempo.



- Calcule o valor instantâneo da f.e.m. para 10 ms supondo que em $t = 0\text{s}$ a f.e.m. é nula.
- Calcule o valor instantâneo para 150°E .

14.2 - Suponha que essa bobina é ligada a um resistor de $22\ \Omega$. Calcular:

- O valor máximo da corrente;
- O valor eficaz e médio da f.e.m. e da corrente;
- A potência média dissipada nesse resistor;
- A potência máxima dissipada nesse resistor;
- O valor de uma tensão CC que produz o mesmo efeito joule médio.

14.3 - Um voltímetro CA, ligado em paralelo com uma carga resistiva, indicou 110 V e um amperímetro CA, ligado em série com a mesma, indicou 5 A. Calcular:

- Os valores eficazes, médios e de pico da tensão e da corrente;
- A potência consumida média;
- A potência instantânea máxima;

d) Representar graficamente, em função do tempo (supondo $f=50\text{Hz}$) ou do ângulo elétrico, os valores de tensão, corrente e potência.

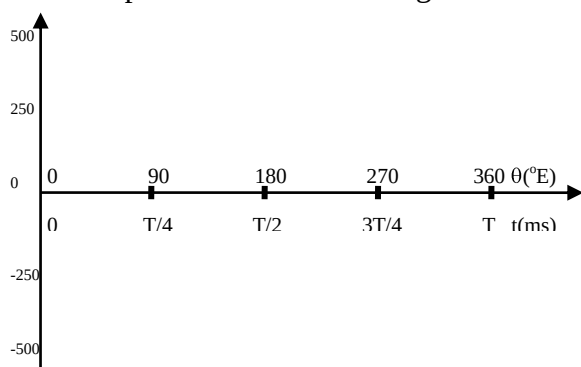
14.4 - Cite a diferença entre alimentar um circuito resistivo puro com C.A. com 110 V eficazes (60 Hz) e alimentar com 110 Vcc. Responda em termos de potência média e de potência instantânea.

14.5 - Um gerador para uso especial gera 240 Hz. Calcule:

- O tempo para transcorrer um ciclo inteiro;
- O tempo para ir de um valor máximo positivo a um valor máximo negativo;
- A velocidade angular elétrica.

14.6 - Quantos segundos correspondem a 90°E numa corrente alternada cuja frequência é de 60 Hz?

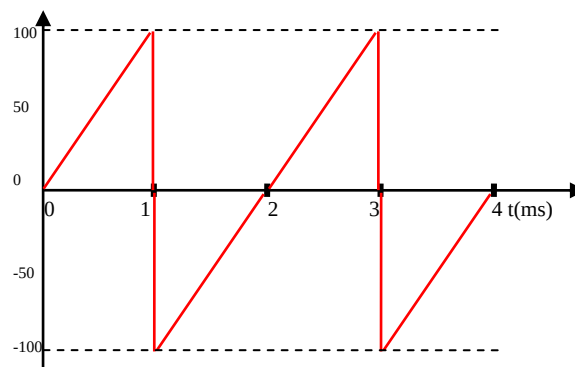
14.7 - Represente com fasores e com senóides duas tensões cujos valores máximos são 300 V e 400 V, sendo que a primeira está adiantada de 30°E da segunda. Se a frequência for 60 Hz, qual é o tempo correspondente a essa defasagem?



14.8 - Calcule o valor de pico da soma dessas tensões usando fasores.

14.9 - Uma tensão alternada especial chamada dente de serra é mostrada na figura abaixo.

- Calcule o seu período e sua frequência;
- Utilizando os métodos vistos no item 14.3 calcule o valor médio e o eficaz (Item opcional).



Respostas selecionadas

14.1 a) $\omega_m = 377 \text{ rad/s}$, $v = 18,85 \text{ m/s}$;
b) $E_M = 311 \text{ V}$, c) $f = 60 \text{ Hz}$, $T = 16,7 \text{ ms}$,
 $\omega = 377 \text{ rad/s}$, d) $e = -182,8 \text{ V}$; f) $e = 155,5 \text{ V}$

14.2 a) $I_M = 14,14 \text{ A}$, b) $V = 220 \text{ V}$,
 $V_m = 198,2 \text{ V}$, $I = 10 \text{ A}$, $I_m = 9,01 \text{ A}$;
c) $P_m = 2200 \text{ W}$, d) $P_M = 4400 \text{ W}$, e) $V_{cc} = 220 \text{ V}$

14.3 a) $E = 110 \text{ V}$, $E_m = 99,0 \text{ V}$, $E_M = 155,6 \text{ V}$,
 $I = 5 \text{ A}$, $I_m = 4,50 \text{ A}$; $I_M = 7,07 \text{ A}$.
b) $P_m = P = 550 \text{ W}$ c) $P_M = 1100 \text{ W}$,

14.4 Ver definição de valor eficaz.

14.5 a) $T = 4,17 \text{ ms}$; b) $T/2 = 2,08 \text{ ms}$;
c) $\omega = 1508 \text{ rad/s}$

14.6 $\phi = 90^\circ \text{ E} = 4,17 \text{ ms}$

14.7 $30^\circ\text{E} = 1,39 \text{ ms}$

14.8 $V_M = 676,6 \text{ V}$

14.9 $f = 500 \text{ Hz}$, $U_m = 50 \text{ V}$, $U_{ef} = 57,67 \text{ V}$

Capítulo XV – SISTEMAS MONOFÁSICOS E POLIFÁSICOS

Heinrich Rudolf Hertz (1857 - 1894)

Hertz foi um físico alemão que demonstrou a existência da radiação eletromagnética criando aparelhos emissores e detectores de ondas de rádio. Hertz pôs em evidência em 1888 a existência das ondas eletromagnéticas imaginadas por James Maxwell em 1873. Interessou-se desde muito cedo pela construção de mecanismos, tema que sempre o atraiu, levando-o a optar pela física, tendo ingressado na Universidade Humboldt de Berlim em 1878. Obteve, em 1880, num trabalho proposto por Hermann von Helmholtz, seu professor, intitulado Sobre a Energia Cinética da Eletricidade, um resultado excepcional pela sua originalidade.



Tornou-se assistente de von Helmholtz vindo a estudar a elasticidade dos gases e a propagação de descargas elétricas através deles. Torna-se professor na Universidade de Kiel, onde inicia investigações sobre a eletrodinâmica de Maxwell, a qual se opunha à eletrodinâmica mecanicista e a anteriores teorias sobre a natureza da ação a distância. A partir de 1883, descobre a produção e propagação das ondas eletromagnéticas, bem como formas de controlar a frequência das ondas. Essas experiências permitiram-lhe demonstrar a existência de radiação eletromagnética, tal como previsto teoricamente por Maxwell. A respeito das propriedades das ondas eletromagnéticas, que Hertz passa a estudar, descobriu que a sua velocidade de propagação é igual à velocidade da luz no vácuo, que tem comportamento semelhante ao da luz, e que oscilam num plano que contém a direção de propagação. Demonstrou também a refração, reflexão e a polarização das ondas. Em 1888, apresentou os resultados das suas experiências à comunidade científica com muito sucesso. Morreu com menos de 37 anos. A unidade de frequência no SI foi colocada em sua homenagem. [http://pt.wikipedia.org/wiki/Heinrich_Hertz]

15.1 – SISTEMA MONOFÁSICO

Neste capítulo serão estudados os sistemas de corrente alternada monofásicos e polifásicos.

Um sistema tem n fases quando é originado em um gerador que tenha n circuitos

onde se geram n f.e.m. defasadas, de um modo geral, de um n -avos de período.

Um sistema é, portanto, monofásico quando o gerador só tem um circuito para geração de f.e.m.

15.1.1 – Origem do sistema monofásico

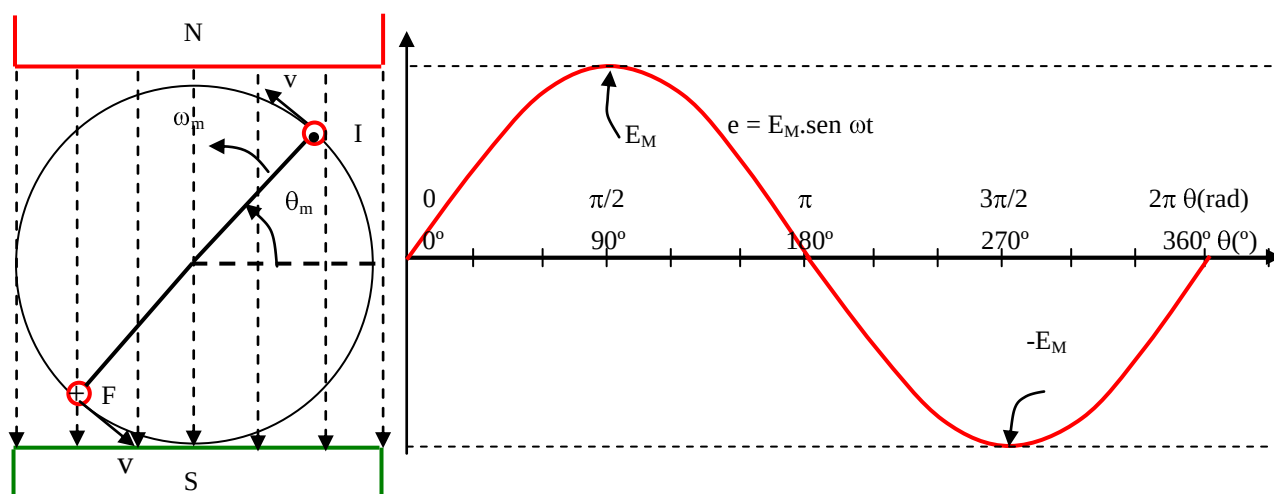


Fig.15.1 – Geração de f.e.m. alternada senoidal monofásica

Conforme já foi visto anteriormente, um gerador de CA monofásico é composto basicamente de uma bobina que gira dentro de um campo magnético fixo.

Os terminais da bobina são ligados a dois anéis coletores para que, através de um contato deslizante com as escovas, permita a saída da energia gerada para a alimentação da carga.

Supondo que a máquina tenha dois polos, a cada rotação completa da bobina é gerado um ciclo de f.e.m. (e de corrente) conforme mostra a Figura 15.1.

Usando-se a regra de Fleming da mão direita determina-se o sentido da f.e.m. em cada instante de tempo.

Será convencionado que a f.e.m. é positiva quando apontar do fim da bobina para o seu início.

O valor da f.e.m. numa bobina rotativa, conforme já foi visto no capítulo 12, é dado por:

$$e = N.2.B.l.v.\sin \theta \quad (15.1)$$

ou

$$e = N.2.B.l.v.\sin \omega t \quad (15.2)$$

15.1.2 – Representação do sistema monofásico

Um sistema monofásico pode ser representado de diversas maneiras conforme a necessidade como mostra a Figura 15. 2.

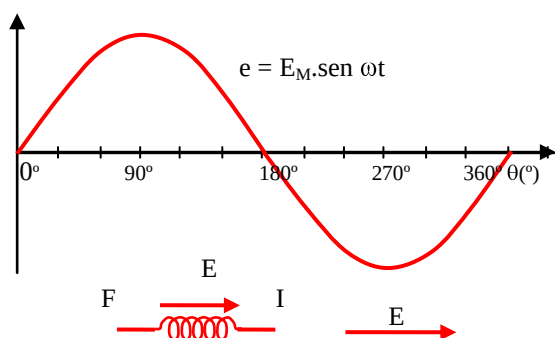


Fig.15.2 – Representações de um sistema monofásico
a) senóide única; b) bobina única; c) f.e.m. única.

15.2 - SISTEMA TRIFÁSICO

Dentre os sistemas polifásicos o que é universalmente utilizado é o trifásico, se bem que também existem os sistemas bifásicos, hexafásicos e dodecafásicos para aplicações muito específicas. Será dada atenção apenas ao trifásico.

15.2.1 - Alternador trifásico bipolar elementar

O gerador elementar monofásico tem apenas uma bobina no induzido onde se induz apenas uma f.e.m. Se, em vez de uma bobina, forem usadas três bobinas, deslocadas (defasadas) espacialmente de 120° e umas das outras, ter-se-á uma distribuição simétrica das bobinas no induzido.

As f.e.m.s induzidas dependem do ângulo de corte das linhas de força (θ); logo as f.e.m.s geradas nas três bobinas estarão defasadas no tempo de um ângulo igual ao ângulo de defasagem no espaço entre as bobinas.

Como já foi visto, a f.e.m. máxima ocorre quando o condutor passa bem defronte o centro do polo e, usando-se a regra de Fleming da mão direita e a convenção de sentido, vê-se que, no caso abaixo, a f.e.m. é positiva quando o início passa defronte o polo Norte.

Analisando dessa maneira, vê-se que o início da fase 1 é o primeiro a passar sob o polo Norte. Um terço de rotação (120°), depois vem o início da fase 2 e finalmente vem o início da fase 3, outro terço de rotação atrasado.

Uma dica prática para desenhar as senóides é dividir o ciclo completo em intervalos de 60° e traçar uma linha na metade do valor máximo.

Descobre-se inicialmente o momento em que a f.e.m. da fase é máxima e, a partir daí, a cada 90° , a f.e.m. vai de máximo a zero e depois de zero a máximo (positivo ou negativo) e assim sucessivamente.

Para f.e.m.s senoidais, quando uma f.e.m. é máxima numa fase, as f.e.m.s nas outras fases têm a metade do valor máximo, com sinal contrário.

Observando-se as curvas, tem-se as seguintes equações:

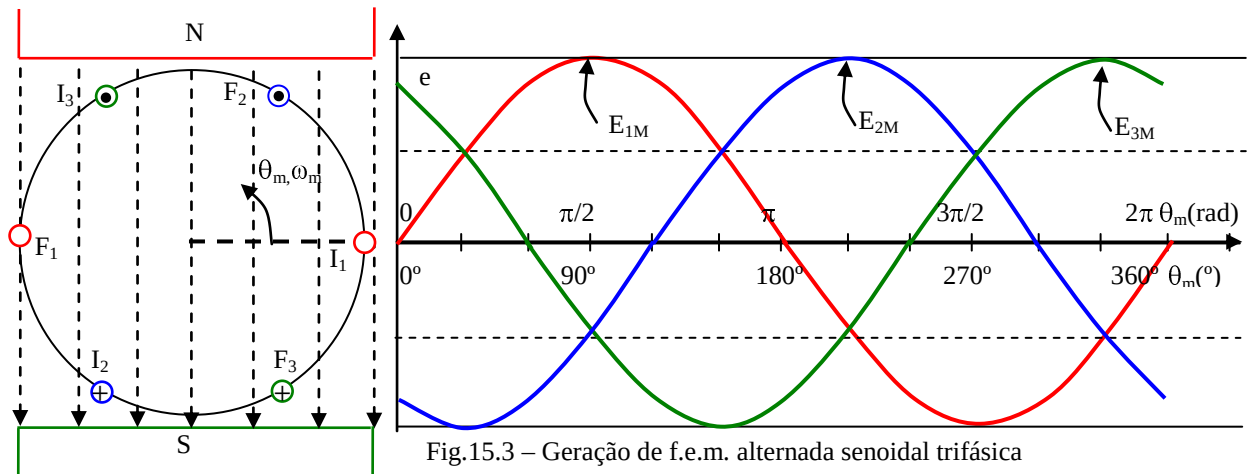


Fig.15.3 – Geração de f.e.m. alternada senoidal trifásica

$$e_1 = E_M \cdot \sin \theta \quad (15.3a)$$

$$e_2 = E_M \cdot \sin (\theta - 120^\circ) \quad (15.3b)$$

$$e_3 = E_M \cdot \sin (\theta - 240^\circ) \quad (15.3c)$$

coletores para a retirada da energia das bobinas do induzido. O número de anéis é função do tipo de conexão que for feito entre as fases.

Fica, então, demonstrado que, para se obter uma defasagem de um terço de ciclo entre as f.e.m.s, deve-se ter uma defasagem espacial entre as bobinas do induzido de um terço de rotação.

Isso é válido para as máquinas bipolares; relações semelhantes serão obtidas para outros números de polos nos estudos de máquinas elétricas.

Novamente são necessários anéis

15.2.2 - Representações do sistema trifásico

A Figura 15.4 mostra as formas mais comuns de representação do sistema trifásico.

Apesar das duas representações parecerem ser diferentes, na verdade, mostram exatamente a mesma coisa, ou seja, que as defasagens das f.e.m.s entre quaisquer duas fases é sempre 120° elétricos.

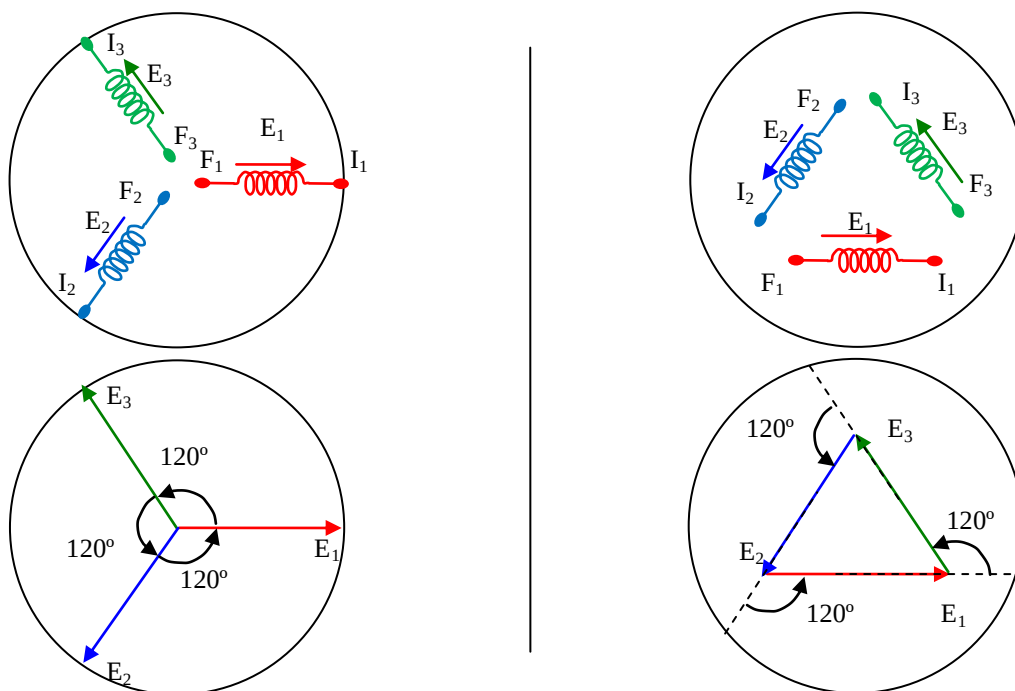


Fig. 15.4 - Representações do sistema trifásico

15.3 – USOS DOS SISTEMAS MONOFÁSICOS E TRIFÁSICOS

Os sistemas monofásicos, obtidos em geral a partir dos sistemas trifásicos, pela sua simplicidade, têm uso tipicamente residencial, como na alimentação de lâmpadas, aquecedores, aparelhos eletrônicos e pequenos motores.

Os sistemas trifásicos são usados para alimentação de cargas maiores, pois apresentam as seguintes vantagens:

1. As máquinas trifásicas têm, idealmente, 48% mais potência que as monofásicas de mesmo volume.
2. O motor de indução trifásico, pelas características de baixo custo e robustez, é uma das melhores opções para a produção de força motriz.
3. A potência total no sistema trifásico não é pulsante como no monofásico.
4. Usando-se a mesma tensão nominal, para transportar uma dada potência, é usado menos material condutor se for usado circuito trifásico.

15.4 - AGRUPAMENTO DAS FASES EM ESTRELA

Nos circuitos trifásicos pode-se utilizar cada uma das fases para alimentar circuitos totalmente independentes, conforme mostra a Figura 15.5. Na verdade, pela quantidade de fios necessários, essa opção não é prática, porém, didaticamente, é muito útil.

Percebe-se na Figura 15.5 que, se forem juntados os três fios que correspondem aos fins das três fases, pode-se fazer o retorno da corrente das três fases por um único condutor. O circuito fica então simplificado, tendo quatro fios em vez de seis fios. Este fio comum as três fases é chamado de neutro.

Com isso está formada a conexão Y ou estrela.

Nas conexões de um circuito trifásico passam a ser importantes os conceitos de grandezas "de linha" e "de fase".

Como se pode ver, as correntes que passam nas fases do gerador são obrigatoriamente as mesmas que passam nas linhas respectivas.

Essa é a primeira relação para a ligação estrela.

$$I_L = I_F \quad (15.4)$$

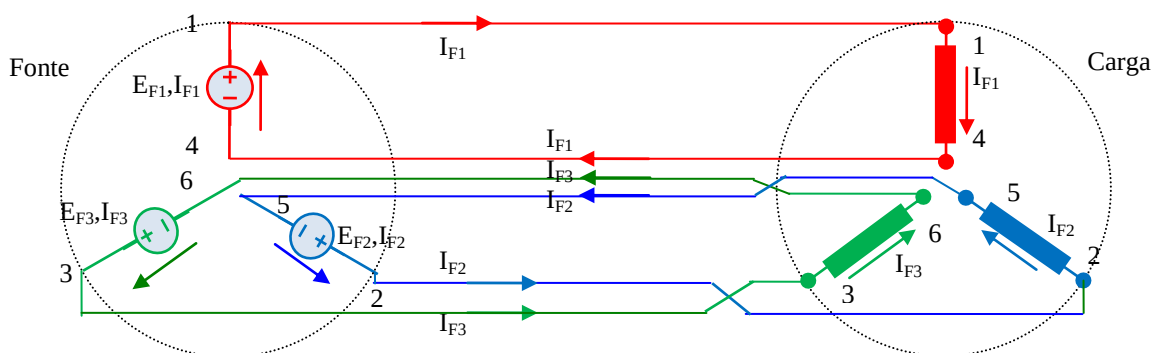


Fig.15.5 - Alimentação de três cargas isoladas

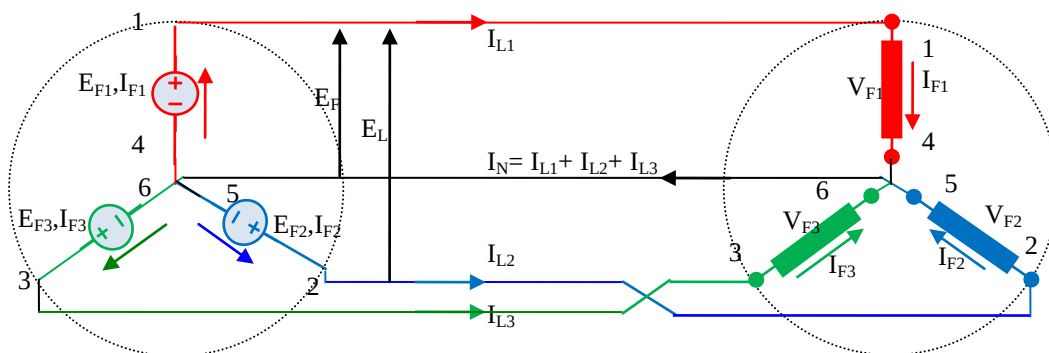


Fig. 15.6 - Fonte e carga conectadas em estrela

Por outro lado, a corrente no neutro, pela primeira lei de Kirchhoff, é igual à soma das correntes das três linhas.

$$I_N = I_{L1} + I_{L2} + I_{L3} \quad (15.5)$$

$$I_N = I_{F1} + I_{F2} + I_{F3} \quad (15.6)$$

Considerando-se que as cargas instaladas em cada fase sejam iguais em módulo e ângulo, tem-se correntes de mesmo módulo e defasadas de 120° . Conforme mostra a Figura 15.7a, o somatório dessas correntes dá zero, ou seja, a corrente no neutro é nula. Nesses casos de circuito trifásico equilibrado, como não há corrente de neutro, este fio é dispensável.

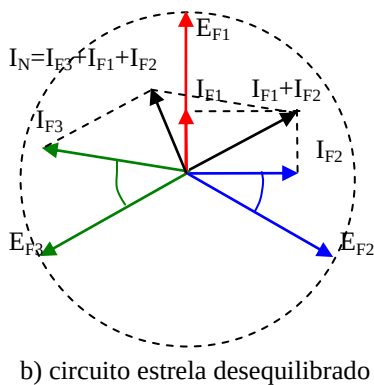
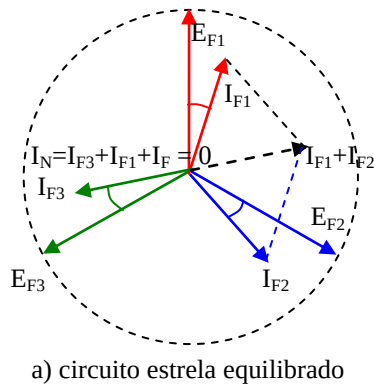


Fig. 15.7 - Soma das correntes de fase para obter a corrente de neutro

No caso de circuitos trifásicos desequilibrados, a corrente no neutro não é nula podendo, em casos raros, ser igual ou maior que a corrente de uma das fases. Nesses casos o uso do neutro é obrigatório. Se o neutro, num circuito trifásico desequilibrado, for interrompido, a corrente no neutro terá que se

redistribuir entre as fases, causando um desequilíbrio das tensões de fase, isso é, alguma fase apresentará sobretensão e outra subtensão, o que poderá danificar alguns aparelhos.

Nesse caso, o neutro apresenta d.d.p. em relação a terra podendo dar choques numa pessoa que fizer contato com o mesmo.

A distribuição de energia pública se caracteriza como um circuito desequilibrado, pois cada consumidor pode ser monofásico, bifásico ou trifásico.

Para que o circuito fique o mais equilibrado possível nas fases, deve-se fazer o seguinte:

- Distribuir os consumidores monofásicos vizinhos entre as fases.
- Evitar a ligação de grandes cargas na rede monofásica (transformador de solda, motores monofásicos grandes, grandes residências, etc).
- Aterrar o neutro ao longo da linha de distribuição e em cada medidor para garantir a continuidade do mesmo até o transformador pela terra.

Deduziremos agora a relação entre as tensões de fase e de linha da ligação estrela.

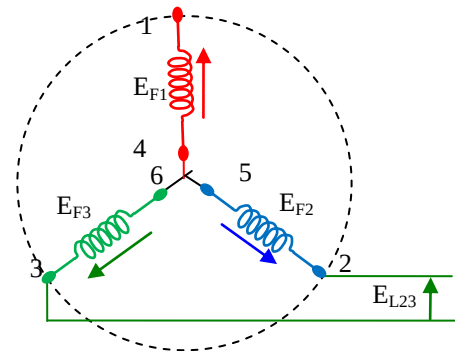


Fig.15.8a – F.e.m.s de fase envolvidas na formação da f.e.m. de linha

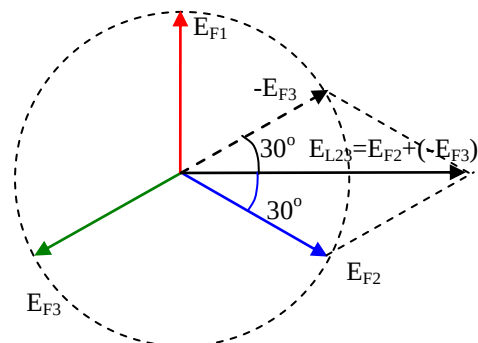


Fig.15.8b – Soma fasorial das f.e.m.s da fase para obtenção da f.e.m. de linha

Para achar a f.e.m. entre linhas (comumente chamada de f.e.m. de linha) deve-se somar as f.e.m.s das duas fases, por exemplo, E_{F2} e E_{F3} considerando o ângulo de defasagem entre elas.

Nota-se, no entanto, que a f.e.m. da fase 3 (E_{F3}) está sendo tomada invertida em relação à f.e.m. da fase 2 (E_{F2}).

Para que fosse tomada positivamente teria que ser ligado o fim de uma fase com o início da outra fase. Deve-se, então, somar E_{F2} com E_{F3} invertida, ou seja, com $-E_{F3}$.

Como se pode ver, a f.e.m. entre as fases 2 e 3 (E_{L23}) é obtida pela soma das projeções de ($-E_{F3}$) e de E_{F2} sobre a linha horizontal.

$$E_{L23} = -E_{F3} \cdot \cos 30^\circ + E_{F2} \cdot \cos 30^\circ \text{ mas } |E_{F3}| = |E_{F2}| = E_F \text{ assim tem-se:}$$

$$E_{L23} = 2 \cdot E_F \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot E_F \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = E_F \cdot \sqrt{3}$$

Generalizando, para quaisquer fases temos:

$$E_L = E_F \cdot \sqrt{3} \text{ ou } V_L = V_F \cdot \sqrt{3} \quad (15.7)$$

Finalmente pode-se dizer que a tensão (ou f.e.m.) de linha na ligação estrela é igual à tensão (ou f.e.m.) de fase multiplicada por raiz de três.

15.5 - AGRUPAMENTO DAS FASES EM TRIÂNGULO

Como já foi dito, pode-se usar cada fase independentemente uma da outra para alimentar cargas isoladas. Nesse caso, será dada uma nova configuração no circuito conforme a Figura 15.9.

Esta nova disposição sugere usar apenas três fios em vez de seis, conforme a Figura 15.10, formando a ligação delta (Δ) ou triângulo.

Na conexão triângulo liga-se o início de uma fase com o fim da seguinte até fechar o circuito, ou seja, liga-se 1 com 6, 3 com 5 e 2 com 4.

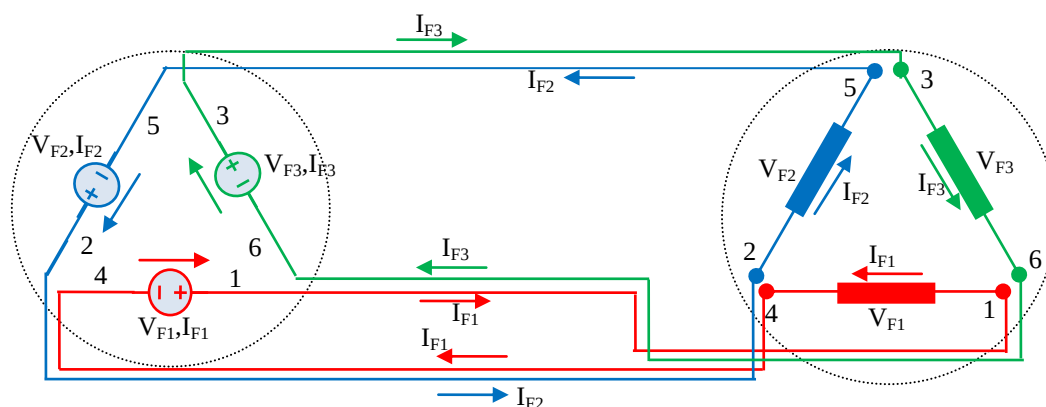


Fig.15.9 - Alimentação de três cargas isoladas com gerador trifásico

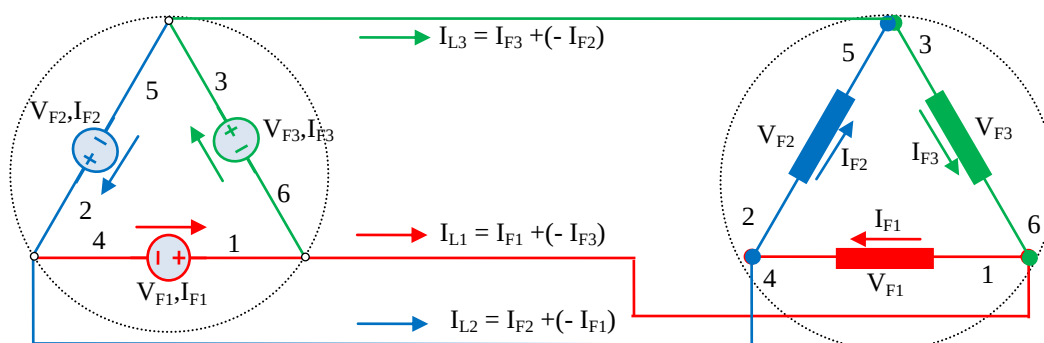


Fig. 15.10 - Conexão triângulo

Antes de obtermos as relações entre as grandezas de linha e de fase vamos analisar malha fechada produzida pela ligação triângulo.

Essa malha fechada, de baixa resistência interna, contendo f.e.m.s poderia ser percorrida por uma corrente elétrica. Essa ligação só é possível se a soma das três f.e.m.s for nula.

Caso contrário haveria fortes correntes de desequilíbrio entre as fases (dentro do triângulo) mesmo com a carga ainda não conectada ao gerador.

Essas correntes de circulação interna correspondem a uma perda de energia com aquecimento demasiado do gerador.

Observando-se a Figura 15.11, verifica-se que essa condição é satisfeita no caso da ligação triângulo estar bem feita porque:

$$\sum E_{\Delta} = E_{F1} + E_{F2} + E_{F3} = 0 \quad (15.8)$$

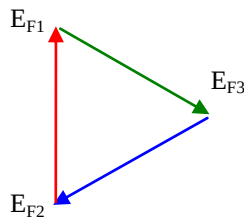


Fig. 15.11 - Soma das f.e.m.s dentro do triângulo

A corrente de linha (I_L), como se pode ver, é uma composição das correntes de fase, por exemplo, a corrente da linha três é obtida pela soma da corrente da fase 3 com o inverso da corrente na fase 2.

Veja-se simultaneamente as Figuras 15.10 e 15.12.

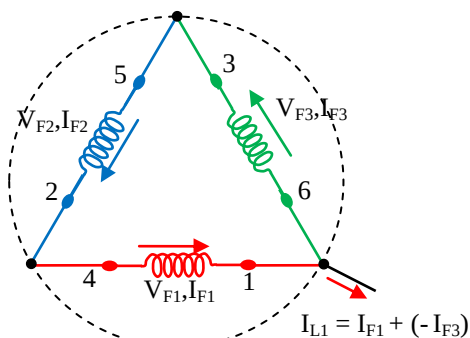


Fig.15.12a – Correntes de fase envolvidas na formação da corrente de linha

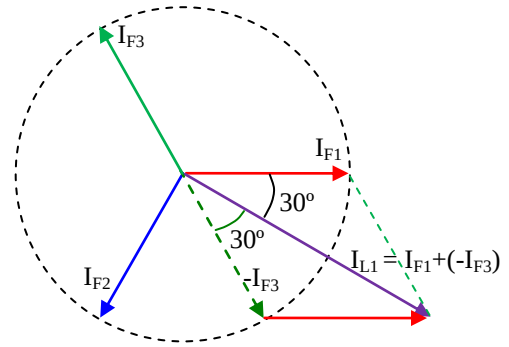


Fig.15.12b – Soma das correntes de fase para obtenção da corrente de linha

Pela semelhança com a dedução já feita anteriormente, tem-se que a corrente de linha é a soma das projeções das correntes de fase I_{F1} e $-I_{F3}$ em relação ao eixo horizontal.

$$I_{L1} = I_{F1} \cdot \cos 30^\circ + (-I_{F3} \cdot \cos 30^\circ) \text{ mas}$$

$$|I_{F1}| = |-I_{F3}| = I_F \text{ logo tem-se:}$$

$$I_{L1} = 2 \cdot I_F \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot I_F \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = I_F \cdot \sqrt{3}$$

Para quaisquer fases pode-se então dizer:

$$I_L = I_F \cdot \sqrt{3} \quad (15.9)$$

Com relação à f.e.m. (ou tensão) entre linhas, pode-se afirmar que igual à f.e.m. (ou tensão) da fase existente entre estas linhas como está evidente nas Figuras 15.9 e 15.10. Assim a relação fica:

$$E_L = E_F \quad \text{ou} \quad V_L = V_F \quad (15.10)$$

Exemplo resolvido 15.1: Sabendo-se que um gerador trifásico é capaz de fornecer uma corrente de fase de 100 A e uma tensão por fase de 220 V pede-se calcular a corrente de linha e a tensão de linha quando o mesmo estiver ligado:

- Em estrela;
- Em triângulo.

Solução:

Ligação estrela:

$$I_L = I_F = 100 \text{ A}; V_L = V_F \sqrt{3} = 220 \text{ V} \sqrt{3} = 381,1 \text{ V}$$

Ligação triângulo:

$$I_L = I_F \sqrt{3} = 100 \text{ A} \sqrt{3} = 173,2 \text{ A}; V_L = V_F = 220 \text{ V}$$

15.6 - COMPARAÇÃO ENTRE A LIGAÇÃO ESTRELA E TRIÂNGULO

Supondo que dois geradores semelhantes tenham o mesmo número de espiras por fase e a mesma secção de fio, conclui-se que eles produzirão as mesmas f.e.m.s por fase e terão a mesma capacidade de fornecimento de corrente por fase.

De acordo com a ligação ser estrela ou triângulo o que vai se modificar será a tensão de linha e a corrente de linha.

Na ligação estrela ter-se-á mais tensão de linha e menor corrente de linha; e na ligação triângulo menor tensão de linha e maior corrente de linha. Com isso, vê-se que a potência do gerador não se altera com o tipo de conexão.

Se for necessário que a tensão de linha e a corrente de linha devam ser iguais nas duas conexões, serão modificadas a tensão e a corrente de fase conforme a ligação.

O gerador ligado em estrela necessita de menos espiras em cada fase, porém os fios devem ter maior secção transversal enquanto que, no triângulo, deve-se ter mais espiras por fase e fios com menor secção transversal.

Essas relações aplicam-se também a motores, transformadores e outros aparelhos trifásicos.

Resumindo, o projetista, a princípio, pode escolher qualquer uma das conexões para um dado aparelho trifásico desde que use o número de espiras e secção de fio adequada.

15.7 - USOS DO SISTEMA ESTRELA E TRIÂNGULO

O fornecimento de energia através de sistemas trifásicos serve para alimentar cargas trifásicas e também cargas monofásicas.

As cargas trifásicas propriamente ditas, tais como motores, aquecedores trifásicos, etc., são equilibradas e podem ser agrupadas em estrela ou em triângulo, desde que obedeçam à tensão da linha. Nesses casos, a ligação e o desligamento das três fases são simultâneos.

Em se tratando de cargas monofásicas alimentadas por linhas trifásicas tem-se um natural desequilíbrio entre as três fases e sempre

é requerido um comando independente para cada um das cargas. Nesse caso, a ligação correta é a estrela com neutro (a quatro fios) onde se tem as cargas ligadas entre cada fase e o neutro.

Dessa forma, pode-se interromper uma das cargas sem interferir nas outras e, além disto, têm-se dois valores de tensão disponíveis o que é uma vantagem em termos de flexibilidade de utilização.

Por esses motivos a distribuição de energia pública é sempre proveniente de uma fonte ligada em estrela com neutro.

15.8 - TRANSFORMAÇÃO ESTRELA-TRIÂNGULO

Na análise de circuitos trifásicos equilibrados, muitas vezes torna-se necessário usar um circuito equivalente ligado em estrela em lugar do circuito real ligado em triângulo ou vice-versa.

O estudo da transformação estrela-triângulo começa pela Figura 15.13. onde se veem dois circuitos que são equivalentes sob o ponto de vista da linha.

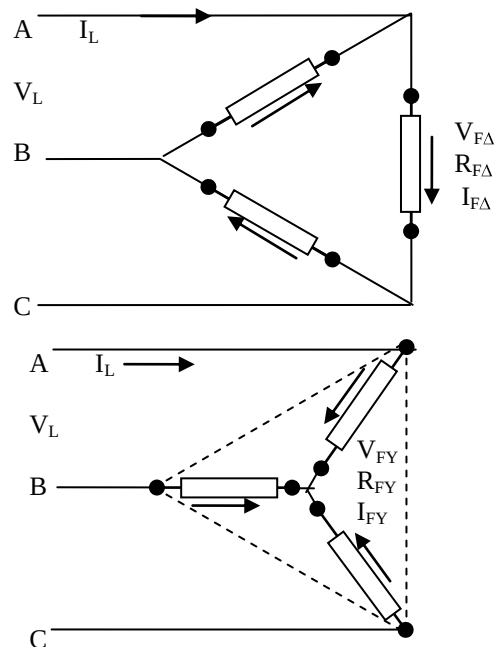


Fig. 15.13 - Circuitos triângulo e estrela equivalentes

Faremos agora a dedução dos parâmetros do circuito equivalente estrela e do equivalente triângulo para circuitos trifásicos equilibrados.

Para a ligação triângulo e estrela tem-se respectivamente:

$$I_{FA} = \frac{V_{FA}}{R_{FA}}; \quad I_{LA} = I_{FA} \cdot \sqrt{3}; \quad V_{FA} = V_{LA};$$

$$I_{FY} = \frac{V_{FY}}{R_{FY}}; \quad I_{LY} = I_{FY}; \quad V_{LY} = V_{FY} \sqrt{3};$$

A transformação de uma ligação em outra deve ocorrer de forma que as grandezas vistas por um observador externo não sofra alteração, isto é, as grandezas de linha não devem ser alteradas. Assim tem-se:

$$I_{LY} = I_{LA} = I_L \quad V_{LY} = V_{LA} = V_L;$$

Logo:

$$I_{FY} = I_{LY} = I_L = I_{LA} \quad \boxed{I_{FY} = I_{FA} \cdot \sqrt{3}} \quad (15.11)$$

Para as tensões tem-se:

$$V_{FY} = \frac{V_{LY}}{\sqrt{3}} = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{V_{LA}}{\sqrt{3}} \quad \boxed{V_{FY} = \frac{V_{FA}}{\sqrt{3}}} \quad (15.12)$$

Quanto às resistências tem-se:

$$R_{FY} = \frac{V_{FY}}{I_{FY}} = \frac{V_{FA} / \sqrt{3}}{I_{FA} \cdot \sqrt{3}} = \frac{V_{FA}}{I_{FA} \cdot 3}$$

$$\boxed{R_{FY} = \frac{R_{FA}}{3}} \quad (15.13)$$

As três equações obtidas permitem a conversão direta de um circuito em triângulo para um circuito equivalente em estrela.

Caso se queira o contrário, fazem-se transposições algébricas tradicionais.

$$\boxed{I_{FA} = \frac{I_{FY}}{\sqrt{3}}} \quad (15.14)$$

$$\boxed{V_{FA} = V_{FY} \cdot \sqrt{3}} \quad (15.15)$$

$$\boxed{R_{FA} = R_{FY} \cdot 3} \quad (15.16)$$

Tanto as potências de cada fase quanto a total não se alteram com a transformação.

Nesse momento foram tomados circuitos resistivos puros, porém as relações acima serão válidas para circuitos compostos de indutores e capacitores também.

Questões e problemas

- 15.1. Calcule o número de rotações que um gerador de CA monofásico bipolar necessita girar para produzir 60 ciclos de f.e.m. no seu induzido.
- 15.2. Compare o induzido de um gerador monofásico com o induzido de um gerador trifásico.
- 15.3. Calcule o valor instantâneo da f.e.m. de cada uma das fases para $\omega.t = 150^\circ$, supondo que, quando $\omega.t = 0^\circ$, $e_1 = 0V$. O valor eficaz das f.e.m.s por fase é 220V.
- 15.4. Calcule o tempo que passa entre a ocorrência do máximo de f.e.m. na fase 1 e na fase 2 supondo a frequência de 60 Hz.
- 15.5. Cite as vantagens do sistema trifásico sobre o sistema monofásico.
- 15.6. Calcule a corrente no neutro de um sistema trifásico ligado em estrela que tenha as seguintes correntes e ângulos de defasagem em relação às respectivas f.e.m.s das fases:
 $I_1 = 10A; \phi_1 = 0^\circ$,
 $I_2 = 10A; \phi_2 = -60^\circ$,
 $I_3 = 15A; \phi_3 = 60^\circ$.
- 15.7. Cite as providências que devem ser tomadas na distribuição urbana para tentar manter o circuito o mais equilibrado possível.
- 15.8. Mostre que numa ligação estrela, a tensão de linha é igual à tensão de fase multiplicada por raiz de três.
- 15.9. Um motor trifásico é ligado em estrela numa fonte de 440 V de linha e absorve uma corrente de linha de 215 A. Calcule a tensão que age nos extremos de cada fase e a corrente que percorre cada fase do motor.
- 15.10. Cite a condição necessária para a realização de uma conexão triângulo num gerador.

- 15.11. Um eletricitista possuía três lâmpadas incandescentes iguais de 127 V, cujas resistências normais de operação eram de $440\ \Omega$. Ele as ligou em estrela numa rede trifásica sem neutro cuja tensão de linha era 220 V.
- Diga se a ligação está correta.
 - Calcule a corrente em cada lâmpada.
 - Calcule a corrente de linha.
- 15.12. Três capacitores cujos valores nominais $25\ \mu\text{F}$, 380 V, necessitam ser ligados numa indústria de Pelotas onde a rede possui 380 V de linha. Qual deve ser a conexão usada?
- 15.13. Um transformador de distribuição tem o seu primário ligado em triângulo numa rede de 13200 V de linha e absorve, à plena carga, 13,12 A de linha. Calcule a tensão entre os terminais de cada fase do primário e a corrente em cada fase do enrolamento primário.
- 15.14. O mesmo transformador acima possui o secundário ligado em estrela. Sabendo-se que cada fase produz uma f.e.m. de 127 V e é capaz de fornecer 787,4 A, calcule a tensão de linha e a corrente de linha que ele é capaz de fornecer se for ligado em estrela.
- 15.15. Um conjunto de resistores de $60\ \Omega$, 380 V cada um, formam um aquecedor trifásico que é ligado em triângulo numa rede trifásica que possui 380 V de linha no seu início. A linha possui uma resistência de $1,94\ \Omega$ por fase. Calcule:
- A resistência do equivalente estrela do aquecedor;
 - A corrente circulante na linha;
 - A tensão de linha que chega à carga;
 - A corrente em cada resistor.

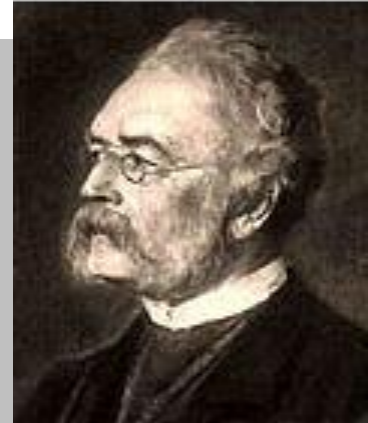
Respostas selecionadas

- 15.1. 60 rotações.
- 15.2. Ver texto.
- 15.3. $e_1 = e_2 = 155,5\ \text{V}$; $e_3 = -311\ \text{V}$.
- 15.4. Resposta: 5,55 ms;
- 15.5. Ver texto.
- 15.6. $I_N = 15\ \text{A}$ adiantada de 60° de E_{F3} .
- 15.7. Ver texto.
- 15.8. Ver texto.
- 15.9. 254,0 V; 215 A
- 15.10. A soma das três f.e.m.s na malha deve ser nula.
- 15.11. Sim. $I_F = I_L = 0,289\ \text{A}$
- 15.12. Triângulo.
- 15.13. 13200 V; 7,58 A
- 15.14. 220,0 V; 787,4 A
- 15.15. $20\ \Omega$; 10 A; 346,4 V; 5,77 A

Capítulo XVI – CIRCUITOS DE C.A. MONOFÁSICOS

Ernst Werner von Siemens (1816 – 1892)

Werner von Siemens vivenciou o processo de industrialização durante a sua juventude. A Alemanha tornou-se uma das nações industriais líderes do mundo. O progresso da época permitiu o crescimento da Siemens & Halske e também foi decisivamente influenciado pela atividade econômica de Werner von Siemens. Em 1834, Siemens deixou o "ginásio" para se juntar ao exército prussiano e assim estudar engenharia. Em 1847, Werner von Siemens construiu o telégrafo pointer que era muito seguro. Isso foi a base para criação da Siemens & Halske Telegraph Construction Company, que Siemens fundou junto com seu mecânico chefe, Johann Georg Halske.



Em poucas décadas, a Siemens & Halske saltou de uma pequena oficina de engenharia para uma das empresas eletrônicas líderes no mundo. Em 1848, a Siemens & Halske fechou seu primeiro grande contrato para a construção de uma linha de telégrafo de 500 km, entre Berlim e Frankfurt. Em 1851, a Siemens & Halske construiu a rede de telégrafo russa, do mar Báltico ao Mar Negro. Em paralelo às suas atividades empresariais, Siemens dedicou-se à pesquisa científica. Em 1866, ele deu grande contribuição à engenharia elétrica ao descobrir o princípio dínamo-elétrico, abrindo caminho para que a eletricidade fosse usada como fonte de energia. Em 1867, ele enviou um artigo à Academia de Ciências de Berlim, intitulado "Na conversão da energia mecânica em corrente elétrica sem o uso de ímãs permanentes". Nele, Siemens se mostra não apenas como um cientista, mas também como engenheiro e empresário de visão. Durante sua vida, Siemens recebeu numerosas homenagens pelos serviços prestados à ciência e à sociedade. A unidade de condutância recebeu o nome Siemens, sendo o inverso do Ohm. [<http://www.siemens.com.br/templates>]

16.1 - CIRCUITO RESISTIVO PURO

16.1.1 – Relações para valores instantâneos

Embora não tenhamos, em geral, circuitos que sejam totalmente puros há um grande grupo de componentes que tem comportamento como se assim fossem. Nesse grupo se destacam chuveiros, estufas, lâmpadas incandescentes, resistores de uso em eletrônica, etc.

Na maioria dos casos tem-se um circuito composto de componentes reais (não-puros) que são modelados como dois ou três componentes puros em série. Nesse item consideraremos somente circuitos compostos de resistores puros apenas. Suponhamos então uma tensão alternada senoidal aplicada sobre um resistor puro.

Nesse caso pode-se aplicar a lei de Ohm aos valores instantâneos das grandezas e obter a equação da corrente.

$$v = V_M \cdot \sin \omega t \quad \text{logo:}$$

$$i = \frac{v}{R} = \frac{V_M \cdot \sin \omega t}{R} = \frac{V_M}{R} \cdot \sin \omega t$$

$$\boxed{i = I_M \cdot \sin \omega t} \quad (16.1)$$

Nesta equação pode-se notar que quando a tensão aplicada v for nula ($\omega t = 0^\circ$; $\omega t = 180^\circ$) a

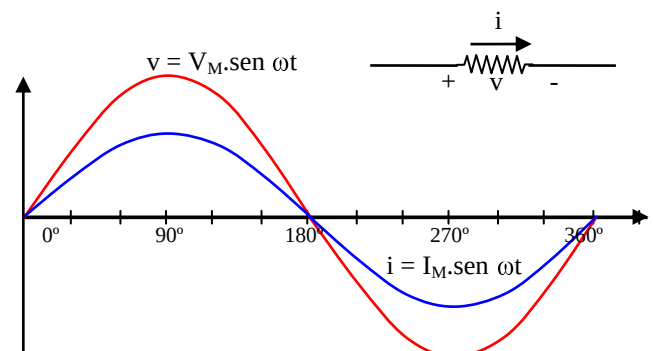


Fig.16.1 – Tensão e corrente num circuito resistivo puro

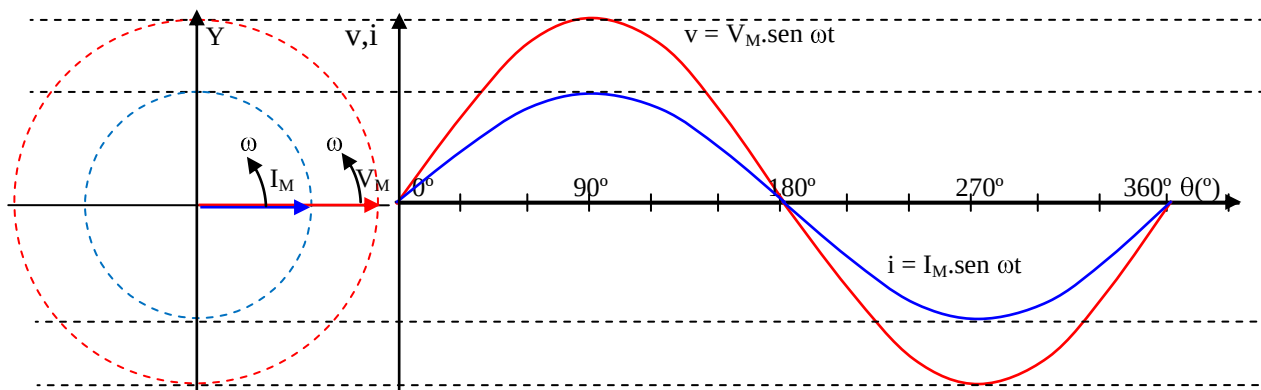


Fig. 16.2 - Representação fasorial e senoidal no circuito R puro

corrente o será e que quando a tensão for máxima ($\omega t = 90^\circ$, $\omega t = 270^\circ$) a corrente será máxima também como era de esperar.

Observa-se na Figura 16.1 que as duas grandezas estão em fase, isto é, seus valores respectivos ocorrem simultaneamente, ou seja, os valores máximos e nulos ocorrem no mesmo instante.

Essas grandezas senoidais podem ser representadas por vetores girantes (fasores).

O valor algébrico das projeções dos vetores sobre o eixo vertical (y) fornece os valores instantâneos das grandezas.

Se no instante $t = 0$ (início da observação), os valores das grandezas são nulos, os vetores são desenhados sobre o eixo horizontal ou de referência (x). Apesar de sabermos que os vetores são girantes, na prática de resolução de problemas abrevia-se a figura acima desenhando-se apenas os fasores na sua posição para o tempo $t = 0$.

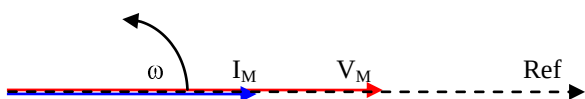


Fig. 16.3 - Representação fasorial no circuito puro R

16.1.2 - Relações para valores eficazes

Usando-se as relações a seguir, já abordadas anteriormente, tem-se:

$$v = V_M \cdot \text{sen } \omega t \quad \text{logo} \quad i = \frac{V_M}{R} \cdot \text{sen } \omega t$$

$$\boxed{I_M = \frac{V_M}{R}} \quad (16.2)$$

Dividindo-se (16.2) por raiz de 2 obtêm-se os valores eficazes.

$$\frac{I_M}{\sqrt{2}} = \frac{V_M}{\sqrt{2} \cdot R} \quad \text{logo:}$$

$$I_{\text{ef}} = \frac{V_{\text{ef}}}{R} \Rightarrow \boxed{I = \frac{V}{R}} \quad (16.3)$$

Assim temos a lei de Ohm para circuitos resistivos puros ligados em corrente alternada utilizando valores eficazes para as grandezas.

Quando trabalhamos só com fasores, não há problema nenhum em representá-los pelo valor eficaz da grandeza, em vez do valor máximo (que não é quase usado). Isto equivale a desenhar os fasores em escala, mais curtos.

A vantagem é que o resultado de uma soma (operação muito comum neste assunto) já é valor eficaz da grandeza requerida e não o seu máximo.

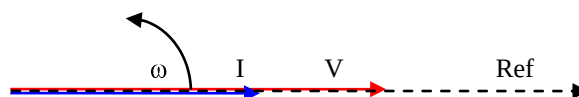


Fig. 16.4 Representação fasorial no circuito puro R com valores eficazes

Exemplo resolvido 16.1: Calcular a corrente eficaz num circuito constituído de uma estufa com um filamento de níquel-cromo cuja resistência, na temperatura de operação, vale $42,0 \, \Omega$ sabendo-se que cada um dos condutores que a alimenta possui uma resistência de $1,0 \, \Omega$.

A tensão eficaz na tomada vale $220 \, \text{V}_{\text{ef}}$.

Solução: $R_t = R_{c1} + R_{\text{est}} + R_{c2}$

$$R_t = (1,0 + 42,0 + 1,0) \Omega = 44,0 \Omega$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{220 \text{V}}{44 \Omega} = 5 \text{A}$$

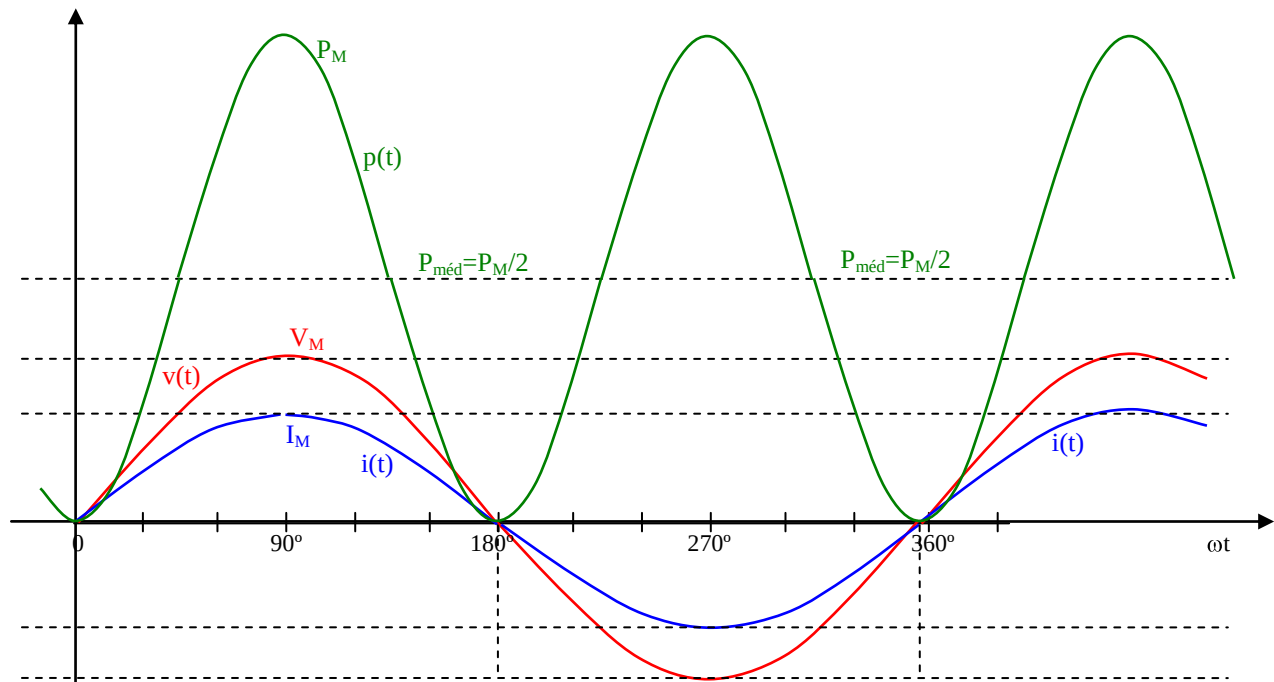


Fig. 16.5 – Grandezas instantâneas no circuito R puro

16.1.3 - Fluxo de energia. Potência instantânea e média

A potência instantânea é obtida pelo produto dos valores instantâneos da tensão e da corrente e é mostrada na figura 16.5.

Calculemos a potência instantânea num circuito R puro. Sabe-se, de antemão, que a tensão e a corrente são senoidais e estão em fase.

$$p = v \cdot i = V_M \cdot \sin \omega t \cdot I_M \cdot \sin \omega t = V_M \cdot I_M \cdot \sin^2 \omega t$$

Utilizando-se conhecimentos de trigonometria associados ao cosseno do arco duplo, ou buscando em tabelas de identidades trigonométricas, chega-se a:

$$p = V_M \cdot I_M \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \cos 2\omega t \right) = \frac{V_M \cdot I_M}{2} (1 - \cos 2\omega t)$$

$$p = \frac{V_M \cdot I_M}{2} - \frac{V_M \cdot I_M}{2} \cos 2\omega t$$

Ao calcularmos o valor médio da potência (P_{med}) ao longo de um ciclo, percebemos que apenas a primeira parcela produz um valor não nulo uma vez que o valor médio da parcela cossenoidal é nulo. Assim a potência média num circuito resistivo puro é dada por:

$$P_{med} = P = \frac{V_M \cdot I_M}{2} = \frac{V_M \cdot I_M}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = V_{ef} \cdot I_{ef}$$

$P = V \cdot I$

(16.4)

Onde: P = Potência média (Watt);
 V = Tensão eficaz (V);
 I = Corrente eficaz (A).

Observa-se que, ao longo de um ciclo completo, a potência instantânea nunca fica negativa, ou seja, toda a potência que flui da fonte para o resistor é transformada noutra forma de potência (Ex: potência calorífica ou luminosa) e nenhuma é devolvida à fonte, mesmo quando a corrente se inverte (de π a 2π).

Usa-se chamá-la de **potência ativa** ou **potência real**. Quando estivermos falando de energia usamos o termo **energia ativa**.

Um resistor puro alimentado em C.C. e em C.A. (com uma tensão eficaz igual ao valor da tensão C.C.) tem a mesma potência média embora as potências instantâneas sejam diferentes, porque a corrente alternada tem valores variáveis. Em termos médios, um chuveiro, por exemplo, aquece a água de mesmo modo se for alimentado em CC ou em CA porque a corrente aquece o filamento num dado sentido e também no outro sentido.

Em ambos os casos, a única oposição à passagem de corrente é a resistência, ou seja, a relação entre tensão e corrente permanece sendo dada pela conhecida lei de Ohm.

Exemplo resolvido 16.2: Calcular a potência média e potência máxima dissipada na estufa do exemplo anterior.

Solução: $V_{\text{est}} = R_{\text{est}} \cdot I = 42 \, \Omega \cdot 5 \, \text{A} = 210 \, \text{V}$

$P_{\text{méd}} = P = V_{\text{est}} \cdot I = 210 \, \text{V} \cdot 5 \, \text{A} = 1050 \, \text{W}$

$P_{\text{max}} = 2 \cdot P_{\text{méd}} = 2100 \, \text{W}$

16.2 - CIRCUITO INDUTIVO PURO

16.2.1 – Relações para valores instantâneos

Para estudarmos os circuitos indutivos puros em corrente alternada tomemos inicialmente uma bobina representada por uma indutância em série com resistência.

O elemento mais importante será a indutância da bobina enquanto que a resistência será pequena, tal como a sua resistência própria e a dos fios que a alimenta. A corrente circulante é alternada. Portanto, está constantemente variando no tempo e, com isso, a indutância está sempre produzindo f.e.m. e a resistência queda de tensão.

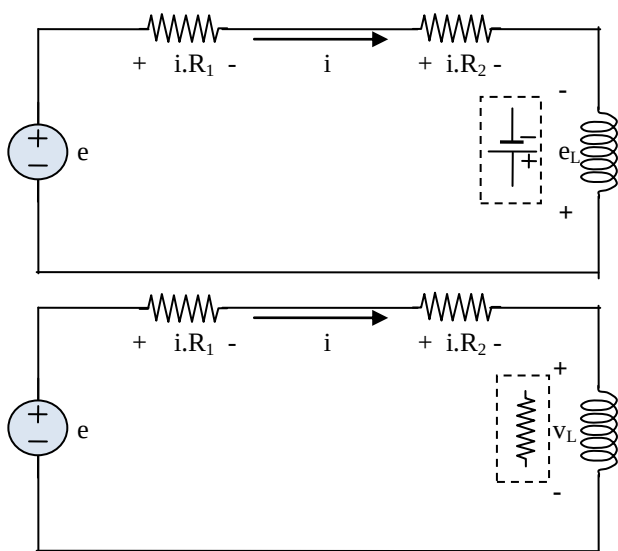


Fig.16.6 - Interpretações dos “volts” numa indutância

Na Figura 16.6 o sentido de corrente mostrado é o sentido de referência (sentido positivo) e as polaridades das quedas de tensão são aquelas produzidas pela passagem de corrente no sentido de referência. O sentido positivo da f.e.m. da fonte (e), assim como o sentido da f.e.m. autoinduzida (e_L), são tais que produziram corrente no sentido de referência.

Aplicando-se a segunda lei de Kirchhoff na malha da Figura 16.1a obtém-se:

$$-e + i.R_1 + i.R_2 - e_L = 0 \quad (16.1)$$

ou

$$e + e_L = i.R_1 + i.R_2 \quad (16.2)$$

Onde se tem, na esquerda, as f.e.m.s atuantes na malha e, na direita, as quedas de tensão.

Usando as leis de Faraday e Lenz obtém-se a f.e.m. autoinduzida por:

$$e_L = -L \cdot \Delta i / \Delta t \quad (16.3)$$

Assim:

$$e - L \cdot \Delta i / \Delta t = i.R_1 + i.R_2 \quad (16.4)$$

Suponhamos um dado instante de tempo, como mostrado na Figura 16.7, onde a corrente é positiva e está crescendo. Nesse momento o sentido da f.e.m. autoinduzida e_L , pela lei de Lenz, tem sentido oposto à corrente e as polaridades de e_L serão (+) na entrada da corrente e (-) na saída.

Com essas polaridades, a f.e.m. e_L passa a ter as mesmas polaridades das outras quedas de tensão, ou seja, positivo na entrada da corrente e negativo na saída. Isso sugere que, em vez de considerarmos os “Volts” gerados na indutância como uma f.e.m., passemos a interpretá-los como se fossem uma queda de tensão na indutância. Essa troca de significado exige que a convenção de sentido seja invertida. Como queda de tensão, agora simbolizada por v_L , a polaridade de referência é (+) na entrada da corrente de referência. Assim a equação da queda passa a ser:

$$v_L = +L \cdot \Delta i / \Delta t \quad (16.5)$$

Matematicamente, isso equivale a trocar o termo $L.\Delta i/\Delta t$ da esquerda para a direita do sinal de igual de (16.4).

$$e = + L.\Delta i/\Delta t + i.R_1 + i.R_2 \quad (16.6)$$

Assim passamos a ter apenas uma única f.e.m. (a da fonte) e três quedas de tensão: duas nas resistências e uma na indutância.

Talvez possa ser estranha essa troca, porém, em todo o estudo de corrente alternada, sempre estaremos considerando a queda de tensão na indutância e não a f.e.m. autoinduzida na indutância.

O estudo mais simples é determinar quando a queda de tensão é máxima e quando é nula por observação da Figura 16.3.

Na passagem da corrente pelo zero (em $\theta = 0^\circ$ e 180°) tem-se a maior inclinação da curva e a maior queda de tensão enquanto que a queda nula será justamente quando a corrente está no máximo, momento em que ela não diminui nem aumenta.

Faremos uma dedução gráfica do valor da queda de tensão nos terminais do indutor puro.

Sabemos que a corrente é expressa por:

$$i = I_M \cdot \sin \theta \quad (16.7)$$

$$\text{que } v_L = + L.\Delta i/\Delta t \quad (16.8)$$

$$\text{e que: } \Delta \theta = \omega.\Delta t \quad (16.9)$$

Na Figura 16.3 a declividade da curva é dada por:

$$\tan \alpha = \text{cat.op.}/\text{cat.adj.} = \Delta i/\Delta \theta \quad (16.10)$$

$$\text{Portanto: } \tan \alpha = \frac{\Delta i}{\Delta \theta} = \frac{\Delta i}{\omega.\Delta t}$$

$$\text{Assim: } \frac{\Delta i}{\Delta t} = \omega \cdot \frac{\Delta i}{\Delta \theta} \quad (16.11)$$

A queda de tensão (ou tensão) no indutor ficará então:

$$v_L = L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t} = L \cdot \omega \cdot \frac{\Delta i}{\Delta \theta} \quad (16.12)$$

Para calcularmos o valor da queda de tensão num dado instante de tempo, ou melhor, num dado ângulo elétrico, tomemos um pequeno intervalo no entorno do ponto, por exemplo, $0,01$ rad para cada lado, e calculemos a variação da corrente entre estes dois pontos.

A tensão máxima ocorrerá na passagem da corrente por zero e o seu valor será dado por:

$$\begin{aligned} V_{LM} &= L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t} = L \cdot \omega \cdot \frac{\Delta i}{\Delta \theta} = \\ V_{LM} &= L \cdot \omega \cdot \frac{I_M \cdot \text{sen}(0,01\text{rad} - (-0,01\text{rad}))}{0,01 - (-0,01)} \\ V_{LM} &= L \cdot \omega \cdot I_M \quad \boxed{V_{LM} = L \cdot \omega \cdot I_M} \quad (16.13) \end{aligned}$$

Quando a corrente for máxima percebe-se que ela não varia nem para mais nem para menos. Logo, a variação da corrente é nula e a tensão é nula sobre o indutor.

Quando a corrente passar por zero no sentido decrescente teremos novamente a máxima tensão, porém no sentido negativo.

Concluindo, observando-se os valores da tensão percebe-se que ela é descrita pela **função cosseno** ($v_L = V_{LM} \cdot \cos \theta$); enquanto que a corrente é descrita pela **função seno**. ($i = I_M \cdot \sin \theta$)

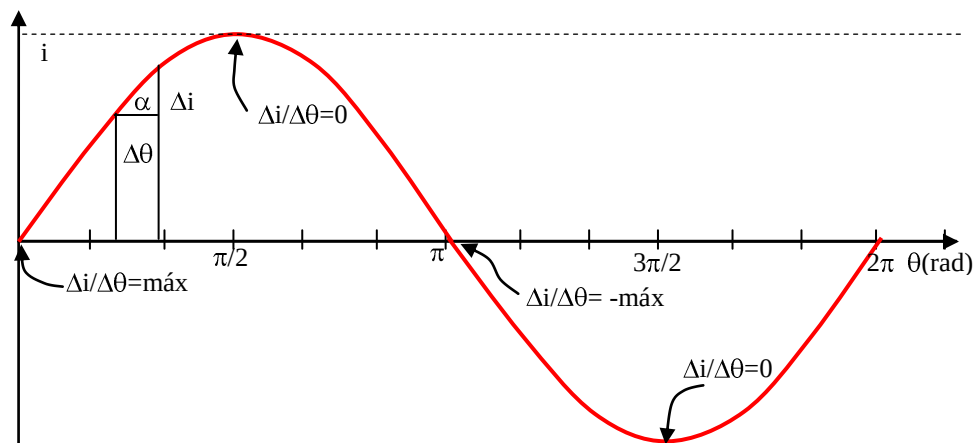


Fig.16.7 – Análise das velocidades de variação da corrente senoidal

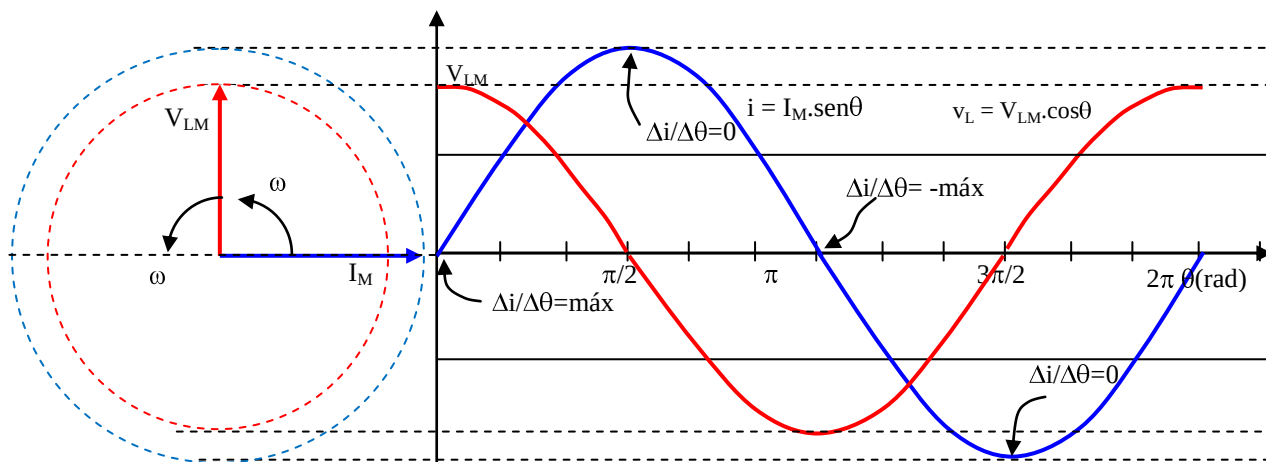


Fig.16.8 – Curvas de tensão e corrente num circuito indutivo puro

Na Figura 16.8 já estão desenhados os fasores que representam a tensão e a corrente num circuito indutivo puro. Percebe-se que o fasor da tensão está adiantado (mais à frente no sentido trigonométrico) de 90°E em relação à corrente.

Para frequência de 60 Hz tem-se:

$$90^\circ\text{E} = T/4 = 16,6\text{ms}/4 = 4,15 \text{ ms} .$$

Assim a tensão atinge seu valor máximo positivo e, só depois de transcorridos 4,15 ms, a corrente atingirá o seu valor máximo positivo.

A Figura 16.9a mostra a representação fasorial quando a corrente é tomada como referência e a Figura 16.9b quando a tensão é a referência.

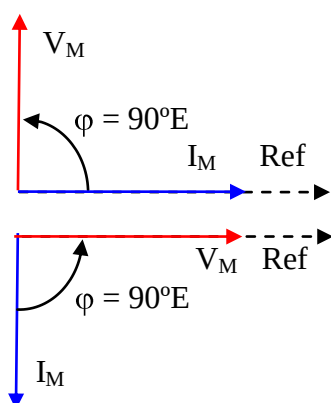


Fig. 16.9 - Representação fasorial no circuito L puro com valores máximos

16.2.2 - Relações para valores eficazes. Reatância indutiva.

No circuito indutivo puro podemos afirmar que:

$$i = I_M \cdot \sin \omega t \text{ e } v = \omega \cdot L \cdot I_M \cdot \cos \omega t$$

e, quando $\cos \omega t = 1$, temos:

$$V_M = \omega \cdot L \cdot I_M$$

portanto, se dividirmos por $\sqrt{2}$, teremos valores eficazes.

$$\frac{V_M}{\sqrt{2}} = \omega \cdot L \cdot \frac{I_M}{\sqrt{2}} \text{ logo:}$$

$$V_{EF} = \omega \cdot L \cdot I_{EF} \text{ ou } V = \omega \cdot L \cdot I \text{ então:}$$

$$I = \frac{V}{\omega \cdot L} \text{ ou } \boxed{I = \frac{V}{X_L}} \quad (16.14)$$

A expressão anterior mostra-se semelhante à lei de Ohm para circuitos resistivos puros.

Nesse caso a oposição à passagem da corrente, em vez de ser chamada de resistência, é chamada de **reatância indutiva** (X_L).

Ela é definida como a relação entre os valores eficazes de tensão e corrente num circuito indutivo puro. Sua unidade é o Ohm.

$$X_L = \frac{V}{I} \text{ onde } X_L = \omega \cdot L$$

$$\boxed{X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L} \quad (16.15)$$

Onde: X_L = Reatância indutiva (Ω);
 f = Frequência da corrente (Hz);
 L = Indutância do circuito (H).

A equação 16.15 mostra que a reatância indutiva (X_L) depende das características do circuito (representada pela indutância), mas também depende de uma característica da fonte de alimentação (a sua frequência).

Assim a reatância indutiva é diretamente proporcional à frequência. Para frequências muito altas ($f \rightarrow \infty$) um indutor é considerado um circuito aberto, porém para tensão contínua ($f = 0$) comporta-se como um curto-circuito.

Observar que um circuito RL, em corrente contínua, apresenta indutância. No entanto, como $f = 0$, não há reatância ($X_L = 0$) e a única oposição existente é a sua resistência.

O diagrama fasorial pode ser feito com valores eficazes, em vez de valores máximos.

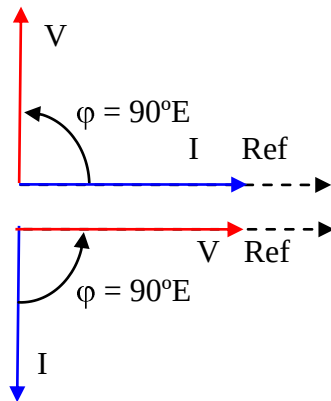


Fig. 16.10 - Representação fasorial no circuito L puro com valores eficazes

Exemplo resolvido 16.3: Um indutor puro possuidor de resistência nula e uma indutância de 40mH foi conectado direto a uma tomada de 220 Vef e foi mantido ligado durante 24 h.

Sabendo-se que a frequência da tensão é 60 Hz pede-se calcular:

- A reatância indutiva do indutor;
- A corrente eficaz através do indutor.

Solução:

a) $X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 60 \text{ Hz} \cdot 40 \times 10^{-3} \text{ H} = 15,08 \, \Omega$

b) $I = V/X_L = 220 \text{ V} / 15,08 \, \Omega = 14,59 \text{ A}$

16.2.3 - Fluxo de energia. Potência instantânea e média

A potência instantânea em qualquer tipo de circuito é obtida pela multiplicação dos valores instantâneos da tensão e da corrente.

A potência instantânea é obtida pelo produto dos valores instantâneos da tensão e da corrente e é mostrada na figura 16.11.

$$p = v \cdot i = V_M \cdot \cos \omega t \cdot I_M \cdot \sin \omega t$$

$$p = V_M \cdot I_M \cdot \cos \omega t \cdot \sin \omega t \quad (16.16)$$

Por simples observação vê-se que, nos pontos onde a corrente ou a tensão for nula, teremos pontos de potência nula e que, por simetria, obtemos os pontos de máxima potência

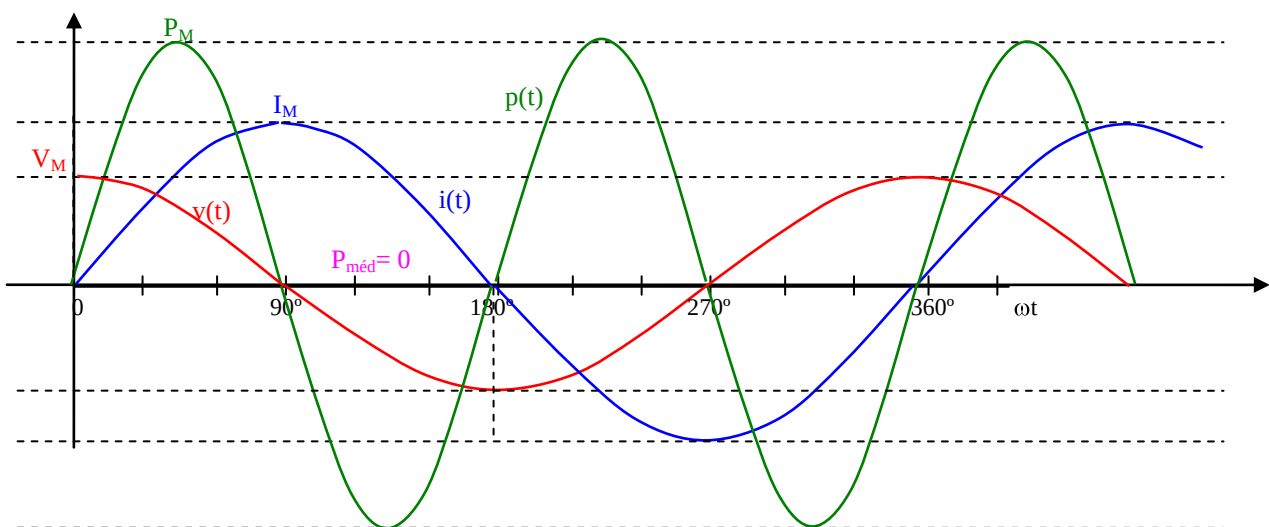


Fig. 16.11 – Grandezas instantâneas no circuito L puro

no meio dos intervalos entre as potências nulas.

Nos quartos de ciclo onde a tensão e a corrente forem positivas ou negativas teremos potência positiva e quando tiverem sinais opostos temos potência negativa.

Utilizando-se conhecimentos de trigonometria associados ao seno do arco duplo temos:

$$\sin 2\omega t = 2 \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t \text{ logo:}$$

$$\sin \omega t \cdot \cos \omega t = \frac{\sin 2\omega t}{2} \text{ assim:}$$

$$p = V_M \cdot I_M \cdot \frac{\sin 2\omega t}{2} \rightarrow \boxed{p = \frac{V_M \cdot I_M}{2} \cdot \sin 2\omega t}$$

Tomando-se, por exemplo, $\omega t = 45^\circ$ temos $\sin 2\omega t = 1$ e, portanto, $p = P_M$ logo:

$$P_M = \frac{V_M \cdot I_M}{2} \text{ ou } P_M = \frac{V_M \cdot I_M}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = V_{EF} \cdot I_{EF}$$

e finalmente:

$$\boxed{P_M = V_{EF} \cdot I_{EF}} \text{ ou } \boxed{P_M = V \cdot I} \quad (16.17)$$

A potência média é nula, porque a potência instantânea é função senoidal e significa que não existe transformação irreversível de energia, ou seja, não há produção de calor.

$$\boxed{P_{med} = 0} \quad (16.18)$$

Quando a corrente está crescendo (0° a 90° e 180° a 270°) há fornecimento de energia para o campo magnético ($W_{cmp} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$).

Quando a corrente fica constante ou nula, o gerador não fornece energia ao campo magnético.

Quando a corrente está decrescendo (90° a 180° e 270° a 360°) o gerador recebe de volta a energia que estava armazenada no campo magnético.

Nos circuitos indutivos puros existe uma constante troca de energia entre o gerador e o campo magnético do indutor. Essa energia denomina-se **energia reativa**, e no caso de potência, é chamada de **potência reativa**. O assunto relacionado à potência em circuitos CA será analisado em capítulo específico no final deste trabalho.

Exemplo resolvido 16.4: Para o indutor do exemplo anterior deseja-se calcular:

- A potência média dissipada num ciclo;
- A energia elétrica consumida nas 24 h;
- A potência máxima trocada entre a fonte e o campo magnético.

Solução:

- $P_{med} = 0$; (Todo indutor puro tem potência média nula)
- $E = P_{med} \cdot \Delta t = 0$ (Todo indutor puro não consome energia, mas sim a troca com a fonte)
- $P_M = V_{EF} \cdot I_{EF} = V \cdot I = 220V \cdot 14,59A = 3209,8 \text{ W}$

16.3 - CIRCUITO CAPACITIVO PURO

16.3.1 - Relações para valores instantâneos

Consideremos o circuito a seguir, dotado de um capacitor apolar, alimentado com corrente alternada.

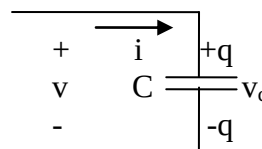


Fig.16.12 – Circuito capacitivo puro em CA

A dedução das equações para capacitores em CA parte da definição de intensidade de corrente e da definição de capacitância.

A intensidade da corrente num terminal de um capacitor é a razão entre a carga que passa por ali em direção à placa positiva e o intervalo de tempo transcorrido. Essa carga é exatamente a que se acumulará na placa positiva do capacitor. Portanto:

$$\boxed{i = \frac{\Delta q}{\Delta t}} \quad (16.19a) \text{ ou } \boxed{\Delta q = i \cdot \Delta t} \quad (16.19b)$$

Pela definição de capacitância temos a relação entre a carga acumulada e a tensão entre as placas.

$$C = \frac{q}{v} \quad (16.20a) \quad \text{ou} \quad q = C.v \quad (16.20b)$$

Qualquer variação da tensão entre as placas causa uma variação proporcional da carga acumulada, ou vice-versa, qualquer variação da carga entre as placas causa uma mudança proporcional na d.d.p. entre as placas, logo:

$$\Delta q = C. \Delta v \quad (16.21)$$

Dividindo-se essa variação de carga pelo intervalo de tempo tem-se a intensidade da corrente no capacitor ligado em fonte de tensão variável.

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{C. \Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{i = C. \frac{\Delta v}{\Delta t}} \quad (16.22)$$

Essa equação mostra claramente que só haverá corrente num capacitor quando houver mudança do valor da tensão entre as placas e o valor da corrente dependerá diretamente da velocidade de variação da tensão ou taxa de variação da tensão ($\Delta v/\Delta t$).

Assim, quando a tensão está constante entre as placas ($\Delta v = 0$), é sinal que as cargas estão imóveis nas placas, ou seja, não há entrada nem saída de corrente no capacitor.

Quando há mudanças rápidas na tensão há uma mudança rápida da quantidade de cargas acumuladas nas placas, ou seja, grande velocidade de saída ou entrada de cargas no

capacitor o que caracteriza grande intensidade de corrente elétrica.

No caso de trabalho em tensão alternada senoidal a taxas de variação da tensão muda conforme o momento em que está o ciclo. Usaremos o mesmo raciocínio do item 16.2.1.

Sabemos que a tensão é expressa por:

$$v = V_M. \text{sen } \theta \quad (16.23)$$

$$\text{que } i = C. \Delta v / \Delta t \quad (16.24)$$

$$\text{e que: } \Delta \theta = \omega. \Delta t \quad (16.25)$$

Na Figura 16.13 a declividade da curva é dada por:

$$\tan \alpha = \text{cat.op.} / \text{cat.adj.} = \Delta v / \Delta \theta \quad (16.26)$$

$$\text{Portanto: } \tan \alpha = \frac{\Delta v}{\Delta \theta} = \frac{\Delta v}{\omega. \Delta t}$$

$$\text{Assim: } \frac{\Delta v}{\Delta t} = \omega. \frac{\Delta v}{\Delta \theta} \quad (16.27)$$

A corrente no capacitor ficará então:

$$i = C. \frac{\Delta v}{\Delta t} = C. \omega. \frac{\Delta v}{\Delta \theta} \quad (16.28)$$

Para calcularmos a intensidade da corrente num dado instante de tempo, ou melhor, num dado ângulo elétrico, tomemos um pequeno intervalo no entorno do ponto, por exemplo, 0,01rd para cada lado, e calculemos a variação da tensão entre esses dois pontos.

A corrente máxima ocorrerá na passagem da tensão por zero e o seu valor será dado por:

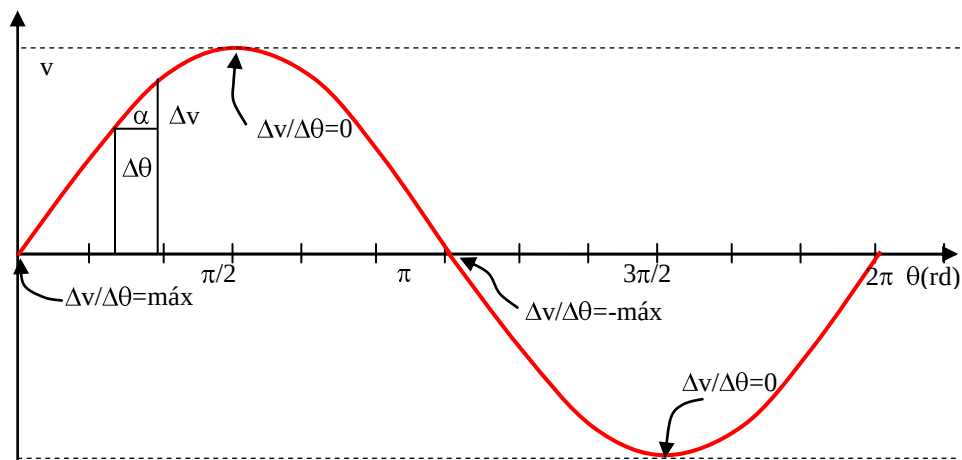


Fig.16.13 - Velocidades de variação da tensão senoidal

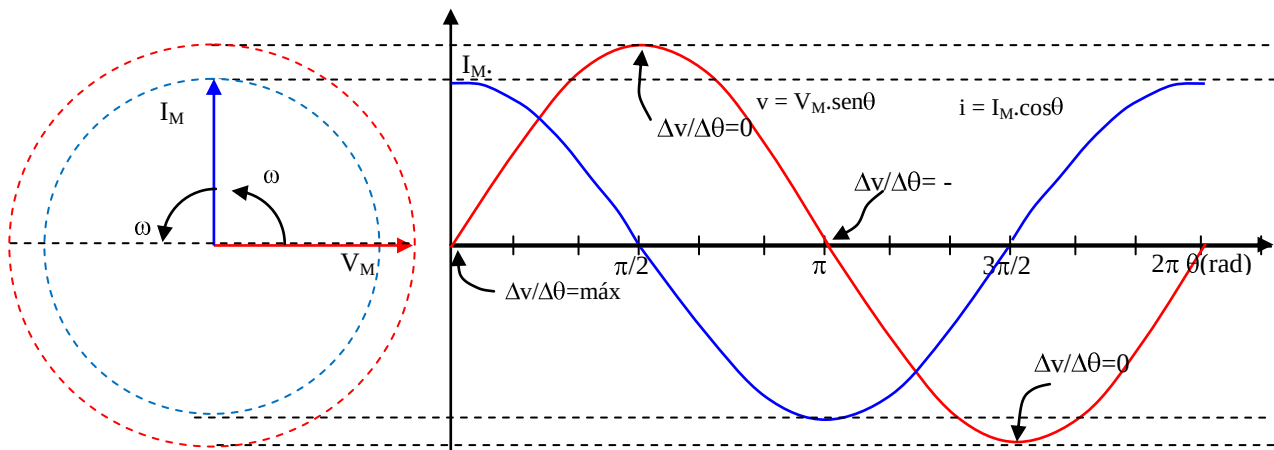


Fig.16.14 – Curvas de tensão e corrente num circuito capacitivo puro

$$I_M = C \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = C \cdot \omega \cdot \frac{\Delta v}{\Delta \theta}$$

$$I_M = C \cdot \omega \cdot \frac{V_M \cdot \text{sen}(0,01\text{rd} - (-0,01\text{rd}))}{0,01 - (-0,01)} = C \cdot \omega \cdot V_M$$

Finalmente: $I_M = C \cdot \omega \cdot V_M$ (16.29)

Quando a tensão for máxima percebe-se que ela não varia, nem para mais nem para menos. Logo, a variação da tensão é nula e a corrente é nula no capacitor.

Quando a tensão passar por zero no sentido decrescente, teremos novamente a máxima corrente, porém no sentido de descarga (negativo).

Observando-se os valores da corrente no capacitor, mostrados na Figura 16.14, percebe-se que ela é descrita pela **função cosseno** ($i = I_M \cdot \cos \theta$), enquanto que a tensão é equacionada pela **função seno** ($v = V_M \cdot \text{sen} \theta$).

Concluindo, a corrente está avançada de 90°E em relação à tensão, ou seja, quando a tensão está crescendo positivamente, há corrente positiva carregando o capacitor.

Quando a tensão fica constante, a corrente se anula, e quando a tensão cai, a corrente se inverte, descarregando o capacitor.

Em 180°E o capacitor está descarregado e começa a se carregar com polaridade contrária.

Observação: Apesar de a corrente entrar por um terminal do capacitor e sair pelo outro, as cargas elétricas não atravessam o dielétrico.

As que entram se acumulam na placa positiva e as que saem deixam buracos na placa negativa, mas nenhuma atravessa o isolante entre as placas.

A representação fasorial fica, então, ilustrada pela figura 16.15.

Os vetores girantes são desenhados na posição em que estão para $t = 0$. Geralmente, usam-se os valores eficazes.

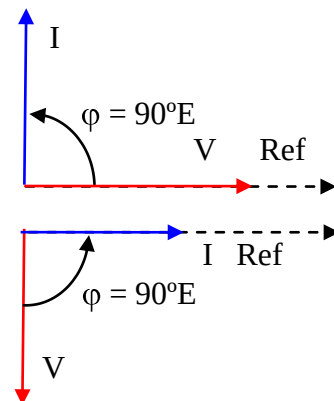


Fig. 16.15 - Representação fasorial no circuito C puro com valores eficazes

16.3.2 - Relações para valores eficazes. Reatância capacitiva.

Tomando-se a Eq.16.29 e dividindo os dois membros por raiz de 2 obtemos valores eficazes.

$$I_M = \omega.C.V_M \quad [:\sqrt{2}] \Rightarrow \frac{I_M}{\sqrt{2}} = \omega.C.\frac{V_M}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$I_{EF} = \omega.C.V_{EF} \Rightarrow I = \omega.C.V \quad \text{ou}$$

$$\boxed{I = \frac{V}{\frac{1}{\omega.C}}} \quad (16.30)$$

Novamente as equações são manipuladas para tomarem a forma da lei de Ohm usada nos circuitos resistivos puros.

Nesse caso a oposição (o que está no denominador) é chamada de reatância capacitiva.

$$X_C = \frac{1}{\omega.C} \quad \text{mas} \quad \omega = 2.\pi.f$$

logo: $\boxed{X_C = \frac{1}{2.\pi.f.C}} \quad (16.31)$

Reatância capacitiva é, então, a relação entre a tensão eficaz e a corrente eficaz num circuito capacitivo puro.

Essa grandeza se apresenta com característica de oposição à passagem de corrente senoidal num capacitor puro e é medida em Ohms.

A reatância capacitiva depende inversamente da característica do capacitor (da sua capacitância), mas depende também da característica da fonte (sua frequência).

A reatância capacitiva diminui com a frequência; logo, a corrente no capacitor será tanto maior quanto maior for a frequência.

Assim, o capacitor é considerado um curto-circuito para frequências altas ($f \rightarrow \infty$) e um circuito aberto (oposição infinita) para alimentação em CC ($f = 0$).

Exemplo resolvido 16.5: Um capacitor de filme plástico metalizado de $25\mu\text{F}/350\text{V}$ é conectado a uma fonte de $127\text{ V}/60\text{ Hz}$. Calcular:

- A reatância capacitiva;
- A corrente eficaz.

Solução:

$$\text{a) } X_C = \frac{1}{2.\pi.f.C} = \frac{1}{2.\pi.60\text{Hz}.25\mu\text{F}} = 106,1\Omega$$

$$\text{b) } I = \frac{V}{X_C} = \frac{127\text{V}}{106,1\Omega} = 1,197\text{A}$$

16.3.3 – Fluxo de energia. Potência instantânea e média

Igualmente, para o circuito capacitivo puro, obtém-se a potência instantânea por meio do produto dos valores instantâneos da tensão e da corrente.

$$p = v \cdot i = V_M.\text{sen}\omega t \cdot I_M.\text{cos}\omega t$$

$$p = V_M \cdot I_M \cdot \text{sen}\omega t \cdot \text{cos}\omega t \quad (16.32)$$

Por simples observação vê-se que, nos pontos onde a corrente ou a tensão for nula, teremos pontos de potência nula e que, por simetria, obtemos os pontos de máxima potência no meio dos intervalos entre as potências nulas.

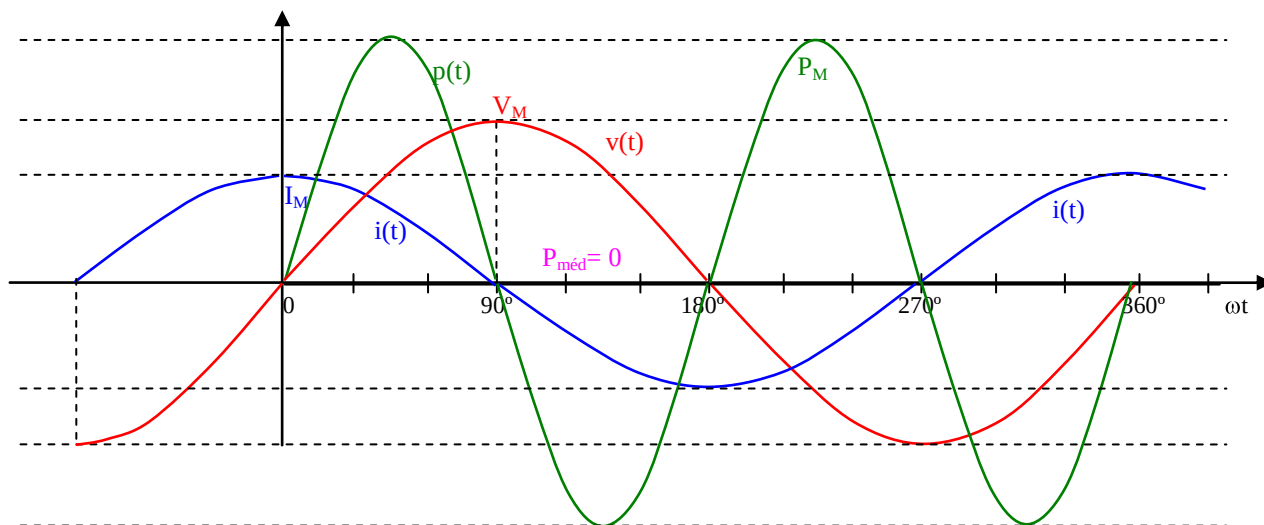


Fig.16.16 – Grandezas instantâneas num circuito C puro

Nos quartos de ciclo onde a tensão e a corrente forem positivas ou negativas teremos potência positiva; e quando tiverem sinais opostos teremos potência negativa.

Utilizando-se conhecimentos de trigonometria associados ao seno do arco duplo temos:

$$\sin 2\omega t = 2 \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t \text{ Logo:}$$

$$\sin \omega t \cdot \cos \omega t = \frac{\sin 2\omega t}{2}$$

$$p = V_M \cdot I_M \cdot \frac{\sin 2\omega t}{2}$$

$$p = \frac{V_M \cdot I_M}{2} \cdot \sin 2\omega t$$

Tomando-se, por exemplo, $\omega t = 45^\circ$ temos $\sin 2\omega t = 1$ e, portanto, $p = P_M$, logo:

$$P_M = \frac{V_M \cdot I_M}{2} \text{ ou } P_M = \frac{V_M \cdot I_M}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = V_{EF} \cdot I_{EF}$$

Chegando-se finalmente a:

$$P_M = V_{EF} \cdot I_{EF} \text{ ou } P_M = V \cdot I \quad (16.33)$$

A potência média é nula, porque a potência instantânea é função senoidal e significa que não existe transformação irreversível de energia, ou seja, não há produção de calor.

$$P_{med} = 0 \quad (16.34)$$

Quando a tensão está crescendo (0° a 90° e 180° a 270°) há fornecimento de energia para o campo elétrico do capacitor ($W_{cmp} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot v^2$).

Quando a tensão fica constante ou nula, a fonte não fornece energia ao campo elétrico.

Quando a tensão está decrescendo (90° a 180° e 270° a 360°), o gerador recebe de volta a energia que estava armazenada no campo elétrico.

Nos capacitores puros existe uma constante troca de energia entre o gerador e o campo elétrico do capacitor. Essa energia denomina-se **energia reativa capacitiva**, e no caso de potência é chamada de **potência reativa capacitiva**, de forma análoga ao que foi dito para indutores puros.

A queda de tensão num indutor (V_L) está adiantada da corrente de 90° e a queda de

tensão num capacitor (V_C) está atrasada da corrente de 90° . Sob quase todos os aspectos, o capacitor se comporta de maneira contrária ao indutor.

Exemplo resolvido 16.6: Para o capacitor do exemplo anterior deseja-se calcular:

- A potência média dissipada num ciclo;
- A potência máxima trocada entre a fonte e o campo magnético.

Solução:

a) $P_{med} = 0$ (Todo capacitor puro tem potência média nula);

b) $P_M = V_{EF} \cdot I_{EF} = V \cdot I$

$$P_M = 127 \text{ V} \cdot 1,197 \text{ A} = 152,02 \text{ W}.$$

16.4 - CIRCUITO RLC SÉRIE

16.4.1 - Quedas de tensão resistiva e reativa

Os circuitos de C.A. podem conter componentes puros ou podem ter, como é normal, combinação de componentes puros em série ou até em paralelo. Geralmente um único componente real é desdobrado em um resistor puro em série com um indutor puro e/ou em série com um capacitor puro, cujos comportamentos já são conhecidos.

Vejamos, por exemplo, um circuito-série composto por um resistor puro, um indutor puro e um capacitor puro.

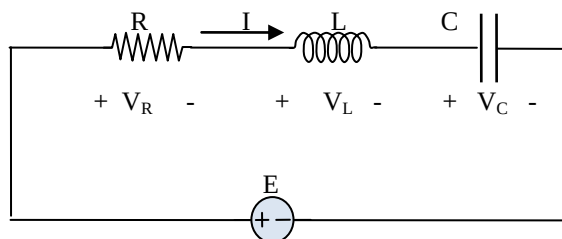


Fig. 16.17 - Circuito RLC série

A corrente determina quedas de tensão em cada um desses componentes. Para cada um, individualmente, já foram obtidas relações nos itens anteriores. Como a corrente é comum a todos os componentes, esta grandeza será usada

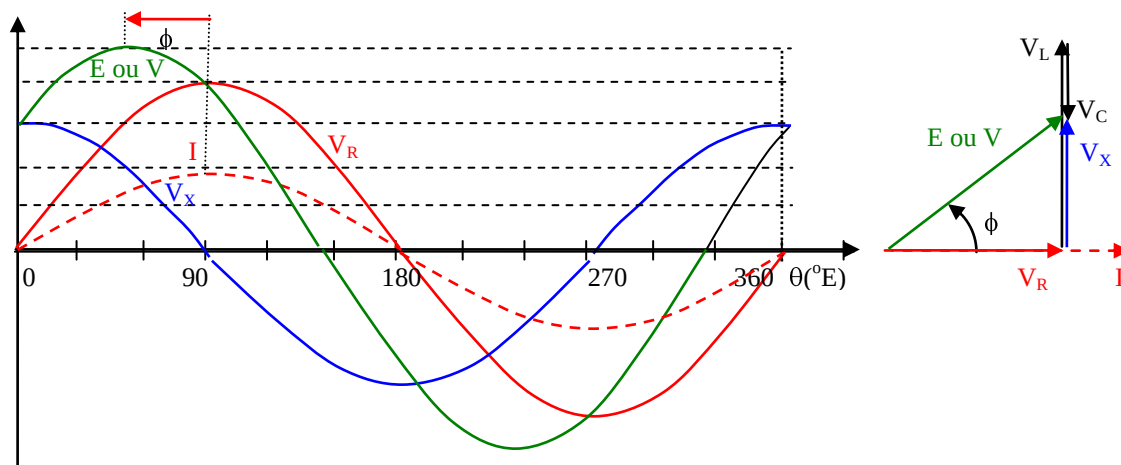


Fig.16.18 – Representação do circuito RLC série: a) senoidal; b) fasorial.

como referência para o traçado dos diagramas senoidais e fasoriais.

No resistor puro, a queda de tensão (V_R) está em fase com a corrente e seus valores eficazes estão relacionados por:

$$\boxed{V_R = I \cdot R} \quad (16.35)$$

No indutor puro, a queda de tensão (V_L) está avançada da corrente de 90° e a relação entre seus valores eficazes é:

$$\boxed{V_L = I \cdot X_L} \quad (16.36)$$

No capacitor puro, a queda de tensão (V_C) está atrasada da corrente de 90° e a equação para o mesmo é:

$$\boxed{V_C = I \cdot X_C} \quad (16.37)$$

16.4.2 - Representação senoidal e fasorial das tensões

Conforme a 2ª lei de Kirchhoff, para achar a f.e.m. da fonte (E) ou a tensão total (V), devemos somar todas as quedas de tensão.

Na Figura 16.18a temos cada queda de tensão representada por uma senóide defasada da corrente, conforme a característica daquele tipo de componente.

A queda V_x é a queda de tensão reativa ($V_x = V_L - V_C$). Para obter a resultante (E) devemos somar os valores instantâneos de cada curva. Notamos que o desenho deve ser feito em escala com extremo cuidado.

No caso da soma fasorial, deve-se colocar o início de um fasor na extremidade do anterior e assim sucessivamente até o último.

A f.e.m. da fonte (ou a tensão total) será obtida unindo-se o início do primeiro fasor ao fim do último. Como esse método é muito mais fácil, só será usada a soma fasorial na análise de circuitos elétricos de CA.

16.4.3 - Lei de Kirchhoff para valores eficazes. Impedância.

A Figura 16.18b é conhecida como triângulo das tensões e é muito útil para analisar esses circuitos. Aplicando-se a 2ª lei de Kirchhoff sob forma fasorial, temos uma soma de fasores:

$$\boxed{\vec{E} = \vec{V}_R + \vec{V}_L + \vec{V}_C} \quad (16.38)$$

Ferramentas muito úteis na análise de circuitos CA são a Trigonometria e o Teorema de Pitágoras, uma vez que sempre conseguiremos formar um triângulo retângulo com os fasores. No exemplo temos, como um dos catetos, a queda resistiva (V_R) e, como outro cateto, a resultante das quedas reativas U_L e U_C . A hipotenusa (E) é obtida por Pitágoras.

$$\boxed{E^2 = V_R^2 + V_x^2} \quad (16.39a)$$

ou

$$\boxed{E^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2} \quad (16.39b)$$

Podemos substituir o valor das quedas pelas suas equações em função da corrente:

$$E^2 = (I \cdot R)^2 + (I \cdot X_L - I \cdot X_C)^2 \quad (16.40a)$$

Pondo-se em evidência a corrente, temos:

$$E^2 = I^2 \cdot [R^2 + (X_L - X_C)^2] \quad (16.40b)$$

Extraíndo-se a raiz, chega-se a:

$$E = I \cdot \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (16.41)$$

Na expressão acima, temos um termo, formado por oposições, que é multiplicado pela corrente para achar a f.e.m. (E) ou tensão total (V). Este termo é a Impedância (Z).

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (16.42)$$

Impedância é, por definição, a relação entre os valores eficazes da tensão e da corrente num circuito de C.A. senoidal genérico. Essa grandeza é a oposição total oferecida à passagem de corrente alternada senoidal. Sua unidade também é o Ohm (Ω).

A lei de Ohm para circuitos CA com corrente senoidal fica então:

$$E = I \cdot Z \quad \text{ou} \quad V = I \cdot Z \quad (16.43a)$$

$$I = \frac{E}{Z} \quad \text{ou} \quad I = \frac{V}{Z} \quad (16.43b)$$

16.4.4 - Representação fasorial da Impedância. Fator de potência

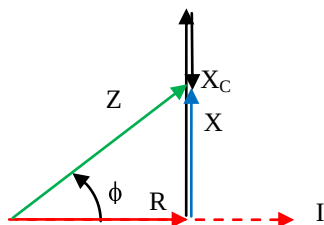


Fig. 16.19 - Triângulo da impedância

O gráfico da Figura 16.18b mostra o triângulo das tensões.

Dividindo-se cada fasor tensão pela corrente obtém-se fasores com dimensão de oposição, gerando um triângulo semelhante ao

primeiro que é chamado de **triângulo da impedância**.

A reatância total é a soma fasorial da reatância indutiva e capacitiva. Em outras palavras, é o módulo da diferença das duas reatâncias, com o sentido da maior.

$$X = |X_L - X_C| \quad (16.44)$$

Por Pitágoras temos então:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (16.45)$$

A esse triângulo, como também ao das tensões, devem ser aplicados os conhecimentos de trigonometria. O ângulo (ϕ) existente entre a componente resistiva e a resultante é muito importante.

Ele é chamado de ângulo de defasagem entre corrente e tensão ou ângulo de fator de potência.

Define-se fator de potência como o cosseno do ângulo de defasagem (ϕ) entre a tensão e a corrente.

Dos triângulos obtemos:

$$\cos \phi = \frac{\text{cat.adj.}}{\text{hipot.}} = \frac{R}{Z} = \frac{V_R}{V} = \frac{V_R}{E} = \text{fp} \quad (16.46)$$

$$\sin \phi = \frac{\text{cat.op.}}{\text{hipot.}} = \frac{X}{Z} = \frac{V_X}{V} = \frac{V_X}{E} \quad (16.47)$$

$$\tan \phi = \frac{\text{cat.op.}}{\text{cat.adj.}} = \frac{X}{R} = \frac{V_X}{V_R} \quad (16.48)$$

O $\cos \phi$ é uma das grandezas que interessa diretamente às concessionárias de energia e aos consumidores, a fim de medir a defasagem entre a corrente e a tensão na instalação.

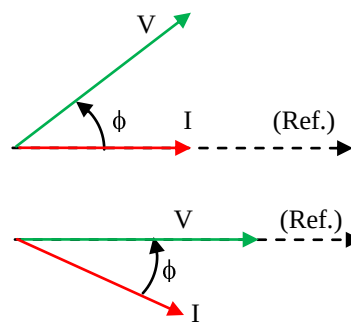


Fig.16.20 - Ângulo de fator de potência: a) referência na corrente b) referência na tensão

A seguir, serão apresentados alguns casos particulares de circuitos RLC série, onde alguns dos componentes não estão presentes ou apresentam especial característica.

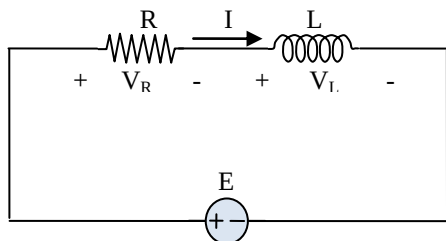


Fig.16.21 - Circuito RL série

Circuito Resistivo-Indutivo: O circuito não contém nenhum capacitor e o equacionamento torna-se mais simples.

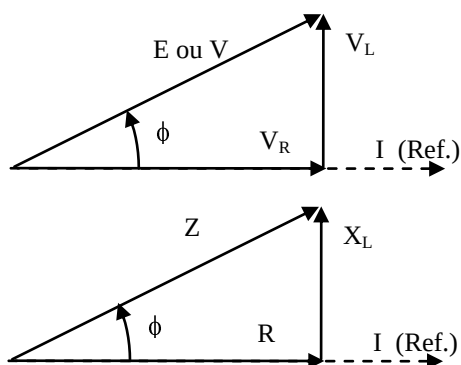


Fig.16.22 - Gráficos do circuito RL série: a) da tensão b) da impedância

Por inspeção dos triângulos temos:

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$$

e

$$\cos\phi = \frac{\text{cat.adj.}}{\text{hipot.}} = \frac{V_R}{V} = \frac{V_R}{E} \quad (16.49)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

e

$$\cos\phi = \frac{\text{cat.adj.}}{\text{hipot.}} = \frac{R}{Z} \quad (16.50)$$

Circuito RC série: Tem-se apenas resistor e capacitor sendo que o efeito indutivo é desprezível.

Por analogia ao caso anterior vemos que o triângulo é semelhante ao do caso RL com

exceção de que a tensão fica atrasada da corrente, assim temos:

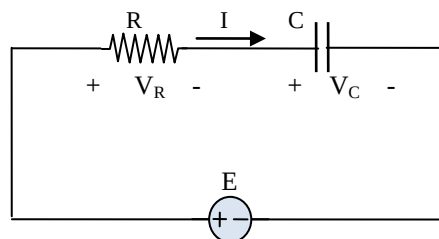


Fig.16.23 - Circuito RC série

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$$

$$\cos\phi = \frac{\text{cat.adj.}}{\text{hipot.}} = \frac{V_R}{V} = \frac{V_R}{E} \quad (16.51)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$\cos\phi = \frac{\text{cat.adj.}}{\text{hipot.}} = \frac{R}{Z} \quad (16.52)$$

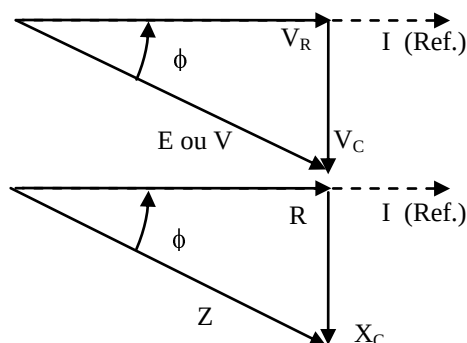


Fig.16.24 - Gráficos do circuito RC série: a) da tensão b) da impedância

Circuito RLC série com teor indutivo: Um circuito RLC série tem teor indutivo quando a reatância indutiva é maior do que a reatância capacitiva ($X_L > X_C$).

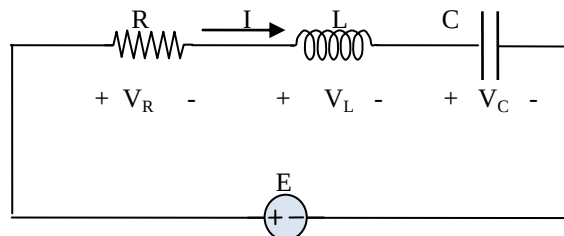


Fig.16.25 - Circuito RLC série com teor indutivo

O fasor que representa a tensão no indutor fica adiantado da corrente e é desenhado maior do que o fasor que representa a tensão no capacitor. Logo, obtemos os seguintes gráficos:

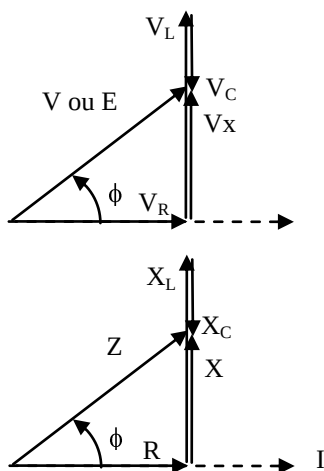


Fig. 16.26 – Circuito com teor indutivo: a) Triângulo da tensão b) Triângulo da impedância

Por análise dos triângulos retângulos, usando Pitágoras e trigonometria, obtemos:

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_X^2}$$

e

$$\cos \phi = \frac{\text{cat.adj.}}{\text{hipot.}} = \frac{V_R}{V} = \frac{V_R}{E} \quad (16.53)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

e

$$\cos \phi = \frac{\text{cat.adj.}}{\text{hipot.}} = \frac{R}{Z} \quad (16.54)$$

Como predomina o teor indutivo, a corrente (I) fica atrasada de um certo ângulo (φ) da tensão (V) de modo que (0° < φ < 90°).

Circuito RLC série com teor capacitivo: Um circuito RLC série, como o da Figura 16.25, tem teor capacitivo quando predomina a reatância capacitiva sobre a indutiva (X_C > X_L).

Por análise dos triângulos retângulos, como de costume, temos:

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_X^2}$$

e

$$\cos \phi = \frac{\text{cat.adj.}}{\text{hipot.}} = \frac{V_R}{V} = \frac{V_R}{E} \quad (16.55)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

e

$$\cos \phi = \frac{\text{cat.adj.}}{\text{hipot.}} = \frac{R}{Z} \quad (16.56)$$

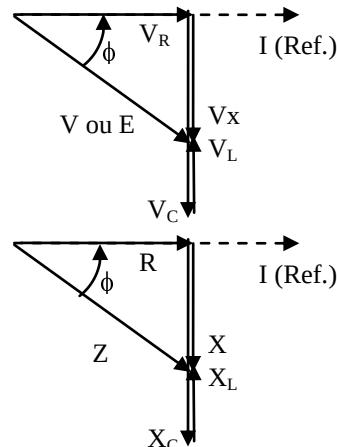


Fig. 16.27 – Circuito com teor capacitivo: a) Triângulo da tensão b) Triângulo da impedância

Como predomina o teor capacitivo, a corrente (I) fica adiantada de um ângulo (φ) da tensão (V), onde temos (0° < φ < 90°).

Devido a essas duas possibilidades, quando se informa o fator de potência deve-se dizer se o mesmo é indutivo ou capacitivo. Geralmente, quando nada é dito, supõe-se que o mesmo é indutivo.

16.4.5 - Circuito RLC série ressonante

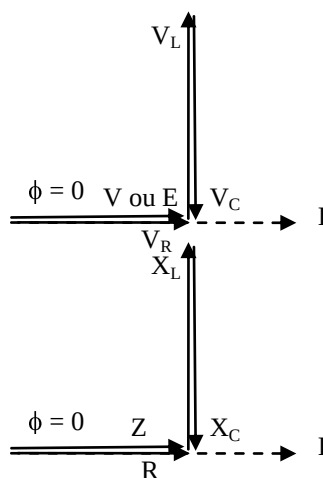


Fig. 16.28 – Circuito série ressonante: a) Triângulo da tensão b) Triângulo da impedância

Este circuito RLC série particular, porém de grande interesse na análise de circuitos, é aquele que apresenta a igualdade das reatâncias indutiva e capacitiva ($X_L = X_C$). Veja Figura 16.28.

A expressão ressonante (ou oscilante) é usada para caracterizar que há uma coincidência entre a frequência aplicada a um sistema físico e a frequência própria de oscilação do mesmo.

Nesse caso há uma transferência cíclica de energia entre o campo magnético do indutor e o campo elétrico do capacitor.

Como se pode ver, a corrente e a tensão estão em fase como se o circuito fosse resistivo puro. Matematicamente, tem-se:

$$V_R = V; \text{ logo } \cos\phi = \frac{\text{cat.adj.}}{\text{hipot.}} = \frac{V_R}{V} = 1$$

ou

$$R = Z; \text{ logo } \cos\phi = \frac{R}{Z} = 1 \quad (16.57)$$

Pode-se determinar a frequência na qual há a igualdade das duas reatâncias opostas. Tal frequência é chamada de frequência de ressonância e pode ser calculada da seguinte maneira:

$$X_L = X_C \Rightarrow 2\pi.f.L = \frac{1}{2\pi.f.C} \quad \text{logo:}$$

$$f_R = \frac{1}{2\pi.\sqrt{L.C}} \quad (16.58)$$

onde: f_R = frequência de ressonância série (Hz);
 L = indutância do circuito (H);
 C = capacitância do circuito (F).

Exemplo resolvido 16.7: Para o circuito RLC série abaixo calcule:

- X_{L1} ; X_{C2} ; Z_1 ; Z_2 ; $\cos\phi_1$; $\cos\phi_2$
- Z ; I ; $\cos\phi$
- V_{R1} ; V_{R2} ; V_{L1} ; V_{C2} ; V_1 ; V_2
- f_R

Solução: Em primeiro lugar deve-se observar o circuito para identificar o que é solicitado.

Em segundo lugar deve-se desenhar o diagrama fasorial das impedâncias na ordem exata em que elas aparecem no circuito, de preferência em escala aproximada.

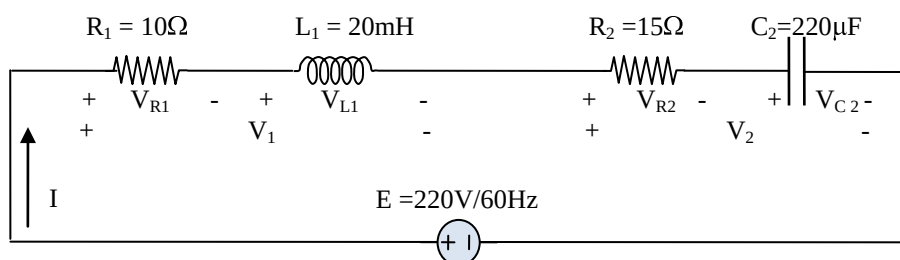
Finalmente fazer os cálculos solicitados.

a) Cálculos dos valores parciais

$$X_{L1} = 2\pi.f.L_1 = 2\pi.60\text{Hz}.20 \times 10^{-3}\text{H} = 7,540\Omega$$

$$X_{C2} = \frac{1}{2\pi.f.C_2} = \frac{1}{2\pi.60\text{Hz}.220 \times 10^{-6}\text{F}} = 12,06\Omega$$

Observa-se que o circuito RLC em questão tem teor capacitivo, pois $X_L < X_C$.



Circuito elétrico para o exemplo resolvido 16.7

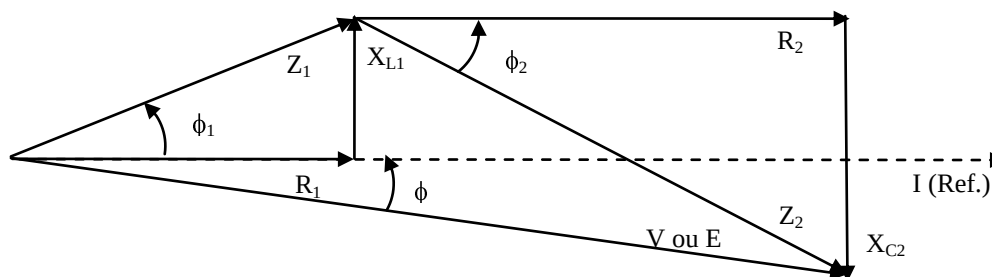


Diagrama fasorial das impedâncias para o exemplo resolvido 16.7

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L1}^2} = \sqrt{10\Omega^2 + 7,540\Omega^2} = 12,52\Omega$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{C2}^2} = \sqrt{15\Omega^2 + 12,06\Omega^2} = 19,25\Omega$$

$$\cos \phi_1 = \frac{\text{cat.adj.}}{\text{hipot.}} = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{10\Omega}{12,52\Omega} = 0,7987 \text{ ind}$$

$$\cos \phi_2 = \frac{\text{cat.adj.}}{\text{hipot.}} = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{15\Omega}{19,25\Omega} = 0,7792 \text{ cap}$$

b) Obtenção dos valores totais

$$Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_{C2} - X_{L1})^2} =$$

$$Z = \sqrt{(10 + 15)^2 + (12,06 - 7,540)^2} = 25,41\Omega;$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{220V}{25,41\Omega} = 8,658A;$$

$$\cos \phi = \frac{R_1 + R_2}{Z} = \frac{10\Omega + 15\Omega}{25,41\Omega} = 0,9839 \text{ cap}$$

c) Cálculo das quedas de tensão parciais

$$V_{R1} = R_1 \cdot I = 10\Omega \cdot 8,658A = 86,58V;$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I = 15\Omega \cdot 8,658A = 129,9V;$$

$$V_{L1} = X_{L1} \cdot I = 7,540\Omega \cdot 8,658A = 65,28V;$$

$$V_{C2} = X_{C2} \cdot I = 12,06\Omega \cdot 8,658A = 104,4V;$$

$$V_1 = Z_1 \cdot I = 12,52\Omega \cdot 8,658A = 108,4V;$$

$$V_2 = Z_2 \cdot I = 19,25\Omega \cdot 8,658A = 166,7V;$$

d) Obtenção da frequência de ressonância série

$$f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{20 \times 10^{-3}H \cdot 220 \times 10^{-6}F}}$$

$$f_R = 75,87\text{Hz}$$

16.4.6 - Fluxo de energia. Potência instantânea e média.

Para obter a potência instantânea num circuito RLC, multiplicam-se os valores instantâneos da corrente e da tensão.

$$p = v \cdot i = V_M \cdot \sin \omega t \cdot I_M \cdot \sin(\omega t - \phi)$$

$$p = V_M \cdot I_M \cdot \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \phi) \quad (16.59)$$

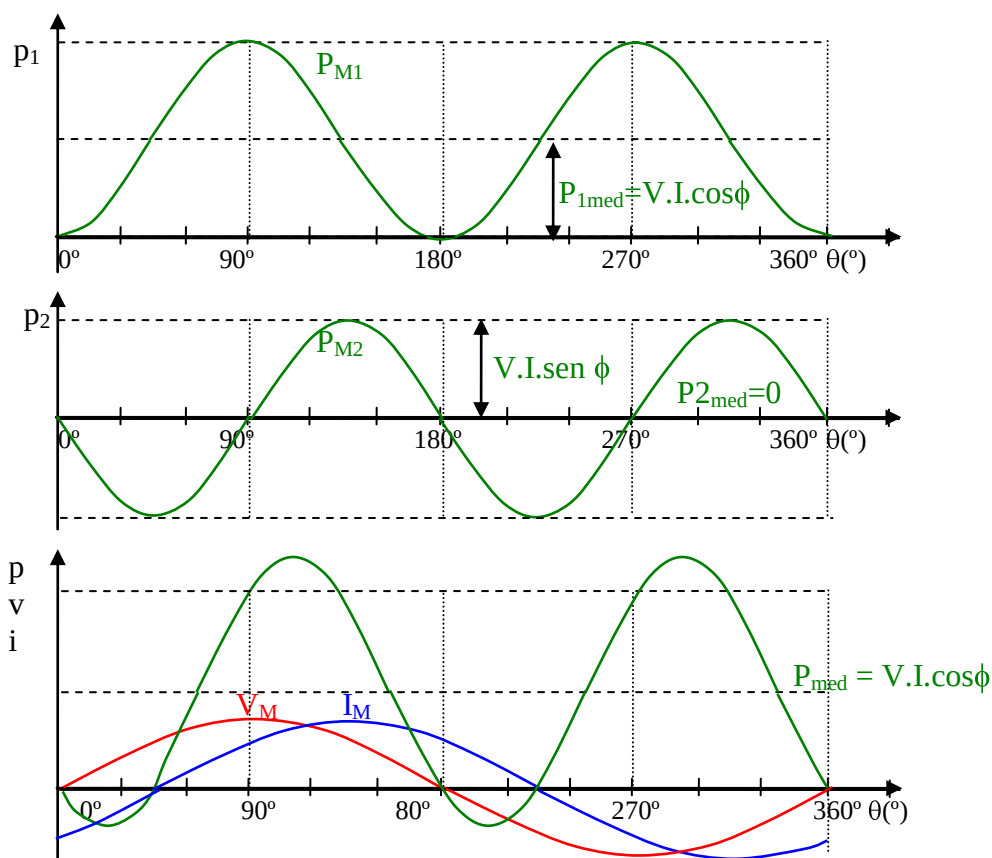


Fig.16.29 – Potência instantânea e média num circuito RLC

Usando conhecimento do seno da diferença de dois arcos temos:

$$p = V_M \cdot I_M \cdot \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \phi) =$$

$$p = V_M \cdot I_M \cdot \sin \omega t \cdot (\sin \omega t \cdot \cos \phi - \sin \phi \cdot \cos \omega t) =$$

$$V_M \cdot I_M \cdot \sin^2 \omega t \cdot \cos \phi - V_M \cdot I_M \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t \cdot \sin \phi$$

Usando conhecimentos de seno e cosseno de arco duplo, já utilizados anteriormente, temos:

$$p = V_M \cdot I_M \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \cos 2\omega t \right] \cdot \cos \phi$$

$$- V_M \cdot I_M \left[\frac{1}{2} \cdot \sin 2\omega t \right] \cdot \sin \phi =$$

$$= \frac{V_M I_M}{2} [1 - \cos 2\omega t] \cos \phi - \frac{V_M I_M}{2} [\sin 2\omega t] \sin \phi$$

Existem, então, duas parcelas na potência instantânea que serão analisadas separadamente na figura 16.29.

Desdobrando o denominador 2 em $\sqrt{2}$ vezes $\sqrt{2}$ obtemos valores eficazes.

$$p = \frac{V_M I_M}{\sqrt{2} \sqrt{2}} [1 - \cos 2\omega t] \cos \phi - \frac{V_M I_M}{\sqrt{2} \sqrt{2}} \sin 2\omega t \cdot \sin \phi$$

$$(16.60)$$

$$p = V_{EF} I_{EF} [1 - \cos 2\omega t] \cos \phi - V_{EF} I_{EF} [\sin 2\omega t] \sin \phi$$

$$(16.61)$$

Na primeira parcela o termo **cos 2ωt** tem valor médio igual a zero; logo, o valor médio da mesma fica:

$$\boxed{P_{med} = V_{EF} I_{EF} \cos \phi} \quad \text{ou} \quad \boxed{P = VI \cos \phi} \quad (16.62)$$

Essa potência média está associada à energia que é transformada irreversivelmente noutra forma de energia (calor, luz ou energia, mecânica), ou seja, essa energia é consumida no circuito. Tal parcela de potência é chamada de **potência real ou potência ativa (P)**.

Nota-se que a potência realmente consumida é proporcional ao **cos φ**, motivo pelo qual o **cos φ** é chamado de fator de potência.

A segunda parcela tem valor médio nulo, porque a média de **sen ωt** é nula num ciclo.

Isso significa que a potência é trocada ciclicamente (acumulada e devolvida) com o

campo magnético do indutor ou com o campo elétrico do capacitor.

A amplitude dessa parcela de potência é $VI \sin \phi$ e é definida como **potência reativa ou potência em quadratura (Q)**.

$$\boxed{Q = V \cdot I \cdot \sin \phi} \quad (16.63)$$

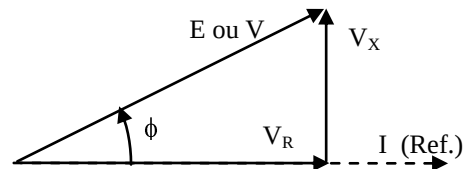


Fig.16.30 - Gráfico da tensão

Examinando-se a representação das tensões na Figura 16.30, notam-se as seguintes relações:

$$V \cdot \cos \phi = V_R \quad \text{e} \quad V \cdot \sin \phi = V_X \quad (16.64)$$

Por conseguinte, temos:

$$\boxed{P = U_R \cdot I} \quad (16.65a) \quad \text{e} \quad \boxed{Q = V_L \cdot I} \quad (16.65b)$$

Resumo:

1. A energia realmente consumida é proporcional à queda de tensão V_R .
2. A energia trocada entre o gerador e campo magnético do indutor (ou campo elétrico do capacitor) é proporcional à queda de tensão V_X .

Quando o circuito é RL há troca de energia entre o gerador e o campo magnético do indutor a cada quarto de ciclo. Se o circuito for RC o mesmo acontece entre a fonte e o campo elétrico do capacitor.

Analisando-se as curvas de potência instantânea num indutor puro e num capacitor puro, tornando-se a corrente como referência, vê-se que, no quarto de ciclo em que um está absorvendo, o outro está devolvendo energia.

Isso faz que o indutor e o capacitor tenham papéis contrários num circuito de corrente alternada.

Se o circuito for RLC há troca de energia entre o gerador, o campo magnético do indutor e

o campo elétrico do capacitor. Nesse caso a contribuição do gerador será apenas a diferença entre as energias destinadas ao indutor e ao capacitor.

No caso de circuito RLC ressonante, a energia só é trocada entre o campo magnético do indutor e o campo elétrico do capacitor, porque a quantidade de energia fornecida ao capacitor num certo intervalo de tempo é igual à quantidade de energia liberada pelo indutor.

Para o gerador, tudo se passa como se a carga fosse resistiva pura, ou seja, toda energia que o gerador fornece é realmente consumida.

Questões e problemas: **Circuitos R, L e C puros**

- 16.1. Descreva as relações entre tensão e corrente num circuito resistivo puro em módulo e fase. Mostre isto com gráficos senoidais e com fasores.
- 16.2. Um resistor não-indutivo de $5 \, \Omega$ é alimentado por uma tensão senoidal cujo valor máximo é $537,4 \, \text{V}$ / $60 \, \text{Hz}$. Calcule o valor:
 - a) Da potência instantânea máxima;
 - b) Da potência média;
 - c) De uma tensão contínua que produziria essa mesma potência média.
- 16.3. Uma bobina pura de indutância $L = 0,10 \, \text{H}$ recebe uma tensão senoidal com $V_M = 311 \text{V} / 60 \, \text{Hz}$.
 - a) Calcule a reatância da bobina;
 - b) Calcule o valor eficaz da corrente;
 - c) Diga o que acontecerá com a corrente se a frequência for aumentada para $240 \, \text{Hz}$ e se o valor da tensão for o mesmo.
- 16.4. Descreva como estão relacionadas a tensão e a corrente num indutor puro (em módulo e fase).
Mostre através de gráfico senoidal e através de fasores.
- 16.5. Para o caso do indutor puro da questão 16.3, ligado em 60Hz , determine:
 - a) O valor da potência instantânea máxima;
 - b) O valor da potência média;
 - c) Os destinos da energia nos diversos intervalos de tempo.
- 16.6. Descreva como estão relacionadas a tensão e a corrente num capacitor puro (em módulo e fase). Mostre através de gráfico senoidal e através de fasores.
- 16.7. Um capacitor de papel impregnado em óleo, capacitância de $10 \, \mu\text{F}$, tensão de trabalho 350V , é submetido a uma tensão de $220 \, V_{\text{EF}} / 60 \, \text{Hz}$. Determine:
 - a) A reatância capacitiva;
 - b) A corrente eficaz que circulará através do capacitor;
 - c) O que acontece com a corrente se a frequência for elevada para $6 \, \text{kHz}$, com a tensão constante.
- 16.8. Um eletricista queria saber a capacitância de um capacitor velho, considerado como puro, e ligou-o direto numa tomada de $127 \, V_{\text{EF}} / 60 \, \text{Hz}$. Sabendo-se que a corrente eficaz medida foi de $0,10 \text{A}$ calcule a sua capacitância.
- 16.9. Tome um circuito composto por um capacitor e um indutor em série. Usando a corrente como referência, mostre o comportamento contrário desses dois componentes. Use diagramas fasoriais e senoidais.

Questões e problemas:**Circuitos RLC série**

Faça **sempre** a representação fasorial, mesmo que não seja explicitamente pedido.

16.10. Uma bobina possui $R = 3 \Omega$ e $X_L = 9,42\Omega$ na frequência em questão. A tensão aplicada é $V=40$ V eficazes. Calcule a impedância, a corrente eficaz e o ângulo de defasagem.

16.11. Um circuito possui $R = 20,0 \Omega$ e $L = 0,05$ H e é percorrido por uma corrente eficaz de $0,6$ A /60Hz. Determine a impedância, tensão aplicada e o fator de potência.

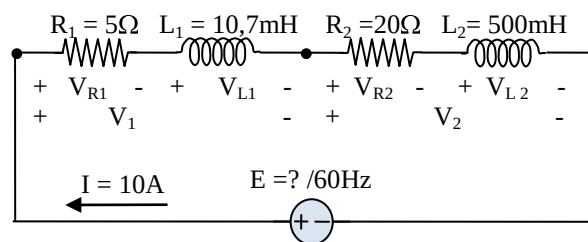
16.12. Um técnico de manutenção desejava ensaiar um reator convencional de lâmpada fluorescente para obter os seus dados. Pegou uma bateria que dispunha e aplicou no mesmo uma tensão contínua de $12,0$ V, percebendo que a corrente era de $3,0$ A. Depois ligou o reator rapidamente numa tomada de 120 V_{EF}/60 Hz e anotou a corrente, que foi de $4,0$ A_{EF}. Calcule a resistência e a indutância do reator descoberta pelo técnico.

16.13. Uma lâmpada incandescente de 127 V absorve uma corrente de $0,0635$ A. Para alimentá-la com uma rede de 220 V/50 Hz ligou-se um capacitor em série com a mesma. Calcule a capacitância do capacitor, o ângulo de defasagem do conjunto e a queda de tensão nos bornes do capacitor.

16.14. A corrente nas duas bobinas não-puras ligadas em série é 10 A/60 Hz. Usando os dados da figura abaixo calcule:

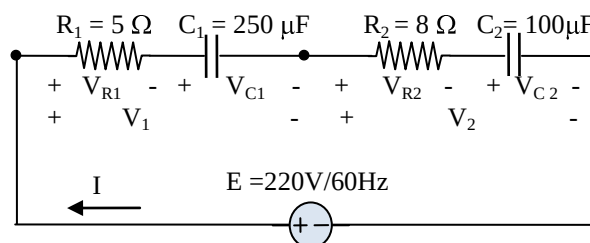
- A impedância da primeira bobina, da segunda e das duas juntas;
- A tensão nos terminais da primeira bobina, da segunda e das duas juntas;
- Os fatores de potência individuais e do conjunto.

16.15. Para o circuito abaixo calcule:



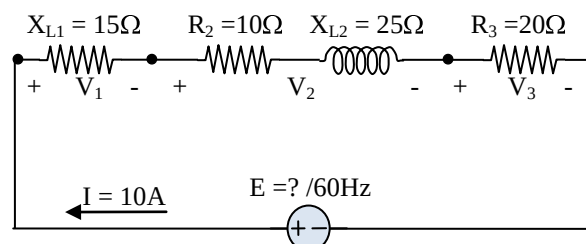
Circuito elétrico para o problema 16.14

- As impedâncias parciais e a total;
- As quedas de tensão parciais;
- Os fatores de potência parciais e a total;
- A corrente e a capacitância equivalente aos dois capacitores.



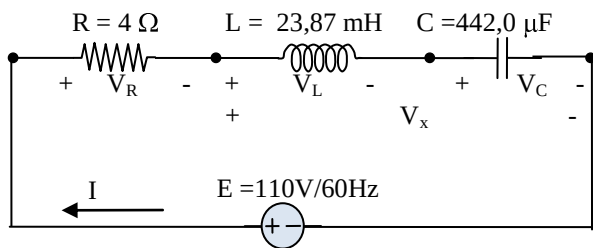
Circuito elétrico para o problema 16.15

16.16 – Calcule as impedâncias, quedas de tensão, fatores de potência e ângulos de defasagem parciais conforme indicado na figura abaixo. Obs: Desenhe o diagrama fasorial na ordem exata em que os componentes aparecem no circuito.



Circuito elétrico para o problema 16.16

16.17 - Dado o circuito RLC série abaixo calcule as reatâncias, a impedância, as quedas de tensão sobre cada um dos componentes, a queda de tensão reativa, o fator de potência e a corrente.



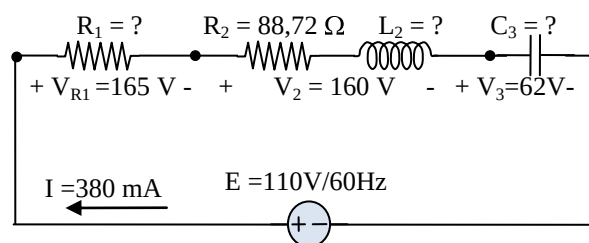
Circuito elétrico para o problema 16.17

- 16.18. Qual é a capacitância que torna o circuito acima ressonante?
- 16.19 - Mantido o capacitor anterior, com que frequência o circuito se tornaria ressonante?
- 16.20 - Suponha que um circuito RLC série está ressonante numa dada frequência. Qual será o teor se for aumentada a frequência? Justifique.
- 16.21 - Um alimentador monofásico tem uma resistência de $1,0 \Omega$, uma reatância de $1,0 \Omega$ e alimenta uma carga cuja impedância é composta por $R = 9,0 \Omega$ e $X_L = 6,0 \Omega$. Calcule a corrente para uma tensão de 220 V no início do alimentador. Calcule a tensão no final do alimentador enquanto a carga estiver ligada. Calcule a variação percentual da tensão quando a carga for retirada, tomando 220 V como 100%.
- 16.22 - Uma rede monofásica, com resistência de $5,0 \Omega$ e reatância indutiva de $20,0 \Omega$, é alimentada com 7967 V na sua origem. Um transformador monofásico de duas buchas, de 50 kVA, é ligado no final da linha e absorve uma corrente de 5,0A com fator de potência 0,75 ind (medido no início da linha) quando está com determinada carga. Calcular a resistência e a reatância equivalentes do primário do transformador nesta situação. Calcular a tensão no primário do transformador nesta situação.
- 16.23 – Um professor, numa experiência de aula montou um circuito RLC série com alguns componentes que dispunha no laboratório: uma lâmpada incandescente, um reator

convencional de lâmpada fluorescente e um capacitor de papel impregnado em óleo. Num ensaio prévio, com um ohmímetro digital de boa qualidade, ele mediu a resistência do reator e obteve $88,72 \Omega$.

Montou o circuito nessa ordem, aplicou 220 V/60 Hz no conjunto e mediu a corrente e as quedas de tensão em cada componente conforme a figura abaixo. Com base nestes dados e na figura calcule:

- A resistência da lâmpada (na temperatura de funcionamento);
- A indutância do reator;
- A capacitância do capacitor;
- O fator de potência do conjunto.



Circuito elétrico para o problema 16.23

- 16.24 - Uma **Organização Não-Governamental** esteve proporcionando um Seminário sobre “Educação Ambiental” numa praia deserta. Tendo em vista que no local do evento não se tinha disponível energia elétrica proveniente da rede pública de distribuição, e que haveria distribuição de alimentos perecíveis, os quais deviam ser mantidos refrigerados, fez-se necessário a instalação de uma câmara frigorífica com motor de 10 cv/220V/1760 rpm.
- Para tanto, foi instalado, a 160 metros da câmara frigorífica, um gerador elétrico monofásico cujo motor Diesel consumia óleo vegetal derivado da mamona. A potência máxima que podia ser fornecida por esse gerador era de 100 kW e sua tensão, com frequência de 60 Hz, podia ser ajustada entre 200V e 240V.
- Em função da situação exposta, determine:
- A corrente absorvida pelo motor em regime permanente, considerando que ele recebia a tensão nominal e que estava com

75% de carga. Veja folha de dados do motor na Tabela 16.2. Use a seguinte equação:

$I = P_{mcv} / (V \cdot \eta \cdot \cos \phi)$ onde todos os valores se referem a 75% de carga;

b) Entre os condutores apresentados na Tabela 16.1, aquele possível de ser utilizado para ligar o gerador elétrico à câmara frigorífica de modo que o condutor suportasse a corrente do motor e o mesmo recebesse 220 V em seus terminais de ligação;

c) O valor da tensão a ser ajustada no gerador elétrico a fim de que a câmara frigorífica fosse alimentada com 220 V.

Considerações importantes:

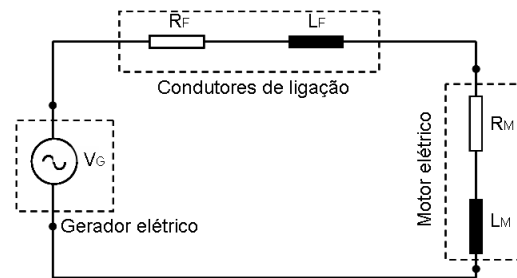
- A energia elétrica fornecida à câmara frigorífica é destinada apenas a um motor elétrico que está acoplado a um compressor mecânico.
- O motor elétrico monofásico (10 CV / 220 V) da câmara frigorífica, quando alimentado com uma tensão de 220 V, funcionava apenas com 75% de sua capacidade nominal e tinha algumas de suas características de desempenho mostradas na Tabela 16.1.
- Considere que os circuitos equivalentes do motor e condutor elétricos sejam constituídos por um resistor ligado em série com um indutor e que o circuito equivalente de toda a instalação (gerador, condutores e motor) seja o mostrado na figura do problema.

Tabela 16.1 – Características elétricas de condutores para serem utilizados em instalações com eletrodutos diretamente enterrados no solo.

Seção (mm ²)	I _{máx} (A)	R (Ω/km)	X _L (Ω/km)
6	34	3.69	0.13
10	46	2.19	0.13
16	61	1.38	0.12
25	80	0.87	0.12
35	99	0.63	0.11
50	119	0.47	0.11
70	151	0.32	0.10
95	182	0.23	0.10
120	210	0.19	0.10
150	240	0.15	0.10

Tabela 16.2 - Características de desempenho do motor da câmara frigorífica.

	Carregamento (%)	Rendimento (%)			Fator de potência (%)		
		50	75	100	50	75	100
Pot. (cv)	10	75	79	81	67	75	86



Circuito equivalente da instalação do Prob.16.24.

16.5 – CIRCUITO RLC PARALELO E MISTO

16.5.1 – Componentes de corrente ativa e reativa

Seja o circuito a seguir, composto de dois circuitos em paralelo. Um deles tem teor indutivo e o outro tem teor capacitivo. Os conhecimentos daqui obtidos serão generalizados para qualquer tipo de circuito ligado em paralelo.

O cálculo da corrente total nesse circuito tradicionalmente passaria pelo cálculo da impedância do mesmo e pelo uso da *lei de Ohm*.

$$I = \frac{V}{Z} \quad (16.66)$$

Para o circuito paralelo, no entanto, o cálculo direto da impedância é extremamente difícil e utiliza, na maioria dos casos, o conhecimento dos números complexos.

Nos casos de circuitos em paralelo alimentados em CA, deve-se lançar mão de novos conceitos como será visto a seguir.

No circuito da Figura 16.31, temos duas correntes parciais, uma em cada ramo. A corrente, no ramo indutivo, está atrasada da tensão de um ângulo ϕ_1 em relação à tensão.

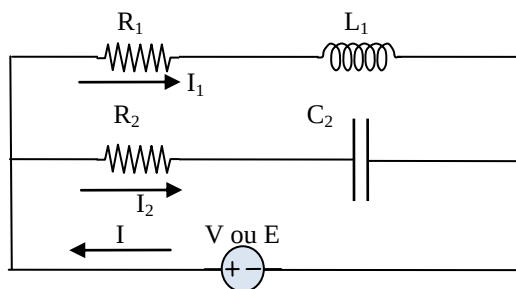


Fig. 16.31 - Circuito RLC paralelo

No ramo capacitivo, a corrente está avançada de um ângulo ϕ_2 em relação à mesma.

Nota-se que, num circuito paralelo, a tensão é tomada como referência por ser comum a todos os ramos. Para o ramo 1 temos:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L1}^2}; \cos \phi_1 = \frac{R_1}{Z_1}; I_1 = \frac{V}{Z_1} \quad (16.67)$$

Para o ramo 2, por semelhança, observamos o seguinte:

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{C2}^2}; \cos \phi_2 = \frac{R_2}{Z_2}; I_2 = \frac{V}{Z_2} \quad (16.68)$$

As correntes nos dois ramos não podem ser somadas aritmeticamente devido à defasagem entre as mesmas e a tensão serem diferentes.

No entanto, podem-se achar as componentes de corrente em fase com a tensão (componentes ativas - I_G), as componentes de

corrente atrasadas de 90° em relação à tensão (componentes reativas indutivas - I_{BL}) e as componentes avançadas da tensão de 90° (componentes reativas capacitivas - I_{BC}). A corrente total é fasorial das correntes parciais (componentes ativas e reativas).

16.5.2 - Representação senoidal e fasorial das correntes

Como se trata de um circuito paralelo, a grandeza comum a todos os ramos é a tensão (V), portanto ela será tomada como referência para as outras grandezas. As Figuras 16.32 e 16.33 mostram os gráficos senoidais e fasoriais das correntes num circuito paralelo.

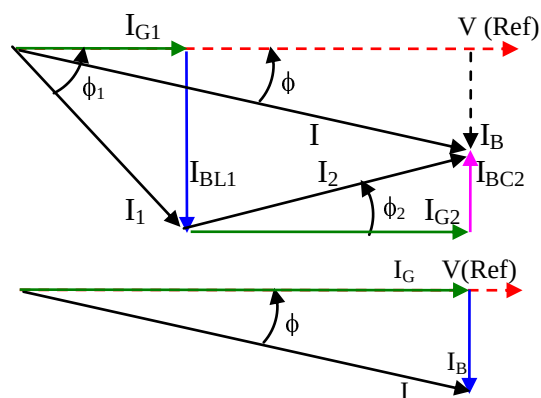


Fig. 16.33 - Gráfico fasorial das correntes

No ramo indutivo, as componentes de corrente em fase com a tensão (I_G) e defasadas da tensão (I_B) são calculados por trigonometria.

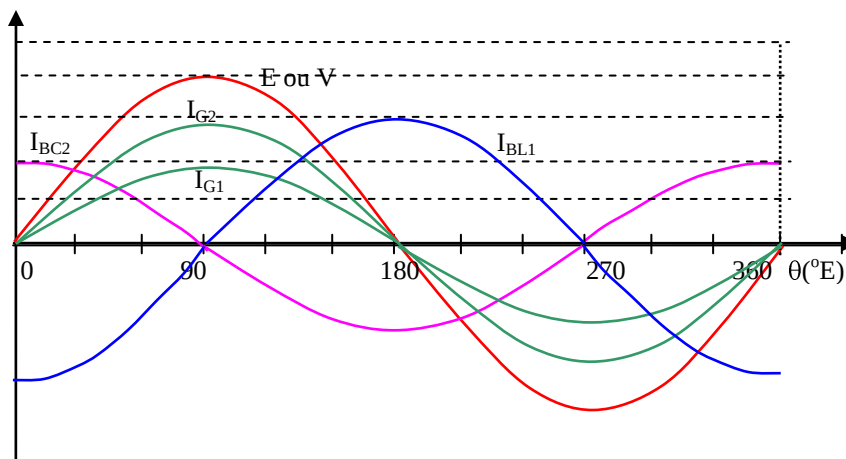


Fig.16.32 – Representação senoidal das correntes num circuito RLC paralelo

$$I_{G1} = I_1 \cdot \cos \phi_1; \quad I_{BL1} = I_1 \cdot \sin \phi_1 \quad (16.69)$$

No ramo capacitivo, por semelhança, temos:

$$I_{G2} = I_2 \cdot \cos \phi_2; \quad I_{BC2} = I_2 \cdot \sin \phi_2 \quad (16.70)$$

A corrente total é obtida por Pitágoras.

$$I = \sqrt{(I_{G1} + I_{G2})^2 + (I_{BL1} - I_{BC2})^2} \quad (16.71)$$

O fator de potência total é obtido do triângulo das correntes.

$$\cos \phi = \frac{\text{Cat. adj. a } \phi}{\text{Hipot.}} = \frac{I_{G1} + I_{G2}}{I} = \frac{I_G}{I} \quad (16.72)$$

De modo análogo ao circuito série, o fator de potência relaciona a componente resistiva da corrente com a corrente total.

16.5.3 - Condutância, susceptância e admitância

A obtenção da componente ativa da corrente e das componentes reativas da corrente pode ser feita através do uso de novas grandezas que serão definidas agora.

Por simples raciocínio temos:

$$I_{G1} = I_1 \cdot \cos \phi_1; \quad \cos \phi_1 = \frac{R_1}{Z_1} \quad \text{e} \quad I_1 = \frac{V}{Z_1}$$

Substituindo as últimas expressões na primeira temos:

$$I_{G1} = \frac{V}{Z_1} \cdot \frac{R_1}{Z_1} \quad \text{ou melhor:}$$

$$I_{G1} = V \cdot \frac{R_1}{Z_1^2} \quad \boxed{I_{G1} = V \cdot g_1} \quad (16.73)$$

De forma igual:

$$I_{G2} = \frac{V}{Z_2} \cdot \frac{R_2}{Z_2} \quad \text{ou melhor:}$$

$$I_{G2} = V \cdot \frac{R_2}{Z_2^2} \quad \boxed{I_{G2} = V \cdot g_2} \quad (16.74)$$

Por definição, **condutância** (g) é o fator que, multiplicado pela tensão aplicada, fornece a

componente ativa da corrente no circuito. Ela expressa a **facilidade** que o circuito oferece à passagem da corrente ativa. Ela é calculada assim:

$$g_1 = \frac{R_1}{Z_1^2} \quad (16.75a) \quad \text{e} \quad g_2 = \frac{R_2}{Z_2^2} \quad (16.75b)$$

Sua unidade é o Siemens (S) ou mho (ν) (Ohm invertido).

A componente reativa da corrente (componente atrasada ou avançada de 90° da tensão) é obtida pelo mesmo raciocínio.

Para o ramo indutivo temos:

$$I_{BL1} = I_1 \cdot \sin \phi_1; \quad \sin \phi_1 = \frac{X_{L1}}{Z_1} \quad \text{e} \quad I_1 = \frac{V}{Z_1}$$

$$I_{BL1} = \frac{V}{Z_1} \cdot \frac{X_{L1}}{Z_1} \quad \text{ou melhor:}$$

$$I_{BL1} = V \cdot \frac{X_{L1}}{Z_1^2} \quad \text{e} \quad \boxed{I_{BL1} = V \cdot b_{L1}} \quad (16.76)$$

Para o ramo capacitivo temos:

$$I_{BC2} = I_2 \cdot \sin \phi_2; \quad \sin \phi_2 = \frac{X_{C2}}{Z_2} \quad \text{e} \quad I_2 = \frac{V}{Z_2}$$

Portanto:

$$I_{BC2} = \frac{V}{Z_2} \cdot \frac{X_{C2}}{Z_2} \quad \text{ou melhor:}$$

$$I_{BC2} = V \cdot \frac{X_{C2}}{Z_2^2} \quad \text{e} \quad \boxed{I_{BC2} = V \cdot b_{C2}} \quad (16.77)$$

Por definição, **susceptância** (b) é o fator que, multiplicado pela tensão aplicada, fornece a componente reativa da corrente no circuito.

A susceptância pode ser indutiva, quando fornece a componente de corrente atrasada da tensão, e capacitiva, quando fornece a componente da corrente adiantada.

A susceptância significa a facilidade que o circuito oferece à passagem da componente reativa de corrente. A unidade é o Siemens.

Considere a equação obtida do triângulo das correntes.

$$I = \sqrt{(I_{G1} + I_{G2})^2 + (I_{BL1} - I_{BC2})^2}$$

Substituindo-se as componentes de correntes pelas suas respectivas equações temos:

$$I = \sqrt{(V \cdot g_1 + V \cdot g_2)^2 + (V \cdot b_{L1} - V \cdot b_{C2})^2} \quad (16.78)$$

Pondo-se a tensão ao quadrado em evidência e depois extraindo da raiz fica:

$$I = V \cdot \sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_{L1} - b_{C2})^2}$$

$$\boxed{I = V \cdot Y} \quad (16.79)$$

O fator que, multiplicado pela tensão aplicada, fornece a corrente total do circuito é definido como **admitância** (Y). Expressa, portanto, a facilidade total que o circuito oferece à passagem de corrente. Sua unidade é o Siemens.

$$\boxed{Y = \sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_{L1} - b_{C2})^2}} \quad (16.80)$$

A corrente também pode ser calculada pela impedância do circuito, usando-se a lei de Ohm.

$$\boxed{I = \frac{V}{Z}} \quad (16.81)$$

Observando estas equações, verifica-se que:

$$\boxed{Z = \frac{1}{Y}} \quad (16.82)$$

A admitância é, portanto, o inverso de impedância e o Siemens (ou mho) é, dimensionalmente, o inverso do Ohm.

Então o cálculo da impedância equivalente de um circuito RLC em paralelo é **muito mais difícil** do que num circuito série, onde somávamos as resistências e as reatâncias e usávamos Pitágoras. Agora temos que passar primeiro pelo cálculo de todas as facilidades do circuito (condutâncias, susceptâncias e admitâncias) ou trabalhar com números complexos.

16.5.4 - Representação fasorial da admitância. Fator de potência

Tomando-se o gráfico fasorial das correntes da Figura 16.33, e dividindo pela tensão, obtém-se o gráfico das admitâncias.

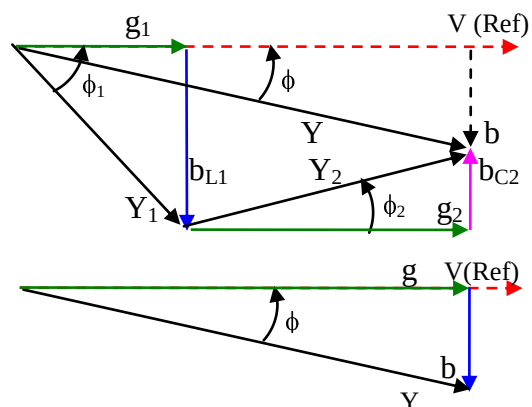


Fig. 16.34 - Gráfico fasorial das admitâncias

Praticamente todas as informações do circuito podem ser tiradas deste gráfico (ou do gráfico das correntes) usando as relações trigonométricas ou usando o Teorema de Pitágoras.

$$\boxed{g = g_1 + g_2; b = b_{L1} - b_{C2}; y = \sqrt{g^2 + b^2}} \quad (16.83)$$

$$\boxed{\cos \phi = \frac{g}{Y}; \sin \phi = \frac{b}{Y}; \tan \phi = \frac{b}{g}; Z = \frac{1}{Y}} \quad (16.84)$$

16.5.5 – Equivalente paralelo do circuito série

Observando-se cada ramo percebe-se que no mesmo há duas correntes. Isso nos induz a pensar que dentro de cada ramo exista um nó, a partir do qual a corrente de ramo se subdivide em duas correntes, que são as componentes ativas e reativas já vistas. Com os valores das *facilidades* já calculados, pode-se traçar o **circuito paralelo equivalente ao circuito série** existente em cada ramo.

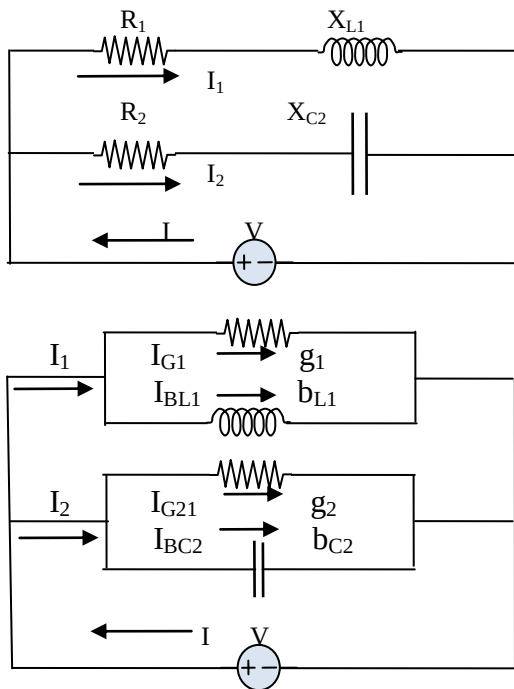


Fig.16.35 - Circuitos paralelos equivalentes aos circuitos séries

16.5.6 - Equivalente série do circuito paralelo

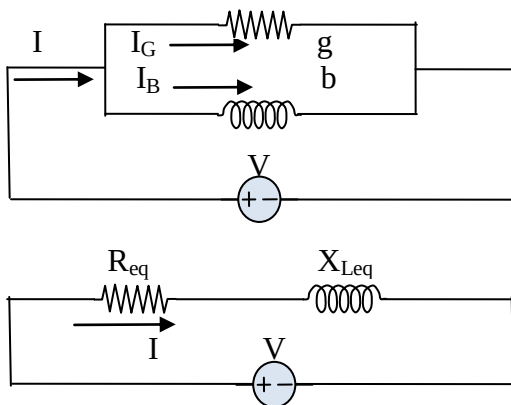


Fig.16.36 - Circuito série equivalente aos circuitos paralelos

Quando se tem um circuito paralelo com suas grandezas expressas em termos de facilidades (condutância, susceptância e admitância, como na Figura 16.35), pode-se obter o circuito série equivalente com grandezas dadas em termos de oposições como resistência, reatância e impedância.

Isso significa obter o equivalente série do circuito paralelo.

A impedância equivalente, ou total, é igual ao inverso da admitância.

$$Z_{eq} = Z = \frac{1}{Y} \quad (16.85)$$

Pelo triângulo da impedância e usando trigonometria chegamos a:

$$R_{eq} = Z_{eq} \cdot \cos \phi \quad (16.86a)$$

$$X_{eq} = Z_{eq} \cdot \sin \phi \quad (16.86b)$$

Como já foi visto, por inspeção do triângulo da admitância, teremos:

$$\cos \phi = \frac{g}{Y}; \sin \phi = \frac{b}{Y}; \tan \phi = \frac{b}{g} \quad (16.87)$$

Fazendo substituições de uma equação na outra obtemos:

$$R_{eq} = Z_{eq} \cdot \cos \phi = \frac{1}{Y} \cdot \frac{g}{Y} \Rightarrow R_{eq} = \frac{g}{Y^2} \quad (16.88a)$$

$$X_{eq} = Z_{eq} \cdot \sin \phi = \frac{1}{Y} \cdot \frac{b}{Y} \Rightarrow X_{eq} = \frac{b}{Y^2} \quad (16.88b)$$

Esses conceitos novos só são práticos quando forem usados para resolver circuitos paralelos e mistos, caso contrário o conhecimento de resistência, reatância e impedância são suficientes.

16.5.7 - Ressonância em circuitos paralelos (opcional)

Um circuito RLC paralelo é ressonante quando os efeitos indutivos e capacitivos se cancelam. Para isso acontecer as componentes de corrente reativa indutiva e reativa capacitiva devem se cancelar, o que exige que as susceptâncias sejam iguais.

$$b_L = b_C \quad (16.89)$$

Nesse caso, o fator de potência é unitário e o circuito se comporta, para a fonte, como se fosse resistivo puro.

Observação: a frequência de ressonância em paralelo não é um assunto primordial para a continuidade dos estudos de circuitos de CA, portanto este assunto pode ser deixado em segundo plano até que haja uma real necessidade deste conhecimento.

A frequência de ressonância paralela pode ser calculada segundo o raciocínio abaixo onde os valores das susceptâncias são substituídos por expressões que contêm reatâncias:

$$b_L = b_C \Rightarrow \frac{X_L}{Z_L^2} = \frac{X_C}{Z_C^2} \Rightarrow X_L \cdot Z_C^2 = X_C \cdot Z_L^2$$

onde: Z_L = impedância do ramo que contém o indutor;

Z_C = Impedância do ramo que contém o capacitor;

R_L = Resistência do ramo que contém o indutor;

R_C = Resistência do ramo que contém o capacitor.

Realizando outras substituições autoexplicativas vamos obtendo o seguinte:

$$\omega L \cdot (R_C^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}) = \frac{1}{\omega C} \cdot (R_L^2 + \omega^2 L^2)$$

$$\omega L R_C^2 + \frac{\omega L}{\omega^2 C^2} = \frac{R_L^2}{\omega C} + \frac{\omega^2 L^2}{\omega C}$$

Simplificando e depois multiplicando por $\omega \cdot C^2$ chegamos em:

$$\omega L R_C^2 + \frac{L}{\omega C^2} = \frac{R_L^2}{\omega C} + \frac{\omega L^2}{C} \Rightarrow$$

$$\omega^2 C^2 L R_C^2 + L = R_L^2 C + \omega^2 C L^2$$

Trocando alguns termos de lado e pondo em evidência ω^2 obtemos:

$$\omega^2 (C^2 L R_C^2 - C L^2) = R_L^2 C - L \Rightarrow$$

$$\omega^2 [L C (C R_C^2 - L)] = R_L^2 C - L; \Rightarrow$$

$$\omega^2 = \frac{R_L^2 C - L}{L C (C R_C^2 - L)}$$

Substituindo $\omega = 2\pi f$ e extraíndo a raiz chegamos a:

$$(2\pi f)^2 = \frac{R_L^2 C - L}{L C (C R_C^2 - L)} \Rightarrow$$

$$f_{RP} = \sqrt{\frac{R_L^2 C - L}{(2\pi)^2 [L C (C R_C^2 - L)]}}$$

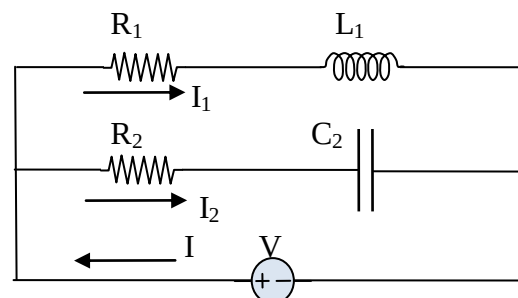
$$f_{RP} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R_L^2 C - L}{[L C (C R_C^2 - L)]}} \quad (16.90)$$

Onde: f_{RP} = frequência de ressonância para circuito RLC paralelo (Hz).

Nota-se que se as resistências dos dois ramos forem iguais tem-se a mesma frequência de ressonância do circuito RLC série.

Exemplo resolvido 16.8: Calcular as admitâncias, correntes, fatores de potência parciais e totais no circuito RLC paralelo abaixo, onde temos:

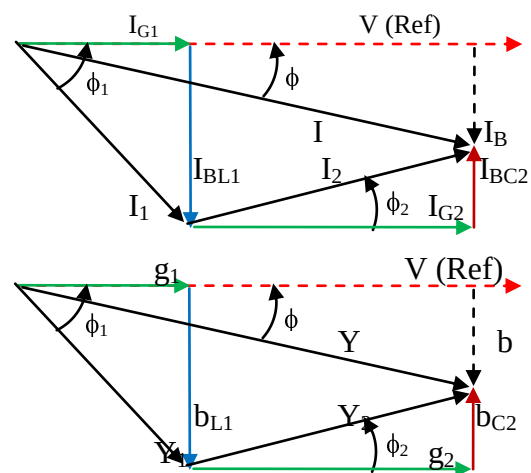
$R_1 = 3,0 \Omega$; $L_1 = 10,61 \text{ mH}$; $R_2 = 8,0 \Omega$;
 $C_2 = 442,0 \mu\text{F}$; $V = 100,0 \text{ V}$; $f = 60,0 \text{ Hz}$.



Circuito para o exemplo 16.8

Solução:

1. Traçado dos diagramas fasoriais das correntes e ou das admitâncias.



Gráficos para o exemplo 16.8

2. Cálculo das reatâncias e impedâncias parciais.

$$X_{L1} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 = 2 \times 3,1416 \times 60 \text{ Hz} \times 10,61 \times 10^{-3} \text{ H} = 4,0 \Omega$$

$$X_{C2} = \frac{1}{2 \pi f C_2} = \frac{1}{2 \pi 60 \text{ Hz} \cdot 442,0 \times 10^{-6} \text{ F}} = 6,0 \Omega$$

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L1}^2} = \sqrt{3,0 \Omega^2 + 4,0 \Omega^2} = 5,0 \Omega;$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{C2}^2} = \sqrt{8,0 \Omega^2 + 6,0 \Omega^2} = 10,0 \Omega$$

3. Cálculo dos fatores de potências parciais.

$$\cos \phi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{3,0 \Omega}{5,0 \Omega} = 0,60 \text{ ind};$$

$$\phi_1 = \arccos(0,60) = 53,13^\circ$$

$$\cos \phi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{8,0 \Omega}{10,0 \Omega} = 0,80 \text{ cap};$$

$$\phi_2 = \arccos(0,80) = 36,87^\circ$$

4. Cálculo das condutâncias, susceptâncias e admitâncias.

$$g_1 = \frac{R_1}{Z_1^2} = \frac{3,0 \Omega}{(5,0 \Omega)^2} = 0,120 \text{ S};$$

$$b_{L1} = \frac{X_{L1}}{Z_1^2} = \frac{4,0 \Omega}{(5,0 \Omega)^2} = 0,160 \text{ S};$$

$$Y_1 = \sqrt{g_1^2 + b_{L1}^2} = \sqrt{0,120 \text{ S}^2 + 0,160 \text{ S}^2} = 0,200 \text{ S};$$

$$g_2 = \frac{R_2}{Z_2^2} = \frac{8,0 \Omega}{(10,0 \Omega)^2} = 0,080 \text{ S};$$

$$b_{C2} = \frac{X_{C2}}{Z_2^2} = \frac{6,0 \Omega}{(10,0 \Omega)^2} = 0,060 \text{ S};$$

$$Y_2 = \sqrt{g_2^2 + b_{C2}^2} = \sqrt{0,080 \text{ S}^2 + 0,060 \text{ S}^2} = 0,100 \text{ S}$$

$$g = g_1 + g_2 = 0,120 \text{ S} + 0,080 \text{ S} = 0,200 \text{ S}$$

$$b = b_{L1} + b_{C2} = 0,160 \text{ S} - 0,060 \text{ S} = 0,100 \text{ S}$$

$$Y = \sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_{L1} - b_{C2})^2} =$$

$$Y = \sqrt{(0,120 \text{ S} + 0,080 \text{ S})^2 + (0,160 \text{ S} - 0,060 \text{ S})^2} =$$

$$Y = 0,2236 \text{ S}$$

5. Cálculo das correntes parciais.

$$I_{G1} = V \cdot g_1 = 100 \text{ V} \times 0,120 \text{ S} = 12 \text{ A}$$

$$I_{BL1} = V \cdot b_{L2} = 100 \text{ V} \times 0,160 \text{ S} = 16 \text{ A}$$

$$I_1 = \sqrt{I_{G1}^2 + I_{BL1}^2} = \sqrt{12,0 \text{ A}^2 + 16,0 \text{ A}^2} = 20,0 \text{ A};$$

$$\cos \phi_1 = 0,60 \text{ ind};$$

$$I_{G2} = V \cdot g_2 = 100 \text{ V} \cdot 0,080 \text{ S} = 8,0 \text{ A}$$

$$I_{BC2} = V \cdot b_{C2} = 100 \text{ V} \cdot 0,060 \text{ S} = 6,0 \text{ A}$$

$$I_2 = \sqrt{I_{G2}^2 + I_{BC2}^2} = \sqrt{8,0 \text{ A}^2 + 6,0 \text{ A}^2} = 10,0 \text{ A}$$

$$\cos \phi_2 = 0,80 \text{ cap};$$

$$I = \sqrt{(I_{G1} + I_{G2})^2 + (I_{BL1} - I_{BC2})^2} =$$

$$I = \sqrt{(12,0 \text{ A} + 8,0 \text{ A})^2 + (16,0 \text{ A} - 6,0 \text{ A})^2} = 22,36 \text{ A}$$

5.1 - Outra maneira: Cálculo das correntes pelas admitâncias

$$I_1 = V \cdot Y_1 = 100 \text{ V} \times 0,200 \text{ S} = 20 \text{ A};$$

$$I_2 = V \cdot Y_2 = 100 \text{ V} \times 0,100 \text{ S} = 10 \text{ A};$$

$$I = V \cdot Y = 100 \text{ V} \times 0,2236 \text{ S} = 22,23 \text{ A}$$

6. Cálculo do fator de potência total.

$$\cos \phi = \frac{g}{Y} = \frac{g_1 + g_2}{Y} = \frac{0,120 \text{ S} + 0,080 \text{ S}}{0,2236 \text{ S}} =$$

$$\cos \phi = \frac{0,200 \text{ S}}{0,2236 \text{ S}} = 0,894 \text{ ind};$$

$$\cos \phi = \frac{I_G}{I} = \frac{I_{G1} + I_{G2}}{I} = \frac{12,0 \text{ A} + 8,0 \text{ A}}{22,36 \text{ A}} =$$

$$\cos \phi = \frac{20,0 \text{ A}}{22,36 \text{ A}} = 0,894 \text{ ind};$$

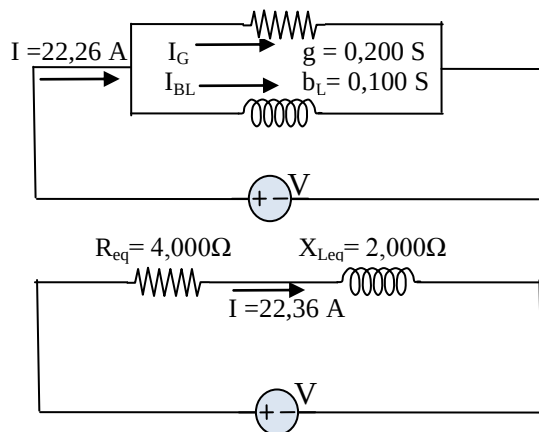
7. Equivalente série do circuito paralelo.

$$Z_{eq} = Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{0,2236 \text{ S}} = 4,472 \Omega;$$

$$R_{eq} = \frac{g}{Y^2} = \frac{0,200 \text{ S}}{(0,2236 \text{ S})^2} = 4,000 \Omega$$

$$X_{eq} = \frac{b}{Y^2} = \frac{0,100 \text{ S}}{(0,2236 \text{ S})^2} = 2,000 \Omega$$

$$\cos \phi_{eq} = \frac{R_{eq}}{Z_{eq}} = \frac{4,000 \Omega}{4,472 \Omega} = 0,894 \text{ ind}$$



Circuitos equivalentes ao circuito misto do ex.16.8:
a) equivalente paralelo b) equivalente série

Questões e problemas:

Circuito RLC paralelo e misto

Faça sempre a representação fasorial, mesmo que não seja pedido.

16.25. Prove que a corrente ativa de um ramo ($I_G = I \cdot \cos \phi$) é dada por $I_G = V \cdot R / Z^2$.

16.26. Dois circuitos indutivos são ligados em paralelo. Em que circunstância suas admitâncias podem ser somadas aritmeticamente? Justifique através de gráficos fasoriais.

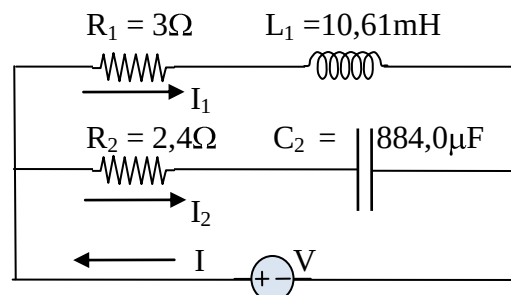
16.27. Dois circuitos capacitivos são ligados em paralelo. Em que circunstância suas impedâncias podem ser somadas fasorialmente? Justifique.

16.28. Uma vez que $Y=1/Z$ há uma tendência dos estudantes em generalizar que $g = 1/R$ e que $b = 1/X$. Para desfazer este erro prove que:

- A condutância é o inverso da resistência somente quando o ramo do circuito for resistivo puro.
- A susceptância é o inverso da reatância somente quando o ramo do circuito for reativo puro.

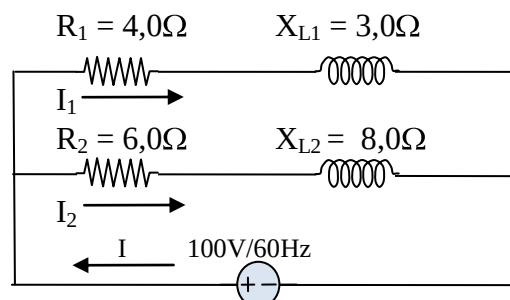
16.29. Dado o circuito abaixo, alimentado com uma tensão eficaz de 100V, frequência de 60Hz, calcule:

- A corrente e fator de potência em cada ramo;
- A corrente e fator de potência total.



Circuito para o exemplo 16.29

16.30. Calcular as admitâncias, correntes, fatores de potência parciais e totais no circuito RL paralelo abaixo. Ache também o circuito série equivalente.



Circuito para o exemplo 16.30

16.31. Um circuito de iluminação, ligado em 220V_{ef}/60Hz, é composto de um reator convencional com $R_R = 2,75 \Omega$ e uma indutância de $L_R = 0,125H$ ligado em série com uma lâmpada de vapor de mercúrio com $R_L = 25,0 \Omega$. Calcule:

- A corrente e o fator de potência do conjunto.
- O equivalente paralelo deste circuito.

16.32. Com o objetivo de corrigir o fator de potência, o conjunto acima recebeu um capacitor de 35,0 μF em paralelo. Calcule:

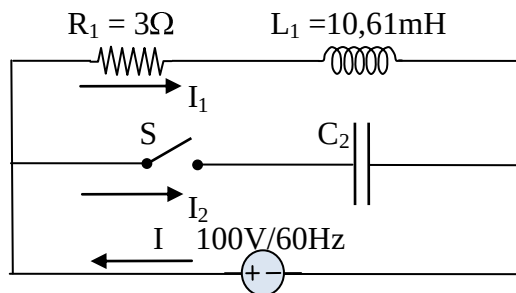
- A admitância do conjunto;
- O fator de potência do conjunto;
- A corrente do conjunto.

16.33. Um motor de indução monofásico de capacitor permanente possui dois enrolamentos em paralelo ligados em 220 V_{ef}/60Hz. O seu enrolamento principal possui um circuito equivalente para regime permanente que possui $R_p = 30\Omega$ e $X_p = 30\Omega$. O enrolamento auxiliar é igual ao principal, porém possui um capacitor plástico de 45 μF em série com o mesmo. Calcular:

- A corrente e o fator de potência em cada enrolamento;
- A corrente total e o fator de potência total;
- O ângulo entre as correntes dos dois enrolamentos.

16.34. O circuito abaixo é um bom exemplo para mostrar o efeito da correção de fator de potência de, por exemplo, um motor monofásico.

- Calcule a corrente e o fator de potência do circuito com a chave S aberta.
- Calcule o valor de C que torna o circuito ressonante ao ligar a chave S.
- Calcular a corrente e o fator de potência total com a chave fechada.

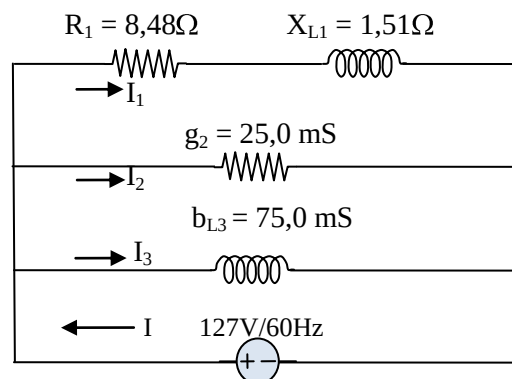


Circuito para o exemplo 16.34

16.35. O circuito abaixo é semelhante ao modelo simplificado, por fase, de motores de indução e de transformadores. No ramo 1 circula a chamada corrente de carga, no ramo 2 a corrente de perdas no ferro e no ramo 3 a corrente de magnetização. Faça o diagrama fasorial das admitâncias e calcule:

- Os fatores de potência de cada ramo e o total;
- As admitâncias de cada ramo e a total;
- as correntes em cada ramo e a total;

d) A impedância, a resistência e a reatância equivalentes.

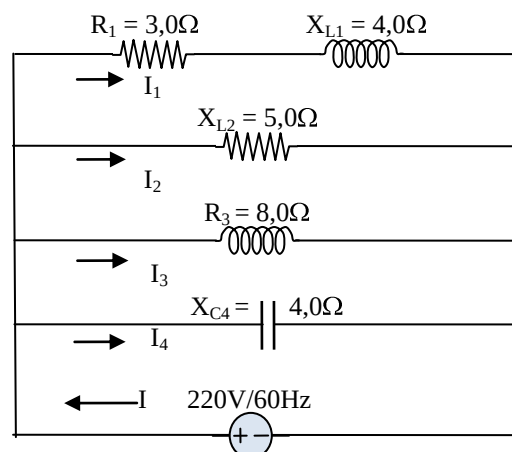


Circuito para o exemplo 16.35

16.36. O circuito abaixo é um circuito misto genérico de CA que poderia ser, por exemplo, um motor com correção individual de fator de potência.

Faça o diagrama fasorial das admitâncias e calcule:

- Os fatores de potência de cada ramo e o total;
- As admitâncias de cada ramo e a total;
- As correntes em cada ramo e a total;
- A impedância, a resistência e a reatância equivalentes.



Circuito para o exemplo 16.36

16.37. Um circuito composto apenas de um capacitor e um indutor em paralelo estava ressonante numa certa frequência. Com que teor ficará o circuito se for aumentada a frequência? Justifique.

16.38. Uma instalação monofásica provisória de um levante para irrigação necessita alimentar um grupo de máquinas de solda, esmerilhadeiras, lâmpadas, etc. O local dista 250m do transformador de uma granja de onde vem uma linha aérea composta de fase e neutro com condutores de 150mm^2 (Método de referência F/2 condutores carregados). Como as máquinas solicitavam da linha uma corrente de 580 A, os condutores aqueciam muito e produziam muita queda de tensão. Como não havia condutores mais grossos, um eletricitista prático colocou um condutor de 50mm^2 em paralelo com cada condutor de 150mm^2 . Supondo a tensão de 220 V no transformador e observando os dados da tabela abaixo faça o que se pede:

- Calcule a admitância de cada condutor e a total.
- Calcule a queda de tensão entre o início e o fim da linha, em Volts e por cento da tensão inicial.
- Calcule a corrente em cada condutor e verifique se algum deles será sobrecarregado.
- Justifique porque a soma aritmética das correntes dos condutores é maior do que a total.

- O fator de potência desta corrente visto pelo transformador;
- A tensão nos terminais do banco de capacitores.

Tabela 16.3- Características parciais de condutores de cobre, isolamento em PVC /70° C, Mét.Ref. F.

Seção (mm^2)	Corrente admissível (A)	Resistência (Ω/km)	Reatância (Ω/km)
50	196	0,4450	0,1127
150	406	0,1502	0,1074

16.39. Na mesma instalação, ao final do serviço, foram desligadas todas as máquinas, mas foi esquecido ligado um banco de capacitores com $900\mu\text{F}$. Usando os mesmos dados da questão acima e supondo que a tensão nos bornes do transformador seja mantida constante em 220V, calcule:

- A impedância equivalente da linha;
- A corrente que circulará no circuito após o final do expediente;

Respostas selecionadas: Circuitos R, L e C puros

16.2 - $P_M = 57759 \text{ W}$, $P_{med} = 28879 \text{ W}$, $V_{CC} = 380 \text{ V}$

16.3 - a) $X_L = 37,7 \Omega$; b) $I = 5,84 \text{ A}$; c) Reduzir-se-á a $1,46 \text{ A}$.

16.5 - a) $P_M = 1284 \text{ W}$; b) $P_{med} = 0$; c) Quando a corrente cresce a energia vai para o campo magnético do indutor, e quando diminui retorna para a fonte.

16.7 - a) $X_C = 265,3 \Omega$; b) $I = 0,8292 \text{ A}$; c) Aumentará para $82,92 \text{ A}$

16.8 - $C = 2,09 \mu\text{F}$

Circuito RLC série

16.10 - $Z = 9,89 \Omega$, $I_{EF} = 4,04 \text{ A}$, $\phi = 72,33^\circ \text{ ind}$

16.11 - $Z = 27,48 \Omega$, $V = 16,49 \text{ V}_{EF}$, $\cos \phi = 0,728 \text{ ind}$.

16.12 - $R = 4,0 \Omega$, $Z = 30,0 \Omega$; $X_L = 29,73 \Omega$; $L = 78,9 \text{ mH}$.

16.13 - $C = 1,125 \mu\text{F}$, $\phi = 54,74^\circ$, $V_c = 179,6 \text{ V}$.

16.14 - $Z_1 = 6,424 \Omega$, $Z_2 = 189,6 \Omega$, $Z = 194,15 \Omega$, $V_1 = 64,24 \text{ V}$, $V_2 = 1896 \text{ V}$; $V = 1942 \text{ V}$, $\cos \phi_1 = 0,779 \text{ ind}$; $\cos \phi_2 = 0,106 \text{ ind}$; $\cos \phi = 0,129 \text{ ind}$

16.15 - $X_{c1} = 10,61 \Omega$, $X_{c2} = 26,53 \Omega$, $Z_1 = 11,73 \Omega$, $Z_2 = 27,71 \Omega$, $Z = 39,35 \Omega$, $\cos \phi_1 = 0,426 \text{ cap}$, $\cos \phi_2 = 0,289 \text{ cap}$, $\cos \phi = 0,330 \text{ cap}$, $I = 5,591 \text{ A}$, $C_{eq} = 71,42 \mu\text{F}$, $V_1 = 65,58 \text{ V}$, $V_2 = 154,92 \text{ V}$

16.16 - $Z_1 = 15 \Omega$; $Z_2 = 26,93 \Omega$, $Z_3 = 20 \Omega$, $Z = 50 \Omega$, $\cos \phi = 0,6 \text{ ind}$ ($53,13^\circ$), $\cos \phi_1 = 0 \text{ ind}$ (90°), $\cos \phi_2 = 0,371 \text{ ind}$ ($68,22^\circ$), $\cos \phi_3 = 1$ (0°)

$V_1 = 66 \text{ V}$, $V_2 = 118,5 \text{ V}$, $V_3 = 88,0 \text{ V}$; $I = 4,40 \text{ A}$

16.17 - $X_L = 9 \Omega$, $X_C = 6 \Omega$, $Z = 5 \Omega$, $V_R = 88 \text{ V}$, $V_L = 198 \text{ V}$, $V_x = 66 \text{ V}$, $\cos \phi = 0,8 \text{ ind}$, $\phi = 36,87^\circ$, $I = 22 \text{ A}$

16.18 - $C = 295 \mu\text{F}$

16.19 - $48,96 \text{ Hz}$

18:20 - O circuito fica indutivo porque aumenta X_L e diminui X_C .

16.21 - $I = 18,02 \text{ A}$; $V_{carga} = 194,98 \text{ V}$, $\Delta = 11,37\%$

16.22 - $R_{eq} = 1.190,1 \Omega$; $X_{eq} = 1031,6 \text{ V}$; $V_{carga} = 7.874,8 \text{ V}$

16.23 - $R_1 = 434,2 \Omega$; $L_2 = 1,092 \text{ H}$; $C_3 = 16,25 \mu\text{F}$; $\cos \phi_2 = 0,2107 \text{ ind}$; $\cos \phi = 0,9032 \text{ ind}$

16.24 - $I = 42,34 \text{ A}$;
Usando 10 mm^2 (46 A ; $2,19 \Omega/\text{km}$; $0,13 \Omega/\text{km}$); $V_g = 244,1 \text{ V} > 240 \text{ V}$: Fora da faixa do gerador.
Usando 16 mm^2 (61 A ; $1,38 \Omega/\text{km}$; $0,12 \Omega/\text{km}$); $V_g = 235,5 \text{ V} < 240 \text{ V}$: Dentro da faixa o gerador.

Circuito RLC paralelo e misto

16.25: $I = V/Z$ e $\cos \phi = R/Z$ logo $I_G = I \cdot \cos \phi = V/Z \times R/Z = V \cdot R/Z^2 = V \cdot g$

16.26: Somente quando tiverem o mesmo fator de potência, pois assim a soma aritmética é igual à soma fasorial. Faça os gráficos e verá.

16.27: **Nunca.** Em circuitos em paralelo nunca somamos impedâncias como fazemos no circuito série. Isso é um erro comum entre os estudantes. O certo é que quanto mais componentes houver em paralelo, **menor** será a impedância.

16.28: a) $g = R/Z^2$ mas no circuito resistivo puro $Z = R$ logo $g = R/R^2$ assim, neste caso, $g = 1/R$.

b) $b = X/Z^2$, mas no circuito reativo puro $Z = X$ logo $b = X/X^2$ assim, neste caso, $b = 1/X$.

16.29:

$\cos \phi_1 = 0,600$ ind; $Y_1 = 0,200$ S; $I_1 = 20,0$ A;
 $\cos \phi_2 = 0,625$ cap; $Y_2 = 0,260$ S; $I_2 = 26,0$ A;
 $\cos \phi = 0,989$ cap; $Y = 0,286$ S; $I = 28,6$ A
 $Z_{eq} = 3,496 \Omega$; $R_{eq} = 3,460 \Omega$; $X_{eq} = 0,5257 \Omega$

16.30:

$\cos \phi_1 = 0,80$ ind; $\cos \phi_2 = 0,60$ ind;
 $\cos \phi = 0,741$ ind
 $Y_1 = 0,200$ S; $Y_2 = 0,100$ S; $Y = 0,297$ S;
 $I_1 = 20,0$ A; $I_2 = 10,0$ A; $I = 29,7$ A;
 $Z_{eq} = 3,367 \Omega$; $R_{eq} = 2,494 \Omega$; $X_{eq} = 2,267 \Omega$;

16.31: a) $I = 4,023$ A; $\cos \phi = 0,507$ ind;
b) $g = 9,28$ mS; $b_L = 15,76$ mS

18.32: $Y = 9,627$ mS; $\cos \phi = 0,9640$ ind;
 $I = 2,118$ A.

16.33: $I_p = 5,185$ A; $\cos \phi_p = 0,7071$ ind;
 $I_A = 5,277$ A; $\cos \phi_A = 0,7196$ cap;
 $I = 7,463$ A; $\cos \phi \cong 1,00$; $\phi_A - \phi_p = 88,97^\circ$

16.34 a) $I = 20$ A, $\cos \phi = 0,6$ ind,
b) $C_2 = 424,4 \mu F$; c) $I = 12$ A, $\cos \phi = 1,0$

16.35:

$\cos \phi_1 = 0,9844$ i; $\cos \phi_2 = 1,0$; $\cos \phi_3 = 0$ i;
 $\cos \phi = 0,8252$ i
 $Y_1 = 116,1$ mS; $Y_2 = 25,0$ mS; $Y_3 = 75,0$ mS;
 $Y = 168,8$ mS;
 $I_1 = 14,74$ A; $I_2 = 3,175$ A; $I_3 = 9,525$ A;
 $I = 21,44$ A;
 $Z_{eq} = 5,923 \Omega$; $R_{eq} = 4,889 \Omega$; $X_{eq} = 3,346 \Omega$;

16.36:

$\cos \phi_1 = 0,60$ i; $\cos \phi_2 = 0$ i; $\cos \phi_3 = 1$;
 $\cos \phi_4 = 0$ c;
 $Y_1 = 200,0$ mS; $Y_2 = 200,0$ mS; $Y_3 = 125,0$ mS;
 $Y_4 = 250,0$ mS;
 $I_1 = 44,0$ A; $I_2 = 44,0$ A; $I_3 = 27,5$ A;
 $I_4 = 55,0$ A;
 $\cos \phi = 0,912$ i; $Y = 269,0$ mS; $I = 59,18$ A;
 $Z_{eq} = 3,717 \Omega$; $R_{eq} = 3,390 \Omega$; $X_{eq} = 1,525 \Omega$;

16.37: O aumento da frequência aumentará a reatância do ramo indutivo e consequentemente reduzirá a susceptância indutiva. No ramo capacitivo diminuirá a reatância capacitiva e com isto aumentará a susceptância capacitiva. Assim b_C ficará maior que b_L e o circuito terá fator de potência capacitivo.

16.38:

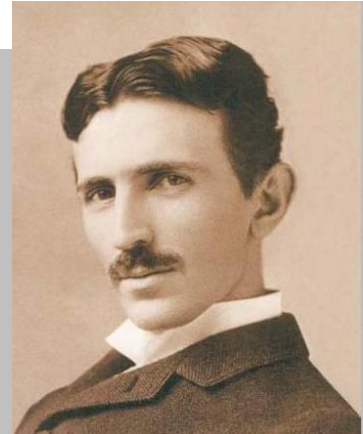
a) $Y_1 = 4,357$ S; $Y_2 = 10,832$ S; $Y = 14,974$ S;
b) $\Delta V = 38,73$ V; $17,60\% > 7\%$ (Queda ainda muito alta!)
c) $I_1 = 168,7$ A < 196 A (Ok!);
 $I_2 = 419,5$ A > 406 A (Sobrecarrega!)
d) $I = 580$ A; $|I_1| + |I_2| = 168,7$ A $+ 419,5$ A = $588,2$ A $\Rightarrow I_1$ está defasada de I_2 ;

16.39: a) $R_{EQL} = 0,06678 \Omega$; $X_{EQL} = 0,03287 \Omega$;
b) $I = 75,468$ A;
c) $\cos \phi_{TR} = 0,0229$ cap;
d) $V_c = 222,4$ V.

Capítulo XVII – POTÊNCIA E ENERGIA EM CA

Nikola Tesla (1856-1943)

Tesla foi um inventor nos campos da engenharia mecânica e eletrotécnica, de etnia sérvia nascido na aldeia de Smiljan, Vojna Krajina (atual Croácia). Era súdito do Império Austríaco por nascimento e mais tarde tornou-se um cidadão estadunidense. Tesla foi um importante cientista e inventor da idade moderna, um homem que "espalhou luz sobre a face da Terra". É mais conhecido pela suas muitas contribuições revolucionárias no campo do eletromagnetismo no fim do século XIX e início do século XX. As patentes de Tesla e o seu trabalho teórico originaram os atuais sistemas de potência elétrica em CA multifásico e o motor CA, com os quais ajudou na Segunda Revolução Industrial.



Depois da sua demonstração de transmissão sem fios em 1894 e após ser o vencedor da "Guerra das Correntes", tornou-se respeitado como um dos maiores engenheiros eletrotécnicos nos EUA. Nesse período, nos Estados Unidos, a fama de Tesla rivalizou com a de qualquer outro inventor ou cientista da história, mas devido a sua personalidade excêntrica foi olhado como um cientista louco. Nunca tendo dado atenção as suas finanças, morreu pobre aos 86 anos. A unidade de SI para a indução magnética, o tesla, foi nomeada em sua honra em 1960, assim como o efeito Tesla da transmissão sem-fio de energia para aparelhos eletrônicos, que Tesla demonstrou numa escala menor (lâmpadas elétricas) já em 1893. Aparte os seus trabalhos em eletromagnetismo e engenharia eletromecânica, Tesla contribuiu para a robótica, controle remoto, radar e ciência computacional, e para a expansão da balística, física nuclear e física teórica. Em 1943 o Supremo Tribunal dos Estados Unidos creditou-o como sendo o inventor da rádio. Tesla recebeu da Checoslováquia a mais alta ordem do Leão Branco. [http://pt.wikipedia.org/wiki/Nikola_Tesla]

17.1 - POTÊNCIA ATIVA, REATIVA E APARENTE

No capítulo 16 verificou-se como se comporta a potência instantânea e média nos circuitos resistivos puros, indutivos puros e capacitivos puros, bem como nas associações destes.

A fim de retomar aqueles conhecimentos, será considerado um circuito RLC série de teor indutivo ou mesmo um circuito RL série conforme mostrado na Figura 17.1.

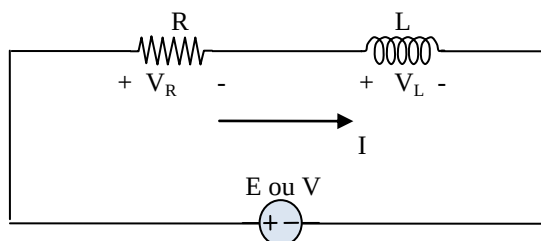


Fig.17.1a - Circuito RL série típico

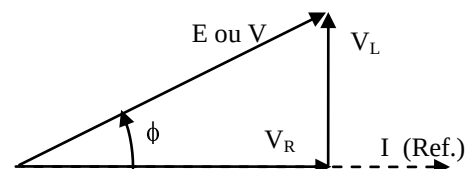


Fig.17.1b - Gráfico das tensões do circuito RL série

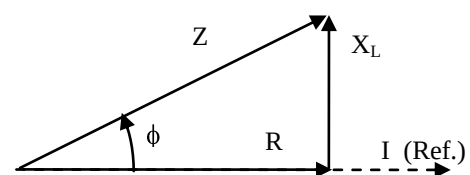


Fig.17.1c - Gráfico das impedâncias do circuito RL série

Pode-se multiplicar o gráfico das tensões pela corrente e obtém-se um triângulo semelhante, porém com dimensão de potência, como mostra a Figura 17.2.

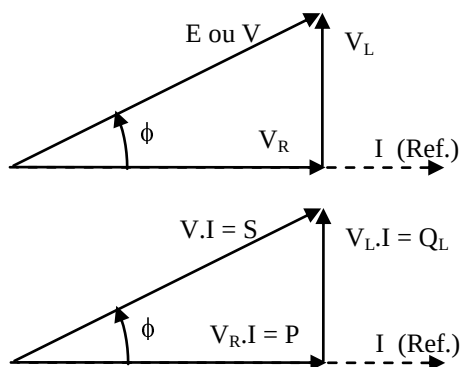


Fig.17.2 - Gráficos do circuito RL série: a) das tensões b) das potências

O cateto adjacente ao ângulo ϕ corresponde a uma parcela da potência de um circuito C. A. que é chamada de **potência ativa ou real**.

$$P = V_R \cdot I \quad (17.1)$$

Mas $V_R = V \cdot \cos \phi$ logo se tem que :

$$P = V \cdot I \cdot \cos \phi \quad (17.2)$$

Como já foi visto no item 16.4.6, essa parcela de potência corresponde à potência média que realmente é consumida, ou seja, transformada irreversivelmente noutra forma de potência, por exemplo, potência calorífica, mecânica e luminosa.

Essa componente de potência é proporcional à parcela resistiva do circuito e tem como unidade o Watt (W), porém são muito usados os seus múltiplos kW e MW.

A potência ativa instantânea é indicada por um instrumento (analógico ou digital) chamado de Wattímetro.

Uma carga de certa potência ativa, funcionando durante um determinado intervalo de tempo, determina um consumo de energia ativa que tem como unidade o Joule (Watt-segundo) ou o Watt-hora, sendo também extremamente usados os seus múltiplos (kWh e MWh).

O consumo de energia ativa é medido pelo instrumento chamado de medidor de energia ativa (Watt-hora-metro), composto por um conjunto eletromecânico a disco (caso de

pequenos consumidores residenciais e comerciais) ou por medidores digitais (para os consumidores maiores).

$$E_A = P \cdot \Delta t \quad (17.3)$$

Onde: E_A = Consumo de energia ativa (J,Wh);
 P = Potência ativa da carga (W);
 Δt = Duração do funcionamento (s,h).

No caso de haver N aparelhos consumidores ligados, o consumo é calculado por:

$$E_A = P_1 \cdot \Delta t_1 + P_2 \cdot \Delta t_2 + \dots + P_N \cdot \Delta t_N \quad (17.4)$$

O cateto oposto ao ângulo ϕ corresponde à parcela de potência chamada de potência reativa ou potência em quadratura.

$$Q = V_L \cdot I \quad (17.5)$$

Mas $V_L = V \cdot \sin \phi$ logo temos:

$$Q_L = V \cdot \sin \phi \cdot I \text{ ou } Q_L = V \cdot I \cdot \sin \phi \quad (17.6)$$

No item 16.4.6 foi provado que esse valor corresponde à **potência instantânea máxima** que o gerador fornece ao campo magnético do indutor num quarto de ciclo e recebe integralmente de volta no outro quarto de ciclo.

Essa potência não influi na leitura fornecida pelo medidor de energia ativa, porque ela entra no circuito e logo é devolvida.

A fim de diferenciá-la da potência ativa sua unidade não é o Watt e sim o Volt-Ampère reativo (VAr), por isso o instrumento que mede a potência reativa instantânea chama-se **varímetro**.

Um aparelho consumidor de certa potência reativa, funcionando durante um tempo, causa um consumo de energia reativa que tem como unidade o VARh sendo, comercialmente, mais usados os seus múltiplos (kVARh e MVARh).

O consumo de energia reativa é medido por medidores de energia reativa (VAr-hora-metro) a disco de indução (caso de pequenos

consumidores residenciais e comerciais) ou por medidores digitais (para os consumidores maiores).

$$E_R = Q_L \cdot \Delta t \quad (17.7)$$

Onde: E_R = Consumo de energia reativa (kVArh);
 Q_L = Potência reativa da carga (kVAr);
 Δt = Duração do funcionamento (h).

No caso de haver N aparelhos consumidores ligados, o consumo reativo é calculado por:

$$E_R = Q_{L1} \cdot \Delta t_1 + Q_{L2} \cdot \Delta t_2 + \dots + Q_{LN} \cdot \Delta t_N \quad (17.8)$$

Por sua vez, a hipotenusa do triângulo representa o produto da tensão pela corrente no circuito o que seria, aparentemente, a potência real do circuito, como o é nos circuitos resistivos puros e nos circuitos CC. Assim, ela é chamada de **potência aparente** (Seeming Power, em inglês) e sua unidade é o Volt-Ampère (VA) sendo comuns os seus múltiplos kVA e MVA.

Na verdade, a potência aparente contém uma soma fasorial da potência ativa (real) e reativa sem, no entanto, especificar quanto vale cada uma delas individualmente.

$$S = P_{ap} = V \cdot I \quad (17.9)$$

Em virtude destas afirmações, temos:

$$P = S \cdot \cos \phi = P_{ap} \cdot \cos \phi \quad (17.10)$$

$$Q = S \cdot \sin \phi = P_{ap} \cdot \sin \phi \quad (17.11)$$

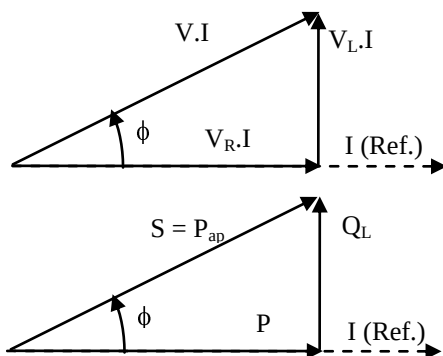


Fig.17.3 - Triângulos das potências para o circuito RL série

Para o circuito RLC série o diagrama fasorial das potências fica, então, com a forma da Figura 17.3.

Quando se tratar de um **circuito paralelo** tem-se um conjunto de componentes de corrente e a tensão é tomada como fasor de referência.

Tais componentes podem estar em fase ou defasadas da tensão de 90° conforme já foi visto no item 18.5.

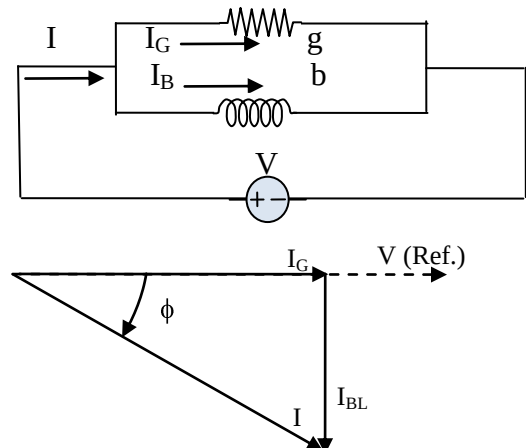


Fig.17.4 – Componentes das correntes num circuito RL paralelo

Multiplicando o triângulo das correntes pela tensão (V) obtém-se um triângulo semelhante, porém com dimensão de potência.

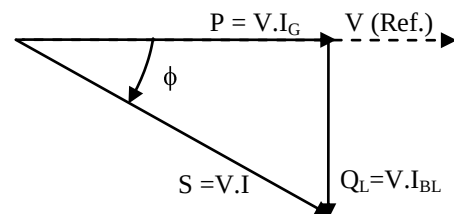


Fig.17.5 – Triângulo das potências num circuito RL paralelo

A hipotenusa representa o produto da tensão pela corrente sem considerar o seu ângulo de defasagem. Ela representa, portanto, a potência aparente do circuito.

$$S = P_{ap} = V \cdot I \quad (17.12)$$

O cateto adjacente a ϕ representa o produto da tensão pela componente ativa da corrente sendo, portanto, a potência ativa.

$$P = V \cdot I_G \quad (17.13)$$

Mas $I_G = I \cdot \cos \phi$ portanto:

$P = V \cdot I \cdot \cos \phi = P_{ap} \cdot \cos \phi$ logo:

$$\boxed{P = S \cdot \cos \phi} \quad (17.14)$$

O cateto oposto ao ângulo ϕ representa o produto da tensão pela componente de corrente defasada de 90° da tensão (em avanço ou em atraso). Como se pode ver, esta é a potência reativa.

$$\boxed{Q = V \cdot I_{BL}} \quad (17.15)$$

Mas $I_{BL} = I \cdot \sin \phi$ logo temos:

$Q = V \cdot I \cdot \sin \phi = P_{ap} \cdot \sin \phi$ portanto:

$$\boxed{Q = S \cdot \sin \phi} \quad (17.16)$$

Nota-se que o triângulo das potências é o mesmo, tanto para o circuito série quanto para o circuito paralelo. Tanto isto é verdade que pode ser obtido um circuito série equivalente ao circuito paralelo e vice-versa.

O fato de o triângulo ter ficado invertido (para o mesmo teor de circuito) deve-se ao fato de ter-se partido do triângulo das tensões e do triângulo das correntes para obter o triângulo das potências.

Na verdade a potência não é um fador (grandeza fasorial ou vetorial), é sim uma grandeza escalar. Essa representação por fasores, no entanto, é muito útil, pois nos dá, visualmente, as relações que necessitamos e não tem contraindicações no ensino técnico de nível médio.

17.2 - FATOR DE POTÊNCIA

Como se pode perceber, não é suficiente multiplicar a tensão pela corrente para obter a potência ativa ou real do circuito, como é feito nos circuitos resistivos puros ou circuitos CC.

Nos circuitos CA a potência ativa é obtida pela potência aparente e por um fator que depende das características do circuito: o fator de potência.

O fator de potência, como já foi visto, é o cosseno do ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente. Essa grandeza é determinada pelas

características físicas dos equipamentos (resistência, reatância e impedância) e pode ser obtida por cálculo ou por medição através de **indicador de fator de potência ou cossefímetro**.

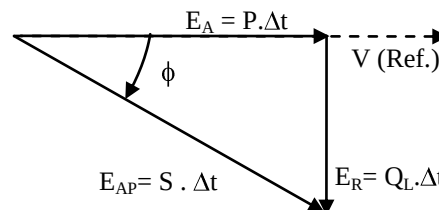


Fig.17.6 – Triângulo das energias num circuito RL genérico

Quando multiplicamos o triângulo das potências por um intervalo de tempo passamos a ter cada lado proporcional à energia ativa, reativa e aparente (esta última de uso não consagrado).

O fator de potência, sob o ponto de vista comercial, é medido a partir da energia ativa e reativa consumida num certo intervalo de tempo, por exemplo, uma hora ou um mês.

Quando o fator de potência de um circuito for unitário ($\cos \phi = 1$ ou 100%) toda a potência aparente absorvida pelo circuito é consumida, ou seja, transformada irreversivelmente noutra forma de potência (térmica, luminosa ou mecânica).

Quando o fator de potência for menor do que 1 ($\cos \phi < 100\%$) há duas parcelas de potência: uma parcela representa a potência que realmente é consumida e outra que não é consumida e sim trocada entre o campo magnético dos indutores e o gerador.

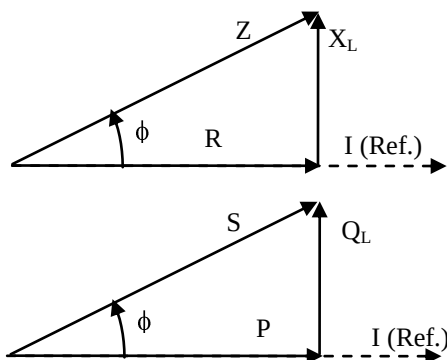
Esta potência reativa é necessária para a magnetização dos aparelhos (cargas indutivas em geral), porém o seu transporte desde a geração até o consumidor (passando pela transmissão, distribuição em média e baixa tensão) é indesejável, porque acarreta num aumento da corrente circulante nos trechos mencionados. No caso ideal o consumidor deve ter fator de potência bem próximo da unidade.

Veremos em seguida que a potência reativa indutiva pode também ser obtida através de capacitores instalados por conta do consumidor sem ter que buscá-la nas usinas geradoras.

Exemplo resolvido 17.1: Um motor de indução monofásico de 2 polos, 60 Hz, 3440 rpm, 220 V, tipo Split-phase, pode ser modelado, em regime permanente nominal, como uma resistência de $21,47 \Omega$ em série com uma reatância de $33,75 \Omega$. Calcular:

- A sua corrente nominal, as três potências e o fator de potência;
- A potência mecânica no eixo considerando-se que o rendimento é 0,85 e que $1 \text{ cv} = 736 \text{ W}$;
- A energia ativa e reativa consumida no funcionamento de um turno de 8 horas e 30 minutos.

Solução: Desenho dos diagramas fasoriais.



Triângulos das impedâncias e das potências para o motor monofásico

Cálculo do triângulo das impedâncias:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{21,47\Omega^2 + 33,75\Omega^2} = 40,00\Omega$$

Cálculo da corrente e do fator de potência:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{220\text{V}}{40,00\Omega} = 5,5\text{A};$$

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{21,47\Omega}{40,00\Omega} = 0,5368$$

Cálculo das potências:

$$S = V \cdot I = 220\text{V} \cdot 5,5\text{A} = 1210\text{VA} = 1,21\text{kVA};$$

$$P = S \cdot \cos\phi = 1210\text{VA} \cdot 0,5368 = 649,5\text{W};$$

$$\phi = \arccos 0,5368 = 57,53^\circ; \quad \sin 57,53^\circ = 0,8437$$

$$Q_L = S \cdot \sin\phi = 1210\text{VA} \cdot 0,8437 = 1021\text{VAr}$$

$$P_m = P \cdot \eta = 649,5 \text{ W} \cdot 0,85 = 552,1 \text{ W};$$

$$P_m = 552,1 \text{ W} / 736\text{W/cv} = 0,75 \text{ cv} = \frac{3}{4} \text{ cv}$$

Cálculo das energias consumidas:

$$E_A = P \cdot \Delta t = 0,6495\text{kW} \cdot 8,5\text{h} = 5,521 \text{ kWh}$$

$$E_R = Q_L \cdot \Delta t = 1,021\text{kVAr} \cdot 8,5\text{h} = 8,679 \text{ kVArh}$$

17.3 – DEMANDA ATIVA E DEMANDA REATIVA

Demanda é a potência média num intervalo de tempo especificado, ou seja, é a relação entre a energia consumida e o intervalo de tempo considerado que, geralmente, é de 15 minutos. As unidades adotadas são as mesmas unidades de potência, ou seja, o kW e o kVAr.

Na determinação comercial de demanda são lidas 4 demandas por hora, 96 por dia e aproximadamente 2880 por mês. O maior valor de demanda ativa, ocorrido ao longo do mês, entra como um elemento de faturamento na conta de energia dos consumidores de AT.

Não deve ser confundida com a potência instantânea máxima, como acontece, por exemplo, na partida de um motor ou durante um curto-circuito. O “instantâneo”, para a demanda, dura, na verdade, 15 minutos.

Existe também o conceito de demanda média horária ou diária, onde o intervalo de tempo pode ser de uma hora ou de um dia.

Maiores detalhes serão vistos no capítulo seguinte.

Exemplo resolvido 17.2: Um eletricitista, às 8h da manhã, foi no posto de medição de uma pequena oficina rural, com alimentação monofásica em 220V/60Hz, e fez as leituras dos medidores de energia ativa e reativa, que foram respectivamente 17760 kWh e 23520 kVArh.

Às 18h voltou ao local e anotou novamente as leituras: 17960kWh e 23670 kVArh. Supondo que a constante dos dois medidores é 1,0 calcule, no período trabalhado, o valor:

- Da energia ativa e a energia reativa consumida;
- Do fator de potência médio;
- Da demanda ativa e da demanda reativa média;
- Dos parâmetros do circuito elétrico paralelo equivalente desse consumidor.

Solução:

$$E_A = (\text{Leit.atual} - \text{Leit. Ant.}) \times \text{Cte kWh} = (17960 - 17760) \text{ kWh} \times 1,0 = 200\text{kWh}$$

$$E_R = (\text{Leit.atual} - \text{Leit. Ant.}) \times \text{Cte kVArh} = (23670 - 23520) \text{ kVArh} \times 1,0 = 150\text{kVArh}$$

$$b) \phi_m = \arctan \frac{E_R}{E_A} = \arctan \frac{150 \text{ kVarh}}{200 \text{ kWh}} =$$

$$\phi_m = \arctan 0,75 = 36,87^\circ$$

$$\text{fp}_m = \cos \phi_m = \cos 36,87^\circ = 0,80i$$

$$c) \text{DA}_m = P_m = \frac{E_A}{\Delta t} = \frac{200 \text{ kWh}}{10 \text{ h}} = 20,0 \text{ kW}$$

$$\text{DR}_m = Q_{Lm} = \frac{E_R}{\Delta t} = \frac{150 \text{ kWh}}{10 \text{ h}} = 15,0 \text{ kVar}$$

$$S_m = \sqrt{P_m^2 + Q_{Lm}^2} = 25,0 \text{ kVA}$$

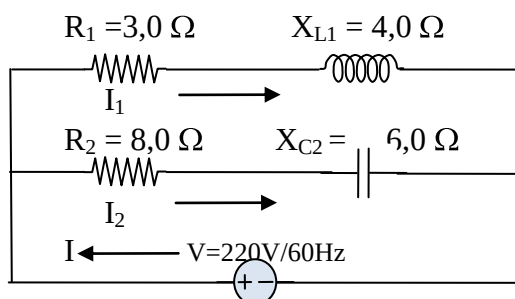
$$d) I_m = \frac{S_m}{V} = \frac{25.000 \text{ VA}}{220 \text{ V}} = 113,6 \text{ A}; I_m = V \cdot Y_m$$

$$Y_m = \frac{I_m}{V} = \frac{113,6 \text{ A}}{220 \text{ V}} = 516,4 \text{ mS}$$

$$g_m = Y_m \cdot \cos \phi_m = 516,4 \text{ mS} \cdot 0,80 = 413,1 \text{ mS};$$

$$b_{Lm} = Y_m \cdot \sin \phi_m = 516,4 \text{ mS} \cdot 0,60 = 309,8 \text{ mS}$$

Exemplo resolvido 17.3: Para o circuito abaixo, calcular a impedância, fator de potência, corrente, potência aparente, potência ativa e reativa para cada ramo do circuito e para o circuito inteiro. Desenhe o triângulo das impedâncias, das tensões e das potências.



Circuito para o exemplo 17.3

Solução: Tratando o ramo 1 como um circuito série temos:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L1}^2} = \sqrt{3,0\Omega^2 + 4,0\Omega^2} = 5,0\Omega$$

$$I_1 = \frac{V}{Z_1} = \frac{220 \text{ V}}{5,0\Omega} = 44 \text{ A}$$

$$\cos \phi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{3,0\Omega}{5,0\Omega} = 0,60i;$$

$$\phi_1 = \arccos(0,60) = 53,13^\circ$$

$$\sin \phi_1 = 0,80i; \text{ ou } \sin \phi_1 = \frac{X_{L1}}{Z_1} = \frac{4,0\Omega}{5,0\Omega} = 0,80i$$

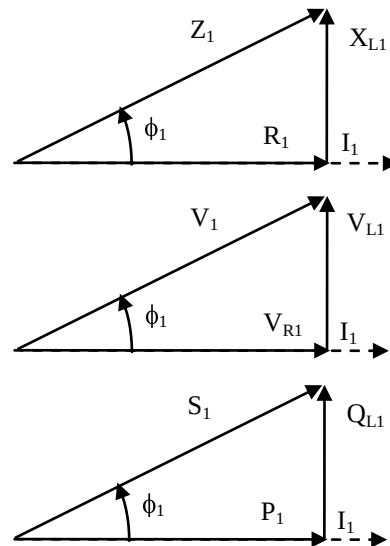
$$S_1 = V \cdot I_1 = 220 \text{ V} \cdot 44 \text{ A} = 9680 \text{ VA} = 9,680 \text{ kVA}$$

$$P_1 = V \cdot I_1 \cdot \cos \phi_1 = S_1 \cdot \cos \phi_1 =$$

$$P_1 = 9680 \text{ VA} \cdot 0,60 = 5808 \text{ W} = 5,808 \text{ kW}$$

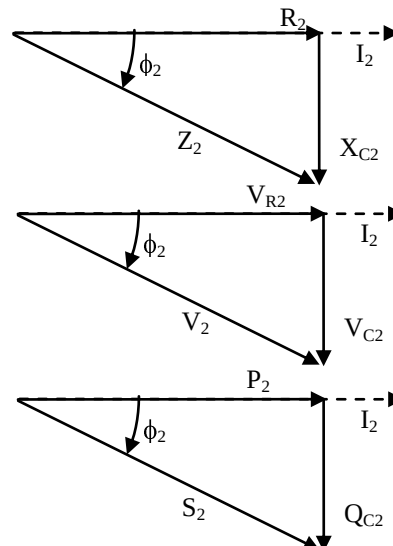
$$Q_{L1} = V \cdot I_1 \cdot \sin \phi_1 = S_1 \cdot \sin \phi_1 = 9680 \text{ VA} \cdot 0,80$$

$$Q_{L1} = 7744 \text{ VAr} = 7,744 \text{ kVAr ind.}$$



Gráficos para o exemplo 17.3

Ramo 2: Também, por observação, o ramo 2 é tratado individualmente como um circuito série.



Gráficos para o exemplo 17.3

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{C2}^2} = \sqrt{8,0\Omega^2 + 6,0\Omega^2} = 10,0\Omega;$$

$$I_2 = \frac{V}{Z_2} = \frac{220 \text{ V}}{10,0\Omega} = 22 \text{ A}$$

$$\cos \phi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{8,0\Omega}{10,0\Omega} = 0,80c$$

$$\phi_2 = \arccos(0,80) = 36,87^\circ$$

$$\sin \phi_2 = 0,60 \text{ ou } \sin \phi_2 = \frac{X_{C2}}{Z_2} = \frac{6,0\Omega}{10,0\Omega} = 0,60$$

$$S_2 = V \cdot I_2 = 220 \text{ V} \cdot 22 \text{ A} = 4840 \text{ VA} = 4,840 \text{ kVA}$$

$$P_2 = V \cdot I_2 \cdot \cos \phi_2 = S_2 \cdot \cos \phi_2 =$$

$$P_2 = 4840 \text{ VA} \cdot 0,80 = 3872 \text{ W} = 3,872 \text{ kW}$$

$$Q_{C2} = V \cdot I_2 \cdot \sin \phi_2 = S_2 \cdot \sin \phi_2 =$$

$$Q_{C2} = 4840 \text{ VA} \cdot 0,60 = 2904 \text{ VAr} = 2,904 \text{ kVAr}$$

Totais:

Pode-se somar as potências ativas entre si, as reativas entre si (considerando o teor), porém as potências aparentes não podem ser somadas algebricamente, porque os seus ângulos de defasagem no caso genérico, são diferentes.

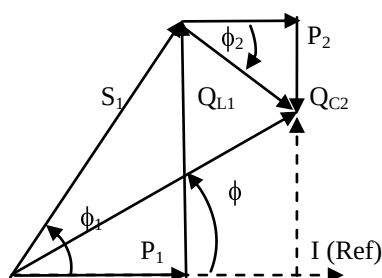


Gráfico para o exemplo 17.3

$$P_t = P_1 + P_2 = 5808 \text{ W} + 3872 \text{ W} = 9680 \text{ W}$$

$$P_t = 9,680 \text{ kW}$$

$$Q_T = Q_{L1} - Q_{C2} = 7744 \text{ VAr} - 2904 \text{ VAr} =$$

$$4840 \text{ VAr}_i$$

$$Q_T = 4,840 \text{ kVAr}_i$$

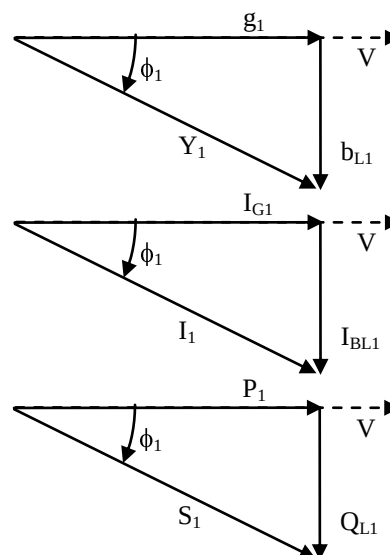
$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{9680^2 + 4840^2} =$$

$$S_T = 10.822 \text{ VA} = 10,822 \text{ kVA}$$

$$\cos \phi_T = \frac{P_T}{S_T} = \frac{9680 \text{ W}}{10.822 \text{ VA}} = 0,8945_{\text{ind}}$$

Exemplo resolvido 17.4: Recalcular o problema anterior usando os conceitos de admitância, componentes de corrente, etc.

Solução: Ramo1: Agora o ramo I será tomado como composto de duas facilidades em paralelo.



Gráficos para o ramo 1 do exemplo 17.4

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L1}^2} = \sqrt{3,0\Omega^2 + 4,0\Omega^2} = 5,0 \Omega;$$

$$\cos \phi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{3,0\Omega}{5,0\Omega} = 0,60_{\text{ind}};$$

$$\phi_1 = \arccos(0,60) = 53,13^\circ$$

$$g_1 = \frac{R_1}{Z_1^2} = \frac{3,0\Omega}{(5,0\Omega)^2} = 0,120 \text{ S};$$

$$b_{L1} = \frac{X_{L1}}{Z_1^2} = \frac{4,0\Omega}{(5,0\Omega)^2} = 0,160 \text{ S};$$

$$Y_1 = \sqrt{g_1^2 + b_{L1}^2} = \sqrt{0,120^2 + 0,160^2} = 0,200 \text{ S};$$

$$I_{G1} = V \cdot g_1 = 220 \text{ V} \times 0,120 \text{ S} = 26,4 \text{ A}$$

$$I_{BL1} = V \cdot b_{L1} = 220 \text{ V} \times 0,160 \text{ S} = 35,2 \text{ A}$$

$$I_1 = V \cdot Y_1 = 220 \text{ V} \times 0,200 \text{ S} = 44,0 \text{ A};$$

$$S_1 = V \cdot I_1 = 220 \text{ V} \cdot 44,0 \text{ A} = 9680 \text{ VA} = 9,680 \text{ kVA}$$

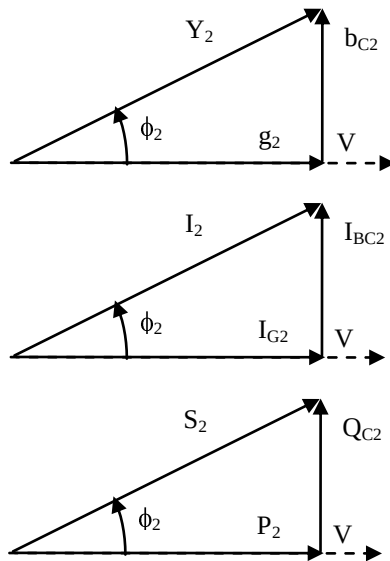
$$P_1 = V \cdot I_1 \cdot \cos \phi_1 = V \cdot I_{G1} = 220 \text{ V} \times 26,4 \text{ A}$$

$$P_1 = 5808 \text{ W} = 5,808 \text{ kW}$$

$$Q_{L1} = V \cdot I_1 \cdot \sin \phi_1 = V \cdot I_{BL1} = 220 \text{ V} \times 35,2 \text{ A}$$

$$Q_{L1} = 7744 \text{ VAr} = 7,744 \text{ kVAr}_{\text{ind}}$$

Ramo 2: Tomando o ramo 2 como formado por facilidades em paralelo tem-se:



Gráficos para o ramo 2 do exemplo 17.4

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{C2}^2} = \sqrt{8,0\Omega^2 + 6,0\Omega^2} = 10,0 \Omega$$

$$\cos\phi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{8,0\Omega}{10,0\Omega} = 0,80 \text{ cap}$$

$$\phi_2 = \arccos(0,80) = 36,87^\circ$$

$$g_2 = \frac{R_2}{Z_2^2} = \frac{8,0\Omega}{(10,0\Omega)^2} = 0,080 \text{ S};$$

$$b_{C2} = \frac{X_{C2}}{Z_2^2} = \frac{6,0\Omega}{(10,0\Omega)^2} = 0,060 \text{ S}$$

$$Y_2 = \sqrt{g_2^2 + b_{C2}^2} = \sqrt{0,080^2 + 0,060^2} = 0,100 \text{ S}$$

$$I_{G2} = V \cdot g_2 = 220 \text{ V} \cdot 0,080 \text{ S} = 17,6 \text{ A};$$

$$I_{BC2} = V \cdot b_{C2} = 220 \text{ V} \cdot 0,060 \text{ S} = 13,2 \text{ A}$$

$$I_2 = \sqrt{I_{G2}^2 + I_{BC2}^2} = \sqrt{17,6^2 + 13,2^2} = 22,0 \text{ A}$$

$$S_2 = V \cdot I_2 = 220 \text{ V} \times 22,0 \text{ A} = 4840 \text{ VA} = 4,840 \text{ kVA}$$

$$P_2 = V \cdot I_2 \cdot \cos\phi_2 = V \cdot I_{G2} = 220 \text{ V} \times 17,6 \text{ A} = 3872 \text{ W} = 3,872 \text{ kW}$$

$$Q_{C2} = V \cdot I_2 \cdot \sin\phi_2 = V \cdot I_{BC2} = 220 \text{ V} \times 13,2 \text{ A} = 2904 \text{ VAr}_{\text{cap}} = 2,904 \text{ kVAr}_{\text{cap}}$$

Totais:

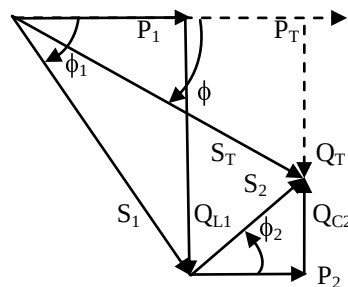


Gráfico para o exemplo 17.4

$$I_G = I_{G1} + I_{G2} = 36,4 \text{ A} + 17,6 \text{ A} = 44,0 \text{ A}$$

$$P_T = V \cdot I_G = 220 \text{ V} \cdot 44,0 \text{ A} = 9680 \text{ W}$$

$$I_B = I_{BL1} - I_{BC2} = 35,2 \text{ A} - 13,2 \text{ A} = 22,0 \text{ A}$$

$$Q_T = V \cdot I_B = 220 \text{ V} \cdot 22 \text{ A} = 4840 \text{ VAr}_{\text{ind}}$$

Em outras palavras, pode-se somar as potências ativas entre si e as potências reativas entre si (a indutiva tem sinal trocado em relação à capacitiva).

As potências aparentes não podem ser somadas algebricamente a não ser no caso particular em que seus fatores de potência sejam iguais.

$$P_T = P_1 + P_2 = 5808 \text{ W} + 3872 \text{ W}$$

$$P_T = 9680 \text{ W} = 9,680 \text{ kW}$$

$$Q_T = Q_{L1} - Q_{C2} = 7744 \text{ VAr} - 2904 \text{ VAr}$$

$$Q_T = 4840 \text{ VAr}_{\text{ind}} = 4,840 \text{ kVAr}_{\text{ind}}$$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{9680^2 + 4840^2}$$

$$S_T = 10.822 \text{ VA} = 10,822 \text{ kVA}$$

$$\cos\phi_T = \frac{P_T}{S_T} = \frac{9680 \text{ W}}{10.822 \text{ VA}} = 0,8945_{\text{ind}}$$

$$\cos\phi_T = \frac{g}{Y} = \frac{g_1 + g_2}{Y} = \frac{0,120 \text{ S} + 0,080 \text{ S}}{0,2236 \text{ S}} = 0,8945_{\text{ind}}$$

Como se vê, os resultados são exatamente os mesmos usando os dois métodos de cálculo, apenas os triângulos das potências ficaram virados porque as grandezas de referência foram mudadas.

17.4 - POTÊNCIA DOS CIRCUITOS TRIFÁSICOS

17.4.1 - Sistema trifásico genérico

Em qualquer tipo de circuito, a potência ativa total é igual à soma aritmética das potências ativas individuais dos componentes do circuito e isso é válido para as fases dos circuitos trifásicos, mesmo desequilibrados.

$$P_T = P_{F1} + P_{F2} + P_{F3} \quad (W) \quad (17.17)$$

Da mesma forma, podemos nos referir às potências reativas, lembrando-se de que as reativas indutivas e reativas capacitivas têm sinais contrários.

$$Q_T = Q_{F1} + Q_{F2} + Q_{F3} \quad (VAr) \quad (17.18)$$

Para obtermos a potência aparente total devemos fazer, como sempre, a soma fasorial entre a ativa total e a reativa total. Usando Pitágoras temos:

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} \quad (VA) \quad (17.19)$$

O fator de potência total é calculado em função da potência ativa total e potência aparente total.

$$\cos \phi_T = P_T / S_T \quad (17.20)$$

No caso particular, porém bastante comum, de cargas equilibradas, a potência ativa e reativa de cada fase são iguais. Assim, a potência aparente total é o triplo da potência aparente de cada fase

$$S_T = 3 \cdot S_F = 3 \cdot V_F \cdot I_F \quad (17.21)$$

Onde: S_T = potência aparente total (VA);
 S_F = potência aparente por fase (VA).

17.4.2 - Sistema estrela

A ligação estrela será tomada como carga equilibrada onde $I_F = I_L$, e $V_F = V_L / \sqrt{3}$.

Assim a potência aparente total será:

$$S_T = 3 \cdot V_F \cdot I_F = 3 \cdot \frac{V_L}{\sqrt{3}} \cdot I_L$$

$$S_T = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \quad (17.22)$$

17.4.3 - Sistema triângulo

Na ligação triângulo, considerada como circuito equilibrado, temos $V_F = V_L$ e $I_F = I_L / \sqrt{3}$. Portanto, a potência aparente resulta :

$$S_T = 3 \cdot V_F \cdot I_F = 3 \cdot V_L \cdot \frac{I_L}{\sqrt{3}}$$

$$S_T = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \quad (17.23)$$

Observamos então que a potência aparente de um circuito trifásico pode ser calculada pelas grandezas de linha sem conhecer o seu tipo de agrupamento. Isto é bom porque os valores nominais de tensão e corrente dos aparelhos trifásicos são sempre valores de linha uma vez que é mais fácil de fazer leituras na linha do que no interior dos equipamentos.

Permanecem válidas as relações entre as potências ativa, reativa e aparente como já foi visto nos circuitos monofásicos, tanto para a ligação estrela quanto para a ligação triângulo.

$$P_T = S_T \cdot \cos \phi_T \quad (17.24a)$$

$$e \quad Q_T = S_T \cdot \sin \phi_T \quad (17.24b)$$

A potência nos circuitos trifásicos pode ser medida por um wattímetro monofásico, um wattímetro trifásico de um, dois ou três elementos, conforme o grau de desequilíbrio da carga e a precisão desejada. Há também a possibilidade de usar dois wattímetros monofásicos, mas não está no escopo desta abordagem. [Gray-Wallace, p.99 - 414]

As energias consumidas têm a mesma formulação já apresentada para os circuitos monofásicos.

$$E_{AT} = P_T \cdot \Delta t \quad (17.25a)$$

$$E_{RT} = Q_{LT} \cdot \Delta t \quad (17.25b)$$

Onde: E_{AT} = Consumo ativo trifásico (kWh);

E_{RT} = Consumo reativo trifásico (kVarh).

Para o caso de medição de energia em circuitos trifásicos existem medidores a disco de indução (para pequenas instalações) e medidores de energia digitais (para uso em geral nas instalações de baixa e alta tensão). A tendência é estender a medição digital a todo o tipo de consumidor devido à flexibilidade que ela oferece e porque o seu custo está se tornando mais atrativo.

Exemplo resolvido 17.5: Um gerador síncrono trifásico de 60Hz, movido por um motor diesel de 1800 rpm, será usado como gerador de emergência de uma pequena indústria. Os condutores que compõem o bobinado de cada fase, devido a sua bitola, suportam uma corrente máxima, em regime permanente, de $I_F = 100$ A. A quantidade de espiras do enrolamento de cada fase causa uma tensão por fase de $V_F = 220$ V. Calcular os valores máximos das três componentes do triângulo das potências que o gerador pode fornecer, sob fator de potência 0,80 indutivo, considerando as duas ligações possíveis.

Solução:

a) Ligação em estrela:

$$I_L = I_F; \quad I_L = 100 \text{ A};$$

$$V_L = \sqrt{3} \cdot V_F = \sqrt{3} \cdot 220 \text{ V} = 1,7321 \cdot 220 \text{ V}$$

$$V_L = 381,06 \text{ V}$$

$$S_T = 3 \cdot V_F \cdot I_F = 3 \cdot 220 \text{ V} \cdot 100 \text{ A} = 66.000 \text{ VA}$$

$$S_T = 66,0 \text{ kVA}$$

$$S_T = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L = \sqrt{3} \cdot 381,03 \text{ V} \cdot 100 \text{ A} = 66003 \text{ VA}$$

$$S_T = 66,0 \text{ kVA}$$

b) Ligação em triângulo:

$$I_L = I_F \cdot \sqrt{3}; \quad I_L = 100 \text{ A} \cdot \sqrt{3} = 173,21 \text{ A};$$

$$V_L = V_F = 220 \text{ V}$$

$$S_T = 3 \cdot V_F \cdot I_F = 3 \cdot 220 \text{ V} \cdot 100 \text{ A} = 66.000 \text{ VA}$$

$$S_T = 66,0 \text{ kVA}$$

$$S_T = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L = \sqrt{3} \cdot 220 \text{ V} \cdot 173,21 \text{ A} = 66003 \text{ VA}$$

$$S_T = 66,0 \text{ kVA}$$

Como as potências aparentes, nas duas ligações, são iguais, temos:

$$P_T = S_T \cdot \cos \phi = 66.000 \text{ VA} \times 0,80 = 52.800 \text{ W}$$

$$P_T = 52,8 \text{ kW}$$

$$Q_{LT} = S_T \cdot \sin \phi = 66.000 \text{ VA} \times 0,60 = 39.600 \text{ VAr}$$

$$Q_{LT} = 39,6 \text{ kVAr ind.}$$

Generalizando, a potência do gerador não se altera com o tipo de conexão, o que se modifica é a tensão de linha e a corrente de linha.

Na ligação estrela, obtém-se maior tensão de linha e menor corrente de linha e, na ligação triângulo, menor tensão de linha e maior corrente de linha.

Exemplo resolvido 17.6: Um motor de indução trifásico, ligado em triângulo, absorve uma corrente de linha de 10 A quando ligado a um ramal trifásico de 220 V entre fases (tensão de linha). Sabendo-se que o fator de potência do mesmo é 0,50 indutivo pede-se calcular:

a) A corrente de fase e a tensão de fase;

b) A potência aparente, ativa e reativa total (nas três fases);

c) O consumo de energia ativa e reativa num mês (30 dias x 24h);

d) A tensão de linha da rede em que ele deveria ser ligado em estrela sem alterar a sua potência;

e) A nova corrente de linha.

Solução:

a) Ligação triângulo:

$$I_{F1} = \frac{I_{L1}}{\sqrt{3}} = \frac{10,0 \text{ A}}{\sqrt{3}} = 5,77 \text{ A}; \quad V_{F1} = V_{L1} = 220 \text{ V}$$

$$b) S_{T1} = \sqrt{3} \cdot V_{L1} \cdot I_{L1} = 1,732 \cdot 220 \text{ V} \cdot 10,0 \text{ A}$$

$$S_{T1} = 3810,4 \text{ VA}$$

$$\phi_1 = \arccos(0,5) = 60^\circ; \quad \sin \phi_1 = 0,866;$$

$$\tan \phi_1 = 1,732;$$

$$P_{T1} = S_{T1} \cdot \cos \phi_1 = 3810,4 \text{ VA} \times 0,50$$

$$P_{T1} = 1905,2 \text{ W} = 1,905 \text{ kW}$$

$$Q_{LT1} = S_{T1} \cdot \sin \phi_1 = 3810,4 \text{ VA} \times 0,866$$

$$Q_{LT1} = 3300,0 \text{ VAr} = 3,30 \text{ kVAr ind.}$$

$$c) E_A = P_T \cdot \Delta t = 1,905 \text{ kW} \times 30 \times 24 \text{ h}$$

$$E_A = 1371,6 \text{ kWh}$$

$$E_R = Q_{LT} \cdot \Delta t = 3,30 \text{ kVAr} \cdot 30 \times 24 \text{ h}$$

$$E_R = 2376,0 \text{ kVArh}$$

Ao mudar a conexão para estrela deve-se preservar: $V_{F2} = V_{F1} = 220V$ e $I_{F2} = I_{F1} = 5,77 A$ e consequentemente $S_{T2} = S_{T1} = 3180,4 VA$.

$$d) V_{L2} = \sqrt{3} \cdot V_{F2} = 1,732 \times 220 V = 381,0 V;$$

$$e) I_{L2} = \frac{S_T}{\sqrt{3} \cdot V_{L2}} = \frac{3180,4VA}{\sqrt{3} \cdot 381,0V} = 5,77 A$$

Exemplo resolvido 17.7: Três lâmpadas incandescentes, de 600Ω cada uma, estão ligadas em triângulo numa rede de $220 V$ entre fases. Calcular as correntes e tensões de linha e de fase, assim como as potências por fase e total. Determinar os valores de novas resistências que, ligadas em estrela, produzem o mesmo efeito que as anteriores.

Solução:

$$V_{FA} = V_{LA} = 220 V;$$

$$I_{FA} = \frac{V_{FA}}{Z_{FA}} = \frac{220V}{600\Omega} = 0,3667 A$$

$$I_{LA} = I_{FA} \cdot \sqrt{3} = 0,3667 A \cdot \sqrt{3} = 0,6351 A$$

$$S_{FA} = V_{FA} \cdot I_{FA} = 220 V \cdot 0,3667 A = 80,67 VA$$

$$S_{TA} = \sqrt{3} \cdot V_{LA} \cdot I_{LA} = \sqrt{3} \cdot 220V \cdot 0,6351 A = 242,0 VA;$$

$$\cos \phi = 1,0; P_{TA} = S_{TA} \cdot \cos \phi = 242,0 W$$

Equivalente em estrela:

$$Z_{FY} = \frac{Z_{FA}}{3} = \frac{600\Omega}{3} = 200\Omega;$$

$$V_{FY} = \frac{V_{FA}}{\sqrt{3}} = \frac{220 V}{\sqrt{3}} = 127,0 V$$

$$I_{FY} = \frac{V_{FY}}{Z_{FY}} = \frac{127,0V}{200 \Omega} = 0,6350 A;$$

$$I_{LY} = I_{FY} = 0,6350 A;$$

$$S_{TY} = \sqrt{3} \cdot V_{LY} \cdot I_{LY} = \sqrt{3} \cdot 220V \cdot 0,6350 A = 242,0 VA$$

$$\cos \phi = 1,0; P_{TY} = S_{TY} \cdot \cos \phi = 242,0 W$$

17.5 - CLASSIFICAÇÃO DOS USOS DA ENERGIA ELÉTRICA

A energia elétrica, como se sabe, é consumida nas atividades residenciais, comerciais e industriais para, principalmente, a obtenção de:

a) Luz;

b) Calor;

c) Força motriz.

Neste tópico serão analisadas as cargas típicas quanto aos seus fatores de potência médios.

Na **iluminação** usam-se lâmpadas a filamento e lâmpadas a gás. As lâmpadas incandescentes funcionam pelo aquecimento do filamento por efeito Joule. Logo, são cargas puramente resistivas e têm fator de potência unitário.

As lâmpadas a gás (fluorescentes, vapor de mercúrio e vapor de sódio) necessitam, para o seu funcionamento, de um reator colocado em série com o tubo de gás. Isto faz que o seu fator de potência seja baixo, em torno de 0,5 indutivo. Exceção é feita às lâmpadas com fator de potência corrigido nos quais este se situa em torno de 0,9 indutivo.

Os **aparelhos de aquecimento** são, de um modo geral, do tipo resistivo tais como chuveiros, torneiras elétricas, estufas, torradeiras, caldeiras de água quente (*boilers*) e muitos outros equipamentos semelhantes tendo, portanto, fator de potência unitário.

Para a **produção de força motriz** o motor mais comum é o chamado motor de indução seja trifásico seja monofásico. Estes motores têm o fator de potência variável com a carga. À plena carga o fator de potência está em torno de 0,8 a 0,85 indutivo, porém com pouca carga pode cair para 0,5 a 0,6 indutivo.

O baixo fator de potência, para um equipamento genérico, dá-se devido à absorção significativa de potência reativa junto com a potência ativa representando uma maior potência aparente e uma maior corrente absorvida da fonte.

Esta maior corrente origina perdas de energia por efeito joule e maior queda de tensão por onde ela passa. Por isto, as concessionárias, embasadas em leis e resoluções, cobram multas ao consumidor cujo fator de potência for inferior a 0,92 indutivo, na parte nobre do dia onde o sistema elétrico fica mais sobrecarregado (6h às 24 h).

Na madrugada (0h às 6h) o sistema elétrico fica muito aliviado e as cargas capacitivas passam a ser prejudiciais porque

causam aumento espontâneo da tensão. Neste caso a multa ocorre para fatores de potência inferiores a 0,92 capacitivo.

O faturamento da energia reativa excedente (multa por baixo fator de potência) será mais bem abordado no capítulo seguinte, mas, para consumidores de BT, pode ser calculado por:

$$F_{ER} = \left(\frac{0,92}{fp_m} - 1 \right) \cdot E_A \cdot T_{ER} \quad (17.25c)$$

Onde: F_{ER} = Faturamento de energia reativa excedente para $fp_m < 0,92$ (R\$);
 E_A = Consumo de energia ativa (kWh);
 T_{ER} = Tarifa de energia reativa (R\$/kWh);
 fp_m = Fator de potência medido.

Este valor é somado ao faturamento da energia ativa.

Como se pode ver, quanto mais baixo for o fator de potência, maior será o preço a ser pago para a mesma energia ativa consumida.

Isso força os consumidores a corrigir o seu fator de potência para, no mínimo, 0,92 ind das 6h às 24h e para 0,92 cap das 0h às 6h.

17.6 - CORREÇÃO DO FATOR DE POTÊNCIA

Para aumentar o fator de potência de uma instalação, cujo fator de potência esteja muito indutivo, a solução universal é instalar capacitores em paralelo com as cargas.

Não são instalados em série porque causariam quedas de tensão variáveis, alterando a tensão na carga.

As cargas indutivas (teor resistivo-indutivo) absorvem potência ativa (P) e, também, potência reativa indutiva (Q_L).

Instalando-se capacitores em paralelo com a carga, estes vão absorver somente potência reativa capacitiva (Q_C) da rede.

Como a potência reativa capacitiva é contrária à potência reativa indutiva, resulta que o gerador da concessionária deverá fornecer uma

potência reativa que será a diferença entre elas, prevalecendo a maior.

A potência ativa consumida pela instalação não é alterada porque os capacitores comerciais comportam-se praticamente como capacitores ideais. No entanto, a potência aparente fica reduzida e, em consequência, a corrente fornecida pela rede fica proporcionalmente menor.

Algumas pessoas leigas chamam, e com razão, os capacitores de compensação reativa de "**economizadores de corrente**", porque é isto que eles acabam fazendo.

Tomemos uma carga com teor indutivo como a da Figura 17.7.

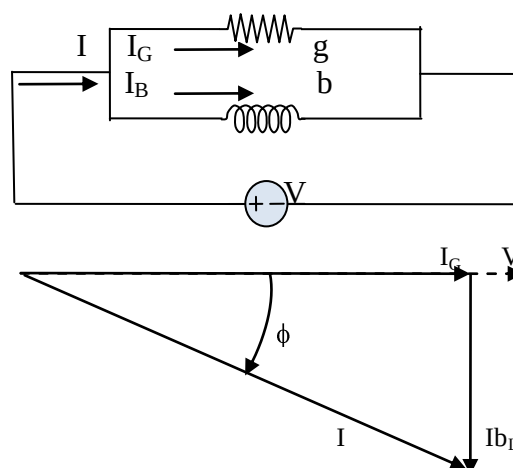


Fig.17.7 – Componentes de correntes numa carga resistiva indutiva não corrigida

Multiplicando o triângulo das correntes pela tensão V (se monofásico) ou por $\sqrt{3} \cdot V_L$ (se trifásico) obtém-se um triângulo semelhante com dimensão de potência.

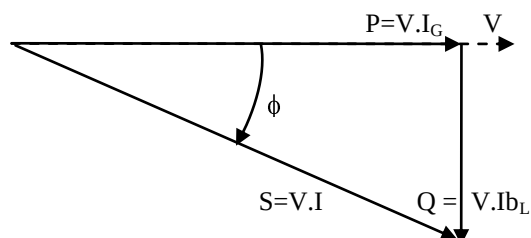


Fig.17.8 – Potências em uma carga resistiva indutiva não corrigida

Instalando-se um capacitor em paralelo tem-se uma nova corrente reativa, neste caso, avançada da corrente de 90° ficando, portanto, a

180° da corrente reativa indutiva da carga, anulando-a parcialmente.

Os capacitores para compensação reativa são do tipo apolar (para uso em CA), geralmente feitos de polipropileno metalizado.

Nota: Os capacitores eletrolíticos apolares, usados em motores monofásicos, são impróprios para este fim, pois os mesmos só suportam CA por alguns segundos.

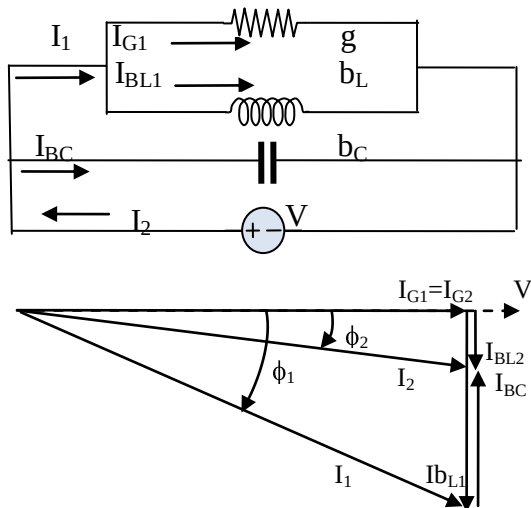


Fig.17.9 – Circuito RL com capacitor de compensação reativa

Multiplicando o triângulo das correntes, já modificado pela presença do capacitor, pela tensão V (se monofásico) ou por $\sqrt{3}.V_L$ (se trifásico) obtém-se o triângulo das potências. Observando os triângulos ABC e ABD obtém-se a relação entre as potências antes e depois da instalação do capacitor.

$$Q_{L1} = P. \tan \phi_1 \quad (17.26a)$$

$$Q_{L2} = P. \tan \phi_2 \quad (17.26b)$$

Observando-se a Figura 17.10 percebe-se que a potência reativa do capacitor é a diferença entre a potência reativa indutiva antes e depois da instalação do mesmo. Portanto:

$$Q_C = Q_{L1} - Q_{L2} = P. \tan \phi_1 - P. \tan \phi_2$$

$$Q_C = P. (\tan \phi_1 - \tan \phi_2) \quad (17.27)$$

Onde: Q_C = Potência reativa do capacitor (VAR/kVAR);

P = Potência ativa (W/kW);

ϕ_1/ϕ_2 = Ângulo de defasagem atual / desejado.

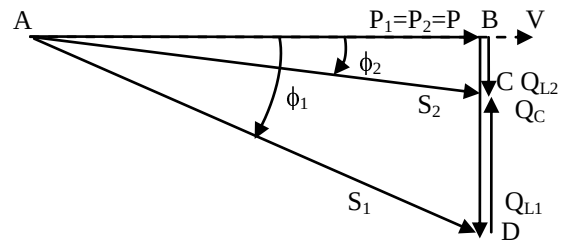


Fig. 17.10 - Diagrama das potências com capacitor

Na correção de fator de potência, geralmente, é suficiente especificar um capacitor pela sua potência reativa nominal, número de fases, tensão nominal e frequência. No entanto, é interessante conhecer a sua capacitância.

Se o capacitor é monofásico pode-se obter a capacitância em função da potência reativa por:

$$Q_C = V. I_{BC} = V. V. b_C = V^2 / X_C = V^2. 2. \pi. f. C$$

$$C = Q_C / (V^2. 2. \pi. f) \quad (17.28)$$

Onde: Q_C = Potência reativa do capacitor (VAR);

V = Tensão (V);

f = Frequência (Hz);

C = Capacitância (F).

Exemplo resolvido 17.8: Uma lâmpada a vapor de mercúrio de 220V/60Hz consome 550W (incluindo as perdas no reator) sob fator de potência 0,5 ind. Deseja-se corrigir o fator de potência para 0,92 ind. com o uso de um capacitor em paralelo com o conjunto reator-lâmpada. Calcule:

- A potência aparente inicial;
- A corrente inicial;
- A potência reativa inicial;
- A potência reativa final;
- A potência reativa do capacitor;
- A potência aparente final;
- A corrente final;
- A capacitância do capacitor.

Solução: Olhando-se para a Figura 17.9 obtém-se:

$$a) S_1 = \frac{P}{\cos \phi_1} = \frac{550 \text{ W}}{0,50} = 1100 \text{ VA} = 1,10 \text{ kVA}$$

$$b) I_1 = \frac{S_1}{V} = \frac{1100 \text{ VA}}{220 \text{ V}} = 5,0 \text{ A}$$

$$c) \phi_1 = \arccos(0,5) = 60^\circ \text{ ind};$$

$$\sin \phi_1 = 0,866; \quad \tan \phi_1 = 1,732$$

$$Q_{L1} = S_1 \cdot \sin \phi_1 = 1100 \text{ VA} \times 0,866 =$$

$$Q_{L1} = 952,6 \text{ VAr ind.}$$

$$d) \phi_2 = \arccos(0,92) = 23,07^\circ \text{ ind};$$

$$\sin \phi_2 = 0,3919; \quad \tan \phi_2 = 0,4259$$

$$Q_{L2} = P \cdot \tan \phi_2 = 550 \text{ W} \times 0,4259 =$$

$$Q_{L2} = 234,2 \text{ VAr ind.}$$

$$e) Q_C = Q_{L1} - Q_{L2} = 952,6 \text{ VAr} - 234,2 \text{ VAr} =$$

$$Q_C = 718,4 \text{ VAr cap}$$

$$Q_C = P \cdot (\tan \phi_1 - \tan \phi_2) =$$

$$Q_C = 550 \text{ W} \cdot (1,732 - 0,4259) =$$

$$Q_C = 550 \text{ W} \cdot (1,3061) = 718,4 \text{ VAr cap}$$

$$f) S_2 = \frac{P}{\cos \phi_2} = \frac{550 \text{ W}}{0,92} = 597,8 \text{ VA};$$

$$g) I_2 = \frac{S_2}{V} = \frac{597,8 \text{ VA}}{220 \text{ V}} = 2,72 \text{ A}; \quad \frac{I_2}{I_1} = \frac{2,72 \text{ A}}{5,00 \text{ A}} = 0,543$$

$$h) C = Q_C / (V^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f) =$$

$$C = 718,4 \text{ VAr} / (220 \text{ V}^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 60 \text{ Hz}) =$$

$$C = 39,37 \times 10^{-6} \text{ F} = 39,37 \text{ } \mu\text{F}$$

A correção do fator de potência para circuitos trifásicos obedece às mesmas regras já vistas para correção monofásica. Calcula-se a potência reativa do capacitor pela equação já conhecida:

$$Q_{CT} = P_T \cdot (\tan \phi - \tan \phi_1) \quad (17.29)$$

Onde: Q_{CT} = Potência do capacitor trifásico ou do banco de capacitores monofásicos (VAr/kVAr);

P_T = Potência ativa trifásica (W/kW);

Agora teremos capacitores trifásicos, ligados internamente em triângulo ou estrela (raramente), ou um banco de capacitores

monofásicos com a ligação realizada externamente.

Para especificar capacitores para correção de fator de potência geralmente é suficiente fornecer o número de fases, a tensão de linha, potência reativa total e frequência.

Nesse caso a capacitância dos capacitores de cada fase só será conhecida se tivermos conhecimento das conexões internas dos mesmos. Sabendo-se a potência reativa capacitiva de cada fase do capacitor trifásico e a tensão por fase (que depende do tipo de agrupamento) pode-se chegar à capacitância equivalente dos capacitores de uma fase adequando a eq.17.28 para uma fase.

$$Q_{CF} = V_F^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_F$$

$$C_F = Q_{CF} / (V_F^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f) \quad (17.30)$$

Onde: Q_{CF} = Potência reativa de uma fase (VAr) ($Q_{CF} = Q_{CT}/3$);

C_F = Capacitância por fase (F);

V_F = Tensão por fase do grupo de capacitores (V) (depende do tipo de conexão).

Uma alternativa para correção do fator de potência, ou reduzir o ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente, é aumentar o consumo de potência ativa mantendo a potência reativa constante.

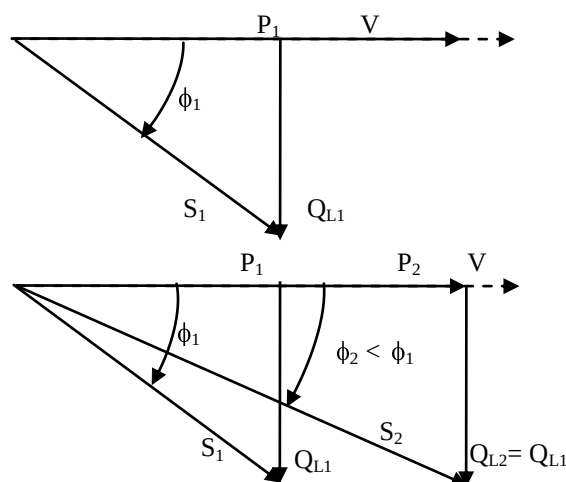


Fig. 17.11 – Redução de defasagem por aumento de potência ativa

Em aplicações industriais esta opção não

seria justificada nem técnica nem economicamente, porém, em determinados circuitos de máquinas elétricas, onde se deseja fazer a corrente ficar mais em fase com a tensão ela é bastante usada.

Como se pode ver, o aumento da potência ativa, sem o aumento da potência reativa reduz o ângulo de defasagem e, conseqüentemente, aumenta o fator de potência geral.

Exemplo resolvido 17.9: Um motor de indução trifásico, ligado em triângulo, absorve uma corrente de linha de 100 A quando ligado a um ramal trifásico de 220 V entre fases (tensão de linha). Sabendo-se que o fator de potência do mesmo é 0,50 indutivo pede-se calcular:

- A corrente de fase e a tensão de fase;
- A potência aparente, ativa e reativa total (nas três fases);
- A potência reativa de um capacitor trifásico que eleve o seu fator de potência para 0,9 indutivo;
- A capacitância de cada capacitor se o banco for ligado em triângulo (ligação mais comum);
- A nova potência aparente e a nova corrente de linha.

Solução: Ligação triângulo:

$$I_{F1} = \frac{I_{L1}}{\sqrt{3}} = \frac{100A}{\sqrt{3}} = 57,7 A; \quad V_{F1} = V_{L1} = 220V$$

$$S_{T1} = \sqrt{3} \cdot V_{L1} \cdot I_{L1} = 1,732 \cdot 220 V \cdot 100 A = 38104 VA$$

$$\phi_1 = \arccos(0,5) = 60^\circ; \quad \sin \phi_1 = 0,866;$$

$$\tan \phi_1 = 1,732;$$

$$P_{T1} = S_{T1} \cdot \cos \phi_1 = 38104 VA \times 0,50$$

$$P_{T2} = P_{T1} = P_T = 19052 W = 19,05 kW$$

$$Q_{LT1} = S_{T1} \cdot \sin \phi_1 = 38104 VA \times 0,866$$

$$Q_{LT1} = 33000 VAr = 33,0 kVAr_{ind.}$$

$$\phi_2 = \arccos(0,9) = 25,84^\circ; \quad \sin \phi_2 = 0,436;$$

$$\tan \phi_2 = 0,484;$$

$$Q_{CT} = Q_{LT1} - Q_{LT2} = P_T \cdot (\tan \phi_1 - \tan \phi_2) =$$

$$19052 W \cdot (1,732 - 0,484) = 19052 W \cdot (1,248) =$$

$$Q_{CT} = 23770 VAr_{cap}$$

$$V_{FC\Delta} = V_{LC} = 220V;$$

$$C_F = Q_C / (V_F^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f) =$$

$$C_F = 23770 VAr / (220V^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 60Hz) = 1300 \times 10^{-6} F$$

$$C_F = 1300 \mu F$$

Especificação 1:

Capacitor trifásico de 23,8 kVAr, 220V, 60 Hz;

Especificação 2:

Banco de 3 capacitores monofásicos de 7,93 kVAr, 1300μF, 220V, 60 Hz em triângulo.

$$S_2 = \frac{P}{\cos \phi_2} = \frac{19052 W}{0,90} = 21170 VA;$$

$$I_{L2} = \frac{S_2}{\sqrt{3} \cdot V_L} = \frac{21170 VA}{\sqrt{3} \cdot 220 V} = 55,6 A;$$

$$\frac{I_{L2}}{I_{L1}} = \frac{55,6 A}{100 A} = 0,556$$

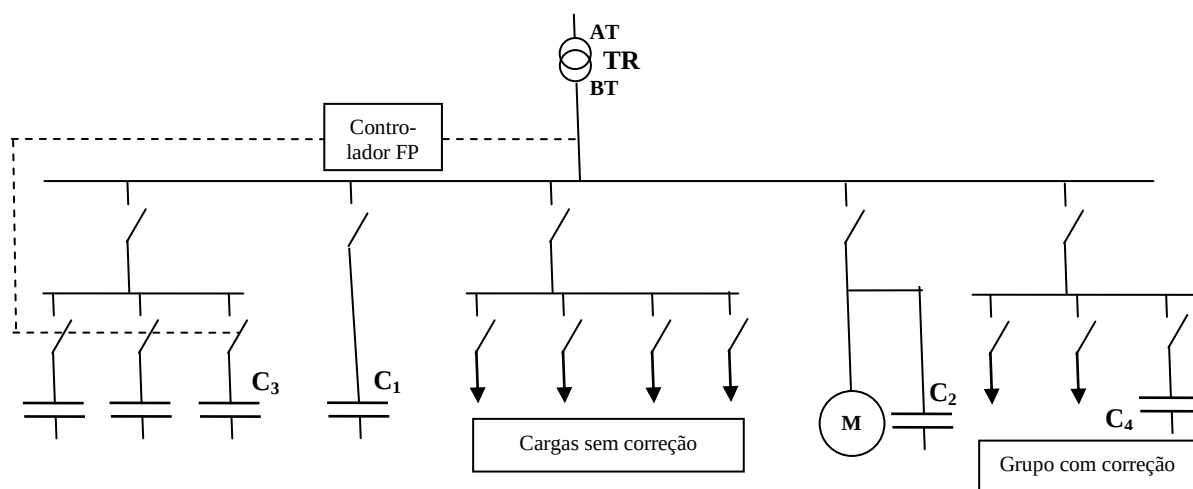


Fig. 17.12 - Localizações dos capacitores

17.7 - LOCALIZAÇÃO DOS CAPACITORES

O capacitor absorve potência reativa capacitiva, a qual tem sentido contrário ao da potência reativa indutiva. Em função disso, em muitas análises, é útil pensar que o capacitor, em vez de **consumir potência reativa capacitiva**, ele **fornece potência reativa indutiva**.

Assim sendo, a localização ideal dos capacitores é o mais próximo possível do consumidor de potência reativa de forma que esta não necessite circular pelas linhas alimentadoras. É óbvio que os capacitores devem ser colocados depois do ponto de medição. Ver Figura 17.12.

No entanto, há fatores técnicos e econômicos que influem na localização dos capacitores dentro de uma planta industrial. [Aplicação de capacitores nos terminais de motores, Mundo Elétrico, Dez/83, pp.42-45, A compensação de potência reativa, Mundo Elétrico, Jan/89, pp. 30-32].

17.7.1 - Compensação individual

Neste caso, há um capacitor (ou banco de capacitores) para cada carga específica. Essa forma de compensação é usada para cargas que tenham grande consumo de potência reativa e que trabalham por longos períodos sem interrupção. Ex: Motores de indução grandes, transformadores, lâmpadas de descarga gasosa. As cargas e os capacitores são comandados juntos, pela mesma chave. (C_2)

No caso de motor de indução a compensação nunca deve ser total, pois o motor, ao ser desligado, antes de parar, funciona como gerador e pode gerar tensões mais altas que a nominal podendo danificar o motor e os capacitores. A potência reativa do capacitor deve ser, no máximo, 90% da potência reativa que o motor necessita. A potência reativa do motor pode ser calculada como sendo aproximadamente a potência aparente a vazio. [MAMEDE F^o - Instalações Elétricas Industriais]

17.7.2 - Compensação em grupo

Agora um banco de capacitores é usado para corrigir o fator de potência de um grupo de cargas que trabalham juntas ou que pertencem a um dado quadro elétrico. Ex: Uma máquina automática que tenha vários motores, um painel com vários pequenos motores ou um setor que tenha muitas lâmpadas fluorescentes. (C_4)

17.7.3 - Compensação global ou central

É o sistema mais comum nas pequenas e médias empresas, pois, geralmente, é o de menor custo. Nesse caso o banco de capacitores é colocado na subestação (ou nos centros de distribuição) para compensar os reativos da instalação inteira (C_1). Em qualquer caso, quando as cargas forem desligadas, os capacitores também deveriam ser desligados, para não tornar a instalação capacitiva gerando outros problemas, tais como o aumento da tensão da rede. Isso nem sempre é feito por economia de circuitos de automação.

Na compensação global o ideal é o uso de bancos de capacitores automáticos para correção do fator de potência. Um aparelho eletrônico mede constantemente o fator de potência global e, conforme a necessidade, por meio de contadores, liga ou desliga grupos de capacitores (C_3).

Existem muitos fabricantes de controladores automáticos de fator de potência que podem ser rapidamente encontrados através da Internet.

17.8 – ASPECTOS PRÁTICOS NA ESPECIFICAÇÃO DE CAPACITORES

As regras gerais para o cálculo da potência reativa já foram apresentadas. As maiores dificuldades são encontradas quando a carga, ou o fator de potência, é variável ao longo do dia ou ao longo do ano.

Nesse caso a regra básica é fazer médias de consumo (média mensal, no turno de trabalho e horária) e análise do comportamento da carga ao longo dos últimos anos.

As contas de energia elétrica sempre trazem a energia ativa consumida (kWh), a energia reativa (kVARh), fator de potência e a demanda ativa máxima (kW).

Nos **consumidores de AT médios e grandes**, o medidor da concessionária é digital e podemos obter junto à mesma, por um pequeno custo, uma memória de massa de um mês (ou mais meses, se quisermos), onde estão registrados os consumos de 15 em 15 minutos ao longo do mês.

Procura-se a hora do mês onde houve o maior consumo ativo e determina-se o fator de potência horário através de:

$$\tan \phi_{mh} = \frac{E_{Rh}}{E_{Ah}}; \quad \phi_{mh} = \arctan \frac{E_{Rh}}{E_{Ah}} \quad (17.31)$$

Onde: E_{Ah} = Energia ativa de uma hora (kWh);
 E_{Rh} = Energia reativa de uma hora (kVARh).

A potência média na hora em questão (demanda ativa horária) é obtida pela divisão do consumo pelo intervalo de tempo que é de uma (01) hora logo:

$$P_{mh} = \frac{E_A(\text{kWh})}{1h}; \quad Q_{mh} = \frac{E_R(\text{kVARh})}{1h} \quad (17.32)$$

Onde se percebe que a potência média é numericamente igual ao consumo daquela hora.

De posse da potência ativa média horária e do $\cos \phi_h$ (atual) e do $\cos \phi_2$ (desejado) pode-se obter a potência do capacitor.

$$Q_c = P_{mh} \cdot (\tan \phi_h - \tan \phi_2) \quad (17.33)$$

Esse capacitor fica correto para esse estado de carga, porém quando a carga diminuir o fator de potência irá para valores mais próximos da unidade ou mesmo ficar capacitivo.

O ideal é fracionar esse banco de capacitores em torno de seis unidades menores e usar um controlador automático de fator de potência que irá ligar a quantidade certa de

capacitores para manter o fator de potência entre o mínimo (0,92) e o máximo (de 0,97 a 1,0).

Numa instalação mais simples pode-se colocar um interruptor horário (*timer*) para desligar o banco, todo ou em parte, entre 0h e 6h, para evitar multa por f.p. capacitivo e para evitar sobretensão.

No caso de **instalações de AT pequenas** onde a medição é feita por medidores eletromecânicos as contas de energia elétrica trazem a energia ativa consumida (kWh), a energia reativa (kVARh), fator de potência e a demanda de ativa máxima (kW) relativas a um mês.

Nesse caso o fator de potência é calculado pela concessionária pela média mensal, e não horária, usando para tanto o consumo ativo e o consumo reativo mensal.

$$\tan \phi_m = \frac{E_{Rm}}{E_{Am}}; \quad \phi_m = \arctan \frac{E_{Rm}}{E_{Am}} \quad (17.34)$$

Onde: E_{Am} = Consumo de energia ativa de um mês (kWh);
 E_{Rm} = Consumo de energia reativa de um mês (kVARh).

Nesse tipo de consumidores não há multa por fp capacitivo na madrugada, uma vez que não há condições para medição apropriada.

A média calculada ao longo do mês, ou mesmo no período de operação da instalação, pode levar a um valor relativamente pequeno de potência, devido à dificuldade de identificar e descontar os períodos de não-operação. Deve-se, em termos de segurança, utilizar a demanda máxima medida no mês típico e projetar a correção para o fator de potência mínimo (0,92 ind).

$$Q_c = DA_{m\acute{a}x} \cdot (\tan \phi_m - \tan \phi_2) \quad (17.35)$$

Nos meses e horários de menor consumo o capacitor será excessivo e levará o fator de potência para próximo da unidade ou torná-lo capacitivo.

O ideal é fracionar o banco em unidades menores e usar um controlador automático de fator de potência para gerenciar a quantidade

certa de potência reativa capacitiva para manter o fator de potência entre o mínimo (0,92) e o máximo (de 0,97 a 1,0).

Numa instalação mais barata pode-se colocar um interruptor horário (*timer*) para desligar o banco, total ou parcialmente, nos horários de não operação para evitar sobretensão. Se a sobretensão é pequena, pode-se manter o banco ligado permanentemente, uma vez que não haverá multa.

Nas **instalações de BT** não há medição de demanda. A avaliação mais fácil será a medição da energia ativa e reativa no início e no final de um dia típico de trabalho conforme o Exemplo Resolvido 17.2 e 17.10. Usando o mesmo método, é interessante analisar também o período fora de operação, para confirmar se os seus consumos podem ser desprezados ou não.

Com as equações abaixo obtemos o fator de potência médio e a potência ativa média no horário de operação.

$$\tan \phi_{op} = \frac{E_{Rop}}{E_{Aop}}; \quad \phi_{op} = \arctan \frac{E_{Rop}}{E_{Aop}} \quad (17.36)$$

$$P_{op} = \frac{E_{Aop}}{\Delta t_{op}} \quad (17.37)$$

Onde: E_{Aop} = Consumo de energia ativa de um intervalo de operação diário (kWh);
 E_{Rop} = Consumo reativo de um intervalo de operação diário (kVArh);
 P_{op} = Potência ativa média de um intervalo de operação diário (kW);
 Δt_{op} = Tempo de operação (h).

Assim podemos calcular o capacitor para corrigir o fator de potência para o período de operação com a equação já vista.

$$Q_c = P_{op} \cdot (\tan \phi_{op} - \tan \phi_2) \quad (17.38)$$

Para esse caso o mais comum é manter o banco sempre ligado o que torna o fator de potência capacitivo no horário fora de operação.

Não haverá incidência de multa, mas devemos verificar se não ocorrerá sobretensão em algum momento.

Exemplo resolvido 17.10: Uma pequena oficina, alimentada por uma rede trifásica em 380V/60Hz, recebeu, na sua conta de energia, mais um elemento: faturamento de energia reativa excedente.

Um técnico da área de eletricidade foi chamado para analisar o problema e constatou que era multa por baixo fator de potência. No outro dia, às 7h30min, foi na caixa de medição e anotou a leitura dos medidores de energia ativa e reativa obtendo respectivamente: 17760 kWh e 23520 kVArh e anotou as constantes dos dois medidores (que era 1,0). Às 17h30min voltou ao local e anotou novamente as leituras: 17960 kWh e 23670 kVArh. Depois se certificou de que era um dia normal de funcionamento e que, após o expediente, não ficava nenhuma carga ligada. Supondo que você era esse técnico, calcule, no horário de operação diário da oficina, o valor:

- Da energia ativa e da energia reativa consumida;
- Do fator de potência médio;
- Da demanda ativa e da demanda reativa média;
- Da potência reativa de um capacitor para corrigir o fp para 0,92_{ind} no horário de operação.

Solução:

$$a) E_{Aop} = (\text{Leit.atual} - \text{Leit. Ant.}) \times \text{Cte kWh} = (17960 - 17760) \text{ kWh} \times 1,0 = 200 \text{ kWh}$$

$$E_{Rop} = (\text{Leit.atual} - \text{Leit. Ant.}) \times \text{Cte kVArh} = (23670 - 23520) \text{ kVArh} \times 1,0 = 150 \text{ kVArh}$$

$$b) \phi_{op} = \arctan \frac{E_{Rop}}{E_{Aop}}$$

$$\phi_{op} = \arctan \frac{150 \text{ kVArh}}{200 \text{ kWh}} = \arctan (0,75) = 36,97^\circ$$

$$\text{fp}_{op} = \cos \phi_{op} = \cos (36,87^\circ) = 0,80i$$

$$c) DA_m = P_m = \frac{E_A}{\Delta t} = \frac{200 \text{ kWh}}{10 \text{ h}} = 20,0 \text{ kW};$$

$$DR_m = Q_{Lm} = \frac{E_R}{\Delta t} = \frac{150 \text{ kWh}}{10 \text{ h}} = 15,0 \text{ kVAr};$$

$$\phi_2 = \arccos (0,92) = 23,07^\circ = \tan \phi_2 = 0,4260$$

$$d) Q_c = DA_m (\tan \phi_{op} - \tan \phi_2) =$$

$$Q_c = 20,0 \text{ kW} (0,75 - 0,426) = 6,48 \text{ kVAr}$$

Especificação: capacitor trifásico de 360V/60 Hz, 6,5 kVAr.

Questões e problemas:

Faça os diagramas fasoriais sempre, mesmo que não sejam solicitados.

17.1. Defina potência ativa, reativa, aparente e fator de potência.

17.2. Classifique os usos da energia em C.A. e cite os fatores de potência típicos dos equipamentos para cada uso.

17.3. Numa instalação, medindo com um wattímetro, obteve-se 8,0 kW e com um varímetro, 6,0 kVAR indutivo. Qual o fator de potência e a potência aparente?

17.4. Calcular o fator de potência e a potência aparente de instalação monofásica em que se mediu com um voltímetro, 380 V, com um amperímetro 100 A e com um wattímetro 35 kW.

17.5. Calcule a potência ativa, reativa (indutiva, capacitiva e resultante) e aparente e o fator de potência do circuito abaixo.

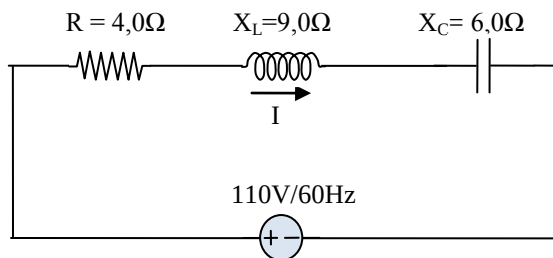


Figura para o problema 17.5

17.6. Calcular as potências para o circuito abaixo onde as características do circuito são expressas em termos de facilidades.

17.7. Calcular o fator de potência e a potência aparente de uma instalação trifásica em que se mediu com um wattímetro 850 kW e com um varímetro 300 kVAR.

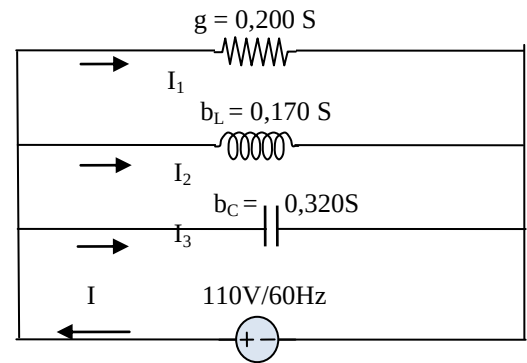


Figura para o problema 17.6

17.8. Uma pequena indústria funciona na média 8 h por dia e 24 dias por mês. Num mês típico, o medidor de energia ativa marcou 4000 kWh e o medidor de energia reativa marcou 3000kVARh. Calcular a potência ativa, reativa e aparente e fator de potência médios nos períodos em que funcionou.

17.9. Supondo que a indústria da questão 17.8 possui alimentação monofásica de 220V / 60 Hz, calcular o valor médio da corrente eficaz no período trabalhado.

17.10. Um aquecedor resistivo trifásico para piscina tem uma potência de 200 kW e é alimentado por uma rede de 380 V de linha. Calcule:

- A potência ativa, reativa e aparente;
- A corrente de linha;
- A corrente de fase se a conexão for Y;
- A corrente de fase se a conexão for Δ.

17.11. Uma rede trifásica de 220 V de linha alimenta um motor trifásico ligado em Y que absorve 10,0 kW sob $f_p = 0,866$ ind. e um sistema de iluminação equilibrado com lâmpadas incandescentes ligado em triângulo cuja potência total é 5,0 kW. Calcule:

- A corrente de fase do motor e das lâmpadas;

- b) A corrente de linha do motor e das lâmpadas;
c) A corrente de linha e o fator de potência total.
- 17.12. Um motor de indução trifásico solicita, à plena carga, uma corrente de linha de 200 A numa linha de 380 V entre fases, ligado em estrela.
- a) Calcular a corrente de fase e a potência aparente;
b) Supondo que o fator de potência seja 0,83 e que o rendimento do motor seja 0,91, calcular a potência ativa, reativa e a potência mecânica disponível no eixo (W e cv).
- 17.13. Um banco trifásico é composto de três capacitores monofásicos. Cada um é previsto para 10 kVAr, 220 V/60 Hz, são ligados em triângulo e alimentados por uma rede trifásica de 220 V de linha. Calcule:
- a) A potência reativa do conjunto, a corrente de fase e a corrente de linha do banco;
b) A tensão de linha correta para a sua alimentação e as novas correntes de fase e de linha, se os mesmos capacitores fossem ligados em estrela.
- 17.14. Um motor ligado em triângulo tem uma resistência por fase de $20,0 \, \Omega$ e uma reatância indutiva por fase de $15,0 \, \Omega$. Esse circuito é ligado a uma rede de 380 V entre linhas. Calcule:
- a) Os parâmetros do circuito equivalente em estrela;
b) A corrente de linha;
c) O fator de potência e as três potências do triângulo.
- 17.15. Um alimentador trifásico tem uma resistência de $1,0 \, \Omega$ e uma reatância indutiva de $1,0 \, \Omega$ e deve alimentar uma carga trifásica ligada em triângulo. Cada uma das três fases da carga tem uma impedância composta de $R_F = 9,0 \, \Omega$ e $X_{LF} = 6,0 \, \Omega$. Calcule:
- a) Os parâmetros do circuito equivalente estrela da carga;
b) A corrente na linha supondo a tensão no início do alimentador de 381,1V entre fases;
c) A tensão no fim do alimentador (na carga);
d) A potência ativa, reativa e aparente na carga;
e) A variação da tensão no fim do alimentador quando a carga é ligada.
- 17.16. Uma rede trifásica tem 13.800 V entre linhas no início da mesma. Sua resistência é $50 \, \Omega$ e sua reatância é $200 \, \Omega$. Quando é ligada uma carga que absorve uma corrente de linha 5,0 A, com fator de potência 0,75 indutivo (medido no início da linha). Calcule:
- a) A impedância por fase equivalente da carga (suposta ligada em estrela);
b) A impedância por fase se ela estivesse ligada em triângulo;
c) A tensão no final da linha;
d) A potência ativa fornecida ao início do alimentador;
e) A potência ativa que chega à carga;
f) A perda joule na linha.
- 17.17. Calcular a potência reativa de um capacitor para ser instalado em paralelo com o circuito da questão 17.5 para corrigir o fator de potência para 0,85 ind.
- 17.18. Calcular a potência reativa de um indutor para ser instalado em paralelo com o circuito da questão 17.6 para corrigir o f.p. para 1,00.
- 17.19. Calcular a potência reativa de um capacitor para ser instalado em paralelo com o circuito da questão 17.3 para corrigir o fator de potência para 0,90 ind.

- 17.20. Calcular a potência reativa de um capacitor para ser instalado em paralelo com a indústria da questão 17.8 para corrigir o fator de potência para 0,92 ind. Calcule também a capacitância supondo a tensão de 220 V e frequência de 60 Hz.
- 17.21. A indústria da questão 17.8 tem um transformador de 30 kVA. Antes de corrigir o fator de potência qual era máxima carga ativa ($f_p = 1,0$) que poderia ser acrescida sem sobrecarregar o transformador? Qual é o novo fator de potência nessas condições?
- 17.22. A indústria da questão 17.8 teve seu fator de potência corrigido para 0,92 indutivo. Qual é o acréscimo máximo de potência ativa (com $f_p = 1,0$) que pode ser feito à indústria sem sobrecarregar o transformador de 30 kVA? Qual é o novo f_p nessas condições?
- 17.23. Comente a vantagem da correção do fator de potência em termos de liberação de capacidade de transformadores e linhas.
- 17.24. Especifique o capacitor para corrigir o fator de potência do motor da questão 17.12 para 0,88 indutivo.
- 17.25. Uma indústria é alimentada com uma rede trifásica de 13800V/60 Hz. Ela trabalha, em média, 8 horas por dia e 22 dias por mês. Das contas de energia obtiveram-se os dados abaixo. Faça as médias de demandas e de fator de potência no período de operação. Especifique capacitores para a correção do fator de potência para 0,92 indutivo no pior caso.

Mês/ano	Energia ativa	Energia reativa	Demanda máx	Dem.ativa média (per.operação)	Dem. reativa média (per.operação)	$\cos \phi_{\text{méd}}$ (per.operação)
	kWh	kVArh	kW	kW	kVAr	
abr/06	17.760	23.520	120			
mai/06	21.540	23.940	135			
jun/06	18.433	23.647	148			
jul/06	19.020	24.100	152			
ago/06	17.050	23.047	111			
set/06	17.450	23.001	112			
out/06	18.500	23.700	125			
nov/06	16.050	21.090	110			
dez/06	17.550	22.100	114			
jan/07	20.190	24.170	135			
fev/07	20.700	25.710	140			
mar/07	16.957	25.735	110			
médias						

Respostas selecionadas

17.1. Veja item 17.1 e 17.2.

17.2. Veja item 17.5

17.3. $f_p = 0,8$ ind, $S = 10$ kVA

17.4. $f_p = 0,921$ ind, $S = 38$ kVA

17.5. $P = 1936$ W, $Q_L = 4356$ VAr, $Q_C = 2904$ VAr, $Q = 1452$ VAr i; $S = 2420$ VA; $f_p = 0,8$ i

17.6. $P = 2420$ W, $Q_L = 2057$ VAr, $Q_C = 3872$ VAr, $Q = 1815$ VAr_c, $S = 3025$ VA, $f_p = 0,80$ c

17.7. $f_p = 0,943$ ind, $S = 901,39$ kVA

17.8. $P = 20,83$ kW, $Q_L = 15,62$ kVAr, $S = 26,04$ kVA, $f_p = 0,8$ ind

17.9. $I = 118,37$ A

17.10. a) 200 kW; 0 kVAr; 200 kVA;
b) $I_L = 303,9$ A;
c) $I_{FY} = 303,9$ A;
d) $I_{F\Delta} = 175,4$ A

17.11. a) 30,3 A; 7,58 A;
b) 30,3 A; 13,12 A;
c) 42,2 A; 0,93 ind.

17.12. a) 200A; 131.636 VA;
b) 109.258 W; 73.422 VAr;
99.424 W (135 cv)

17.13. a) 30 kVAr c; 45,45 A; 78,73 A;
b) 380 V; 45,45 A; 45,45 A

17.14. a) $R_Y = 6,667 \Omega$; $X_{LY} = 5,0 \Omega$, $Z_Y = 8,333 \Omega$;
b) $I_L = 26,40$ A;
c) $\cos \phi = 0,80$ ind, 17.376 VA;
13901W; 10426 VAr

17.15. a) $R_{CY} = 3,0 \Omega$, $X_{LCY} = 2,0 \Omega$, $Z_{cy} = 3,606 \Omega$;
 $Z_T = 5,0 \Omega$, $f_{pini} = 0,80$ ind,
b) $I_L = I_{FY} = 44,0$ A;

c) $V_{CF} = 158,7$ V, $V_{CL} = 274,9$ V;
d) $S_C = 20948$ VA; $\cos \phi_C = 0,8319$;
 $P_C = 17427$ W, $Q_{LC} = 11625$ VAr ind
e) $\Delta V = 27,9$ % (em relação à tensão no início do alimentador).

17.16. a) $R_{CY} = 1145 \Omega$; $X_{LCY} = 854 \Omega$;
 $Z_{CY} = 1428 \Omega$; $\cos \phi_C = 0,8018$;
b) $R_{C\Delta} = 3435 \Omega$; $X_{LC\Delta} = 2562 \Omega$;
c) $V_{CF} = 7140$ V; $V_{LC} = 12.367$ V;
d) $P_A = 89635$ W;
e) $P_C = 64050$ W;
f) $P_{JA} = 25575$ W

17.17. $Q = 251,68$ VAr

17.18. $Q_L = 1815$ VAr

17.19. $Q_C = 2125$ VAr

17.20. $Q_C = 6,75$ kVAr, $C = 370 \mu F$

17.21. $\Delta P = 4,78$ kW, $f_p = 0,854$ ind

17.22. $\Delta P = 7,83$ kW, $f_p = 0,955$ ind

17.23. A compensação reativa reduz a potência reativa através do transformador o que permite que o mesmo possa fornecer mais potência ativa com a mesma potência aparente.

17.24. Capacitor trifásico: 10,44 kVAr, 380 V, 60 Hz

17.25. Médias:

$E_{Amed.men} = 18433,3$ kWh,

$E_{Rmed.men} = 23646,7$ kVArh,

$DA_{fat \text{ méd anual}} = 126$ kW, $DA_{méd.anual} = 104,73$ kW;

$DR_{méd.anual} = 134,4$ kVAr, $f_{p \text{ méd anual}} = 0,615$;

$DA_{max} = 152$ kW / $f_p = 0,62 \Rightarrow$

Capacitor trifásico: 127,5 kVAr, 380 V, 60 Hz

Capítulo XVIII – TARIFAÇÃO DA ENERGIA ELÉTRICA

Thomas Alva Edison (1847 – 1931)

Nasceu em Milan, Ohio, 11 de Fevereiro de 1847 e faleceu em West Orange, Nova Jérsei, 18 de Outubro de 1931. Foi um inventor e empresário dos Estados Unidos que desenvolveu muitos dispositivos importantes de grande interesse industrial. O Feiticeiro de Menlo Park, como era conhecido, foi um dos primeiros inventores a aplicar os princípios da produção maciça ao processo da invenção. Em sua vida, Thomas Edison registou mais de 1000 patentes, sendo amplamente considerado o maior inventor de todos os tempos. Não apenas mudou o mundo em que vivia, suas invenções ajudaram a criar outro muito diferente: este em que vivemos hoje.



O fonógrafo foi só uma de suas invenções. Outra foi o cinetógrafo, a primeira câmera cinematográfica bem-sucedida, com o equipamento para mostrar os filmes que fazia. Edison também transformou o telefone, inventado por Alexander Graham Bell, em um aparelho que funcionava muito melhor.

Fez o mesmo com a máquina de escrever. Trabalhou em projetos variados, como alimentos empacotados a vácuo, um aparelho de raios X e um sistema de construções mais baratas feitas de concreto. Acima de tudo, foi ele quem ajudou a trazer a civilização da Era do Vapor para a Era da Eletricidade. Entre as suas contribuições mais universais para o desenvolvimento tecnológico e científico encontra-se a lâmpada elétrica incandescente, o gramofone, o cinescópio ou cinetoscópio, o ditafone e o microfone de grânulos de carvão para o telefone. Edison é um dos precursores da revolução tecnológica do século XX. Teve também um papel determinante na indústria do cinema.

[http://pt.wikipedia.org/wiki/Thomas_Edison]

18.1 - DEFINIÇÕES TÉCNICAS E COMERCIAIS

As condições de fornecimento e de tarificação da energia utilizam alguns termos que serão agora definidos. Essas definições e suas aplicações estão baseadas na Resolução Normativa 414¹, de 9 de setembro de 2010 e na Resolução Normativa 479, de 3 de abril de 2012, da Agência Nacional de Energia Elétrica – ANEEL.

Período de faturamento: espaço de tempo entre duas leituras, sendo geralmente um mês.

Consumo ativo: energia ativa consumida no período de faturamento, expressa em kWh.

Consumo reativo: energia reativa consumida no período de faturamento, expressa em kVarh.

Demanda: média das potências elétricas ativas (ou reativas) solicitadas ao sistema elétrico pela carga instalada durante um intervalo de tempo considerado (em geral 15 minutos).

Demanda medida: maior demanda de potência ativa, verificada por medição, durante o período de faturamento, sendo expressa em kW.

Demanda contratada: demanda de potência ativa (expressa em kW) a ser obrigatória e continuamente disponibilizada pela concessionária, fixada no contrato de fornecimento, que deverá ser integralmente paga seja ou não utilizada durante o período de faturamento.

Demanda faturável: demanda usada para o cálculo do valor líquido da fatura (expressa em kW).

Tarifa de ultrapassagem: tarifa aplicável sobre a diferença positiva entre a demanda medida e a

¹ [<http://www.aneel.gov.br/cedoc/ren2010414.pdf>]

demanda contratada, quando exceder os limites estabelecidos. É igual a duas vezes o valor da tarifa de demanda normal.

Tarifa monômnia: tarifa de fornecimento constituída por preços aplicáveis apenas ao consumo de energia ativa.

Tarifa binômnia: conjunto de tarifas de fornecimento constituído por preços aplicáveis ao consumo de energia ativa e à demanda faturável.

Energia reativa excedente: quantidade de energia reativa que excede aos limites estabelecidos pelo fator de potência de referência.

Horário de Ponta (p): período definido pela concessionária e composto por 3 (três) horas diárias consecutivas, exceção feita aos sábados, domingos, terça-feira de carnaval, sexta-feira da Paixão, “Corpus Christi”, dia de finados e os demais feriados definidos por lei federal, considerando as características do seu sistema elétrico. Esse horário costuma ser entre 18h e 21h, momento em que ocorre a maior solicitação ao sistema elétrico motivada, em geral, pelo consumidor residencial.

Horário fora de ponta (f): período composto pelo conjunto das horas diárias consecutivas e complementares àquelas definidas no horário de ponta.

Posto horário: referência genérica a um dos períodos do dia.

Período seco (s): período de 7 (sete) meses consecutivos, compreendendo os fornecimentos abrangidos pelas leituras de maio e novembro.

Período úmido (u): período de 5 (cinco) meses consecutivos compreendendo os faturamentos abrangidos pelas leituras de dezembro de um ano a abril do ano seguinte.

Segmentos horossazonais: combinação dos postos horários e períodos anuais.

ps - Hora de ponta e período seco;
pu - Hora de ponta e período úmido;
fs - Hora fora de ponta e período seco;
fu - Hora fora de ponta e período úmido.

Consumidor grupo B: consumidor alimentado pela rede secundária de distribuição com redes mono, bi e trifásicas, com tensão inferior a 2,3 kV, incluindo atividades residencial, comercial e industrial até a potência instalada de 75 kW.

Consumidor grupo A: consumidor, com subestação própria, alimentado em tensão igual ou superior a 2,3 kV (ou por sistema de distribuição em BT subterrâneo).

18.2 - ESTRUTURAS TARIFÁRIAS

Conjunto de tarifas aplicáveis às componentes de consumo de energia elétrica e/ou demanda de potência ativa de acordo com a modalidade de fornecimento.

18.2.1 - Consumidores do grupo B

Os consumidores do grupo B possuem estrutura tarifária monômnia pagando, em geral, somente a energia ativa consumida (kWh). A concessionária pode medir também a energia reativa de consumidores de BT mais expressivos e tarifar a energia reativa excedente.

18.2.2 - Consumidores do grupo A

Os consumidores do grupo A possuem estrutura tarifária binômnia, isto é, pagam a energia ativa consumida (kWh) e a demanda faturável (kW), assim como a energia reativa excedente e a demanda de potência reativa excedente. As tarifas têm valores diferenciados conforme a estrutura tarifária.

I - Tarifa convencional:

Caracterização:

- **Demanda de potência ativa (kW):** preço único para ponta e fora de ponta (R\$/kW).

- **Consumo de energia ativa (kWh):** preço único para ponta e fora de ponta (R\$/kWh).

Aplicação: consumidores do grupo A com tensão menor do que 69 kV e demanda contratada entre 30 e 150 kW que não tenham optado pela tarifa horossazonal.

Medição: medidor de energia microprocessado e medidor de energia ativa a disco (como retaguarda) ou medidor de energia ativa com disco e ponteiro de demanda máxima e medidor de energia reativa a disco (em extinção).

II - Tarifa horossazonal azul

Caracterização:

- **Demanda de potência ativa (kW)**

- a) Um preço para ponta (R\$/ kW);
- b) Um preço para fora de ponta (R\$/kW).

- **Consumo de energia ativa (kWh)**

- a) Um preço para ponta, período úmido (R\$/kWh);
- b) Um preço para fora de ponta, período úmido (R\$/kWh);
- c) Um preço para ponta, período seco (R\$/kWh);
- d) Um preço para fora de ponta, período seco (R\$/kWh).

Aplicação: Consumidores do grupo A, segundo os critérios abaixo:

a) Compulsória: tensão igual ou superior a 69 kV ou tensão inferior a 69 kV e demanda maior ou igual a 150 kW, que não optaram pela tarifa verde;

b) Opcional: tensão inferior a 69 kV e demanda entre 30 kW e 150 kW.

Medição: medidor eletrônico de energia e, como retaguarda, um medidor de energia ativa a disco.

III - Tarifa horossazonal verde

Demanda de potência ativa (kW)

a) Preço único para ponta e fora de ponta (R\$/kW).

Consumo de energia ativa (kWh):

- a) Um preço para ponta, período úmido (R\$/kWh);
- b) Um preço para fora de ponta, período úmido (R\$/kWh);
- c) Um preço para ponta, período seco (R\$/kWh);
- d) Um preço para fora de ponta, período seco (R\$/kWh).

Aplicação: é sempre opcional aos consumidores do grupo A, com tensão inferior a 69 kV e com demanda superior a 30 kW.

Medição: medidor eletrônico de energia e, como retaguarda, um medidor de energia ativa a disco.

18.3- CONDIÇÕES DE CONTRATO

No fornecimento de energia em AT deve ser feito um contrato por um ano, prorrogável automaticamente, havendo um período de teste de três meses para fixação das demandas. As demandas contratadas devem ser iguais ou superiores a 30 kW. As alterações de valores de demanda contratada só podem ser feitas, em geral, a cada seis meses com prévia solicitação.

Detalhes devem ser obtidos com a concessionária local.

Abaixo da demanda limite, que corresponde a 105% da demanda contratada, é aplicada a tarifa normal da demanda.

As demandas medidas não devem ultrapassar a demanda limite, pois assim será cobrada a tarifa de ultrapassagem (TU) que é 2 (duas) vezes o valor da tarifa de demanda normal.

Na figura abaixo foram adotadas as seguintes convenções:

- DCfp = demanda contratada fora de ponta;
- DCp = demanda contratada de ponta;
- DMfp = demanda medida fora de ponta;
- DMp = demanda medida de ponta;
- DC = demanda contratada (verde ou convencional);
- DM = demanda medida (verde ou convencional);
- DL = demanda limite.

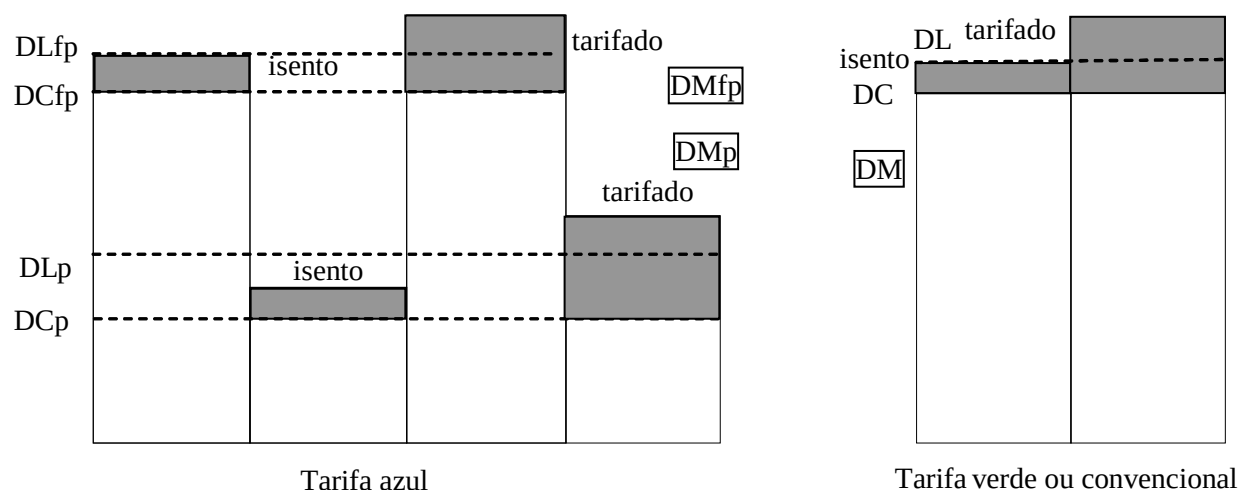


Fig. 18.1 – Condições de aplicação ou não-aplicação da tarifa de ultrapassagem

Condição de sazonalidade

O consumidor sazonal tem grandes benefícios na tarifação de demanda, pois em geral só paga a demanda lida, e não a contratada, durante nove meses de entressafra.

A condição de sazonalidade pode ser reconhecida pela concessionária, mediante solicitação do consumidor, desde que sejam atendidos, a cada ciclo de 12 meses, as seguintes condições:

- A energia se destinar à atividade que utilize matéria prima advinda diretamente da agricultura, pecuária, pesca ou ainda extração de sal ou calcário para uso agrícola;
- Seja verificado, nos doze ciclos de faturamento (meses) anteriores ao da análise, que a soma dos quatro menores consumos seja inferior a 20% da soma dos quatro maiores consumos.

Ao final do 12º mês do contrato é verificado se foram alcançados (ou ultrapassados) pelo menos três valores das demandas contratadas, caso contrário será cobrada a demanda complementar. Ela corresponde à soma das maiores diferenças positivas entre as demandas contratadas e as respectivas demandas medidas conforme o número de meses em que a demanda contratada não foi alcançada.

18.4 – FATURAMENTO DE ENERGIA E DE DEMANDA ATIVA

18.4.1 - Faturamento de consumo de energia ativa

Os critérios para definição do consumo (kWh) a ser faturado são os seguintes:

Consumidor do grupo B

$$F_{EA} = E_A \cdot T_{EA} \quad (18.1)$$

Obs: O consumidor residencial com consumo inferior a 220 kWh tem descontos especiais conforme o seu consumo e sua renda (Ver Resolução Normativa 414/2010-ANEEL).

Consumidor Grupo A

Tarifa convencional:

$$F_{EA} = E_A \cdot T_{EA} \quad (18.2)$$

onde: F_{EA} = Faturamento de consumo de energia ativa (R\$);
 E_A = Consumo de energia ativa (kWh);
 T_{EA} = Tarifa de consumo ativo (R\$/kWh).

Tarifa azul:

$$F_{EA} = E_{Ap} \cdot T_{EAp} + E_{Afp} \cdot T_{EAfp} \quad (18.3)$$

onde: E_{Ap} = Consumo de energia ativa na ponta (kWh);

T_{EAp} = Tarifa de consumo ativo na ponta (R\$/kWh);

E_{Afp} = Consumo de energia ativa fora de ponta (kWh);

T_{EAfp} = Tarifa de consumo ativo fora de ponta (R\$/kWh).

Tarifa verde :

$$F_{EA} = E_{Ap} \cdot T_{EAp} + E_{Afp} \cdot T_{EAfp} \quad (18.4)$$

Obs: Os valores das tarifas de consumo da THV são muito diferentes da THA (ver figura 18.2).

18.4.2 - Faturamento de demanda ativa

A demanda faturável, conforme a tarifação, será o maior valor entre os abaixo relacionados.

I - Tarifa convencional:

a) Demanda contratada (exceto consumidor rural ou sazonal);

b) Demanda medida no mês;

d) 10% da máxima demanda medida nos últimos 11 meses (para consumidores rurais ou sazonais).

$$F_D = D_F \cdot T_{DA} \quad (18.5)$$

onde: F_D = Faturamento de demanda (R\$);

D_F = Demanda faturável (kW);

T_{DA} = tarifa de demanda ativa (R\$/kW).

II - Tarifa azul:

a) Demanda contratada em cada segmento horossazonal (se não for rural ou sazonal);

b) A maior demanda medida em cada segmento horossazonal;

c) 10% da demanda contratada por segmento horossazonal, para consumidor rural ou sazonal.

$$F_D = D_{Fp} \cdot T_{DAp} + D_{Ffp} \cdot T_{DAfp} \quad (18.6)$$

onde: D_{Fp} = Demanda faturável na ponta (kW);
 T_{DAp} = Tarifa de demanda ativa na ponta (R\$/kW);

D_{Ffp} = Demanda faturável fora de ponta (kW);

T_{DAfp} = Tarifa de demanda ativa fora de ponta (R\$/kW).

III - Tarifa verde:

a) Demanda contratada (se não for rural ou sazonal);

b) Demanda máxima medida no mês;

c) 10% da demanda contratada, para consumidor rural ou sazonal.

$$F_D = D_F \cdot T_{DA} \quad (18.7)$$

18.4.3 - Aplicação das tarifas de ultrapassagem

Será aplicada a tarifa de ultrapassagem sobre o que exceder à demanda contratada.

I - Tarifa convencional (para $D_M > D_L$)

$$F_U = (D_M - D_C) \cdot T_U \quad (18.8)$$

onde: F_U = Faturamento de ultrapassagem (R\$);

D_C = Demanda contratada (kW);

D_M = Demanda máxima medida (kW);

D_L = Demanda limite (kW);

T_U = Tarifa de ultrapassagem (R\$/kW).

II - Tarifa azul:

$$F_U = F_{Up} + F_{Ufp} \quad (18.9)$$

a) ponta: (para $D_{Mp} > D_{Lp}$)

$$F_{Up} = (D_{Mp} - D_{Cp}) \cdot T_{Up} \quad (18.10)$$

onde: F_{Up} = Faturamento de ultrapassagem na ponta (R\$);

D_{Cp} = Demanda contratada na ponta (kW);

D_{Mp} = Demanda máxima medida na ponta (kW);

T_{Up} = tarifa de ultrapassagem na ponta (R\$/kW).

b) fora de ponta: (para $DM_{fp} > DL_{fp}$)

$$F_{Ufp} = (D_{Mfp} - D_{Cfp}) \cdot T_{Ufp} \quad (18.11)$$

onde: F_{Ufp} = Faturamento de ultrapassagem fora de ponta (R\$);

D_{Cfp} = Demanda contratada fora de ponta (kW).

III -Tarifa verde: (para $D_M > D_L$)

$$F_U = (D_M - D_C) \cdot T_U \quad (18.12)$$

Nota: Os valores das tarifas de demanda podem ser totalmente diferentes conforme o tipo de tarificação ser convencional, azul ou verde (Ver Figura 18.2).

18.5 – FATURAMENTO DE ENERGIA E DEMANDA REATIVA EXCEDENTE

Publicada em 9 de setembro de 2010, a Resolução 414 da ANEEL estabelece o seguinte:

1. O fator de potência de referência é 0,92 capacitivo no segmento capacitivo (seis horas consecutivas entre 23:30 e 6:30) e 0,92 indutivo no segmento indutivo (horário complementar).
2. O faturamento reativo considera a energia e a demanda de potência reativa indutiva fornecida pela concessionária no segmento indutivo e a energia e a demanda de potência reativa recebida pela mesma no segmento capacitivo.
3. O faturamento de energia reativa excedente (F_{ER}) é calculado pelas seguintes equações para os postos horários de ponta e fora de ponta:

$$F_{ERp} = \sum_{T=1}^{np} \left[E_{ATp} \cdot \left(\frac{0,92}{FP_p} - 1 \right) \right] \cdot T_{ER} \quad (18.13a)$$

$$F_{ERfp} = \sum_{T=1}^{nfp} \left[E_{ATfp} \cdot \left(\frac{0,92}{FP_{fp}} - 1 \right) \right] \cdot T_{ER} \quad (18.13b)$$

Onde: F_{ERp}, F_{ERfp} = Faturamento total de energia reativa excedente em função do fator de

potência calculado a **cada hora** e considerando o posto horário.

E_{ATp}, E_{ATfp} = Consumo de energia ativa a cada hora, observando o posto horário.

FP_{Tp}, FP_{Tfp} = Fator de potência médio em cada hora calculado a partir da energia ativa e da energia reativa consumida a cada hora (indutiva ou capacitiva).

T_{ER} = Tarifa de consumo de energia reativa.

T = Cada um dos intervalos de integração de uma hora.

np, nfp = Número de intervalos de integração de uma hora na ponta e fora de ponta.

A Unidade de Faturamento de Energia Reativa Excedente, por posto horário (p), vem de:

$$U_{FER(p)} = \sum_{T=1}^{n(p)} \left[E_{AT(p)} \cdot \left(\frac{0,92}{FP_{T(p)}} - 1 \right) \right] \quad (18.14)$$

4. O faturamento de demanda de potência reativa excedente é calculado pela seguinte equação:

$$F_{DRp} = \left\{ \max_{T=1}^{np} \left[D_{ATp} \cdot \frac{0,92}{FP_{Tp}} \right] - D_{Fp} \right\} \cdot T_{DR} \quad (18.15a)$$

$$F_{DRfp} = \left\{ \max_{T=1}^{nfp} \left[D_{ATfp} \cdot \frac{0,92}{FP_{Tfp}} \right] - D_{Ffp} \right\} \cdot T_{DR} \quad (18.15b)$$

Onde: F_{DRp}, F_{DRfp} = Faturamento da demanda de potência reativa excedente, verificada hora a hora durante todo o período de faturamento, considerando os postos horários.

D_{ATp}, D_{ATfp} = Demanda de potência ativa calculada no intervalo de **uma hora**, observados os postos horários.

D_{Fp}, D_{Ffp} = Demanda de potência ativa faturável (calculada a cada 15 minutos) por posto horário.

T_{DR} = Tarifa de demanda reativa conforme a estrutura tarifária em vigor.

$Máx$ = Função que identifica a maior demanda de potência ativa média horária corrigida pelo fator de potência por cada posto horário.

Por posto horário, a Demanda Máxima Corrigida Reativa e a Unidade de Faturamento de Demanda Reativa são definidas respectivamente por:

$$D_{MCR(p)} = \max_{T=1}^{n(p)} \left[D_{AT(p)} \cdot \frac{0,92}{FP_{T(p)}} \right] \quad (18.16a)$$

$$U_{FDR(p)} = D_{MCR(p)} - D_{F(p)} \quad (18.16b)$$

Nota: Para fins de faturamento só são considerados os valores positivos de U_{FER} e U_{FDR} .

No caso de não haver condições para medição apropriada da energia reativa e de demanda de potência reativa excedente usa-se o processo simplificado abaixo:

5. Faturamento de energia reativa excedente.

$$F_{ER} = \left[E_A \cdot \left(\frac{0,92}{FP_m} - 1 \right) \right] \cdot T_{ER} \quad (18.17)$$

Onde: E_A = Consumo de energia ativa mensal;
 FP_m = Fator de potência médio mensal calculado a partir da energia ativa e reativa mensal.

6. Faturamento de demanda de potência reativa excedente.

$$F_{DR} = \left[D_A \cdot \left(\frac{0,92}{FP_m} \right) - D_F \right] \cdot T_{DR} \quad (18.18)$$

Nota: a) Grupo A: estes cálculos só podem ser aplicados a estes consumidores se houver medição permanente do fator de potência;

b) Grupo B: a concessionária, de forma facultativa, pode medir o FP_m desde que seja por medição permanente.

Considerações finais:

Irrigação e aquicultura: Os consumidores que usam energia só para irrigação de lavouras ou aquicultura, no segmento horário das 21h30min às 6h, têm desconto nas tarifas de consumo de 70% para o grupo A e 60% para grupo B. [Res.414 – Cap.VIII, Seção XI]

Consumidores de baixa renda: devidamente caracterizados por legislações específicas, têm descontos de até 65% na tarifa de consumo, para consumos mensais inferiores a 220 kWh por mês. [Res.414- Cap.VIII, Seção XII]

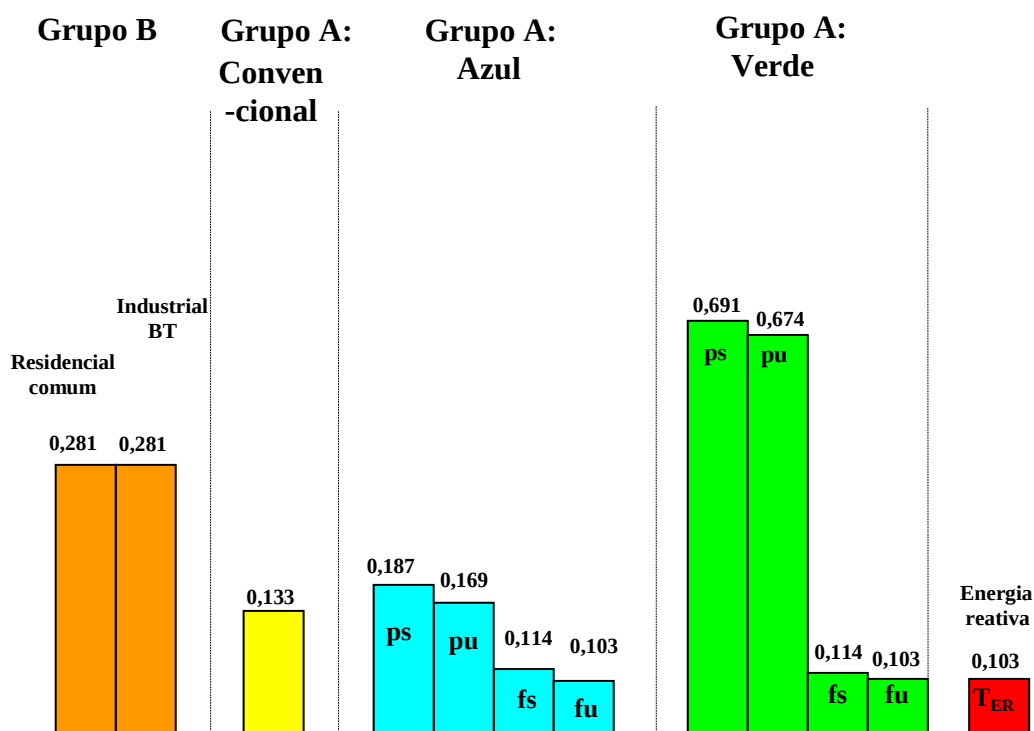
Tabela de tarifas: as tarifas de energia elétrica são revisadas anualmente pela ANEEL. Os valores da Tabela 18.1 e da Fig. 18.2 foram obtidos de uma tabela de tarifas típica e será usada apenas como exemplo e não contém nenhum imposto. Àqueles valores devem ser somados os percentuais correspondentes ao ICMS, COFINS e PIS que, juntos, são em torno de 28% dos valores apresentados.

Os valores atualizados são obtidos nos sites: [\[http://www.aneel.gov.br\]](http://www.aneel.gov.br) ou [\[http://www.cee.com.br\]](http://www.cee.com.br)

Tabela 18.1 – Tarifas típicas de demanda e de consumo (Subgrupo A4-industrial/comercial/poder público)

	T_{DAp}	T_{DAf}	T_{Up}	T_{Uf}	T_{DR}	T_{EApS}	T_{EApU}	T_{EAfS}	T_{EAfU}	T_{ER}
	R\$/kW	R\$/kW	R\$/kW	R\$/kW	R\$/kW	R\$/kWh	R\$/kWh	R\$/kWh	R\$/kWh	R\$/kWh
BT								0,28099		0,10325
AT-Convencional	-	21,16	-	42,32	7,34	-	-	0,13321	-	0,10325
AT-THS -Verde		7,34		14,68	7,34	0,69130	0,67374	0,11366	0,10325	0,10325
AT-THS - Azul	30,03	7,34	60,06	14,68	7,34	0,18651	0,16892	0,11366	0,10325	0,10325

Tarifas típicas de Consumo (R\$/kWh) - Subgrupo A4 – Industrial



Tarifas típicas de demanda (R\$/kW) - Subgrupo A4 – Industrial

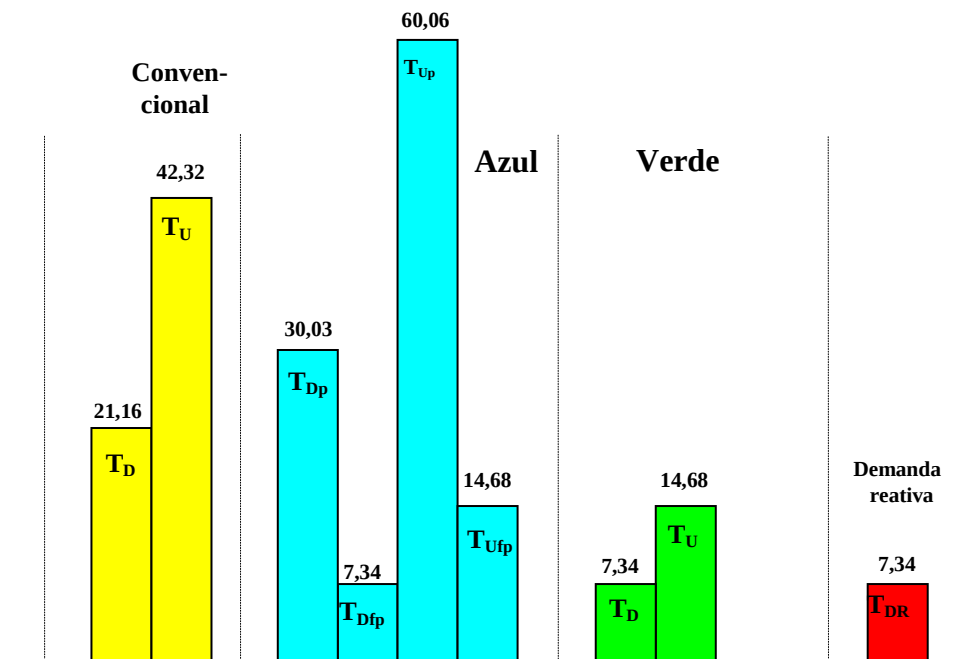


Fig.18.2 – Comparação gráfica aproximada entre as tarifas de: a) consumo; b) demanda

Exemplo resolvido 18.1: Um consumidor de AT, THS-Verde, subgrupo A4, atividade industrial, possui em consumo ativo mensal de 80300 kWh no horário fora de ponta e de 14171 kWh no horário de ponta sob um fator de potência médio de 0,82 ind. A demanda ativa medida foi de 255 kW contra uma demanda contratada de 190 kW. Supondo-se estar no período úmido, usando os valores das tarifas apresentados na Tabela 18.1 (sem considerar os impostos), calcular os faturamentos de consumo, demanda, ultrapassagem, energia reativa excedente e demanda reativa excedente.

Solução:

$$\begin{aligned}
 F_{EAfp} &= E_{Afp} \cdot T_{EAfp} \\
 F_{EAfp} &= 80.300 \text{ kWh} \cdot 0,10325 \text{ R\$/kWh} = \text{R\$} 8290,98 \\
 F_{EAp} &= E_{Ap} \cdot T_{EAp} \\
 F_{EAp} &= 14.171 \text{ kWh} \cdot 0,67374 \text{ R\$/kWh} = \text{R\$} 9547,57 \\
 F_{EA} &= F_{EAfp} + F_{EAp} = \text{R\$} 17.838,55 \\
 F_D &= D_F \cdot T_{DA} \\
 F_D &= 255 \text{ kW} \cdot 7,34 \text{ R\$/kW} = \text{R\$} 1871,70 \\
 F_U &= (D_M - D_C) \cdot T_U \\
 F_U &= (255 - 190) \text{ kW} \cdot 14,68 \text{ R\$/kW} = \text{R\$} 954,20 \\
 U_{FERfp} &= \left(\frac{0,92}{FP_{fp}} - 1 \right) \cdot E_{Afp} \\
 U_{FERfp} &= \left(\frac{0,92}{0,82} - 1 \right) \cdot 80300 \text{ kWh} \\
 U_{FERfp} &= 0,1220 \cdot 80300 \text{ kWh} = 9792,68 \text{ kWh} \\
 F_{ERfp} &= U_{FERfp} \cdot T_{ER} \\
 F_{ERfp} &= 9792,68 \text{ kWh} \cdot 0,10325 \text{ R\$/kWh} = \text{R\$} 1011,09 \\
 U_{FERp} &= \left(\frac{0,92}{FP_p} - 1 \right) E_{Ap} = \left(\frac{0,92}{0,82} - 1 \right) 14.171 \text{ kWh} \\
 U_{FERp} &= 0,1220 \cdot 14.171 \text{ kWh} = 1728,86 \text{ kWh} \\
 F_{ERp} &= U_{FERp} \cdot T_{ER} = \\
 F_{ERp} &= 1728,86 \text{ kWh} \cdot 0,10325 \text{ R\$/kWh} = \text{R\$} 178,50 \\
 F_{ER} &= F_{ERfp} + F_{ERp} = \text{R\$} 1907,36 \\
 U_{FDR} &= \left(\frac{0,92}{FP} \cdot D_A - D_F \right) \\
 U_{FDR} &= \left(\frac{0,92}{0,82} \cdot 255 - 255 \right) \cdot \text{kW} = 31,11 \text{ kW} \\
 F_{DR} &= U_{FDR} \cdot T_{DR} = 31,11 \text{ kW} \cdot 7,34 \text{ R\$/kW} \\
 F_{DR} &= \text{R\$} 228,35 \\
 F_T &= F_{EA} + F_D + F_U + F_{ER} + F_{DR} = \text{R\$} 22.800,16
 \end{aligned}$$

Questões e problemas

- 18.1. Defina demanda de potência ativa e descreva o princípio básico do funcionamento do medidor de demanda de potência ativa.
- 18.2. Uma instalação consumidora registrou os valores abaixo. Calcule a demanda de potência ativa (D_A) para o período.
Watt-hora-metro às 8h45min: 167.260 kWh
Watt-hora-metro às 9h: 168.460 kWh
- 18.3. Diferencie tarifa monômnia de tarifa binômnia.
- 18.4. Suponha dois consumidores A e B, representados na figura abaixo, que durante o mesmo intervalo de tempo de 24 horas consumiram a mesma quantidade de energia ativa com curvas de demanda diferentes. Baseados nas definições de D_A e E_A , explique com detalhes porque o consumidor A pagará um valor maior na conta da concessionária.

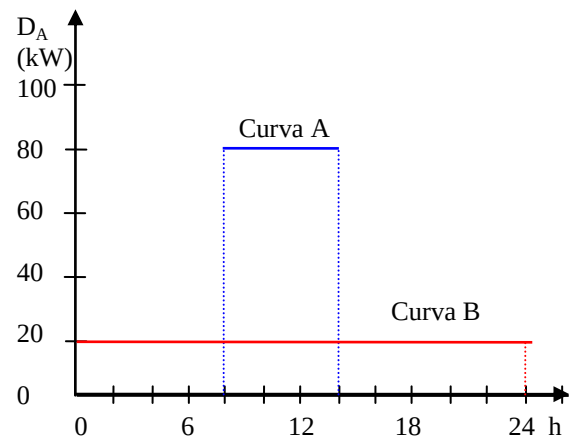


Figura para o problema 18.4

- 18.5. Descreva o significado de período seco e período úmido, horário de ponta e fora de ponta. Cite as razões pelas quais as concessionárias necessitam adotar os segmentos horossazonais.
- 18.6. Trace no gráfico abaixo, uma curva de demanda em que ocorra a seguinte situação: Ponta: 40 kW, Fora de ponta = 60 kW.

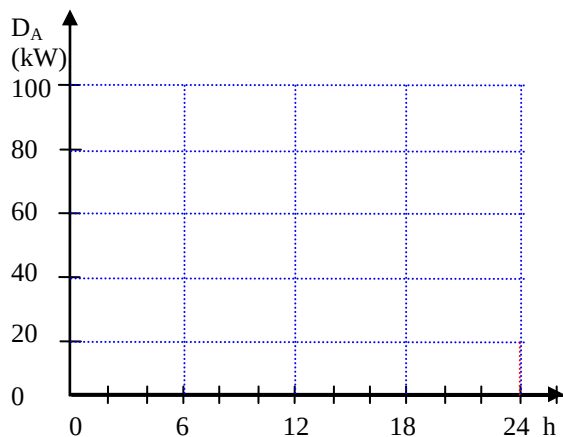


Figura para o problema 18.6

- 18.7. Identifique, observando a tensão de alimentação e a demanda, quais dos consumidores abaixo são tarifados, obrigatoriamente, por tarifa horossazonal.
- () 23,0 kV, 140 kW
 - () 23,0 kV, 750 kW
 - () 69,0 kV, 750 kW
 - () 34,5 kV, 120 kW
 - () 138 kV, 1800 kW
 - () 13,8 kV, 130 kW
- 18.8. Diferencie tarifa horossazonal azul de tarifas horossazonal verde quanto aos custos da energia e da demanda nos segmentos horossazonais.
- 18.9. Qual é a demanda mínima a ser contratada por um consumidor de alta tensão?
- 18.10. Comente a ultrapassagem da demanda contratada.
- 18.11. Descreva os critérios para estabelecimento da demanda faturável para as tarifas convencional, azul e verde.
- 18.12. Descreva como a concessionária cobra a ultrapassagem para os consumidores azul e verde.
- 18.13. Explique como é cobrado o consumo para consumidores urbanos do grupo B e A.
- 18.14. Descreva como é calculado o faturamento de energia reativa excedente e de demanda de potência reativa para os casos em que houver medição apropriada (tarifação azul e verde).
- 18.15. Idem para quando não houver medição apropriada (tarifa convencional).
- 18.16. Um consumidor de AT, subgrupo A4, atividade industrial, já descrito no Exemplo Resolvido 18.1, possui em consumo ativo mensal de 80300 kWh no horário fora de ponta e de 14171 kWh no horário de ponta sob um fator de potência médio suposto constante de 0,82 ind. A demanda ativa medida foi de 255 kW e a demanda contratada de 190 kW. Supondo-se estar no período úmido, usando os valores das tarifas apresentados na Tabela 18.1 (sem considerar os impostos), calcular o faturamento de consumo, de demanda, de ultrapassagem, de energia reativa excedente e de demanda reativa excedente para tarifa convencional.
- 18.17. Certa unidade consumidora necessita saber qual é a tarifação mais adequada ao seu regime de funcionamento. Ela é alimentada em média tensão por um transformador próprio de 300 kVA, 13800V/380/220V, é classificada como unidade consumidora grupo A, subgrupo A4, atividade industrial. Ela trabalha em cada mês do ano, tipicamente, 21 dias úteis da semana e 9 dias não úteis (sábados, domingos e feriados nacionais). Será suposto, como exemplo, período seco, demanda contratada na ponta (caso de tarifa azul) $DC_p=70$ kW, demanda contratada fora de ponta (caso de tarifa azul) $DC_{fp}=220$ kW e, se a tarifa for verde ou convencional, a demanda contratada será de $DC=220$ kW.
- A unidade consumidora não consegue se enquadrar como sazonal nem como rural. A curva de demanda de um dia típico é dada pela figura abaixo.

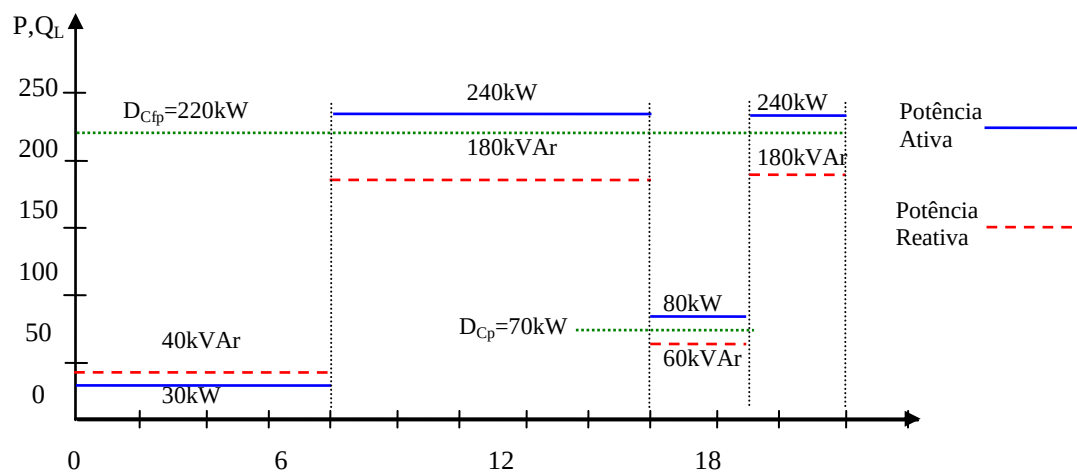


Figura para problema 18.17

Tabela 18.2 – Tabela auxiliar para cálculo de energias e demandas do problema 18.17

	$E_A(\text{kWh})$	$E_R(\text{kVArh})$	$D_A(\text{kW})$	$\cos \phi$	$D_{MCR}(\text{kW})$	$U_{FER}(\text{kWh})$
0h - 8h	240	320	30	0,60	46	128
8h - 18h	2400	1800	240	0,80	276	360
18h - 21h	240	180	80	0,80	92	36
21h - 24 h	720	540	240	0,80	276	108

Respostas selecionadas

18.3 – 4800 kW;

18.4 – O consumidor A pagará mais devido a sua demanda ser de 80 kW enquanto que a demanda de B é 20 kW embora o consumo de energia ativa seja o mesmo.

18.7 – Horossazonal: (b), (c) e (e).

18.16

$$F_{EAfp} = R\$ 10.696,76; \quad F_{EAp} = R\$ 1.887,22$$

$$F_{EA} = F_{EAfp} + F_{EAp} = R\$ 12.583,98$$

$$F_{ERfp} = R\$ 1011,50; \quad F_{ERp} = R\$ 178,50;$$

$$F_{ER} = F_{ERfp} + F_{ERp} = R\$ 1190,00$$

$$F_D = R\$ 5395,80; \quad F_U = R\$ 2750,80;$$

$$F_{DR} = R\$ 228,35$$

$$F_T = F_{EA} + F_D + F_U + F_{ER} + F_{DR} = R\$ 22.152,03$$

18.17 –

Tarifa Convencional:

$$F_{EA} = R\$ 14386,68; \quad F_D = R\$ 5078,40;$$

$$F_U = R\$ 846,40; \quad F_{ER} = R\$ 1957,62;$$

$$F_{DR} = R\$ 264,24;$$

$$F_T = R\$ 22533,34;$$

Tarifa Horossazonal Verde:

$$F_{EAfp} = R\$ 11702,43; \quad F_{ERfp} = R\$ 1879,57;$$

$$F_{EAp} = R\$ 3484,15; \quad F_{ERp} = R\$ 78,06;$$

$$F_D = R\$ 1761,60; \quad F_U = R\$ 293,60;$$

$$F_{DR} = R\$ 264,24;$$

$$F_T = R\$ 19463,65;$$

Tarifa Horossazonal Azul:

$$F_{EAfp} = R\$ 11.702,43; \quad F_{Dfp} = R\$ 1761,60;$$

$$F_{Ufp} = R\$ 293,60;$$

$$F_{ERfp} = R\$ 1879,56; \quad F_{DRfp} = R\$ 264,24;$$

$$F_{EAp} = R\$ 940,01; \quad F_{Dp} = R\$ 2402,40;$$

$$F_{Up} = R\$ 600,60;$$

$$F_{ERp} = R\$ 78,06; \quad F_{DRp} = R\$ 88,08;$$

$$F_T = R\$ 20.010,58$$

Referências Bibliográficas

- ANEEL – Resolução Normativa 414, de 9 de setembro de 2010. Estabelece as Condições Gerais de Fornecimento de Energia Elétrica de forma atualizada e consolidada.
- ARCIPRETE, Nicolangelo Dell' e GRANADO, Nelson Vilhena – **Física do 2º grau**. São Paulo: Ática, 1981.
- ARNOLD, Robert. **Fundamentos de Eletrotécnica**. São Paulo: EPU, 1975.
- CAVALCANTI, P.J. Mendes – **Fundamentos de Eletrotécnica para Técnicos em Eletrônica**, 16 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1985.
- CENAFOR – **Programa de Educação Técnica – Ensino Industrial – Habilitação em Eletrotécnica**. São Paulo: CENAFOR, 1985.
- CHAVES, Roberto – **Manual de Instalações Elétricas**. Rio de Janeiro: Tecnoprint, 1981.
- CHRISTIE, Clarence V. – **Elementos de Eletrotécnica** – Porto Alegre: Globo, 1969.
- CIPELLI, Marco e MARKUS, Otávio – **Circuitos em Corrente Contínua**. São Paulo: Érica, 1999.
- CREDER, Hélio – **Instalações Elétricas**. 15a. ed.- Rio de Janeiro: LTC, 2007.
- CUTLER, Phillip – **Análise de Circuitos CA**. São Paulo, McGraw-Hill, 1976.
- DAWES, Chester L.- **Curso de Eletrotécnica**. Porto Alegre: Globo, 1977. vol.1-2.
- EDMINISTER, Joseph A. – **Circuitos Elétricos**, 2a. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1985.
- ERENCE JR., LEMON & STEPHENSON – **Curso de Física – Eletromagnetismo**, 4º v. São Paulo, Edgard Blücher.
- FITZGERALD, A.E. et al.– **Máquinas Elétricas**. Porto Alegre, Bookmann, 2006.
- FOWLER, Richard J. – **Elettricidade- Princípio e Aplicações** – vol. 1.São Paulo: Makron, McGraw-Hill, 1992.
- GONÇALVES, Aurélio Filho e TOSCANO, Carlos – **Física e Realidade**. Vol.3. São Paulo:Scipione, 1997.
- GOZZI, Giuseppe Giovanni Massimo - **Circuitos magnéticos**. São Paulo: Érica, 1996.
- GRAY, A. & WALLACE, G.A. - **Eletrotécnica - Princípio e Aplicações**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1976.
- GUERRINI, Délio Pereira – **Eletrotécnica Aplicada e Instalações Elétricas Industriais**_. São Paulo: Érica, 1990.
- GUERRINI, Délio Pereira – **Instalações Elétricas Prediais**. São Paulo: Érica, 1990.
- GUSSOW, Milton – **Elettricidade Básica** – São Paulo: McGraw-Hill, Col. Schaum, 1985.
- HALLIDAY, David, RESNICK, Robert e KRANE, Kenneth – **Física 3** – 5a.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004.
- HAYT JR, William H. & BUCK, John A. **Eletromagnetismo**. Rio de Janeiro: McGraw-Hill, 7ª.ed., 2010.
- KASATKIN – **Fundamentos de Eletrotécnica** – Moscou, Mir.
- MAMEDE Filho, João. **Instalações Elétricas Industriais**. 8a.ed. LTC (Grupo Gen), 2010.
- MARTIGNONI, Alfonso. **Eletrotécnica**. Porto Alegre. Globo, 1971.
- MÁXIMO, Antônio e ALVARENGA, Beatriz – **Curso de Física**, vol. 3.São Paulo: Scipione, 2006.
- MORETTO, Vasco Pedro. **Física em Módulos de Ensino – Elettricidade**. 5a.ed. São Paulo: Ática, 1984.
- NEVES, Eurico Guimarães de Castro – **Eletrotécnica Geral**. Pelotas: Ed.Univ.Ufpel, 1999.
- NILSSON, J. W.; RIEDEL, S. A. **Circuitos elétricos**. 8a.ed. Prentice Hall, 2009.
- REZENDE, Ernani da Motta – **Materiais Usados em Eletrotécnica**. Rio de Janeiro: Interciência. 1977.
- ROBBINS, A. H.; MILLER, W. C. **Análise de circuitos: teoria e prática**. Cengage, 2010.
- SADIKU, Matthew N.O. **Elementos de Eletromagnetismo**. 3a.ed. Porto Alegre:Bookmann, 2004.
- SARAIVA, Delcyr Barbosa – **Materiais Elétricos**. Guanabara Dois, 1983.
- SCHMIDT, Walfredo - **Materiais Elétricos**. São Paulo: Edgard Blücher, 1979.
- TURNER, L.W. – **Manual Básico de Eletrônica**. 4a.ed. São Paulo: Hemus, 1988.
- ULABY, Fawwaz T. **Eletromagnetismo para Engenheiros**. Porto Alegre: Bookmann, 2007.
- VAN VALKENBURGH, NOOGER & NEVILLE – **Elettricidade Básica**. Rio de Janeiro: Editora Ao Livro Técnico, 1982.
- VAN VALKENBURGH, NOOGER & NEVILLE – **Eletrônica Básica do Estado Sólido**. vol.1, Rio de Janeiro: Editora Ao Livro Técnico, 1985.

Créditos das imagens e textos

Capa: Dínamo de Gramme: Primeira fonte de energia comercial baseada na indução eletromagnética, criada por Zénobe Théophile Gramme em 1870.

[\[http://cienciahoje.uol.com.br/blogues/bussola/onde-o-virtual-e-o-eletrico-se-encontram/image_preview\]](http://cienciahoje.uol.com.br/blogues/bussola/onde-o-virtual-e-o-eletrico-se-encontram/image_preview)

Benjamim Franklin – biografia: <http://ciencia3m.blogspot.com/>

Benjamim Franklin-foto: <http://absurdoegenial.blogspot.com/2010/07/benjamin-franklin.html>

Charles Augustin de Coulomb- Biografia e foto: http://pt.wikipedia.org/wiki/Charles_Augustin_de_Coulomb

Alessandro Volta-biografia e foto: <http://www.explicatorium.com/Alessandro-Volta.php>

André Marie Ampère- biografia e foto: <http://www.explicatorium.com/Andre-Ampere.php>

Georg Simon Ohm- biografia e foto: <http://pessoal.educacional.com.br/up/50280001/2756140/t1315.asp>

James Watt- biografia e foto: <http://pessoal.educacional.com.br/up/50280001/2756140/t1324.asp>

James Prescott Joule - biografia e foto: <http://educacao.uol.com.br/biografias/james-joule.jhtm>

Gustav Kirchhoff - biografia e foto: http://pt.wikipedia.org/wiki/Gustav_Kirchhoff

Michael_Faraday – biografia : http://pt.wikipedia.org/wiki/Michael_Faraday

Michael_Faraday – foto: http://alkimia.tripod.com/biografias/michael_faraday.htm

Hans Christian Oersted – biografia: <http://www.dec.ufcg.edu.br/biografias/HansChr2.html>

Hans Christian Oersted - foto: <http://www.sarmiento.eng.br/Eletromagnetismo.htm>

Carl Friedrich Gauss – Biografia e foto: <http://educacao.uol.com.br/biografias/carl-friedrich-gauss.jhtm>

James_Clerk_Maxwell - biografia e foto: http://www.fotodicas.com/biografias/James_Clerk_Maxwell.html

Joseph Henry- biografia: <http://joaoleites.blogspot.com/2009/06/joseph-henry-biografia-de-um-cientista.html>

Joseph Henry- foto: http://www.electronicandyou.com/electronics-history/inventions_and_contribution_of_joseph_henry_to_electronics.html

Wilhelm_Eduard_Weber-biografia e foto: http://pt.wikipedia.org/wiki/Wilhelm_Eduard_Weber

Heinrich_Hertz-Biografia e foto: http://pt.wikipedia.org/wiki/Heinrich_Hertz

Ernst Werner von Siemens-biografia e foto:

http://www.siemens.com.br/templates/coluna1.aspx?channel=6424&channel_pri_nivel=6422

Nikola Tesla - biografia: http://pt.wikipedia.org/wiki/Nikola_Tesla

Nikola Tesla - foto: www.bohnen.com.br/Noticia.aspx?NoticiaID=69

Thomas Alva Edison – biografia: http://pt.wikipedia.org/wiki/Thomas_Edison

Thomas Alva Edison – foto: http://www.peoplequiz.com/biographies-32802-Thomas_Edison.html

Apêndices

Apêndice A – Múltiplos e Submúltiplos

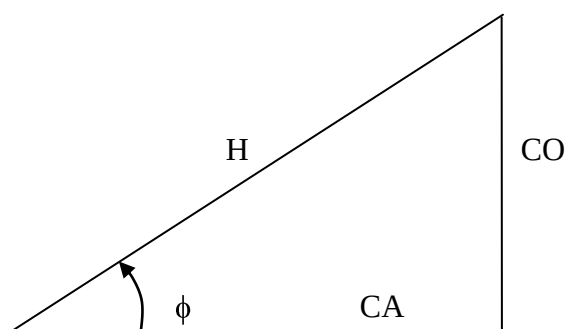
Prefixo	Símbolo	Valor	Prefixo	Símbolo	Valor
exa	E	10^{18}	deci	d	10^{-1}
peta	P	10^{15}	centi	c	10^{-2}
tera	T	10^{12}	mili	m	10^{-3}
giga	G	10^9	micro	μ	10^{-6}
mega	M	10^6	nano	n	10^{-9}
kilo	k	10^3	pico	p	10^{-12}
hecto	h	10^2	femto	f	10^{-15}
deca	da	10	atto	a	10^{-18}

Fonte: Decreto-lei nº 63.233 de 12 de setembro de 1968.

Apêndice B – Principais relações trigonométricas

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1; \quad \sin A = \cos(90^\circ - A); \quad \tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

A	0°	30°	45°	60°	90°
sen A	$\frac{\sqrt{0}}{2} = 0,0$	$\frac{\sqrt{1}}{2} = 0,5$	$\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$	$\frac{\sqrt{4}}{2} = 1,0$
cos A	1,0	0,866	0,707	0,5	0,0
tan A	$\frac{\sqrt{0}}{\sqrt{4}} = 0$	$\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$	$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{1}} = \sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{0}} = \infty$



Teorema de Pitágoras
 $H^2 = CA^2 + CO^2$

$$\begin{aligned} CA &= H \cdot \cos \phi \\ CO &= H \cdot \sin \phi \\ CO &= CA \cdot \tan \phi \end{aligned}$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cdot \cos B \pm \sin B \cdot \cos A$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cdot \cos B \mp \sin A \cdot \sin B$$

$$\sin 2A = 2 \cdot \sin A \cdot \cos A$$

$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$

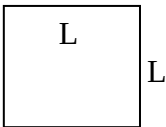
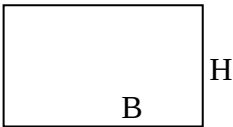
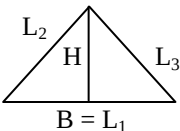
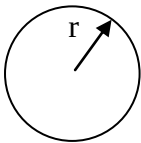
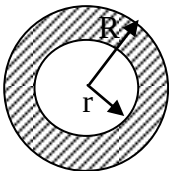
$$\sin^2 A = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \cos 2A\right)$$

$$\cos^2 A = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \cos 2A\right)$$

Apêndice C – Conversão de unidades

1 pol	= 2,54 cm	1 Wh	= 3600 J
1 pé	= 30,48 cm	1 cal	= 4,18 J
1 rd	= 57,29°	1 cv	= 736 W
1 kgf	= 9,81 N	1 HP	= 746 W
1 kgf.m	= 9,81 N.m	1 T	= 10^4 G
1 lb	= 0,454 kg	1 Wb	= 10^8 Mx
		1 Ae/cm	= $4.\pi/10$ Oe

Apêndice D - Perímetro e área de figuras geométricas planas

Nome	Figura	Perímetro	Área
Quadrado		$2p = 4.L$	$S = L^2$
Retângulo		$2p = 2.B + 2.H$	$S = B.H$
Triângulo		$2p = L_1 + L_2 + L_3$	$S = B.H/2$
Círculo		$2p = 2.\pi.r = \pi.d$	$S = \pi.r^2 = \pi.d^2/4$
Coroa circular		$2p_{med} = 2.\pi.\frac{R+r}{2}$	$S = \pi.(R^2 - r^2)$