

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
Instituto de Física e Matemática
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática



Dissertação

O enigma do bichano: conectando literatura com o pensamento algébrico

Priscila Tereza Rodrigues Lanes Souza

Pelotas, 2022.

Priscila Tereza Rodrigues Lanes Souza

O enigma do bichano: conectando literatura com o pensamento algébrico

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Montoito

Pelotas, 2022.

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação na Publicação

S719e Souza, Priscila Tereza Rodrigues Lanes

O enigma do bichano : conectando literatura com o pensamento algébrico / Priscila Tereza Rodrigues Lanes Souza ; Rafael Montoito, orientador. — Pelotas, 2022.

117 f. : il.

Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2022.

1. Pensamento algébrico. 2. Literatura infantil. 3. Paradidáticos. 4. Anos iniciais. 5. Literatura e matemática. I. Montoito, Rafael, orient. II. Título.

CDD : 510.7

Elaborada por Maria Inez Figueiredo Figas Machado CRB: 10/1612

Priscila Tereza Rodrigues Lanes Souza

O enigma do bichano: conectando literatura com o pensamento algébrico

Dissertação aprovada, como requisito parcial à obtenção ao grau de Mestre em Educação Matemática, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da defesa: 20/12/2022

Banca examinadora:

Prof. Dr. Rafael Montoito (Orientador)
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense – Câmpus Pelotas – IFSUL

Prof^a. Dr^a. Circe Mary Silva da Silva Dynnikov
Universidade Federal de Pelotas – UFPEL

Prof^a. Dr^a. Andreia Dalcin
Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

Prof. Dr. Antônio Maurício Medeiros Alves
Universidade Federal de Pelotas – UFPEL

Dedico este trabalho:

Aos leitores desse estudo.

Aos meus pais, grandes incentivadores que nunca deixaram de acreditar no meu potencial.

Aos meus filhos Claudia Elisa, Lorenzo e Hector, que entenderam o motivo da minha ausência e sempre estiveram ao meu lado, iluminando a minha vida com sorrisos sinceros, alegrando meus dias.

Agradecimentos

Agradeço a Deus pela dádiva da vida, pela proteção divina que me permitiu acreditar que era possível me tornar mestre e, mesmo com todas as barreiras apresentadas no decorrer da trajetória, à fé que existe em mim que me impulsionou na busca pelo meu desenvolvimento intelectual.

Agradeço ao estimado orientador, Prof. Dr. Rafael Montoito, que acreditou em mim e no meu potencial, e conduziu o dragão pensante que habita na minha mente, que estava perdido em meio aos labirintos de tantas ideias, dando voltas em círculos, sem direção e sem controle. Sou grata pelo carinho, a paciência e a dedicação em suas correções, que me guiaram na escrita, tornando-me uma pesquisadora; também agradeço suas orientações, conselhos e discussões, que qualificaram muito o trabalho.

Com carinho e admiração, minha gratidão à Prof^a. Dr^a. Circe Mary Silva da Silva Dynnikov e à Prof^a. Dr^a. Andreia Dalcin, pelo privilégio de tê-las em minha banca avaliadora e por direcionarem um olhar profundo e cuidadoso a este estudo, pontuando aspectos fundamentais para meu crescimento acadêmico; e ao Prof. Dr. Antônio Maurício Alves, o meu muito obrigado por aceitar participar de minha banca, dedicando seu tempo e conhecimento para contribuir com esta pesquisa.

Quero agradecer também pelas contribuições dos integrantes do Grupo de Estudos em Narrativas e Educação na Pós-modernidade (GENEP), com os quais desenvolvi laços de amizade que certamente permanecerão após o término desta etapa. Em especial, aos presentes que a vida me trouxe: à estimada amiga e colega de Grupo de Pesquisa, Jordana Vahl Bohrer, que foi fundamental nesta trajetória; agradeço-lhe por compartilhar as alegrias, angústias e conquistas nesse processo.

Agradeço à colega de grupo de pesquisa, Aline Cunha, meu “talismã”, a quem já tinha grande apreço – apreço esse que aumentou após conhecê-la; agradeço-lhe pelo apoio e pelos conselhos.

Toda gratidão às minhas colegas de turma, Natalya, Gabriela e Gisele pelo carinho e incentivo e pelos momentos de aprendizado nos trabalhos que realizamos em conjunto; não poderia deixar de agradecer às amigas de longa data Fátima Oliveira e Keli Dutra, que estiveram ao meu lado em todas as etapas dessa jornada e, sempre que possível, me oportunizaram momentos de descontração.

Por fim, agradeço também aos professores do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática (PPGEMAT), da Universidade Federal de Pelotas, que contribuíram para minha formação pessoal e acadêmica.

“Há uma força motriz mais poderosa que o vapor, a eletricidade e a energia atômica: a vontade” (Albert Einstein).

Resumo

SOUZA, Priscila Tereza Rodrigues Lanes. **O enigma do bichano: conectando literatura com o pensamento algébrico**. Orientador: Rafael Montoito. 2022. 117 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Instituto de Física e Matemática. Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2022.

Esta pesquisa é de natureza qualitativa e teve por objetivo geral compreender as características do pensamento algébrico para, a partir disso, elaborar uma narrativa literária-matemática que auxilie no ensino e aprendizagem de Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Inicialmente, inventariamos as estratégias utilizadas para o ensino e aprendizagem de Álgebra na contemporaneidade. Após, realizamos um levantamento em documentos oficiais de âmbito nacional (Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa – PNAIC e Base Nacional Comum Curricular – BNCC), a fim de compreendermos como a Álgebra se insere no currículo brasileiro enquanto área do conhecimento a ser trabalhada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Também buscamos compreender os pontos centrais do raciocínio algébrico, segundo Kaput (2008), e as características desse pensamento matemático na visão de alguns autores, como Lins e Gimenez (2001) e Blanton e Kaput (2005). Para entender como seria possível criar uma história em que a Álgebra se fizesse presente, procuramos aporte teórico nos estudos de Montoito (2011, 2020), Cunha (2019), Maria (2009), Farias (2006) e Dalcin (2002), dentre outros autores que discutem as relações cognitivas entre literatura infantil, contação de histórias e Matemática. Por fim, apresentamos uma narrativa literária-matemática voltada ao público infantil, composta por situações fabulares em que as personagens principais são felinos que buscam desvendar enigmas apresentados no decorrer dos acontecimentos; tal história apresenta lacunas que visam ser completadas. A pesquisa concluiu que é possível construir uma literatura, com o propósito de estimular o desenvolvimento do pensamento algébrico nos leitores, utilizando alguns dos objetos do conhecimento e habilidades preconizados na BNCC da Unidade Temática de Álgebra dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Palavras-Chave: Pensamento algébrico. Literatura infantil. Paradidáticos. Anos Iniciais. Literatura e Matemática.

Abstract

SOUZA, Priscila Tereza Rodrigues Lanes. **The shrewd cat riddle: connecting literature with algebraic thinking**. Advisor: Rafael Montoito. 2022. 117 f. Dissertation (Master in Mathematics Education) – Graduate Program in Mathematics Education. Institute of Physics and Mathematics. Federal University of Pelotas, Pelotas, 2022.

This research is of a qualitative nature and had the general objective of understanding the characteristics of algebraic thinking in order to, from this, elaborate a literary-mathematical narrative that helps in the teaching and learning Algebra in the early years of Elementary School. Initially, we invented the strategies used for teaching and learning Algebra in contemporary times. Afterwards, we carried out a survey of official national documents (National Curricular Parameters – PCNs, National Literacy Pact at the Right Age – PNAIC and National Common Curricular Base – BNCC), in order to understand how Algebra is inserted in the Brazilian curriculum as an area of knowledge to be worked on since the early years of elementary school. We also seek to understand the central points of algebraic reasoning, according to Kaput (2008), and the characteristics of this mathematical thinking in the view of some authors, such as Lins and Gimenez (2001) and Blanton and Kaput (2005). History in which Algebra was present, we sought theoretical support in the studies of Montoito (2011, 2020), Cunha (2019), Maria (2009), Farias (2006) and Dalcin (2002), among other authors who discuss cognitive relationships between children's literature, storytelling and Mathematics. Finally, we present a literary-mathematical narrative aimed at children, composed of fable situations in which the main characters are felines that seek to unravel enigmas that are presented in the course of events; such history presents gaps that aim to be completed. The research concluded that it is possible to build a literature, with the purpose of stimulating the development of algebraic thinking in readers, using some of the objects of knowledge and skills recommended in the BNCC of the Algebra Thematic Unit of the early years of Elementary School.

Keywords: Algebraic thinking. Children's literature. Paradidactics. Early Years. Literature and Mathematics.

Lista de Figuras

Figura 1 Habilidade da Álgebra para o 1º ano.....	51
Figura 2 O enigma do bichano.....	77

Lista de quadros

Quadro 1 – Resultado do levantamento de referenciais.....	20
Quadro 2 – Dissertações e teses selecionadas para este estudo.....	21
Quadro 3 – Estratégias Utilizadas no ensino e aprendizagem de Álgebra.....	40
Quadro 4 – Algumas das teorias das pesquisas selecionadas para o estudo.....	42
Quadro 5 – Compilação da Unidade Temática Álgebra nos anos iniciais.....	53

Lista de siglas e abreviaturas

BDTD Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

BNCC Base Nacional Comum Curricular

CAPES Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

PCNs Parâmetros Curriculares Nacionais

PNAIC Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa

Sumário

Introdução.....	15
1 Uma revisão das pesquisas brasileiras referentes à Álgebra nos anos iniciais.....	20
2 A Álgebra nos documentos nacionais e a partir da visão de alguns autores.....	45
2.1 Um estudo da Álgebra: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC); e Base Nacional Comum Curricular (BNCC).....	46
2.2 O pensamento algébrico na visão de alguns autores.....	55
3 As potencialidades da literatura para o ensino e aprendizagem da Matemática.....	62
3.1 O pulo do gato.....	63
3.2 Mostrando as garras: os paradidáticos no ensino/aprendizagem de Matemática.....	68
4 Caminhos da pesquisa: a elaboração de uma narrativa literária-matemática.....	75
4.1 O enigma do bichano.....	76
Considerações finais.....	102
Referências.....	107
Apêndices.....	112
Apêndice A – Apoio Pedagógico.....	113
Apêndice B – Autorização das ilustrações.....	117

Introdução

A fascinação por histórias, contos e fábulas, desde infante, aliada às experiências como aluna e atualmente como professora, associada às observações das dificuldades dos estudantes no entendimento do conteúdo de Álgebra, conduziram as inquietações para o desenvolvimento deste estudo. Dessa forma, começaremos contando uma breve história.

Era uma vez uma menina que adorava inventar histórias das mais diversas possíveis: quanto mais ilógica, mais ela ficava extasiada; gostava também de ouvi-las, mas principalmente lê-las. Ficava em silêncio para ouvir alguém contar sobre o elefante que sabia voar e a abóbora que virou uma linda carruagem para levar aquela moça humilde no baile, após ela ter feito um pedido para uma fada e, que depois disso, se tornou uma bela princesa. Entretanto, certo dia aconteceu uma situação que quase fez com que essa menina tão imaginativa parasse de escrever e inventar histórias.

Uma certa professora que lembra a “Malvática”¹, que não era má – pelo contrário, era uma ótima professora, sempre buscando que seus alunos aprendessem, mas como tantos outros professores que existem por aí, nesse mundão de meu Deus, que preferem que os alunos escrevam histórias realistas, propôs, ao fim da aula, uma tarefa: uma redação sobre uma fruta. A menina queria falar sobre maçã, então ela escreveu; lembrou da história da Branca de neve que comeu a maçã e adormeceu e assim escreveu mais um pouco, concluindo a sua tarefa. No outro dia, os alunos leram seus textos, mas, quando o sinal tocou, a professora pediu para que a menina ficasse e assim ela fez.

A professora começou falando que a menina não devia escrever essas coisas, pois não existia uma maçã mágica nas árvores por aí; acrescentou que não era permitido copiar de livros de história e finalizou citando a história que um colega havia escrito sobre a banana, como ele gostava de comer bananas e como a banana era importante para a saúde.

¹CUNHA, Aline; MONTOITO, Rafael. **Baú da Vovó: Processos Mentais para a aprendizagem do conceito de número**. 1º ed. Curitiba: CRV, 2021.

Malvática é uma bruxa e uma das personagens do livro que, no decorrer dos acontecimentos, faz constantes questionamentos para a professora sobre a impossibilidade de alguns clássicos de literatura infantil auxiliar as crianças na aprendizagem da Matemática.

A menina ficou verdadeiramente chateada com aquele fato, até porque ela não havia copiado de nenhum livro aquela história, embora pudesse ter resquícios de outras histórias que ela havia lido e ouvido. A menina apenas pensou ser muito mais interessante falar sobre uma maçã com poderes mágicos do que a cor da maçã ou a importância de comer essa fruta para a alimentação, visto que, para ela, essas coisas eram tão óbvias que seria irrelevante escrever sobre elas em sua redação.

Depois desse episódio, a menina não escreveu mais com imaginação e, até o final daquele ano letivo, seus textos eram “normais”, como aqueles que descrevem um dia de chuva ou como foram suas férias. As palavras da professora, misturadas ao medo e à vergonha de fazer algo “sem sentido” novamente engessaram seus pensamentos. Ainda bem que aquele ano passou rapidamente.

Assim, essa menina cresceu e tornou-se professora, escritora e essa pesquisadora que, ao perceber o encantamento que a literatura infantil pode exercer nos alunos, indagou-se sobre como poderia se apropriar dela pedagogicamente para estimular o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais.

Então, entrelaçando gostos pessoais com a profissão, tornei-me escritora de livros infantis e, ao lembrar o meu percurso como aluna, vejo que busquei na literatura reduto para as ideias “sem sentido” de uma menina que sonhava acordada. Já como profissional da educação, acabei por buscar, na literatura infantil, inspirações e subsídios para desenvolver conteúdos e auxiliar na aprendizagem de meus alunos.

Deste modo, a fim de instigar e estimular as aprendizagens dos alunos, comecei a refletir sobre possibilidades e alternativas para aguçar a curiosidade dos discentes e, a partir disso, começaram a aparecer nas aulas personagens inventados. Alguns, quando fazem compras, gastam demais e estão sempre com seu saldo negativo; outros saltam alto, o dobro ou o triplo da sua altura; e ainda tem aquele personagem chato, como o Mister X, que deve ficar isolado – todos com o propósito de incentivar e cativar os estudantes para acontecer um processo de aprendizagem leve e, por que não dizer, divertido e irreverente?

É dessas vivências que emerge a questão que norteou a nossa pesquisa: *Como alguns objetos do conhecimento e habilidades propostos na BNCC podem ser apresentados na forma de uma narrativa literária-matemática, a fim de favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais?*

O objetivo principal do estudo é compreender as características do pensamento algébrico para, a partir disso, elaborar uma narrativa literária-matemática que auxilie no ensino e aprendizagem de Álgebra nos anos iniciais. Partindo desse objetivo, e com o intuito de construir uma narrativa literária-matemática que busca incitar o desenvolvimento do pensamento algébrico nas crianças, enquanto também possa auxiliar os professores que ensinam Matemática nos anos iniciais a estimular esse desenvolvimento, buscamos atingir os seguintes objetivos específicos:

- Inventariar estratégias que estão sendo utilizadas para o ensino e aprendizagem de Álgebra e compreender as características do pensamento algébrico na visão de alguns autores.
- Investigar sobre as potencialidades da literatura para o ensino da Matemática.
- Elaborar uma narrativa literária-matemática com intuito de estimular o desenvolvimento do pensamento algébrico, apresentando o assunto em linguagem adequada aos alunos, de modo a auxiliar no ensino e aprendizagem de Álgebra nos anos iniciais, bem como instrumentalizar o professor ao abordar certos conceitos relacionados a esta temática.

Existe uma abundância de livros de literatura voltados para o público infantil, especialmente clássicos que, ainda que antigos, se tornam atuais por carregarem mensagens preciosas ou por terem o objetivo de ser uma espécie de “ensaio” para determinado fato ou situação que possa acontecer na vida das crianças.

Ao buscar compreender as características do pensamento algébrico para, a partir disso, elaborar uma narrativa literária-matemática que auxilie no ensino e na aprendizagem da Álgebra nos anos iniciais, voltamos nosso olhar para os livros paradidáticos, pesquisando o que são e quais as suas potencialidades desse gênero literário. Neste sentido, realizamos intensa leitura de alguns livros da coleção *A descoberta da Matemática*, que foi produzida para auxiliar no ensino de alguns conteúdos matemáticos.

Nossa pesquisa está organizada em quatro capítulos. No primeiro capítulo, intitulado *Uma revisão das pesquisas brasileiras referentes à Álgebra nos anos Iniciais*, foi elaborado o “Estado do Conhecimento”, o qual oportunizou aprofundarmo-nos em estudos já produzidos e selecionados para a construção do referencial teórico e para termos uma ideia geral sobre como a Álgebra tem sido integrada às pesquisas e práticas de ensino.

No segundo capítulo, *A Álgebra nos documentos nacionais e a partir da visão de alguns autores*, buscamos, nos documentos oficiais de âmbito nacional, compreender a Álgebra como área do conhecimento a ser trabalhada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Nesta parte também discorremos sobre as características do pensamento algébrico² na visão de alguns autores que abordam essas temáticas e também os aspectos centrais do raciocínio algébrico evidenciado por Kaput (2008).

Posteriormente, no terceiro capítulo, *As potencialidades da literatura para o ensino e aprendizagem da Matemática*, apresentamos a literatura infantil e a contação de histórias como uma abordagem poderosa para a consolidação de aprendizagens. Deste modo, apresentamos os livros paradidáticos e como eles podem ser utilizados dentro e fora da sala de aula. Ainda, baseados em diferentes autores, discorremos sobre a importância do afeto e da imaginação para a aprendizagem.

O quarto capítulo, *Caminhos da pesquisa: a elaboração de uma narrativa literária-matemática*, é dedicado aos procedimentos metodológicos; nele destacamos os aspectos da construção da narrativa literária-matemática e a sua conexão com os objetos do conhecimento e habilidades na Área da Matemática, com relação à Unidade de Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental

A seguir, com a história *O enigma do bichano*, apresentamos uma narrativa literária-matemática construída para este estudo. Nessa história, as aventuras

² Na dissertação os termos *pensamento algébrico* e *raciocínio algébrico* são tratados como sinônimos, ainda que isso não possa ser considerado consenso entre os autores referenciados nesta pesquisa. O autor Van de Walle (2009, p.287) trata os termos como sinônimos, pois aponta que o “pensamento algébrico ou raciocínio algébrico envolve formar generalizações a partir de experiências com números e operações, formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativo e explorar os conceitos de padrão e de função”. Lins e Gimenez utilizam o termo *pensamento algébrico* e estabelecem suas características fundamentais a saber: “1) produzir significados em relação a números e operações aritméticas (chamamos a isso de aritmetismo); 2) considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não modelando números em outros objetos, por exemplo, objetos ‘físicos’ ou geométricos (chamamos a isso internalismo); e, 3) operar sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos (chamamos a isso analiticidade)” (LINS; GIMENEZ, 2001, p.151). Já Blanton e Kaput usam o termo *raciocínio algébrico* e salientam que esse pensamento pode adotar várias aparências, incluindo: (a) o uso da aritmética como um domínio para expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada); (b) generalizar padrões numéricos para descrever relações funcionais (pensamento funcional); (c) modelagem como um domínio para expressar e formalizar generalizações; e (d) generalizar sobre sistemas matemáticos abstraídos de cálculos e relações (BLANTON; KAPUT, 2005, p.413, tradução nossa). Neste estudo, iremos utilizar *pensamento algébrico*, pois é o termo ao qual a BNCC, que é um dos referenciais teóricos da pesquisa, faz alusão.

vivenciadas pelas personagens apresentam desafios que devem ser desvendados com o uso do pensamento algébrico.

A pesquisa se encerra com a seção *Considerações finais*, na qual são retomadas e comentadas as etapas da pesquisa.

Esta pesquisa compõe os estudos desenvolvidos pelo GENEP (Grupo de Estudos em Narrativas e Educação na Pós-modernidade) sendo parte do projeto *Narrativas e educação: potencialidades para a construção dos saberes em cenários pós-modernos*, o qual, a partir do estudo das diferentes estruturas narrativas (literatura, imagens, fotos, cinema, vídeos, etc.), visa construir estratégias que interfiram na realidade escolar e promovam discussões e construções de conhecimento condizentes com a ideia de uma educação crítica e não compartimentalizada. Como contribuição à comunidade, a pesquisa gerou o produto técnico *O enigma do bichano*, o qual vem acompanhado do *Apoio Pedagógico*, que é um complemento da narrativa literária-matemática construída nessa dissertação e que está disponibilizado no link: <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/723284>.

1 Uma revisão das pesquisas brasileiras referentes à Álgebra nos anos iniciais

O objetivo desta seção é apresentar um mapeamento de como acontece o ensino e aprendizagem de Álgebra³ nos anos iniciais do Ensino Fundamental no cenário atual. Para a elaboração do Estado do Conhecimento sobre o tema “Álgebra” foram utilizadas, como bases de dados, os sítios da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e o da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Este processo de investigação entende que o Estado do Conhecimento contempla “identificação, registro, categorização que levem à reflexão e síntese sobre a produção científica de uma determinada área, em um determinado espaço de tempo, congregando periódicos, teses, dissertações e livros sobre uma temática específica” (MOROSINI; FERNANDES, 2014. p.155).

Nosso anseio com este estudo era responder à questão: *Quais estratégias têm sido utilizadas no ensino e aprendizagem de Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental?*

A busca pelas produções foi realizada considerando-se as palavras-chave “Álgebra” e “Anos Iniciais”. Para contemplarmos as pesquisas atuais sobre o tema, a busca foi delimitada entre os anos de 2016 e 2020, e seu resultado pode ser visualizado no quadro a seguir⁴

Quadro 1 – Resultado do levantamento de referenciais.

Palavra-chave	Ano					Total
	2016	2017	2018	2019	2020	
Álgebra; Anos Iniciais						
Teses	-	-	-	1	1	2
Dissertações	3	7	4	9	2	25

Fonte: Elaborado para a pesquisa (2021).

³ A palavra-chave *Álgebra* foi utilizada na busca do nosso “Estado do Conhecimento” como uma possibilidade de começar a pesquisa e para nos apropriarmos do tema; porém no decorrer da pesquisa, optamos por abordar o *pensamento algébrico*, sendo o termo utilizado com mais ênfase nos próximos capítulos.

⁴ É importante ressaltar que, no período da busca, o sítio da CAPES estava passando por algumas instabilidades; sendo assim, se a busca fosse refeita hoje, é provável que encontrássemos resultados ligeiramente distintos.

Dentre o total de 25 das teses e dissertações encontradas, foram selecionadas 15, sendo utilizado como estratégia para essa seleção a leitura dos resumos e sumários. Foram descartadas as pesquisas que apareceram repetidas nos repositórios e aquelas que tratavam do tema, porém sem relação com o ensino e aprendizagem (exemplo: história da Matemática, demonstração de fórmulas, etc.). Após a seleção, realizamos a leitura dos textos na íntegra, o que propiciou a elaboração das sínteses que serão apresentadas ao final deste capítulo.

A seguir, os trabalhos são apresentados de maneira mais detalhada:

Quadro 2 – Dissertações e teses selecionadas para este estudo.

DISSERTAÇÕES E TESES					
TÍTULO	ANO	AUTOR/A	OBJETIVO	INSTITUIÇÃO DE ENSINO	PALAVRAS-CHAVE
<i>A introdução do raciocínio funcional no 5º ano do Ensino Fundamental: uma proposta de intervenção</i> (dissertação)	2016	Antônio César Nascimento Teixeira	Investigar o raciocínio funcional introdutório dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental apoiado em uma intervenção de ensino pautada em situações multiplicativas e sequenciais, icônica e numérica.	Universidade Estadual de Santa Cruz	Anos iniciais; Intervenção de ensino; Estrutura multiplicativa; Raciocínio funcional; <i>Early Algebra</i> .
<i>Expressões algébricas na educação básica: a validação de atividades de ensino e aprendizagem</i> (dissertação)	2016	Ludimila Cássia Coelho de Andrade	Validar atividades para o ensino e aprendizagem de expressões algébricas junto a professores da Educação Básica da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal.	Universidade de Brasília	Atividades de Ensino; Ensino Fundamental Anos Finais; Expressões Algébricas.
<i>Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do pensamento algébrico</i> (dissertação)	2017	Miriam Criez Nobrega Ferreira	Investigar o conhecimento matemático para o ensino do Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.	Universidade Federal do ABC	Álgebra nos Anos Iniciais; Formação continuada de professores; Conhecimento matemático para o ensino; Pensamento Algébrico.

<i>Contribuições dos jogos para ensinar Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: perspectivas histórica e atual (dissertação)</i>	2017	Amanda Moura da Rocha	Enfatizar pontos convergentes na Teoria das Situações Didáticas e na História dos jogos para fundamentar a elaboração de propostas de ensino, que objetivem o desenvolvimento do raciocínio algébrico com o auxílio de jogos.	Universidade Federal do Pará	Educação Matemática; Os jogos na História; Situações didáticas; Jogos como material didático; Pré-Álgebra.
<i>O pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: a percepção de regularidades e o pensamento relacional (dissertação)</i>	2017	Carla Cristiane Silva Santos	Analisar como o trabalho com situações-problema pode contribuir com o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.	Universidade São Francisco	Pensamento algébrico; Percepção de regularidades ; Pensamento relacional; Álgebra nos anos iniciais; Padrões matemáticos.
<i>Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no Ensino Fundamental (dissertação)</i>	2017	Priscila Arcego	Analisar os registros de representação semiótica e as apreensões sequencial, perceptiva, discursiva e operatória mobilizadas por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental no estudo da área do círculo.	Universidade Federal de Santa Maria	Registro de representação o semiótica; Apreensões; Ensino de geometria; Área do Círculo; Ensino Fundamental.
<i>O ensino de Álgebra e a crença de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico (dissertação)</i>	2018	Anderson Cangane Pinheiro.	Analisar as crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do ensino fundamental da rede pública do Estado de São Paulo.	Universidade Estadual Paulista	Educação algébrica; Pensamento algébrico; Crenças de autoeficácia.

<i>Pensamento algébrico no currículo do ciclo de alfabetização: estudo comparativo de duas propostas (dissertação)</i>	2018	José Roberto de Campos Lima	Investigar qual a abordagem dada ao pensamento algébrico no currículo prescrito do ciclo de alfabetização, que se refere aos três primeiros anos de escolaridade do ensino fundamental, ou seja, crianças de 6 a 8 anos, de duas propostas.	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Pensamento algébrico; Ciclo de alfabetização; Currículo prescrito; BNCC; Álgebra inicial.
<i>A comunicação escrita matemática envolvendo o pensamento algébrico com futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental (dissertação)</i>	2019	Jane Lopes de Souza Goma	Investigar a comunicação escrita matemática de futuras professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, em relação ao pensamento algébrico, por meio de tarefas visando o desenvolvimento desse pensamento.	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Pensamento algébrico; Comunicação escrita matemática; Formação de professores; Anos iniciais e Ensino Fundamental; Álgebra nos anos iniciais.
<i>Contribuições de um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais no desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo algébrico (dissertação)</i>	2019	Diego Henrique de Moraes Trídico	Analisar por meio da Engenharia didática, em que medida um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais contribui para o desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo algébrico.	Universidade Estadual de Campinas	Formação de professores; Conhecimentos do professor; Álgebra; Anos iniciais.

<i>Explorando tarefas com a escala cuisenaire nos anos iniciais do Ensino Fundamental</i> (dissertação)	2019	Kauana Francine Machado Gonçalves Santos Miranda	Apresentar uma proposta de tarefas que utilizem o material manipulável Escala Cuisenaire em diferentes fases do Ensino Fundamental - anos iniciais, para trabalhar diferentes conteúdo da matemática, validadas a partir da aplicação com os professores e alunos que fazem parte dessa fase do ensino.	Universidade Estadual de Londrina	Matemática nos anos Iniciais; Escala Cuisenaire; Ensino de matemática.
<i>Um estudo sobre as relações entre o desenvolvimento do pensamento algébrico, as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado de professores pre-service e in-service</i> (dissertação)	2019	Roseli Regina Fernandes Santana.	Investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico face às crenças de autoeficácia, as atitudes em relação à Matemática e ao conhecimento matemático especializado para o seu ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Buscou, também, analisar possíveis relações e influências de aspectos afetivos na solução de problemas algébricos, com foco na capacidade de generalização, cerne do desenvolvimento do pensamento algébrico.	Universidade Estadual Paulista	Pensamento algébrico; Anos iniciais; Crenças de autoeficácia; Atitudes em relação à matemática; Conhecimento matemático especializado do professor para o ensino.

<i>As mudanças geradas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em uma coleção de livros didáticos para o ciclo de alfabetização na abordagem do pensamento algébrico (dissertação)</i>	2020	Débora Cristina Borba Pereira Favero.	Comparar as praxeologias, segundo Chevallard, na abordagem do pensamento algébrico de duas edições de uma coleção de livros didáticos para o ciclo da alfabetização (três primeiros anos do Ensino Fundamental), sendo uma edição anterior à homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC); e outra por ela orientada.	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Pensamento algébrico; Livros didáticos; Anos Iniciais; BNCC; Análise praxeológica.
<i>Equação do 1º Grau: a compreensão da equivalência nos anos iniciais (dissertação)</i>	2020	Nayana Silva Santos Araújo	Investigar o desempenho e as estratégias de resolução utilizadas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, na resolução de problemas envolvendo equação do 1º grau, no que diz respeito à equivalência.	Universidade Estadual de Santa Cruz	Aluno; Anos iniciais do Ensino fundamental; Álgebra; Equação; Diagnóstico.
<i>Introdução à Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação (tese)</i>	2020	Luanna Priscila da Silva Gomes	Caracterizar, a partir da Teoria da Objetivação, estratégias de pensamento demonstradas por crianças do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental do Núcleo de Educação da Infância – Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, no processo de introdução da Álgebra, em tarefas que abordam sentenças matemáticas em que um dos termos é desconhecido.	Universidade Federal do Rio Grande Do Norte	Pensamento algébrico; Anos iniciais do Ensino Fundamental; Teoria da Objetivação.

Fonte: Elaborado para a pesquisa (2021).

Observamos que foram encontradas pesquisas nas cinco regiões brasileiras acerca da temática que tangencia o estudo; entretanto, a grande maioria das pesquisas selecionadas estava localizada na região sudeste do Brasil, o que é provavelmente resultado da concentração de uma quantidade maior de programas de pós-graduação que pesquisam a Educação Matemática nessa região. O resultado nos levou a refletir que o tema é entendido como relevante nas diversas localidades do país e que interessa para diferentes pesquisadores com realidades distintas, assim como em múltiplos contextos escolares e sociais. Feita essa exposição geral das produções encontradas, passaremos agora a comentar cada uma delas, com maior profundidade, seguindo a ordem temporal de suas publicações.

A dissertação de Teixeira (2016), intitulada *A introdução do raciocínio funcional no 5º ano do Ensino Fundamental: uma proposta de intervenção*, teve como objetivo investigar o raciocínio funcional introdutório dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, apoiado em uma intervenção de ensino pautada em situações multiplicativas e sequenciais, icônica e numérica.

O estudo é uma pesquisa de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz, fundamentada na Teoria dos Campos Conceituais⁵ de Vergnaud (1996), em especial na Estrutura Multiplicativa, que também teve como aporte teórico a *Early Algebra*. A pesquisa foi desenvolvida em uma escola da rede pública do município de Ilhéus (BA), em uma classe de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, construída em duas etapas distintas: uma envolvendo a aplicação de instrumentos diagnósticos (um pré-teste e dois pós-testes) e a outra, voltada à intervenção de ensino que contou com cinco encontros, cada um desses com a duração de aproximadamente uma hora. A

⁵ Em sua pesquisa, Teixeira transcreve o que é um campo conceitual para Vergnaud: “Consideremos, antes de mais, um campo conceptual como um conjunto de situações. Por exemplo, para o campo conceptual das estruturas aditivas, o conjunto das situações que exigem uma adição, uma subtração ou uma combinação destas duas operações e, para as estruturas multiplicativas, o conjunto das situações que exigem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação destas duas operações. A primeira vantagem desta abordagem pelas situações é permitir gerar uma classificação que assenta na análise das tarefas cognitivas e dos procedimentos que podem ser postos em jogo em cada uma delas. O conceito de situação não tem, aqui, o sentido de situação didáctica, mas antes o sentido de tarefa; a ideia é que qualquer situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldade próprias é importante conhecer. A dificuldade de uma tarefa não é, nem a soma, nem o produto das dificuldades diferentes da subtarefa, mas é claro que o fracasso numa subtarefa implica o fracasso global” (VERGNAUD apud TEIXEIRA, 2016, p. 48).

metodologia utilizada foi a da pesquisa quase experimental, de caráter intervencionista.

Os resultados, no que concerne ao desempenho dos estudantes, indicaram um efeito positivo na construção do raciocínio funcional dos alunos, pois o pesquisador considerou que ocorreu um aumento no desempenho desses entre o pré-teste e o pós-teste 1, mantendo a manutenção deste quadro no pós-teste 2. Já no que concerne às estratégias utilizadas, foram identificadas nove estratégias distintas no estudo, porém a mais utilizada pelos estudantes nos três testes foi a icônica; destacou-se também o aumento no uso da estratégia “Generalização por multiplicação” nos dois pós-testes em detrimento do pré-teste, e isso foi o maior indicador de que ocorreu mudança no pensamento desses alunos, no que tange ao raciocínio funcional.

A dissertação *Expressões algébricas na educação básica: a validação de atividades de ensino e aprendizagem*, de autoria de Andrade (2016), teve como objetivo validar atividades para o ensino e aprendizagem de expressões algébricas junto a professores da Educação Básica da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal. O estudo é uma pesquisa de Mestrado em Matemática da Universidade de Brasília que evidenciou a importância dos processos de investigação e experimentação em sala de aula. Trata-se de uma pesquisa qualitativa que propôs a validação de três atividades de ensino: Boliche Matemático, Trilha das Leis e Batalha Naval. Os sujeitos da pesquisa foram oito professores de Matemática que atuavam em salas de aula do Ensino Fundamental e Ensino Médio de escolas públicas do Distrito Federal, em escolas particulares ou institutos federais, e teve como cenário o Laboratório de Ensino de Matemática do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília (LEMAT/UnB).

A pesquisa foi dividida em quatro momentos: elaboração do projeto, pesquisa e leitura das bibliografias; organização das atividades de ensino socializadas com os professores (denominados “sessão”); análise dos resultados e conclusão. Durante cada sessão, foram feitas filmagens e recolhimento dos registros da pesquisa para a construção das informações; também foram elaboradas situações nas quais os professores se colocaram no papel de estudantes. As considerações finais evidenciaram o papel fundamental do professor para que o estudante não apenas “receba” o conhecimento, mas que tenha papel ativo na sua construção. Os resultados apontaram a relevância da formação continuada e da necessidade do

permanente diálogo e troca de experiências entre os professores para serem aprimoradas as metodologias e ações voltadas para o ensino de Matemática, especialmente o de Álgebra.

Já a dissertação *Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do pensamento algébrico*, de autoria de Ferreira (2017), teve como objetivo investigar o conhecimento matemático para o ensino do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental. O estudo é uma pesquisa de Mestrado do Programa de Pós-graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática da Universidade Federal do ABC. Na forma *multipaper*, composta por três artigos independentes: o primeiro, intitulado *Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise dos documentos curriculares nacionais*; o segundo, *Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: investigando a compreensão dos professores acerca do pensamento algébrico*; e o terceiro, *Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental*. Cada um dos referidos, tem objetivos específicos distintos, mas articulados de modo a responder ao objetivo da pesquisa.

A metodologia utilizada foi a de pesquisa qualitativa interpretativa a partir de dois contextos/procedimentos de coleta de dados, análise dos documentos curriculares e dados coletados junto a professores em um curso de extensão. O estudo revelou que o pensamento algébrico tem presença limitada nos documentos curriculares nacionais, à exceção dos mais recentes, e os resultados evidenciaram que os professores, no que se refere ao trabalho com o pensamento algébrico, possuem um conhecimento mais voltado para o saber fazer em detrimento do conhecimento específico matemático do conteúdo a ser ensinado.

A dissertação intitulada *Contribuições dos jogos para ensinar Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: perspectivas histórica e atual*, de autoria de Rocha (2017), teve como objetivo enfatizar pontos convergentes na TSD (Teoria das Situações Didáticas⁶) e na História dos Jogos para fundamentar a elaboração de propostas de ensino que objetivavam o desenvolvimento do raciocínio algébrico com o auxílio de jogos. O estudo é uma pesquisa de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação

⁶ Rocha, em seu estudo (2017, p. 3), versa sobre a Teoria das Situações Didática (TSD), na qual Guy Brousseau (1996) identifica a relação sistema educacional-saber-aluno e as situações que provocam desequilíbrios cognitivos aos alunos (tipologia de situações), entendidas como obstáculos didáticos.

Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, de cunho qualitativo e com procedimento de pesquisa bibliográfica. Os conteúdos curriculares matemáticos em destaque na pesquisa foram os voltados para o pensamento/raciocínio algébrico a ser ensinado durante o Ensino Fundamental e a proposta do estudo foi a da utilização dos jogos, considerando as Teorias das Situações Didáticas (TSD).

O estudo apontou o papel fundamental do professor em jogos educacionais no que se refere aos que ensinam matemática e discorreu sobre aspectos da pré-Álgebra centrados na definição escolhida de pensamento/raciocínio algébrico. A autora elencou propostas de jogos com base nas demandas atuais (inter)nacionais de inclusão do pensamento algébrico nos primeiros anos do Ensino Fundamental, de maneira a propiciar o desenvolvimento de situações didáticas que estimulassem a compreensão de suas formas de raciocínio.

A dissertação *O pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: a percepção de regularidades e o pensamento relacional*, de autoria de Santos (2017), teve como objetivo analisar como o trabalho com situações-problemas pode contribuir com o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O estudo é uma pesquisa de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade São Francisco e abordou discussões referentes à resolução de problemas, à ação problematizadora do professor na investigação matemática, à organização do ambiente da sala de aula (prática de ensino com compreensão) e às perspectivas que definem o pensamento algébrico. O estudo, que teve abordagem qualitativa e de natureza colaborativa, foi desenvolvido a partir dos princípios da perspectiva histórico-cultural, estava vinculado ao Programa Observatório da Educação (Obeduc).

Foi estabelecida uma parceria com uma professora (uma das docentes colaboradoras do Obeduc) para que fossem realizadas, na sala de aula em que essa lecionava, as sequências de tarefas elaboradas para uma turma de 3.º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de rede municipal de Nazaré/SP. Duas sequências de tarefas elaboradas pelo Grucomat (Grupo Colaborativo em Matemática) buscaram possibilitar o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, sendo que a primeira, visou trabalhar as noções de sequência e regularidade, enquanto a segunda, focou no pensamento relacional e nas noções de equivalência, com o uso das barras Cuisenaire e da balança para as noções de

equilíbrio. Nas considerações finais, no que se refere às análises do desenvolvimento da resolução dos alunos ao longo de suas experiências de investigação, foi constatado um avanço nas estratégias para resolver as situações propostas e também se percebeu que os conhecimentos aritméticos foram sendo manifestados e aprofundados conforme os estudantes se envolviam em cada momento. O estudo também enfatizou a importância do papel do professor e da comunicação para o desenvolvimento das estratégias pelos alunos, bem como o fato de que as estratégias de resolução podem ser tomadas como indícios de desenvolvimento do pensamento algébrico.

A dissertação *Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no Ensino Fundamental*, de autoria de Arcego (2017), teve como objetivo analisar os registros de representação semiótica e as apreensões sequencial, perceptiva, discursiva e operatória mobilizadas por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental no estudo da área do círculo. O estudo é uma pesquisa de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria, e teve caráter qualitativo. A proposta, que usou como base o princípio da exaustão, utilizando material manipulável e *applets*⁷ produzidos nos *softwares Geogebra*, foi realizada em uma escola municipal de Ensino Fundamental de Erechim/RS, onde foram analisados três instrumentos de coleta de dados: análise de conteúdo de duas coleções de livros didáticos (coleções adotadas no ano letivo de 2016 pela escola Municipal que era campo da pesquisa), uma destinada aos anos iniciais e a outra aos anos finais; análise de conteúdo do caderno dos alunos (foram coletados os cadernos de dois alunos de cada uma das nove turmas, do 1.º ao 9.º ano) do Ensino Fundamental; e a análise de conteúdo das sequências de atividades (desenvolvida com os alunos do 9.º ano e constituída por vinte e nove itens versando sobre a área do círculo a partir do princípio da exaustão, contando com a utilização de material manipulável e do *Geogebra*).

Constatou-se no estudo que a área do círculo foi trabalhada apenas no livro didático do 9.º ano enquanto, nos anos anteriores, principalmente nos anos iniciais, exploravam-se as características do círculo e buscava-se diferenciá-lo das demais formas planas. Já no que se refere à análise dos cadernos, concluiu-se que, do total

⁷Um *applet* é uma aplicação (pequeno programa) escrito na linguagem de programação Java que pode ser incluído em uma página HTML, da mesma forma que uma imagem é incluída em uma página.

de atividades, envolvendo o círculo, propostas aos alunos do Ensino Fundamental no ano letivo de 2016, 58,62% exploravam nomenclatura e caracterização dessa figura geométrica, sendo identificadas nos cadernos do 1.º ao 4.º ano; as demais atividades especificavam a área do círculo sendo desenvolvidas no 8.º e 9.º ano. Entre as representações mobilizadas nas atividades desenvolvidas, percebeu-se que o RLN (Registro de Língua Natural) estava restrito aos enunciados, enquanto o RNm (Registro Numérico) teve destaque em 80% das questões e o RFg (Registro Figural) foi mobilizado em todas as resoluções e empregado em 40% dos tratamentos. Nas atividades identificadas nos cadernos, detectou-se que: foi mobilizada apenas apreensão perceptiva em todas as atividades; a operatória nas situações que solicitavam área da coroa circular; todas as apreensões no que tange à sequência de atividades, entretanto mantendo a prevalência da perceptiva.

A dissertação *O ensino de Álgebra e a crença de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico*, de autoria de Pinheiro (2018), objetivou uma análise das crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do Ensino Fundamental da rede pública do Estado de São Paulo. O estudo é uma pesquisa de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência da Universidade Estadual Paulista, Campus Bauru, que adotou um método de pesquisa misto, ou seja, simultaneamente qualitativo e quantitativo. A pesquisa, fundamentada na Teoria da Autoeficácia e nos entendimentos do pensamento algébrico presentes na literatura acadêmica, contou com a participação de professores (nove dos anos iniciais e trinta e nove dos anos finais do Ensino Fundamental). Foram elaborados dois tipos de formulários, sendo um voltado para professores dos anos iniciais e outro para professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, para o estudo. Foram construídas as escalas de autoeficácia, as quais foram compostas por uma série de afirmações que representavam situações didáticas em que os participantes puderam discordar totalmente, discordar, concordar ou concordar totalmente e as alternativas foram organizadas no formato *likert*⁸.

Considerando as questões que nortearam o estudo e os objetivos da pesquisa, verificou-se que as crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do Ensino Fundamental são

⁸A escala *Likert* é uma escala de resposta geralmente utilizada em questionários; é bastante empregada em pesquisas de opinião, pois especificam o nível de concordância.

positivas, porém essas crenças não são fortes. Constatou-se também que os professores dos anos iniciais manifestaram maior segurança em ações relacionadas às suas práticas de ensino do que em objetivos de aprendizagem, enquanto os professores dos anos finais manifestaram maior segurança em atingir objetivos de aprendizagem do que em suas práticas de ensino.

A dissertação intitulada *Pensamento algébrico no currículo do ciclo de alfabetização: estudo comparativo de duas propostas*, de autoria de Lima (2018), teve por objetivo investigar qual a abordagem dada ao pensamento algébrico no currículo prescrito do ciclo de alfabetização, que se refere aos três primeiros anos de escolaridade do Ensino Fundamental, ou seja, para o ensino de crianças de seis a oito anos, dentre duas propostas. O estudo é uma pesquisa de Mestrado em Educação Matemática do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, o qual teve abordagem qualitativa e análise documental como procedimento para a coleta de dados. O referido estudo envolve dois conceitos centrais (pensamento algébrico e currículo) e concentrou-se em dois documentos: um nacional (a Base Nacional Curricular Comum, BNCC) e outro estadual (as Orientações Curriculares de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, OCMAI), que compõem a proposta curricular do Estado de São Paulo (2014).

As considerações apontam que a concepção de Álgebra apresentada na BNCC tem grande proximidade conceitual à denominada área de pesquisa *Early Algebra*, que parte da identificação de regularidades e de padrões em diversos contextos para levar as crianças às generalizações, sem a necessidade do formalismo algébrico. E, embora a Álgebra seja considerada uma Unidade Temática na Base Comum Curricular, foram identificadas características implícitas de suas ideias e conceitos presentes em outras Unidades Temáticas que favorecem o desenvolvimento do pensamento algébrico, evidenciando uma articulação entre elas. Já na OCMAI constatou-se que existem indícios, porém de modo implícito, ou seja, pouco é citada essa forma de pensamento matemático.

A dissertação *A comunicação escrita matemática envolvendo o pensamento algébrico com futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental*, de Goma (2019), teve como objetivo investigar a comunicação escrita matemática de futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental em relação ao pensamento algébrico, por meio de tarefas visando ao desenvolvimento desse

pensamento. O estudo é uma pesquisa de Mestrado do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, e teve uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo que utilizou, como materiais para análise e interpretação, os registros escritos pelas participantes da oficina ofertada, a qual ocorreu em um sábado, com duas horas de duração, e contou com quinze participantes, dentre as vinte e duas futuras professoras de uma instituição de Ensino Superior (IES) privada que oferece o curso de Pedagogia. A sequência das questões envolveu duas tarefas relacionadas à Álgebra, as quais foram propostas de maneira a favorecer momentos de criatividade e de autonomia. As tarefas 1 e 2 de cada participante foram organizadas em dois quadros, consoante às quatro dimensões da comunicação escrita, e categorizadas por: Clareza, Fundamentação, Lógica e Profundidade, sendo cada uma delas separadas e divididas por níveis: baixo, médio e elevado.

Nas considerações finais, os dados da pesquisa revelaram que, de modo geral, as futuras professoras não conseguem expressar precisamente construções algébricas para explicar situações. Na dimensão Lógica, assim como na dimensão de Fundamentação, predominaram concentrações nos níveis baixos e médio; na dimensão Profundidade, não houve registros que indicassem um nível elevado. Já com relação à dimensão Clareza, houve uma maior concentração no nível médio.

A dissertação *Contribuições de um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais no desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo algébrico*, de Trídico (2019), teve como objetivo analisar, por meio da Engenharia Didática, em que medida um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais contribui para o desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo algébrico. O estudo é uma pesquisa de Mestrado do Programa de Pós-graduação Mestrado Profissional em Educação Escolar, da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, que teve cunho qualitativo e recorreu à metodologia de Engenharia Didática, o qual contou com a participação de cinco professores dos anos Iniciais que lecionavam na rede pública estadual. Foi ofertado um curso de formação continuada, de trinta e duas horas, distribuídas em oito sessões presenciais, sendo analisadas neste estudo as quatro sessões que se referiram ao pensamento relacional. Durante o curso, foram abordadas a construção e a mobilização do conhecimento pedagógico, tecnológico e de conteúdo algébrico. As sessões

contaram com tarefas nas quais os professores interagiam com objetos digitais de aprendizagem, visando à compreensão de alguns conceitos da Álgebra por meio da mobilização do pensamento relacional, articulando-os a reflexões de como se ensina e de como se aprende tais conceitos por meio do uso da tecnologia.

As análises apontaram que o curso de formação continuada contribuiu para o desenvolvimento dos conhecimentos dos professores, e teve resultados mais expressivos no conhecimento de conteúdo algébrico, no conhecimento pedagógico de conteúdo algébrico e no conhecimento tecnológico pedagógico de conteúdo algébrico, sendo esse último evidenciado por todos os participantes no questionário final aplicado ao fim do curso.

A dissertação *Explorando tarefas com a escala cuisenaire nos anos iniciais do Ensino Fundamental*, de autoria de Miranda (2019), teve por objetivo apresentar uma proposta de tarefas que utilizassem o material manipulável da escala cuisenaire em diferentes fases dos anos iniciais do Ensino Fundamental, para trabalhar diferentes conteúdo da Matemática, validadas a partir da aplicação com os professores e alunos que fazem parte dessa fase de ensino. O estudo é uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina, que utilizou uma metodologia qualitativa e apresentou uma proposta de tarefas com utilização de material manipulável no Ensino Fundamental (anos iniciais). Foi selecionada como material manipulativo a escala cuisenaire sendo elaboradas tarefas que poderiam abordar conceitos presentes em diferentes fases nos anos iniciais. As tarefas foram aplicadas em duas escolas públicas do Paraná, entretanto, antes de sua aplicação, as mesmas foram levadas ao grupo GEAMAI (Grupo de Estudo de Aulas de Matemática nos anos iniciais) e discutidas com as professoras dos anos iniciais que dele participavam, para que fossem validadas.

As considerações finais apontaram que não basta levar o material manipulável para sala de aula para se ter uma aula mais dinâmica, pois é necessário refletir sobre a prática e preparar as aulas de modo a aproveitar ao máximo as potencialidades do material. Constatou-se, ao finalizar o recolhimento de dados e análises, que o material pode permitir uma representação clara de conceitos e proporciona uma base para abstração deles; além disso, para aproveitar o potencial do material, é necessário pensar a respeito das questões que estão envolvidas nas

tarefas e discutir sobre os conceitos que estão por trás de cada uma, pois essas discussões geram oportunidades de aprendizagem.

A dissertação *Um estudo sobre as relações entre o desenvolvimento do pensamento algébrico, as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado de professores pre-service e in-service*, de autoria de Santana (2019), teve como objetivo investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico face às crenças de autoeficácia e as atitudes em relação à Matemática e ao conhecimento matemático especializado para o seu ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Buscou, também, analisar possíveis relações e influências de aspectos afetivos na solução de problemas algébricos, com foco na capacidade de generalização. O estudo é uma pesquisa de Mestrado do Programa de pós-graduação em Educação para as Ciências, da Universidade Estadual Paulista, Campus de Bauru, que se desenvolveu na perspectiva da Psicologia da Educação Matemática. A referida pesquisa está inserida no âmbito das investigações realizadas pelo Grupo de Pesquisa de Psicologia da Educação Matemática (GPPEM), o qual é vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência da UNESP de Bauru, e a abordagem da fundamentação teórica foi embasada em importantes pesquisas portuguesas e norte-americanas, por serem estudos pioneiros acerca da temática, na Teoria Social Cognitiva (TSC), de Albert Bandura no que se refere a crenças de Autoeficácia, e Teoria de Henri Wallon sobre a afetividade. O estudo apresentou pressupostos teóricos sobre o ensino da Álgebra nos anos iniciais e a caracterização do desenvolvimento do pensamento algébrico, as concepções e contribuições de estudos (inter)nacionais para a “algebrização do currículo”, as relações entre a Álgebra, a Aritmética e a Geometria, bem como o papel do professor no desenvolvimento do pensamento algébrico.

A metodologia teve abordagem mista, quanti-qualitativa, sendo desenvolvida com a participação de professores *in-service* de dois municípios do noroeste paulista, além de professores *pre-service*, ou seja, estudantes do curso presencial de Pedagogia de instituições de ensino superior particulares. A primeira etapa da pesquisa contou com a participação de cento e vinte e oito estudantes do curso de Pedagogia (*pre-service*) e cento e dezenove professores (*in-service*) dos anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas públicas municipais. Os instrumentos utilizados para essa coleta, na primeira etapa do trabalho, foram um questionário para caracterização dos participantes (um para os *pre-service* e outro para os

in-service) e uma Escala de Atitudes e uma Escala de Crenças de Autoeficácia (em relação ao conhecimento especializado para o ensino do pensamento algébrico nos anos iniciais, do tipo *likert*). A segunda etapa da pesquisa contou com seis participantes, três de cada grupo, de acordo com suas pontuações nas escalas, para uma entrevista semiestruturada e solução de problemas algébricos, baseado no método “Pensar em voz alta”⁹.

Os resultados do estudo mostram que os participantes *pre-service* apresentaram ter atitudes negativas em relação à Matemática, enquanto os *in-service*, positivas; as crenças de autoeficácia para o conhecimento especializado no ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico mostraram-se positivas nos dois grupos, apesar das do *in-service* serem mais positivas; os participantes se sentiram menos seguros para o ensino do pensamento algébrico do que quanto ao conhecimento do conteúdo curricular, embora tenham revelado conhecer pouco a respeito de elementos conceituais e pedagógicos, bem como os caracterizadores desse pensamento matemático. Ainda segundo o estudo, alguns fatores identificados influenciaram tais atitudes e crenças, como, por exemplo: idade, tempo de magistério, reprovação, julgamento do seu desempenho nas aulas de Matemática, formação inicial, possuir pós-graduação, dentre outros.

Já a dissertação intitulada *As mudanças geradas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em uma coleção de livros didáticos para o ciclo de alfabetização na abordagem do pensamento algébrico*, de autoria de Favero (2020), teve como objetivo comparar as praxeologias, segundo Chevallard, na abordagem do pensamento algébrico de duas edições de uma coleção de livros didáticos para o ciclo da alfabetização (três primeiros anos do Ensino Fundamental), sendo uma edição anterior à homologação da BNCC e, a outra, por ela orientada. O estudo é uma pesquisa de Mestrado do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e teve uma abordagem qualitativa, do tipo análise documental, que compreendeu a análise da parte BNCC referente aos anos iniciais do Ensino Fundamental, utilizando-se das categorias do pensamento algébrico, propostas por Blanton e Kaput¹⁰, como

⁹ Santana (2019) esclarece que “Pensar em voz alta” é uma técnica que potencializa a análise da solução de problemas construída, pois aproxima as linguagens escrita e oral, o que possibilita ao pesquisador entender melhor os passos do pensamento do indivíduo.

¹⁰ Em sua pesquisa, Favero (2020) apresentou a divisão do pensamento algébrico de Blanton e Kaput, com base nas práticas de sala de aula realizadas com crianças do 3º ano, em treze categorias agrupadas em três blocos, a saber: Aritmética generalizada, em categorias de A a E (A: explorar

referencial teórico. Para análise dos livros didáticos foi utilizada a organização praxeológica da Teoria Antropológica da Didática (TAD)¹¹.

As análises mostraram que aconteceu uma reorganização nas coleções, de modo que diversas tarefas passaram a ser melhor distribuídas ao longo dos três anos de ensino, abrindo espaço para um trabalho mais intencional, como sequências. Segundo o estudo, a abordagem, no que se refere ao pensamento algébrico, foi ampliada e, no âmbito da organização praxeológica, se evidenciou que o discurso tecnológico-teórico das tarefas com potencial para desenvolver o pensamento algébrico se relaciona não só com o campo algébrico, mas também com outros campos matemáticos.

A dissertação intitulada *Equação do 1º Grau: a compreensão da equivalência nos anos iniciais*, de autoria de Araújo (2020), teve como objetivo investigar o desempenho e as estratégias de resolução utilizadas por alunos do 5.º ano, do Ensino Fundamental, na resolução de problemas envolvendo equação do 1.º grau, no que diz respeito à equivalência. O estudo é uma pesquisa de Mestrado do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, da Universidade Estadual de Santa Cruz. Inicialmente, a autora discorre sobre a sua experiência como professora e suas inquietações relacionadas ao ensino de Álgebra, e em seguida apresenta, como aporte teórico, estudos referentes a *Early Algebra* de alguns pesquisadores. A pesquisa expõe a importância da *Early Algebra* no desenvolvimento do raciocínio algébrico, e exhibe a Álgebra sob três pontos de vista: no seu desenvolvimento histórico (História da Álgebra e a evolução do estudo das equações); nos documentos oficiais (a *Early Algebra* na escola); e no conceito de equação (a equação como conceito matemático). Esse estudo teve caráter diagnóstico, sendo realizado em duas escolas públicas no sul da Bahia, com seis turmas de 5.º ano. A metodologia adotada foi a descritiva, e o instrumento

propriedades e relações de números inteiros; B: explorar propriedades das operações com os números inteiros; C: explorar a igualdade como relação entre quantidades; D: tratar o número algebricamente; E: encontrar valores desconhecidos; Pensamento funcional, em categorias de F a J (F: simbolizar quantidades e operar com expressões simbolizadas; G: representar dados graficamente; H: encontrar relações funcionais; I: prever resultados desconhecidos usando dados conhecidos; J: identificar e descrever padrões numéricos e geométricos); Hábitos avançados, em categorias de K a M (K: usar generalizações para resolver tarefas algébricas; L: justificar, provar e testar conjecturas; M: generalizar um processo matemático).

¹¹Para análise de livros didáticos, Favero (2020) utilizou a organização praxeológica da Teoria Antropológica da Didática (TAD) de Chevallard que, de forma resumida, divide a atividade humana em dois blocos: o bloco prático-técnico, formado por uma tarefa e as respectivas maneiras de realizá-la; e o bloco tecnológico-teórico, que garante e justifica as maneiras de realizar tal tarefa.

diagnóstico foi composto por nove questões, sendo quatro icônicas, quatro numéricas, e uma última (Q9) que solicitava ao aluno que escrevesse uma expressão matemática a partir da primeira questão (Q1). As questões foram elaboradas para realizar um comparativo entre as questões icônicas e as numéricas; entretanto, na Q9, a análise foi feita à parte, por ser uma questão aberta no sentido de não ter um único tipo de resposta. O procedimento de análise dos dados foi realizado sob dois pontos de vista: quantitativo e qualitativo.

Embora o estudo tenha sido realizado em duas escolas distintas, do ponto de vista quantitativo não houve nenhuma diferença estatisticamente significativa entre os desempenhos dos alunos das duas escolas, o que permitiu que a pesquisadora tratasse a análise realizada como sendo proveniente de uma única escola. Os resultados apontam que, apesar de ainda não terem o contato com a Álgebra formal, 30,2% dos alunos conseguiram resolver de forma correta as questões, além de explicitar de formas variadas suas estratégias. Outro resultado que foi destaque provém da comparação de todas as questões correlacionadas icônica em comparação à numéricas: dados do estudo revelaram que a presença do ícone não foi decisiva para o desempenho dos alunos, pois a diferença entre os desempenhos nesse quesito foi de três acertos a mais que nas questões icônicas. Ainda, o estudo evidenciou que é possível trabalhar com conceitos algébricos em conjunto com os conceitos aritméticos, assim como sugere a *Early Algebra*.

A tese intitulada *Introdução à Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação*, de autoria de Gomes (2020), teve como objetivo caracterizar, a partir da Teoria da Objetivação, estratégias de pensamento demonstradas por crianças 4.º e 5.º ano do Ensino Fundamental do NEI/CAP-UFRN no processo de introdução da Álgebra, em tarefas que abordam sentenças matemáticas em que um dos termos é desconhecido. O estudo é uma pesquisa do Programa de Pós-graduação em Educação, da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. A investigação foi desenvolvida com base na perspectiva da Teoria da Objetivação (TO) acerca do pensamento algébrico e o objeto de análise metodológica foi a atividade que aconteceu em dez sessões, com a turma em que a autora atuava como professora, com a intenção pedagógica de que as crianças pensassem algebricamente a resolução de sentenças matemáticas (objeto pedagógico); para isso, foram apresentadas sentenças matemáticas com um termo desconhecido para que os alunos resolvessem (objetivo pedagógico). Esta pesquisa

foi delineada como qualitativa do tipo descritiva e interpretativa, com o método de análise multissemiótico ou multimodal, característico da Teoria da Objetivação.

As análises sinalizaram que, no processo de introdução à Álgebra, as estratégias demonstradas pelas crianças evidenciaram a presença latente da proto-analiticidade como uma característica que compõe esse processo. Outras conclusões importantes reveladas pelo estudo são: que o pensamento algébrico apresenta uma ruptura ao pensamento aritmético; que o emprego de estratégias aritméticas refinadas e o uso de propriedades das operações colaboram no desenvolvimento e estruturação do pensamento algébrico; que o pensamento algébrico e/ou aritmético pode ser expresso de múltiplos modos; que, para as crianças operar algebricamente, precisam transpor a concepção aritmética de operar com termos conhecidos na perspectiva da Teoria da Objetivação. Além disso, as análises do estudo baseadas na TO elucidaram que o que a BNCC e os livros didáticos do PNLD 2019, como também os materiais de orientação ao professor, trazem como Álgebra são, na verdade, uma pré-Álgebra, cabendo ao professor, como sujeito com mais experiência, ampliar as possibilidades para a aprendizagem do saber algébrico.

Com base nas pesquisas analisadas para esse “Estado do Conhecimento”, é possível destacar que elas nos permitiram entender a expressão “aprendizagem de Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental” para além do ensino voltado aos alunos, integrando, também, processos formativos que visavam instrumentalizar os professores em formação inicial ou continuada para melhor ensinar esse conteúdo.

Considerando isso, o Quadro 3 destaca seis categorias que apresentam as principais estratégias de ensino e aprendizagem de Álgebra mapeadas nas pesquisas lidas, agrupadas por seus elementos apresentarem características semelhantes, conforme expresso a seguir:

- Processos formativos: são atividades envolvendo grupos de professores ou futuros professores; pedagogos; estudantes de pedagogia ou estudantes de outras licenciaturas; cursos de formação, formação continuada e de extensão; oficinas; capacitações.
- Material manipulável: pesquisas que utilizaram os mais diversos materiais concretos, tais como blocos lógicos; folhas com exercícios; fichas de atividade; barbante; miçanga; palitos; cordões; caixas; balanças; livros didáticos; escala cuisenaire; etc.

- Jogos: inserem-se nessa categorização diferentes tipos de jogos; inclusive estudos referentes a jogos na antiguidade, ou na contemporaneidade.
- Softwares: estão incluídos nesta categoria aplicativos; programas; objetos digitais.
- Intervenção em sala de aula: atividades realizadas com alunos ou grupos de alunos.
- Outras categorias: estão nesta categoria as diversas estratégias que não se enquadram nas demais categorizações elencadas; elas podem ser a principal estratégia da pesquisa ou terem sido utilizadas de modo complementar, ou concomitante às demais estratégias categorizadas.

Quadro 3 – Estratégias Utilizadas no ensino e aprendizagem de Álgebra

TÍTULOS DAS PESQUISAS	Processos formativos	Material manipulável	Jogos	Software	Intervenção em sala de aula	Outras estratégias
<i>A Introdução do raciocínio funcional no 5º Ano do Ensino Fundamental: uma proposta de intervenção (2016)</i>		X			X	
<i>Expressões algébricas na educação básica: a validação de atividades de ensino e aprendizagem (2016)</i>	X	X	X			
<i>Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do pensamento algébrico (2017)</i>	X	X				
<i>Contribuições dos jogos para ensinar Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: perspectivas histórica e atual (2017)</i>			X			
<i>O pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: a percepção de regularidades e o pensamento relacional (2017)</i>		X			X	
<i>Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no Ensino Fundamental (2017)</i>		X		X	X	
<i>O ensino de Álgebra e a crença de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico (2018)</i>	X	X				
<i>Pensamento algébrico no currículo do ciclo de alfabetização: estudo comparativo de duas propostas (2018)</i>						X
<i>A comunicação escrita matemática envolvendo o pensamento algébrico</i>	X	X				

<i>com futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental (2019)</i>						
<i>Contribuições de um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais no desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo algébrico (2019)</i>	X			X		
<i>Explorando tarefas com a Escala Cuisenaire nos anos iniciais do Ensino Fundamental (2019)</i>	X	X			X	
<i>Um estudo sobre as relações entre o desenvolvimento do pensamento algébrico, as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado de professores pre-service e in-service (2019)</i>	X					X
<i>As mudanças geradas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em uma coleção de livros didáticos para o ciclo de alfabetização na abordagem do pensamento algébrico (2020)</i>		X				X
<i>Equação do 1º Grau: a compreensão da equivalência nos anos iniciais (2020)</i>		X			X	
<i>Introdução à Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação (2020)</i>		X			X	X
Total	7	11	2	2	6	4

Fonte: Elaborado para a pesquisa (2021).

No que se refere às estratégias utilizadas no ensino e aprendizagem de Álgebra, notamos que muitas pesquisas referentes ao tema em questão enfatizam capacitações, cursos de extensão e oficinas com professores, grupos de professores ou com acadêmicos (normalmente estudantes de pedagogia). Tais propostas evidenciam a preocupação dos pesquisadores acerca de os professores que trabalham nos anos iniciais terem um sólido conhecimento sobre Álgebra e saberem transmitir esses conhecimentos, para que seus alunos tenham um melhor entendimento, tendendo a favorecer que tenham maior êxito na aprendizagem. Além disso, no decorrer das leituras, percebemos também alternativas diversificadas de material manipulável para promover a aprendizagem nos estudantes como, por exemplo, a escala cuisenaire como método de ensino de Álgebra nos anos iniciais.

A utilização de jogos não ficou alheia às pesquisas. Alguns desses jogos foram utilizados nas capacitações, formações continuadas e oficinas com professores ou estudantes de pedagogia. Com relação às atividades com *softwares*, o *Geogebra* apareceu como suporte de ensino e aprendizagem de Álgebra; ainda,

encontramos um número expressivo de pesquisas realizando intervenções em sala de aula, visando favorecer a aprendizagem.

Com relação às teorias que têm servido de suporte para as pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de Álgebra nos anos iniciais, foi elaborado o Quadro 4. Ao visualizá-lo, percebemos que as teorias utilizadas são diversas, o que nos permite entender que os pesquisadores têm se aproximado do tema “Álgebra” por diferentes correntes teóricas, dirigindo a ele olhares e abordagens múltiplas que enriquecem seu estudo na área de Educação Matemática. Algumas pesquisas usaram uma teoria, enquanto outras recorreram à combinação de mais de uma.

Quadro 4 – Algumas das teorias das pesquisas selecionadas para o estudo

Título das pesquisas	Teoria(s) utilizada(s)
A Introdução do raciocínio funcional no 5.º Ano do Ensino Fundamental: uma proposta de intervenção (2016)	Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud
Contribuições dos jogos para ensinar Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: perspectivas histórica e atual (2017)	Teoria das Situações Didáticas (TSD), de Guy Brousseau
O pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: a percepção de regularidades e o pensamento relacional (2017)	Perspectiva Histórico-cultural, de Lev Vygotsky
Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no Ensino Fundamental (2017)	Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval.
O ensino de Álgebra e a crença de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico (2018)	Teoria Social Cognitiva (TSC), de Albert Bandura, e Teoria da Autoeficácia
Contribuições de um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais no desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo algébrico (2019)	Conhecimento Pedagógico, Tecnológico e de Conteúdos dos professores (TPACK – Technological Pedagogical Content Knowledge)
Um estudo sobre as relações entre o desenvolvimento do pensamento algébrico, as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado de professores pre-service e in-service (2019)	Teoria Social Cognitiva ¹² (TSC), de Albert Bandura no que se refere a Crenças de Autoeficácia e Teoria de Henri Wallon sobre a afetividade
As mudanças geradas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em uma coleção de livros didáticos para o ciclo de alfabetização na abordagem do pensamento algébrico (2020)	Teoria Antropológica do Didático (TAD), de Yves Chevallard
Introdução à Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação (2020)	Teoria da Objetivação, de Luis Radford

Fonte: Elaborado para a pesquisa (2021).

¹²Segundo Trídico (2019, p.12) “Mishra e Koehler (2006) investigaram sobre a intersecção complexa – e necessária – dos conhecimentos pedagógicos, tecnológicos e de conteúdo dos professores, com foco no desenvolvimento profissional dos docentes, buscando estruturar uma teoria relacionada à tecnologia educacional”. Assim, propuseram o modelo Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK).

Ressaltamos que, no Quadro 4, foram contempladas apenas as pesquisas que fizeram uma declaração explícita sobre as teorias utilizadas na sua elaboração, ou seja, apresentaram uma robusta demarcação teórica; as faltantes tiveram como aporte teórico outras pesquisas ou uma revisão de literatura feita. Ainda que o quadro apresente só nove das quinze publicações selecionadas para a elaboração do “Estado do Conhecimento”, fica evidente a ampla gama de referenciais que pode auxiliar os pesquisadores numa tratativa do tema; outrossim, cada uma dessas teorias – ou combinações – possibilita se aproximar, investigar, entender e inferir aspectos distintos sobre o ensino e a aprendizagem da Álgebra nos anos iniciais.

Além das sínteses apresentadas nos Quadros 3 e 4, percebemos outros pontos que merecem destaque, como o fato de algumas pesquisas terem feito menções à BNCC. Na versão atualizada deste documento normativo, a Álgebra recebeu uma ênfase especial, sendo uma das cinco Unidades Temáticas propostas para a Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, o que pode ter ampliado o interesse de alguns pesquisadores nessa temática. Destacamos, também, trabalhos que realizaram análises de livros didáticos, a fim de observar como estão sendo abordados, nesses, os conteúdos referentes à Álgebra, assim como estudos comparando as propostas dos livros didáticos antes e após a homologação da BNCC. Além disso, também encontramos estudos realizando comparativos entre documentos. Todos esses casos sugerem que alguns pesquisadores têm interesse em estudar o “movimento” da Álgebra nos currículos escolares e como ela tem se apresentado aos alunos nos materiais didáticos.

Outro aspecto importante que foi notabilizado é que as pesquisas sinalizam que todos os conhecimentos e habilidades referentes à Álgebra são alargados e mobilizados a partir das estratégias de ensino e aprendizagem que seus autores resolveram aplicar/investigar. Dito isso, com relação à temática “Álgebra”, de modo geral, o “Estado do Conhecimento” nos ajudou a perceber que, tanto na sala de aula, com alunos dos anos iniciais, quanto com professores em formação (inicial ou continuada), diversos procedimentos didáticos podem ser utilizados, visando melhorar a qualidade do ensino. Procedimentos didáticos, por norma, vêm associados a concepções teóricas que auxiliam no tratamento do tema, portanto é indispensável que os professores e/ou pesquisadores conheçam as discussões aqui expostas para poderem escolher modos de ensinar Álgebra adequados às suas realidades escolares.

Encontramos um número expressivo de pesquisas realizando intervenções em sala de aula. As intervenções alusivas ao ensino e aprendizagem de Álgebra, em sua maioria, contaram com a junção de outras estratégias para facilitar a melhor compreensão do tema; algumas se utilizaram de questionário para a verificação das aprendizagens.

Entretanto, atentamos para o fato de não termos encontrado estudos que utilizam a literatura infantil como estratégia de aprendizagem de Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Esta aparente inexistência demonstra uma fragilidade que pode ser contornada a partir da proposta apresentada nessa dissertação. Ao pensarmos em estabelecer interlocuções entre a Matemática e a literatura, estamos apostando em algo que vai além de apenas o ensino e aprendizagem da Álgebra nos anos iniciais, pois como afirmam Cunha e Montoito (2020, p. 171),

é possível perceber que a conexão entre literatura e matemática pode, além de gerar aprendizagens mais fecundas, mobilizar o aluno para o conhecimento, despertar neste a imaginação e o prazer em aprender, incentivando-o a comunicar, dialogar e debater suas descobertas, levá-lo a fazer uso social e real, tanto da língua materna, quanto da linguagem matemática.

A proposta do nosso estudo se faz pertinente pela intenção de uma opção diferenciada para o ensino e aprendizagem de Matemática nos anos iniciais, a qual dê à literatura infantil mais destaque, aproximando o “reino da fantasia” do conteúdo matemático.

Para começarmos a pensar as interlocuções que embasam nossa proposta de pesquisa, no próximo capítulo iremos abordar de maneira mais detalhada assuntos atinentes à Álgebra, nos documentos oficiais e nas características do pensamento algébrico, e, no seguinte, sobre a potencialidade pedagógica da literatura para o ensino de conteúdos escolares.

2 A Álgebra nos documentos nacionais e a partir da visão de alguns autores

Em nosso “Estado do Conhecimento”, buscamos quais estratégias têm sido utilizadas no ensino e aprendizagem de Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. As publicações selecionadas para análise (dissertações e teses) foram limitadas no período entre 2016 e 2020. Elaboramos uma síntese das estratégias utilizadas para o ensino e aprendizagem de tópicos atinentes à Álgebra e, como resultado, apresentamos o Quadro 3, no qual foram elencadas seis categorias com as principais estratégias de ensino e aprendizagem de Álgebra mapeadas nas pesquisas lidas, agrupadas por seus elementos apresentarem características semelhantes. Também apresentamos o Quadro 4, em que sintetizamos as teorias utilizadas e que foram explicitamente declaradas nos estudos selecionados.

Percebemos que não foram encontrados estudos que conectam a literatura com a Álgebra. Nesse sentido, para elaborar uma literatura que pudesse ser utilizada no ensino e aprendizagem de Álgebra nos anos iniciais, foi necessário buscar, em alguns documentos oficiais, o que se entende por Álgebra, os aspectos centrais do raciocínio algébrico e as características desse pensamento matemático na visão de alguns autores, temas que compõem esse capítulo e o referencial teórico desta pesquisa.

Existem diferentes concepções no campo da Educação Matemática acerca do que é pensar algebricamente, muito embora haja um certo consenso entre alguns autores com relação à generalização. Mas, afinal, o que é generalizar? Na busca de atender ao propósito de uma definição no campo matemático, encontramos, no Dicionário de Filosofia, a palavra *generalização* como sendo “Ampliar um domínio com a introdução de novos símbolos, de tal modo que as leis válidas no domínio originário continuem valendo no domínio mais amplo, é um dos aspectos do característico procedimento matemático de Generalização” (ABBAGNANO, 2007, p. 478). Pensando especificamente na Matemática, entendemos que, por vezes, o processo de generalização pode ser utilizado a partir de abstrações e percepções do indivíduo que, de acordo com características similares de objetos ou de atividades

matemáticas, recorre aos conhecimentos prévios para realização de uma nova atividade.

A partir das considerações expostas e com o intuito de facilitar a abordagem dos temas tratados nesta parte da pesquisa, o capítulo foi dividido em duas partes:

Na primeira, *Um estudo da Álgebra: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) e Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*, discorreremos sobre a Álgebra nos documentos oficiais. Para isso, inserimos, em nosso diálogo, esses três documentos de referência no âmbito nacional, os quais sinalizam algumas alterações importantes. Após este percurso temporal, para atendermos à intenção da nossa pesquisa e sua proposta didático-pedagógica – lembrando: a produção de uma narrativa literária-matemática para auxiliar no ensino e aprendizagem de Álgebra nos anos iniciais que instrumentalize o professor para ensinar a Álgebra intermediada pela literatura –, apresentaremos apenas os objetos de conhecimentos e habilidades que foram inseridos na narrativa literária-matemática construída e são preconizados na BNCC dos anos iniciais do Ensino Fundamental referentes à Unidade Temática Álgebra.

Na segunda parte, *O pensamento algébrico na visão de alguns autores*, recorreremos ao conceito de Álgebra para diferentes teóricos e estudiosos do assunto. Nessa, apresentamos os aspectos centrais do raciocínio algébrico segundo Kaput (2008) e as características desse pensamento matemático na visão de Blanton e Kaput (2005), Lins e Gimenez (2001), Van de Walle (2009), dentre outros autores que abordam esse tema, que é parte importante do nosso estudo.

2.1 Um estudo da Álgebra: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC); e Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

Em 1997 foram lançados os *Parâmetros Curriculares Nacionais* (PCNs). O documento trazia referências para a proposta curricular a ser desenvolvida e, simultaneamente, reforçava a importância da formulação de um projeto educacional na escola, ambicionando a melhoria da qualidade educativa com a participação da equipe de educadores. O propósito dos PCNs era o de apontar metas de qualidade que auxiliassem o aluno no enfrentamento do mundo atual como cidadão que dele

participa, para que esse fosse autônomo e tivesse conhecimento de seus direitos e deveres. O documento configurava uma proposta flexível, ou seja, não consistia em um modelo curricular impositivo, havia abertura para decisões regionais e locais, de transformação da realidade educacional, sobre os currículos e programas empreendidos pelas autoridades governamentais, escolas e professores.

A estruturação por ciclos foi adotada pelos PCNs e, segundo o documento, “Ao se considerar que dois ou três anos de escolaridade pertencem a um único ciclo de ensino e aprendizagem” (BRASIL, 1997, p.44), práticas educativas e objetivos podiam ser definidos para que os alunos avançassem na concretização das metas do ciclo em questão.

O direito de aprender, garantido pelo Estado, era enfatizado nos PCNs:

Mesmo de locais com pouca infra-estrutura e condições socioeconômicas desfavoráveis, [o estudante] deve ter acesso ao conjunto de conhecimentos socialmente elaborados e reconhecidos como necessários para o exercício da cidadania para deles poder usufruir (BRASIL, 1997, p.28).

Nos PCNs, os conteúdos foram apresentados de maneira que pudessem ser adaptados às diferentes realidades e contextos sociais e, também, aprofundados conforme as particularidades dos municípios e Estados. No que concerne à Matemática, mais especificamente à Álgebra, indicou que nas séries iniciais poderia ser desenvolvido o que foi designado como pré-Álgebra.

No documento, no bloco intitulado Números e Operações, é evidenciado que,

embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-Álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (como modelizar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação (BRASIL, 1997, p. 39).

Entendemos que, ao realizar menção ao termo *pré-Álgebra*, é sinalizado de maneira embrionária o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais. Encontramos evidências disso em algumas partes do documento como, por exemplo, um dos objetivos de Matemática para o primeiro ciclo, que era levar o aluno a “Desenvolver procedimentos de cálculo – mental, escrito, exato, aproximado – pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados” (BRASIL, 1997, p.47); e nos objetivos de

Matemática para o segundo ciclo, a saber, “Ampliar os procedimentos de cálculo – mental, escrito, exato, aproximado – pelo conhecimento de regularidades dos fatos fundamentais, de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados” (BRASIL,1997,p.56). Percebemos que o objetivo de Matemática destacado praticamente se repete do primeiro para o segundo ciclo – apenas acontece uma leve troca da palavra *desenvolver* para a palavra *ampliar* –, porém evidenciamos o caráter progressivo da apropriação desse conhecimento. No que tange a nossa busca, encontramos em muitas passagens desse documento o que podemos apontar como indicativos que tencionam para o ensino da Álgebra nos anos iniciais, em aspectos “embrionários”, porém o documento não apresenta de maneira explícita essa finalidade.

Outro documento oficial consultado para esta parte do estudo é o *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa* (PNAIC) (BRASIL, 2014). O PNAIC assumiu um compromisso formal e propôs garantir o direito de alfabetização plena até o final do ciclo de alfabetização, ou seja, até o 3º ano do Ensino Fundamental, era constituído de um conjunto integrado de ações, materiais e referências curriculares e pedagógicas a serem disponibilizados pelo MEC, visando à formação continuada de professores alfabetizadores.

O curso de alfabetização matemática era composto por oito unidades e, por conseguinte, 8 cadernos: Organização do Trabalho Pedagógico; Quantificação, Registros e Agrupamentos; Construção do Sistema de Numeração Decimal; Operações na Resolução de Problemas; Geometria; Grandezas e Medidas; Educação Estatística; Saberes Matemáticos e Outros Campos do Saber. Os cadernos orientavam os professores alfabetizadores¹³ e auxiliavam as discussões referentes às formações presenciais continuadas dos professores na perspectiva do letramento matemático.

No caderno de apresentação é enfatizado que “a pessoa alfabetizada é aquela capaz de ler e escrever em diferentes situações sociais, de tal forma que isso lhe permita inserir-se e participar ativamente de um mundo letrado, enfrentando os desafios e demandas sociais” (BRASIL,2014, p.10). O PNAIC evidenciava o papel central do professor alfabetizador no processo de alfabetização matemática.

¹³ No PNAIC é evidenciado que “o professor alfabetizador deve ser tratado como um profissional em constante formação, não só na área de linguagem, mas em todas que façam parte do ciclo de alfabetização” (BRASIL, 2014, p.10).

Um dado relevante para nosso estudo, que vem ao encontro da nossa proposta de ensino de Álgebra interconectada com a literatura, é o de que os encontros em grupo se iniciavam pela leitura e “por vezes a leitura era seguida pela discussão de como a literatura Infantil e a Matemática podem dialogar” (BRASIL,2014, p.15). O PNAIC estruturava-se em vários eixos: Números e Operações; Pensamento Algébrico; Espaço e Forma/Geometria; Grandezas e Medidas; Tratamento da Informação/Estatística e Probabilidade. Os eixos estruturantes por fins organizacionais eram apresentados em separado, no entanto, deviam ser trabalhados de maneira integrada para que oportunizassem experiências “com as práticas de representar, pois são constituídos por conceitos, propriedades, estruturas e relações” (BRASIL,2014, p.43). Cada eixo apresentava um quadro com orientações de progressão das aprendizagens. Em Matemática, foi adotada a perspectiva de ensino em espiral, para que fossem retomados e aprofundados os temas e, ao longo da escolaridade, esses continuassem sendo ampliados.

No que se refere ao eixo estruturante do pensamento algébrico, o objetivo geral era compreender padrões e relações, a partir de diferentes contextos, possibilitando à criança,

- estabelecer critérios para agrupar, classificar e ordenar objetos, considerando diferentes atributos;
- reconhecer padrões de uma sequência para identificação dos próximos elementos, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples;
- produzir padrões em faixas decorativas, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples (BRASIL,2014, p.50-51).

Beck (2018) aponta que o PNAIC foi a primeira iniciativa de formação pedagógica em larga escala no país que abordou o pensamento algébrico como um dos assuntos a serem tratados nos anos iniciais, aproximando assuntos atinentes a essa temática com os profissionais que atuam nesse contexto. Acreditamos que, ao preconizar o pensamento algébrico como um dos eixos estruturantes do PNAIC, ocorreu um prenúncio da inserção do ensino de Álgebra desde os anos iniciais no currículo brasileiro, haja vista que, alguns anos depois do PNAIC, o Ministério da Educação homologou o documento da *Base Nacional Comum Curricular*¹⁴ (BNCC).

¹⁴Apesar das recorrentes e conhecidas críticas à BNCC, que não serão abordadas neste trabalho, entendemos que é preciso pensar estratégias para que o professor se aproprie desse que é o documento vigente das aprendizagens em âmbito nacional.

Nesse, na parte voltada à etapa Ensino Fundamental, podemos perceber que a Álgebra alcançou maior destaque, pois aparece com uma Unidade Temática própria.

A proposta para que a Álgebra seja trabalhada desde os anos iniciais é bastante recente, pois, outrora a Álgebra era introduzida a partir dos anos finais do Ensino Fundamental. Lins e Gimenez (2001) sugerem ser “preciso começar mais cedo o trabalho com a Álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra” (LINS; GIMENEZ, 2001, p. 10). Esta afirmação nos leva a refletir que, assim como a criança necessita passar por etapas como se arrastar, engatinhar, caminhar para depois aprender a correr, a Matemática também necessita ser construída em etapas.

A Base Nacional Comum Curricular é um documento normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais. Portanto, indica que os currículos de todas as instituições de ensino em rede nacional, independentemente de a instituição de ensino ser pública ou privada, devem ser construídos e guiados por esse documento, tendo em vista sua obrigatoriedade e previsão legal.

Na BNCC, o Ensino Fundamental está organizado em cinco áreas do conhecimento: Linguagens; Matemática; Ciências da Natureza; Ciências Humanas e Ensino Religioso. Cada uma dessas áreas propõe competências específicas que devem ser desenvolvidas no decorrer dos nove anos do Ensino Fundamental. As competências específicas se articulam entre as áreas e, para garantir seu desenvolvimento, cada componente curricular apresenta um conjunto de habilidades que estão relacionadas a distintos objetos de conhecimento (conteúdos) e são organizados em Unidades Temáticas.

As Unidades Temáticas na BNCC são definidas como um arranjo dos objetos do conhecimento conveniente às peculiaridades dos componentes curriculares. Portanto, cada Unidade Temática contempla maior ou menor quantidade de objetos de conhecimento, e cada objeto de conhecimento se relaciona a um número versátil de habilidades.

Na BNCC, na área da Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, as Unidades Temáticas consideram que as noções matemáticas devem ser trabalhadas de maneira progressiva e seus conceitos aprofundados anualmente. Segundo o documento, compreender o papel que determinada habilidade representa no conjunto “demanda a compreensão de como ela se conecta com habilidades dos

anos anteriores, levando à identificação das aprendizagens já consolidadas” (BRASIL, 2018, p.276).

As habilidades trazem as aprendizagens que são essenciais e que devem ser asseguradas aos alunos em contextos escolares diversos. Elas são identificadas por um código alfanumérico que, para o Ensino Fundamental, aparece organizado como exemplo da Figura 1:

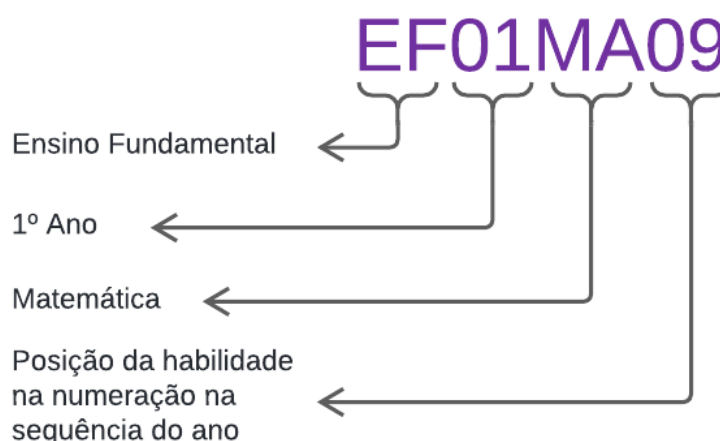


Figura 1 –Habilidade de Álgebra para o 1.º ano

Fonte: Adaptado da BNCC (BRASIL, 2018, 278-279).

A habilidade exemplificada refere-se à Unidade Temática Álgebra para o 1.º ano do Ensino Fundamental, a saber: *Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida*. O código alfanumérico pode ser descrito seguinte modo: o primeiro par de letras indica a etapa do ensino, o primeiro par de números indica o ano (ou anos) em que a habilidade deve ser desenvolvida, o segundo par de letras indica o componente curricular e o último par de números indica a posição da habilidade na numeração sequencial do ano e/ou do bloco dos anos.

O documento basilar das aprendizagens que todo aluno precisa desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica evidencia a necessidade do conhecimento matemático, “seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais” (BRASIL, 2018, p.265). Dessa forma, a Matemática não é limitada em somente quantificar fenômenos determinísticos porque estuda também a incerteza de alguns fenômenos aleatórios.

A BNCC (2018) frisa que, no Ensino Fundamental, por meio da articulação de seus diversos campos - Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade -, a Matemática ensinada “precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas reais a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas” (BRASIL, 2019, p.265). Assim, pretende-se que os alunos desenvolvam a capacidade de identificar a utilização da Matemática para a resolução de problemas e apliquem conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las de acordo com contextos das situações.

Neste sentido, o Ensino Fundamental deve ter o compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, o qual é

definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (BRASIL, 2018, p. 266).

Entendemos que o letramento busca oportunizar a compreensão do papel da Matemática na contemporaneidade, bem como a percepção da atuação deste conhecimento em atividades cotidianas não só da Matemática, mas também em outras áreas do conhecimento.

Outro aspecto relevante nesse documento é a proposta de desenvolvimento de competências específicas na área da Matemática do Ensino Fundamental. Atualmente, a BNCC propõe cinco Unidades Temáticas: Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística. Estas Unidades Temáticas se correlacionam e orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas no decorrer do Ensino Fundamental.

Evidenciamos que a Álgebra recebeu uma ênfase especial na BNCC, ganhando uma Unidade Temática que lhe dá destaque, algo que acaba diferenciando a BNCC dos outros documentos estudados e comentados anteriormente.

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento

algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados (BRASIL, 2018, p.270).

Na Álgebra dos anos iniciais, não se preconiza a utilização de símbolos/letras para ser expressa a regularidade, mesmo que de forma simples. Entretanto, segundo a BNCC, “é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a Álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – anos iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade” (BRASIL, 2018, p.270).

Destacamos, no Quadro a seguir, a organização da Unidade Temática Álgebra no 1.º, 2.º, 3.º e 4.º anos de escolarização, bem como os objetos de conhecimentos e habilidades na área da Matemática de cada uma dessas etapas de ensino. É importante ressaltar que o quadro não representa a totalidade¹⁵ dessa Unidade Temática tal qual a BNCC a propõe: optamos por apresentar somente os objetos de conhecimento e habilidades que foram abordados na narrativa literária-matemática que integra a composição desta dissertação.

Quadro 5 –Compilação da Unidade Temática Álgebra nos anos iniciais

UNIDADE TEMÁTICA ÁLGEBRA – ENSINO FUNDAMENTAL	OBJETOS DE CONHECIMENTOS	HABILIDADES
1.º ANO	- Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências;	(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
2.º ANO	- Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.	(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.
3.º ANO	- Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas.	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais,

¹⁵ Considerando que a BNCC trabalha na perspectiva de uma retomada de conteúdos que, de modo geral, são aprofundados no ano escolar posterior, entendemos que os objetos de conhecimento e habilidades da Unidade Temática Álgebra do 5.º ano poderiam destoar das atividades construídas, motivo pelo qual optamos por não os abordar na construção da literatura.

		resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
4.º ANO	- Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural.	(EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.

Fonte: Adaptado da BNCC (BRASIL, 2018, 278-291).

Por meio de nossas observações, evidenciamos alguns aspectos inerentes da Unidade Temática Álgebra nos anos iniciais. Dessa forma, percebemos que os objetos de conhecimento e habilidades descritos para o ensino de Álgebra nos anos iniciais da BNCC apresentam, quase que em sua totalidade, noções de sequências, ordenação, organização, seleção e reconhecimento de padrões e/ou regularidades – é por esta razão que, na elaboração da narrativa literária-matemática *O enigma do bichano*, o leitor perceberá atividades relacionadas a esses tópicos.

Ao discorrer sobre a Álgebra no currículo brasileiro e consoante à nossa base de estudos, percebemos que, tradicionalmente, o ensino de Álgebra se fez presente a partir dos anos finais do Ensino Fundamental.

Santos (2016) aponta que,

do ponto de vista da educação algébrica durante os séculos XIX e XX além do Brasil, em outros países também predominava a doutrina de que os procedimentos utilizados para obtenção de expressões algébricas análogas eram suficientes para que os alunos da época adquirissem a habilidade para solucionar os problemas que eram abordados segundo um conjunto de regras, finalizando com o uso de equações (SANTOS, 2016, p.45).

No que refere aos desafios do ensino de Álgebra no Brasil, Santos (2016) salienta que, “do ponto de vista das metodologias adotadas por professores e alunos na resolução de problemas em dias atuais, é possível perceber uma discrepância no que diz respeito aos objetivos a serem alcançados” (SANTOS, 2016, p.49). O autor destaca que, via fórmulas e regras, os professores buscam que os alunos aprendam Álgebra. No entanto, os alunos a consideram algo muito difícil. Vale ressaltar que, no tocante ao ensino e à aprendizagem da Álgebra nos anos iniciais, o nosso estudo se preocupa justamente com esse ponto, visto que, através da literatura (que pode ser considerada uma atividade que envolve a ludicidade e impulsiona a imaginação), intenciona apresentar a Álgebra nos anos iniciais de uma maneira mais leve, e que pode ser contextualizada em atividades do dia a dia.

Para a construção da narrativa literária-matemática, articulamos os objetos do conhecimento e habilidades apresentadas no Quadro 5. A narrativa literária-matemática intitulada *O enigma do bichano*, que foi produzida para esse estudo, é voltada para alunos do 1.º ao 4.º ano do Ensino Fundamental. No entanto, não é limitada somente a esses anos de escolarização, uma vez que cada criança possui capacidades e peculiaridades particulares.

Ao visualizar o Quadro, é perceptível que a nossa escolha ocorreu por esses objetos de conhecimento e habilidades trabalharem com regularidades. A escolha de um objeto do conhecimento e habilidade do 1.º, 2.º, 3.º e 4.º anos ocorreu para que a história não fosse reduzida a apenas a um ano de escolaridade, e para que acontecesse uma movimentação na narrativa literária-matemática que desse notoriedade às noções de regularidades. Dito de outro modo, favorecer, na elaboração da narrativa literária-matemática, esses objetos de conhecimento e habilidades foi uma *opção pedagógica*, já que seria bem possível se criar outras histórias – ou outras cenas para essa mesma – que contemplassem outros objetos do conhecimento e outras habilidades.

A narrativa literária-matemática foi construída objetivando auxiliar no ensino e aprendizagem de Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, utilizando, como objeto potencialmente pedagógico, a literatura infantil. Nesse sentido, as personagens da nossa obra literária experimentam “situações” que instigam o desenvolvimento do pensamento algébrico, ainda que, por vezes, tais situações não apareçam de forma numericamente explícita. Assim, ao buscar superar algum obstáculo que causa entrave para a próxima etapa ou futura conclusão no decorrer dos acontecimentos, as personagens empregam elementos constituintes do pensamento algébrico.

2.2 O pensamento algébrico na visão de alguns autores

A Álgebra constitui um importante campo da Matemática e a origem do termo “Álgebra” está ligada ao “trabalho de *Al-Khwarizmi* (790-840), para designar a operação de transposição de termos, essencial na resolução de uma equação” (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p.5). Beck (2018), em seu estudo, aponta que “os

métodos de Al-Khwarizmi para resolver equações acabaram se tornando uma área da Matemática, a qual chegou até nossos dias, passando por várias transformações” (BECK,2018,p.14). Entendemos que a Álgebra como atividade matemática foi constituída conjuntamente por vários matemáticos que, ao longo da história, contribuíram para o seu desenvolvimento; entretanto, esses tópicos não serão abordados em nossa pesquisa.

Antes de começarmos a realizar reflexões sobre o tema, vamos realizar algumas demarcações: em nosso estudo, quando tratamos de Álgebra, referimo-nos em consonância à BNCC, ou seja, à Álgebra como Unidade Temática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Baseado em nossas fontes de estudos, podemos evidenciar que o pensamento algébrico pode ser considerado um aspecto vital para a compreensão da Álgebra, motivo pelo qual é necessário ser provocado com atividades desenvolvidas em sala de aula; esse tipo de pensamento matemático pode e deve ser estimulado por meio de momentos pedagógicos que oportunizem esse desenvolvimento.

Ponte, Branco e Matos (2009) apontam o americano James Kaput como um dos autores que escreveu sobre a ideia da Álgebra nos anos iniciais. James Kaput e Maria Blanton, autores que serão referenciados nessa parte da pesquisa, desenvolveram um projeto visando introduzir o raciocínio algébrico nas salas de aula sendo considerados pioneiros nessa perspectiva de ensino.

Para Trajano (1932, p. 5), a Álgebra é “a parte da Matemática que resolve os problemas, e demonstra os teoremas quando as quantidades são representadas por letras”. No entanto, para Lins e Gimenez (2001, p. 137), a “Álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente igualdade e desigualdade”. Deste modo, esses autores acreditam que a atividade algébrica consiste no processo de produção de significados para a Álgebra.

Assim, os autores, estabelecem três características fundamentais para o pensamento algébrico,

- 1) produzir significados em relação a números e operações aritméticas (chamamos a isso de aritmetismo);
- 2) considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não modelando números em outros objetos, por exemplo, objetos “físicos” ou geométricos (chamamos a isso internalismo); e,
- 3) operar sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos (chamamos a isso analiticidade) (LINS; GIMENEZ,2001, p.151).

Blanton e Kaput (2005) percebem o raciocínio algébrico como um procedimento no qual são generalizadas, pelos alunos, ideias matemáticas a partir de um conjunto de instâncias particulares; estas generalizações são estabelecidas por argumentos e expressas cada vez mais formalizadas e adequadas à idade (KAPUT, 1995; 1999). Para Blanton e Kaput (2005), o raciocínio algébrico pode adotar várias aparências, incluindo:

(a) o uso da aritmética como um domínio para expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada); (b) generalizar padrões numéricos para descrever relações funcionais (pensamento funcional); (c) modelagem como um domínio para expressar e formalizar generalizações; e (d) generalizar sobre sistemas matemáticos abstraídos de cálculos e relações (BLANTON; KAPUT, 2005, p.413, tradução nossa).

Esses autores apontam que, “destas quatro formas, a aritmética generalizada e o pensamento funcional são as formas mais comuns de raciocínio algébrico nas séries elementares” (BLANTON; KAPUT, 2005, p.414, tradução nossa). Ainda, eles observaram um crescimento de pesquisas que buscam a compreensão de como docentes e discentes pensam algebricamente, como também a identificação das práticas escolares que fomentam esse tipo de pensamento.

Para Kaput (2008, p.9, tradução nossa), “o cerne do raciocínio algébrico é composto de processos complexos de simbolização que servem à generalização intencional e ao raciocínio com generalizações”. O autor dividiu o raciocínio algébrico em dois aspectos centrais: (A) Álgebra como sistematicamente simbolizando generalizações de regularidades e restrições; (B) Álgebra como raciocínio sintaticamente guiado e ações em generalizações expressas em sistemas convencionais de símbolos. Kaput (2008) reforça que existem opiniões diferenciadas acerca dos papéis desses dois aspectos centrais no aprendizado inicial da Álgebra, de modo que matemáticos e educadores matemáticos divergem sobre qual é o aspecto mais central no que se refere à definição da Álgebra.

Em seu estudo, esses dois aspectos centrais do raciocínio algébrico (A e B) são incorporados nas três vertentes evidenciadas pelo autor, a saber:

1. Álgebra como o estudo de estruturas e sistemas extraídos de cálculos e relações, incluindo aqueles que surgem na aritmética (Álgebra como aritmética generalizada) e no raciocínio quantitativo;
2. A Álgebra como estudo de funções, relações e variação conjunta;

3. A Álgebra como aplicação de um agrupamento de linguagens de modelação dentro e fora da matemática (KAPUT, 2008, p.11, tradução nossa).

Ao aparecer de alguma maneira nas três vertentes, esses aspectos centrais “fundem as duas identidades da Álgebra como um artefato cultural expresso principalmente como sistema de símbolos convencionais e como certos tipos de atividades humanas” (KAPUT, 2008, p.10, tradução nossa).

No que tange à primeira vertente – Álgebra como o estudo de estruturas e sistemas extraídos de cálculos e relações, incluindo aqueles que surgem na aritmética (Álgebra como aritmética generalizada) e no raciocínio quantitativo –, construir generalizações alicerçadas ao raciocínio aritmético e quantitativo é considerada por muitos educadores e pesquisadores como o caminho principal para a Álgebra. Assim,

inclui a generalização de operações aritméticas e suas propriedades e raciocínio sobre relações mais gerais e suas formas (por exemplo, propriedades de zero, comutatividade, relações inversas, etc.). Este é o coração da Álgebra como aritmética generalizada. Inclui construir o aspecto sintático da Álgebra a partir da estrutura da aritmética – construir a ideia básica de que se pode substituir uma expressão por uma equivalente. Envolve olhar para as expressões aritméticas de uma nova maneira, em termos de sua forma e não de seu valor quando calculado (KAPUT, 2008, p.12, tradução nossa).

Nesta vertente, também está incluído construir generalizações sobre propriedades ou fazer relações de números particulares.

No que se refere à segunda vertente – Álgebra como estudo de funções, relações e variação conjunta –, essa tem uma maneira bastante peculiar de generalização, indo “basicamente em direção à ideia de função, em que expressar a generalização pode ser pensado como uma descrição de variação sistemática de instâncias em algum domínio” (KAPUT, 2008, p.13, tradução nossa).

Conforme Kaput (2008), usualmente se aplica o aspecto sintático da Álgebra para alteração de expressões apontando regularidades, para comparar se diferentes expressões de um padrão determinando são equivalentes, ou determinar quando funções assumem valores específicos (raízes) ou se satisfazem restrições diversas (construção e resolução de equações). No entanto, a vertente não possui limites precisos, visto que ideias vinculadas à ideia de função têm muita abrangência. “Esta vertente também faz uso regular de uma ampla gama de sistemas de símbolos,

além dos sistemas baseados em cadeias de caracteres usuais, incluindo tabelas, gráficos e vários sistemas pedagógicos, como máquinas de função” (KAPUT, 2008, p.14, tradução nossa).

A terceira vertente – Álgebra como aplicação de um agrupamento de linguagens de modelação dentro e fora da Matemática – apresenta três tipos básicos de modelagem, baseados em como são empregados os dois aspectos centrais, a saber: um primeiro tipo é a modelagem, que é específico de um número ou quantidade, sem a presunção de que se está modelando uma classe geral de situações. “Normalmente assume a forma de declaração de uma restrição, geralmente na forma de uma equação, que então requer o uso do aspecto sintático da Álgebra para produzir uma solução” (KAPUT, 2008, p.14, tradução nossa).

O segundo tipo de modelagem usa “o primeiro aspecto central para generalizar e expressar padrões e regularidades em situações ou fenômenos, surgindo tanto fora da Matemática quanto dentro da Matemática” (KAPUT, 2008, p.14, tradução nossa). Para o autor, neste segundo caso o domínio da generalização é a situação modelada, e constantemente a expressão da generalização usa uma ou mais variáveis que podem então expressar uma função ou classe de funções.

No terceiro tipo de modelagem algébrica, segundo o autor, “a Álgebra entra à medida que relaxamos as restrições do problema dado para explorar sua forma mais geral, escopo e relacionamentos mais profundos – incluindo comparações com outros modelos e outras situações” (KAPUT, 2008, p.14, tradução nossa). O autor evidencia que, nesse tipo de modelagem de generalização, a introdução de variáveis que expressam a generalidade da situação costuma assumir a forma de parâmetros.

Como já foi apontado, os dois aspectos centrais do raciocínio algébrico elencados por Kaput (2008) aparecem de alguma maneira em cada uma das vertentes, estabelecendo uma conexão entre os conhecimentos. “É essa rede de conexões que permite que a Álgebra desempenhe o papel-chave na matemática do ensino fundamental e médio” (KAPUT, 1999, *apud* KAPUT, 2008, p.15, tradução nossa). Podemos compreender que o pensamento algébrico se faz presente, mesmo que por vezes intrinsecamente, em vários campos da Matemática, tornando-se imprescindível a apropriação de certos conceitos para o entendimento – e, conseqüentemente, a realização – de certas tarefas matemáticas.

Van de Walle (2009) corrobora com esta ideia ao apontar que

O pensamento algébrico ou raciocínio algébrico envolve formar generalizações a partir de experiências com números e operações, formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativo e explorar os conceitos de padrão e de função (VAN DE WALLE, 2009, p. 287).

Para esse autor, utilizamo-nos de forma constante desses tópicos, sendo que o pensamento algébrico adentra em toda Matemática. Por isso, para ele, “o foco atual do ensino de Álgebra está no tipo de pensamento e raciocínio que prepara os alunos a pensar matematicamente em todas as áreas da Matemática” (VAN DE WALLE, 2009, p. 287).

Ao enfatizarmos a importância de estimular os alunos para o desenvolvimento desse conhecimento matemático, e ao buscarmos na literatura uma abordagem que auxilie nessa estimulação, apoiamo-nos nas palavras de Vigotski¹⁶ (2001, p. 267), quando esse destaca que “a Álgebra liberta o pensamento da criança da prisão das dependências numéricas concretas e o eleva a um nível de pensamento mais generalizado”.

O autor faz um comparativo evidenciando que o domínio de uma língua estrangeira eleva tanto a linguagem materna da criança a um nível superior quanto o domínio da Álgebra eleva, ao nível superior, o do pensamento matemático. Para o autor,

o domínio da Álgebra eleva ao nível superior o pensamento matemático, permitindo entender qualquer operação matemática como caso particular de qualquer operação de Álgebra, facultando uma visão mais livre, mais abstrata e generalizada e, assim, mais profunda e rica das operações com números concretos (VIGOTSKI, 2001, p. 267).

Um aspecto relevante reforçado por Vigotski (2001) é o de que, para o infante, a Álgebra é mais dificultosa do que a aritmética. Nesse sentido, o autor denota que a apreensão da Álgebra não repete o estudo da aritmética, “mas representa um plano novo e superior de desenvolvimento do pensamento matemático abstrato, que reconstrói e projeta para o nível superior o pensamento aritmético anteriormente constituído” (VIGOTSKI, 2001, p.314). Dessa forma, percebemos a Álgebra como uma força motriz impulsionadora e importante para o desenvolvimento cognitivo.

¹⁶L. S. Vigotski foi um psicólogo cuja teoria é amplamente conhecida no campo da educação. O seu sobrenome pode ser grafado de maneiras distintas e, para o nosso estudo, o utilizaremos em consonância com o livro consultado.

Compreender o pensamento algébrico e suas características na visão de alguns autores pode ser considerado um dos enfoques medulares desse estudo, a ponto que pretendemos estimular essa forma de pensamento matemático a partir de um contexto utópico apresentado na narrativa literária-matemática *O enigma do bichano*. Conforme o exposto, dada a relevância da Álgebra enquanto campo da Matemática a ser aprendido e como formuladora de uma base para a construção de outros conhecimentos matemáticos, interessa-nos recorrer à literatura como potencializadora do ensino e aprendizagem de Matemática, assunto que passaremos a tratar no capítulo seguinte.

3 As potencialidades da literatura para o ensino e aprendizagem da Matemática

No capítulo anterior, buscamos a Álgebra em documentos oficiais e voltamos o nosso olhar para a Unidade Temática de Álgebra da BNCC; além disso, para ampliar nossos conhecimentos acerca da temática estudada, buscamos compreender o pensamento algébrico na visão de alguns autores que abordam essa temática. O estudo desses temas foi essencial para o seguimento da pesquisa, uma vez que foi preciso compreender as características dessa forma de pensamento matemático para buscar estimular o seu desenvolvimento, por meio da literatura.

Agora, para atender nossas proposições sobre a elaboração de uma narrativa literária-matemática que aborde tópicos de Álgebra e que possa ser apropriada pedagogicamente, nesta parte do estudo apresentamos a literatura infantil como prática cultural que pode ser potencializadora para o ensino e aprendizagem da Matemática. Assim, colocamos as nossas lentes imaginativas para “conceber” uma estratégia pedagógica que possa auxiliar na compreensão de alguns conceitos algébricos.

A literatura infantil se abre como um leque de possibilidades para ampliar as relações entre os diferentes saberes, inclusive os matemáticos. No entanto, nesse estudo não tencionamos que o trabalho com a literatura infantil na escola fique subjugado à exploração Matemática, ainda que apontemos a literatura como uma abordagem pedagógica que pode ser potencializadora para esse ensino. Isso porque, sabemos que diferentes estudos evidenciam, não se deve deturpar o sentido da literatura, como nos apresentam Smole, Cândido e Stancanelli (1999):

Como diz Góes, a função primeira dos livros infantis é deleitar, entreter e educar as crianças. Ou, como dizem Yunes e Pondé: “A maior função da literatura infantil é cativar o leitor pelas imagens, ao mesmo tempo em que traz o prazer da leitura” (SMOLE; CÂNDIDO; STANCANELLI, 1999, p.28).

Para desenvolver o pensamento expresso na citação acima, na primeira parte deste capítulo, intitulada *O pulo do gato*, a partir dos estudos de Montoito (2020), Cunha (2019), Campos e Montoito (2010), Maria (2009) e Farias (2006), procuramos na literatura infantil e na contação de histórias o poder que as histórias lidas ou contadas exercem na infância e, abordamos a formação de conceitos pelas crianças, segundo Vigotski (2001). Dessa forma, assim como o gato – personagem

principal da narrativa literária-matemática que elaboramos – espera o momento oportuno para seu salto, acreditamos que a literatura voltada para o público infantil pode ser o nosso “pulo do gato” à medida que possibilita estabelecer a relação entre a imaginação e a realidade, amparando o leitor na compreensão de alguns conceitos.

Na segunda parte, intitulada *Mostrando as garras: os livros paradidáticos no ensino/aprendizagem de Matemática*, utilizamos para a construção desta seção os estudos de Montoito (2007,2020), Auletta (2019), Pinto (2013), Campos e Montoito (2010), Fiorentini e Lorenzato (2007), Chacón (2003), Dalcin (2002) e Vigotski (2001). Nessa parte do estudo, “mostramos nossas garras” e apresentamos os livros paradidáticos: quando surgiram, como eles podem ser utilizados dentro e fora da sala de aula e a sua contribuição no processo de ensino e aprendizagem. Também, baseados em diferentes autores, mostramos a importância do afeto e da imaginação para o ensino e aprendizagem de Matemática. Enquanto discorremos sobre o que são e qual o objetivo desse gênero literário, reverberamos uma parte da proposta do estudo, a saber: *Elaborar uma narrativa literária-matemática que auxilie no desenvolvimento do pensamento algébrico*.

3.1 O pulo do gato

Ao iniciarmos nossa discussão sobre a literatura infantil, refletimos a forma com que as histórias fazem parte do nosso cotidiano e a quantidade de aprendizados que podem ser alavancados por uma mesma história. Em geral, a maioria das pessoas tem contato com a literatura, principalmente na infância, justamente na fase em que estão acontecendo as silenciosas “metamorfoses” desses seres pensantes que ainda não vivenciaram muitas experiências. Cunha(2019) evidencia que “basta anunciar uma história para ganhar a atenção, tanto das crianças, quanto dos adultos” (CUNHA, 2019, p.26).

Para Cunha (2019), uma maneira usual de iniciar a história é com a frase “Era uma vez...”. Conforme a autora, essa singela expressão “tem o poder de nos transportar instantaneamente ao mundo do imaginário, do faz de conta, nos remetendo ao universo literário” (CUNHA, 2019, p.25). Farias indica que “ouvir, ler e contar histórias parece ser uma predileção universal” (FARIAS, 2006, p.15). O autor ressalta que as histórias de tradição oral, ouvidas quando criança, estabelecem uma

parte da nossa educação geral. Mas afinal, por qual motivo contamos e ouvimos histórias na infância?

Ao refletir sobre esta questão, rememoramos todos aqueles livros e histórias que participaram da nossa pequenez; muitas dessas histórias parcialmente inventadas, mas que tomavam como base acontecimentos reais. Geralmente, na infância, essas histórias são contadas pelos nossos familiares ou professores, com o objetivo de nos entreter, divertir ou de criar um obstáculo para uma ação futura cujo intuito é proteger-nos ou prevenir-nos. São exemplos de histórias contadas na infância: a história do dia do nosso nascimento; um conto bem romantizado de como nossos pais se conheceram e se apaixonaram; uma história que nos cause medo ou espanto de uma casa assombrada; a do senhor idoso que pega as criancinhas que andam sozinhas para fazer sabão... e não podem faltar nessa lista aqueles clássicos da literatura infantil que têm camarote reservado em boa parte da nossa infância.

Farias (2006), ao fazer referência às histórias que ouvimos quando criança, denota que, envolto entre memórias e livros, “aprendemos através delas as primeiras noções de afetividade, ética, justiça, solidariedade, partilha, amizade e tantos outros valores fundamentais a nossa existência humana” (FARIAS, 2006, p.15). Dessa maneira, evidenciamos as histórias como uma prática cultural que pode ser utilizada como uma abordagem potencializadora para os mais diversos conhecimentos, e esses podem ser atingidos a partir do foco a que o contador e/ou autor da história alveja.

Segundo Farias (2006),

as histórias são importantes porque ensinam; educam; ampliam o conhecimento; iluminam; provocam reflexões pessoais coletivas; despertam sentimentos adormecidos; comovem; proporcionam momentos de ludicidade; alimentam a cognição, o espírito e a alma; transmitem valores; recriam a memória; ativam a imaginação; aliviam as dores do coração, auxiliando na transformação pessoal e na cura dos ferimentos psíquicos; mantêm viva a tradição e expandem a linguagem, enriquecendo o vocabulário. Elas permitem, ainda, extrapolar os limites da compreensão lógica sobre o mundo, rompendo, assim, com o nosso modelo de educação escolar (FARIAS, 2006, p. 30).

Reconhecemos a literatura como uma importante prática cultural que acompanha a humanidade ao longo dos séculos e, conforme Maria (2009), “todos nós, crianças, estudantes, professores, empresários ou donas de casa estamos permanentemente mergulhados num mar de histórias” (2009,p.33). Sobre o encantamento exercido pela literatura em crianças pequenas, a autora afirma: “Eu

sei que a literatura infantil tem o poder suficiente para encher de brilho os olhos de crianças de qualquer idade, mesmo as que ainda não sabem decodificar a escrita, desde que um bom leitor leia para elas” (MARIA,2009, p.43). Em consonância com a afirmação da autora, pensamos que, quando um adulto compartilha o ato de ler para outrem que se encontra na idade tenra, ainda que o ouvinte não esteja alfabetizado, é possível perceber o magnetismo exercido neste contexto.

Outro aspecto relevante sinalizado por Maria (2009) é o de que organizar a história em forma de narrativa traz facilidade na compreensão de seus conteúdos, bem como na memorização. Neste sentido, há uma grande possibilidade de a criança ter uma nova postura nos acontecimentos vivenciados no dia a dia, à medida que perceba e memorize fatos da narrativa e, por vezes, criar algumas aproximações, generalizando alguns desses acontecimentos com a sua realidade.

Para Cunha (2019),

a narrativa apresenta, também, um caráter lúdico, fundamental na construção de um mundo compreensível para a criança, uma vez que esta ainda tem uma percepção fragmentada desse. Ao ler ou ouvir uma história, a criança é convidada a fazer parte de um jogo dramático, proporcionado pela narrativa (CUNHA,2019, p.26).

No que se refere ao jogo dramático de caráter lúdico proporcionado nas histórias, fábulas, livros e contos infantis, evidenciamos que estes são geralmente recheados de inventividade e de faz de conta e, com certa frequência, compõem esse gênero textual personagens ilusórios. Alguns apresentados rotineiramente nessas histórias são: Bruxas; Fadas; Princesas e animais falantes. As histórias podem despertar o imaginário, como nos aponta Farias (2006, p.89):

Quando lemos ou ouvimos uma história, somos capturados por sintonias de tensão e de espanto diante do desconhecido, porque elas propiciam a oportunidade de ultrapassar as fronteiras do mundo pessoal através de uma incursão imaginária desencadeada por esse processo de acionamento cognitivo.

Moura (1995, p. 22) declara que “[...] tudo o que nos rodeia e que não é natureza é fruto da imaginação humana”. Os personagens fantásticos das histórias por vezes podem ser as alegorias que apresentam de forma lúdica o enredo, tornando-a mais atrativa, e/ou trazem mensagens em entrelinhas, que ao mesmo tempo que narram e expõem algo, aguçam a imaginação pelo que ainda pode permanecer escondido. Para Farias (2006), “sonhar e imaginar são aptidões

propriamente humanas, mas elas necessitam de alimento que favoreçam a sua emergência enquanto padrões de pensar o mundo” (FARIAS, 2006, p.13).

Por conta destes aspectos, pensamos na literatura infantil como um alimento para a imaginação e para os sonhos. Campos e Montoito (2010, p. 160) salientam que “o ambiente imaginário, os personagens fictícios, as situações que beiram o absurdo, misturadas com as informações reais presentes nas narrativas, possibilitam ao leitor fazer uso da sua intuição”. Os autores esclarecem que “a intuição está diretamente relacionada aos objetos que se deseja conhecer, para os quais o pensamento humano está direcionado e que, quanto mais for manipulada pedagogicamente, mais facilmente ancorará a construção dos conceitos” (CAMPOS; MONTOITO, 2010, p.160).

Referente à formação de conceitos pelas crianças, o livro *A construção do pensamento e da linguagem*¹⁷, de Vigotski (2001), aponta que “a maior dificuldade no campo do estudo dos conceitos foi a ausência de uma metodologia experimental elaborada que permitisse penetrar fundo no processo de formação dos conceitos e estudar a sua natureza psicológica” (VIGOTSKI, 2001, p.152). Segundo o estudo, os métodos tradicionais de estudo de conceitos dividem-se em dois grupos: o método de definição e o de abstração.

O método de definição tem a função principal de investigar os conceitos já formados pela criança por meio da definição verbal de seus conteúdos. Para Vigotski (2001), dois inconvenientes tornaram inadequado esse método para o estudo aprofundado do processo:

- 1- Trata o resultado da formação de conceitos, sem entender a dinâmica, o desenvolvimento, o fluxo, o começo e o fim do processo. “Em função disto, quando definimos os conceitos acabados, muito amiúde não operamos tanto com o pensamento da criança quanto com uma reprodução de conhecimentos prontos, de definições prontas e definições assimiladas” (VIGOTSKI, 2001, p.151-152).

¹⁷ “A construção do pensamento e da linguagem” aparece como o título da obra original, quando traduzida para língua portuguesa para sua publicação no ano de 2001. Entendemos que, de certo modo, a expressão *construção do pensamento* não contempla a teoria de Vigotski na parte que remete à formação ou desenvolvimento de conceitos, pois a tradução mais adequada do título do livro original seria “Pensamento e Linguagem” (1934), do russo Мышление и речь.

- 2- O método de definição procede quase que especificamente com a palavra, esquecendo que o conceito se vincula ao material sensorial de cuja percepção e elaboração ele surge. Neste caso, a palavra e o material sensorial são fundamentais na formação dos conceitos e a palavra, “dissociada desse material, transfere todo o processo de definição do conceito para o plano puramente verbal que não é próprio da criança” (VIGOTSKI, 2001, p.152).

Já o método de estudo da abstração busca a superação das deficiências dos métodos puramente verbais de definição, além de “estudar as funções e os processos psicológicos que fundamentam o processo de formação de conceitos com base na elaboração da experiência direta de onde nasce o conceito” (VIGOTSKI, 2001, p.152).

Para Vigotski (2001), um defeito desse método é “substituir o complexo processo sintético por um processo elementar, que é parte dele, e ignorar o papel da palavra, o papel do símbolo no processo de formação de conceitos” (VIGOTSKI, 2001 p.153).

Deste modo, os métodos tradicionais de estudos dos conceitos têm características similares, pois separam a palavra da matéria objetiva; operam com matéria objetiva sem palavras ou com palavra sem a matéria objetiva. Utilizando como base os estudos de Sákharov¹⁸, Vigotski (2001) nomeou de método funcional de dupla estimulação o método em que são estudados o desenvolvimento e as atividades das funções psicológicas superiores com apoio de duas séries de estímulos. Assim, “uma desempenha a função do objeto da atividade do sujeito experimental, a outra, a função dos signos através dos quais essa atividade de organiza” (VIGOTSKI, 2001, p.164).

Um aspecto relevante evidenciado no estudo de Vigotski (2001) é o comparativo entre os conceitos espontâneos e conceitos científicos. O primeiro conceito refere-se às aprendizagens que as crianças possuem antes de ingressar na escola e o outro conceito desenvolve-se mentalmente na criança em processo de aprendizagem escolar. Contudo, o desenvolvimento dos conceitos espontâneos e científicos é interligado e ambos os tipos se influenciam mutuamente.

Para Vigotski (2001),

¹⁸ Leonid Solomonovich Sakharov (1900-1928), foi um psicólogo soviético colaborador de Vigotski no estudo do processo de formação de conceitos.

Esse processo de desenvolvimento dos conceitos ou significados das palavras requer o desenvolvimento de toda uma série de funções como a atenção arbitrária, a memória lógica, a abstração, a comparação e a discriminação, e todos esses processos psicológicos sumamente complexos não podem ser simplesmente memorizados, simplesmente assimilados (VIGOTSKI, 2001, p.246).

O autor ainda aponta que “a experiência pedagógica nos comprova que o ensino direto de conceitos sempre se mostra impossível e pedagogicamente estéril” (VIGOTSKI, 2001, p.247). Por consequência, o professor que pretende aderir a essa prática pode conseguir por vezes apenas assimilação das palavras e não dos conceitos, captando mais da memória do que do pensamento.

Assim, de acordo com nossas percepções acerca dos estudos teóricos feitos, sinalizamos que a literatura infantil que objetiva apoderamento de algum conceito ou que seja direcionada para esse tipo de enfoque poderá ser utilizada em sala de aula.

Moura e Sousa (2005) corroboram:

Entendemos que as aulas de matemática devem ter como objetivo convidar o estudante a humanizar-se pelo conhecimento matemático. Devem permitir que haja um encontro afetivo com o conceito; no nosso caso, com o conceito algébrico (MOURA; SOUSA, 2005, p.42).

Pensamos que o encontro afetivo com o conceito evidenciado pelas autoras pode acontecer vinculado à literatura, a partir da aproximação do ilusório, isto é, da história, com os componentes da Álgebra.

Montoito (2020) apontou que o processo de interpretação se dá de maneira conectada às demais vivências e leituras de quem o faz. Desse modo, quando Vigotski (2001) pontua que é indubitável que todo conceito é uma generalização, pensamos que a literatura, principalmente a infantil, ao propiciar experiências, ainda que imaginárias, poderá alavancar a aquisição de conceitos: um verdadeiro “pulo do gato” para o ensino e a aprendizagem.

3.2 Mostrando as garras: os paradidáticos no ensino/aprendizagem de Matemática

A utilização da literatura para o ensino da Matemática não representa, até certo ponto, inovação. Com este tipo de abordagem, o autor Charles Lutwidge

Dodgson, mais conhecido pelo pseudônimo de Lewis Carroll, já no século XIX trouxe histórias repletas de conceitos matemáticos. Entretanto, ainda que esta abordagem não represente uma novidade e os livros sejam, em geral, acessíveis nos educandários e nos lares, é lastimável que a utilização da literatura para o ensino e aprendizagem de Matemática não aconteça costumeiramente, pois alguns professores ainda se encontram imbuídos na ideia de que, nas aulas de Matemática, é suficiente a introdução de conceitos matemáticos e exercícios para a fixação do conteúdo.

Monteiro (2007) aponta que Lewis Carroll foi um escritor e professor que se aproveitava das narrativas que escrevia para propor a relação entre a literatura e a Matemática com seus alunos. O autor menciona Lewis Carroll como um escritor didático que, intencionando ajudar e estimular os alunos nos exames universitários, começou a introduzir, em suas histórias, equações e silogismos bem humorados. Conforme Monteiro (2020), cada vez que tomamos uma obra de Carroll em mãos, aguçamos nosso olhar na apreensão por encontrar presenças matemáticas.

Na publicação do romance matemático¹⁹ *Alice no país das Maravilhas*, Monteiro (2007) aponta que Lewis Carroll,

utilizou um universo complexo (real e imaginário ao mesmo tempo) para expressar sua lógica matemática, inserindo, no romance, personagens, fatos e relações que contribuem para o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático do leitor (MONTEIRO, 2007, p.12)

No Brasil, conforme o estudo de Dalcin (2002), a obra de Monteiro Lobato *A aritmética da Emília*, publicada no ano de 1935, pode ser considerada a primeira obra brasileira com intencionalidade no desenvolvimento de conteúdos matemáticos. Nela, em meio a brincadeiras no pomar do Sítio do Pica-pau Amarelo, as personagens aprendem Matemática. Monteiro (2007) corrobora, evidenciando que *A aritmética da Emília* apresenta a disciplina em meio a acontecimentos que envolvem as personagens, o que, dessa maneira, motiva os leitores a continuarem a história, perpassando pelos conteúdos envolvidos.

Monteiro (2010) pontuou desigualdades entre as obras de Carroll e o livro *A aritmética da Emília*: tratando-se da obra de Lobato, a Matemática da narrativa aparece de forma explícita, pelo que se percebe nitidamente a intenção didática do

¹⁹ Pode ser considerado romance matemático as obras literárias que apresentam personagens e /ou passagens que explicita ou implicitamente podem ser interpretadas do ponto de vista matemático e têm como propósito o desenvolvimento do raciocínio matemático do leitor.

autor; nas obras de Carroll, a Matemática está implícita, “(...) deixando a compreensão e as conclusões finais disponíveis para os que aprenderam a ver o mundo matemático através da sua *lógica nonsense*” (MONTITO, 2007, p.19).

Dalcin (2002) em seu estudo aponta que, por recomendação da Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 5692/71, iniciou-se a produção dos livros paradidáticos “entre as mudanças previstas na nova legislação, estava a produção de textos literários no currículo escolar, com a recomendação particular da produção dos autores nacionais” (ÁTICA,1995, *apud* DALCIN, 2002, p. 20). Porém, sessenta anos antes do surgimento dos primeiros livros que seriam posteriormente nomeados como paradidáticos, já tinham sido lançadas as obras *A aritmética da Emília*, do autor Monteiro Lobato, e *O Homem que Calculava*, de Julio César de Mello Souza, mais conhecido como Malba Tahan. Para a autora, “Monteiro Lobato e Júlio César Mello Souza, através de suas obras, mostraram-nos que a Matemática pode ser ensinada por meio da nossa capacidade imaginativa e criativa de contar histórias” (DALCIN, 2002, p.16).

O termo paradidático surge ao final dos anos 70, e as obras intituladas de paradidáticos de Matemática foram editadas no Brasil a partir de 1986, na forma de duas coleções, respectivamente *Vivendo a Matemática* (editora Scipione) e a *Descoberta da Matemática* (editora Ática). Para Dalcin (2002, p. 167),

os paradidáticos de Matemática, surgidos a partir da década de 80 do século XX, seriam influenciados pelas diversas tendências e posturas manifestadas nas discussões acerca do processo de ensino-aprendizagem da Matemática, acabando por transformar em um canal de divulgação e de fortalecimento de algumas delas.

A autora evidencia que, na década de 90, começaram a surgir coleções de paradidáticos de Matemática para as últimas séries do Ensino Fundamental e, como as coleções anteriores, esses novos livros continuariam “a valorizar o lúdico, a participação do aluno na construção do seu conhecimento e a interação com outras linguagens e áreas conhecimento” (DALCIN, 2002, p.29). As narrativas traziam novidades nos recursos gráficos, nas abordagens e conteúdos novos, refletindo avanços na editoração e às novas tendências no ensino de Matemática que se apresentavam nas publicações específicas, discussões e nas orientações oficiais.

Auletta (2019) sinaliza que “os livros paradidáticos são considerados importantes porque podem utilizar aspectos mais lúdicos que os didáticos e, dessa

forma, serem eficientes do ponto de vista pedagógico” (AULETTA, 2019, p.22-23). Referindo-se ao ensino e à aprendizagem de Matemática, Dalcin (2002) evidencia que os paradidáticos podem ser utilizados no âmbito escolar para introduzir um tema e “como leitura complementar, de aprofundamento, como fonte de pesquisa, por interesse pessoal ou, ainda, para resolução de alguma tarefa que vise ampliar conhecimentos a respeito de conteúdo específico, etc.” (DALCIN, 2002, p.48).

No que tange ao foco dos livros paradidáticos, nas palavras de Dalcin (2002) “o objetivo do paradidático não seria apenas ensinar um determinado conteúdo matemático, mas ensiná-lo de forma lúdica e, em algumas coleções, a partir de um enfoque construtivista” (DALCIN, 2002, p.50). Auletta (2019), ao se referir à leitura dos paradidáticos, expõe: “penso na leitura dos paradidáticos como prática de letramento capaz de proporcionar experiências literárias que construam os múltiplos saberes necessários para escolha, interpretação e escrita dos mais diferentes tipos de textos” (AULETTA, 2019, p.15).

A pesquisadora Dalcin (2002) enxerga o paradidático como um importante recurso não apenas para a aprendizagem em sala de aula, mas também como um meio de divulgação de pesquisas em Educação Matemática (aperfeiçoamento docente; relatos de experiência). E, ao perceber que os autores de paradidáticos intencionam maneiras de articular a simbologia Matemática, as imagens e a palavra escrita, Dalcin (2002) considerou que os livros paradidáticos de Matemática pertencem ao gênero de discurso da Educação Matemática, ou seja, recorrem a um discurso que difere do discurso próprio do matemático.

Na distinção entre o matemático e o educador matemático, Fiorentini e Lorenzato (2009) denotam que o educador matemático, “na relação entre Educação e Matemática, tende a colocar a Matemática a serviço da educação, priorizando, portanto, essa última, mas sem estabelecer uma dicotomia entre elas” (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p.4).

Ainda segundo estes autores,

o matemático, por exemplo, tende a conceber a matemática com um fim em si mesma, e, quando requerido a atuar na formação de professores de matemática, tende a promover uma educação para a matemática, priorizando os conteúdos formais e uma prática voltada à formação de novos pesquisadores em matemática (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 3).

Concordarmos com Dalcin (2002) sobre os paradidáticos pertencerem ao discurso da Educação Matemática, tendo em vista a linha tênue entre a Matemática em si e a Educação Matemática— a qual envolve vários fatores relacionados à educação mais global. Nossa percepção relacionada a ensinar Matemática usando livros paradidáticos é a de que alguns fatores extracurriculares, como a imaginação e a ludicidade, são fomentados por essas histórias, possibilitando a ocorrência de conexões mentais que podem culminar em novas aprendizagens.

Pinto (2013) destaca o protagonismo do estudante na construção de seus conhecimentos, a partir da utilização de paradidáticos. Para ele,

o paradidático também dá autonomia ao aluno, sendo ele próprio quem define o ritmo de aprendizagem, como aprende e principalmente ganhando confiança ao entender conceitos mediante a ausência de um mediador, sendo ele e o livro os personagens dessa aprendizagem (PINTO, 2013, p.15).

Assim, em confluência com o que estudamos, o despertar da imaginação do leitor deve ser destacado, quando tratamos de livros paradidáticos que complementam e/ou que auxiliam nas aprendizagens. Campos e Montoito (2010) expõem que, na vinculação entre literatura e Matemática, a imaginação é primordial para acontecer essa relação “pois é essa capacidade humana que unirá o ambiente ficcional com os conceitos matemáticos, por meio da linguagem/língua materna” (CAMPOS; MONTOITO, 2010, p.164).

Os pesquisadores ainda evidenciam que

em muitas passagens da História da Matemática, é inegável o uso da imaginação para a tomada de decisões, investigações de teoremas e resolução de problemas. Parece-nos adequado, também por isso, favorecer ao máximo a imaginação dos alunos (CAMPOS; MONTOITO, 2010, p.165).

Os autores também revelam que, nas aulas de Matemática, “há um aspecto bastante importante que tem passado despercebido: o valor da imaginação e da afetividade na construção de ideias, conceitos e visões de mundo, portanto, de ciência” (CAMPOS; MONTOITO, 2010, p.159). Acreditamos ser incontestável a crepitação cognitiva que a literatura causa, via imaginação, no leitor e/ou ouvinte, mas aspectos afetivos também podem contribuir para ocorrerem aprendizagens em Matemática?

Chacón (2003) considera os afetos em relação à Matemática como um veículo que atua na condução ou transmissão do conhecimento matemático. Para a

autora, um excelente desenvolvimento da afetividade na aula de Matemática “requer representar modelos e situações que permitam descobrir e libertar crenças limitativas dos alunos, incorporar a experiência vital e considerar a emoção e o afeto como veículos do conhecimento matemático” (CHACÓN, 2003, p.26).

Vigotski (2001, p. 16) salienta:

Quem separou desde o início o pensamento do afeto fechou definitivamente para si mesmo o caminho para a explicação das causas do próprio pensamento, porque a análise determinista do pensamento pressupõe necessariamente a revelação dos motivos, necessidades, interesses, motivações e tendências motrizes do pensamento, que lhe orientam o movimento nesse ou naquele aspecto.

Dessa forma, a afetividade pode ser considerada um dos fatores que podem influenciar no desenvolvimento das aprendizagens. Para Vigotski, “em toda ideia existe, em forma elaborada, uma relação afetiva do homem com a realidade representada nessa ideia” (VIGOTSKI, 2001, p.16).

Em linhas gerais, percebemos que a interface entre literatura e Matemática já havia sido estabelecida por autores como Lewis Carroll, Monteiro Lobato e Malba Tahan antes mesmo da chegada dos livros que, posteriormente, seriam intitulados de paradidáticos. Isso pode significar que alguns autores já haviam percebido que a inter-relação entre Matemática e literatura poderia favorecer a germinação de conhecimentos. Entretanto, ainda que a literatura possa contribuir para ampliação de conhecimentos, é necessário atentar-nos para alguns fatores que provocam tais aprendizagens, equilibrando a dicotomia entre o ato de leitura ou de ouvir histórias para desenfado e, a apropriação de conceitos – no nosso caso matemático – por meio de narrativas de literatura infantil. Assim, de acordo com nossas leituras, poderíamos destacar a imaginação e a afetividade como fatores essenciais para a aprendizagem.

Nessa perspectiva, ao propormos uma narrativa literária-matemática que estimule o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, sugerimos que esse gênero literário é um material que pode ir além da instrumentalização do docente e chegar às salas de aula como também, pode ser utilizado pela família ou pelo próprio estudante que tenha interesse em buscar alternativas para a aprendizagem. Deste modo, apresentamos nossa narrativa literária-matemática – *O enigma do bichano* –, cuja história pode ser trabalhada a partir de um viés prologal (pré-conceito), o que permite que ela seja lida, pelo

estudante, em um momento anterior à abordagem do conceito científico, ou por um viés propositivo (pós-conceito), à medida que poderá instrumentalizar o professor, em sala de aula, na abordagem desses conceitos.

No capítulo a seguir, iremos descrever o caminho que percorremos para a elaboração desse estudo, o que conduziu à criação da referida aventura literária.

4 Caminhos da pesquisa: a elaboração de uma narrativa literária-matemática

Esta pesquisa pode ser considerada de ordem qualitativa, pois teve como objetivo compreender as características do pensamento algébrico para, a partir disso, elaborar uma narrativa literária-matemática que auxilie no ensino e aprendizagem de Álgebra nos anos iniciais. Para compreender as características do pensamento algébrico, tomamos como base estudos de autores como: Lins e Gimenez (2001) e Blanton e Kaput (2005); e, para entender como seria possível criar uma história em que a Álgebra se fizesse presente, procuramos aporte teórico nos estudos de Montoito (2011, 2020), Cunha (2019), Maria (2009), Farias (2006) e Dalcin (2002), dentre outros autores que discutem as relações cognitivas entre literatura infantil, contação de histórias e Matemática.

Descrevemos agora os procedimentos metodológicos adotados para atingirmos nossos objetivos e, assim, respondermos à questão de pesquisa: *Como alguns objetos do conhecimento e habilidades propostos na BNCC podem ser apresentados na forma de uma narrativa literária-matemática, a fim de favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais?*

No primeiro momento, a fim de inventariar as estratégias que estão sendo utilizadas para o ensino e aprendizagem de Álgebra, realizamos pesquisas em algumas bases de dados, processo esse conhecido com o “Estado do Conhecimento”. A busca foi realizada: na Biblioteca Digital Brasileira de teses e dissertações (BDTD), Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT) e o Banco de Teses da coordenação de aperfeiçoamento de Pessoal de Nível superior (CAPES) e, está apresentado no primeiro capítulo desta pesquisa.

Na sequência, realizamos a construção do referencial teórico e, para isso, foi necessário buscar a Álgebra em alguns documentos oficiais de âmbito nacional. Além disso, estudamos as características do pensamento algébrico na ótica de alguns autores. Ambos temas compõem o segundo capítulo apresentado nessa pesquisa.

Avançando na proposta de elaborarmos uma narrativa literária-matemática, buscamos referencial teórico sobre literatura infantil e suas potencialidades. Também voltamos nosso olhar para o livro paradidático, tendo sido necessário pesquisar e

compreender esse gênero literário. Ressaltamos que esta parte da pesquisa está descrita no terceiro capítulo.

Para a construção da narrativa literária-matemática, realizamos intensas leituras de livros infantis e infantojuvenis, inclusive de alguns paradidáticos da coleção *A descoberta da Matemática*²⁰. Tais leituras ajudaram-nos em diversos pontos, tais como: pensar a linguagem que seria utilizada na história, entender como se dá a divisão de capítulos, pensar diferentes modos de inserir a Matemática nas cenas vivenciadas pelas personagens, etc. Ao criarmos *O enigma do bichano*, a narrativa literária-matemática que é parte integrante desta pesquisa, buscamos desenvolver, nela, elementos matemáticos com o propósito de auxiliar no desenvolvimento do pensamento algébrico, com enfoque nos anos iniciais (alunos de 1.º ao 4.º ano de escolarização), de forma lúdica e imaginativa.

Utilizamos como instrumento bussolar alguns dos objetos do conhecimento e habilidades preconizadas na Unidade Temática de Álgebra dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Na construção da narrativa literária-matemática, consideramos o que a própria BNCC ressalta como ideias fundamentais vinculadas a esta Unidade Temática, que são:

equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações (BRASIL, 2018, p.270).

Deixamos, então, o convite para o leitor adentrar nesta história, voltada principalmente para o público infantil, mas também pensada para instrumentalizar professores dos anos iniciais na abordagem desse conteúdo.

4.1 O enigma do bichano

Agora, convidamos o estimado leitor desse estudo a aventurar-se em *O enigma do bichano*, cujo escopo principal é o de estimular o desenvolvimento do

²⁰ Aqui listamos alguns dos livros que lemos como fonte de inspiração e também para compreensão desse gênero literário: RAMOS, L. F. **Uma proporção ecológica**: razão, proporção, regra de três e porcentagem. 21. ed. São Paulo: Ática, 2002. RAMOS, L. F. **Encontros de primeiro grau**: equações de 1º grau. 10. ed. 8. imp. São Paulo: Ática, 2006. RAMOS, L. F. **O que fazer primeiro?** Expressões numéricas. 18. ed. 12. imp. São Paulo: Ática, 2010. RAMOS, L. F. **Frações sem mistérios**: frações – conceitos fundamentais e operações. 19. ed. 22. imp. São Paulo: Ática, 2018.

pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A narrativa literária-matemática, embora voltada para o público infantil, também visa instrumentalizar o professor na abordagem de alguns conceitos de Álgebra nos anos iniciais, razão por que ela é acompanhada (ver Apêndice) de um *Apoio Pedagógico*.

Assim como a maioria das histórias infantis, que ambiciona cativar essa parcela do público, essa história é recheada de fantasia, faz de conta e animais com personificação, ou seja, que falam, sonham, desejam, pensam, agem e convivem em ambientes que são familiares e característicos desta forma literária; contudo, por justamente se tratar de uma narrativa literária-matemática que anseia auxiliar nas aprendizagens, é carregada de peripécias matemáticas.

Para a criação da narrativa literária-matemática, tomamos como base de inspiração alguns clássicos da literatura infantil, dentre os quais, considerando tantas histórias que foram contadas ou foram lidas no período de nossa meninez, destacamos *Alice no país das Maravilhas* e *O mágico de Oz*: a primeira por conta das situações amalucadas e imprevistas que, tal qual acontece com Alice, se passam também em nossa história; a segunda, pela presença de um ser mágico que tem o poder de conceder desejos às nossas personagens.



Figura 2 - O enigma do bichano

Fonte: Elaborado para a pesquisa (2021).

A narrativa literária-matemática é composta por lacunas (ou imagens) pensadas para serem completadas com a resposta das questões (ou a partir da observação e identificação de padrões). As ilustrações da narrativa literária-matemática que o leitor vai conhecer foram elaboradas por Mariele Ferreira Fragoso, estudante de Psicologia da Faculdade Franciscana (UFN), quem

gentilmente cedeu sua arte e os direitos sobre ela para uso estritamente educacional (ver Apêndice B – Autorização das ilustrações).

Desejamos que o leitor seja tocado pela história, na aventura de desvendar os enigmas, e, principalmente, que consiga estabelecer relações da (e na) narrativa literária-matemática construída com o propósito de estimular o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Com o intuito de que o leitor possa se deleitar com a nossa narrativa literária-matemática, afastamo-nos momentaneamente da escrita acadêmica – porém sem desprezar a riqueza da pesquisa – e o convidamos à leitura da história *O enigma do bichano*²¹.

Quanto a Biruzeti, ressaltamos que quem vê cara não vê coração!

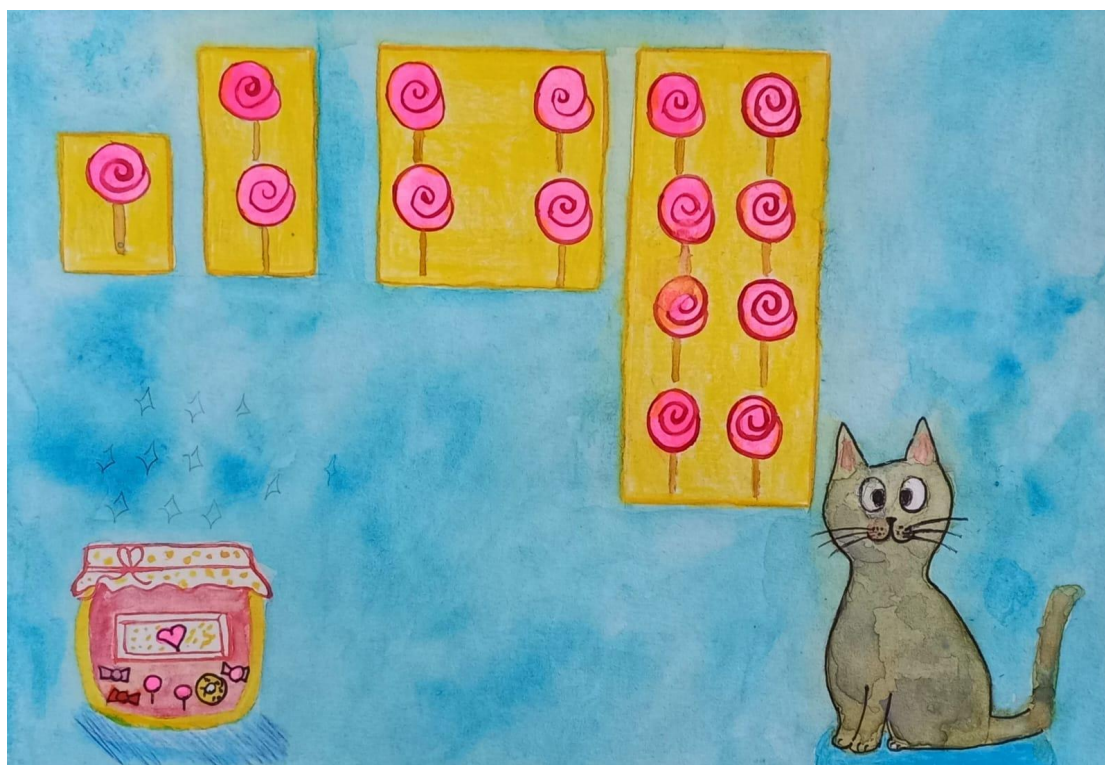
²¹A narrativa literária-matemática que foi produzida nesse estudo originou um produto técnico que tem como complemento a seção de *Apoio Pedagógico* para os professores. No entanto, aqui na dissertação, o *Apoio Pedagógico* está apresentado em forma de apêndice, no final do texto.

O enigma do bichano



Em um ferro-velho que fazia divisa entre uma linha de trem e uma floresta, morava uma família de felinos, e é nesse cemitério de carangos onde a nossa história acontece. Certo dia, Vênus, que é um filhote de felino, encontrou uma gatinha perdida que não tinha nome e a levou para o seu lar. Ela conheceu a sua família, que era composta de muitos felinos com cores e tamanhos diferentes. Ela ficou conhecida como Gata – chamada assim pelos seus novos “irmãos” porque ela não tinha um nome específico. Seus irmãos se chamavam Vênus, Sol e Jubilu.

Dona Havenna, a mamãe gata, ficou tão contente com a chegada da nova integrante que, para comemorar, organizou algumas bandejas com pirulitos, que por norma só eram consumidos aos finais de semana; porém, esse era um dia especial.



Os felinos olharam os doces e ficaram famintos; já a Gata ficou observando a maneira como eles estavam organizados. Intrigada, ficou pensativa e curiosa, percebendo que, a cada bandeja, a quantidade de aumentava. Ela se perguntou: qual será a regra dessa organização? Será que foi a mesma da primeira até a última bandeja?

A Gata conseguiu visualizar que cada uma das bandejas tinha o dobro da quantidade da bandeja anterior e, se tivesse outra bandeja, teria²² _____ pirulitos.

Após comer, a Gata lambeu as suas patinhas e seu coração se encheu de alegria tanto quanto a sua barriguinha. Ao terminar a comilança, Vênus, um de seus irmãos, apareceu com um álbum de fotografia, pois queria que a Gata conhecesse os demais componentes da família. A mamãe pegou o álbum, enquanto Vênus e os demais filhotes ficaram em volta, olhando as fotos.



Sol, a felina caçula, que era meio atrevida e gostava de colocar seus irmãos à prova, pensou que não poderia perder a oportunidade e perguntou para a nova integrante da família:

— O que é que tem em todas as fotos?

A Gata sem entender muito falou:

— Gatos.

²² A atividade visa estimular os alunos a perceberem a regularidade e o padrão, possibilitando a descoberta da próxima quantidade de pirulitos da sequência. **Habilidade:** EF03MA10.

Neste momento todos caíram na gargalhada; Jubilu, a outra irmã meio desconsertada com a situação, resolveu apresentar quem estava nas imagens e apontou, no primeiro retrato:

— Veja só: o vovô, a vovó e seus filhotes; na outra foto está a mamãe e seus irmãos; na próxima estão a mamãe e o papai no dia do seu casamento e, na quarta imagem, a mamãe com meus irmãos. Então, diga-me o que tem em todas as imagens?

A Gata pensou, pensou e disse:

— A mamãe!

Todos miaram alegremente muito alto.

— Porém, não é somente isso - completou Sol -, a mamãe está no lado²³ _____ de cada uma dessas fotos.

A Gata logo percebeu que a família tinha um hábito muito curioso, que era o de criar enigmas para tudo: um simples jantar virava um enigma; um brincar na rua – pronto! – já virava outro enigma.

Dona Havenna chamou os filhotes, pois era o dia mais esperado da semana: o “Dia da Contação de História”. Havenna começou a história narrando:



²³ A atividade visa estimular a percepção da posição de Havenna (mamãe gata) nas imagens do álbum de fotografia. **Habilidade:** EF02MA10.

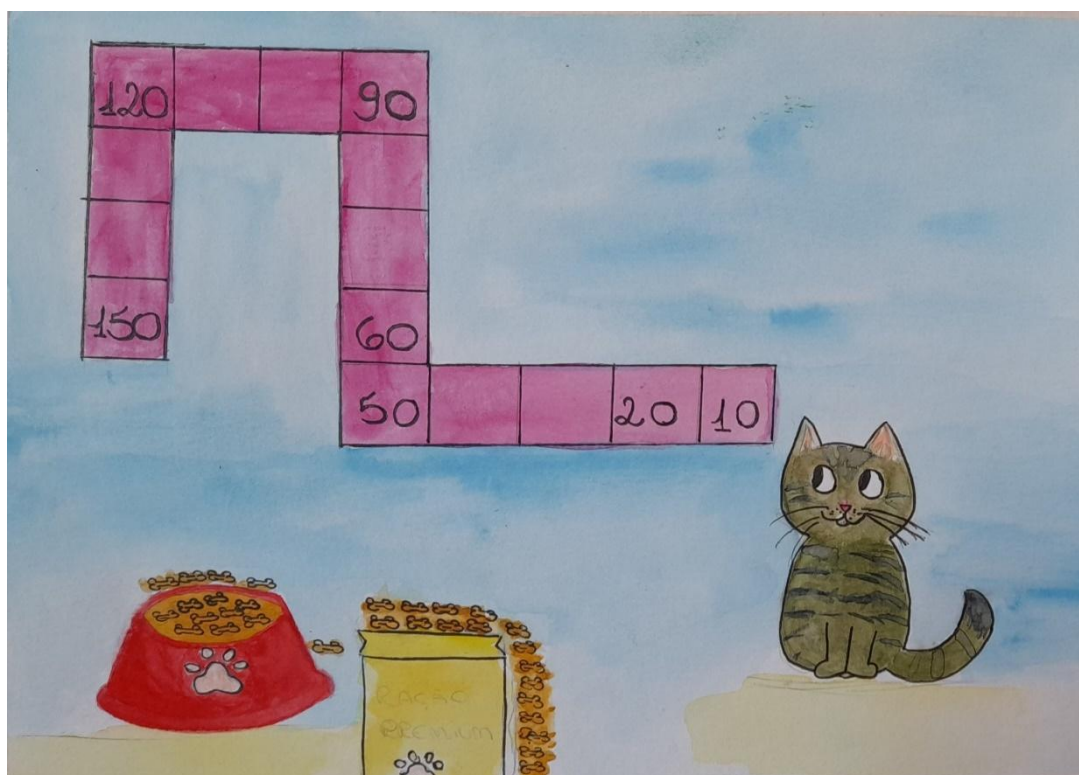
— Existe um lugar onde mora um bichano que tem poderes mágicos e que concede um pedido para quem encontrá-lo; mas, para isso, é necessário explorar lugares estranhos, conversar com criaturas desconhecidas, enfrentar animais selvagens e decifrar códigos secretos. Muitos que foram em busca do bichano nunca retornaram ou ficaram birutas.

Os felinos ficaram de olhos arregalados, ouvindo atentamente a história. Ao presenciar tamanha empolgação, a mamãe fechou o livro e falou:

— Chega de histórias por hoje.

Porém, os filhotes ficaram com aquela pulguinha atrás da orelha e a maioria deles não conseguiu dormir direito aquela noite. A Gata caiu no sono e teve um sonho muito estranho.

Ela sonhou que estava caminhando e deveria cruzar os quadros riscados no chão para chegar até um balde de ração super premium. Mas, para isso, precisava completar os números que faltavam. Em seu sonho, ela estava apressada para chegar até o pote, e pediu que Vênus a ajudasse a desvendar a sequência.



Vênus logo se deu conta que existia uma sequência lógica nos números, coisa a que a Gata não tinha prestado atenção. Por esse motivo, o felino descreveu o que ele havia percebido:

— Observe que os números estão aumentando até o balde de ração.

A Gata respondeu:

— Verdade Vênus, eles estão crescendo! A sequência começou com o número 10 e vai até o 150.

Vênus continuou sua explicação:

— Só mais uma coisa, veja que o segundo número do quadro, assim como os demais, é o número que o antecede somado ao número²⁴_____.

Quando a Gata finalmente desvendou o enigma e estava chegando perto do pote para saborear a ração, acordou. Ela ficou muito triste, pois ainda sentia o cheirinho da ração e sua boca salivava.

A brincadeira preferida dos felinos filhotes – depois de inventar desafios – era brincar com uma bolinha de meia. Certo dia, a bolinha caiu do outro lado da via que circundava o ferro-velho e os gatinhos ficaram chateados, pensando que a tinham perdido, já que a mamãe deles sempre os advertira sobre o perigo de tentarem cruzar a linha férrea. Já estavam retornando para casa quando Vênus arregalou seus olhos amarelos e falou:

— Eu tenho uma ideia!

Ele disse que iria buscar a bolinha e contou suas observações. Todos ficaram em silêncio, ouvindo-as:

— Vejam: eu notei que o que cruza por aquelas linhas não são carros, e sim trens, e eles passam de tempos em tempos. Também percebi que isso acontece a cada 10 minutos. A mamãe falou que um minuto são 60 segundos, ou seja, cada vez que a gente contar até sessenta, se passa um minuto.

— Vamos contar até 60 — falou a Gata, que imediatamente começou a contar²⁵— 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, __, 20, 21, 22, 23,

²⁴ A atividade visa estimular os alunos a identificar a regularidade da sequência de números, percebendo que são múltiplos de 10, e incentivá-los a encontrar os elementos faltantes da sequência. **Habilidade:** EF04MA11.

²⁵ A atividade visa estimular os alunos a completarem e perceberem a regularidade constante na sequência resultante da adição de mais 1, até o número chegar ao número 60. **Habilidade:** EF03MA10.

__, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, __, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, __, 42, 43, __, 45, 46, 47, 48, __, 50, 51, 52, 53, __, 55, 56, __, 58, __ e 60.

Avistaram as orelhas de Vênus e, logo em seguida, ele apareceu por completo, carregando a bolinha de meia na boca. Todos saltitaram, miaram e aplaudiram felizes. Contudo, algo estava errado, pois Vênus parecia estar triste e não conseguia disfarçar as suas lágrimas. A Gata viu o que estava acontecendo e lhe perguntou:

— O que houve? Por que está chorando desse jeito? Você conseguiu, buscou a bolinha e ainda sobrou duas contadas de sessenta para passar o trem.



Um dos felinos perguntou quanto é duas contadas até 60. A Gata resolveu dar uma explicação:

— Refere-se a $60 + 60$, que dá o total de 120. Vênus chegou e interrompeu a explicação da Gata, dizendo:

— Eu vou contar o que aconteceu, mas, por favor, não riem de mim... Quando eu fui lá buscar a bolinha, vi alguns humanos; um me olhou e sorriu, e eu comecei a

ronronar. Mas daí apareceu um gigantão, umas 10 vezes maior que eu, e vocês sabem que eu tenho só 20 centímetros de altura.

A Gata ficou pensando e, intrigada, resolveu calcular: 20 + 20 é 40, com + 20 é 60, com + 20 e 80, com + 20 é 100. Um dos felinos viu os cálculos que a Gata estava escrevendo com a patinha na areia e resolveu ajudá-la fazendo uma sequência partindo do número 20, que é a altura de Vênus²⁶: 20, 40, 60, 80, __, 120, __, 160, 180, 200.

Vênus pediu atenção da gataria para ele terminar de contar a história, e continuou:

— Esse humano me olhou, fez uns barulhos, tipo assim “chispe, chispe”, e depois gritou bem alto: “Saia daqui, gato feio! Gato preto dá azar, dá azar!” — Imitou o humano, engrossando sua voz. Depois, acrescentou, com os olhos lacrimosos. — Será que eu dou azar?

A Gata abraçou seu amigo bem forte e o consolou, dizendo:

— Vênus, você não dá azar, você dá é sorte! Imagina... você me achou quando eu estava perdida no ferro-velho e conseguiu buscar a nossa bolinha. Ebaaaaa!

²⁶ A atividade visa estimular os alunos na apropriação de sequências numéricas e na identificação da regularidade e padrão: 20, 40, 60, 80, **100**, 120, **140**, 160, 180, 200. **Habilidade:** EF04MA11.



Marrie foi visitar sua irmã Havenna. Os filhotes adoravam Tia Marrie, principalmente porque ela tinha um costume muito divertido e peculiar: sempre propunha um desafio, uma “charadinha matemática”, cujo ganhador recebia uma premiação.

Marrie já chegou anunciando que desta vez a recompensa seria sublime, e isto fez com que a gataria ficasse ainda mais empolgada para acertar a resposta.

Sol contou para a Gata que, antes de ser psicóloga, Tia Marrie era professora de matemática na escola dos Felídeos. E a Gata entendeu o motivo pelo qual Tia Marrie adorava fazer cálculos.

Tia Marrie abriu a mala e distribuiu uma folha com as questões e virou a ampulheta, que controlava o tempo. Neste momento, os felinos se concentraram para responder os desafios.

Ao findar o tempo, ela começou a correção, mas, acontece que ocorreu um empate entre três felinos que gabaritaram as questões. Sendo assim, Tia Marrie, ao anunciar os nomes de Sol, Vênus e Gata, declarou que aconteceria um novo desafio.

E assim aconteceu. Tia Marrie levou os três finalistas para uma parte do ferro-velho e falou:

— Observem a paisagem, que logo vou interrogá-los.

Os felinos dobraram o tamanho de suas pupilas buscando algum valor numérico naqueles carangos velhos.



Tia Marrie questionou Sol, que respondeu com uma voz tímida:

— Vejo muitos carros enfileirados.

Tia Marrie franziu a sobrancelha e olhou para Vênus, que falou:

— Vejo que, além de enfileirados, os carros são colocados por ordem de tamanho e eu contei...

Porém, antes de Vênus falar o número de carros, Tia Marrie o interrompeu e virou para a Gata, que estava tão ansiosa que uma gota de suor escorria por sua testa.

Na verdade, a Gata não sabia o que falar; entretanto, como em um passe de mágica, ela olhou novamente para a paisagem por alguns segundos e gritou em alto e bom-tom:

— Os carros estão enfileirados e são organizados não só pelo tamanho, pois seguem uma sequência lógica que chama atenção pela sua repetição.

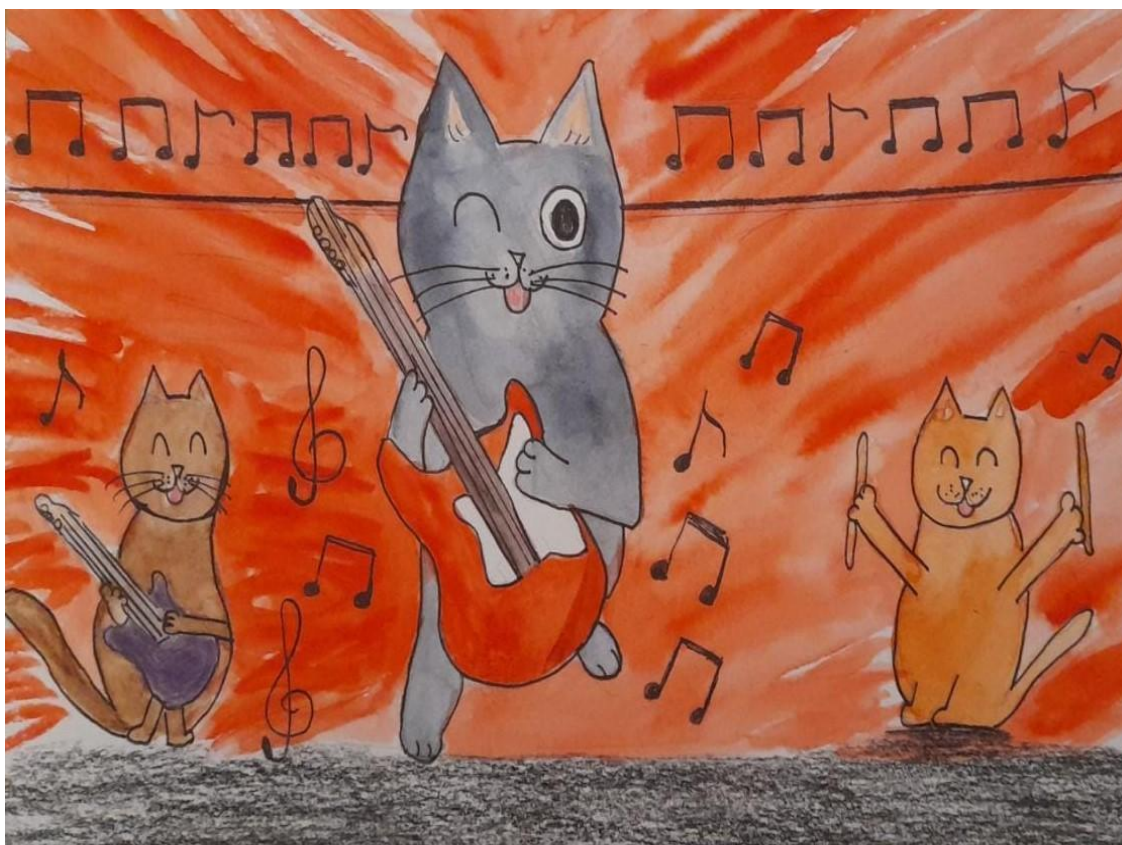
Vênus ficou orgulhoso da sua amiga, já Sol estava furiosa porque não havia percebido isso antes.

Tia Marrie se pronunciou:

— Esse prêmio é a pista que leva ao encontro do bichano realizador de desejos. Ainda que eu quisesse que apenas um de vocês fosse o grande vencedor, isso não seria justo, pois as respostas foram complementares. Marrie entregou para os filhotes um objeto no formato de círculo de cor amarela e falou:

— Na montanha mais alta da floresta, olhe a pedra no chão e perceberá o padrão.

No dia seguinte, a Gata e Vênus foram desbravar a aventura de procurar a montanha mais alta, já que Sol preferiu ficar em casa para olhar na televisão o show da sua banda de rock favorita “Gatos Alados”.



No caminho, eles avistaram a montanha. Vênus falou para a Gata que sentia que estavam sendo observados, mas a Gata não lhe deu importância, achando que era um devaneio.

Seguiram mais um pouco entre os verdes da floresta e, à frente deles, viram lindas flores muito parecidas. Vênus percebeu uma diferença entre elas e falou:

— Gata, veja só, há muitas flores.

A Gata exclamou:

— Ah, como elas são lindas!

Vênus aproveitou e propôs um desafio:

— Olha para elas, Gata, e, se você for esperta, sinalize qual é a flor de cor diferente!

A Gata olhou sorridente para seu amigo e falou:

— Isso é muito fácil, né, meu camarada! — e, apontou para a flor de cor²⁷_____.



Mais adiante, eles viram um animal estranho com o focinho comprido e dentes afiados. Com medo, eles correram muito e encontraram, no caminho, uma gata que conseguia escalar as árvores com seu rabo gigantesco. O nome dela era Tina e ela os ajudou a fugir daquele ser apavorante.

No caminho, Tina contou que aquele animal é a Biruzeti, uma monstra muito feroz, que se alimenta de outros animais, principalmente de filhotes.

²⁷ A atividade visa estimular os alunos a perceberem as diferenças entre as flores. **O aluno deve completar a lacuna com o nome da cor da flor diferente na imagem. Habilidade:** EF01MA09.



Os três mais novos amigos continuaram a jornada, e estavam cada vez mais perto da montanha. Vênus e a Gata seguiam Tina, que sabia vários atalhos, o que diminuiu o caminho a ser percorrido. Porém, num momento em que estavam distraídos admirando a relva, inesperadamente Biruzeti apareceu. Vênus e a Gata ficaram tremendo de medo, mas Tina prostrou-se à frente para defendê-los e gritou:

— Deixe os filhotes em paz! Você não irá devorá-los, Biruzeti! Vamos lutar, tenho garras afiadas e sei usá-las!



Neste momento, Biruzeti caiu na risada e começou a revirar os olhos; deu muitas cambalhotas e depois deitou-se ao chão de tanto rir e disse:

— Eu não vou devorar ninguém, sabe por quê? Porque eu sou VE-GE-TA-RI-A-NA!

— Vegetariana? O que é isso? — a Gata perguntou.

Biruzeti respondeu:

— Vegetariana é quem não come carne! Eu me alimento só de frutas, vegetais e, às vezes, de ovo também.

Tina, mesmo desconfiada, resolveu dar uma chance para Biruzeti, que, quando estava seguindo-os, acabou ouvindo as conversas, e pediu para acompanhá-los na procura do bichano. Tina permitiu que ela os acompanhasse, mas iria ficar de olho em suas atitudes. Neste momento, perceberam que estavam em frente ao local determinado e que havia algumas formas geométricas²⁸, com cores diferentes, esculpidas na pedra que estava bem no topo da montanha.



Todos ficaram muito concentrados olhando aquelas inscrições.

²⁸A atividade visa estimular os alunos a perceberem o padrão utilizado na sequência. **Os alunos devem desenhar um círculo e colorir de cor amarela. Habilidade:** EF01MA09.



Estava amanhecendo e eles não conseguiam entender o que fazer. Eles se olhavam, pensavam... e nada! Biruzeti até tinha ido dormir.

Depois de muito, muito pensar, Vênus, começou a perceber a diferença entre as figuras e o padrão de repetição da ordem.

O felino descreveu para os demais o que ele tinha percebido e falou que a próxima figura dessa sequência seria, necessariamente, no formato de²⁹ _____ de cor _____.

Imediatamente a Gata olhou para o objeto que receberam da Tia Marrie e notou que havia um desenho que era exatamente o da próxima figura da sequência.

Ela encaixou o objeto na pedra, ouviu um suave estalar – *clic* – e a pedra quebrou. Embaixo dela estava um bilhete.

Tina pegou o bilhete e Biruzeti achou que fosse uma pitaia e só não o comeu porque a Gata o tirou rapidamente das mãos de Tina. O bilhete era a última pista da

²⁹ A atividade visa estimular os alunos a descreverem a cor e a forma da figura e perceber o padrão utilizado na sequência. **Habilidade:**EF02MA10.

localização do bichano e nele estava escrito: “Ande em linha reta para encontrar o labirinto, porém, não será fácil. O perigo está à espreita, e para evitar as armadilhas, você deve saltar de três em três pedras”.

Ao perceberem que estavam cada vez mais perto de encontrar o bichano, ficaram ouriçados. De tão nervosa, Biruzeti começou a andar em círculos, pular alto e uivar. Seguiram viagem e chegaram a um percurso muito intrigante, cheio de árvores, animais assustadores e com muitas entradas e saídas.

Biruzeti ficou perplexa ao ver o lugar. Ela ficou desorientada e, quando estava quase se perdendo do grupo, Tina alertou:

— Atenção, Biruzeti, precisamos ficar juntos! Enfim chegamos ao labirinto do bichano.

Vênus disse aos seus amigos:

— Não tenham medo! Vamos nos guiar pela mensagem do bilhete.



O caminho era composto por pedras arredondadas que indicavam uma sequência numérica e, se eles por acaso saíssem da rota, poderiam se deparar com algum perigo, motivo pelo qual Vênus, com ajuda de Tina e da Gata, antes de

desbravá-lo, resolveu descobrir os números das pedras que deveriam saltar, conforme as instruções do bilhete.

Após algumas discussões, chegaram aos seguintes números³⁰: 3, 6, __, 12, __, 18 e __. Pularam todos esses, tremendo de medo de escorregarem e que suas patinhas tocassem em algum número, sem querer. Finalmente chegaram ao final do percurso. No entanto, Biruzeti, eufórica, sem se atentar à sequência organizada pelos seus amigos, saltou para a pedra de número 2 e deparou-se com uma jiboia horripilante que quase a engoliu! Para sua sorte, Vênus viu o monstro se aproximando e a puxou rapidamente.

Irritada com as atitudes de Biruzeti, Tina gritou:

— Biruzeti, se liga! Deixa de ser biruta!

Mas não ouviu a resposta de Biruzeti a retrucar, pois Biruzeti já havia saltado para outro número que não estava na sequência e estava quase se sufocando na areia movediça. Ao vê-la, Tina jogou sua cauda para puxá-la, e assim Biruzeti conseguiu se libertar.

O grupo, mesmo estando furioso com o desleixo por parte de Biruzeti, ao vê-la com os olhos amedrontados, decidiu abraçá-la. Mas fizeram Biruzeti prometer que respeitaria as regras e, aterrorizada, ela achou que, para sua segurança, seria melhor ficar grudada em Tina. E assim eles seguiram em frente, na busca de seu objetivo.

Ao chegarem no final do labirinto, encontraram um chalé pintado com as cores do arco-íris e uma placa brilhante que indicava o horário de atendimento ao público. Ficaram aliviados ao ver que ainda estavam no horário e, ao mesmo tempo, ansiosos, pois não sabiam o que encontrariam lá.

Ao adentrarem no local, eles deram-se as mãos e, ao longe, enxergavam apenas uma cortina com uma sombra gigantesca que acreditavam ser o bichano. Resolveram jogar pedra, papel ou tesoura para ver quem seria o primeiro afortunado a realizar o seu sonho mais desejado.

A primeira foi Tina, que, ao entrar de maneira desajeitada, escorregou e só não caiu porque sua cauda enrolou-se em um pilar à sua frente. Com o barulho, a

³⁰ A atividade visa estimular os alunos na apropriação de sequências numéricas e na identificação da regularidade e padrão: 3, 6, 9, 12, 15, 18 e 21. **Habilidade:** EF04MA11.

enorme silhueta do bichano virou-se rapidamente e, com uma voz profunda, exclamou:

— O que te trouxe aqui?



Tina disse:

— Eu vim de longe para fazer um pedido, oh mestre dos desejos, eu quero que o meu rabo diminua!

O bichano pergunta: - Mas por que, jovem?

Tina respondeu:

— Minha cauda é maior do que as dos outros felinos.

O bichano questiona:

— Jovem, eu posso realizar seu pedido com o estalar dos meus dedos, mas, veja bem, se não tiveste essa cauda enorme, terias provavelmente caído hoje ao adentrar na minha sala.

Tina pensou em tudo que seu rabo lhe proporcionava: lembrou que conseguia se enrolar totalmente nele, e que sua cauda alcançava uma boa distância, além de lhe dar mais agilidade ao subir nas árvores. Deste modo, Tina falou:

— Eu acho que não quero mais esse desejo.

E quando estava quase saindo do local, ela gritou:

— Posso refazer o pedido? É que eu gostaria de ser a rainha do rebolado!

O bichano respondeu:

— Apenas uma chance jovem! Porém, com essa cauda gigantesca, tenho a intuição que tens grandes chances! Dar-te-ei um conselho: treina e dedica-te!

Tina, com feição de alegria, saiu da sala e Vênus foi o próximo a encontrar o bichano.

Vênus, ao chegar, disse:

— Senhor bichano, vim de longe, andei pela floresta, enfrentei meus medos e estou aqui, pois quero mudar minha pelagem.

Neste momento, o bichano falou:

— Sim, pequeno felino, vou conceder teu desejo, porém diga-me o motivo que te faz querer isso? Se tua pelagem é tão bonita e brilhante!

Vênus disse:

— Senhor bichano, eu até gosto da minha cor, mas já ouvi de alguns humanos que gato preto dá azar e, depois que encontrei a Gata e outros amigos, penso que não quero trazer má sorte para eles.

O bichano inquiriu outro questionamento:

— Pequeno felino, diga-me qual a diferença entre você e os seus amigos gatos?

Vênus respondeu:

— Somos todos iguais: temos quatro patas, orelhas, vibrissas e garras.

O bichano perguntou, novamente:

— Tu acreditas que gato branco, amarelo ou cinza dão azar?

Vênus respondeu rapidamente que não.

Então, por que gato preto traz má sorte?

Vênus ficou intrigado com as questões apresentadas pelo sábio bichano. Ele se lembrou do dia em que encontrou a Gata e pensou:

— Isso não é trazer má sorte!

Ele lembrou também de quando recuperou a bolinha e refletiu:

— Isso não é má sorte!

O bichano complementou afirmando que a cor da pelagem dos felinos não é definidora de sorte ou azar, e sim uma característica que, associada com todas as qualidades e defeitos, os tornam únicos.

— Entretanto, conceder-te-ei o teu pedido. Fecha os olhos.

Vênus sentiu um frio na barriga, rugiu alto e disse:

— Não, não quero. Eu sou Vênus, o gato preto da minha família e tenho muito orgulho disso!

O bichano, aliviado, disse:

— Muito bem, pequeno felino. Descobriste uma lição primordial na vida, a qual é a de que não importa o que os outros pensam de ti: o que vale é o que tu realmente és.

O próximo a entrar nos domínios do bichano foi Biruzeti, que chegou euforicamente esganiçando:

— Eu sou Biruzeti, mas me chamam de “Biruzeti, Biru, Biruta”, só que eu quero ser normal!

O bichano indaga:

— Por que não és normal, Biruzeti?

Biruzeti respondeu:

— Sabe o que é, cupincha... Sou da floresta, devia ser um dos maiores predadores, mas acontece que eu não consigo me alimentar de outros animais! Eu já tentei várias vezes, entretanto, quando vejo seus olhos apavorados, não consigo. Então me escondo por aí e dou vários sustos para ver se eles não chegam perto de mim.

O bichano retrucou:

— Biruzeti, a opção que escolheste de não te alimentares de outros animais é muito nobre da tua parte. Não acho que sejas biruta por causa disso. Aconselho-te que, em vez de ficar assustando os outros por aí e te escondendo, fales a verdade. Certamente não vão mais te chamar de biruta!

Biruzeti começou a correr em zigue-zague no local e saiu sem se despedir. Vagarosamente, a Gata chegou, bateu palmas e olhou amedrontada para a silhueta do bichano, que se virou em sua direção e falou:

— Qual é o teu desejo?

A Gata respondeu:

— Eu quero pertencer a uma família, ter um nome, sinto que me falta algo!

Gata não é nome, gato todos somos.

O bichano ficou em silêncio por alguns segundos e depois disse:

— Ao sair desse local encontrarás caixas coloridas. Entre em uma delas e aguarde.

Os amigos estavam muito felizes, pois tinham conseguido encontrar o misterioso bichano e realizado seus sonhos, exceto a Gata, que ainda tinha mais uma prova para completar a sua saga. Não demorou muito e eles enxergaram um conjunto de caixas. A Gata disse precisar entrar em uma delas, mas não sabia em qual. Vênus, Tina e Biruzeti concordaram em ajudá-la.



Tina falou:

— São somente duas cores. Apenas escolha a cor que mais te agrada e entra.

Biruzeti também resolveu dar palpite na escolha da Gata e disse:

— Eu gosto de verde, entra na verde, entra na verde, veeeeeeeeeeeeerde!!

Vênus se pronunciou:

— É sério isso, pessoal? Para todas as situações que vivenciamos até o momento foi necessário analisar o que se apresentava, ou seja, observar os dados e informações e, certamente, dessa vez não será diferente.

Biruzeti, Gata e Tina concordaram com Vênus e ficaram contemplando as caixas. Foi então que perceberam faltar uma caixa na sequência e que ela deveria escolher uma das caixas que estavam postas em separado, pois essa caixa completaria a sequência.

Após algumas discussões sobre qual seria a caixa correta, concluíram que a próxima caixa a ser colocada na sequência seria a de cor³¹_____. Foi nessa caixa que a Gata adentrou. Biruzeti não resistiu e gritou:

— Eu sou uma gênio genial! Eu desde o início falei que era essa que a Gata deveria escolher: verde, verde, veeeeeeeeeeeeerde!!

Logo que entrou na caixa, a Gata ouviu uns barulhos, como se alguém a estivesse carregando, e era exatamente isso que estava acontecendo: uma moça viu a felina entrar na caixa e a levou para sua casa, pois queria fazer uma surpresa para sua filha. De repente o barulho parou, a Gata ouviu vozes e uma luz ofuscou seus olhos – foi quando ela enxergou uma menina de cabelo preto e óculos que abriu a caixa e, abraçando-a fortemente, disse:

— Vou te chamar de Miona.

Da janela desta casa, Vênus, Biruzeti e Tina, que acompanharam todo trajeto da moça que carregava a caixa, visualizaram a cena emocionante. Depois desse dia, cada um resolveu seguir seu destino: Vênus foi para sua casa, orgulhoso em ser o gato preto da família; Tina começou a ensaiar o seu rebolado, e a Biruzeti retornou para a floresta, porém não iria mais se esconder e nem assustar os outros animais, pois estava convencida em dizer a todos que era vegetariana. Já a Gata, agora chamada Miona, ganhou uma família e um nome.

E se você pensa que aqui acabou a história, não, ela não acabou: o onisciente bichano continuou no mesmo lugar a esperar outros visitantes dispostos a desvendar enigmas para encontrá-lo, o que ocasionalmente acontece, pois ele é procurado por todos os seres que lá, no fundo de seus corações, têm um desejo secreto que querem realizar.

³¹ A atividade visa estimular os alunos a descreverem o padrão utilizado na sequência e perceberem qual é a cor do quadrado que falta para completar corretamente a sequência. **Habilidade:** EF02MA10.



FIM

Considerações finais

Esta pesquisa nos proporcionou desbravar uma grande aventura para encontrar o “bichano”, por meio dos enigmas que foram apresentados no decorrer dos acontecimentos. Assim como os protagonistas da narrativa literária-matemática, durante o nosso trajeto encontramos muitas provocações que nos fizeram refletir sobre como resolver a situação apresentada para chegar à próxima fase (entendidas aqui como as etapas da pesquisa e os desafios do mundo da pós-graduação) e, por conseguinte, alcançar o nosso propósito de concluir este estudo.

A pesquisa teve como objetivo principal *compreender as características do pensamento algébrico, para a partir disto elaborar uma narrativa literária-matemática que auxilie no ensino e aprendizagem de Álgebra nos anos iniciais*. Assim, a partir das leituras realizadas para a construção desse estudo e das características do pensamento algébrico na visão de autores como Lins e Gimenez (2001), e Blanton e Kaput (2005), alcançamos a compreensão das características desse pensamento matemático (como, por exemplo, as três características fundamentais para o pensamento algébrico; o raciocínio algébrico como um procedimento no qual são generalizadas ideias matemáticas a partir de um conjunto de instâncias particulares; como as ideias da álgebra se fazem presente e auxiliam na compreensão de outras áreas da Matemática, etc.); essas características, posteriormente, foram abordadas na narrativa literária-matemática.

Para entender como seria possível criar uma história para estimular o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais, procuramos aporte teórico nos estudos de Montoito (2011, 2020), Cunha (2019), Maria (2009), Farias (2006) e Dalcin (2002), autores que discutem as relações cognitivas entre literatura infantil, contação de histórias e Matemática. Nesta parte do estudo, incluímos a leitura de alguns livros da coleção *A descoberta da Matemática*, que foi produzida para auxiliar no ensino de alguns conteúdos matemáticos e, para o enredo da história como inspiração, baseamo-nos em alguns clássicos da literatura infantil.

Norteamos o nosso estudo visando responder à questão da pesquisa *Como alguns objetos do conhecimento e habilidades propostos na BNCC podem ser apresentados na forma de uma narrativa literária-matemática, a fim de favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais?*

Assumimos que situações desafiadoras integradas à história, para as quais as personagens têm que tomar decisões e interagirem, responde ao “como” da questão de pesquisa. E, sobre “quais” seriam os objetos do conhecimento e habilidades que *O enigma do bichano* contempla, retomamos, aqui, o Quadro 5, no qual apresentamos apenas os que foram elencados para a criação da narrativa literária-matemática.

Quadro 5 –Compilação da Unidade Temática Álgebra nos anos iniciais

UNIDADE TEMÁTICA ÁLGEBRA – ENSINO FUNDAMENTAL	OBJETOS DE CONHECIMENTOS	HABILIDADES
1.º ANO	- Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências;	(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
2.º ANO	- Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.	(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.
3.º ANO	- Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas.	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
4.º ANO	- Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural.	(EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.

Fonte: Adaptado da BNCC (BRASIL, 2018, 278-291).

Para contemplar a questão da pesquisa, os acontecimentos que ocorrem na história intencionam desenvolver o que está proposto nos objetos de conhecimento e habilidades da Unidade Temática Álgebra elencados no estudo. As lacunas que se apresentam têm o intuito de facilitar conexões de aprendizagens, cujo propósito é o exercício da habilidade que foi abordada no trecho da história.

A narrativa literária-matemática intitulada *O enigma do bichano* é voltada para alunos do 1.º ao 4.º ano de escolarização, mas também visa instrumentalizar o professor que atua nos anos iniciais ao abordar questões referentes a esse conteúdo em sala de aula, e está alinhada ao documento balizador das aprendizagens brasileiras.

No que se refere ao objetivo de *inventariar estratégias que estão sendo utilizadas para o ensino e aprendizagem de Álgebra e compreender características do pensamento algébrico na visão de alguns autores*, o consideramos alcançado por meio das análises das estratégias inventariadas, assim como pelas características do pensamento algébrico, na visão de alguns autores, abordadas na nossa pesquisa. Estes elementos estão descritos, respectivamente, no primeiro capítulo (na forma de um Estado do Conhecimento) e no segundo capítulo desse estudo (na elaboração do Referencial Teórico que embasa esta pesquisa).

Outro objetivo deste estudo era *investigar sobre as potencialidades da literatura para o ensino da Matemática*. A partir de nossas leituras, fazemos eco aos autores que afirmam que a literatura pode ser uma importante aliada no ensino e aprendizagem de Matemática (em diferentes níveis de ensino, no geral; e, neste caso particular, nos anos iniciais), à medida que pode se fomentar um ambiente atrativo nas aulas de Matemática, envolvendo a criança na história e contribuindo para a realização de uma aula prazerosa, que contemple os aspectos emocionais e imaginativos dos alunos.

Com o olhar atento do educador, a literatura pode ser impulsionadora de novas aprendizagens e de experiências, vivenciadas ainda que de maneira abstrata. Assim, entendemos que, imersos ao fictício e às situações fabulares que se apresentam na história, os estudantes e leitores podem tornar sua aprendizagem mais significativa e, neste sentido, concordamos com Vigotski, quando indica que “[...] na escola a criança não aprende o que sabe fazer sozinha, mas o que ainda não sabe e lhe vem a ser acessível em colaboração com o professor e sob sua orientação” (VIGOTSKI, 2001, p.331).

No que se refere ao objetivo *elaborar uma narrativa literária-matemática com intuito de estimular o desenvolvimento do pensamento algébrico, apresentando o assunto em linguagem adequada aos alunos, de modo a auxiliar no ensino e aprendizagem da Álgebra nos anos iniciais, bem como instrumentalizar o professor ao abordar certos conceitos relacionados a esta temática*, apresentamos a narrativa literária-matemática *O enigma do bichano*, a qual pode ser tomada como uma atividade pedagógica para o ensino e aprendizagem de Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, cuja construção provocou-nos um agradável desafio. Assim, esperamos proporcionar ao nosso leitor um deleite com o universo literário e que

concomitantemente seja possível, para ele, desenvolver o pensamento algébrico de forma agradável e envolvente.

Um aspecto importante que cabe evidenciar é o de que foi possível destacar que a narrativa literária-matemática contempla o aspecto central do raciocínio algébrico descrito por Kaput (2008), a saber³²: Álgebra como sistematicamente simbolizando generalizações de regularidades e restrições. Podemos ainda destacar que, para a construção das atividades matemáticas, resolvemos dar maior ênfase ao reconhecimento de regularidades, bem como tornar perceptível uma ordem a ser seguida pelos elementos matemáticos apresentados, promovendo a ideia de generalização, a qual se apresenta tanto de forma figural quanto numérica.

Conforme Kaput (2008),

Bem no início do ensino de Álgebra, os alunos são incentivados a observar regularidades e fazer generalizações (Aspecto Essencial A) usando seus próprios recursos; mas eles são logo encorajados a fazer suas próprias formas representacionais convencionais (KAPUT, 2008, p.11-12).

Ao interpelar na história atividades que envolvam regularidades e padrões conjecturamos que estes são aspectos importantes e que aparecem explícita ou implicitamente nas definições do que é o pensamento algébrico, evidenciadas pelos autores abordados neste estudo. Caraça (1978) relata que a observação demonstra que certos fenômenos apresentam regularidades e indica que

A existência de regularidade é extremamente importante porque permite a repetição e previsão, desde que se criem as condições iniciais convenientes; ora, repetir e prever é fundamental para o homem na sua tarefa essencial de dominar a natureza (CARAÇA, 1978, p.119).

Dessa forma, perceber padrões e regularidades pode ser uma ferramenta útil a outras áreas do conhecimento como, por exemplo, na literatura (métricas nas rimas), na natureza (as formas das folhas, número de folhas...), etc.

Além da parte textual, os enigmas da história se apresentaram, muitas vezes, por meio das ilustrações. Wan de Walle (2009, p. 288) declara que “o pensamento algébrico não é uma ideia singular, mas é composto de diferentes formas de pensamento e de compreensão do simbolismo”. Pensamos que a articulação do

³² Para recordarmos, Kaput (2008,p.11) aponta dois aspectos centrais do raciocínio algébrico a saber: (A) Álgebra como sistematicamente simbolizando generalizações de regularidades e restrições. (B) Álgebra como raciocínio sintaticamente guiado e ações em generalizações expressas em sistemas convencionais de símbolos.

texto com as imagens pode ser frutífera para auxiliar na compreensão da história, opinião assumida por Dalcin (2002) quando sinaliza que, nos livros paradidáticos, existem ilustrações imbricadas que articulam o texto com a simbologia Matemática, impactando o leitor e influenciando no processo de leitura e na apropriação de Matemática, sem que se perca as características de uma obra literária (ainda que essa tenha intenção de ensinar a Matemática, como a nossa narrativa literária-matemática).

Desse modo, em muitas passagens, as ilustrações exerceram o papel de correlação, tornando-se um elemento importante para estimular não só a aprendizagem da Matemática, mas também de outras áreas do conhecimento.

Embora não tenhamos encontrado nenhuma fonte de estudo que tratasse da estimulação do pensamento algébrico a partir da literatura, revelando uma carência desse tipo de pesquisa na atualidade, a partir de nossas leituras, e para além dos nossos vislumbres, apontamos a possibilidade de estimulá-lo nos anos iniciais recorrendo à literatura como instrumento pedagógico.

Os protagonistas da nossa narrativa literária-matemática procuravam o bichano com poderes mágicos que, assim como *O mágico de Oz*, concederia um desejo para cada um deles; entretanto, no caminho esbarraram com um animal assustador da floresta: Biruzeti. No decorrer dos acontecimentos, foram surpreendidos e perceberam que, na realidade, eram amedrontados por desconhecer as peculiaridades desse ser que, para eles, era assustador.

Tal como a nossa narrativa literária-matemática, a pesquisa chega ao fim. Não encontramos *O mágico de Oz* ou o onisciente bichano realizador de desejos, mas sim, uma “afirmação mágica”: a Álgebra, nos anos iniciais, não pode ser considerada “um bicho de sete cabeças”, conforme mostra Biruzeti.

Referências

- ABBAGNANO, N. **Dicionário de filosofia**. 5ª Ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.
- ANDRADE, L. C. C. **Expressões algébricas na educação básica: a validação de atividades de ensino e aprendizagem**. 2016. 132 f. Dissertação (Mestrado) - Programa Universidade de Brasília, Brasília, 2016.
- ARAÚJO, N. S. S. **Equação do 1.º grau: a compreensão da equivalência nos anos iniciais**. 2020. 116 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, BA, 2020.
- ARCEGO, P. **Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no ensino fundamental**. 2017. 155 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.
- AULETTA, A. P. **Escola e paradidáticos: uma proposta de trabalho com os multiletramentos**. 2019. 92 p. Dissertação (Mestrado profissional em Letras) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Ciências e Letras, Assis, 2019.
- BAUM, L. F. **O mágico de Oz**. Rio de Janeiro: Zahar, 2013.
- BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Massachusetts, v. 36 n.5, p. 412-446, 2005.
- BRASIL, Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 01 maio 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 08 ago. 2021.
- BRASIL. Secretaria da Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa: Apresentação/Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional**. Brasília: MEC, SEB, 2014. 72 p.
- BECK, Vinicius Carvalho. **Invariantes Operatórios do Campo Conceitual Algébrico Mobilizados por Crianças do Terceiro Ano do Ensino Fundamental**. 2018. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências. Universidade Federal do Rio Grande - FURG, Rio Grande, Brasil. 133p.
- CAMPOS, R. S. P.; MONTOITO, R. O texto alternativo ao livro didático como proposta interdisciplinar do ensino de ciências e matemática. In: PIROLA, N. A.

(org.). **Ensino de ciências e matemática**, IV: temas de investigação. São Paulo: Cultura acadêmica, 2010. v.4, 157 – 174. Disponível em: <http://books.scielo.org/id/bpkng/09>. Acesso em: 20 jan. 2022.

CARROLL, L. **Alice no país das maravilhas**. Tradução: M. S. Guimarães. 1.ed. 5. reimp. Belo Horizonte. Autêntica Editora, 2020.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa, 1978.

CHACÓN, I. M. G. **Matemática emocional**: os afetos na aprendizagem matemática. Porto Alegre: Artmed, 2003.

CUNHA, A. V. **Guardados do baú da vovó**: sobre matemática, contação e histórias e a construção do conceito de número. 2019. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Educação) - Mestrado Profissional em Educação e Tecnologia, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense, Pelotas, 2019.

CUNHA, A. V.; MONTOITO, R. **Baú da vovó**: Processos mentais para aprendizagem do conceito de número. 1. ed. Curitiba: CRV, 2021.

CUNHA, A. V.; MONTOITO, R. Era uma vez, um, dois, três: estudos sobre como a literatura infantil pode auxiliar no ensino da construção do conceito de número. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.22, n. 1, pp. 160-184, 2020. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/43602/pdf>. Acesso em 10 nov. 2021.

DALCIN, A. **Um olhar sobre o paradidático de matemática**. 2002. 236 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

FARIAS, C. A. **Alfabetos da alma**: histórias da tradição na escola. Porto Alegre: Sulina, 2006.

FAVERO, D. C. B. P. **As mudanças geradas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em uma coleção de livros didáticos para o ciclo de alfabetização na abordagem do pensamento algébrico**. 2020. 185 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2020.

FERREIRA, M. C. N. **Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do pensamento algébrico**. 2017. 147 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática - Universidade Federal do ABC, Santo André, 2017.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigações em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3 ed. Campinas, São Paulo: Editora autores associados, 2007 - (Coleção formação de professores).

GOMA, J. L. de S. **A comunicação escrita matemática envolvendo o pensamento algébrico com futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2019. 92 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

GOMES, L. P. da S. **Introdução à Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação**. 2020. 180f. Tese (Doutorado) - Programa de pós-graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2020.

KAPUT, J. James. **What is algebra? What is algebraic reasoning?** In: KAPUT, J. James; CARRAHER, David William; BLANTON, Maria L. (Org.). *Algebra in the early grades*. New York: Routledge, 2008, p. 5-18.

LIMA, J. R. de C. **Pensamento algébrico no currículo do ciclo de alfabetização: estudo comparativo de duas propostas**. 2018. 80 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

LINS, R. C.; GIMENES, J. **Perspectivas em aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 2001.

PINTO, A. G. **Uma proposta de livro paradidático como motivação para o ensino de matemática**. 2013. 73f. Dissertação (Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2013.

MARIA, L. de. **O clube do livro: ser leitor – que diferença faz?** São Paulo: Globo, 2009.

MIRANDA, K. F. M. G. S. **Explorando tarefas com a Escala Cuisenaire nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. 2019. 135 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

MONTOITO, R. **Uma visita ao universo matemático de Lewis Carroll e o (re)encontro com a sua lógica do nonsense**. 2007. 187 p. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Educação) – Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2007.

MONTOITO, R. **Às avessas: outros percursos para se pensar/discutir as inter-relações entre matemática e literatura**. RIPEM. v. 10, n. 2, p. 89-106, 2020. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/348821976>. Acesso em: 10 ago. 2021.

MOROSINI, M. C; FERNANDES, C. M. B. Estado do Conhecimento: conceitos, finalidades e interlocuções. **Educação por escrito**, Porto Alegre, v. 5, n. 2, p. 154-164, jul. - dez. 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.15448/2179-8435.2014.2.18875>. Acesso em: 16 out. 2021.

MOURA, A. R. L. **A medida e a criança pré-escolar**. 1995, f. 221. Tese. (Doutorado em Educação). Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP.

MOURA, A. R. L. de; SOUSA, M. do C. de. O lógico-histórico da Álgebra não simbólica e da Álgebra simbólica: dois olhares diferentes. **Zetetike**, Campinas, SP, v.13, n. 2, p. 11– 46, 2005. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646987>. Acesso em: 29 jun. 2022.

PINHEIRO, A. C. O. **Ensino de Álgebra e a crença de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico**. 2018. 144 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências, Bauru, 2018.

PONTE, J. P; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: ME – DGIDC, 2009.

ROCHA, A. M. **Contribuições dos jogos para ensinar Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental**: perspectivas histórica e atual. 2017.116 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Belém, 2017.

SANTANA, R. R. F. **Um estudo sobre as relações entre o desenvolvimento do pensamento algébrico, as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado de professores pre-service e in-service**. 2019. 321f. Dissertação (Mestrado) - Programa de pós-graduação Educação para a Ciência. Universidade Estadual Paulista “Júlio De Mesquita Filho” (UNESP) - Faculdade de Ciências. Bauru, 2019.

SANTOS, A. O. dos. **A Álgebra no ensino fundamental como ferramenta de generalização**. 2016. 117 f.: il. (Dissertação). Programa de Pós Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática. Maceió, 2016.

SANTOS, C. C. S. **O pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental: a percepção de regularidade e o pensamento relacional**. 2017.182p. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade São Francisco. Itatiba: USF, 2017.

SMOLE, K. C. S.; CÂNDIDO, P. T.; STANCANELLI, R. **Matemática e literatura infantil**. Ed. Lê, Rio de Janeiro, 1999.

TEIXEIRA, A. C. N. **A introdução do raciocínio funcional no 5º ano do ensino fundamental: uma proposta de intervenção**.2016.149 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus, Bahia, 2016.

TRAJANO. A. **Álgebra Elementar**. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1932.

TRÍDICO, D. H. de M. **Contribuições de um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais no desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo algébrico**. 2019. 129 p. Dissertação (Mestrado) - Programa de Mestrado Profissional em Educação Escolar, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, São Paulo, 2019.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

WALLE, J. A. Van. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Apêndices

Apêndice A – Apoio Pedagógico

Nota 1 – Trecho da narrativa

A Gata conseguiu visualizar que cada uma das bandejas tinha o dobro da quantidade da bandeja anterior e, se tivesse outra bandeja, teria _____ pirulitos.

Habilidade: (EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.

Resposta: 16

Objetivo: estimular os alunos a perceberem a regularidade e o padrão, possibilitando a descoberta da próxima quantidade de pirulitos da sequência.

Nota 2 – Trecho da narrativa

— Porém não é somente isso - completou Sol -, a mamãe está no lado _____ de cada uma dessas fotos.

Habilidade: (EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.

Resposta: esquerdo

Objetivo: estimular os alunos a perceberem a posição de Havenna (mamãe gata) nas imagens do álbum de fotografia.

Nota 3 – Trecho da narrativa

— Só mais uma coisa, veja que o segundo número do quadro, assim como os demais, é o número que o antecede somado ao número_____.

Habilidade: (EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.

Resposta: 10

Objetivo: estimular os alunos a identificar a regularidade da sequência de números, percebendo que são múltiplos de 10, e incentivá-los a encontrar os elementos faltantes da sequência.

Nota 4 – Trecho da narrativa

— Vamos contar até 60 — falou a Gata, que imediatamente começou a contar — 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, __, 20, 21, 22, 23, __, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, __, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, __, 42, 43, __, 45, 46, 47, 48, __, 50, 51, 52, 53, __, 55, 56, __, 58, __ e 60.

Habilidade: (EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.

Resposta: 19, 24, 32, 41, 44, 49, 54, 57, 58, 59

Objetivo: estimular os alunos a completarem e perceberem a regularidade constante na sequência resultante da adição de mais 1, até o número chegar ao número 60.

Nota 5 – Trecho da narrativa

A Gata ficou pensando e intrigada, resolveu calcular: $20 + 20$ é 40, com + 20 é 60, com + 20 é 80, com + 20 é 100. Um dos felinos viu os cálculos que a Gata estava escrevendo com a patinha na areia e resolveu ajudá-la fazendo uma sequência partindo do número 20, que é a altura de Vênus: 20, 40, 60, 80, __, 120, __, 160, 180, 200.

Habilidade: (EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.

Resposta: 100; 140

Objetivo: estimular os alunos na apropriação de sequências numéricas e na identificação da regularidade e padrão: 20, 40, 60, 80, **100**, 120, **140**, 160, 180, 200

Nota 6 – Trecho da narrativa

— Isso é muito fácil, né, meu camarada? – e, apontou para a flor de cor _____.

Habilidade: (EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.

Resposta: azul

Objetivo: estimular os alunos a perceberem as diferenças entre as flores. **O aluno deve completar a lacuna com o nome da cor da flor diferente na imagem.**

Nota 7– Trecho da narrativa

— Neste momento, perceberam estarem em frente ao local determinado e que havia algumas formas geométricas, com cores diferentes, esculpidas na pedra que estava bem no topo da montanha.

Habilidade: (EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.

Resposta:



Objetivo: estimular os alunos a perceberem o padrão utilizado na sequência. **Os alunos devem desenhar um círculo e colorir de cor amarela.**

Nota 8 – Trecho da narrativa

O felino descreveu para os demais o que ele tinha percebido e falou que a próxima figura dessa sequência seria no formato de _____ de cor _____.

Habilidade: (EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos

Resposta: Círculo; amarelo.

Objetivo: estimular os alunos a descreverem a cor e a forma da figura e o padrão utilizado na sequência.

Nota 9 – Trecho da narrativa

Após algumas discussões, chegaram aos seguintes números: 3, 6, _, 12, _, 18 e _.

Habilidade: (EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.

Resposta: 9, 15, 21.

Objetivo: estimular os alunos na apropriação de sequências numéricas e na identificação da regularidade e padrão: 3, 6, 9, 12, 15, 18 e 21.

Nota 10 – Trecho da narrativa

Após algumas discussões sobre qual seria a caixa correta, concluíram que a próxima caixa a ser colocada na sequência seria a de cor _____.

Habilidade: (EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos

Resposta: verde.

Objetivo: estimular os alunos a descreverem o padrão utilizado na sequência e perceberem qual é a cor do quadrado que falta para completar corretamente a sequência.

Apêndice B – Autorização das ilustrações

Autorização

Eu, _____, CPF _____, RG _____, autorizo o uso de meus desenhos, artes e gravuras no trabalho de mestrado com fins acadêmicos de Priscila Tereza Rodrigues Lanes Souza, sem fins lucrativos.

Assinatura
13/06/2022