

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
INSTITUTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Produção Dupla do Bóson Z e de Quarks Pesados como Assinaturas de Dimensões Extras no Grande Colisor de Hádrons *

Maurício Thiel

Dissertação elaborada sob orientação do Prof. Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves (IFM-UFPEL) e co-orientação do Prof. Dr. Werner K. Sauter (IFM-UFPEL), em preenchimento parcial dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

Pelotas
2013

* Trabalho financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)

Agradecimentos

- A minha família, em especial minha mãe Renilda e meus irmãos Laérico e Miriam que sempre incentivaram meus estudos.
- Ao orientador e amigo Prof. Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves por todo apoio, dedicação, estímulo e paciência em todos os momentos, até os mais complicados. Bem como o seu exemplo como grande profissional.
- Ao co-orientador Prof. Dr. Werner K. Sauter pela dedicação e os ensinamentos físico e computacionais.
- Ao programa de pós-graduação e seus professores, em especial aos professores do Grupo de Altas e Médias Energias e o coordenador do programa Prof. Dr. Alexandre Diehl pelo apoio e críticas no decorrer deste trabalho.
- Aos amigos físicos e não físico, em especial Bruno, Leonardo, Fábio, Rován, Luduvico, Anderson e Elias que possibilitaram momentos de descontração e algumas cervejas durante esta jornada de graduação e pós-graduação, o que foi de fundamental importância.
- Aos demais amigos e colegas pelos momentos de discussões que me fizeram evoluir como profissional.
- A CAPES pelo apoio financeiro.

Resumo

A compreensão da Cromodinâmica Quântica (QCD) - teoria que descreve as interações fortes - e da Gravitação Quântica - a Gravitação a nível microscópico - são dois dos grandes desafios teóricos da atualidade. Para ajudar no entendimento destes dois desafios alguns autores propuseram a existência de dimensões extras na Natureza, as quais estariam compactadas e não seriam visíveis a nível macroscópico, mas cujos efeitos poderiam se manifestar em processos de colisão de partículas ultrarelativísticas. Consideramos nesta dissertação dois processos particulares em que efeitos de dimensões extras são relevantes nos colisores atuais: a produção de buracos negros e a produção dupla do bóson Z . No primeiro processo temos que buracos negros (BN ou *black holes*, BH) poderiam ser produzidos em colisões próton-próton que são realizada no experimento denominado Grande Colisor de Hádrões (LHC), em futuros colisores e em raios cósmicos ultraenergéticos. O BN é um objeto que é caracterizado por sua massa e temperatura, as quais definem o processo de evaporação do mesmo. Em princípio, todos os tipos de partículas deverão ser emitidos durante a evaporação. Um dos objetivos desta dissertação é estudar a produção de BN, no LHC e em uma faixa de energia correspondente a futuros colisores, e a taxa de evaporação destes especificamente em quarks pesados. Neste trabalho, calculamos a seção de choque da colisão próton-próton para a produção de quarks pesados considerando um modelo simplificado para a descrição da produção dos BNs e considerando também correções associadas a inelasticidade. Comparamos a estimativa da evaporação em quarks pesados com as predições da QCD para a produção dos mesmos. Por fim, estudamos a dependência dos resultados nos possíveis valores da massa de Planck e diferentes valores de massas dos buracos negros. Nossos resultados indicam que se existem dimensões extras grandes na Natureza, haverá uma alta taxa de produção de buracos negros no LHC e que a evaporação desses em quarks *top* pode ser considerado um bom observável para evidenciar tais dimensões extras se as correções de inelasticidade forem desprezíveis. Caso contrário a evaporação em quarks *top* só será um bom observável para futuros colisores e raios cósmicos ultraenergéticos. Uma outra implicação do modelo de dimensões extras grandes é o fato de que processos mediados pelo gráviton serão amplificados. Estudamos a produção dupla do bóson Z , mediada por grávitons, em processos, inclusivos e exclusivos, no LHC. No processo inclusivo analisamos a dependência dos resultados no valor da massa de Planck e no número de dimensões extras e comparamos com a produção do ponto de vista do Modelo Padrão. Nossos resultados indicam que para pequenos valores de massa de Planck as duas produções são competitivas. Por outro lado a produção exclusiva se torna de grande interesse pelo fato de que a produção dupla do bóson Z em interações glúon-glúon não é prevista no Modelo Padrão em ordem

dominante. Nossos resultados indicam que este é um bom observável quando consideramos a massa de Planck da ordem de 2TeV.

Palavras chave: Modelo ADD, dimensões extras, buracos negros, produção do bóson Z , modelos além do Modelo Padrão

PACS: 12.38.-t; 11.10.Kk; 12.38.Bx; 14.70.Hp; 12.50.-i

Abstract

The understanding of the Quantum Chromodynamics (QCD) - theory which describes the strong interactions - and the Quantum Gravity - the Gravitation at microscopic level - are currently two of the great theoretical challenges. In order to understand these challenges some authors proposed the existence of extra dimensions in the Nature, which would be compacted and not visible on the macroscopic level, but the effects would be manifest in ultrarelativistic collisions. We consider in this dissertation two particular processes in the extra dimension effects can be relevant in current colliders: the black hole production and the double Z boson production. In the first process, black holes (BH) could be produced in proton-proton collisions in the Large Hadron Collider (LHC), future colliders or ultra-high-energy cosmic rays. The BH is an object characterized by its mass and temperature which also characterizes the evaporation process. All kind of particles should be produced in this process. Our goal in this dissertation is to study the BH production for energies of LHC and future colliders, and its evaporation rate in heavy quarks. In this work we calculate the cross section for the heavy quark production considering a simple model to describe the BH production. We compare these estimate with those obtained using QCD. Ultimately, we study the dependence of our results in the Planck and black hole mass. Our results indicate if there are extra dimensions in the Nature there is a high rate of black hole production at the LHC and their evaporation in top quark can be a good observable of these dimensions. Otherwise, evaporation in top quark only will be a good observable in future colliders and ultra-high-energy cosmic rays. Another implication of the large extra dimension model is that processes mediated by a graviton will be amplified. We study the double Z boson production, mediated by gravitons, in inclusive and exclusive processes, at LHC. Our results indicate that for small values of Planck mass the inclusive production is competitive with the Standard Model production. On the other hand, the exclusive production becomes of great interest because the double Z production by the gluon-gluon interaction does not occur at leading order in the Standard Model. Our results indicate that is a good observable when we consider the Planck mass on the order of 2 TeV.

Keywords: ADD Model, extra dimensions, black holes, Z boson production, models beyond Standard Model

PACS: 12.38.-t; 11.10.Kk; 12.38.Bx; 14.70.Hp; 12.50.-i

Conteúdo

Introdução	1
1. Interações Fundamentais e Dimensões Extras Grandes	3
1.1 Interações Fundamentais	3
1.1.1 Modelo Padrão	4
1.1.2 Gravitação	10
1.2 Problema de Hierarquia	12
1.3 Modelo de Dimensões Extras Grandes	13
1.3.1 Força Gravitacional em d Dimensões Espaciais	14
1.3.2 Compactificação das Dimensões Extras	17
1.3.3 Implicações e Resultados Experimentais	19
1.4 Conclusão	23
2. Buracos Negros	24
2.1 Buracos Negros em 3 Dimensões Espaciais	24
2.1.1 Termodinâmica de Buracos Negros	24
2.1.2 Mecânica Quântica aplicada a Física de Buracos Negros	26
2.2 Buracos Negros em d Dimensões Espaciais	27
2.3 Formação de Buracos Negros em Colisores	28
2.4 Conclusão	31
3. Produção de Quarks Pesados	32
3.1 Produção via Modelo Padrão	32
3.2 Produção via Evaporação de Buracos Negros	33
3.3 Resultados	34
3.4 Conclusões	37
4. Produção Dupla do Bóson Z	39
4.1 Modelo Padrão	39
4.2 Dimensões Extras Grandes	40
4.2.1 Processo Inclusivo	40
4.2.2 Processo Exclusivo	42
4.3 Conclusão	45

A. Regras de Feynman para o Gráviton	48
Referências Bibliográficas	51

Lista de Figuras

1.1	Diagrama de Feynman para o vértice fundamental da QED.	5
1.2	Diagrama de Feynman para o espalhamento Møller.	6
1.3	Vértice fundamental da QCD.	7
1.4	Vértice da QCD com três glúons (esquerda) e vértice da QCD com quatro glúons (direita).	7
1.5	Diagrama de Feynman para o espalhamento $qq \rightarrow qq$ via mediação de um glúon.	7
1.6	Diagrama do espalhamento profundamente inelástico.	8
1.7	Distribuições partônicas em função de x dada pela CTEQ6.	10
1.8	Diagrama do espalhamento $e^- \mu^+ \rightarrow e^- \mu^+$	11
1.9	Diagrama de um laço fermiônico.	13
1.10	Comparação da força gravitacional em d dimensões espaciais com esta em 3 dimensões espaciais.	17
1.11	Resultados experimentais de valores de massa de buraco negro excluídas em função da massa de Planck(aqui denominado por M_D). Figura extraída de [25].	20
1.12	Diagramas com a presena do gráviton, sua produção (esquerda) e como mediador (direita).	23
2.1	Ilustração da criação de um par elétron e pósitron no vácuo quântico.	26
2.2	Ilustração da criação de um par elétron e pósitron no vácuo quântico na vizinhança de um buraco negro.	27
2.3	Temperatura de um buraco negro para n dimensões extras considerando $M_P^{(n)} = 1$ TeV (esq.) e $M_P^{(n)} = 5$ TeV (dir.).	28
2.4	Seção de choque para produção de buraco negro com n dimensões extras considerando $M_P^{(n)} = 1$ TeV	29
2.5	Seção de choque para produção de buraco negro com n dimensões extras considerando $M_P^{(n)} = 1$ TeV.	30
2.6	Seção de choque para produção de buraco negro variando M_{BH} para para diferentes valores de $M_P^{(n)}$ (esq.) e diferentes valores de n (dir.).	30
2.7	Inelasticidade em função do parâmetro de impacto, temos $n = 0$ para curva mais acima e n cresce até a última curva ($n = 7$). Figura retirado de [23].	31
3.1	Os círculos representam os hádrons colisores, o subprocesso partônico dá origem a seção de choque elementar $\hat{\sigma}_{ij}(\alpha_s)$, e após a colisão hadronizam.	32
3.2	Diagrama de Feynman, em primeira ordem, para o processo $q\bar{q} \rightarrow Q\bar{Q}$	33

3.3	Diagramas de Feynman, em primeira ordem, para o processo $gg \rightarrow Q\bar{Q}$	33
3.4	Seção de choque de produção de quarks pesados, em função da massa do quark, para $\sqrt{s} = 7$ TeV (esq.) e 14 TeV (dir.).	35
3.5	Seção de choque de produção do quark charm (esq.) e do quark bottom (dir.) em função da energia para $n = 4$ e diferentes valores de M_P e M_{BH}	35
3.6	Seção de choque de produção do quark top em função de \sqrt{s} analisando até $\sqrt{s} = 14$ TeV (esq.) e $\sqrt{s} = 50$ TeV (dir.) e diferentes valores de M_P e M_{BH}	36
3.7	Seção de choque de produção do quark top incluindo inelasticidade em função da massa do BH para $\sqrt{s} = 14$ TeV, $n = 4$ e $M_P = 1$ TeV (esq.) e 2 TeV (dir.).	36
3.8	Seção de choque de produção do quark top incluindo inelasticidade em função da massa do BH para $\sqrt{s} = 50$ TeV, $n = 4$ e $M_P = 1$ TeV (esq.) e 2 TeV (dir.).	37
4.1	Diagrama para o processo $q\bar{q} \rightarrow ZZ$	39
4.2	Diagrama da produção dupla, exclusiva, do bóson Z pelo Modelo Padrão.	40
4.3	Diagramas em ordem dominante da produção dupla do bóson Z, inclusiva, considerando a influência de grávitons.	40
4.4	Seção de choque de produção dupla inclusiva do bóson Z.	42
4.5	Diagrama do modelo de Durham, figura extraída de [48].	43
4.6	Diagrama produção dupla do bóson Z.	44
4.7	Diagrama em ordem dominante da produção dupla do bóson Z, exclusiva, considerando a influência de grávitons.	44
4.8	Seção de choque para a produção exclusiva do bóson Z para diferentes valores de n , $\sqrt{s} = 7$ TeV (esq.) e $\sqrt{s} = 14$ TeV (dir.).	45
A.1	O gráviton como propagador.	48
A.2	Diagrama do vértice de dois férmions dando origem a um gráviton.	49
A.3	Diagrama do vértice de dois bósons da teoria eletrofraca dando origem a um gráviton.	49
A.4	Diagrama do vértice de dois glúons dando origem a um gráviton.	49

Lista de Tabelas

1.1	Interações fundamentais da Natureza.	4
1.2	Propriedades básicas das partículas elementares do Modelo Padrão.	5
1.3	Relação do número de dimensões extras (n) e o raio de compactificação (R).	19
2.1	Número de buracos negros produzidos por segundo, para $M_P = 1\text{TeV}$, para diferentes valores de n e M_{BH}	31
4.1	Número de eventos para a produção exclusiva, mediado pelo gráviton, de duplo Z por ano no LHC ($\sqrt{s} = 14\text{TeV}$), para $M_P = 2\text{ TeV}$ e $M_P = 4\text{ TeV}$ com diferentes valores de n	46

Introdução

O Modelo Padrão, em física de partículas, é a teoria que descreve as partículas elementares da Natureza (bósons, léptons e quarks) bem como as suas interações fundamentais, que são as interações eletromagnética, forte e fraca. Neste modelo não temos incluso uma outra interação fundamental da Natureza que é a chamada gravitação. Ao tentar unir esta interação ao Modelo Padrão depara-se com o chamado problema de hierarquia. Tal problema surge pelo fato de a gravitação ser muito menos intensa que as demais interações do Modelo Padrão. Tal problema também se manifesta no cálculo da correção da massa do bóson de Higgs. Para resolver tal problema alguns autores [1,2,3] propuseram a existência de dimensões extras na Natureza. Em particular Nima Arkani-Hamed, Savas Dimopoulos e Georgi Dvali [1] propuseram que apenas a gravitação pudesse se propagar. Com isso, a intensidade da interação gravitacional como a conhecemos não seria a total, mas sim parte da intensidade total e para encontrarmos a intensidade total da interação gravitacional deveríamos somar sobre todas as dimensões (as já conhecidas mais as extras), podendo assim tal intensidade ser da ordem das demais interações. Tal proposta é chamada modelo de dimensões extras, ou ainda modelo ADD. Com esta proposta, o nosso conhecimento a respeito da gravitação seria mudado, em particular o nosso conhecimento sobre buracos negros e também processos mediados por grávitons. O objetivo deste trabalho é estudar possíveis observáveis que possam dar indícios da veracidade do modelo de dimensões extras grandes. Um dos observáveis estudados foi a produção de buracos negros em colisões próton-próton, onde a evaporação deste objeto comparada com a descrição padrão vigente para a produção de partículas poderia então ser usada para evidenciar as dimensões extras grandes. Outro possível observável vem de processos, em colisões próton-próton, mediados por grávitons onde estudamos as produções inclusivas e exclusivas de dois bósons Z .

Nesta dissertação apresentamos inicialmente no Capítulo 1 uma breve descrição do Modelo Padrão, discutindo a Eletrodinâmica Quântica (QED) e a Cromodinâmica Quântica (QCD) bem como a estrutura dos hádrons é vista por esta, discutindo brevemente o espalhamento profundamente inelástico e a função de distribuição partônica. Também discutimos brevemente a Teoria da Relatividade Geral e algumas de suas equações. Fazemos uma análise do problema de hierarquia e posteriormente uma de suas possíveis soluções, na qual consideramos a existência de dimensões extras e discutimos como estas influenciam na descrição da força gravitacional. Logo após consideramos a compactação destas dimensões bem como as demais características do modelo de dimensões extras grandes. Finalizamos tal capítulo discutindo algumas implicações fenomenológicas do modelo, bem como os modos de Kaluza-Klein onde vemos que o gráviton pode assumir vários estados massivos que fazem com que o acoplamento dele com a matéria seja intensificado.

No capítulo 2, discutimos as características básicas de buracos negros, como horizonte de

eventos, entropia, temperatura e radiação Hawking, onde fazemos uma analogia entre física de buracos negros e termodinâmica para associar uma entropia e uma temperatura para buracos negros, discutimos também a aplicação de mecânica quântica a buracos negros para a descrição da radiação Hawking. Analisamos também a influência das dimensões extras grandes na descrição destes. Em particular, estimamos a produção destes no LHC e em energias de raios cósmicos ultraenergéticos. Também discutimos uma possível correção para este cálculo, tal correção se origina na perda de energia devido a inelasticidade do processo.

No capítulo 3, apresentamos o estudo de resultados prévios para a produção de quarks *top* através da evaporação de buracos negros e estendemos os nossos resultados para a produção de quarks *bottom* e *charm* bem como para maiores valores de energia, comparamos estas predições com as advindas da QCD. Temos que a produção de quarks *charm* e *bottom* em nenhum cenário, tanto para energias do LHC como para energias de raios cósmicos, se torna um bom observável para evidenciar a veracidade do modelo de dimensões extras grandes. Demonstramos também que para o quark *top*, a produção pela evaporação de BNs, sem considerar correções, é competitiva com calculada pelo Modelo Padrão, o que indica que este é um bom observável. Quando consideramos correções na produção do quark *top* este só se torna um bom observável para energias de raios cósmicos e pequenos valores de massa de BN.

No capítulo 4, apresentamos os resultados para o produção dupla do bóson Z em processos, inclusivos (na qual foi feita uma reprodução de resultados da literatura) e exclusivos (onde temos resultados ainda não presentes na literatura), de colisões próton-próton no LHC. Para tais processos consideramos a produção mediada por grávitons do ponto de vista do modelo de dimensões extras grandes. Comparamos o cálculo do processo inclusivo, mediado pelo gráviton, com a produção inclusiva do ponto de vista do Modelo Padrão, onde vemos que tal produção é competitiva apenas para pequenos valores de massa de Planck, valores estes que são excluídos por indicação de resultados experimentais fazendo com que o processo inclusivo não se torne um bom observável. O cálculo do processo exclusivo difere do inclusivo pelo fato de que agora os prótons permanecem intactos no estado final, sendo este caracterizado por duas lacunas de rapidez e os dois bósons Z . Tal cálculo é feito com o auxílio do modelo de Durham e temos como fator estimulante o fato de não existir diagramas, em ordem dominante, advindas do Modelo Padrão. Nossos resultados indicam que para massa de Planck de 2TeV este sim é um bom observável para evidenciar dimensões extras grande.

Os resultados apresentados aqui neste trabalho foram apresentados no XIII Encontro de Pós-Graduação da UFPel (2011), no XII Hadron Physics (2012) [4] e XXXIII Encontro Nacional de Física de Partículas e Campos (2012) e fazem parte de dois artigos em preparação.

Capítulo 1

Interações Fundamentais e Dimensões Extras Grandes

Um sonho dos físicos sempre foi unificar todas as interações fundamentais em uma única teoria. Mas ao estudarmos tais interações observa-se que existe um problema que impede a unificação da gravitação com as demais. Este problema, chamado de problema de hierarquia, está relacionado com o fato que a gravitação ser muito menos intensa que as demais. Para solucionar tal problema alguns autores propuseram a existência de dimensões extras grandes na Natureza e que apenas a interação gravitacional se propagaria nelas [5], fazendo com que a intensidade da interação se tornasse da ordem das demais. Neste capítulo, apresentamos uma breve revisão das interações fundamentais, do problema de hierarquia e finalizamos mostrando a influência da existência de dimensões extras grandes no estudo da gravitação.

1.1 Interações Fundamentais

Descrevemos a Natureza por intermédio de inúmeras equações e modelos para as diversas partículas e suas interações. Quando olhamos para o mundo do imensamente grande (da ordem de centenas de megaparsecs $\approx 10^{24}$ m) ao imensamente pequeno ($\approx 10^{-15}$ m e abaixo) notamos que necessitamos somente quatro interações para descrever a Natureza. Tais interações são denominadas as interações fundamentais na Natureza. Três delas, interação forte, interação fraca e interação eletromagnética, estão contidas no chamado Modelo Padrão (MP). Por outro lado temos também a interação gravitacional, a qual é descrita classicamente pela Teoria da Relatividade Geral (RG).

Cada uma dessas interações fundamentais surge devido a uma dada propriedade que as partículas podem possuir e estas interações são mediadas pelas chamadas partículas mediadoras. Para que uma dada partícula interaja por meio da interação forte esta deve possuir a chamada carga de cor, de tal modo que possa trocar um glúon (a partícula mediadora da interação forte). No caso da interação eletromagnética, a partícula deve possuir carga elétrica e a mediação é dada pelo fóton. Para que uma partícula interaja gravitacionalmente esta deve possuir massa, com a interação mediada pelo gráviton (partícula ainda não detectada experimentalmente). Já na interação fraca a propriedade que a partícula deve possuir é o sabor (ou ainda podemos chamar de carga fraca) e tal interação pode ser mediada pelos bósons W^+ , W^- ou o Z^0 .

Diferentemente das interações eletromagnética e gravitacional, que possuem alcance in-

Interação	Partículas mediadoras	Intensidade relativa	Alcance
Gravitacional	Gráviton	10^{-39}	∞
Eletromagnética	Fóton	10^{-2}	∞
Fraca	W^+, W^- e Z^0	10^{-13}	10^{-17} m
Forte	Glúons	10	10^{-15} m

Tab. 1.1: *Interações fundamentais da Natureza.*

finito, as interações forte e fraca tem uma alcance finito. Cada interação também possui uma intensidade diferente. Vemos na tabela 1.1 os valores para o alcance das interações fundamentais e os valores para as suas intensidades relativas à da interação forte. Na tabela 1.2 apresentamos a listagem das partículas elementares¹ presentes no Modelo Padrão (MP) bem como algumas de suas características. É importante salientar que são chamados de quarks pesados aqueles que possuem massa superior a 1 GeV, que são o *charm*, *bottom* e o *top*.

1.1.1 Modelo Padrão

As interações fundamentais presentes no Modelo Padrão são descritas por três teorias, a Eletrodinâmica Quântica (QED), a Cromodinâmica Quântica (QCD) e a Flavordinâmica Quântica (QFD) as quais descrevem as interações eletromagnética, forte e fraca respectivamente. No que segue apresentaremos uma breve revisão das principais características da QED e QCD, as quais formam a base desta dissertação.

QED

A QED é uma teoria quântica de campos que descreve a interação entre partículas portadoras de carga elétrica e é descrita pela lagrangeana dada por [7],

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi + e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (1.1)$$

onde o termo $\bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi$ é a lagrangeana de Dirac associada ao campo espinorial ψ que descreve os férmions de spin 1/2 com γ^μ representando as matrizes de Dirac, o termo $\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ é a lagrangeana eletromagnética associada ao campo de fótons onde $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, com A_μ o potencial vetor do campo, e $e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi$ a lagrangeana de interação que descreve a interação de uma dada partícula com o campo.

A interação eletromagnética é mediada pelo fóton, o qual não porta a carga da interação. Usamos os chamados diagramas de Feynman para descrever as interações e para posteriormente obter a amplitude de espalhamento e calcular a sua seção de choque. Todos os processos da QED derivam do vértice primitivo apresentado na figura 1.1. Um exemplo da

¹ Recentemente foi descoberta, experimentalmente, mais uma partícula elementar do Modelo Padrão, o Bóson de Higgs [6], a qual é responsável pela geração da massa das partículas.

	Partículas		Massa [GeV]	Carga		Possibilidades de cor
				elétrica	isospin	
Léptons	ν_e	neutrino do elétron	$< 10^{-8}$	0	$+\frac{1}{2}$	0
	e	elétron	0,000511	-1	$-\frac{1}{2}$	0
	ν_μ	neutrino do múon	$< 0,0002$	0	$+\frac{1}{2}$	0
	μ	múon	0,106	-1	$-\frac{1}{2}$	0
	ν_τ	neutrino do tau	$< 0,02$	0	$+\frac{1}{2}$	0
	τ	tau	1,777	-1	$-\frac{1}{2}$	0
Quarks	u	up	0,003	$\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{2}$	3
	d	down	0,006	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	3
	c	charm	1,5	$\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{2}$	3
	s	strange	0,1	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	3
	t	top	174	$\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{2}$	3
	b	bottom	4,5	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	3
Bósons	γ	fóton	0	0	0	0
	Z^0	bóson Z	91,19	0	0	0
	W^\pm	bóson W	80,42	± 1	± 1	0
	g	glúon	0	0	0	8

Tab. 1.2: *Propriedades básicas das partículas elementares do Modelo Padrão.*

utilização dos diagramas de Feynman para descrever uma interação é a representação do espalhamento Møller ($e^-e^- \rightarrow e^-e^-$) apresentada na figura 1.2 (todos os diagramas apresentados nesta dissertação consideram a direção horizontal como sendo a temporal), onde vemos a interação de um elétron com outro.

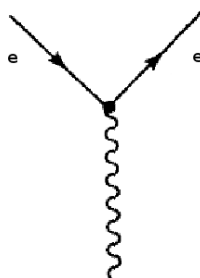


Fig. 1.1: *Diagrama de Feynman para o vértice fundamental da QED.*

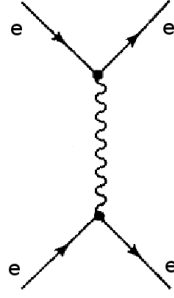


Fig. 1.2: Diagrama de Feynman para o espalhamento Møller.

QCD

A QCD é uma teoria quântica de campos que descreve a interação forte que se dá entre partículas portadoras de carga de cor. A lagrangiana que descreve a QCD é dada por [7],

$$\mathcal{L} = \sum_{\text{sabores}} \bar{q}_a (i\gamma^\mu \partial_\mu \delta_{ab} - g_s \gamma^\mu (T_{ab}^C \mathcal{A}_\mu^C) - m) q_b - \frac{1}{4} F_{\alpha\beta}^A F_A^{\alpha\beta} + \mathcal{L}_{\text{gauge-fixa}} + \mathcal{L}_{\text{fantasma}}, \quad (1.2)$$

onde o primeiro termo contém as interações quark-glúon e os espinores $\bar{q}_a(q_b)$ representam os quarks com a e b indicando os índices de cor. \mathcal{A}_μ^C são os campos gluônicos onde C é o índice de cor e T_{ab}^C é a matriz geradora do grupo SU(3). O segundo termo contém as interações glúon-glúon onde $F_{\alpha\beta}^A = \partial_\alpha \mathcal{A}_\beta^A - \partial_\beta \mathcal{A}_\alpha^A - g_s f^{ABC} \mathcal{A}_\alpha^B \mathcal{A}_\beta^C$ tal que f^{ABC} são as constantes de estrutura da QCD. $\mathcal{L}_{\text{gauge-fixa}}$ e $\mathcal{L}_{\text{fantasma}}$ são introduzidos para fixar a arbitrariedade dos campos de glúons [8].

Notamos que a lagrangeana da QCD tem uma estrutura muito semelhante à da QED, mas existem diferenças cruciais entre as duas interações. O fato de a partícula mediadora da QED não possuir a carga da interação é uma delas e que nos faz notar que não temos um vértice de dois fótons indo em um fóton $\gamma\gamma \rightarrow \gamma$ devido o fato de que um fóton não interage com outro fóton. Na QCD a mediadora da interação possui a carga da mesma. Outra diferença entre estas duas teorias é que, no caso da QED, existe apenas um tipo de carga elétrica (a qual pode ser negativa ou positiva). Já na QCD existem três tipos de carga de cor, denotadas *red*, *green* e *blue*. Em um processo $q \rightarrow q + g$, exemplificado na Fig. 1.3, um quark muda de cor, por exemplo de *blue* para *red* e assim temos que os glúons são objetos bicolores. O fato de os glúons possuírem carga de cor torna possível a um glúon interagir com outro e produzir os vértices vistos na Fig. 1.4.

Um exemplo de uso dos diagramas de Feynman na QCD é o processo representado na Fig. 1.5 onde vemos a interação de dois quarks via mediação de um glúon que é equivalente ao espalhamento Møller na QED.

Outra diferença fundamental entre a QCD e a QED é o comportamento e magnitude das constantes de acoplamento das interações. Enquanto a constante de acoplamento da QED é $\alpha \approx \frac{1}{137}$ e varia muito pouco com a energia, a da QCD pode variar bastante dependendo da escala de energia. Para a QCD, a constante de acoplamento depende da distância entre as partículas interagentes. Para distâncias maiores que o tamanho do próton, esta se torna muito grande, assumindo valores maiores que um, enquanto que para distâncias menores

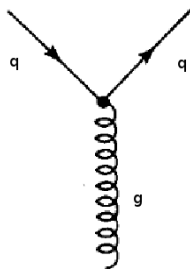


Fig. 1.3: *Vértice fundamental da QCD.*

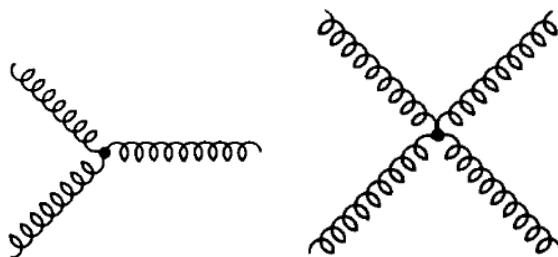


Fig. 1.4: *Vértice da QCD com três glúons (esquerda) e vértice da QCD com quatro glúons (direita).*

esta diminui, tornando-se muito pequena, o que permite um tratamento perturbativo. Este fenômeno é denominado liberdade assintótica. Além disso, permite compreender porque os quarks não são encontrados livremente na Natureza, estando confinados ao interior dos hádrons.

O entendimento da QCD é de suma importância para descrever a estrutura e os processos relacionados com os hádrons (prótons, neutrons, etc). Para entender um pouco melhor a constituição de um hádron, vamos tomar como exemplo o espalhamento profundamente inelástico (DIS). Vamos considerar o espalhamento elétron-próton representado pela figura 1.6. O próton, quando investigado em processos de espalhamento, tem que sua estrutura varia conforme duas variáveis: Q^2 e x , onde Q^2 (virtualidade) é a resolução com a qual

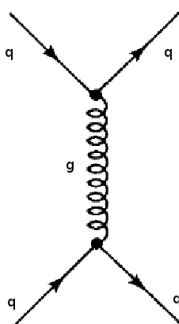


Fig. 1.5: *Diagrama de Feynman para o espalhamento $qq \rightarrow qq$ via mediação de um glúon.*

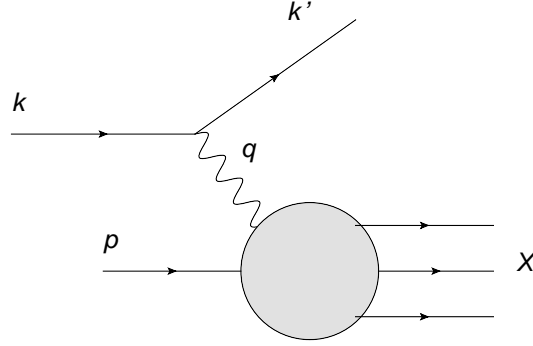


Fig. 1.6: Diagrama do espalhamento profundamente inelástico.

uma dada partícula (como por exemplo o fóton) sonda o próton e é descrita por $Q^2 = -q^2$ (onde q é o momentum transferido no processo) e x (chamado x de Bjorken) que envolve a energia do centro de massa do processo (s) e o próprio Q^2 e respeita a relação aproximada $s = Q^2/x$. Temos inicialmente um elétron com o quadrimomento k e este emite um fóton com momento q que interage com um próton, que porta um momento p , quebrando este e tendo como estado final um estado de muitas partículas X . O elétron que inicialmente portava momento k , após emitir o fóton, passa a portar um momento k' . A seção de choque diferencial deste processo é dada por

$$d\sigma = \frac{2\alpha^2}{q^4} L^{\nu\mu} W_{\nu\mu} \frac{dk'}{E'}, \quad (1.3)$$

onde $L^{\nu\mu}$ representa o tensor leptônico descrito pela QED e dado por [7],

$$L^{\nu\mu} = k^\nu k'^\mu + k^\mu k'^\nu - k \cdot k' g^{\nu\mu}, \quad (1.4)$$

e $W_{\nu\mu}$ é o tensor hadrônico e pode ser descrito, de uma forma mais geral por [7],

$$W_{\nu\mu} = W_1 \left(-g_{\nu\mu} + \frac{q_\nu q_\mu}{q^2} \right) + \frac{W_2}{M^2} \left(p_\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\nu \right) \left(p_\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\mu \right), \quad (1.5)$$

onde W_1 e W_2 são as funções de estrutura e devem ser determinadas experimentalmente. Contraindo os tensores e utilizando o sistema de referência do laboratório obtemos

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{4\alpha^2}{Q^4} E'^2 \left(2\sin^2 \frac{\theta}{2} W_1 + \cos^2 \frac{\theta}{2} W_2 \right). \quad (1.6)$$

Pode-se usar ainda as funções de estrutura adimensionais definidas por

$$F_1 = MW_1, F_2 = \nu W_2, \quad (1.7)$$

onde ν é a energia transferida no processo. Reescrevemos assim (1.6),

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{4\alpha^2}{Q^4} E'^2 \left(2\sin^2 \frac{\theta}{2} \frac{F_1}{2M} + \cos^2 \frac{\theta}{2} \frac{F_2}{2\nu} \right), \quad (1.8)$$

onde F_1 e F_2 dependem das variáveis x e Q^2 .

Uma outra maneira de olhar para este espalhamento é do ponto de vista do modelo de pártons. Tal modelo considera que o hádron tem momentum infinito e suas partículas constituintes como livres e pontuais. Então um fóton virtual interage com uma dessas partículas. Como é considerado que o fóton virtual interage com uma partícula constituinte do hádron e não com o hádrons como um todo, as funções de estrutura F_1 e F_2 não dependerão de Q^2 diretamente, mas apenas de x . No modelo de pártons as funções de estrutura se relacionam pela relação de Callan-Gross [9],

$$F_2(x) = 2xF_1 = \sum_q e_q^2 x f_q(x), \quad (1.9)$$

onde e_q é a fração de carga do quark e $f_q(x)$ são as funções de distribuição dos quarks.

O modelo de pártons serve apenas como uma aproximação pois os quarks não são objetos livres e também ignora o fato de que os quarks possam emitir glúons que consequentemente estes podem decair em pares de quark-antiquark (denominados quarks de mar) como previsto pela QCD. A QCD também nos diz que a distribuição partônica do hádron também depende de Q^2 , ou seja, agora as funções de distribuição dos quarks serão dadas por $f_q(x, Q^2)$. A evolução de $f_q(x, Q^2)$ em Q^2 será dada pelas equações de evolução DGLAP [10,11,12].

Para a distribuição de quarks, a equação de evolução DGLAP será dada por

$$\frac{d}{d\log Q^2} f_{qi}(x, Q^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left(f_{qi}(y, Q^2) P_{qq} \left(\frac{x}{y} \right) + g(y, Q^2) P_{qg} \left(\frac{x}{y} \right) \right), \quad (1.10)$$

onde i denota os sabores dos quarks, $P_{qq} \left(\frac{x}{y} \right)$ é a probabilidade de que, na emissão de um glúon por um quark de sabor j e fração de momento y , seja também emitido um quark de sabor i e fração de momento x , $P_{qg} \left(\frac{x}{y} \right)$ é a probabilidade de que em uma flutuação de glúon em um par quark-antiquark ($g(y) \rightarrow q_i(x) + \bar{q}_j$) seja originado um quark de sabor i e momento x e $g(y, Q^2)$ é a distribuição de glúons. Para a distribuição de glúons a equação de evolução DGLAP será dada por

$$\frac{d}{d\log Q^2} g(x, Q^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left(\sum_i f_{qi}(y, Q^2) P_{gq} \left(\frac{x}{y} \right) + g(y, Q^2) P_{gg} \left(\frac{x}{y} \right) \right), \quad (1.11)$$

onde $P_{gq} \left(\frac{x}{y} \right)$ é a probabilidade de glúon de momento x ser emitido de um quark de momento y e $P_{gg} \left(\frac{x}{y} \right)$ é a probabilidade de glúon de momento x ser emitido através de um vértice de três glúons. É importante salientar que as equações de evolução DGLAP necessitam de condições iniciais, determinadas a partir de dados experimentais, para descrever as evoluções partônicas. Existem diversos grupos de pesquisa que possuem suas distribuições, entre eles se destacam CTEQ[13,14] e GRV[15]. Temos na figura 1.7 um exemplo de distribuição partônica, onde notamos que a distribuição de glúons domina sobre a distribuição de quarks para pequenos valores de x , o que mostra a importância dos processo de interações entre glúons.

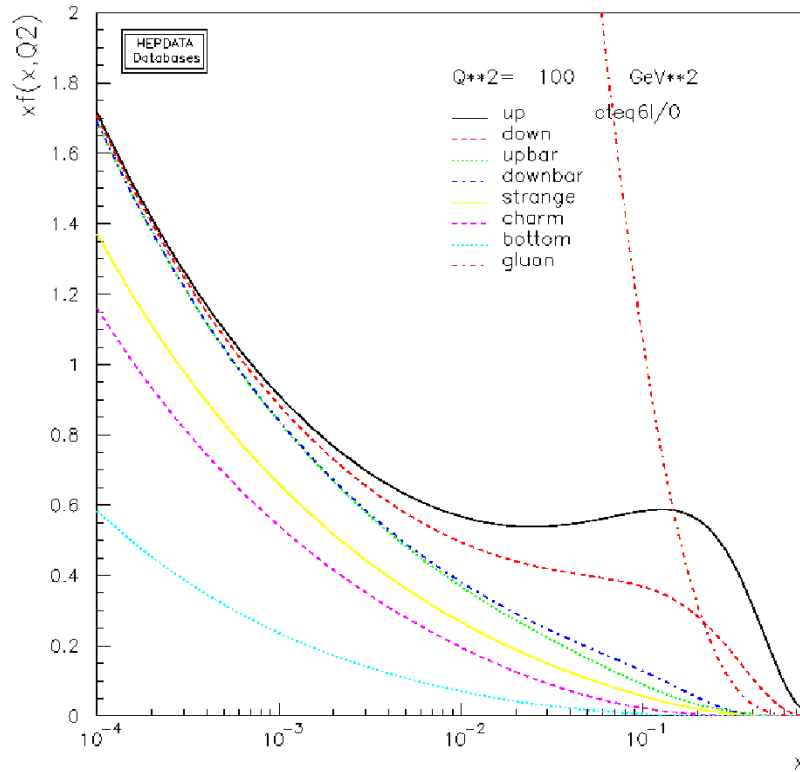


Fig. 1.7: Distribuições partônicas em função de x dada pela CTEQ6.

Interação Fraca

Léptons e quarks possuem ainda um outro tipo de carga, a carga fraca, também chamada de sabor, a qual produz uma interação denominada interação fraca. Esta interação é responsável por alguns tipos de decaimentos, como por exemplo o decaimento β onde temos $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$, ou seja, um nêutron decaindo em um elétron, um próton e um anti-neutrino do elétron, onde este último é um lépton e apenas carrega carga fraca, ou seja, apenas interage pela interação fraca.

A interação fraca pode se dar de duas formas, através de uma corrente carregada na qual a interação é mediada pelo bóson W^+ ou pelo bóson W^- . Ou ainda, a interação fraca pode ocorrer através de uma corrente neutra a qual é mediada pelo bóson Z . Temos como exemplo de espalhamento mediado pelo Z a figura 1.8, onde vemos um espalhamento elétron-muon.

1.1.2 Gravitação

A teoria que descreve classicamente a gravitação é a Teoria da Relatividade Geral (RG), a qual foi desenvolvida por Einstein nos primórdios do século XX. A RG unifica a gravitação com a geometria do espaço-tempo. Segundo Einstein, na presença de massa o espaço-tempo é curvado. Ou seja, a geometria do espaço-tempo é governada pelas massas das partículas contidas nele e tal geometria determina a dinâmica das partículas. A RG é descrita pela

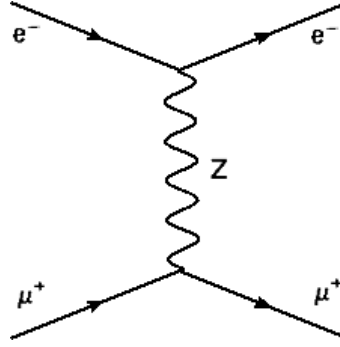


Fig. 1.8: Diagrama do espalhamento $e^- \mu^+ \rightarrow e^- \mu^+$.

Equação de Campo de Einstein dada por [16],

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R = -\frac{8\pi G}{c^4}T^{\mu\nu}, \quad (1.12)$$

onde $R^{\mu\nu}$ é o tensor de Ricci, R é a curvatura escalar do espaço, $T^{\mu\nu}$ é o tensor Energia-Momentum, G é a constante gravitacional e c a velocidade da luz. A soma de tensores do lado esquerdo da equação também pode ser chamado de tensor de Einstein, denotado por $G^{\mu\nu}$. A equação de campo de Einstein (1.12) representa 10 equações diferenciais acopladas que servem para determinar o tensor métrico $g^{\mu\nu}$ para um dado $T^{\mu\nu}$, cujas soluções simples somente são obtidas onde simetrias estão presentes.

Na RG, a trajetória que uma dada partícula descreve no espaço-tempo é obtida pela equação geodésica [16],

$$\frac{d^2x^\nu}{ds^2} + \Gamma_{\mu\sigma}^\nu \frac{dx^\sigma}{ds} \frac{dx^\mu}{ds} = 0, \quad (1.13)$$

onde $\Gamma_{\mu\sigma}^\nu$ são chamados símbolos de Christoffel, dados por

$$\Gamma_{\mu\sigma}^\nu = \frac{1}{2}g^{\nu\beta} \left(\frac{\partial g_{\beta\mu}}{\partial x^\sigma} + \frac{\partial g_{\beta\sigma}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\sigma}}{\partial x^\beta} \right). \quad (1.14)$$

Uma solução particular da equação de campo de Einstein é a chamada solução de Schwarzschild. Tal solução é obtida para problemas de simetria esférica. A solução de Schwarzschild é descrita pela métrica [16],

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (1.15)$$

onde r_g é chamado de raio de Schwarzschild de um objeto de massa M e é dado por

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}. \quad (1.16)$$

Sabendo que a métrica pode ser escrita de uma forma geral como

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (1.17)$$

pode-se então identificar na métrica (1.15) as seguintes relações para o tensor métrico

$$g_{00} = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right), \quad (1.18)$$

e

$$g_{11} = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{-1}. \quad (1.19)$$

É interessante notar aqui a dependência em r_g no tensor métrico. Consequentemente, a dependência na massa M do tensor métrico, o qual descreve o espaço-tempo.

O raio de Schwarzschild é um parâmetro associado ao objeto que produz uma dada perturbação no espaço-tempo. Se tal objeto tem o seu raio real menor que o seu raio de Schwarzschild este é chamado de buraco negro de Schwarzschild ou simplesmente Buraco Negro (BN). No próximo capítulo, discutiremos este objeto em mais detalhes.

1.2 Problema de Hierarquia

Diferentemente do MP, os efeitos da RG, a princípio não são observados em colisões de partículas ultrarelativísticas, mas em contraponto descrevem no mundo macroscópico a órbita dos planetas. Para incorporarmos a gravitação ao MP devemos resolver o chamado problema de hierarquia [17]. Quando trabalhamos no MP não nos preocupamos com a existência da gravitação. De fato, não necessitamos nos preocupar, pois um simples olhar na tabela 1.1 vemos que a intensidade da interação gravitacional, comparada com as demais, é muito pequena. No entanto é um grande desafio para os físicos a incorporação da gravitação ao MP. Para poder fazer isso devemos procurar um cenário no qual temos, com semelhante importância, efeitos gravitacionais e quânticos. Para encontrar tal cenário nos deteremos primeiro a discutir o sistema de unidades “planckiano” e a chamada escala de Planck. O sistema de unidades “planckiano” é construído para as três grandezas básicas, comprimento, massa e tempo, de tal forma que as três constantes básicas G , \hbar e c tomem valor um. Então escrevendo as constantes em termos das unidades planckianas, comprimento (l_P), tempo (t_P) e massa de Planck (m_P), como dado em [18],

$$G = 1 \cdot \frac{l_P^3}{m_P t_P^2}, \quad c = 1 \cdot \frac{l_P}{t_P}, \quad \hbar = 1 \cdot \frac{m_P l_P^2}{t_P}. \quad (1.20)$$

Isolando nessas equações l_P , t_P e m_P em termos das constantes básicas obtemos

$$l_P = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} = 1,616 \times 10^{-33} \text{ cm}, \quad (1.21)$$

$$t_P = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}} = 5,391 \times 10^{-44} \text{ s}, \quad (1.22)$$

$$m_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2,176 \times 10^{-5} \text{ g}. \quad (1.23)$$

A escala de Planck é representada por estes números. Tal escala nos diz quando efeitos quantum-gravitacionais são presentes. O comprimento de Planck (l_P) e o tempo de Planck

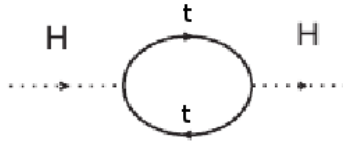


Fig. 1.9: Diagrama de um laço fermiônico.

(t_P) são demasiadamente pequenos em relação ao “mundo” do Modelo Padrão, já que por exemplo o tamanho de um próton é da ordem de $\approx 10^{-15}$ m. Já a massa de Planck, embora pareça pequena, tem um valor muito grande, sendo por exemplo 10^{19} vezes maior que a massa do próton. Com tal observação recaímos na seguinte questão: por que a massa das partículas elementares são muito menores que a massa de Planck, sendo que essa é construída a partir das constantes básicas de uma teoria gravitacional-quântica? Tal questionamento, juntamente com o fato de a gravitação ser muito menos intensa que as demais interações, descreve o chamado problema de Hierarquia. Antes de seguirmos para a próxima seção escreveremos a massa de Planck em termos do sistema natural de unidades ($\hbar = c = 1$),

$$M_P = \sqrt{\frac{1}{G}} \approx 10^{16} \text{TeV} . \quad (1.24)$$

O problema de hierarquia surge, como é discutido em [19], de uma forma mais técnica, no cálculo da massa do bóson de Higgs. Recentes dados experimentais estimam tal massa sendo da ordem de 125GeV[6]. Teoricamente tal massa recebe correções divergentes, como por exemplo na produção associada a laços fermiônicos de quarks, como mostra o diagrama da figura 1.9. A massa do Higgs, M_{Higgs} é relacionada com a sua massa “nua” (massa sem correções), M_{nua} , por [19]

$$M_{Higgs}^2 \approx M_{nua}^2 - \Lambda^2, \quad (1.25)$$

onde Λ é um corte introduzido para regular a divergência. Assumindo que o Modelo Padrão é válido até a escala de Planck, uma natural escolha para o corte seria o da escala de Planck. Isso causaria a divergência da massa do Higgs. Para não termos este problema deveríamos ter a massa de Planck da ordem do TeV.

Para resolver o problema de hierarquia diversos modelos de dimensões extras foram propostos, entre eles se destacam o modelo de dimensões extras universais (UED)[3], o modelo Randall-Sundrum (RS)[2] e o modelo de dimensões extras grandes (ADD)[1]. Esta dissertação foca no estudo deste último modelo e algumas de suas implicações, como a possibilidade de produção de buracos negros em colisores de partículas ultrarelativísticas e o aumento da relevância da presença de grávitons em alguns processos de espalhamento.

1.3 Modelo de Dimensões Extras Grandes

O grande problema que temos para que todas as interações estejam em um mesmo patamar é o fato da massa de Planck ser extremamente superior à massa das partículas elementares e que a intensidade da interação gravitacional é extremamente inferior a das demais interações. Uma solução para este problema deve propor uma massa de Planck próxima

à massa das partículas elementares e também fazer com que a interação gravitacional seja muito mais intensa. Como a gravitação é uma teoria muito bem conhecida e também muito bem testada, a necessidade de tal interação ser mais intensa pode parecer, em um primeiro olhar, um grande problema. Entretanto, devemos enfatizar que os testes realizados para a gravitação nunca ultrapassaram a barreira do nanômetro [20], ou seja, se a gravitação tiver uma alteração substancial em sua intensidade somente a distâncias inferiores ao nanômetro podemos assim resolver tal problema sem conflitar com resultados experimentais.

Uma possível solução foi proposta em 1998 por Arkani-Hamed, Dimopoulos e Dvali denominada Modelo ADD [1] ou ainda modelo de dimensões extras grandes, “grandes” pois ao comparar o raio de compactificação deste modelo com os demais modelos, que consideram dimensões extras, temos que para este os valores são muito superiores. Tal proposta sugere a existência de dimensões extras grandes na Natureza e que tais dimensões estariam compactadas e nelas apenas a interação gravitacional se propagaria. Com tal proposta tem-se o aumento da intensidade da interação gravitacional e conseqüentemente a diminuição da massa de Planck de tal forma que o Problema de Hierarquia é resolvido.

No que segue, faremos uma análise de como o Modelo ADD altera a nossa compreensão da força gravitacional com a adição de dimensões extras e posteriormente veremos o quão grande deve ser o raio de compactificação dessas dimensões para que a Massa de Planck seja da ordem de TeV.

1.3.1 Força Gravitacional em d Dimensões Espaciais

A equação que descreve a força gravitacional entre uma partícula de massa m_1 e uma de massa m_2 , em 3 dimensões espaciais, é muito bem conhecida e é dada por

$$\mathbf{F}(r) = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{\mathbf{r}}. \quad (1.26)$$

Podemos escrever ainda o vetor campo gravitacional, criado pela partícula de massa m_1 , por

$$\Phi(r) = G \frac{m_1}{r^2} \hat{\mathbf{r}}, \quad (1.27)$$

de tal maneira que

$$\mathbf{F}(r) = \Phi(r) m_2. \quad (1.28)$$

Queremos agora escrever uma expressão para a força gravitacional em termos de uma superfície tridimensional, pois isso nos será útil para a generalização de tal força em d dimensões. Para isso invocaremos aqui a Lei de Gauss para escrever o fluxo do campo gravitacional sobre uma superfície fechada S que engloba a massa m_1

$$\oint \Phi \cdot d\mathbf{S} = 4\pi G m_1, \quad (1.29)$$

tomando ainda o campo como radial e a superfície S simetricamente esférica, escrevemos

$$\begin{aligned} \oint \Phi \cdot d\mathbf{S} &= \oint \Phi dS \\ &= \Phi \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^\pi d\phi r^2 \sin \theta \end{aligned} \quad (1.30)$$

$$\begin{aligned} &= \Phi 4\pi r^2 \\ &= \Phi S_3(r), \end{aligned}$$

onde

$$S_3(r) = 4\pi r^2, \quad (1.31)$$

é a área da superfície esférica tridimensional. Comparando este resultado com a eq. (1.29) obtemos

$$\Phi = \frac{4\pi G m_1}{S_3(r)}. \quad (1.32)$$

Voltando na eq. (1.28) escrevemos finalmente

$$F(r) = \frac{4\pi G m_2 m_1}{S_3(r)}. \quad (1.33)$$

A forma generalizada da força gravitacional para d dimensões é escrita então generalizando a expressão para a área da superfície esférica

$$F_d(r) = \frac{4\pi G m_2 m_1}{S_d(r)}. \quad (1.34)$$

Em 3 dimensões observamos que $S_3(r) \propto r^2$ logo em d dimensões devemos ter $S_d(r) \propto r^{d-1}$. Usamos então uma constante Ω_d para escrever a igualdade

$$S_d(r) = \Omega_d r^{d-1}. \quad (1.35)$$

O nosso trabalho agora se concentrará em encontrar quem é Ω_d . Para fazer isso calcularemos a integral, em todo o espaço, da função e^{-r^2} . Faremos tal integral primeiramente em coordenadas cartesianas e posteriormente em coordenadas esféricas. Em coordenadas cartesianas temos

$$\int d^d r e^{-r^2} = \int_{-\infty}^{\infty} dr_1 e^{-r_1^2} \int_{-\infty}^{\infty} dr_2 e^{-r_2^2} \dots \int_{-\infty}^{\infty} dr_d e^{-r_d^2}. \quad (1.36)$$

Tais integrais tem o resultado conhecido, são as chamadas integrais gaussianas, logo temos

$$\int d^d r e^{-r^2} = (\sqrt{\pi})^d. \quad (1.37)$$

Fazendo agora em coordenadas esféricas

$$\begin{aligned} \int d^d r e^{-r^2} &= \int_0^{\infty} dr e^{-r^2} \cdot (\text{área de uma esfera } d \text{ dimensional}) \\ \int d^d r e^{-r^2} &= \int_0^{\infty} dr e^{-r^2} \cdot S_d(r). \end{aligned} \quad (1.38)$$

Com $S_d(r)$ conhecido pela eq. (1.35) escrevemos

$$\int d^d r e^{-r^2} = \int_0^{\infty} dr e^{-r^2} \Omega_d r^{d-1}. \quad (1.39)$$

Fazendo a mudança de variável $x = r^2$ obtemos ainda

$$\int d^d r e^{-r^2} = \frac{\Omega_d}{2} \int_0^\infty dx e^{-x} x^{\frac{d}{2}-1}. \quad (1.40)$$

Tal integral é conhecida e tem como resultado a função gamma de Euler, $\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)$. Assim escrevemos

$$\int d^d r e^{-r^2} = \frac{\Omega_d}{2} \Gamma\left(\frac{d}{2}\right). \quad (1.41)$$

Comparando tal resultado com a eq. (1.37) obtemos finalmente

$$\Omega_d = \frac{2(\sqrt{\pi})^d}{\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)}. \quad (1.42)$$

Podemos agora escrever a superfície de um esfera em d dimensões por

$$S_d(r) = \frac{2(\sqrt{\pi})^d}{\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)} r^{d-1}. \quad (1.43)$$

Voltando a expressão (1.10) temos

$$F_d(r) = 4\pi G m_1 m_2 \frac{\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)}{2(\sqrt{\pi})^d r^{d-1}}. \quad (1.44)$$

De uma outra forma podemos ainda escrever a Força Gravitacional em d dimensões da seguinte maneira

$$F_d(r) = G_d \frac{m_1 m_2}{r^{d-1}}, \quad (1.45)$$

onde G_d é a constante gravitacional generalizada para d dimensões e é dada por

$$G_d = \frac{2G\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)}{(\sqrt{\pi})^{d-2}}. \quad (1.46)$$

Comparando ainda a força gravitacional em 3 dimensões com a força em d dimensões vemos que

$$\frac{F_d(r)}{F(r)} \propto \frac{1}{r^{d-3}}. \quad (1.47)$$

Tal análise fica mais explícita na Fig. 1.10 onde vemos que a intensidade da interação gravitacional aumenta consideravelmente diminuindo a distância entre as massas e aumentando o número de dimensões espaciais, pois agora temos que levar em consideração que o campo se propaga também pelas dimensões extras e a intensidade total do campo é a soma sobre todas as dimensões. Então, a adição de dimensões extras já resolvem o problema de a gravitação tão pouco intensa. Mas apenas adicionar dimensões extras não é o suficiente, pois tal resultado não é compatível com resultados experimentais tendo que para distâncias maiores que o nanômetro a gravitação não é alterada. A fig. 1.10 nos mostra que para distâncias não tão pequenas a gravitação já se modifica. Outro problema que também ainda não resolvemos é o fato que a massa de Planck é muito grande. Este problema e o fato da gravitação se alterar para distâncias maiores que o nanômetro ao adicionarmos dimensões extras serão resolvidos quando compactificarmos as dimensões extras.

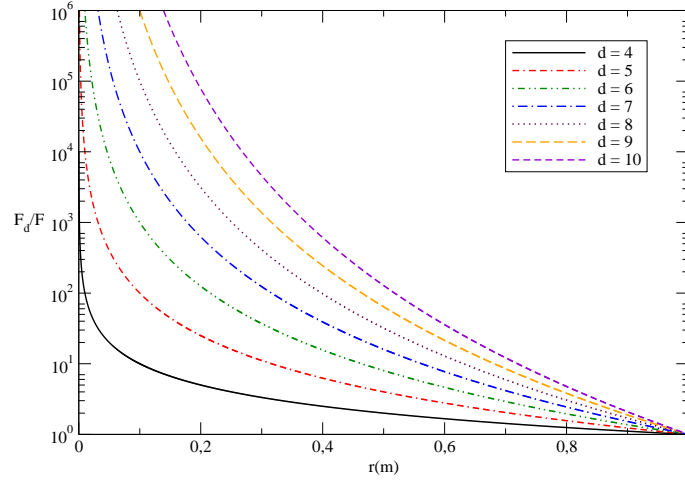


Fig. 1.10: Comparação da força gravitacional em d dimensões espaciais com esta em 3 dimensões espaciais.

1.3.2 Compactificação das Dimensões Extras

Faremos aqui, com base em [18], a compactificação das dimensões extras e relacionaremos o raio de compactificação com a massa de Planck em d dimensões espaciais ($M_P^{(d)}$). Para fazer a compactificação vamos considerar inicialmente a existência de apenas uma dimensão extra, que será denotada pela coordenada x_4 , e compactificada em uma circunferência de $2\pi R$. Imaginamos um anel de massa M distribuído uniformemente sobre a dimensão extra e com as demais coordenadas $x_1 = x_2 = x_3 = 0$. Analisaremos o potencial gravitacional $V^{(4)}$ que emerge da distribuição de massa. Neste caso o potencial $V^{(4)}$ não depende de x_4 . A massa total M pode ser escrita como

$$M = 2\pi R\lambda \quad (1.48)$$

onde λ é a massa por unidade de comprimento. Já a densidade de massa é dada por

$$\rho^{(4)} = \lambda\delta(x_1)\delta(x_2)\delta(x_3). \quad (1.49)$$

Se não soubéssemos da existência da dimensão extra e olhássemos tal distribuição de massa a uma distância maior que R observaríamos apenas um ponto de massa M em $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ tal que a densidade seria

$$\rho^{(3)} = M\delta(x_1)\delta(x_2)\delta(x_3), \quad (1.50)$$

onde $\rho^{(3)}$ seria a densidade em um mundo tridimensional. Podemos assim relacionar as duas densidades

$$\rho^{(4)} = \frac{1}{2\pi R}\rho^{(3)}. \quad (1.51)$$

Usando a equação de Poisson para o potencial gravitacional $V^{(4)}$ temos

$$\nabla^2 V^{(4)} = 4\pi G_4 \rho^{(4)}, \quad (1.52)$$

que ainda pode ser escrita como

$$\nabla^2 V^{(4)} = 4\pi \frac{G_4}{2\pi R} \rho^{(3)}. \quad (1.53)$$

Se olharmos para esta massa M e se não soubéssemos da existência da dimensão extra iríamos escrever

$$\nabla^2 V^{(3)} = 4\pi G \rho^{(3)}. \quad (1.54)$$

Como o resultado da nossa observação, quando olhamos de uma distância maior que R , deve ser o mesmo, podemos escrever $V^{(3)} = V^{(4)}$ de tal forma que devemos ter

$$G = \frac{G_4}{2\pi R}. \quad (1.55)$$

Se queremos generalizar tal resultado para um número n de dimensões extras (onde $n = d - 3$) devemos incluir a potência n no termo $(2\pi R)$ da eq. (1.48) pois a densidade de massa em n dimensões extras deve ser integrada em x_4, x_5, \dots, x_n de 0 a 2π , conseqüentemente aparecerá também em (1.51), (1.53) e (1.55), logo teremos a seguinte relação

$$\frac{G_d}{G} = (2\pi R)^n. \quad (1.56)$$

Nos é mais útil relacionar R com as massa de Planck relacionadas M_P e $M_P^{(n)}$. Como já vimos, a massa de Planck é escrita em termos das constantes \hbar , c e G , agora no caso generalizado de d dimensões usamos G_d de tal maneira que tal massa tenha unidade de massa (kg). Devemos então encontrar a unidade de G_d quando compactificamos as dimensões extras. Analisando a eq. (1.56) logo percebemos que G_d tem unidade

$$[G_d] = [m^{3+n} kg^{-1} s^{-2}]. \quad (1.57)$$

Para escrever a massa de Planck com n dimensões extras ($M_P^{(n)}$) podemos escrevê-la em termos das constantes \hbar , c e G_d de tal forma que tenha unidade de massa. Então fazemos

$$\begin{aligned} [M_P^{(n)}] = [kg] &= [c^i \hbar^j G_d^k] \\ &= [m^{i+2j+(3+n)k} s^{-i-j-2k} kg^{j-k}], \end{aligned} \quad (1.58)$$

de onde tiramos três equações linearmente independentes

$$\begin{cases} i + (3+n)k + 2j = 0 \\ -i - j - 2k = 0 \\ j - k = 1, \end{cases} \quad (1.59)$$

e encontramos como solução

$$\begin{cases} i = \frac{1-n}{2+n} \\ j = \frac{n+1}{2+n} \\ k = \frac{-1}{2+n}. \end{cases} \quad (1.60)$$

n	1	2	3	4	5	6
$R(\text{TeV}^{-1})$	10^{32}	10^{16}	10^{10}	10^8	10^6	10^5
$R(\text{m})$	10^{13}	10^{-3}	10^{-9}	10^{-11}	10^{-13}	10^{-14}

Tab. 1.3: Relação do número de dimensões extras (n) e o raio de compactificação (R).

Com isso escrevemos $M_P^{(n)}$

$$M_P^{(n)} = \left[\frac{1}{G_d} \right]^{\frac{1}{2+n}}, \quad (1.61)$$

ou ainda

$$G_d = \left[\frac{1}{M_P^{(n)}} \right]^{2+n}. \quad (1.62)$$

Usando este resultado e lembrando das eqs. (1.24) e (1.56) chegamos em

$$R = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{M_P^2}{M_P^{(n)2+n}} \right]^{\frac{1}{n}}. \quad (1.63)$$

Como já vimos $M_P \approx 10^{16}\text{TeV}$. O modelo ADD no diz que para acabar com o problema de hierarquia a massa de Planck deve ser da ordem do TeV tal que podemos utilizar $M_P^{(n)} \approx 1\text{TeV}$. A expressão (1.63) pode então ser aproximada como

$$R \approx 10^{\frac{32}{n}} \text{TeV}^{-1}, \quad (1.64)$$

ou ainda no SI

$$R \approx 10^{\frac{32}{n}-19} m. \quad (1.65)$$

Esta última expressão é extremamente interessante, pois com ela podemos saber o tamanho do raio de compactificação das dimensões extras para o modelo ADD. Na tabela 1.3 temos a relação do tamanho das dimensões extras com o número das mesmas. O que este raio nos diz é o quão pequena deve ser a distância entre duas partículas para que efeitos relacionados com as dimensões extras sejam observados. A teoria da gravitação, que é muito bem testada em níveis macroscópicos, nunca foi testada a distâncias menores que o nanômetro (10^{-9}m) o que nos leva a crer que se o modelo ADD estiver correto deveremos ter 3 ou mais dimensões extras na Natureza.

1.3.3 Implicações e Resultados Experimentais

O modelo de dimensões extras grandes tem diversas implicações fenomenológicas que podem ser usadas como observáveis em experimentos com colisões ultrarelativísticas, em especial no LHC. Uma das principais implicações é a possibilidade de produção de buracos negros em colisores [21,5,22,23,24] onde a taxa de sua evaporação em determinadas partículas comparada com a taxa de produção das mesmas pelo Modelo Padrão pode vir a ser um bom observável para o modelo. Estes sinais serão discutidos em mais detalhes nos

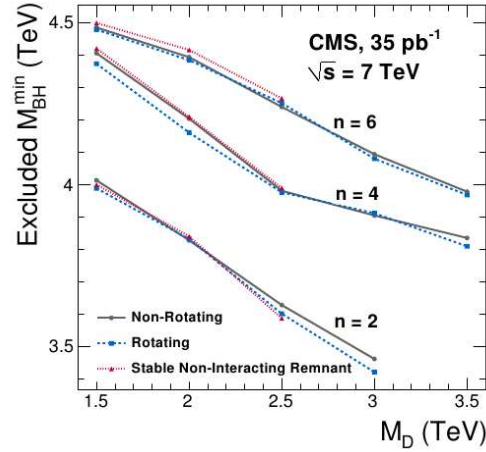


Fig. 1.11: Resultados experimentais de valores de massa de buraco negro excluídas em função da massa de Planck (aquí denominado por M_D). Figura extraída de [25].

capítulos 2 e 3. Recentes resultado experimentais [25] indicam que alguns valores de massa de buraco negro correspondentes com valores de massa de Planck estão excluídos. Como podemos ver na figura 1.11 se tomarmos, por exemplo, $n = 4$ e $M_P = 2\text{TeV}$ temos que a massa de buraco negro deve ser superior a 4.3TeV.

Outra implicação importante do modelo de dimensões extras grandes vem do fato que apenas o campo gravitacional se propaga nas dimensões extras e com isso temos a criação dos modos de Kaluza-Klein que discutiremos brevemente baseados em [26] e [27].

A possível existência de dimensões extras na Natureza faz nos perguntarmos como campos se propagam nestas dimensões extras. Para responder tal questionamento vamos analisar um exemplo no qual consideramos a existência de cinco dimensões, as quatro já conhecidas por nós (uma temporal e três dimensões espaciais infinitas) e uma dimensão espacial compactada em um círculo de comprimento $2\pi R$.

Imaginemos então um campo escalar $\phi(x^\mu, y)$ (onde x^μ representa as coordenadas das quatro dimensões já conhecidas por nós e y a coordenada da dimensão extra) que se propaga no espaço pentadimensional. A equação que descreve o campo escalar de uma partícula de massa m que se propagando em todo o espaço pentadimensional é dada em [19],

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla_5^2 + m^2 \right) \phi(x^\mu, y) = 0, \quad (1.66)$$

onde ∇_5^2 e é dado por

$$\nabla_5^2 = \nabla^2 + \frac{\partial^2}{\partial y^2}. \quad (1.67)$$

A função que descreve o campo escalar ainda pode ser reescrita a partir de uma separação de variáveis, onde ainda estas podem ser expandidas

$$\phi(x^\mu, y) = \sum_n^\infty \varphi_n(x^\mu) \psi_n(y). \quad (1.68)$$

Sabemos que a função $\varphi_n(x^\mu)$, que descreve o campo que se propaga no espaço quadri-dimensional que conhecemos, deve satisfazer a eq. de Klein-Gordon

$$\sum_n^\infty (\square + m^2)\varphi_n(x^\mu) = 0. \quad (1.69)$$

Similarmente a função $\psi_n(y)$, que descreve o campo que se propaga na dimensão extra, deve satisfazer uma equação semelhante que é obtida a partir de um *ansatz* dado em [26],

$$\sum_n^\infty \partial_y^2 \psi_n(y) = \sum_n^\infty -\lambda_n^2 \psi_n(y), \quad (1.70)$$

onde λ_n^2 é chamado estado massivo de Kaluza-Klein e temos $\partial_y = \partial/\partial y$. Temos como solução da eq. (1.70)

$$\sum_n^\infty \psi_n(y) = \sum_n^\infty A e^{i\lambda_n y}, \quad (1.71)$$

onde A é uma constante. Normalizando a função e usando condição de ortogonalidade desta, temos

$$\sum_n^\infty \sum_{n'}^\infty \int_0^{2\pi R} dy |A|^2 e^{-im_{n'} y} e^{i\lambda_n y} \delta_{n'n} = 1, \quad (1.72)$$

ou ainda

$$|A|^2 \int_0^{2\pi R} dy = |A|^2 2\pi R = 1, \quad (1.73)$$

logo

$$A = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}}. \quad (1.74)$$

Assim (1.71) é reescrita como

$$\sum_n^\infty \psi_n(y) = \sum_n^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} e^{i\lambda_n y}. \quad (1.75)$$

Usando agora a condição de contorno

$$\psi_n(2\pi R) = \psi_n(0), \quad (1.76)$$

temos que

$$\begin{aligned} \sum_n^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} e^0 &= \sum_n^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} e^{i\lambda_n 2\pi R} \\ 1 &= \sum_n^\infty \lambda_n^\infty e^{i\lambda_n 2\pi R} \\ 1 &= \sum_n^\infty \lambda_n^\infty (\cos(\lambda_n 2\pi R) + i \sin(\lambda_n 2\pi R)), \end{aligned} \quad (1.77)$$

para satisfazer esta equação devemos ter

$$\lambda_n = \frac{n}{R}. \quad (1.78)$$

Voltando a (1.68) obtemos

$$\phi(x^\mu, y) = \sum_n^\infty \varphi_n(x^\mu) \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} e^{i\frac{n}{R}y}. \quad (1.79)$$

Substituindo esta solução na equação de campo escalar (1.66) obtemos

$$\sum_n^\infty \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + m^2 + \frac{n^2}{R^2} \right) \varphi(x^\mu) = 0, \quad (1.80)$$

onde podemos escrever ainda $m_n^2 = m^2 + \frac{n^2}{R^2}$, assim temos

$$\sum_n^\infty \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + m_n^2 \right) \varphi(x^\mu) = 0. \quad (1.81)$$

A equação (1.81) é a equação de campo escalar de uma partícula de massa m_n que se propagando no espaço quadridimensional. O fato da existência de uma dimensão extra aparece manifestado no mundo quadridimensional como uma soma infinita de modos n na massa da partícula observada, tais modos são chamados modos de Kaluza-Klein (KK). Um modo se distingue do próximo por um fator $1/R$, onde R é o raio de compactificação da dimensão extra. O modelo de dimensões extras grandes nos diz que tal raio pode variar de 10^5 TeV a 10^{10} TeV, o que faz com que esta soma seja uma soma contínua, pois a separação entre cada modo KK se torna muito pequena. Lembrando, que pelo modelo de dimensões extras grandes, apenas grávitons se propagam nas dimensões extras, o efeito dos modos KK aparecem nas interações entre grávitons e as demais partículas de modo que estes podem agora assumir qualquer valor de massa, ampliando assim as possibilidades de acoplamento. Este fato torna agora importante diagramas com a presença de grávitons, tais como de produção de grávitons, como por exemplo o diagrama apresentado na figura 1.12(a), quanto diagramas mediados pela troca de grávitons, como por exemplo o diagrama apresentado na figura 1.12(b).

O modelo de dimensões extras grandes implica o aumento da influência de processos mediados pelo grávitons [28,29]. No Modelo Padrão, podemos desconsiderar processos mediados pelo gráviton pelo fato de seu acoplamento ser muito pequeno, já quando consideramos o modelo de dimensões extras grandes e com isso processos mediados pelo gráviton se tornam, em alguns casos, de suma importância para cálculos de espalhamento. Tal implicação será discutida em mais detalhe no capítulo 4.

No caso de processos em que há produção de um gráviton a implicação existente é a chamada “*missing energy*” (falta de energia) [30] na qual o fato de que grávitons se propagam também nas dimensões extras implica que pode haver grávitons os quais não seriam detectados resultando assim que ao comparar a energia do início do processo com a energia no final do processo perceberíamos uma falta de energia. Temos como exemplo de processo onde acontece tal implicação o diagrama apresentado na figura 1.12(a). Com base nesta implicação resultados experimentais recentes [31,32] indicam a exclusão de valores abaixo de 1,8TeV para a massa de Planck.

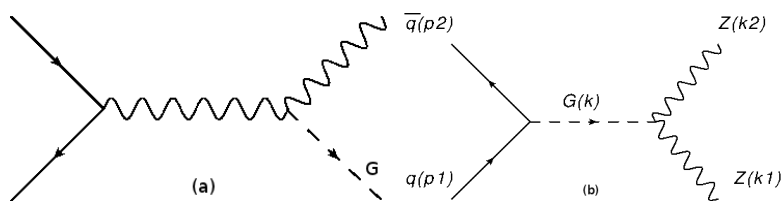


Fig. 1.12: Diagramas com a presença do gráviton, sua produção (esquerda) e como mediador (direita).

1.4 Conclusão

A unificação de todas as interações fundamentais em apenas uma teoria encontra o que chamamos de problema de hierarquia. Tal problema aparece pelo fato da gravitação ser muito menos intensa que as demais interações e a massa de Planck ser extremamente superior a massa das partículas elementares. Para solucionar tal problema, alguns autores propuseram a existência de dimensões extras na Natureza e que nelas apenas a gravitação se propagaria. Vimos, que com a adição de dimensões extras, a gravitação se torna muito mais intensa, mas para distâncias maiores que o nanômetro não teríamos concordância com resultados experimentais. Ao considerarmos que tais dimensões extras estão compactificadas vemos que a adição delas pode ser feita pois a gravitação só se alteraria para distâncias menores que o nanômetro. E ao considerarmos a compactificação, a massa de Planck poderia ser da ordem do TeV e assim resolveríamos o problema de hierarquia.

No próximo capítulo veremos como a inclusão de dimensões extras grandes altera o nosso conhecimento sobre buracos negros e também a possibilidade da produção destes em colisões ultrarelativísticas. No Capítulo 4 veremos como processos mediados pelo gráviton podem vir a ser um bom sinal para observarmos dimensões extras no LHC.

Capítulo 2

Buracos Negros

Um dos objetos singulares estudados na gravitação é o chamado buraco negro, que é consequência imediata da métrica (1.15). Vamos, neste capítulo, discutir um pouco mais a fundo tal objeto, como a sua descrição será alterada considerando o modelo ADD bem como a sua produção em colisões ultrarelativísticas com base em [33] e [16].

2.1 Buracos Negros em 3 Dimensões Espaciais

Vemos que na métrica de Schwarzschild, eq.(1.15), quando o raio de um objeto é dado por $r = r_g$ temos uma singularidade, mas se r for menor que o raio de Schwarzschild temos que este objeto é um buraco negro. Tal objeto é assim chamado porque nada consegue escapar do seu campo gravitacional, nem mesmo a luz. Uma maneira simples de pensar isso é voltando à gravitação Newtoniana e lembrando como se calcula a velocidade de escape de um dado objeto de massa m , ou seja, a velocidade que um objeto precisa para escapar da influência gravitacional de um outro objeto de massa M . Encontramos tal velocidade igualando a variação da energia potencial gravitacional, entre os objetos de massas m e M , que o primeiro sofrerá para sair da influência do campo gravitacional do segundo com a variação de energia cinética do corpo de massa m . Tal velocidade será dada por

$$v^2 = \frac{2GM}{r} . \quad (2.1)$$

Como estamos interessados no raio de Schwarzschild colocamos $v = c$, de tal forma que objeto que tenta sair da influência do campo gravitacional de massa M seja a luz. Encontramos assim o raio limite para que a luz não consiga escapar de tal objeto

$$r < \frac{2GM}{c^2} . \quad (2.2)$$

Como exemplo temos que para a Terra r_g é de aproximadamente 8,87mm. Isso quer dizer que se toda a massa da Terra estivesse contida em uma esfera de raio menor que 8,87mm ela seria um buraco negro. O limite $r = r_g$ também é chamado horizonte de eventos.

2.1.1 Termodinâmica de Buracos Negros

A discussão da Termodinâmica dentro da física de buracos negros começa com o chamado teorema da área [34]. Tal teorema foi descoberto, em 1971, por Stephen Hawking e diz que

a área superficial do horizonte de eventos (onde $r = r_g$) de um BN não pode decrescer e sim aumentar ou permanecer inalterado. Como a área superficial do horizonte de eventos é dada por

$$A = 4\pi(r_g)^2 = \frac{16\pi G^2 M_{BN}^2}{c^2}, \quad (2.3)$$

o Teorema da Área nos diz que

$$dA = \frac{32\pi G^2 M_{BH}}{c^2} dM_{BH} \geq 0. \quad (2.4)$$

A Segunda Lei da Termodinâmica nos diz que a grandeza chamada de entropia, em um sistema isolado, não pode decrescer e sim aumentar ou se manter constante. Ou seja

$$dS \geq 0. \quad (2.5)$$

Uma analogia entre o Teorema da Área e a Segunda Lei da Termodinâmica leva também a uma analogia entre a área superficial do horizonte de eventos a entropia. Esta última analogia levou Bekenstein [35], em 1973, a pensar que isto pode conectar a física de BN e a Termodinâmica. Para encontrar um descrição de entropia para buracos negros, Bekenstein se baseou no teorema “*No-Hair*”, enunciado por Wheeler e Ruffini [36] pela primeira vez. Tal teorema nos diz que um BN pode ser completamente caracterizado por três parâmetros observados externamente: massa, momentum angular e carga elétrica. Então Bekenstein propôs que a entropia de um BN deveria ser escrito em termos do número de possíveis estados internos que correspondem a uma mesma aparência externa. Bekenstein mostrou também que quanto mais massivo o BN maior o número de possíveis estados de configuração, assim a entropia de um BN deveria ser proporcional a sua massa. Como sabemos a área superficial do horizonte de eventos de um BN é proporcional a r_g que por sua vez é proporcional a massa do BN. Com isso e juntamente com a analogia entre entropia e a área superficial do horizonte de eventos temos que a entropia deve ser proporcional com tal área. A equação que descreve a entropia é dado por [16],

$$S_{BN} = \frac{ck_B}{4\hbar} A, \quad (2.6)$$

onde c é a velocidade da luz, \hbar é a constante de Planck, k_B é a contante de Boltzmann e A é a área superficial do horizonte de eventos do BN. Associando agora uma entropia a BN também devemos ter uma temperatura associada a este.

Novamente usaremos uma analogia entre Física de BN e Termodinâmica para encontrar a descrição de uma temperatura para este. A Lei Zero da Termodinâmica nos diz que um corpo tem uma temperatura uniforme no equilíbrio termodinâmico. Na física de BN, temos como analogia que a gravidade superficial ($g_s = GM/r_g^2 = c^4/4GM$) é uniforme em qualquer ponto da superfície do horizonte de eventos do BN. Com tal, analogia J. Bardeen como também B. Carter juntamente com Hawking mostraram [37] que a gravidade superficial tem o mesmo papel em física de BN que a temperatura tem na Termodinâmica. Como a gravidade superficial é inversamente proporcional a massa de BN, a sua temperatura também deve ser. Na próxima subseção será discutido como Hawking encontrou uma descrição para a temperatura aplicando Mecânica Quântica a física de BN.

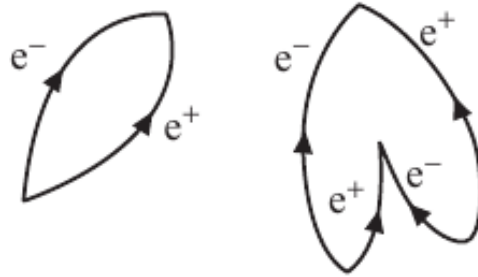


Fig. 2.1: Ilustração da criação de um par elétron e pósitron no vácuo quântico.

2.1.2 Mecânica Quântica aplicada a Física de Buracos Negros

A descrição da Termodinâmica de BN leva a crer na existência de uma temperatura associada ao BN. Mas, como bem sabemos corpos com temperatura devem emitir radiação térmica. Como pode então um BN emitir radiação se toda a matéria e energia presente no seu horizonte de eventos deve cair em direção a ele?

Para responder tal pergunta Hawking investigou o comportamento quântico da matéria na vizinhança de um BN e descobriu que este deveria emitir partículas e que um observador detectaria esta radiação tendo um espectro como de corpo negro. Tal radiação é denominada radiação Hawking.

A radiação Hawking pode ser entendida utilizando o conceito de vácuo quântico. Diferentemente da física clássica, onde o vácuo representa a ausência de matéria em uma região do espaço, na física quântica o vácuo é um mar de partículas e antipartículas que são constantemente criadas e aniquiladas, como ilustra a figura 2.1. Esta idéia de vácuo está relacionada ao Princípio de Incerteza de Heisenberg, o qual nos diz que não se pode precisar a energia de um sistema quântico em cada momento de tempo, ou em outras palavras, em pequenos intervalos de tempo existe uma grande incerteza sobre a quantidade de energia no mundo subatômico. Tal princípio é descrito pela relação

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar. \tag{2.7}$$

Lembrando da relação de energia de Einstein,

$$E = mc^2, \tag{2.8}$$

que pode ainda ser reescrita como

$$\Delta E = \Delta mc^2, \tag{2.9}$$

pode-se combiná-la com (2.7) para obter

$$\Delta m \Delta t \geq \frac{\hbar}{c^2}. \tag{2.10}$$

Tal relação nos diz que em um breve intervalo de tempo não sabemos a quantidade de matéria que existe em uma particular localização do espaço.

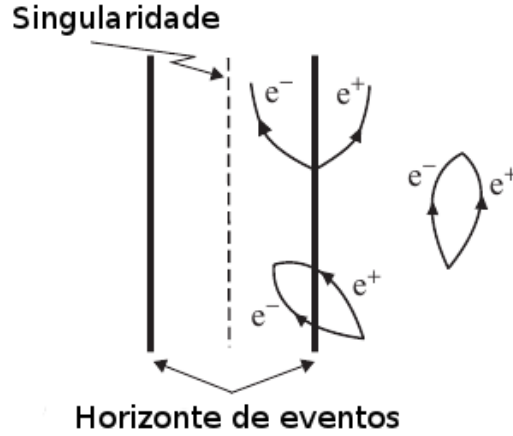


Fig. 2.2: Ilustração da criação de um par elétron e pósitron no vácuo quântico na vizinhança de um buraco negro.

Hawking mostrou que existe a probabilidade de um par de partícula e antipartícula ser criado na vizinhança de um BN e uma dessas partículas, com energia negativa, cair em direção a singularidade e a outra, com energia positiva, escapar, causando assim perda de massa por parte do BN neste processo, como ilustra a figura 2.2. Temos que o número de partículas, com energia E por unidade de volume e por unidade de energia, emitidas por um BN é dado por [16],

$$N(E) = \frac{8\pi}{c^3 h^3} \frac{E^2}{e^{\frac{4\pi^2 E}{g_s h}} - 1}. \quad (2.11)$$

Comparando esta expressão com a de radiação termal de um corpo negro, é possível indentificar a temperatura de buraco negro como sendo

$$T = \frac{\hbar g_s}{4\pi^2 k_B c} = \frac{\hbar c^3}{8\pi k_B G M}, \quad (2.12)$$

a qual nos mostra que a temperatura de BN é inversamente proporcional a massa do mesmo. Logo, para BN super massivos teríamos uma temperatura muito pequena (próxima a zero Kelvin) e para micro BN a temperatura seria extremamente grande (da ordem de 10^{16} Kelvin).

2.2 Buracos Negros em d Dimensões Espaciais

Como vimos no Capítulo 1, a nossa compreensão acerca da gravitação é alterada ao adicionarmos dimensões extras grandes compactadas. Logo, as expressões que citamos para o raio de Schwarzschild e para a temperatura de um BN serão alteradas. O raio de Schwarzschild em termos da massa de Planck para n dimensões extras ($M_P^{(n)}$) é dado por [21],

$$r_g^{(n)} = \frac{1}{\sqrt{\pi} M_P^{(n)}} \left(\frac{M_{BH}}{M_P^{(n)}} \frac{8\Gamma\left(\frac{n+3}{2}\right)}{n+2} \right)^{\frac{1}{n+1}} \quad (2.13)$$

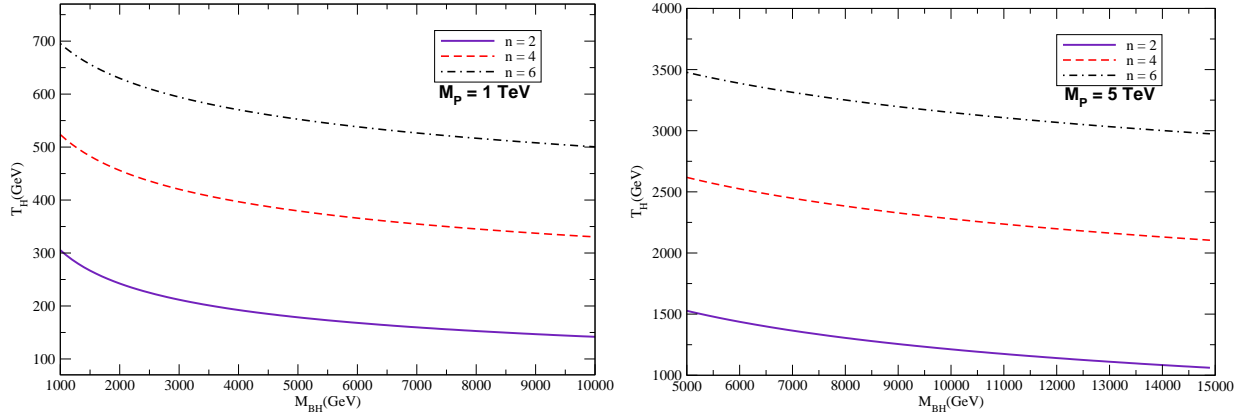


Fig. 2.3: Temperatura de um buraco negro para n dimensões extras considerando $M_P^{(n)} = 1 \text{ TeV}$ (esq.) e $M_P^{(n)} = 5 \text{ TeV}$ (dir.).

Além disso, o Modelo ADD implica que a temperatura de um BN é dada por [21],

$$T_H^{(n)} = \frac{n+1}{4\pi r_g^{(n)}} \quad (2.14)$$

Na figura 2.3 fazemos uma análise da temperatura de buraco negro em função de sua massa (M_{BH}). Vemos que esta decresce com o aumento de M_{BH} e também para menores valores do número de dimensões extras. Além disso, cresce para maiores valores de $M_P^{(n)}$. Tais valores são muito elevados, ao convertemos para Kelvin temos no gráfico da esquerda valores da ordem de 10^{15}K e no da direita da ordem de 10^{16}K .

2.3 Formação de Buracos Negros em Colisores

A produção de BN pode ocorrer de várias maneiras como, por exemplo, no colapso de estrelas com massa superior a dez vezes a massa do Sol. Vamos nos dedicar aqui a analisar a produção em colisores de partículas. Como já vimos, um objeto é um BN se o seu raio é menor que o seu raio de Schwarzschild. O LHC, em funcionamento atualmente, tem realizado colisões ultrarelativísticas entre prótons. Se na colisão de dois prótons conseguirmos deixar duas partículas, extremamente próximas, em uma região do espaço tal que esta região seja menor que o raio de Schwarzschild, associado a elas, o sistema irá colapsar e formar um BN, como é dado pela conjectura de Thorne [38]. É importante salientar que se não considerarmos dimensões extras, o raio de Schwarzschild é da ordem de $10^{-50}m$ e o LHC consegue aproximar dois prótons no máximo a uma distância de $10^{-19}m$. Portanto, a evidência de BN em colisores constitui-se uma prova da existência de dimensões extras grandes.

A seção de choque para a produção de BN em colisores pode ser obtida por argumentos geométricos considerando que ela é a área na qual uma partícula elementar a se encontra com outra partícula elementar b para formar o BN. Logo podemos escrever [5]

$$\sigma^{ab \rightarrow BH}(M_{BH}) \approx \pi R_g^{(n)2}. \quad (2.15)$$

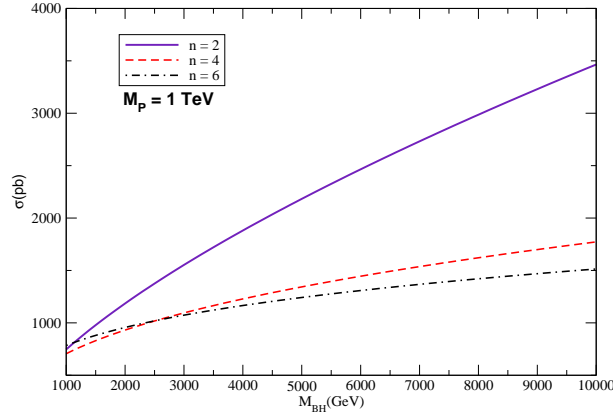


Fig. 2.4: Seção de choque para produção de buraco negro com n dimensões extras considerando $M_P^{(n)} = 1 \text{ TeV}$

O comportamento de tal seção de choque, em função de M_{BH} , é observado na fig. 2.4. Observamos que σ_{BH} cresce com o aumento de M_{BH} e também é maior para menores valores de n .

Para termos a seção de choque de produção total devemos considerar que estamos colidindo prótons e que estes são constituídos por pártons e que um parton a de um próton tem uma dada probabilidade de interagir com um parton b do outro próton. A seção de choque diferencial de produção total é

$$\frac{d\sigma(h_1 h_2 \rightarrow BH + X)}{dM_{BH}} = \frac{2M_{BH}}{s} \sum_{a,b} \int_{\frac{M_{BH}^2}{s}}^1 \frac{dx_a}{x_a} f_{a/h_1}(x_a) f_{b/h_2} \left(\frac{M_{BH}^2}{sx_a} \right) \sigma^{ab \rightarrow BH}(M_{BH}) \quad (2.16)$$

onde \sqrt{s} é a energia do centro de massa, x_i é a fração de momentum portada pelo parton i e $f_i(x_i)$ é a função de estrutura partônica do próton i , que nos dá a probabilidade de encontrarmos um quark ou glúon no interior do próton com fração de momentum x_i .

O cálculo da equação (2.16) depende da escolha de uma função de estrutura partônica. Para analisar a dependência dos resultados, na escolha dessa função, usamos para o cálculo três distribuições diferentes CTEQ5 [13], CTEQ6 [14] e GRV [15]. Vemos na fig. 2.5 que a distribuição CTEQ6 nos dá um valor superior para o cálculo de (2.16). Para cálculos posteriores usaremos então esta distribuição. Usaremos também $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$, valor máximo da energia de centro de massa do LHC, para colisões pp .

Analisamos o comportamento da seção de choque diferencial em função de M_{BH} na Fig. 2.6. Vemos que a seção de choque diferencial diminui com o aumento de M_{BH} . Há pouca influência no número de dimensões extras. Além disso, quanto maior o valor da massa de Planck, temos menores valores para a seção de choque diferencial. É importante salientar que para pequenos valores de M_{BH} temos que a seção de choque diferencial tem valores altos, o que indica a possibilidade de produção de BN no LHC.

Na tabela 2.1 temos o número de BN produzidos por segundo no LHC considerando $M_P = 1 \text{ TeV}$ e diferentes valores de n e M_{BH} . Tal resultado é encontrado multiplicando a seção de choque de produção de BN pela luminosidade do LHC ($10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$). Este resultado nos indica um grande número de BN produzidos no LHC.

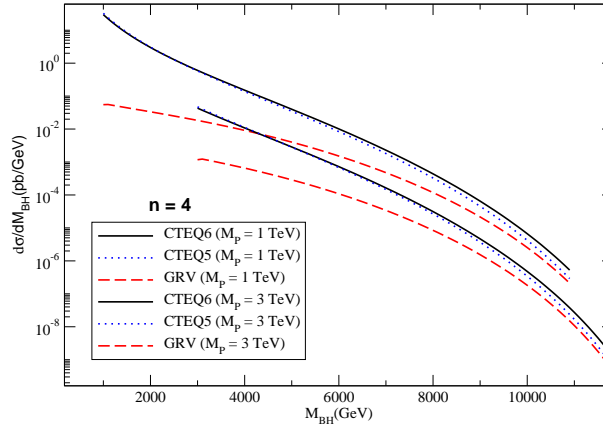


Fig. 2.5: Seção de choque para produção de buraco negro com n dimensões extras considerando $M_p^{(n)} = 1 \text{ TeV}$.

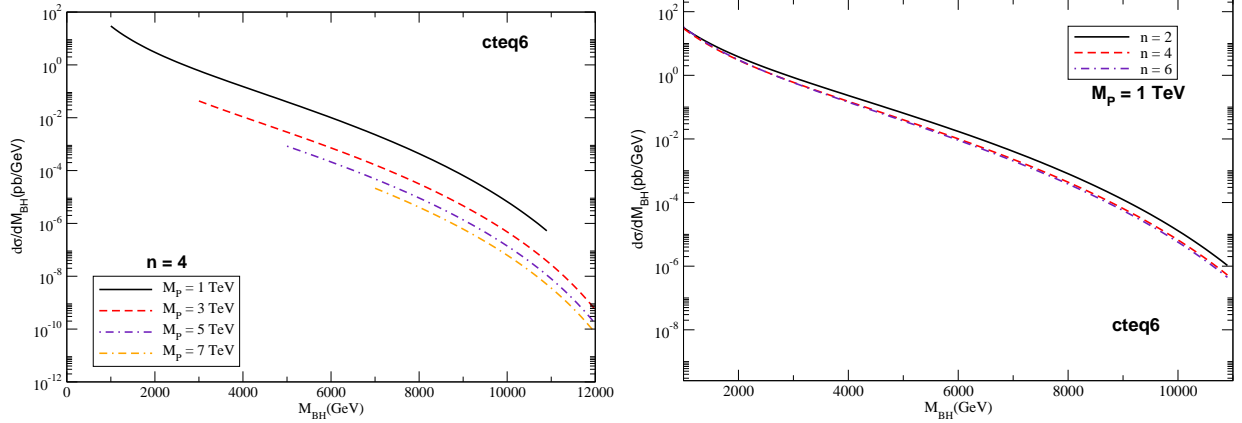


Fig. 2.6: Seção de choque para produção de buraco negro variando M_{BH} para para diferentes valores de $M_p^{(n)}$ (esq.) e diferentes valores de n (dir.).

Até agora consideramos que na formação do BN temos uma colisão totalmente frontal, ou seja, o parâmetro de impacto é zero ($b = 0$) e que toda a energia do centro de massa iria para a formação do BN ou seja $M_{BH} = \sqrt{\hat{s}}$. Como discutido em [23,39,40,19], um BN pode perder energia durante o processo de sua produção por ondas gravitacionais, ou seja, o processo de colisão não é completamente elástico. Yoshino e Nambu [41] quantificaram a perda de energia devido a inelasticidade do processo e mostraram que a massa do BN deve ser $M_{BH} = y(z)\sqrt{\hat{s}}$, onde a inelasticidade (y) é função de $z = b/b_{max}$. A inelasticidade é dada em [23] e mostrada na figura 2.7, onde vemos que ela diminui e consequentemente, a perda de energia aumenta, quanto maior o valor do parâmetro de impacto e também maior o número de dimensões extras.

Com a correção de inelasticidade a seção de choque é escrita em [23] por

$$\sigma_{pp \rightarrow BH+X}(s, x_{min}) = \int_0^1 2z dz \sum_{a,b} \int_{\frac{(x_{min} M_P)^2}{y^2 s}}^1 d\tau \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} f_a\left(\frac{\tau}{x}\right) f_b(x) \sigma_{ab \rightarrow BH}(\tau s). \quad (2.17)$$

Tal efeito será incluído nas estimativas para produção de quarks pesados a serem apresen-

	$n = 2$	$n = 4$	$n = 6$
$M_{BH} = 2\text{TeV}$	11.85	9.31	9.56
$M_{BH} = 10\text{TeV}$	34.65	17.72	15.14

Tab. 2.1: Número de buracos negros produzidos por segundo, para $M_P = 1\text{TeV}$, para diferentes valores de n e M_{BH} .

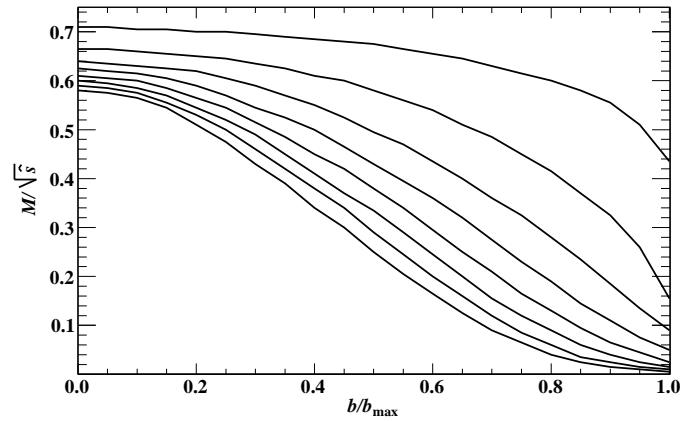


Fig. 2.7: Inelasticidade em função do parâmetro de impacto, temos $n = 0$ para curva mais acima e n cresce até a última curva ($n = 7$). Figura retirado de [23].

tados no próximo capítulo. Entretanto é importante salientar que se estes efeitos devem ou não se incluídos nas estimativas para o LHC ainda é uma questão em aberto.

2.4 Conclusão

Buracos negros são objetos que surgem na teoria da Relatividade Geral quando temos um objeto massivo que tem seu raio menor que o raio de Schwarzschild associado a ele. Estes objetos deformam o espaço ao seu redor de tal forma que nem mesmo a luz consegue escapar dele. Quando se aplica a Mecânica Quântica a eles, podemos associar a eles uma temperatura, o que implica que também emitem radiação.

Ao considerarmos o cenário ADD vemos, em nossos resultados, que existe a possibilidade de uma alta taxa de produção de BN em colisões ultrarelativísticas, em particular no LHC. Podemos usar este fato como um possível observável para evidenciar o modelo de dimensões extras grandes. Para detectar a produção de BN podemos olhar para a evaporação do mesmo, a qual tem dependência com a sua temperatura. Vimos que a temperatura de BN pouco massivos é extremamente grande, o que caracteriza então uma alta taxa de evaporação. No próximo capítulo iremos analisar a evaporação destes BN em quarks pesados e a possibilidade de usar como um observável.

Capítulo 3

Produção de Quarks Pesados

Vimos no capítulo anterior que existe a possibilidade da produção de buracos negros no LHC se o modelo ADD estiver correto. Tal objeto evaporará em várias partículas e no caso de buracos negros pouco massivos a taxa de evaporação será alta. Podemos usar então a evaporação de buracos negros no LHC como um observável para evidenciar o modelo ADD. Neste capítulo faremos a comparação da taxa de produção de quarks pesados via evaporação de BNs com a via Modelo Padrão. Os resultados apresentados neste capítulo são a base de um artigo em elaboração. Uma versão resumida dos resultados foi publicado em [4].

3.1 Produção via Modelo Padrão

A descrição da seção de choque para a produção de quarks pesados via QCD basea-se na fatorização colinear [42]. A seção de choque pode ser escrita como uma convolução de dois termos, o primeiro é a seção de choque para o espalhamento entre os dois pártons (obtida via QCD perturbativa) e o segundo das densidades partônicas (QCD não perturbativa). A fig. 3.1 ajuda a entender a fatorização colinear. A seção de choque de interação de dois hádrons com quadrimomentos P_1 e P_2 é dada por [43],

$$\sigma(h_1 h_2 \rightarrow Q\bar{Q}) = \sum_{i,j} \int dx_1 \int dx_2 f_{i/h_1}(x_1, Q^2) f_{j/h_2}(x_2, Q^2) \hat{\sigma}_{ij}(p_1, p_2, \alpha_s(Q^2), Q^2) \quad (3.1)$$

onde $p_{1,2} = x_{1,2}P_{1,2}$ são as frações de momentum portadas pelos pártons interagentes que estão contidos nos hádrons h_1 e h_2 , respectivamente, e $f_{i,j/h_{1,2}}$ são as distribuições partônicas

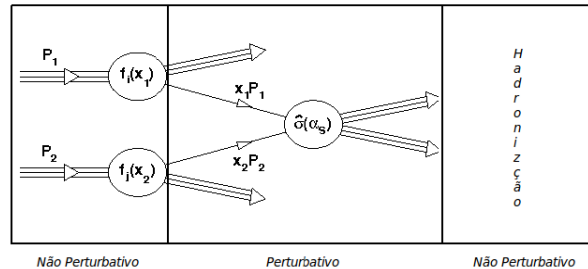


Fig. 3.1: Os círculos representam os hádrons colisores, o subprocesso partônico dá origem a seção de choque elementar $\hat{\sigma}_{ij}(\alpha_s)$, e após a colisão hadronizam.

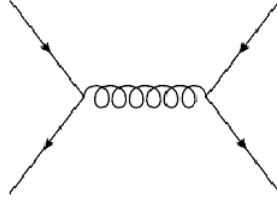


Fig. 3.2: Diagrama de Feynman, em primeira ordem, para o processo $q\bar{q} \rightarrow Q\bar{Q}$.

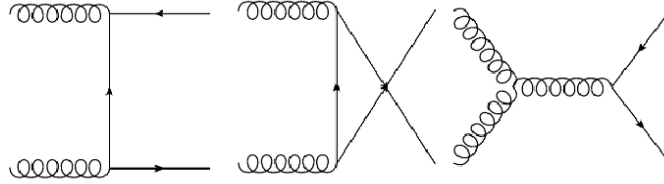


Fig. 3.3: Diagramas de Feynman, em primeira ordem, para o processo $gg \rightarrow Q\bar{Q}$.

de cada próton. Em QCD, a produção de quarks pesados é descrita em termos de dois subprocessos: o primeiro representando a aniquilação de dois quarks leves em dois quarks pesados ($q\bar{q} \rightarrow Q\bar{Q}$) e o segundo de dois glúons indo em dois quarks pesados ($gg \rightarrow Q\bar{Q}$). É interessante notar que para fazer o cálculo do primeiro processo devemos considerar, em primeira ordem, apenas o diagrama de Feynman, apresentado na figura 3.2, mas para calcularmos o segundo processo temos que considerar três diagramas, apresentados na figura 3.3.

A seção de choque para o processo $q\bar{q} \rightarrow Q\bar{Q}$ é dada por [44],

$$\sigma_{q\bar{q} \rightarrow Q\bar{Q}}(Q^2) = \frac{16\pi\alpha_s^2(Q^2)}{27Q^2}(1 + \gamma)(1 - \gamma)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.2)$$

Já a seção de choque para o processo $gg \rightarrow Q\bar{Q}$ é dada por [44],

$$\sigma_{gg \rightarrow Q\bar{Q}}(Q^2) = \frac{\pi\alpha_s^2(Q^2)}{3Q^2} \left[- \left(7 + \frac{31}{4}\gamma \right) \frac{1}{4}X + \left(1 + \gamma + \frac{1}{16}\gamma^2 \right) \ln \left(\frac{1+X}{1-X} \right) \right] \quad (3.3)$$

onde $\gamma = m_Q^2/Q^2$, $X = (1 - \gamma)^{\frac{1}{2}}$ e Q^2 é o quadrado da massa invariante do par $Q\bar{Q}$ que pode ser dada por $Q^2 = x_a x_b s$, onde x_a e x_b são as frações de momentum portadas pelas partículas a e b respectivamente e s é o quadrado da energia do centro de massa. Iremos considerar a parametrização CTEQ6 [14], também consideraremos $m_c = 1.5\text{GeV}$, $m_b = 4.5\text{GeV}$ e $m_t = 174\text{GeV}$ e consideraremos que a escala de fatorização é igual a $4m_Q^2$.

3.2 Produção via Evaporação de Buracos Negros

Como vimos no capítulo anterior, após ser formado, um BN irradiará e que para o caso de BNs pouco massivos, como no caso dos que podem ser formados em colisões ultrarelativísticas, estes terão uma temperatura muito elevada. Conseqüentemente, estes irradiarão

com uma taxa muito elevada. A taxa de emissão por unidade de tempo de um determinado quark, com momentum $p = |\vec{p}|$ e energia $Q = \sqrt{p^2 + M^2}$ é dada por [22],

$$\frac{dN}{dt} = \frac{c_S \sigma_S}{8\pi^2} \frac{dpp^2}{(e^{\frac{Q}{T_{BH}}} + 1)} \quad (3.4)$$

onde σ_S é o chamado “grey – body factor”. Tal fator é necessário para introduzir o fato de que a radiação do BN, que a princípio é do tipo corpo negro, sofre um desvio causado pela distorção do espaço-tempo, então o espectro da radiação observada está desviada pelo fator σ_S do espectro da radiação de corpo negro. Tal fator em uma aproximação geométrica é dado por [22],

$$\sigma_S = \Gamma_S 4\pi \left(\frac{d+3}{2} \right)^{\frac{2}{(d+1)}} \frac{d+3}{d+1} R_S^2 \quad (3.5)$$

onde tomamos $\Gamma_S = \frac{2}{3}$ para partículas de spin 1/2. Além disso, c_S é o fator de multiplicidade.

Para o número total de quarks emitidos por BN temos

$$N_{quark} = \int_0^{t_f} dt \int_0^{M_{BH}} \frac{c_S \sigma_S}{8\pi^2} \frac{dpp^2}{(e^{\frac{\sqrt{p^2 + M^2}}{T_{BH}}} + 1)} \quad (3.6)$$

onde t_f é o tempo em que o BN evaporará, que é dado por

$$t_f = \frac{C}{M_P} \left(\frac{M_{BH}}{M_P} \right)^{\frac{d+3}{d+1}}. \quad (3.7)$$

O valor que usamos é dado por [22] e é $t_f = 10^{-3}$ fm.

Para encontrar a seção de choque de produção de quarks via evaporação de BN devemos multiplicar o número total de quarks, emitidos por BN, pela seção de choque de produção de BN,

$$\sigma_{heavyquark} = N_{heavyquark} \sigma_{BH} \quad (3.8)$$

onde σ_{BH} é encontrada pela integração da eq. (2.16).

3.3 Resultados

Nosso trabalho consiste em encontrar um observável que possa evidenciar as dimensões extras. Uma proposta de observável foi dada por [22] onde temos a comparação da produção de quarks top via evaporação de buracos negros produzidos no LHC com a produção do mesmo quark via cálculos da QCD. Estendemos esta análise para outros quarks pesados e para energias dos futuros colisores e de raios cósmicos. Além disso, consideramos os efeitos associados à inelasticidade. Fazemos aqui uma análise da produção de quarks pesados (*charm*, *bottom* e *top*) via evaporação de BNs e via QCD.

Começamos pela comparação das seções de choque de produção de tais quarks via evaporação, sem considerar correções, com a produção via QCD. Na figura 3.4 apresentamos a seção de choque para a produção de quarks pesados e comparamos as previsões da QCD e de partículas emitidas pelo BN considerando as seguintes combinações de parâmetros: (M_P

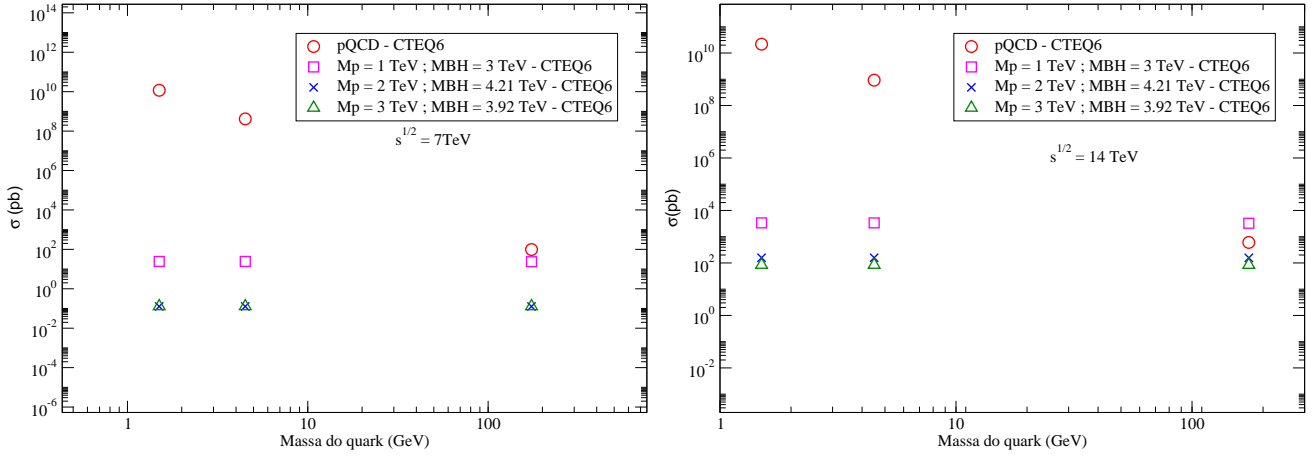


Fig. 3.4: Seção de choque de produção de quarks pesados, em função da massa do quark, para $\sqrt{s} = 7$ TeV (esq.) e 14 TeV (dir.).

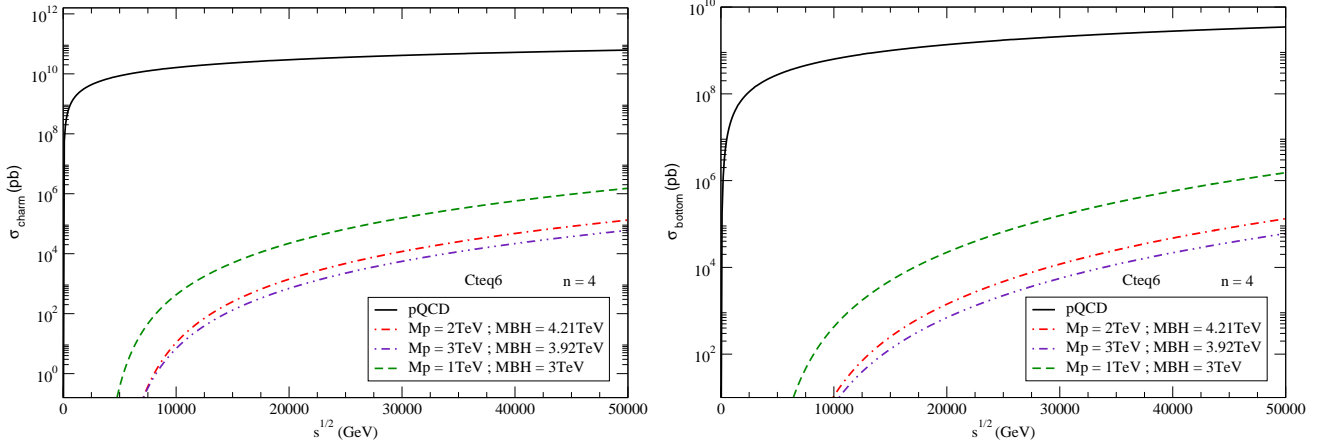


Fig. 3.5: Seção de choque de produção do quark charm (esq.) e do quark bottom (dir.) em função da energia para $n = 4$ e diferentes valores de M_P e M_{BH} .

= 1 TeV e $M_{BH} = 3$ TeV), ($M_P = 2$ TeV e $M_{BH} = 4.21$ TeV) e ($M_P = 3$ TeV e $M_{BH} = 3.92$ TeV), onde estes dois últimos conjuntos de parâmetros são indicações experimentais da Ref. [25]. No lado esquerdo apresentamos nossos resultados para $\sqrt{s} = 7$ TeV e no lado direito para $\sqrt{s} = 14$ TeV. Vemos que para o quark top (massa = 174 GeV) temos uma competitividade para a seção de choque de sua produção entre QCD e via evaporação para o primeiro conjunto de parâmetros quando $\sqrt{s} = 7$ TeV e com todos os conjuntos de parâmetros quando $\sqrt{s} = 14$ TeV. Isto nos indica que a análise da produção do quark top pode ser um bom observável para verificar experimentalmente a produção de BNs no LHC. Já para os demais quarks pesados temos que a sua produção é muito superior via QCD do que via evaporação. Logo estes não são bons observáveis da presença de dimensões extras grandes para energias do LHC.

Na figura 3.5 temos a comparação da seção de choque de produção do quark charm (esq.) e do quark bottom (dir.) em função de \sqrt{s} via QCD e via evaporação com $n = 4$ e

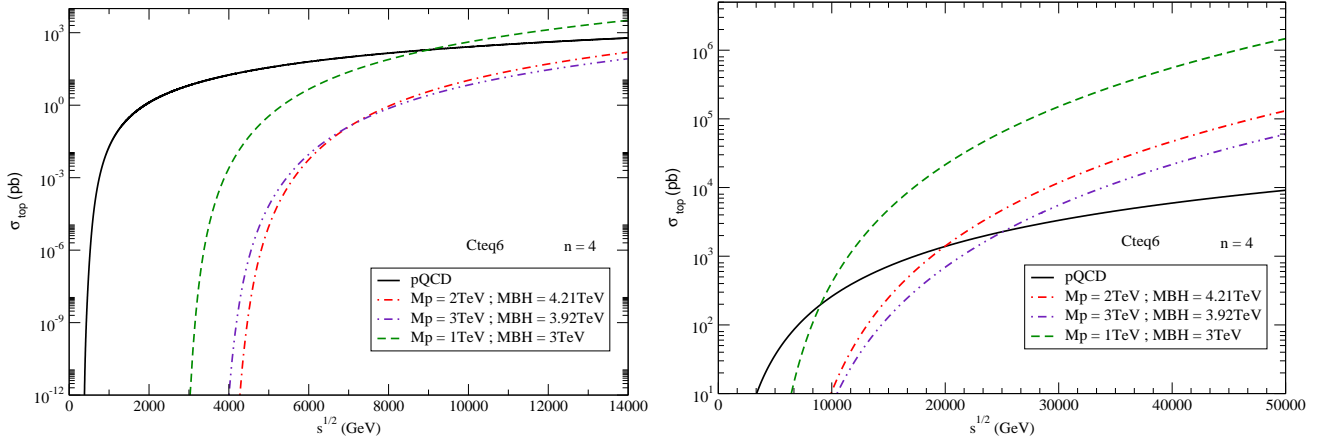


Fig. 3.6: Seção de choque de produção do quark top em função de \sqrt{s} analisando até $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$ (esq.) e $\sqrt{s} = 50 \text{ TeV}$ (dir.) e diferentes valores de M_p e M_{BH} .

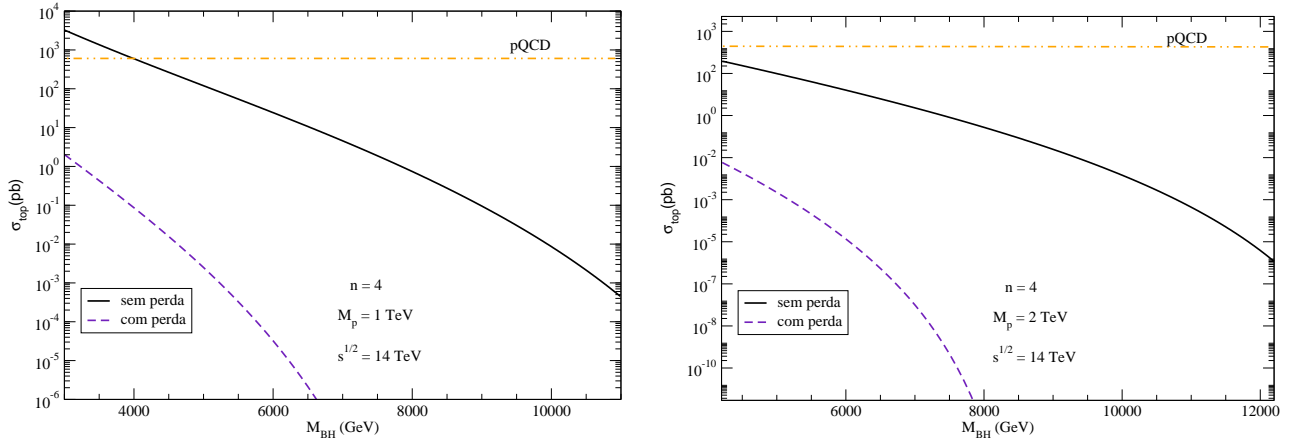


Fig. 3.7: Seção de choque de produção do quark top incluindo inelasticidade em função da massa do BH para $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$, $n = 4$ e $M_p = 1 \text{ TeV}$ (esq.) e 2 TeV (dir.).

com os mesmos conjuntos de valores de M_p e M_{BH} anteriores. Verificamos que mesmo no caso de futuros aceleradores ($\sqrt{s} \geq 20 \text{ TeV}$) e raios cósmicos ($\sqrt{s} \geq 50 \text{ TeV}$), a seção de choque de produção dos quarks charm e bottom via evaporação não se tornam competitivas se comparadas com a produção via QCD. Temos que mesmo para \sqrt{s} tão elevados estes não são bons observáveis para verificar experimentalmente a produção de BNs.

Já na figura 3.6 fazemos a análise da comparação da produção de quarks top variando a energia do centro de massa. Observamos que quanto maior a energia de centro de massa melhor o cenário para evidenciar dimensões extras grandes. Temos também que para energias de centro de massa inferiores a 4 TeV não temos bons cenários para evidenciar o modelo ADD.

Até agora não consideramos nenhum tipo de correção nos nossos resultados. Vamos introduzir agora a correção de perda de energia na formação do BN discutida por [23] onde consideramos que o espalhamento não é completamente elástico.

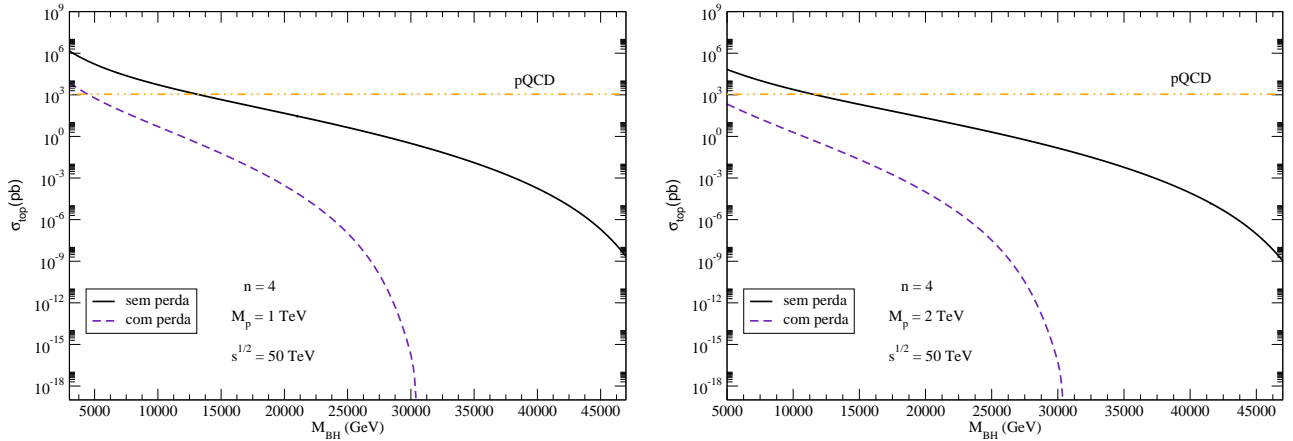


Fig. 3.8: Seção de choque de produção do quark top incluindo inelasticidade em função da massa do BH para $\sqrt{s} = 50$ TeV, $n = 4$ e $M_P = 1$ TeV (esq.) e 2 TeV (dir.).

A influência dessas correções são mostradas nas figuras 3.7 e 3.8. Na figura 3.7 analisamos o comportamento da seção de choque em função de M_{BH} , comparando as previsões via QCD e via evaporação com e sem os efeitos associados a inelasticidade. Consideramos $\sqrt{s} = 14$ TeV, $n=4$ e $M_P=1$ TeV no lado esquerdo e $\sqrt{s} = 14$ TeV, $n=4$ e $M_P=2$ TeV no lado direito. Notamos que com tal correção a produção de quarks top deixa de ser um bom observável para evidenciar dimensões extras, pois produção via evaporação não é mais competitiva com a via QCD.

Estendemos a análise acima discutida para o valor de energia de centro de massa igual a 50 TeV na figura 3.8. Vemos nesta figura que a possibilidade da produção de quarks top ser um bom observável para analisar a produção de BNs em futuros aceleradores e raios cósmicos, quando consideramos parâmetros indicados experimentalmente, somente é possível para pequenos valores de M_{BH} . É importante salientar que a correção discutida é ainda uma questão em aberto, não excluindo a possibilidade dos resultados anteriores serem bons observáveis.

3.4 Conclusões

Quando consideramos a existência de dimensões extras grandes vimos que buracos negros terão uma seção de choque de produção no LHC considerável e pela teoria de BN estes irão evaporar em todos os tipos de partículas. Analisamos então a seção de choque de produção de quarks pesados via evaporação de BN e via QCD para podermos analisar se tais seções de choque são competitivas e assim encontrar um bom observável para evidenciar as dimensões extras grandes.

Inicialmente vimos que a produção de quarks *charm* e *bottom* em nenhum cenário, tanto para energias do LHC como para energias de raios cósmicos, se torna um bom observável para evidenciar a veracidade do modelo de dimensões extras grandes. Por outro lado, se as correções associadas a inelasticidade forem desprezíveis, a produção de quark top é um

bom observável para evidenciar dimensões extras no LHC e em raios cósmicos. Mas, se considerarmos a correção de perda de energia no momento da produção de BN, a produção do quark *top* só será um bom observável para energias de raios cósmicos e com pequenos valores de massa de BN, deixando de ser um bom observável para o LHC.

Capítulo 4

Produção Dupla do Bóson Z

A produção do Bóson Z pode se dar através de vários processos. Estudamos aqui a produção mediada pelo gráviton, considerando a proposta do Modelo de Dimensões Extras Grandes, em processos inclusivos e exclusivos no LHC. A partir de tal estudo procuramos verificar se este estado final específico pode ser considerado um bom observável para a verificação do modelo. Os resultados apresentados neste capítulo são a base de um artigo em elaboração.

4.1 Modelo Padrão

A produção dupla do bóson Z vista apenas do ponto de vista do Modelo Padrão desconsidera processos mediados pelo gráviton e em ordem dominante apenas ocorre na produção inclusiva. No processo inclusivo, temos a aniquilação de um par quark anti-quark dando origem ao par de bóson Z , tal processo está representado no diagrama da figura 4.1. Não temos tal produção por processos exclusivos, pois nesta apenas glúons são trocados, entre os prótons, e não existem, em ordem dominante, diagramas nos quais glúons dão origem a um par de Z .

A seção de choque para produção dupla, inclusiva, do bóson Z no LHC é estimada em [45]. Temos que para uma energia de centro de massa de 14TeV esta seção de choque é da ordem de $15pb$.

Em processos exclusivos de colisões entre hádrons temos que estes permanecem intactos após a colisão, diferentemente do processo inclusivo. Estamos interessados aqui no processo $pp \rightarrow pZZp$ em que no estado inicial temos dois prótons e no estado final temos os mesmos dois prótons e mais um par de Z . A ideia da produção exclusiva consiste no fato de que

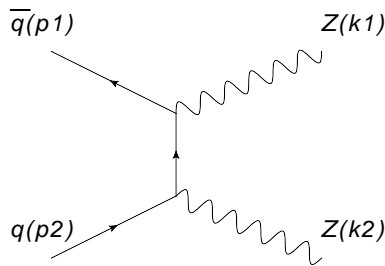


Fig. 4.1: Diagrama para o processo $q\bar{q} \rightarrow ZZ$.

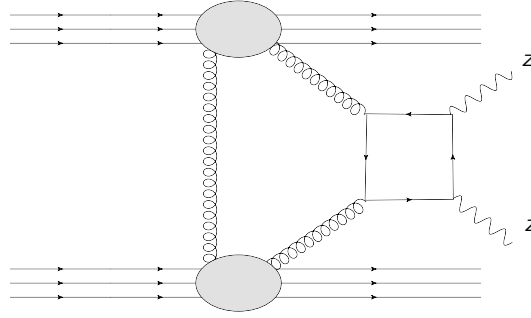


Fig. 4.2: Diagrama da produção dupla, exclusiva, do bóson Z pelo Modelo Padrão.

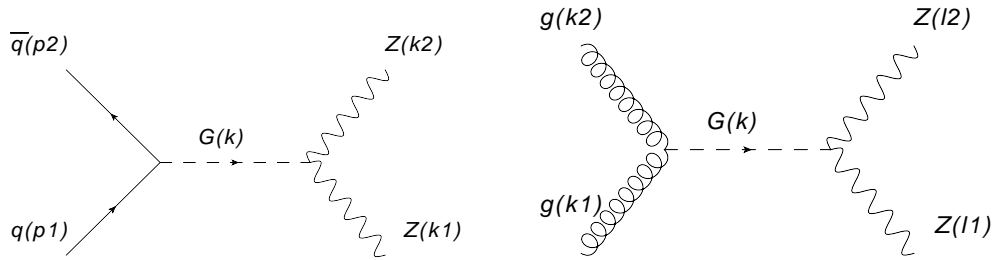


Fig. 4.3: Diagramas em ordem dominante da produção dupla do bóson Z, inclusiva, considerando a influência de grávitons.

dois prótons interajam trocando apenas glúons e nessa interação se dará a produção de partículas como o bóson Z. Este processo visto do ponto de vista do Modelo Padrão não possui diagramas em ordem dominante, apenas em mais alta ordem como vemos, por exemplo, no diagrama da figura 4.2.

4.2 Dimensões Extras Grandes

Considerando o Modelo de Dimensões Extras Grandes, o qual nos diz que apenas grávitons podem se propagar em tais dimensões extras, e temos que a interação gravitacional é amplificada e consequentemente processos mediados pelo gráviton devem ser considerados. Veremos aqui dois processos, inclusivo e exclusivo, da produção de bósons Z mediados pelo gráviton.

4.2.1 Processo Inclusivo

No processo inclusivo temos que dois prótons interagem e dão origem a um par de bósons Z e mais um estado final X e Y associados a dissociação dos hádrons incidentes.

$$h_1 + h_2 \rightarrow X + ZZ + Y \tag{4.1}$$

Estamos interessados aqui em processos nos quais a produção do par de Z é obtida através da mediação de grávitons. Estes processos estão representados nos diagramas da figura 4.3.

Para obtermos a seção de choque total da produção do par de Z em processos mediados pelo gráviton utilizamos a expressão (3.1),

$$\sigma(h_1 h_2 \rightarrow ZZ) = \sum_{i,j} \int dx_1 \int dx_2 f_{i/h_1}(x_1, Q^2) f_{j/h_2}(x_2, Q^2) \hat{\sigma}_{ij}(p_1, p_2, \alpha_s(Q^2), Q^2). \quad (4.2)$$

Tal cálculo irá diferir do Capítulo 3 pelo fato de termos agora uma seção de choque do subprocesso ($\hat{\sigma}$) diferente que considera a produção do bóson Z mediada por grávitons. Tal seção de choque é obtida através das regras de Feynman (apresentadas no Apêndice A).

Para a seção de choque diferencial do subprocesso $q\bar{q} \rightarrow ZZ$ temos [28],

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\sigma}_{q\bar{q}}}{d\cos\theta} &= \frac{\hat{s}\sqrt{1-4xa^2}(1+b^2)F(n)T(n)}{24} \\ &\times \left[\frac{z^4(1-4x)^2 + 10z^2x(1-4x) - 2x(1-4x) - 1}{(1-z^2)(1-4x) + 4x^2} \right] \\ &+ \frac{\pi\hat{s}^3\sqrt{1-4x}F^2(n)(\pi^2 + 4T^2(n))}{384} \\ &\times \{-3z^4(1-4x)^2 + z^2(1-4x)(1-12x) + 2(1+4x)\}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

onde $x = m_Z^2/\hat{s}$, m_Z é a massa do bóson Z , $z = \cos\theta$, $a = e/(4\sin\theta_W \cos\theta_W)$ onde e é a carga elétrica elementar e θ_W é o ângulo de Weinberg, $b = -1 + 8\sin^2\theta_W/3$ para quarks tipo *up* (*up*, *charm* e *top*) e $b = -1 + 4\sin^2\theta_W/3$ para quarks tipo *down* (*down*, *strange* e *bottom*). Para a seção de choque diferencial do subprocesso $gg \rightarrow ZZ$ temos:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\sigma}_{gg}}{d\cos\theta} &= \frac{\pi\hat{s}^3\sqrt{1-4x}F^2(n)(\pi^2 + 4T^2(n))}{1024} \\ &\times \{3z^4(1-4x)^2 + 2z^2(1-4x)(5+12x) + (1+12x)(3+4x)\}, \end{aligned} \quad (4.4)$$

onde

$$F(n) = \frac{\hat{s}^{\frac{n}{2}-1}}{M_P^{n+2}}, T(n) = I\left(\frac{M_P}{\sqrt{\hat{s}}}\right), \quad (4.5)$$

e $I\left(\frac{M_P}{\sqrt{\hat{s}}}\right)$ é dado em [46] por,

$$I\left(\frac{M_P}{\sqrt{\hat{s}}}\right) = \int_0^{M_P/\sqrt{\hat{s}}} dy \frac{y^{n-1}}{1-y^2}, \quad (4.6)$$

as funções $F(n)$ e $I\left(\frac{M_P}{\sqrt{\hat{s}}}\right)$ devem satisfazer a relação

$$k^2 D(\hat{s}) = 8\pi F(n) \left(\pi + 2i I\left(\frac{M_P}{\sqrt{\hat{s}}}\right) \right), \quad (4.7)$$

onde k^2 é dado pela relação

$$k^2 = \frac{8\pi(4\pi)^{n/2} \Gamma(n/2)}{R^n M_P^{n+2}}, \quad (4.8)$$

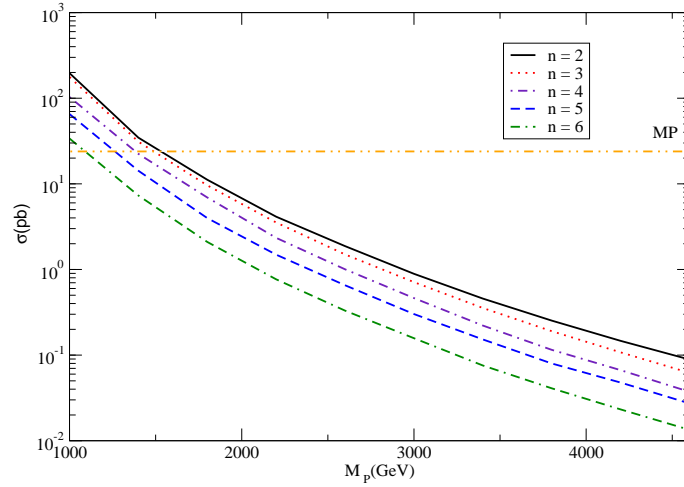


Fig. 4.4: Seção de choque de produção dupla inclusiva do bóson Z.

e $D(\hat{s})$ representa o propagador do gráviton somado sobre todos os modos n de Kaluza-Klein. Como necessitamos a seção de choque do subprocesso, fazemos:

$$\hat{\sigma} = \int d\hat{\sigma} = \int \left(\frac{d\hat{\sigma}_{q\bar{q}}}{d\cos\theta} + \frac{d\hat{\sigma}_{gg}}{d\cos\theta} \right) d\cos\theta, \quad (4.9)$$

ou ainda usando $z = \cos\theta$ escrevemos:

$$\hat{\sigma} = \int_{-1}^1 \left(\frac{d\hat{\sigma}_{q\bar{q}}}{dz} + \frac{d\hat{\sigma}_{gg}}{dz} \right) dz. \quad (4.10)$$

Por fim (4.2) fica escrita da seguinte forma:

$$\sigma(h_1 h_2 \rightarrow ZZ) = \sum_{i,j} \int dx_1 \int dx_2 \int_{-1}^1 dz f_{i/h_1}(x_1, Q^2) f_{j/h_2}(x_2, Q^2) \left(\frac{d\hat{\sigma}_{q\bar{q}}}{d\cos\theta} + \frac{d\hat{\sigma}_{gg}}{d\cos\theta} \right). \quad (4.11)$$

Os resultados para a seção de choque total estão na figura 4.4. Onde notamos que apenas para pequenos valores de M_P a seção de choque de produção inclusiva de bósons Z, produzido pela mediação do gráviton, é competitiva com a do Modelo Padrão que é de $15pb$. Tal resultado não caracteriza um bom observável pois recentes resultados experimentais excluem a possibilidade de M_P ter valores abaixo de $2TeV$.

4.2.2 Processo Exclusivo

O processo exclusivo difere do inclusivo no fato de que, no primeiro, os hádrons permanecem intactos após a colisão e normalmente estes são espalhados a pequenos ângulos. Este tipo de colisão é conhecida como produção exclusiva central:

$$h_1(p_1) + h_2(p_2) \rightarrow h_1(p'_1) \oplus X \oplus h_2(p'_2), \quad (4.12)$$

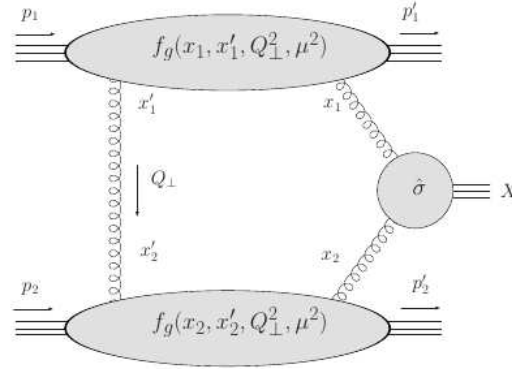


Fig. 4.5: Diagrama do modelo de Durham, figura extraída de [48].

onde \oplus denota lacunas de rapidez entre os hádrons e o sistema central X . Iremos descrever este processo em termos do modelo proposto por Khose, Martin e Ryskin [47] denominado modelo de Durham.

O momento final dos hádrons pode ser parametrizado em termos da fração de momento transferido para X , x_i e o seu momento transversal, $p'_{i\perp}$ como é dado por [48],

$$p_1'^{\mu} = (1 - x_1)p_1^{\mu} + \frac{\mathbf{p}_{1\perp}^2}{(1 - x_1)s}p_2^{\mu} + p_{1\perp}'^{\mu} \quad (4.13)$$

$$p_2'^{\mu} = (1 - x_2)p_2^{\mu} + \frac{\mathbf{p}_{2\perp}^2}{(1 - x_2)s}p_1^{\mu} + p_{2\perp}'^{\mu} \quad (4.14)$$

onde s é o quadrado do centro de massa do sistema. Outras variáveis importantes são a rapidez (y) e o quadrado da massa invariante (\hat{s}) que são dados, aproximadamente, por:

$$\hat{s} \approx x_1 x_2 s \quad (4.15)$$

e

$$y \approx \frac{1}{2} \ln \left(\frac{x_1}{x_2} \right). \quad (4.16)$$

Neste processo dois glúons, em um estado singleto de cor, são trocados pelos hádrons. Este modelo será agora apresentado com base em [48] e [49].

Usaremos a figura 4.5 para esquematizar o cálculo de processos exclusivos neste modelo onde vemos dois prótons trocando glúons os quais devem estar em um estado singleto de cor para que os prótons permaneçam intactos. Temos que os glúons interagem para formar o sistema central X . A seção de choque diferencial é dado por [48],

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \hat{s} \partial y \partial \mathbf{p}_{1\perp}'^2 \partial \mathbf{p}_{2\perp}'^2} = S^2 e^{-b(\mathbf{p}_{1\perp}'^2 + \mathbf{p}_{2\perp}'^2)} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \hat{s} \partial y} d\sigma(gg \rightarrow X), \quad (4.17)$$

onde é assumido que o momento transversal dos prótons no estado final, $\mathbf{p}'_{i\perp}$, está distribuído como uma gaussiana com parâmetro $b = 4\text{GeV}^{-2}$ dado por [47]. O fator S^2 é a probabilidade da lacuna de rapidez sobreviver, ou seja, é o requisito para que interações suaves não

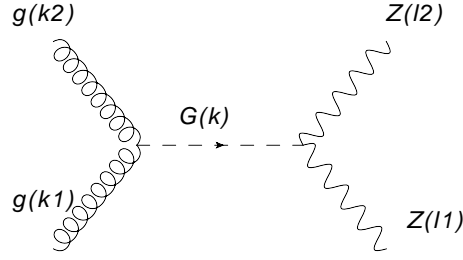


Fig. 4.6: Diagrama produção dupla do bóson Z.

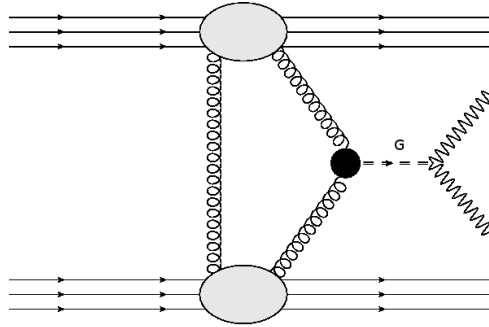


Fig. 4.7: Diagrama em ordem dominante da produção dupla do bóson Z, exclusiva, considerando a influência de grávitons.

prejudiquem o processo exclusivo e é dado em [50] por $\langle S^2 \rangle = 3\%$ para energias do LHC. A seção de choque partônica diferencial, $d\sigma(gg \rightarrow X)$, é dada por [48],

$$d\sigma(gg \rightarrow X) = \frac{1}{2\hat{s}} |\bar{\mathcal{M}}(gg \rightarrow X)|^2 dPS_X, \quad (4.18)$$

onde dPS_X é o espaço de fase do estado final e a amplitude de espalhamento, $\bar{\mathcal{M}}$, é dada por [48],

$$\bar{\mathcal{M}}(gg \rightarrow X) = \frac{1}{2} \frac{1}{N^2 - 1} \sum_{a_1 a_2} \sum_{\lambda_1 \lambda_2} \delta_{a_1 a_2} \delta_{\lambda_1 \lambda_2} \mathcal{M}_{\lambda_1 \lambda_2}^{a_1 a_2}(gg \rightarrow X), \quad (4.19)$$

onde $\mathcal{M}_{\lambda_1 \lambda_2}^{a_1 a_2}(gg \rightarrow X)$ é amplitude para que dois glúons, com cores a_i e helicidade λ_i , gerem o estado X . No caso da produção exclusiva dupla do bóson Z mediado por grávitons a amplitude pode ser calculada utilizando as regras de Feynman para o diagrama da figura 4.6. $\partial\mathcal{L}/\partial\hat{s}\partial y$ é a luminosidade efetiva e é dada por [48],

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\hat{s}\partial y} = \frac{1}{\hat{s}} \left(\frac{\pi}{N^2 - 1} \int \frac{\mathbf{Q}_\perp^2}{\mathbf{Q}_\perp^4} f_g(x_1, x'_1, \mathbf{Q}_\perp^2, \mu^2) f_g(x_2, x'_2, \mathbf{Q}_\perp^2, \mu^2) \right)^2. \quad (4.20)$$

Onde f_g é a distribuição de glúons não integrada, pelo fato da cinemática do processo estar predominantemente na região $x'_i \ll x_i$, a distribuição pode ser descrita pela densidade de glúons dada por [48],

$$f_g(x, x', \mathbf{Q}_\perp^2, \mu^2) \approx R_g \frac{\partial}{\partial \ln \mathbf{Q}_\perp^2} \left(\sqrt{T(\mathbf{Q}_\perp, \mu)} x g(x, \mathbf{Q}_\perp^2) \right), \quad (4.21)$$

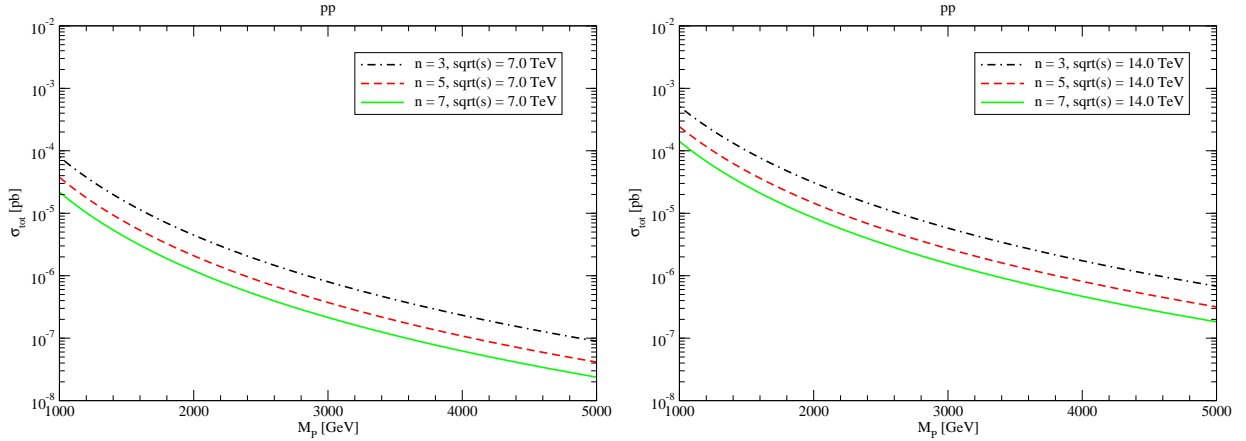


Fig. 4.8: Seção de choque para a produção exclusiva do bóson Z para diferentes valores de n , $\sqrt{s} = 7\text{TeV}$ (esq.) e $\sqrt{s} = 14\text{TeV}$ (dir).

onde R_g é dado em [48] por $\approx 1,2$ para o LHC e $T(\mathbf{Q}_\perp, \mu)$ é o chamado fator de Sudakov. O fator de Sudakov suprime a emissão de glúons e ao fazer isso faz com que a região do integrando não perturbativa se aproxime de zero. Este fator é dado por [48]:

$$T(\mathbf{Q}_\perp, \mu) = \exp \left(- \int_{\mathbf{Q}_\perp^2}^{\frac{\hat{s}}{4}} \frac{dk_\perp^2}{k_\perp^2} \frac{\alpha_s(k_\perp^2)}{2\pi} \int_0^{1-\Delta} dz \left[zP_{gg}(z) + \sum_q P_{qg}(z) \right] \right), \quad (4.22)$$

onde

$$\Delta = \frac{k_\perp}{k_\perp + \mu}, \quad (4.23)$$

e

$$\mu = 0.062\sqrt{\hat{s}}. \quad (4.24)$$

Utilizando então este modelo podemos calcular o processo em questão que esta representado pela figura 4.7. A seção de choque do processo exclusivo, em função de M_P , está representada na figura 4.8 para diferente valores de n com $\sqrt{s} = 7\text{TeV}$ (esq.) e $\sqrt{s} = 14\text{TeV}$ (dir). Temos ainda na tabela 4.1 o número de eventos para a produção exclusiva, mediado pelo gráviton, de duplo Z por ano no LHC, para $M_P = 2\text{TeV}$ e $M_P = 4\text{TeV}$ com diferentes valores de n . Temos que para $M_P = 2\text{TeV}$ estes números são pequenos mas caracterizam um observável para verificar o modelo de dimensões extras grandes. Já para $M_P = 4\text{TeV}$ não temos nenhum evento por ano para o LHC, ou seja, para esta massa de Planck o processo exclusivo não é um bom observável.

4.3 Conclusão

Neste capítulo apresentamos nossos resultados para o produção dupla do bóson Z em processos, inclusivos e exclusivos, de colisões próton-próton no LHC. Em tais processos consideramos a produção mediada por grávitons do ponto de vista do modelo de dimensões extras grandes.

	$n = 3$	$n = 5$	$n = 7$
$M_P = 2 \text{ TeV}$	9.37	4.32	2.54
$M_P = 4 \text{ TeV}$	0.53	0.25	0.13

Tab. 4.1: Número de eventos para a produção exclusiva, mediado pelo gráviton, de duplo Z por ano no LHC ($\sqrt{s} = 14\text{TeV}$), para $M_P = 2 \text{ TeV}$ e $M_P = 4 \text{ TeV}$ com diferentes valores de n .

Comparamos o cálculo do processo inclusivo com a produção inclusiva do ponto de vista do Modelo Padrão, onde vemos que tal produção é competitiva apenas para pequenos valores de massa de Planck, valores estes que são excluídos por indicação de resultados experimentais fazendo com que o processo inclusivo não se torne um bom observável.

O cálculo do processo exclusivo difere do inclusivo pelo fato de que agora temos dois prótons no estado inicial e também no estado final além de um par de bóson Z . Tal cálculo foi feito com o auxílio do modelo de Durham e temos como fator estimulante o fato de não existir diagramas, em ordem dominante, advindas do Modelo Padrão. Nossos resultados indicam que para massa de Planck de 2TeV este é um bom observável para evidenciar dimensões extras grande. Por outro lado, para massa de Planck de 4TeV, a taxa de produção do duplo Z é muito baixa.

Conclusões e Perspectivas

O modelo de dimensões extras grandes, estudado nesta dissertação, resolve o problema de hierarquia e ao mesmo tempo ajuda na unificação das interações fundamentais. Mas, ainda tem como questão em aberto parâmetros como o valor da massa de Planck e o número de dimensões extras. Foi estudado nesta dissertação possíveis observáveis os quais podem ser de grande utilidade na comprovação da veracidade de tal modelo.

O primeiro observável estudado foi a possibilidade de produção de buracos negros em colisões ultrarelativísticas, em particular no LHC. Utilizamos o fato de BNs evaporarem em um grande número de partículas como um possível sinal de tal produção. Usamos então a seção de choque de produção de quarks pesados pela evaporação de BN e pela QCD para analisar se tais seções de choque são competitivas e assim encontrar um observável para evidenciar as dimensões extras grandes. Nossos resultados indicam que a produção de quarks top são um bom observável. Por outro lado, se considerarmos a correção de inelasticidade no momento da produção de BN, a produção de quarks top só é um bom observável para energias de centro de massa muito elevadas que são encontradas em raios cósmicos e em futuros colisores. Além disso, demonstramos que a produção dos quarks bottom e charm pela evaporação de buracos negros não são competitivas em comparação a produção associada ao Modelo Padrão.

Uma outra implicação estudada foi o fato de processos mediados pelo gráviton ganharem importância ao considerarmos o fato de que no modelo de dimensões extras grandes apenas a interação gravitacional poder se propagar, o que cria os chamados modos de Kaluza-Klein. Então estudamos para tal implicação os processos inclusivo e exclusivo para a produção dupla do bóson Z . No processo inclusivo vimos que este é um bom observável apenas quando consideramos pequenos valores de massa de Planck, mas como resultados experimentais nos indicam que a possibilidade de que a massa de Planck adquira pequenos valores está excluída o processo inclusivo da produção de duplo Z deixa de ser um bom observável. Já no processo exclusivo temos que para $M_P = 2\text{TeV}$ haverá no LHC uma pequena produção do duplo Z , mas esta caracteriza um possível observável, e este resultado é otimizado ainda pelo fato de que no Modelo Padrão não temos tal processo em ordem dominante.

Pretendemos concluir a elaboração de dois artigos apresentando os resultados discutidos nesta dissertação e futuramente pretendo dar continuidade, em um doutoramento, na minha formação em fenomenologia em física de partículas.

Apêndice A

Regras de Feynman para o Gráviton

Para obter expressões que para seções de choque de espalhamentos é muito útil fazer uso das regras de Feynman. Os processos, não contidos no Modelo Padrão, necessários para os cálculos desta dissertação são discutidas em [51] e [46]. Apresentaremos aqui as expressões referentes com cada parte dos diagramas necessários.

Para o propagador do gráviton, representado na figura A.1, temos que a expressão que o descreve é dada por

$$\frac{iP_{\mu\nu\alpha\beta}}{k^2 - m_n^2 + i\varepsilon}, \quad (\text{A.1})$$

onde $P_{\mu\nu\alpha\beta}$ é dado por

$$\begin{aligned} P_{\mu\nu\alpha\beta} &= \frac{1}{2}(\eta_{\mu\alpha}\eta_{\nu\beta} + \eta_{\mu\beta}\eta_{\nu\alpha} - \eta_{\mu\nu}\eta_{\alpha\beta}) \\ &- \frac{1}{2m^2}(\eta_{\mu\alpha}k_\nu k_\beta + \eta_{\nu\beta}k_\mu k_\alpha + \eta_{\mu\beta}k_\nu k_\alpha + \eta_{\nu\alpha}k_\mu k_\beta) \\ &+ \frac{1}{6}\left(\eta_{\mu\nu} + \frac{2}{m^2}k_\mu k_\nu\right)\left(\eta_{\alpha\beta} + \frac{2}{m^2}k_\alpha k_\beta\right), \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$\eta_{\mu\nu}$ é o tensor métrico de Minkowski e k é dado por

$$k = \sqrt{\frac{3(n-1)}{n+2}}. \quad (\text{A.3})$$

O vértice de interação de férmions com o gráviton, como mostra a figura A.2, é descrito por

$$-\frac{i}{4M_P} [W_{\mu\nu}^{(f)} W_{\nu\mu}^{(f)}]. \quad (\text{A.4})$$

O vértice de interação de bósons da teoria eletrofraca com o gráviton, como mostra a figura A.3, é descrito por

$$-\frac{i}{4M_P} [W_{\mu\nu\alpha\beta}^{(f)} W_{\nu\mu\alpha\beta}^{(f)}]. \quad (\text{A.5})$$



Fig. A.1: O gráviton como propagador.

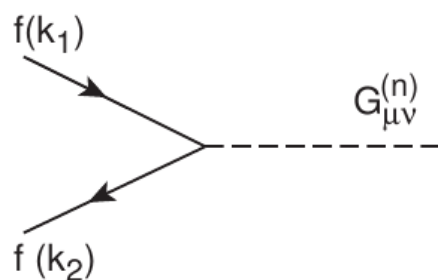


Fig. A.2: Diagrama do vértice de dois férmions dando origem a um gráviton.

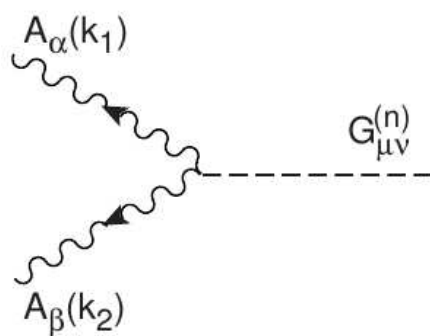


Fig. A.3: Diagrama do vértice de dois bósons da teoria eletrofraca dando origem a um gráviton.

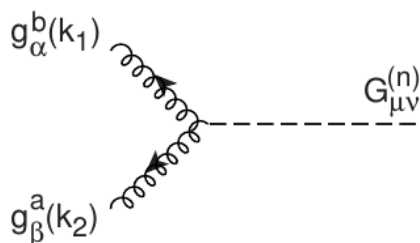


Fig. A.4: Diagrama do vértice de dois glúons dando origem a um gráviton.

O vértice de interação de glúons com o gráviton, como mostra a figura A.4, é descrito por

$$-\frac{i}{4M_P} \delta^{ab} \left[W_{\mu\nu\alpha\beta}^{(f)} W_{\nu\mu\alpha\beta}^{(f)} \right]. \quad (\text{A.6})$$

Bibliografia

- [1] N. ArkaniHamed, S. Dimopoulos and G. Dvali, “The hierarchy problem and new dimensions at a millimeter,” *Phys. Lett. B* **429** 263 (1998).
- [2] L. Randall and R. Sundrum, “An Alternative to compactification,” *Phys. Rev. Lett.* **83** 4690 (1999). [hep-th/9906064].
- [3] T. Appelquist, H. -C. Cheng and B. A. Dobrescu, “Bounds on universal extra dimensions,” *Phys. Rev. D* **64** 035002 (2001). [hep-ph/0012100].
- [4] M. Thiel, V. P. Gonçalves and W. K. Sauter, “Heavy quark production in the black hole evaporation at LHC,” *AIP Conference Proceedings*, **1520** 412-414, (2013).
- [5] G. L. Landsberg, “Black Holes at Future Colliders and Beyond,” *J. Phys. G* **32**, R337 (2006). [hep-ph/0607297].
- [6] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], “Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC,” *Phys. Lett. B* **716**, 30 (2012) [arXiv:1207.7235 [hep-ex]].
- [7] F. Halzen, A. D. Martin, *Quarks & Leptons: an introductory course in modern particle physics*. John Wiley & Sons, (1984).
- [8] W. Greiner, S. Schramm, E. Stein, *Quantum Chromodynamics*. Springer, (2002).
- [9] C. G. Callan, Jr. and D. J. Gross, “High-energy electroproduction and the constitution of the electric current,” *Phys. Rev. Lett.* **22**, 156 (1969).
- [10] Y. L. Dokshitzer, “Calculation of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and $e^+ e^-$ Annihilation by Perturbation Theory in Quantum Chromodynamics.,” *Sov. Phys. JETP* **46**, 641 (1977).
- [11] V. N. Gribov, L. N. Lipatov, “Deep inelastic ep scattering in perturbation theory.” *Sov. J. Nucl. Phys. New York*, **15**, 4, Oct. (1978).
- [12] G. Altarelli, G. Parisi, “Asymptotic freedom in parton language.” *Nucl. Phys. B* **126**, 2, Aug. (1977).
- [13] H. L. Lai *et al.* [CTEQ Collaboration], “Global QCD analysis of parton structure of the nucleon: CTEQ5 parton distributions,” *Eur. Phys. J. C* **12** 375 (2000) [hep-ph/9903282].

- [14] J. Pumplin, D. R. Stump, J. Huston, H. L. Lai, P. M. Nadolsky and W. K. Tung, “New generation of parton distributions with uncertainties from global QCD analysis,” JHEP **0207**, 012 (2002) [hep-ph/0201195].
- [15] M. Gluck, E. Reya and A. Vogt, “Dynamical parton distributions revisited,” Eur. Phys. J. C **5**, 461 (1998) [hep-ph/9806404].
- [16] T. L. Chow, *Gravity, Black Holes, and the Very Early Universe*. Springer, (2008).
- [17] G. Burdman, “Theories with extra dimensions,” AIP Conf. Proc. **753**, 390 (2005) [hep-ph/0409322].
- [18] B. Zwiebach, *A First Course in String Theory*. Cambridge University Press, (2009).
- [19] A. Roy, “Particle Phenomenology of Gravitational Events at the TeV Scale,” [arXiv:0907.2058 [hep-ph]].
- [20] V. M. Mostepanenko, R. S. Decca, E. Fischbach, G. L. Klimchitskaya, D. E. Krause and D. Lopez, “Stronger constraints on non-Newtonian gravity from the Casimir effect,” J. Phys. A **41**, 164054 (2008) [arXiv:0802.0866 [hep-th]].
- [21] S. Dimopoulos and G. L. Landsberg, “Black holes at the LHC,” Phys. Rev. Lett. **87**, 161602 (2001) [hep-ph/0106295].
- [22] A. Chamblin, F. Cooper and G. C. Nayak, “Top Quark Production from Black Holes at the CERN LHC,” Phys. Lett. B **672**, 147 (2009) [arXiv:0806.4647 [hep-ph]].
- [23] D. M. Gingrich, “Black hole cross-section at the large hadron collider,” Int. J. Mod. Phys. A **21**, 6653 (2006) [hep-ph/0609055].
- [24] C. M. Harris, “Physics beyond the standard model: Exotic leptons and black holes at future colliders,” [hep-ph/0502005].
- [25] V. Khachatryan *et al.* [CMS Collaboration], “Search for Microscopic Black Hole Signatures at the Large Hadron Collider,” Phys. Lett. B **697**, 434 (2011) [arXiv:1012.3375 [hep-ex]].
- [26] F. Grard and J. Nuyts, “Elementary Kaluza-Klein towers revisited,” Phys. Rev. D **74**, 124013 (2006) [hep-th/0607246].
- [27] T. G. Rizzo, “Pedagogical introduction to extra dimensions,” eConf C **040802**, L013 (2004) [hep-ph/0409309].
- [28] J. Gao, C. S. Li, X. Gao and J. J. Zhang, “Signature of Large Extra Dimensions from Z boson pair production at the CERN Large Hadron Collider,” Phys. Rev. D **80**, 016008 (2009) [arXiv:0903.2551 [hep-ph]].
- [29] N. Agarwal, V. Ravindran, V. K. Tiwari and A. Tripathi, “Z boson pair production at the LHC to $O(\alpha(s))$ in TeV scale gravity models,” Nucl. Phys. B **830**, 248 (2010) [arXiv:0909.2651 [hep-ph]].

- [30] C. Boellaard, K. Holsheimer, R. Koopman, P. Moser and I. Niesen, “Signatures of Extra Dimensions,” disponível no sítio: <http://staff.science.uva.nl/~jdeboer/education/projects/projects/extradim.pdf> (2005).
- [31] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], “Search for dark matter candidates and large extra dimensions in events with a photon and missing transverse momentum in pp collision data at $\sqrt{s} = 7$ TeV with the ATLAS detector,” *Phys. Rev. Lett.* **110**, 011802 (2013) [arXiv:1209.4625 [hep-ex]].
- [32] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], “Search for Dark Matter and Large Extra Dimensions in pp Collisions Yielding a Photon and Missing Transverse Energy,” *Phys. Rev. Lett.* **108**, 261803 (2012) [arXiv:1204.0821 [hep-ex]].
- [33] S. Hossenfelder, “What black holes can teach us,” [hep-ph/0412265].
- [34] S. W. Hawking, G. F. R. Ellis and , “The Large scale structure of space-time,” Cambridge University Press, Cambridge, (1973).
- [35] J. D. Bekenstein, “Black holes and entropy,” *Phys. Rev. D* **7**, 2333 (1973).
- [36] R. Ruffini and J. A. Wheeler, “Introducing the Black Hole” *Physics Today* **24**, 30 (1971).
- [37] J. M. Bardeen, B. Carter, S. W. Hawking and , “The Four laws of black hole mechanics,” *Commun. Math. Phys.* **31**, 161 (1973).
- [38] K. S. Thorne, “Nonspherical gravitational collapse: A short review,” J. R. Klauder, *Magic Without Magic*, 231258, (1972).
- [39] M. V. Savina, “Black-hole production at LHC: Special features, problems, and expectations,” *Phys. Atom. Nucl.* **74**, 496 (2011) [*Yad. Fiz.* **74**, 518 (2011)].
- [40] L. A. Anchordoqui, J. L. Feng, H. Goldberg and A. D. Shapere, “Inelastic black hole production and large extra dimensions,” *Phys. Lett. B* **594**, 363 (2004) [hep-ph/0311365].
- [41] H. Yoshino and Y. Nambu, “Black hole formation in the grazing collision of high-energy particles,” *Phys. Rev. D* **67**, 024009 (2003) [gr-qc/0209003].
- [42] J. C. Collins, D. E. Soper and G. F. Sterman, “Factorization of Hard Processes in QCD,” *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.* **5**, 1 (1988) [hep-ph/0409313].
- [43] R. K. Ellis, W. J. Stirling, B. R. Webber, *QCD and Collider Physics*. [Cambridge: Cambridge University Press, (1996).
- [44] M. Gluck, E. Reya, “Duality predictions for the production of heavy quark systems in QCD,” *Phys. Lett. B* **79** 453-458, (1978).

-
- [45] J. Ohnemus, “QCD corrections to diboson production,” In *Los Angeles 1995, Vector boson self-interactions* 60-71 [hep-ph/9503389].
- [46] T. Han, J. D. Lykken and R. -J. Zhang, “On Kaluza-Klein states from large extra dimensions,” Phys. Rev. D **59**, 105006 (1999) [hep-ph/9811350].
- [47] V. A. Khoze, A. D. Martin and M. G. Ryskin, “Prospects for new physics observations in diffractive processes at the LHC and Tevatron,” Eur. Phys. J. C **23**, 311 (2002) [hep-ph/0111078].
- [48] T. D. Coughlin and J. R. Forshaw, “Central Exclusive Production in QCD,” JHEP **1001**, 121 (2010) [arXiv:0912.3280 [hep-ph]].
- [49] J. R. Forshaw, “Diffractive Higgs production: Theory,” [hep-ph/0508274].
- [50] V. P. Goncalves and W. K. Sauter, “Radion production in exclusive processes at CERN LHC,” Phys. Rev. D **82**, 056009 (2010) [arXiv:1007.5487 [hep-ph]].
- [51] G. F. Giudice, R. Rattazzi and J. D. Wells, “Quantum gravity and extra dimensions at high-energy colliders,” Nucl. Phys. B **544**, 3 (1999) [hep-ph/9811291].